หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

บทที่ ๔

กลสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์

๔.๑ ความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของปูนซีเมนต์

โดยปกติแล้วพฤติกรรมของวัสดุนั้นสลับซับซ้อนมากและอยู่ภายใต้อิทธิพลของตัวประกอบต่าง ๆ เช่น ขนาดและธรรมชาติของแรงที่กระทำต่อวัสดุ, อุณหภูมิ, เวลา, อัตราการบรรทุกน้ำหนัก และสภาพเดิมของวัสดุ การหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของวัสดุจะต้องใช้การทดลองในห้องปฏิบัติการและการทดลองนั้นควรจะจำลองทั้งตัวประกอบที่สำคัญ และสภาพเงื่อนไขที่เป็นจริงของวัสดุ ซึ่งจะทำให้ผลของการทดลองผิดพลาดน้อยที่สุด (7)

จากบทที่ ๓ ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของวัสดุ สำหรับปูนซีเมนต์ซึ่งเป็นวัสดุที่ใช้ในงานวิจัยนี้ถูกสมมุติให้เป็นวัสดุอิลัสติค ดังนั้นคุณสมบัติของปูนซีเมนต์ที่จะต้องทำการทดลองหาก็คือโมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity, E) และอัตราส่วนยืดหด (Poisson's ratio, ν)

๔.๒ การหาคุณสมบัติกลศาสตร์ของปูนซีเมนต์

๔.๒.๑ การหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์

การหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุนั้นอาจจะหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อวัสดุและระยะเคลื่อนของวัสดุหรือความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของวัสดุ การหาความสัมพันธ์เหล่านี้ก็โดยการนำวัสดุนั้นมาทำการทดลองตามวิธีการที่เหมาะสมกับชนิดของวัสดุ เมื่อได้ความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของวัสดุจากการทดลองแล้วก็สามารถวิเคราะห์หาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุนั้นได้

๔.๒.๑.๑ การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของปูนซีเมนต์

ในการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของวัสดุจะต้องพิจารณาถึงชนิด

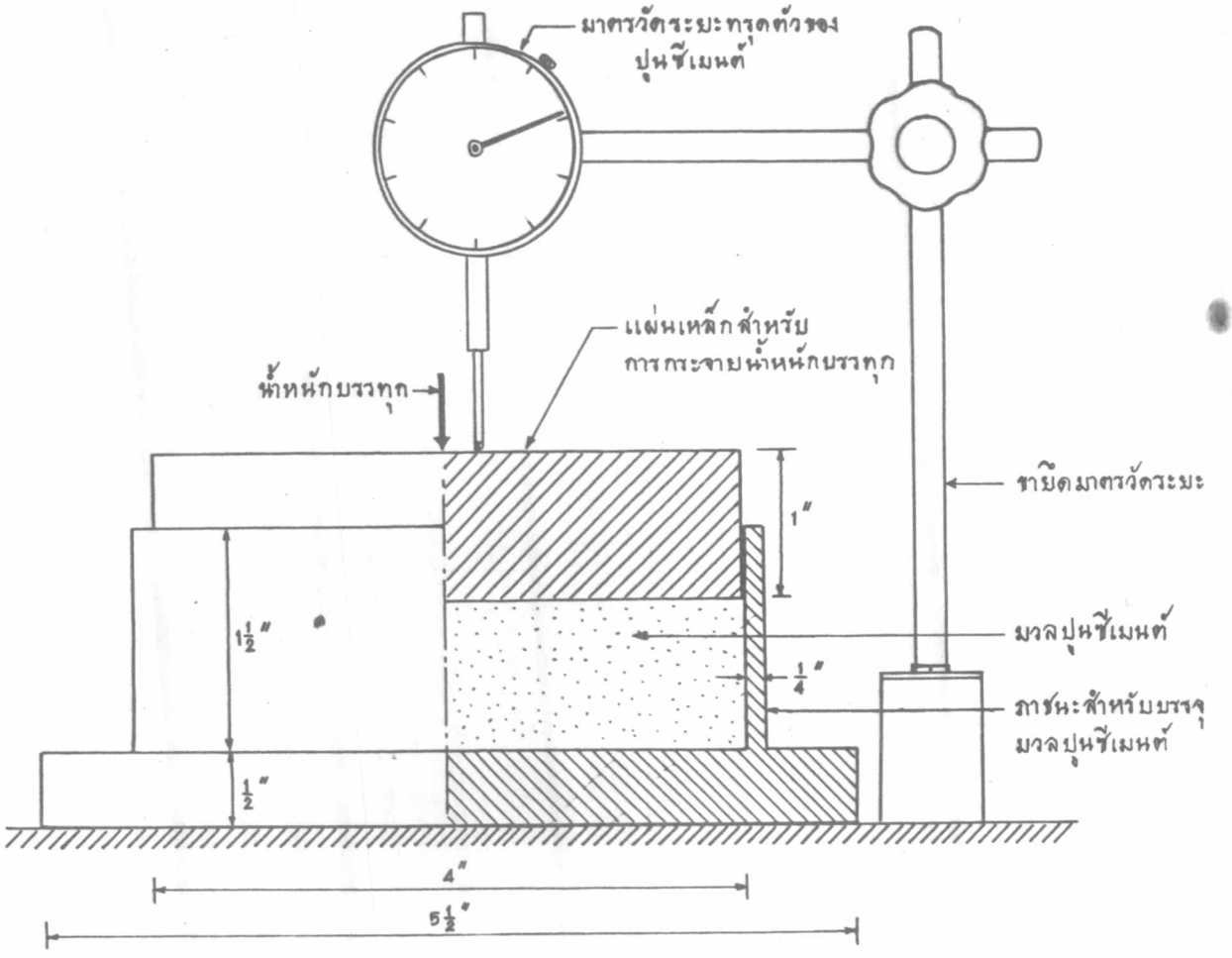
ของวัสดุที่จะนำมาทดลอง การเลือกใช้เครื่องมือการทดลองก็จะต้องให้เหมาะสมกับชนิดของวัสดุนั้น เช่น การหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ชและสเตรนของเหล็กเส้นที่ใช้ในงานก่อสร้างก็ต้องอาศัยเครื่องมือที่สามารถดึงเหล็กเส้นให้ยืดออกไปได้หรือทำให้เหล็กเส้นเกิดสเตรนนั่นเอง ส่วนปูนซีเมนต์นั้นเป็นวัสดุที่มีมวลเป็นผงละเอียดและลักษณะของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ต่อไปนั้น มวลของปูนซีเมนต์ยังคงเป็นผงละเอียดไม่มีการแปรรูปเป็นอย่างอื่น มวลของปูนซีเมนต์ที่บรรจุในไซโลถูกกดทับด้วยน้ำหนักของตัวมันเอง ดังนั้นเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับการหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ชและสเตรนของปูนซีเมนต์จะต้องสามารถ นำน้ำหนักกดลงบนปูนซีเมนต์และสามารถวัดการทรุดตัวของปูนซีเมนต์ได้ เครื่องมือที่ใช้ก็คือ Consolidation Testing Machine เนื่องจากภาชนะสำหรับบรรจุตัวอย่างนั้นทำไว้สำหรับบรรจุตัวอย่างดินหรือทรายและมีขนาดเล็ก สำหรับการทดลองครั้งนี้ได้ทำภาชนะสำหรับบรรจุตัวอย่างปูนซีเมนต์ขึ้นใหม่ ดังแสดงในรูปที่ ๔.๑

ก. ข้อมูลเกี่ยวกับเครื่องมือทดลอง

ภาชนะสำหรับบรรจุตัวอย่างปูนซีเมนต์นี้ทำด้วยเหล็กเป็นรูปทรงกระบอกกลม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน ๔ นิ้ว, หนา ๑/๔ นิ้ว, สูง ๑$\frac{1}{2}$ นิ้ว ปลายด้านหนึ่งติดอยู่กับฐานวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ๔$\frac{1}{2}$ นิ้ว, หนา ๑/๒ นิ้ว ปลายอีกด้านหนึ่งเปิดสำหรับบรรจุตัวอย่างปูนซีเมนต์ ภาชนะนี้ยังประกอบด้วยแผ่นเหล็กขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ๓$\frac{15}{16}$ นิ้ว, หนา ๑ นิ้ว เพื่อใช้สำหรับการกระจายน้ำหนักบรรทุกที่กดลงบนตัวอย่างปูนซีเมนต์ให้สม่ำเสมอ ตัวอย่างปูนซีเมนต์ที่ใช้ทดลองหนาประมาณ ๑ นิ้ว ซึ่งจะได้อัตราส่วนของความหนาต่อเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ ๑ : ๔ เพื่อเป็นการช่วยลดผลอันเนื่องมาจากความฝืดระหว่างปูนซีเมนต์กับผิวด้านข้างของภาชนะ (8)

ข. วิธีการทดลอง

การทดลองเริ่มด้วยการนำตัวอย่างปูนซีเมนต์ที่ชั่งน้ำหนักไว้แล้วใส่ในภาชนะสำหรับทดลอง วางแผ่นเหล็กสำหรับการกระจายน้ำหนักลงบนตัวอย่างแล้ววัดความหนาเริ่มต้นของตัวอย่างปูนซีเมนต์นั้น นำภาชนะทั้งชุดนี้วางบนแท่น ของเครื่องมือ Consolidation Testing Machine ซึ่งได้ติดตั้งมาตรวัดระยะ (Dial gage) สำหรับวัดการทรุดตัวของตัวอย่างปูนซีเมนต์ไว้ จากนั้นก็เริ่มใส่น้ำหนักบรรทุกที่ทราบค่าน้ำหนักแน่นอน ตัวอย่างปูนซีเมนต์จะเริ่มทรุดตัวลงเรื่อย ๆ ปล่อยทิ้งไว้ประมาณ ๑๕ นาที จนเห็นว่าไม่มีการทรุดตัวอีกโดยสังเกตจากมาตรวัดระยะ บันทึกค่าน้ำหนักและระยะทรุดตัวจากมาตรวัดระยะ ต่อไปก็เพิ่มน้ำหนักขึ้นอีกพร้อมกับบันทึกค่าทั้งสองเช่นเดียวกับครั้งแรก



รูปที่ ๔.๑ ตัวอย่างปูนซีเมนต์ที่บรรจุอยู่ในภาชนะสำหรับการทดลอง Consolidation

จากสภาพเป็นจริงของไซโลที่ใช้เก็บปูนซีเมนต์ที่มีความสูงประมาณ ๒๐ - ๓๐ เมตร หน่วยแรงดันแนวดิ่งอาจจะมีค่าอยู่ระหว่าง ๓๐ - ๔๕ ตันต่อตารางเมตรโดยประมาณจากความหนาแน่นเฉลี่ยของปูนซีเมนต์ (ประมาณ ๑.๕ ตันต่อลูกบาศก์เมตร) ในการทดลองจึงใช้น้ำหนักบรรทุกทั้งหมดประมาณ ๔๐๐ กิโลกรัม โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนดังนี้ ใช้น้ำหนักบรรทุกเริ่มต้นจาก ๑๐ กิโลกรัม แล้วเพิ่มครั้งละ ๑๐ กิโลกรัม จนถึง ๔๐ กิโลกรัม จากนั้นก็เพิ่มอีกทีละ ๒๐ กิโลกรัม จนถึง ๘๐ กิโลกรัม แล้วจึงเปลี่ยนเป็นเพิ่มทีละ ๔๐ กิโลกรัม จนได้น้ำหนักบรรทุกทั้งหมด ๔๐๐ กิโลกรัม น้ำหนักบรรทุกเหล่านี้จะต้องรวมกับน้ำหนักของแผ่นเหล็กที่ใช้สำหรับการกระจายน้ำหนักบรรทุกด้วย ผลของการทดลองได้แสดงไว้ในตารางที่ ๔.๑ จากค่าน้ำหนักบรรทุกและระยะทรุดตัวของตัวอย่างปูนซีเมนต์นั้นก็สามารถคำนวณหาค่าสเตร์ซและสเตรนได้ตามลำดับ นำค่าสเตร์ซและสเตรนที่คำนวณได้แสดงลงบนกราฟโดยให้ค่าสเตร์ซอยู่ในแกนดิ่งและค่าเสตรนอยู่ในแกนนอนก็จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ซและสเตรนของตัวอย่างปูนซีเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ ๔.๒

๔.๒.๑.๒ <u>การวิเคราะห์หาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์</u>

จากความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ซและสเตรนของปูนซีเมนต์ในรูปที่ ๔.๒ ที่ได้จากการทดลองดังได้กล่าวมาแล้วจะเห็นได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ซและสเตรนของปูนซีเมนต์นั้นเป็นแบบไร้เชิงเส้น ความสัมพันธ์ในลักษณะเช่นนี้อาจจะอธิบายได้ว่า ในตอนแรกปูนซีเมนต์ยังอยู่ในสภาพหลวม ๆ เมื่อถูกกดด้วยน้ำหนักเพียงเล็กน้อยก็ทำให้ปูนซีเมนต์มีการทรุดตัวได้มาก การทรุดตัวของปูนซีเมนต์ทำให้ช่องว่างที่มีอยู่ในปูนซีเมนต์ลดน้อยลงหรือปริมาตรของปูนซีเมนต์น้อยลง เมื่อปูนซีเมนต์มีปริมาตรน้อยลงจึงทำให้ความหนาแน่นของปูนซีเมนต์เพิ่มมากขึ้น การเปลี่ยนสภาพของปูนซีเมนต์จากหลวม ๆ จนกระทั่งแน่นขึ้นเรื่อย ๆ ทำให้การทรุดตัวของปูนซีเมนต์ลดลงเป็นปฏิภาคกัน แสดงว่าค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์ควรจะเป็นฟังก์ชั่นที่เกี่ยวข้องกับความหนาแน่นของปูนซีเมนต์อยู่ด้วย ฟังก์ชั่นที่นำมาใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ซและสเตรนคือ

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = E = E_0 \exp[-\alpha(1 - \gamma_c/\gamma_0)] \qquad (๔.๑)$$

เมื่อ σ = สเตร์ซ, น้ำหนักบรรทุกต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

ϵ = สเตรน, ระยะทรุดตัวต่อความหนาเริ่มต้น

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

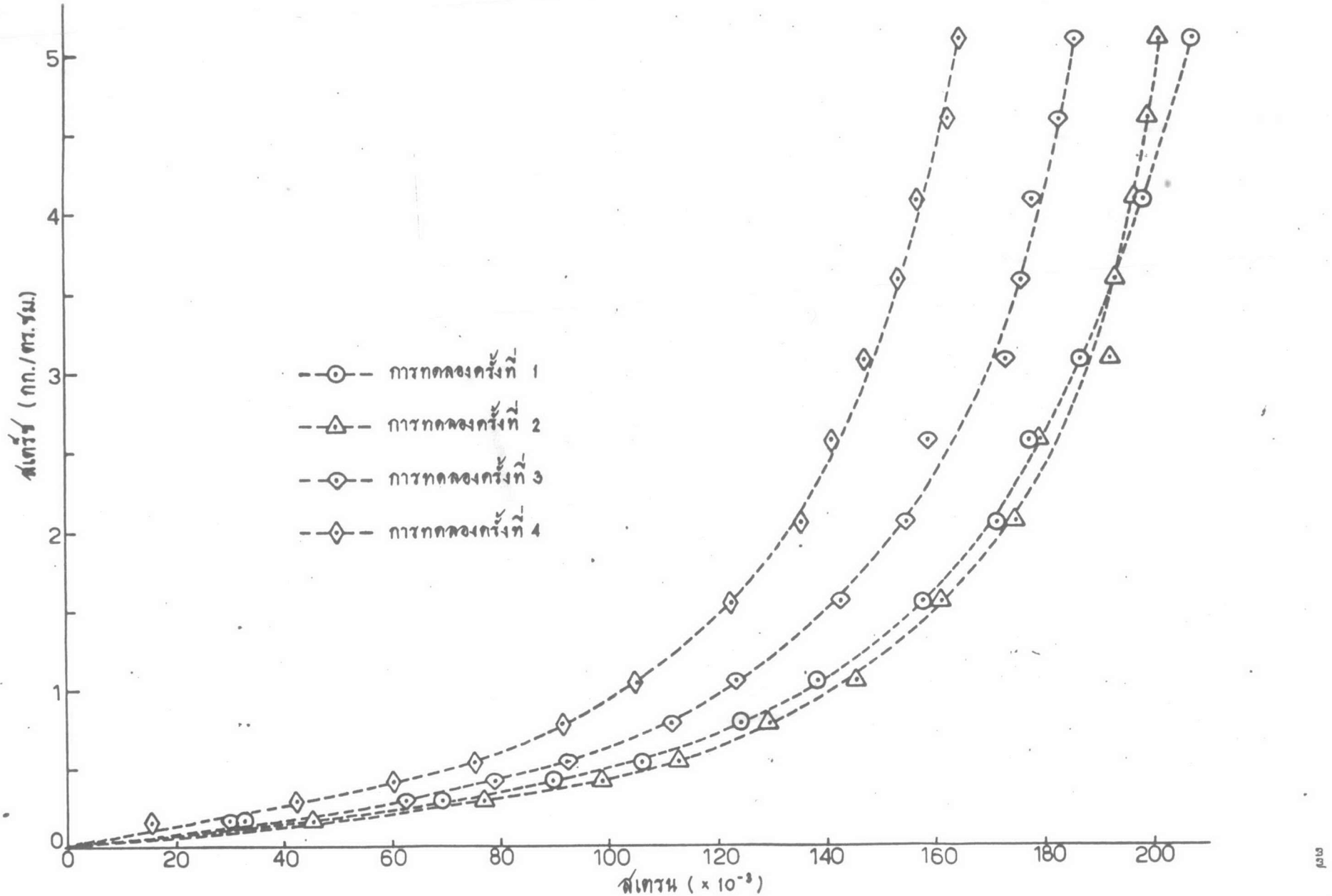
ตารางที่ ๔.๑ ผลการทดลอง Consolidation ของตัวอย่างปูนซีเมนต์

การทดลอง ครั้งที่	น้ำหนักปูนซีเมนต์ (กรัม)	ความหนาปูนซีเมนต์ (ซม.)	ความหนาแน่นปูนซีเมนต์ (กรัม/ซม.^{๓})	ความหนาแน่นเฉลี่ยปูนซีเมนต์ (กรัม/ซม.^{๓})
๑	๒๖๘.๐	๒.๕๗	๑.๓๒๓	
๒	๒๖๘.๒	๒.๖๐	๑.๓๐๘	๑.๓๓๗
๓	๒๖๙.๐	๒.๕๓	๑.๓๔๘	
๔	๒๖๙.๐	๒.๔๙	๑.๓๗๐	

หมายเหตุ: พื้นที่หน้าตัดของภาชนะบรรจุปูนซีเมนต์ = ๗๘.๘๕ ซม.^{๒}

น้ำหนักบรรทุก (กก.)	สเตร็ซ (กก./ซม.^{๒})	ระยะทรุดตัวที่อ่านจากมาตรวัดระยะ (จำนวนช่อง)				สเตรน ($\times ๑๐^{-๓}$)			
		ครั้งที่ ๑	ครั้งที่ ๒	ครั้งที่ ๓	ครั้งที่ ๔	ครั้งที่ ๑	ครั้งที่ ๒	ครั้งที่ ๓	ครั้งที่ ๔
๒.๕	๐.๐๓๑๗	๐.๐	๐.๐	๐.๐	๐.๐	๐.๐	๐.๐	๐.๐	๐.๐
๑๒.๕	๐.๑๕๘๕	๓๓.๐	๔๗.๐	๒๙.๙	๑๕.๔	๓๒.๖	๔๕.๒	๓๐.๐	๑๕.๗
๒๒.๕	๐.๒๘๕๔	๗๐.๒	๘๐.๐	๖๒.๔	๔๑.๔	๖๙.๓	๗๗.๐	๖๒.๖	๔๒.๒
๓๒.๕	๐.๔๑๒๒	๙๐.๙	๑๐๓.๐	๗๘.๖	๕๙.๐	๘๙.๘	๙๙.๑	๗๘.๙	๖๐.๒
๔๒.๕	๐.๕๓๙๐	๑๐๗.๓	๑๑๗.๒	๙๒.๒	๗๓.๗	๑๐๖.๐	๑๑๒.๘	๙๒.๖	๗๕.๒
๖๒.๕	๐.๗๙๒๖	๑๒๕.๘	๑๓๔.๗	๑๑๑.๐	๘๙.๖	๑๒๔.๓	๑๒๙.๖	๑๑๑.๔	๙๑.๔
๘๒.๕	๑.๐๔๖๓	๑๔๐.๐	๑๕๑.๐	๑๒๓.๐	๑๐๓.๐	๑๓๘.๓	๑๔๕.๓	๑๒๓.๕	๑๐๕.๑
๑๒๒.๕	๑.๕๕๓๖	๑๕๙.๓	๑๖๗.๒	๑๔๑๖๙	๑๒๐.๐	๑๕๗.๔	๑๖๐.๙	๑๔๒.๕	๑๒๒.๔
๑๖๒.๕	๒.๐๖๐๙	๑๗๓.๒	๑๘๑.๔	๑๕๔.๐	๑๓๒.๕	๑๗๑.๒	๑๗๔.๕	๑๕๔.๖	๑๓๕.๒
๒๐๒.๕	๒.๕๖๘๒	๑๗๙.๐	๑๘๖.๐	๑๕๗.๙	๑๓๘.๑	๑๗๖.๙	๑๗๙.๐	๑๕๘.๕	๑๔๐.๙
๒๔๒.๕	๓.๐๗๕๕	๑๘๘.๕	๑๙๙.๖	๑๗๒.๐	๑๔๔.๐	๑๘๖.๓	๑๙๒.๐	๑๗๒.๗	๑๔๖.๙
๒๘๒.๕	๓.๕๘๒๘	-	๒๐๐.๖	๑๗๔.๙	๑๕๐.๑	-	๑๙๓.๐	๑๗๕.๖	๑๕๓.๑
๓๒๒.๕	๔.๐๙๐๐	๒๐๐.๒	๒๐๔.๗	๑๗๗.๐	๑๕๓.๗	๑๙๗.๙	๑๙๖.๙	๑๗๗.๗	๑๕๖.๘
๓๖๒.๕	๔.๕๙๗๓	-	๒๐๖.๘	๑๘๒.๐	๑๕๙.๒	-	๑๙๙.๐	๑๘๒.๗	๑๖๒.๔
๔๐๒.๕	๕.๑๐๔๖	๒๐๙.๓	๒๐๘.๘	๑๘๕.๐	๑๖๑.๖	๒๐๖.๙	๒๐๑.๐	๑๘๕.๗	๑๖๔.๘

หมายเหตุ: ๑ ช่องของมาตรวัดระยะ = ๐.๐๐๑ นิ้ว



รูปที่ ๔.๒ ความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ชและสเตรนของปูนซีเมนต์จากผลการทดลอง Consolidation

E_o, α = ค่าคงที่ซึ่งจะต้องคำนวณหา

γ_o = ความหนาแน่นเริ่มต้นของปูนซีเมนต์

γ_c = ความหนาแน่นเมื่อปูนซีเมนต์รับน้ำหนักบรรทุก

โดยการใช้วิธีลีสท์สแควร์ (Least Square Method) ก็สามารถจะหาค่า E_o และ α ได้ จากสมการ (๔.๑) จะต้องเปลี่ยนรูปสมการให้เป็นแบบสมการเชิงเส้น โดยการหาค่าลอการิทึมบนฐาน e ของทั้งสองข้างของสมการ (๔.๑) จะได้

$$\ln E_o - \alpha(1 - \gamma_c/\gamma_o) = \ln E \qquad (๔.๒)$$

และเขียนเป็นรูปแบบแมททริซ

$$\langle 1 \quad -(1-\gamma_c/\gamma_o) \rangle \begin{Bmatrix} \ln E_o \\ \alpha \end{Bmatrix} = \{\ln E\} \qquad (๔.๓)$$

หรือ

$$\langle 1 \quad -(1-\gamma_c/\gamma_o) \rangle \begin{Bmatrix} \bar{E}_o \\ \alpha \end{Bmatrix} = \{\bar{E}\} \qquad (๔.๔)$$

เมื่อ $\bar{E}_o = \ln E_o$ และ $\bar{E} = \ln E$

จากข้อมูลของการทดลองก็สามารถเขียนสมการ (๔.๔) ได้จำนวน n สมการ เมื่อ n เป็นจำนวนครั้งที่บันทึกข้อมูล นั่นคือจำนวนสมการมีมากกว่าจำนวนตัวไม่ทราบค่า และสามารถเขียนเป็นแบบเมททริซได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_1 \\ 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_n \end{bmatrix}_{n\times 2} \begin{Bmatrix} \bar{E}_o \\ \alpha \end{Bmatrix}_{2\times 1} = \begin{Bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \vdots \\ \bar{E}_n \end{Bmatrix}_{n\times 1} \qquad (๔.๕)$$

หรือเขียนเป็นภาษาสัญญลักษณ์ได้คือ

$$[A]_{n\times 2} \{X\}_{2\times 1} = \{Y\}_{n\times 1} \qquad (๔.๖)$$

เมื่อ $$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_1 \\ 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_n \end{bmatrix}, \quad \{X\} = \begin{Bmatrix} \bar{E}_o \\ \alpha \end{Bmatrix}, \quad \{Y\} = \begin{Bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \vdots \\ \bar{E}_n \end{Bmatrix}$$

ในกรณีเช่นนี้จะต้องลดจำนวนสมการให้เหลือเท่ากับจำนวนตัวไม่ทราบค่าเสียก่อน โดยการหาแมททริซสับเปลี่ยน (Transpose matrix) ของแมททรีซ $[A]$ คือการเปลี่ยนตำแหน่งของค่าต่าง ๆ ในแมททริซ $[A]$ จากตำแหน่งในแถวให้เป็นตำแหน่งในคอลัมน์ แมททริซสับเปลี่ยนของ $[A]$ เขียนเป็นภาษาสัญญลักษณ์ได้ว่า $[A]^T$

ดังนั้น $$[A]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -(1-\gamma_c/\gamma_o)_1 & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_2 & \cdots & -(1-\gamma_c/\gamma_o)_n \end{bmatrix}_{2\times n}$$

จากนั้นก็นำ $[A]^T$ ไปคูณข้างหน้าของทั้งสองของสมการ (๔.๖)

$$[A]^T_{2\times n}[A]_{n\times 2}\{X\}_{2\times 1} = [A]^T_{2\times n}\{Y\}_{n\times 1}$$

จะได้ $$[\bar{A}]_{2\times 2}\{X\}_{2\times 1} = \{\bar{Y}\}_{2\times 1} \qquad (๔.๗)$$

เมื่อ $[\bar{A}] = [A]^T[A]$ และ $\{\bar{Y}\} = [A]^T\{Y\}$

สมการที่ (๔.๗) นี้จะให้จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวไม่ทราบค่า และสามารถหาค่าตัวไม่ทราบค่าได้โดยง่ายคือ

$$\{X\} = [\bar{A}]^{-1}\{\bar{Y}\} \qquad (๔.๘)$$

เมื่อ $[\bar{A}]^{-1}$ เป็นแมททริซแปรผัน (Inverse matrix) ของแมททริซ $[\bar{A}]$

จากขั้นตอนดังที่กล่าวมาแล้วนี้ก็สามารถคำนวณค่า E_o และ α ได้คือ

$$E_o = 2.478 \quad \text{กก./ตร.ซม.}$$

และ $$\alpha = 8.582$$

แทนค่า E_o และ α ในสมการที่ (๔.๑) จะได้ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์

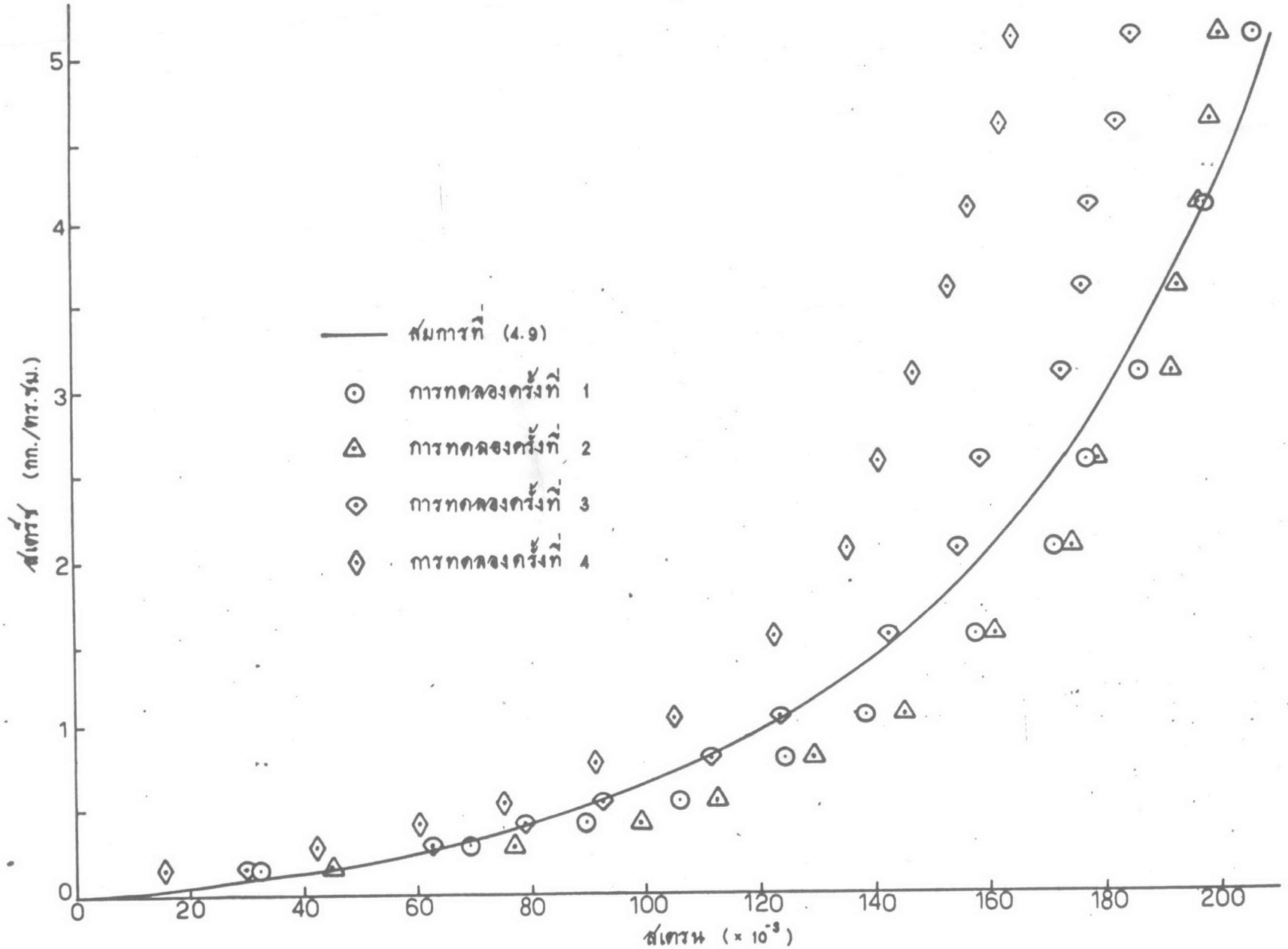
$$E = 2.478\ \exp[-8.582(1-\gamma_c/\gamma_o)] \qquad (๔.๙)$$

จากค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์ในสมการที่ (๔.๙) นี้ใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ชและสเตรน ดังแสดงในรูปที่ ๔.๓ และในรูปเดียวกันนี้ก็ได้เปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ชและสเตรนจากผลการทดลองและการใช้สมการที่ (๔.๙) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชั่นของโมดูลัสยืดหยุ่นจากสมการ (๔.๙) นั้นใช้ได้ดีพอสมควร

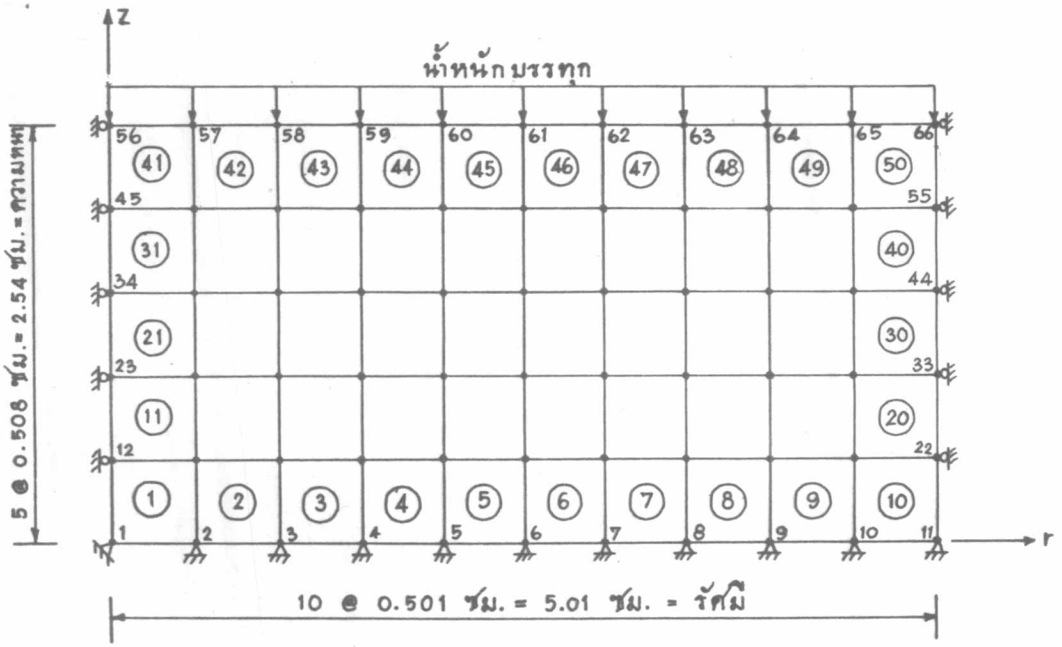
๔.๒.๒ <u>การหาอัตราส่วนยืดหด (Poisson's Ratio) ของปูนซีเมนต์</u>

เนื่องจากเครื่องมือทดลองสำหรับการหาค่าอัตราส่วนยืดหดของวัสดุนั้นยังไม่มี ดังนั้นจึงต้องใช้การวิเคราะห์แทนการทดลอง โดยอาศัยผลจากการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ชและสเตรนของปูนซีเมนต์เป็นหลัก การวิเคราะห์นี้ได้ทำการคำนวณระยะทรุดตัวของตัวอย่างมวลปูนซีเมนต์ที่ใช้ทดลองแล้วนำผลจากการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง ในการวิเคราะห์ได้ใช้โมดูลัสยืดหยุ่นของปูนซีเมนต์จากสมการที่ (๔.๙) และเปลี่ยนค่าอัตราส่วนยืดหด ค่าอัตราส่วนยืดหดที่ใช้ในการคำนวณก็คือ ๐.๒๐, ๐.๒๕, ๐.๓๐ และ ๐.๓๕ ซึ่งค่าเหล่านี้ก็จะให้ผลการคำนวณระยะทรุดของปูนซีเมนต์แตกต่างกันไป ในการคำนวณนี้ได้ใช้วิธีไฟไนท์เอลเม้นท์ โดยให้มวลของตัวอย่างปูนซีเมนต์เป็นวัสดุอิลัสติคชนิดไร้เชิงเส้น เนื่องจากขนาดของตัวอย่างปูนซีเมนต์เป็นรูปทรงกระบอกรับแรงแบบสมมาตรรอบแกนศูนย์กลาง มวลของปูนซีเมนต์จึงถูกจำลองเป็นไฟไนท์เอลเม้นท์วงแหวน ดังแสดงในรูปที่ ๔.๔ ความฝืดระหว่างผิวภาชนะและปูนซีเมนต์ไม่ได้นำมาพิจารณาด้วยก็เพราะขนาดของตัวอย่างปูนซีเมนต์มีอัตราส่วนของความหนาต่อเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ ๑ : ๔ ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ ๔.๒.๑.๑

การคำนวณได้แบ่งออกเป็นขั้นตอนตามแบบของการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกเช่นเดียวกับการทดลอง และทำการวิเคราะห์แบบลำดับขั้นโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ ๓ ผลที่ได้จากการวิเคราะห์แสดงไว้ในตารางที่ ๔.๒ นำผลเหล่านี้แสดงในกราฟระหว่างสเตร็ชและสเตรนเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองในรูปที่ ๔.๕ และเปรียบเทียบกับสมการที่ (๔.๙) ในรูปที่ ๔.๖ จากกราฟรูปที่ ๔.๕ และ ๔.๖ จะเห็นได้ว่าค่าอัตราส่วนยืดหดของปูนซีเมนต์ก็มีการเปลี่ยนแปลงเป็นปฏิภาคกับความหนาแน่นของปูนซีเมนต์เช่นกัน แต่สำหรับการวิเคราะห์พฤติกรรมของปูนซีเมนต์ที่บรรจุในไซโลซึ่งจะแสดงไว้ในบทต่อไปนั้นจะให้ค่าอัตราส่วนยืดหดเป็นค่าคงที่ที่ให้ผลของการวิเคราะห์ใกล้เคียงกับผลจากการทดลองมากที่สุด ค่าอัตราส่วนยืดหดที่จะใช้มีค่าเท่ากับ ๐.๒๕



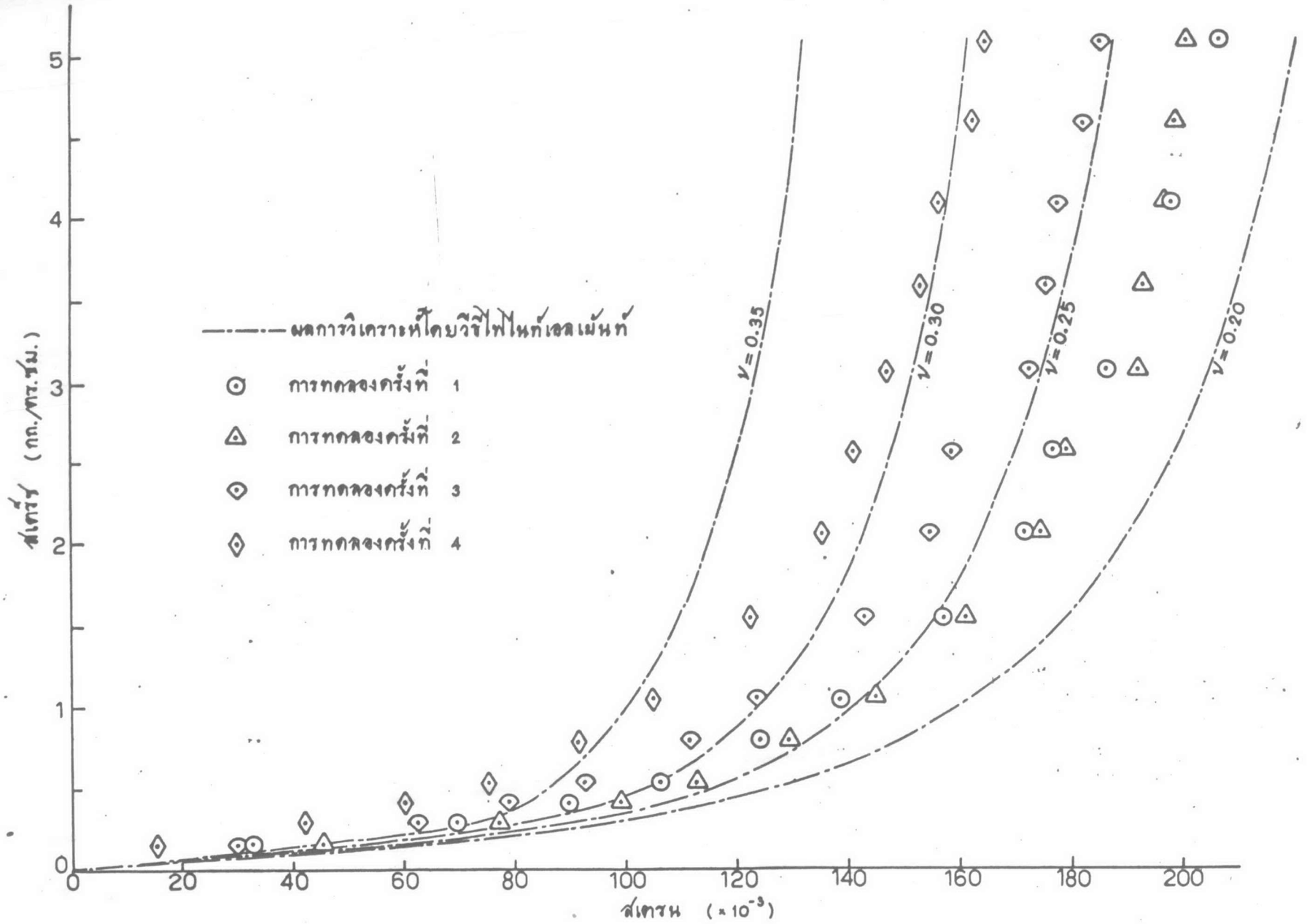
รูปที่ ๔.๓ การเปรียบเทียบผลการทดลองกับการใช้สมการที่ (๔.๙) ซึ่งใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างสเตร์ซและสเตรนของปูนซีเมนต์



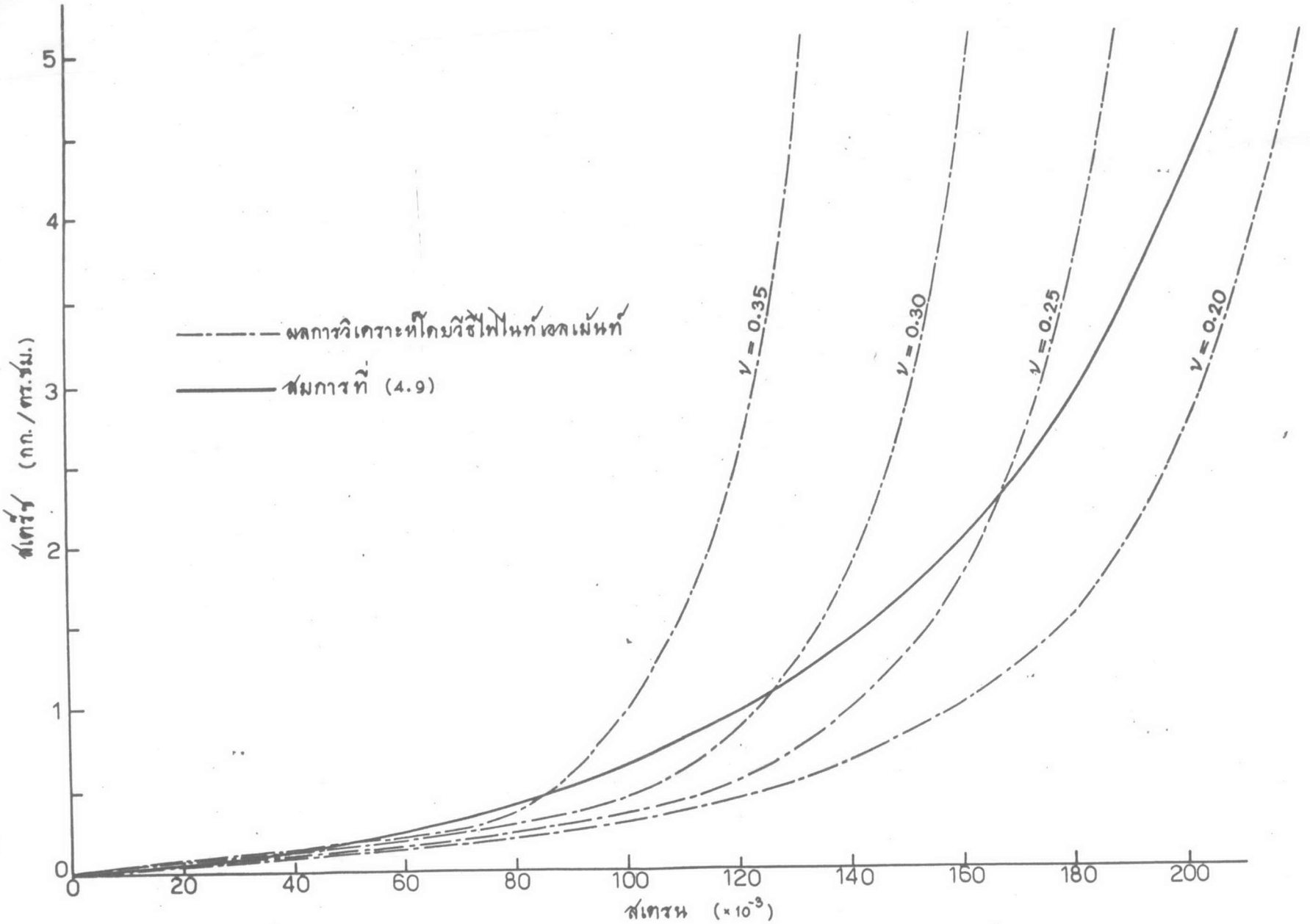
รูปที่ ๔.๔ การจำลองตัวอย่างปูนซีเมนต์เป็นไฟไนท์เอลเม้นท์สำหรับการวิเคราะห์หาอัตราส่วนยืดหดของปูนซีเมนต์

ตารางที่ ๔.๒ ผลการวิเคราะห์การทรุดตัวของตัวอย่างปูนซีเมนต์ที่ใช้ในการทดลอง Consolidation โดยวิธีไฟไนท์เอลเม้นท์

น้ำหนักบรรทุก (กก.)	สเตร็ซ (กก./ตร.ซม.)	สเตรน ($\times ๑๐^{-๓}$)			
		$\nu = ๐.๒๐$	$\nu = ๐.๒๕$	$\nu = ๐.๓๐$	$\nu = ๐.๓๕$
๑๒.๕	๐.๑๕๘๕	๖๓.๖	๕๙.๑	๕๒.๒	๔๓.๑
๓๒.๕	๐.๔๑๒๒	๑๑๘.๒	๑๐๘.๗	๙๖.๕	๘๒.๘
๔๒.๕	๐.๕๓๙๐	๑๓๐.๔	๑๑๘.๕	๑๐๖.๘	๘๗.๔
๖๒.๕	๐.๗๙๒๖	๑๔๙.๐	๑๓๓.๐	๑๑๗.๙	๙๕.๒
๘๒.๕	๑.๐๔๖๓	๑๖๑.๑	๑๔๒.๔	๑๒๕.๔	๑๐๑.๒
๑๒๒.๕	๑.๕๕๓๖	๑๘๐.๑	๑๕๗.๐	๑๓๖.๕	๑๐๙.๘
๑๖๒.๕	๒.๐๖๐๙	๑๙๐.๒	๑๖๔.๔	๑๔๒.๘	๑๑๕.๕
๒๐๒.๕	๒.๕๖๘๒	๑๙๗.๙	๑๗๐.๖	๑๔๗.๙	๑๑๙.๙
๒๘๒.๕	๓.๕๘๒๘	๒๑๐.๖	๑๗๙.๙	๑๕๕.๒	๑๒๖.๐
๓๒๒.๕	๔.๐๙๐๐	๒๑๒.๘	๑๘๒.๐	๑๕๗.๖	๑๒๘.๘
๔๐๒.๕	๕.๑๐๔๖	๒๒๑.๓	๑๘๘.๔	๑๖๒.๒	๑๓๒.๔



รูปที่ ๔.๕ การเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลการวิเคราะห์โดยใช้ค่าอัตราส่วนยืดหดของปูนซีเมนต์ต่าง ๆ กัน

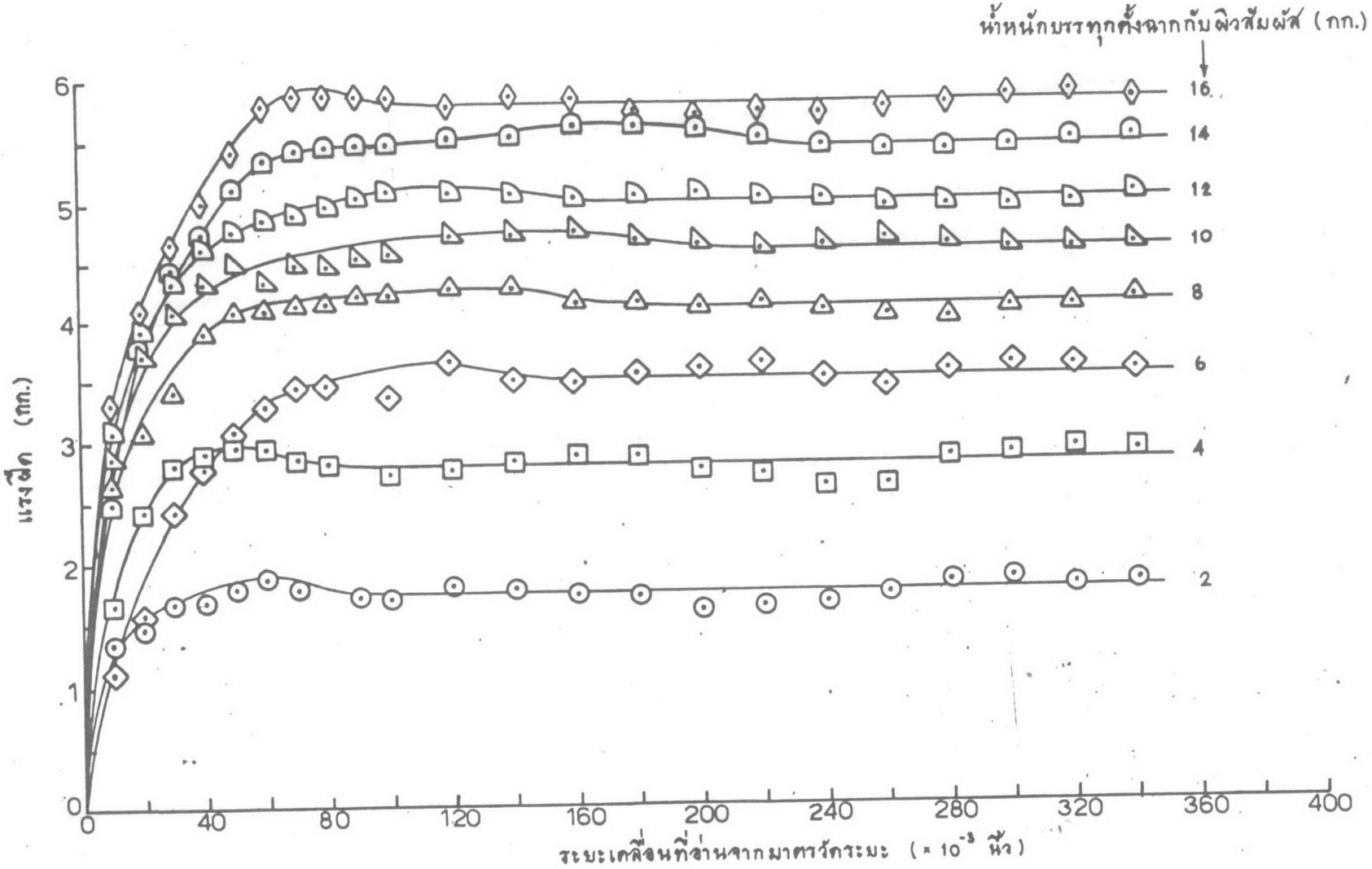


รูปที่ ๔.๖ การเปรียบเทียบการใช้สมการที่ (๔.๙) กับผลการวิเคราะห์โดยใช้ค่าอัตราส่วนยืดหดของปูนซีเมนต์ต่าง ๆ กัน

๔.๓ การหาค่าสัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างปูนซีเมนต์และผนังไซโล

โดยปกติในทางปฏิบัตินั้นจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุและผนังไซโลเป็นค่าคงที่ สัมประสิทธิ์เหล่านี้มีค่าแตกต่างกันไปตามชนิดของมวลบรรจุและชนิดของวัสดุที่ใช้ทำผนังไซโล Gray and Manning[2], Safarian and Harris[1] และ ACI Committee 313[9] ได้ให้ค่าสัมประสิทธิ์ของความฝืดของมวลบรรจุชนิดต่าง ๆ ที่เก็บในไซโลซึ่งทำด้วยคอนกรีตหรือเหล็ก ค่าสัมประสิทธิ์ที่ให้ไว้ในเอกสารอ้างอิงที่กล่าวถึงนั้นก็ให้ค่าที่ต่างกันสำหรับมวลบรรจุชนิดเดียวกันและผนังไซโลทำด้วยวัสดุชนิดเดียวกัน ACI Committee 313[9] ได้แนะนำว่าควรจะทำการทดลองเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุและวัสดุที่ใช้ทำผนังไซโล ส่วนงานวิจัยของ Wood[4] ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ ๒ ก็ได้ชี้ให้เห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์ของความฝืดนี้มีค่าไม่คงที่

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองเพื่อหาสัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างปูนซีเมนต์และแผ่นเหล็กซึ่งใช้ทำผนังไซโล เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองก็คือ Direct Shear Testing Machine โดยการใช้แผ่นเหล็กตัวอย่างใส่ไว้ที่ส่วนล่างของ shear box ซึ่งเป็นส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่ ตัวอย่างของปูนซีเมนต์จะถูกบรรจุไว้ในส่วนบนของ shear box ซึ่งเป็นส่วนที่จะถูกกระทำด้วยแรงเฉือน ขนาดของตัวอย่างปูนซีเมนต์ที่ใช้ทดลองมีขนาดเท่ากับ shear box ซึ่งเป็นช่องสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด ๒ นิ้ว ส่วนความหนาใช้ประมาณ ๐.๕ นิ้ว ขั้นตอนของการทดลองกระทำเช่นเดียวกับการทดลองของ Direct shear test on cohesionless soil[10] การทดลองแต่ละครั้งจะใช้น้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสต่าง ๆ กัน จากการพิจารณาไซโลขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ๑๒ เมตร สูง ๒๐ เมตร ที่ใช้บรรจุปูนซีเมนต์จะมีหน่วยแรงดันด้านข้างประมาณ ๖ ตันต่อตารางเมตร หรือ ๐.๖ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร ดังนั้นในการทดลองจึงใช้น้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสเริ่มตั้งแต่ ๒ กิโลกรัมและเพิ่มน้ำหนักบรรทุกครั้งละ ๒ กิโลกรัมจนถึง ๑๖ กิโลกรัม ซึ่งจะได้หน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสประมาณ ๐.๖ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร ผลการทดลองแสดงไว้ในรูปที่ ๔.๗ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและระยะเคลื่อนของตัวอย่างปูนซีเมนต์ เราจะเห็นได้ว่าในช่วงแรกเมื่อตัวอย่างปูนซีเมนต์มีระยะเคลื่อนเพียงเล็กน้อยทำให้แรงเฉือนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนกระทั่งมีค่ามากที่สุด หลังจากนั้นแรงเฉือนจะลดลงในขณะที่ตัวอย่างปูนซีเมนต์มีระยะเคลื่อนเพิ่มขึ้น และเมื่อตัวอย่างปูนซีเมนต์เคลื่อนตัวต่อไปค่าแรงเฉือนจะมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย พฤติกรรม



รูปที่ ๔.๗ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและระยะเคลื่อนของปูนซีเมนต์จากผลการทดลอง Direct Shear

เช่นนี้อาจจะอธิบายได้ว่าในช่วงแรกตัวอย่างปูนซีเมนต์ยังไม่มีการลื่นไถลทำให้แรงเฉือนเพิ่มขึ้น และเมื่อตัวอย่างปูนซีเมนต์มีการลื่นไถลจึงทำให้แรงเฉือนลดลง ค่าแรงเฉือนที่จะนำมาพิจารณาก็คือค่าแรงเฉือนเฉลี่ยในขณะที่ตัวอย่างปูนซีเมนต์มีการลื่นไถล

ผลของการทดลองแต่ละครั้งจะได้ค่าแรงเฉือนที่สัมพันธ์กับน้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสต่าง ๆ กันซึ่งแสดงไว้ในตารางที่ ๔.๓ จากผลที่ได้ก็สามารถแสดงแทนด้วยกราฟในรูปที่ ๔.๘ ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและน้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสที่ระทำต่อมวลตัวอย่างปูนซีเมนต์ เราจะเห็นว่าแรงเฉือนนั้นไม่ได้เป็นสัดส่วนโดยตรงกับน้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องหาสมการที่จะใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและน้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสที่ได้จากการทดลอง สมการที่ใช้ก็คือ

$$\tau = c(\sigma)^n \qquad (๔.๑๐)$$

เมื่อ τ = หน่วยแรงเฉือน

σ = หน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส

c, n = ค่าคงที่ซึ่งจะต้องคำนวณหา

ค่าคงที่ c และ n ทั้งสองนี้สามารถที่จะหามาได้โดยใช้วิธีลีสท์สแควร์เช่นเดียวกับการหาความสัมพันธ์ระหว่างสเตร็ซและสเตรนของปูนซีเมนต์ โดยการเปลี่ยนรูปสมการที่ (๔.๑๐) ให้เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\ln \tau = \ln c + n \ln \sigma \qquad (๔.๑๑)$$

จากสมการที่ (๔.๑๑) ก็สามารถหาค่าของ c และ n โดยดำเนินตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ ๔.๒.๑.๒ และผลที่ได้คือ

$$c = 0.๓๐๓๕ \qquad \text{และ} \qquad n = 0.๕๖๘๕$$

แทนค่า c และ n ในสมการที่ (๔.๑๐) จะได้

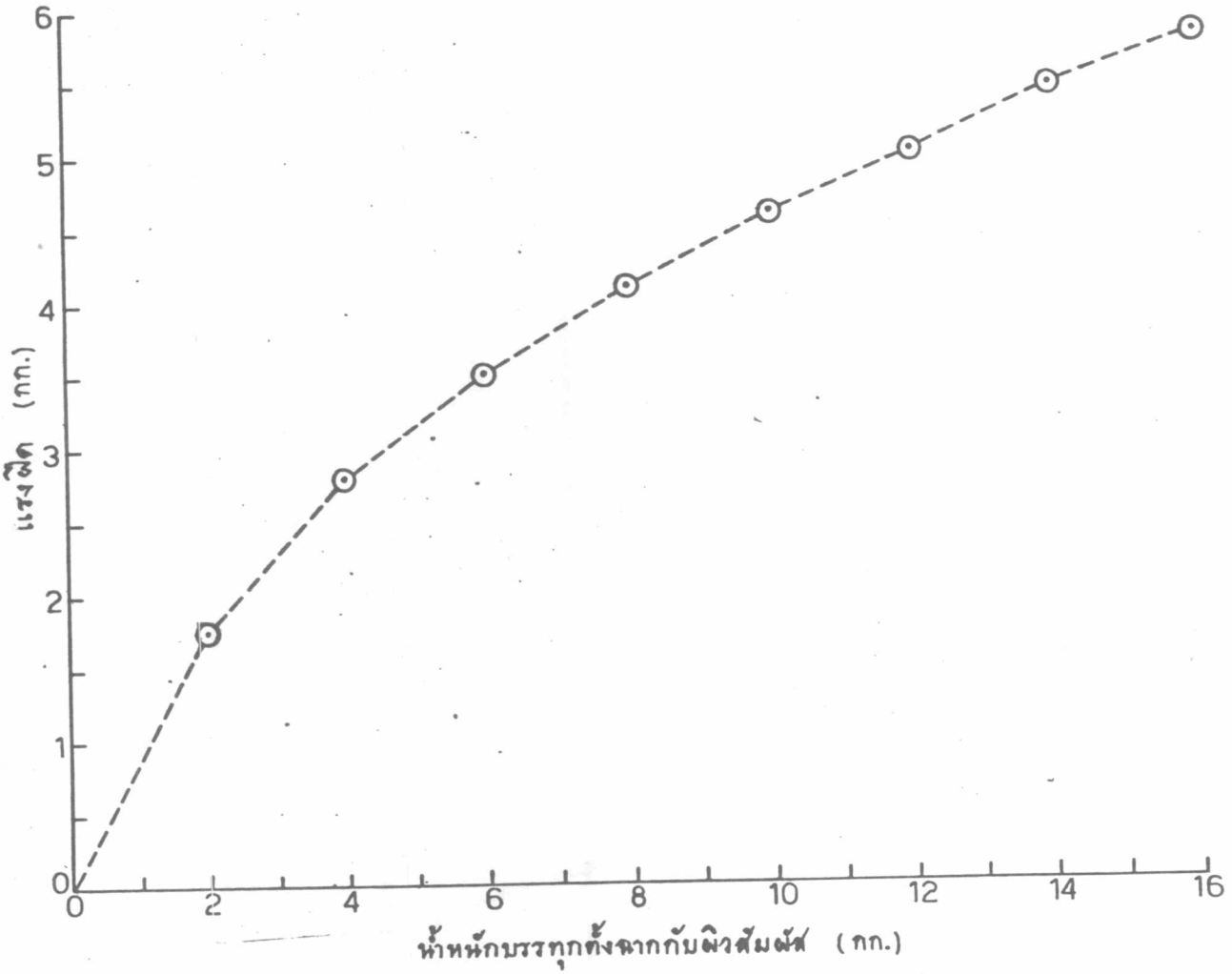
$$\tau = 0.3035(\sigma)^{0.5685} \qquad (๔.๑๒)$$

เมื่อ τ และ σ มีหน่วยเป็นกิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

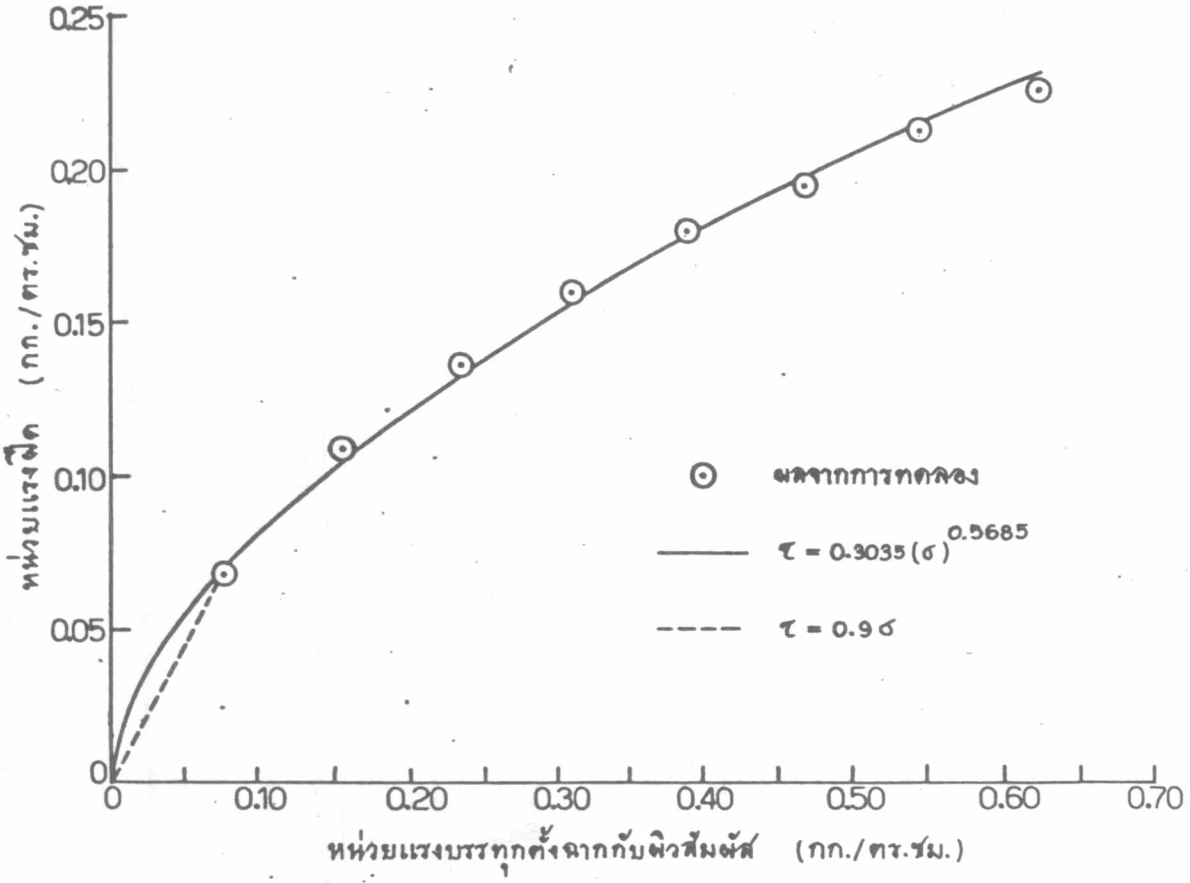
สมการที่ (๔.๑๒) นี้จึงเป็นสมการที่จะใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส รูปที่ ๔.๙ ได้แสดงการเปรียบเทียบการใช้สมการที่ (๔.๑๒) และผลจากการ

ตารางที่ ๔.๓ ผลการทดลอง Direct Shear เพื่อหาความฝืดระหว่างปูนซีเมนต์และแผ่นเหล็ก

ครั้งที่	น้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส (กก.)	แรงฝืด (กก.)	หน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส (กก./ตร.ซม.)	หน่วยแรงฝืด (กก./ตร.ซม.)
๑	๒	๑.๗๕	๐.๐๗๗๙	๐.๐๖๘๒
๒	๔	๒.๘๐	๐.๑๕๕๙	๐.๑๐๙๒
๓	๖	๓.๕๐	๐.๒๓๓๙	๐.๑๓๖๕
๔	๘	๔.๑๐	๐.๓๑๑๙	๐.๑๕๙๘
๕	๑๐	๔.๖๐	๐.๓๘๙๙	๐.๑๗๙๓
๖	๑๒	๕.๐๐	๐.๔๖๗๘	๐.๑๙๔๙
๗	๑๔	๕.๔๕	๐.๕๔๕๘	๐.๒๑๒๕
๘	๑๖	๕.๘๐	๐.๖๒๓๘	๐.๒๒๖๑



รูปที่ ๔.๘ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและน้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสจากผลการทดลอง Direct Shear



รูปที่ ๔.๔ การเปรียบเทียบผลการทดลองกับการใช้สมการที่ (๔.๑๒) ซึ่งใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัส

ทดลอง เราจะเห็นได้ว่าสมการที่ (๔.๑๒) ให้ผลที่ใกล้เคียงกับผลจากการทดลองได้ดีพอสมควร แต่ในช่วงที่น้ำหนักบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสน้อยกว่า ๒ กิโลกรัมนั้น (หรือหน่วยแรงบรรทุกตั้งฉากกับผิวสัมผัสน้อยกว่า ๐.๐๗๘ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร) การใช้สมการ (๔.๑๒) จะได้หน่วยแรงเฉือนมากกว่าหน่วยแรงบรรทุกตั้งฉาก ดังนั้นในช่วงนี้จึงสมมุติให้หน่วยแรงเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับหน่วยแรงบรรทุกตั้งฉาก ซึ่งจะได้ว่า

$$\tau = 0.9\,\sigma \qquad (๔.๑๓)$$

เมื่อ $\sigma < ๐.๐๗๘$ กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตร

๔.๔ การหาค่ามุมลาดชันของปูนซีเมนต์

โดยธรรมชาติของวัสดุมวลเม็ดนั้นสามารถจะเรียงตัวซ้อนกันเป็นรูปทรงแบบกรวยกลมคว่ำ เช่น รูปทรงของกองหินหรือกองทรายซึ่งจะเห็นได้ในบริเวณที่มีงานก่อสร้าง มุมระหว่างเส้นสัมผัสผิวเอียงของกองวัสดุกับเส้นในแนวราบเรียกว่า มุมลาดชัน (Angle of Repose) ซึ่งเป็นมุมที่มวลของวัสดุสามารถคงสภาพอยู่นิ่งได้ วัสดุมวลเม็ดแต่ละชนิดก็จะมีค่ามุมลาดชันแตกต่างกันไป

การบรรจุปูนซีเมนต์เก็บในไซโลก็จะมีลักษณะเป็นกองซ้อนกันสูงขึ้นเรื่อย ๆ โดยที่ผิวบนของปูนซีเมนต์จะเอียงเท่ากับมุมลาดชันของปูนซีเมนต์ งานวิจัยนี้ก็ได้ทำการทดลองหาค่ามุมลาดชันของปูนซีเมนต์โดยใช้การทดลองแบบง่าย ๆ โดยการเทปูนซีเมนต์ผ่านกรวยกลมซึ่งเจาะรูที่ปลายกรวยไว้ ปูนซีเมนต์ก็จะไหลลงไปกองในภาชนะที่เตรียมไว้ ภาชนะที่เตรียมไว้นั้นจะใส่ปูนซีเมนต์ไว้มีความหนาพอประมาณเพื่อไม่ให้ปูนซีเมนต์ที่ไหลลงจากกรวยกระทบกับพื้นของภาชนะรองรับ ทั้งนี้ก็เพราะว่าปูนซีเมนต์ที่ถูกเทลงในไซโลก็จะไปกระทบกับปูนซีเมนต์ที่มีอยู่ในไซโลนั้น

การคำนวณค่ามุมลาดชันของปูนซีเมนต์ก็คำนวณได้จากสูตร

$$\phi = \tan^{-1}(2H/D) \qquad (๔.๑๔)$$

เมื่อ ϕ = มุมลาดชันของวัสดุ

H = ความสูงของกองวัสดุ

D = เส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยของกองวัสดุ

ผลของการทดลองหามุมลาดชันของปูนซีเมนต์แสดงไว้ในตารางที่ ๔.๔ และผลที่ได้คือค่า

มุมลาดชันของปูนซีเมนต์โดยเฉลี่ยเท่ากับ ๓๗ องศา ซึ่งจะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ในบทต่อไป

ตารางที่ ๔.๔ ผลการทดลองหามุมลาดชันของปูนซีเมนต์

ครั้งที่	เส้นผ่าศูนย์กลาง (ซม.)		เฉลี่ย (ซม.)	ความสูง (ซม.)	มุมลาดชัน (องศา)	ค่าเฉลี่ย (องศา)
๑	๒๗.๐	๒๖.๐	๒๖.๕	๑๐.๐	๓๗	๓๗
๒	๒๗.๕	๓๐.๐	๒๘.๘	๑๐.๕	๓๖	
๓	๒๗.๐	๒๘.๐	๒๗.๕	๑๑.๐	๓๘	
๔	๓๙.๐	๓๙.๐	๓๙.๐	๑๕.๐	๓๗	