บทที่ 2

ทฤษฎี

1. สถิติเบื้องต้น

1.1 ค่าสังเกตุ (OBSERVED VALUE) และตัวแปร (VARIABLE) กลุ่มค่าสังเกตุที่เราได้ในการทดลองทั้งในสนามและในห้องปฏิบัติการเรียกว่าข้อมูล มีลักษณะประจำคือความผันแปร (VARIATION) การทดลองที่มีลักษณะความผันแปรหรือ VARIABILITY หรือ VARIATION เรียกว่า VARIABLE หรือตัวแปรบางทีเรียกว่า CHANCE VARIABLE, RANDOM VARIABLE หรือ VARIATE ค่าสังเกตุหรือตัวแปรนี้จำแนกได้เป็น 2 อย่างคือ ตัวแปรต่อเนื่อง (CONTINUOUS VARIABLE) ซึ่งเป็นตัวแปรใด ๆ ในช่วงหรือพิสัย (RANGE) ที่กำหนดให้ และตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (DISCRETE หรือ DISCONTINUOUS VARIABLE) อันเป็นตัวแปรที่ไม่อาจมีได้ทุกค่าในพิสัยนั้น

1.2 การกระจาย (DISTRIBUTION) การปรากฏมากน้อยในประชากรเรียกว่าความถี่ (FREQUENCY) ซึ่งในวิชาสถิติคิดเป็นค่าความน่าจะเป็น (PROBABILITY) การปรากฏขึ้นของความถี่มากน้อยต่าง ๆ กันเป็นการกระจายของตัวแปร

1.3 วิธีวัดแนวโน้มหาศูนย์ (CENTRAL TENDENCY) เป็นค่าเฉลี่ยของประชากร แบ่งออกได้เป็น 3 ชนิดคือ

1.3.1 MEAN เป็นค่าเฉลี่ยของประชากรทางเลขคณิต เป็นค่าที่ใช้บ่อยที่สุด ความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตุแต่ละค่ากับค่าเฉลี่ยจากตัวแทนเราเรียกว่า SAMPLE DEVIATE หรือ DEVIATION (d) หรือส่วนเบี่ยงเบน

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{N} \qquad (1)$$

$$d = X_i - \bar{X} \qquad (2)$$

โดยที่ X_i คือค่าที่เกิดขึ้นจากการทดลองครั้งหนึ่ง ๆ

N คือจำนวนครั้งที่ทดลอง

d คือส่วนเบี่ยงเบน

1.3.2 MEDIAN เป็นค่าที่บอกแนวโน้มหาศูนย์อย่างหนึ่ง ได้จากการเรียงค่าตัวเลขจากต่ำไปหาสูง ค่านี้จะตกอยู่ตรงกลาง วิธีนี้จะบอกแนวโน้มหาศูนย์ได้อย่างดีก็ต่อเมื่อตัวเลขมีความสมดุลย์ทั้งค่าสูงและค่าต่ำ และถ้าเกิดความไม่สมดุลย์ขึ้นแล้วก็จะเกิดความเอนเอียงไปข้างใดข้างหนึ่ง ซึ่งเราเรียกว่า SKEWNESS หรือความเบ้

1.3.3 MODE เป็นค่าแสดงความโน้มหาศูนย์อีกอย่างหนึ่ง เป็นค่าที่เกิดขึ้นบ่อยที่สุด

1.4 วิธีวัดความแตกต่าง (DISPERSION) ของประชากร ในการทดลองที่มีการเปรียบเทียบข้อมูลแต่ละชุดหลังการทดลองแต่ละครั้ง เราใช้ความแปรปรวน (VARIANCE) หรือรากที่สองของความแปรปรวน ที่เรียกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (STANDARD DEVIATION) วัดความแตกต่าง

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(X_i-\bar{X})^2}{N-1} \qquad (3)$$

โดยที่ σ^2 คือความแปรปรวน

$X_i-\bar{X}$ คือส่วนเบี่ยงเบน

$\Sigma(X_i-\bar{X})^2$ คือผลรวมกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบน (SS)

N คือจำนวนข้อมูล

2. เส้นถดถอยแบบธรรมดา (SIMPLE LINEAR REGRESSION)

การวิเคราะห์เส้นถดถอยแบบธรรมดา เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวว่ามีความเกี่ยวเนื่องสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ตัวแบบ (MODEL) ของสมการถังชั้นคือ

$$Y = a + bX \quad (4)$$

โดยที่ a เป็นตัวคงที่ (ส่วนตัดแกน Y)

b เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ (X)

การคำนวนเพื่อหาสมการเส้นถดถอยโดยวิธี LEAST SQUARE จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X \quad (5)$$

โดยที่ $\hat{a}$ เป็นตัวคงที่ และ $\hat{b}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ และสามารถคำนวนจากสมการ

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \quad (6)$$

$$\hat{b} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} \quad (7)$$

ที่ซึ่ง $x = X - \bar{X}$ และ $y = Y - \bar{Y}$

2.1 <u>ค่าสถิติที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์สมการเส้นถดถอย</u>

ในการวิเคราะห์เชิงสถิติ เส้นถดถอยทุกเส้นไม่อาจนำมาประยุกต์กับการทำนายสมการได้หมด จำเป็นต้องคำนวนค่าสถิติอื่น ๆ เพื่อช่วยในการตัดสินใจให้ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด ค่าสถิติดังกล่าวคือ

2.1.1 <u>ความแปรปรวน (s^2)</u>

$$s^2 = \frac{1}{N-2} \Sigma (Y_i - \hat{Y})^2 \quad (8.1)$$

หรือ

$$s^2 = \frac{1}{N-2} \Sigma e^2 \quad (8.2)$$

โดยที่

$$\Sigma e^2 = \Sigma (Y_i - \hat{Y})^2 \quad (8.3)$$

2.1.2 <u>ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (STANDARD ERROR OF ESTIMATE : SEE)</u>

$$SEE = \sqrt{S^2} \qquad (9.1)$$

หรือ

$$SEE = \sqrt{\frac{1}{N-2} \Sigma e^2} \qquad (9.2)$$

2.1.3 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (COEFICIANT OF DETERMINATION : $R)^2$

$$R^2 = \frac{b^2 \Sigma x^2}{y^2} \qquad (10.1)$$

หรือ

$$R^2 = 1 - \frac{\Sigma e^2}{\Sigma y^2}$$

2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยค่าสถิติ F (F-Test)

ถ้ากำหนดให้ TV = ความแปรปรวนทั้งหมด (TOTAL VARIATION)

$$= \Sigma (Y-\bar{Y})^2 = \Sigma y^2 \qquad (11)$$

EV = ความแปรปรวนที่อธิบายได้ (EXPLAINED VARIATION)

$$= \Sigma (\hat{Y}-\bar{Y})^2 = b^2 \Sigma x^2 \qquad (12)$$

UV = ความแปรปรวนที่ไม่ได้อธิบาย (UNEXPLAINED VARIATION)

$$= \Sigma (Y-\hat{Y})^2 = \Sigma e^2 \qquad (13)$$

จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$TV = EV + UV$$

$$= b^2 \Sigma x^2 + \Sigma e^2$$

ตารางที่ 2.1 ตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน

ที่มา	d.f.	ผลรวมยกกำลังสอง (Sum of Square : SS)	ความแปรปรวน (Mean Square : MS)	สถิติ F
EV	1	$\Sigma (\hat{Y}-\bar{Y})^2 = b^2 \Sigma x^2$	$b^2 \Sigma x^2/1$	$\frac{b^2 \Sigma x^2}{S^2}$
UV	N-2	$\Sigma (Y-\hat{Y})^2 = \Sigma e^2$	$S^2 = \Sigma (Y-Y)^2/N-2$	
TV	N-1	$\Sigma (Y-\bar{Y})^2 = \Sigma y^2$		

2.3 ลักษณะความแปรปรวนและสถิติt(t – Test) ของตัวสัมประสิทธิ์

$$VAR(\hat{a}) = S^2 \frac{\Sigma X^2}{N \Sigma x^2} \quad (15)$$

$$VAR(\hat{b}) = S^2 \frac{1}{\Sigma x^2} \quad (16)$$

$$t(\hat{a}) = \frac{\hat{a}}{S\hat{a}} \quad (17)$$

$$t(\hat{b}) = \frac{\hat{b}}{S\hat{b}} \quad (18)$$

โดยที่ VAR (â) และ VAR (b̂) เป็นความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์ Sâและ Sb̂ เป็นความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวสัมประสิทธิ์ ค่า Sâ และ Sb̂ คำนวนได้โดยถอดรากที่สองของ VAR(â) และ VAR(b̂) ตามลำดับ tâ และ tb̂ เป็นค่า t – student นำไปตรวจสอบสมมุติฐานที่ตั้งขึ้น เพื่อหาระดับนัยสำคัญทางสถิติซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อที่ 2.5

2.4 การกระจายของสัมประสิทธิ์ตัวแปรอิสระ (b) เนื่องจากตัวแปรตาม (Y) โดยทฤษฎีแล้วจะมีลักษณะเป็นการกระจายปกติ อันจะมีผลทำให้ y มีการกระจายปกติเช่นเดียวกัน จากทฤษฎีการวัดแนวโน้มเข้าสู่จุดกลาง (CENTRAL LIMIT THEOREM) จะพบว่าถ้าหากขนาดของข้อมูลเพิ่มมากขึ้น การกระจายของสัมประสิทธิ์จะเป็นการกระจายปกติ

2.5 การหาช่วงความเชื่อมั่นและทดสอบสมมุติฐานของสัมประสิทธิ์ (Confidence Interval and Hypotheses Test) จากคุณสมบัติของ LEAST SQUARE ค่าสัมประสิทธิ์จะมีการกระจายปกติซึ่งสามารถเขียนออกมาในรูปของการกระจายปกติ (NORMAL DISTRIBUTION)

$$Z = \sqrt{\frac{b-\hat{b}}{\sigma^2 / x^2}} \quad (19)$$

โดยที่ Z เป็นการกระจายปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0
ความแปรปรวนเท่ากับ 1

$$Z = N(0,1)$$

ความแปรปรวน s^2 คำนวนจากสมการ (8.2) ซึ่งเป็นความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน หรือ RESIDUAL VARIANCE การใช้สูตรดังกล่าวก็เพื่อช่วยให้ความแปรปรวน (s^2) ของตัวอย่างที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับความแปรปรวนของประชากร และเมื่อใช้ s^2 แทน σ^2 จะทำให้การกระจายของสัมประสิทธิ์ตัวแปรและตัวคงที่สามารถตรวจสอบจากการกระจายแบบ t และทำให้ได้ความสัมพันธ์เปลี่ยนจากสมาการ (19) เป็น

$$t = \sqrt{\frac{b - \hat{b}}{s^2/\Sigma x^2}} \qquad (20)$$

2.5.1 <u>ช่วงแห่งความเชื่อมั่น</u> การสร้างความเชื่อมั่นในช่วง 95% สามารถเขียนได้ในรูปของความน่าจะเป็น

$$Pr\ (-t0.025 < t < t0.025) = .95$$

จากสมการ (20) $Pr(\hat{b} - t0.025 \frac{s^2}{\sqrt{\Sigma x^2}} < b < \hat{b} + t0.025 \frac{s^2}{\sqrt{\Sigma x^2}})$

ดังนั้นช่วงแห่งความเชื่อมั่น 95% สามารถเขียนได้ดังสมการ (21)

$$b = \hat{b} \pm t0.025 \frac{s}{\sqrt{\Sigma x^2}} \qquad (21)$$

2.5.2 <u>การทดสอบสมมุติฐาน (HYPOTHESES TEST)</u>

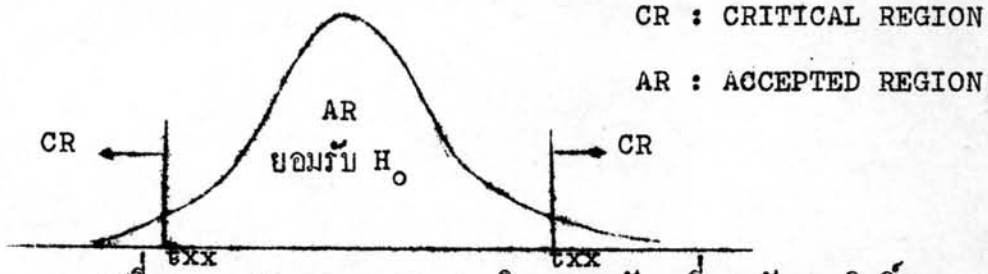
เพื่อทดสอบตัวแปรอิสระกระทำได้โดย

ก. ตั้งสมมุติฐาน (NULL HYPOTHESES) Ho: $\hat{b} = o$

ข. ตั้งสมมุติฐาน Hi (ALTERNATE HYPOTHESES) Hi: $\hat{b} \neq o$

จากรูปที่ 2.1 ถ้า $t\hat{a}$ และ $t\hat{b}$ อยู่ใน CR เราปฏิเสธ Ho และถือว่า $\hat{a}$ และ $\hat{b}$ มีนัยสำคัญทางสถิติในระดับนั้น ๆ แต่ถ้า $t\hat{a}$ และ/หรือ $t\hat{b}$ อยู่ใน AR เรายอมรับ Ho และปฏิเสธ Hi โดยถือว่า $\hat{a}$ และ $\hat{b}$ ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

การทดสอบสมมุติฐานในกรณีของ F – test การวิเคราะห์เส้นถดถอยเชิงซ้อน และ การวิเคราะห์สหสัมพันธ์ซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไปกระทำได้โดยอาศัยหลักเกณฑ์เดียวกันนี้ พารามิเตอร์ที่สำคัญของฟังก์ชันที่สอดคล้องกับตาราง ของ t-test, F-test และ R ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.4, 2.5 และ 2.6 ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 แสดงการทดสอบสมมุติฐานของตัวคงที่และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ

3. เส้นถดถอยเชิงซ้อน (MULTIPLE LINEAR REGRESSION)

ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระมากกว่า 2 ตัวขึ้นไป สมการเส้นตรงสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$Y = a+b_1X_1+b_2X_2+ \text{———} b_nX_n \qquad (22)$$

จากสมการ (22) โดยวิธี LEAST SQUARE เราจะได้สมการเส้นถดถอยเชิงซ้อน

$$\hat{Y} = \hat{a}+\hat{b}_1X_1+\hat{b}_2X_2+ \text{———} \hat{b}_nX_n \qquad (23)$$

โดยที่ $\hat{a}$ เป็นตัวคงที่ และ $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \text{—}, \hat{b}_n$ เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ ในกรณีนี้จะแสดงการคำนวนสำหรับตัวแปรอิสระ 2 ตัวดังต่อไปนี้

$$\hat{a} = \bar{Y}-\hat{b}_1\bar{X}_1-\hat{b}_2\bar{X}_2 \qquad (24)$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\Sigma x_1y \Sigma x_2^2 - \Sigma x_1x_2 \Sigma x_2y}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1x_2)^2} \qquad (25)$$

$$\hat{b}_2 = \frac{\Sigma x_2y \Sigma x_1^2 - \Sigma x_1 \Sigma x_1y}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1x_2)^2} \qquad (26)$$

3.1 การคำนวนค่าสถิติที่จำเป็น

3.1.1 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$$SEE = \sqrt{\frac{\Sigma e^2}{N - K}} \qquad (27)$$

โดยที่ K เป็นจำนวนตัวแปรอิสระ

3.1.2 ความแปรปรวนของตัวคงที่ และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ

$$VAR(\hat{a}) = \frac{S^2 \Sigma X_1^2 \Sigma X_2^2 - (\Sigma X_1 X_2)^2}{N\left[\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 \Sigma x_2^2)\right]} \qquad (28)$$

$$VAR(\hat{b}_1) = \frac{S^2 \Sigma x_2^2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2} \qquad (29)$$

$$VAR(\hat{b}_2) = \frac{S^2 \Sigma x_1^2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2} \qquad (30)$$

3.1.3 ค่าสถิติ t

$$t(\hat{a}) = \frac{\hat{a}}{S_{\hat{a}}} \qquad (31)$$

$$t(\hat{b}_1) = \frac{\hat{b}_1}{S_{\hat{b}_1}} \qquad (32)$$

$$t(\hat{b}_2) = \frac{\hat{b}_2}{S_{\hat{b}_2}} \qquad (33)$$

3.1.4 สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2)

$$R^2 = 1 - \frac{\Sigma e^2}{\Sigma y^2}$$

3.1.5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยค่าสถิติ F

ตารางที่ 2.2 แสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวน

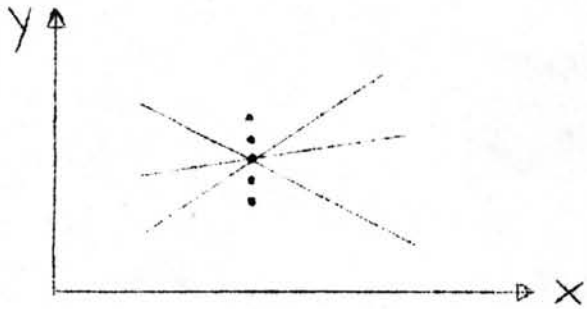
ที่มา	d.f.	ผลรวมยกกำลังสอง	ความแปรปรวน	สถิติ
EV	2	$\Sigma(b_1x_1+b_2x_2)^2$	$S_1^2=\Sigma(b_1x_1+b_2x_2)/2$	$F=\frac{S_1^2}{S_2^2}$
UV	N-3	Σe^2	$S_2^2=\Sigma e^2/N-3$	
TV	N-1	ΣY^2		

3.2 ปัญหา MULTICOLINEARITY

MULTICOLINEARITY เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในกรณีที่ตัวแปรอิสระในสมการเส้นถดถอยเชิงซ้อนมีความสัมพันธ์กันสูง อันทำให้การคำนวนตัวคงที่และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระขาดประสิทธิภาพ เส้นถดถอยที่คำนวนได้จะให้ค่าลำเอียงเปลี่ยนจากที่ควรจะเป็น ซึ่งทำให้ขาดความเชื่อมั่นในทางสถิติ ในกรณีของเส้นถดถอยแบบธรรมดาก็เช่นเดียวกัน อาจให้ค่าไม่ถูกต้องและเป็นค่าที่เชื่อไม่ได้โดยอาจแยกวิเคราะห์ได้ดังนี้

4.1 <u>กรณีของเส้นถดถอยแบบธรรมดา</u> ค่าที่คำนวนได้เป็นค่าที่เชื่อไม่ได้ เนื่องจากค่าของ X อยู่ใกล้กันมาก ลักษณะค่าของ X รวมกันเป็นกระจุกดังรูปที่ 2.2 และถ้าค่าของ กระจายอยู่ในวงจำกัดจุดจุดหนึ่งและถ้ามีค่าเท่ากับตัวกลางเลขคณิตแล้ว เราจะหาค่าสัมประสิทธิ์ไม่ได้เลยดังรูปที่ 2.3

รูปที่ 2.2 แสดงข้อมูลที่เป็นกระจุก



004914

รูปที่ 2.3 แสดงถึงข้อมูลของ X กระจายอยู่ที่เดียวกัน

4.2 <u>กรณีของเส้นถดถอยเชิงซ้อน</u> เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในกรณีที่ตัวแปรอิสระที่ทำหน้าที่เป็นตัวอธิบายในเส้นถดถอยเชิงซ้อนมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันสูง อันมีผลทำให้การคำนวนสัมประสิทธิ์และตัวคงที่ที่ได้อธิบายตัวแปรตามขาดประสิทธิภาพ หรืออีกนัยหนึ่ง เราไม่อาจคำนวนสัมประสิทธิ์ของเส้นถดถอยได้เลย

4. <u>การวิเคราะห์สหสัมพันธ์</u> (<u>CORRELATION ANALYSIS</u>)

สหสัมพันธ์ เป็นการศึกษาถึงระดับหรือความรุนแรงของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวแปรขึ้นไป ว่ามีความสัมพันธ์กันมากน้อยแค่ไหน ความแตกต่างระหว่างการวิเคราะห์หาสมการเส้นถดถอยและการวิเคราะห์สหสัมพันธ์ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ความแตกต่างระหว่างเส้นถดถอยและสหสัมพันธ์

สมการเส้นถดถอย	สหสัมพันธ์
เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปร (Y,X) ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร?	เป็นการศึกษาถึงระดับความสัมพันธ์ของตัวแปร (Y,X) ว่าสัมพันธ์กันมากน้อยแค่ไหนอย่างไร?

i 17Δ13801

การคำนวนสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์ สามารถคำนวนได้จาก

$$R_{y \cdot x_1} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2 \Sigma y^2} \quad (35)$$

โดยที่ $R_{y \cdot x_1}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X ในกรณีของเส้นถดถอยแบบธรรมดาและ

$$R_{y \cdot x_1 x_2} = \frac{b_1 \Sigma x_1 y + b_2 \Sigma x_2 y}{\Sigma y^2} \quad (36)$$

โดยที่ $R_{y \cdot x_1 x_2}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของสหสัมพันธ์ระหว่าง Y และ X_1 กับ X_2 ในกรณีของเส้นถดถอยเชิงซ้อนที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัว

ตารางที่ 2.4 The Distribution of t (two-tailed test)

D.F	Probability of a Larger Value. Sign Ignored								
	0.500	0.400	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
35	.682	.852	1.306	1.690	2.030	2.342	2.724	2.996	3.591
40	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551
45	.680	.850	1.301	1.680	2.014	2.319	2.690	2.952	3.520
50	.680	.849	1.299	1.676	2.008	2.310	2.768	2.937	3.496
60	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	3.460
70	.678	.847	1.294	1.667	1.994	2.296	2.648	2.899	3.435
80	.678	.847	1.293	1.665	1.989	2.284	2.638	2.887	3.416
90	.678	.846	1.291	1.662	1.986	2.279	2.631	2.878	3.402
100	.677	.846	1.290	1.661	1.982	2.276	2.625	2.871	3.390
120	.677	.346	1.289	1.658	1.980	2.270	2.617	2.860	3.373
∞	.6745	.8416	1.2816	1.6448	1.960	2.2424	2.5758	2.807	3.2905

ตารางที่ 2.5 5% (Roman Type) and 1% (Bold Face Type)

Points for The Distribution of F

	F_1 D.F. (For greater mean square)			
	1		2	
	0.05	0.01	0.05	0.01
34	4.13	7.44	3.28	5.29
36	4.11	7.39	3.26	5.25
40	4.08	7.31	3.23	5.18
50	4.03	7.17	3.18	5.06
60	4.00	7.08	3.15	4.98
70	3.98	7.01	3.13	4.92
80	3.96	6.96	3.11	4.88
100	3.94	6.90	3.09	4.82
125	3.92	6.84	3.07	4.78
150	3.91	6.81	3.06	4.75
200	3.89	6.76	3.04	4.71
400	3.86	6.70	3.02	4.66

ตารางที่ 2.6 Significant Values of r and R

(Correlation Coefficiant at the 5% and 1% Level of Significant)

ERROR D.F.	Independent Variables			
	1		2	
	.05	.01	.05	.01
35	.325	.418	.397	.481
40	.304	.393	.373	.454
45	.288	.372	.353	.430
50	.273	.354	.336	.410
60	.250	.325	.308	.377
70	.232	.302	.286	.351
80	.217	.283	.269	.330
90	.205	.267	.254	.312
100	.195	.254	.241	.297
125	.174	.228	.216	.266
150	.159	.208	.198	.244
200	.138	.181	.172	.212
300	.113	.148	.141	.174

Source: Reproduced from G.W. Snedecor, Statistical Methods, 4 th ed, The Iowa State College Pres Ames, Iowa, 1946,.