เซมิกรุปของการแปลงแบบทั่วไปที่ให้โครงสร้างของริง

นางสาว โสภาพรรณ ศรีไชยรัตน์

003767

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2524

i16150809

GENERALIZED TRANSFORMATION SEMIGROUPS ADMITTING A RING STRUCTURE

MISS SOPAPAN SRICHAIYARAT

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1981

Thesis Title	Generalized Transformation Semigroups Admitting a Ring Structure
By	Miss Sopapan Srichaiyarat
Department	Mathematics
Thesis Advisor	Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

S. Bunnag

..... Dean of Graduate School

(Associate Professor Supradit Bunnag Ph.D.)

Thesis Committee

Thavee Srisangthong ..... Chairman

(Associate Professor Thavee Srisangthong M.A.)

Sidney S. Mitchell ..... Member

(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

Yupaporn Kemprasit ..... Member

(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

Copyright of the Graduate School, Chulalongkorn University.

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เซมิกรุปของการแปลงแบบทั่วไปที่ให้โครงสร้างของริง
ชื่อนิสิต	นางสาว โสภาพรรณ ศรีไชยรัตน์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.ยุพาภรณ์ เชิมประสิทธิ์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2524

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อ

เราเรียกเซมิกรุป S ว่าเป็น<u>เซมิกรุปที่ให้โครงสร้างของริง</u> ในกรณีที่เซมิกรุป S° ไอโซมอร์ฟิคกับโครงสร้างของการคูณของริงบางริง

ถ้า S เป็นเซมิกรุปของการแปลงบนเซต X และ θ เป็นสมาชิกของ S แล้ว เราเรียกเซมิกรุป S ภายใต้การดำเนินการ * ซึ่งกำหนดโดย $\alpha * \beta = \alpha\theta\beta$ ว่า<u>เซมิกรุปของการแปลงแบบทั่วไป</u>บนเซต X และเขียนแทนด้วย (S, θ)

ให้ X เป็นเซตใด ๆ เรากล่าวว่าการแปลงบางส่วน α บนเซต X <u>เกือบเป็นเอกลักษณ์</u> ถ้ามีสมาชิก x ในโดเมนของ α อย่างมากแค่จำนวนจำกัดที่ $x\alpha \neq x$ เราจะให้สัญญลักษณ์ต่อไปนี้แทนเซมิกรุปของการแปลงดังนี้

T_X = เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนบนเซต X

$\mathcal{T}_X$ = เซมิกรุปของการแปลงเต็มบนเซต X

I_X = เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนที่เป็นหนึ่งต่อหนึ่งบนเซต X

G_X = กรุปของวิธีเรียงสับเปลี่ยนบนเซต X

U_X = เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนที่เกือบเป็นเอกลักษณ์ของเซต X ทั้งหมด

V_X = เซมิกรุปของการแปลงที่เกือบเป็นเอกลักษณ์ของเซต X ทั้งหมด

W_X = เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนแบบหนึ่งต่อหนึ่งที่เกือบเป็นเอกลักษณ์ของเซต X ทั้งหมด

M_X = เซมิกรุปของการแปลงหนึ่งต่อหนึ่งของเซต X ทั้งหมด

E_X = เซมิกรุปของการแปลงแบบทั่วถึงของเซต X ทั้งหมด

C_X = เซมิกรุปของการแปลงบางส่วนแบบคงที่ของเซต X ทั้งหมด

ในวิทยานิพนธ์นี้เราได้พิสูจน์สิ่งต่อไปนี้ ให้ X เป็นเซตใด ๆ

(1) สำหรับ $\theta \in G_X$, (G_X, θ) ให้โครงสร้างของริงเมื่อและก็ต่อเมื่อ $|X| \leq 2$

(2) ถ้า $S = I_X$ หรือ C_X แล้วสำหรับ $\theta \in S$, (S, θ) ให้โครงสร้างของริงเมื่อและก็ต่อเมื่อ $\theta = 0$ หรือ $|X| \leq 1$

(3) สำหรับ $\theta \in \mathcal{T}_X$, $(\mathcal{T}_X, \theta)$ ให้โครงสร้างของริงเมื่อและก็ต่อเมื่อ $|X| \leq 1$

(4) ถ้า $S = G_X$, M_X หรือ E_X แล้ว S ให้โครงสร้างของริงเมื่อและก็ต่อเมื่อ $|X| \leq 2$

(5) ถ้า $S = T_X$, $\mathcal{T}_X$, I_X, U_X, V_X, W_X หรือ C_X แล้ว S ให้โครงสร้างของริงเมื่อและก็ต่อเมื่อ $|X| \leq 1$

Thesis Title Generalized Transformation Semigroups Admitting a Ring Structure

Name Miss Sopapan Srichaiyarat

Thesis Advisor Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.

Department Mathematics

Academic Year 1981

ABSTRACT

A semigroup S is said to admit a ring structure if the semigroup S° is isomorphic to the multiplicative structure of some ring.

If S is a transformation semigroup on a set X and $\theta \in S$, then the semigroup S under the operation $*$ defined by $\alpha * \beta = \alpha\theta\beta$ is called a generalized transformation semigroup on X, and it is denoted by (S, θ).

Let X be a set. A partial transformation α of X is said to be almost identical if there exists at most a finite number of elements x in the domain of α such that $x\alpha \neq x$. The following notation of transformation semigroups are given :

T_X = the partial transformation semigroup on X,

$\mathcal{T}_X$ = the full transformation semigroup on X,

I_X = the 1-1 partial transformation semigroup on X,

G_X = the permutation group on X,

U_X = the semigroup of all almost identical partial transformations of X,

V_X = the semigroup of all almost identical transformations of X,

W_X = the semigroup of all almost identical 1-1 partial transformations of X.

M_X = the semigroup of all one-to-one transformations of X,

E_X = the semigroup of all onto transformations of X,

C_X = the semigroup of all constant partial transformations of X.

The following are proved. Let X be a set.

(1) For $\theta \in G_X$, (G_X, θ) admits a ring structure if and only if $|X| \leq 2$.

(2) If $S = I_X$ or C_X, then for $\theta \in S$, (S, θ) admits a ring structure if and only if $\theta = 0$ or $|X| \leq 1$.

(3) For $\theta \in \mathcal{T}_X$, $(\mathcal{T}_X, \theta)$ admits a ring structure if and only if $|X| \leq 1$.

(4) If $S = G_X$, M_X or E_X, then S admits a ring structure if and only if $|X| \leq 2$.

(5) If $S = T_X$, $\mathcal{T}_X$, I_X, U_X, V_X, W_X or C_X, then S admits a ring structure if and only if $|X| \leq 1$.

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Dr. Yupaporn Kemprasit, my thesis supervisor, for her helpful supervision during the preparation and completion of this thesis. Also, I would like to thank all of lecturers for their previous valuable lectures while studying.

CONTENTS

Page

ABSTRACT IN THAI iv

ABSTRACT IN ENGLISH vi

ACKNOWLEDGEMENT viii

INTRODUCTION 1

CHAPTER

I SEMIGROUPS ADMITTING A RING STRUCTURE 8

II SEMIGROUPS OF NUMBERS 17

III GENERALIZED TRANSFORMATION SEMIGROUPS 23

REFERENCES 46

VITA 47

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว
สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย