บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 ธอเรียม (Thorium-Th)

เบอรซิเลียส (Baron Jons Jakob BerZelius) นักเคมีชาวสวีเดนเป็นคนแรกที่ค้นพบธาตุธอเรียมในปี ค.ศ. 1828 ในระยะแรกมีผู้นำเอาธอเรียมไปใช้ประโยชน์ทางด้านเคมีและอุตสาหกรรม เช่นทำไส้ตะเกียงเจ้าพายุ โลหะผสม และไส้หลอดไฟฟ้า เป็นต้น และเพิ่งเริ่มนำเอาธอเรียมมาใช้ประโยชน์ในทางนิวเคลียร์เมื่อไม่นานมานี้เอง เนื่องจากได้มีการค้นพบว่าธอเรียมสามารถแปลงเป็นเชื้อเพลิงปรมาณูได้ดี และปริมาณธอเรียมในธรรมชาติก็มีมากพอๆกับยูเรเนียม ธอเรียมมีหลายไอโซโทป ไอโซโทปหนึ่งของธอเรียมคือ ^{232}Th เมื่อนำไปอาบด้วยนิวตรอนที่มีความเร็วต่ำ จะไม่เกิดการแตกตัว (fission) แต่สามารถเปลี่ยนไปเป็น ^{233}U และ ^{233}U นี่เองที่เป็นตัวทำให้เกิดการแตกตัวขึ้นดังสมการ(2-1)

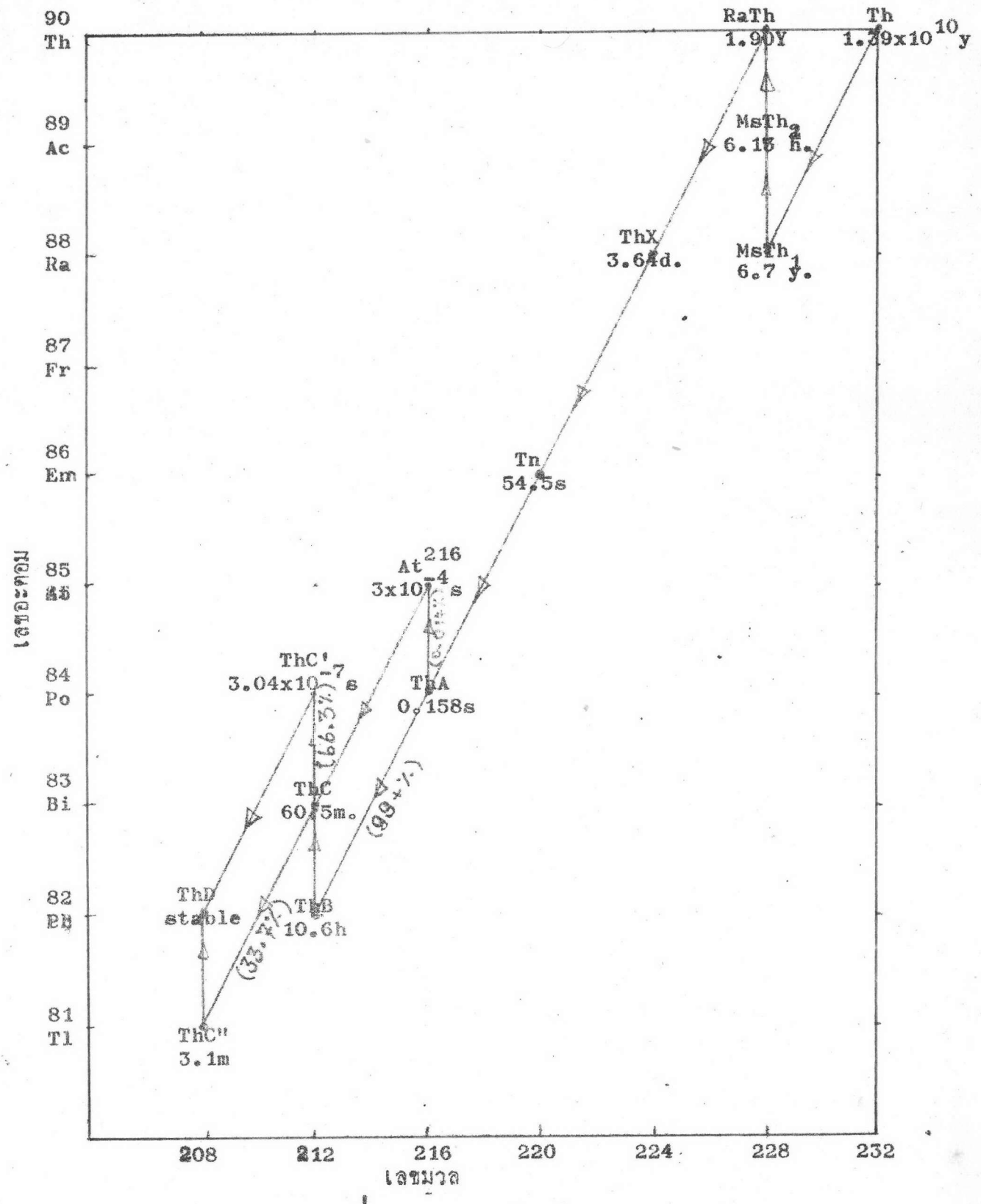
$$^{232}Th + n \longrightarrow {}^{233}Th + \gamma$$
$$^{233}Th \xrightarrow[23.3\ min.]{} {}^{233}Pa + \beta^- \qquad (2\text{-}1)$$
$$^{233}Pa \xrightarrow[27.4\ days]{} {}^{233}U + \beta^-$$

แร่ธอเรียมมีกระจัดกระจายอยู่ทั่วโลกโดยจะปะปนอยู่กับสินแร่ชนิดอื่น ส่วนมากจะปนอยู่กับแร่ยูเรเนียมและพวก rare earth ในแร่ธอเรียนไนท์ (Thorianite) และธอไรท์ (Thorite) จะมีธอเรียมปนอยู่มากถึง 90% แต่แร่พวกนี้มีอยู่ไม่มากนักจึงไม่เหมาะที่จะนำมาแยกธอเรียมเป็นอุตสาหกรรม แร่ที่สำคัญและเหมาะแก่การอุตสาหกรรมก็คือแร่โมนาไซท์ $(Ce,La,Y,Th)PO_4$ ซึ่งมีธอเรียมไดออกไซด์ (ThO_2) อยู่สูงถึง 11% และมีแร่ยูเรเนียมปนอยู่มากน้อยต่างกัน

2-2 อนุกรมธอเรียม (Thorium series)

สารกัมมันตรังสีในธรรมชาติจะแผ่รังสีอัลฟา เบตาและแกมมา ออกมาตลอดเวลา การแผ่รังสีเกิดขึ้นต่อเนื่องกันไป ซึ่งอาจรวบรวมเป็นอนุกรมกัมมันตรังสีได้ 3 อนุกรมดังนี้

1) อนุกรมยูเรเนียม (Uranium series)



รูปที่ 1 อนุกรมธอเรียม[1]

[1]Arya, Atam P. 1970. Fundamentals of Nuclear Physics. Boston; allyn and Bacon, Inc.

2) อนุกรมธอเรียม (Thorium series)

3) อนุกรมแอคติเนียม (Actinium series)

ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะอนุกรมธอเรียมซึ่งมี $^{232}_{90}Th$ เป็นตัวต้นของอนุกรมและมีครึ่งชีวิต (half life) 1.39×10^9 ปี และตัวสุดท้ายของอนุกรมคือไอโซโทปคงตัวของ $^{208}_{82}Pb$ ส่วนนิวเคลียสตัวอื่นๆในอนุกรมจะไม่คงตัว มีการเกิดและการสลายตัวอยู่ตลอดเวลาดังจะเห็นได้จากรูปที่ 1 เส้นแกนในแนวดิ่งแสดงสัญญลักษณ์ทางเคมีและเลขอะตอม (Atomic number) ของธาตุต่างๆ เส้นแกนในแนวนอนแสดงเลขมวล (Mass number) ของธาตุต่างๆ ในการสลายตัวไปเป็นไอโซโทปของธาตุใหม่นั้นจะมีการปล่อยอนุภาคอัลฟาและเบตา ถ้าปล่อยอนุภาคอัลฟาก็จะให้นิวเคลียสของธาตุใหม่ที่มีเลขอะตอมและเลขมวลน้อยกว่านิวเคลียสตัวแม่ (parent nucleus) อยู่ 2 และ 4 ตามลำดับ ถ้าให้อนุภาคเบตาก็จะทำให้เลขอะตอมมีค่าเพิ่มขึ้นอีก 1 แต่เลขมวลไม่เปลี่ยนแปลง นอกจากนี้มีบางตัวที่สลายตัวให้ทั้งอนุภาคอัลฟาและเบตาพร้อมๆกัน เช่น ThC (หรือ $^{212}_{84}Bi$) 66.3% เป็นการสลายตัวโดยการปล่อยอนุภาคเบตากลายเป็น ThC' (หรือ $^{212}_{84}Po$) และ 33.7% เป็นการสลายตัวโดยการปล่อยอนุภาคอัลฟากลายเป็น ThC'' (หรือ $^{208}_{81}Tl$)

2.3 กฎการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

การสลายตัวของสารกัมมันตรังสีจะไม่ขึ้นอยู่กับอิทธิพลของสภาพแวดล้อมภายนอกนิวเคลียสเลย หากแต่ว่าการสลายตัวนี้เป็นไปตามหลักทางสถิติในส่วนที่เกี่ยวกับโอกาส เช่น ถ้ามีสารกัมมันตรังสีอยู่จำนวนหนึ่งจะไม่สามารถบอกได้ชัดว่านิวเคลียสใดในธาตุจะสลายตัวก่อนหรือหลัง คืออาจกล่าวได้ว่าทุกๆนิวเคลียสมีโอกาสเท่าๆกันที่จะสลายตัวในช่วงเวลาหนึ่ง ถ้าให้

λ = ค่าคงที่ของการสลายตัว (disintegration constant)

dt = ช่วงเวลาที่เกิดการสลายตัว

นั่นคือ

$\lambda\, dt$ = โอกาสที่อะตอมแต่ละตัวจะสลายตัวในช่วงเวลา dt

N = จำนวนอะตอมที่มีอยู่ ณ เวลาใดๆ t

dN = จำนวนอะตอมที่สลายตัวในช่วงเวลา dt

$$= -\lambda dt N$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \qquad (2\text{-}2)$$

โดยให้ $N = N_0$ เมื่อ $t = 0$ จะได้

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (2\text{-}3)$$

ถ้ากัมมันตภาพ (activity) คือการเปลี่ยนแปลงของจำนวนอะตอมในหนึ่งหน่วยเวลา

$$= \frac{dN}{dt}$$

จาก(2-3) จะได้ว่า

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad (2\text{-}4)$$

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{\frac{1}{2}}}$$

$T_{\frac{1}{2}}$ = ครึ่งชีวิต (half-life) ของสาร

ในอนุกรมของการสลายตัวของสารต่างๆเกิดขึ้นแบบต่อเนื่องกันไป ดังนั้นจะหากัมมันตภาพได้ดังนี้

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \qquad (2\text{-}5.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad (2\text{-}5.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \qquad (2\text{-}5.3)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = \lambda_3 N_3 - \lambda_4 N_4 \qquad (2\text{-}5.4)$$

$$\frac{dN_5}{dt} = \lambda_4 N_4 - \lambda_5 N_5 \qquad (2\text{-}5.5)$$

$$\frac{dN_6}{dt} = \lambda_5 N_5 - \lambda_6 N_6 \qquad (2\text{-}5.6)$$

$$\frac{dN_7}{dt} = \lambda_6 N_6 - (A+B)\lambda_7 N_7 \qquad (2\text{-}5.7)$$

$$\frac{dN_8}{dt} = A\lambda_7 N_7 - \lambda_8 N_8 \qquad (2\text{-}5.8)$$

$$\frac{dN_9}{dt} = \lambda_8 N_8 + B\lambda_7 N_7 - (C+D)\lambda_9 N_9 \qquad (2\text{-}5.9)$$

$$\frac{dN_{10}}{dt} = C\lambda_9 N_9 - \lambda_{10} N_{10} \qquad (2\text{-}5.10)$$

A และ B เป็นเปอร์เซนต์ที่ไอโซโถป $^{216}_{84}Po$ สลายตัวปล่อยอนุภาคอัลฟาและเบตาตามลำดับ แล้วกลายเป็น $^{212}_{82}Pb$ และ $^{216}_{85}At$

A = 99%

B = 0.014%

C และ D เป็นเปอร์เซนต์ที่ไอโซโถป $^{212}_{83}Bi$ สลายตัวปล่อยอนุภาคอัลฟาและเบตาตามลำดับ แล้วกลายเป็น $^{208}_{81}Tl$ และ $^{212}_{84}Po$

C = 33.7 %

D = 66.3 %

$N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9$ และ N_{10} เป็นจำนวนอะตอมของ $^{232}_{90}Th$ $^{228}_{88}Ra$, $^{228}_{89}Ac$, $^{228}_{90}Th$, $^{224}_{88}Ra$, $^{220}_{86}Rn$, $^{216}_{84}Po$, $^{212}_{82}Pb$, $^{212}_{83}Bi$ และ $^{208}_{81}Tl$ ตามลำดับ

จาก (2-2) และ (2-3) จะได้ว่า

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

เมื่อ $N_1(0)$ = จำนวนอะตอมของธาตุตัวต้นของอนุกรมเมื่อ $t=0$

แทนค่า $N_1(t)$ ลงในสมการ (2-5.2)

$$\frac{dN_2}{dt} = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

คูณด้วย $e^{\lambda_2 t}$ ตลอดทั้งสองข้าง

$$e^{\lambda_2 t}\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_1(0)e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}$$

$$\frac{d}{dt}(N_2 e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 N_1(0)e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}$$

อินติเกรทโดยตรงจะได้

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C_1$$

เมื่อ C_1 เป็นตัวคงที่ของการอินติเกรท

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_1 t} + C_1 e^{-\lambda_2 t}$$

จากเงื่อนไขที่ว่า เมื่อ $t=0$, $N_2(0) = 0$

$$C_1 = - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)$$

$$N_2(t) = N_1(0)\left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right]$$

โดยวิธีการเดียวกันและเนื่องจากเมื่อ $t = 0$, $N_3(0) = 0$ จะได้

$$N_3(t) = N_1(0)\left[\frac{\lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \right]$$

สำหรับธอเรียมที่ผ่านการสกัดแล้ว ธาตุอื่นๆที่ไม่ใช่ธอเรียมก็จะหลุดออกไปหมดเหลือแต่ $^{232}_{90}Th$ และ $^{228}_{90}Th$ ซึ่งทั้งสองตัวนี้ในธรรมชาติกัมมันตภาพจะอยู่ใน secular equilibrium นั่นคือ

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_4 N_4$$

และเมื่อปล่อยทิ้งไว้ทั้ง $^{232}_{90}Th$ และ $^{228}_{90}Th$ ก็จะเริ่มสลายตัวให้สารอื่นต่อไป ถ้าถือว่าเวลาตอนที่แยกออกมาคือเวลา $t= 0$ ดังนั้นที่ $t =0$

$$N_4(0) = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} N_1(0)$$

ตัว $^{232}_{90}Th$ เมื่อปล่อยทิ้งไว้ก็จะสลายตัวไปเป็น $^{228}_{90}Th$ ดังนั้นในการหากัมมันตภาพของ $^{228}_{90}Th$ จะต้องคิดทั้งส่วนที่เป็นของ $^{228}_{90}Th$ เอง(ที่สกัดออกมาในตอนต้น) และส่วนที่มาจาก $^{232}_{90}Th$ ด้วย เมื่อแทนค่า $N_3(t)$ ลงใน(2-5.4)แล้วอินติเกรทและใช้เงื่อนไขว่าที่ $N_4(0) = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} N_1(0)$ จะได

$$N_4(t) = N_1(0)\lambda_1\lambda_2\lambda_3\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_1)} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}\right.$$

$$\left.\frac{}{(\lambda_4-\lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)} + \frac{e^{-\lambda_4 t}}{(\lambda_1-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)}\right]$$

$$+ \frac{\lambda_1}{\lambda_4} N_1(0)e^{-\lambda_4 t} \qquad (2\text{-}6)$$

จากสมการ(2-6) จะเห็นว่าส่วนแรกเป็น $^{228}_{90}Th$ ที่เกิดจาก $^{232}_{90}Th$ สลายตัวมาเป็นลำดับ และส่วนที่สองเป็น $^{228}_{90}Th$ ที่มีอยู่แล้วตอนแยกออกมาจากสารอื่น

ถ้า $T^1_{\frac{1}{2}}, T^2_{\frac{1}{2}}, \ldots\ldots$ เป็นครึ่งชีวิตของ $^{232}_{90}Th$ และสารตัวอื่นๆในอนุกรมตามลำดับ และ $T^1_{\frac{1}{2}} >> T^2_{\frac{1}{2}}, T^1_{\frac{1}{2}} >> T^3_{\frac{1}{2}}, \ldots$ λ_1 มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ แต่วากัมมันตภาพของ $^{232}_{90}Th$ มีค่าคงที่ คือ

$$\lambda_1 N_1(t) = \text{ค่าคงที่}$$

นั่นคือ
$$e^{\lambda_1 t} = 1 \qquad (2\text{-}7)$$

จาก(2-6)

$$\lambda_4 N_4(t) = \lambda_1 N_1(0)\left[e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_3\lambda_4\, e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_4-\lambda_2)} -\right.$$

$$\left.\frac{\lambda_2\lambda_4\, e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)} - \frac{\lambda_2\lambda_3\, e^{-\lambda_4 t}}{(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)} + e^{-\lambda_4 t}\right] \qquad (2\text{-}8)$$

$T^2_{\frac{1}{2}} >> T^3_{\frac{1}{2}}, T^4_{\frac{1}{2}} >> T^3_{\frac{1}{2}}$ ดังนั้น $\lambda_3 >> \lambda_2$, $\lambda_3 >> \lambda_4$

$$e^{-\lambda_3 t} = 0 \qquad (2\text{-}9)$$

จาก(2-7) (2-9)และนำ $e^{-\lambda_1 t}$ ในสมการ (2-8) ออกนอกวงเล็บจะได้

$$\lambda_4 N_4(t) = \lambda_1 N_1(t)\left[1 - \frac{\lambda_4}{(\lambda_4-\lambda_2)}\left(e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_4} e^{-\lambda_4 t}\right) + e^{-\lambda_4 t}\right] \qquad (2\text{-}10)$$

จะหาจุดที่มีกัมมันตภาพต่ำสุดได้โดย

$$\frac{d[\lambda_4 N_4(t)]}{dt} = 0$$

จะได้ว่าที่ $t = 4.8$ ปี

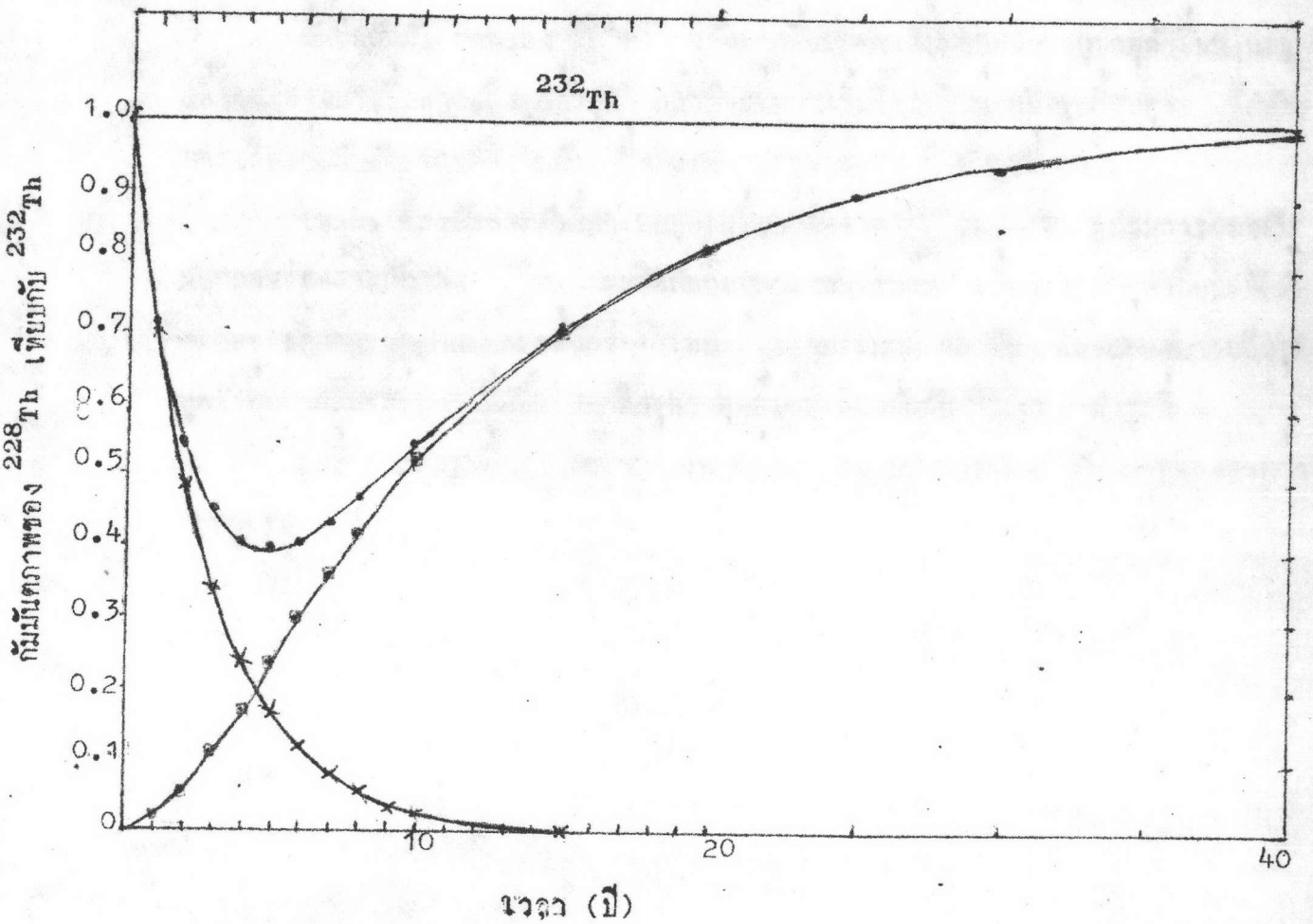
มีกัมมันตภาพต่ำสุดคือ เมื่อแทนค่า t ใน(2-10) จะได้

$$\frac{\lambda_4 N_4(t)}{\lambda_1 N_1(t)} = 0.394$$

นั่นคือกัมมันตภาพของ $^{228}_{90}Th$ หลังจากที่แยกธอเรียมออกมาจากธาตุตัวอื่นๆในอนุกรม แล้วจะลดลงมาเรื่อยๆจนถึงจุดต่ำสุด แล้วก็จะค่อยๆเพิ่มขึ้นไปใหม่จนถึงจุดที่สมดุลย์ คืออัตราการเกิดเท่ากับอัตราการสลายตัว ซึ่งกินเวลาประมาณ 50 ปี ดังรูปที่ 2

ในขณะเดียวกันสารตัวอื่นๆในอนุกรมซึ่งอยู่ถัดจาก $^{228}_{90}Th$ ไป รูปสมการของกัมมันตภาพจะคล้ายกับของ $^{228}_{90}Th$ จะผิดกันก็เฉพาะตอนเริ่มต้น เนื่องจากธาตุตัวอื่นนั้นกัมมันตภาพจะเริ่มต้นจากศูนย์จนกระทั่งถึง 1 โดยใช้เวลาประมาณ 40 วัน แล้วลดลงมาจนถึงจุดต่ำสุด ต่อจากนั้นจะค่อยๆเพิ่มขึ้นไปจนถึงจุดสมดุลย์เช่นเดียวกันกับ $^{228}_{90}Th$ ดังรูปที่ 3

รูปที่ 2 และรูปที่ 3 ได้จากการแทนค่า t ลงในสมการของกัมมันตภาพของสารต่างๆในอนุกรม

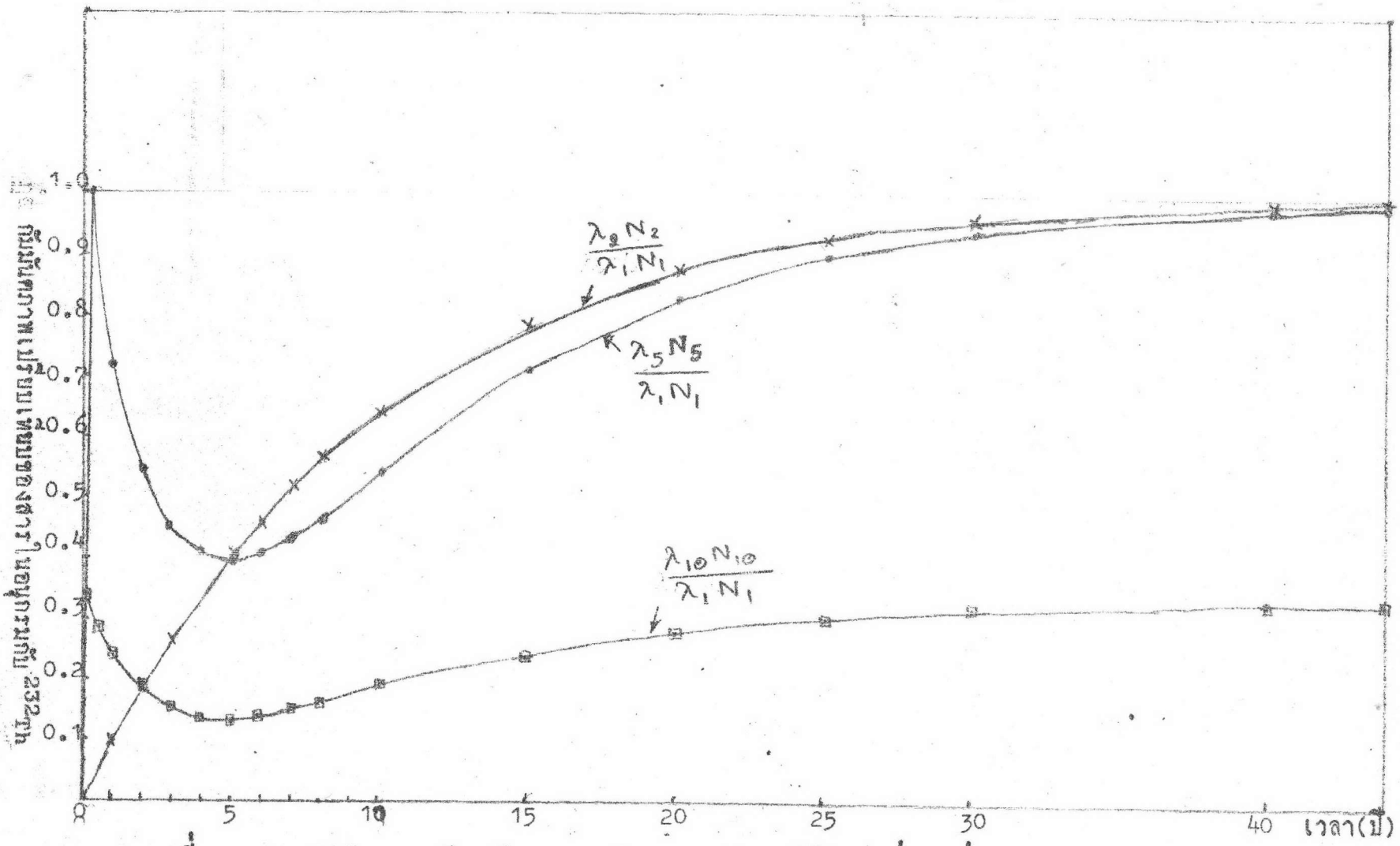


รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของกัมมันตภาพของ ^{228}Th ในสารธอเรียมบริสุทธิ์เทียบกับ ^{232}Th

× กัมมันตภาพของ ^{228}Th ส่วนที่มีอยู่แล้วในตอนแยกออกมา

⊠ กัมมันตภาพของ ^{228}Th ส่วนที่เกิดจากกระสลายตัวของ ^{232}Th

• กัมมันตภาพรวมของ ^{228}Th



รูปที่ 3 แสดงกัมมันตภาพเปรียบเทียบของสารในอนุกรมเทียบกับ ^{232}Th ที่เวลาต่างๆกัน