แมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปของอะบีเลียนกรุ๊ปและการนำไปประยุกต์ในเรื่องแอนไทเซ่นเตอร์ของกรุ๊ป

นางสาว อุทุมพร แก้ววิเชียร

006662

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
แผนกวิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย
พ.ศ. ๒๕๑๕

i 1832857x

MAXIMAL LOCALLY CYCLIC SUBGROUPS OF ABELIAN GROUPS WITH APPLICATIONS TO ANTICENTERS OF GROUPS

Miss Utomporn Kaewvichien

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
Department of Mathematics
Graduate School
Chulalongkorn University
1972

Accepted by the Graduate School , Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science .

B. Tamthai
.....
Dean of the Graduate School

Thesis Committee Virool Boonyasombat ..... Chairman
Calvin F.K. Jung .....
[illegible] .....

Thesis Supervisor Dr. Calvin F.K. Jung

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปของอะบีเลียนกรุ๊ปและการนำไปประยุกต์ในเรื่องแอนไหเซนเตอร์ของกรุ๊ป

ชื่อ นางสาวอุทุมพร แก้ววิเชียร

แผนกวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา ๒๕๑๔

บทคัดย่อ

กรุ๊ปใด ๆ จะเป็นโลคัลลี่ซิคลิกดีคอมโพสเซเบิลกรุ๊ปถ้ากรุ๊ปนั้นเป็นยูเนียนของดิสจอยท์แฟมมิลี่ของโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปนั่นคือซับกรุ๊ปที่ทุกจำนวนจำกัดของสมาชิกของซับกรุ๊ปนั้นอยู่ในซิคลิกซับกรุ๊ปเดียวกัน ในผลงานวิจัยร่วมกันเกี่ยวกับเรื่องโลคัลลี่ซิคลิกดีคอมโพสเซบิลิตี้ของกรุ๊ป ดร.เคลวิน เอฟ เค จัง และ ดร.เฟื่องลดา จัง ได้แสดงให้เห็นถึงบทบาทอันสำคัญของแมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ป

ในบทต้น ๆ ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เราจะกล่าวถึงความรู้ขั้นพื้นฐานที่จำเป็นเพียงเพื่อจะใช้เป็นเครื่องมือในการบอกลักษณะของแมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปของอะบีเลียนกรุ๊ป เราพิสูจน์ว่าซับกรุ๊ป M ของอะบีเลียนกรุ๊ป G เป็นแมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปเมื่อและต่อเมื่อ (ก) $M = \{ x \in G \mid$ จะมีเลขจำนวนเต็ม m ที่ไม่เป็นศูนย์ซึ่งทำให้ mx อยู่ในซิคลิกกรุ๊ป $[g]$ ซึ่งมี g เป็นเจนเนอเรเตอร์ $\}$ หรือ (ข) M เป็นไดเรคท์ซัมของแมกซิมัลอินดีคอมโพสเซเบิลซับกรุ๊ปของพี-ไพรมารี่คอมโพเนนท์ของทอร์ชันซับกรุ๊ปของ G แต่ละซับกรุ๊ปมาจากแต่ละคอมโพเนนท์ ในที่สุดเรานำเอาผลลัพธ์จากทฤษฎีบทนี้ไปประยุกต์ในการบอกลักษณะของแอนไหเซนเตอร์ของอะบีเลียนกรุ๊ปว่าเป็นอินเทอเซคชั่นของแมกซิมัลโลคัลลี่ซิคลิกซับกรุ๊ปของกรุ๊ปที่ให้มา นอกจากนี้เราสามารถบอกลักษณะของโลคัลลี่ซิคลิกอะบีเลียนกรุ๊ปว่าเป็นไดเรคท์ลิมิตของซิคลิกกรุ๊ป

Thesis Title : Maximal Locally Cyclic Subgroups of Abelian Groups with Applications to Anticenters of Groups .

Name : Miss Utomporn Kaewvichien

Department : Mathematics

Academic Year : 1971

ABSTRACT

A group is locally cyclic decomposable if it is the union of a disjoint family of locally cyclic subgroups ; i.e. , subgroups in which every finite number of their elements belong to a cyclic subgroup . In their joined works on locally cyclic decomposability of groups , Dr. Calvin F.K. Jung and Dr. Fuanglada Riddhagni Jung isolated the dominant role played by the maximal locally cyclic subgroups .

In the first part of this thesis , we develope enough machinery so that we can characterize the maximal locally cyclic subgroups of an abelian group . We then prove that a subgroup M of an abelian group G is a maximal locally cyclic subgroup if and only if either (a) $M = \{ x \in G \mid$ for some non-zero integer m , mx is in the cyclic group $[g]$ generated by g $\}$, for some $g \in G$ of infinite order , or (b) M is the direct sum of maximal indecomposable subgroups of the p-primary components of the torsion subgroup of G , one such subgroup from each component . Finally , an application of this theorem , we obtain Lim's characterization of the anticenter of an abelian group as the intersection of all the maximal locally cyclic subgroups of the given group . Moreover , we also characterize locally cyclic abelian groups as the direct limits of cyclic groups .

ACKNOWLEDGEMENT

I wish to express here my sincere gratitude to Dr. Calvin F.K. Jung , my thesis supervisor , for introducing me to this subject and for his valuable assistance in preparing this thesis . Also , I thank him for preparing me to understand and possibly solve problems in related areas .

TABLE OF CONTENTS

		Page
ABSTRACT (IN THAI)	.....	iv
ABSTRACT (IN ENGLISH)	.....	v
ACKNOWLEDGEMENT	.....	vi
CHAPTER I	INTRODUCTION	1
CHAPTER II	DIRECT LIMITS OF ABELIAN GROUPS	2
CHAPTER III	MAXIMAL LOCALLY CYCLIC SUBGROUPS OF ABELIAN GROUPS	22
CHAPTER IV	ANTICENTERS OF GROUPS	30
CHAPTER V	LOCAL CYCLICITY AND THE ANTICENTERS OF GROUPS	41
BIBLIOGRAPHY	.....	47
VITA	.....	49