บทที่ 1

บทนำ

ปัญหาน้ำตื้น (shallow water problems) ในความหมายเชิงกายภาพของนักฟิสิกส์ หมายถึง ปัญหาที่โดเมน (domain) ของน้ำมีระยะในแนวนอน (horizontal scale) มากกว่าระยะในแนวตั้ง (vertical scale) มาก ๆ ดังนั้นในทางกลับกัน น้ำลึก (deep water) ในความหมายเชิงกายภาพจึงหมายถึง คลื่นน้ำที่มีความยาวคลื่นน้อยกว่าแอมพลิจูด ตัวอย่างของปัญหาอุทกภัยทางธรรมชาติที่มีลักษณะทางกายภาพที่จัดว่าเป็นปัญหาน้ำตื้นได้แก่ เขื่อนแตก (dam break), สึนามิ (tsunami), น้ำท่วม (flood) ฯลฯ รูปแบบและลักษณะของคลื่นต่างก็มีปัจจัยและผลกระทบมาจากองค์ประกอบหลายสิ่งหลายอย่างด้วยกัน ซึ่งจะสัมพันธ์กันในแบบไม่เชิงเส้น ในทางคณิตศาสตร์เรียกปัญหาเหล่านี้ว่า ปัญหาไม่เชิงเส้น (nonlinear problem) หากจะนำทุกปัจจัยหรือทุกผลกระทบที่ส่งผลต่อรูปแบบของคลื่นมาพิจารณาเพื่อสร้างแบบจำลองแล้ว ก็จะทำให้การแก้ปัญหาเพื่อศึกษารูปแบบของคลื่นนั้นทำได้ยากภายใต้องค์ความรู้ที่มีอยู่ในปัจจุบัน ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องละเว้นบางปัจจัยที่จะส่งผลกระทบต่อรูปแบบของคลื่นน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับปัจจัยอื่น ๆ

ปัจจัยและสมมุติฐานที่จะนำมาพิจารณาในแบบจำลองดังจะได้กล่าวต่อไปในบทที่ 2 นี้จะสามารถลดความไม่เชิงเส้นของปัญหาลงไปได้บ้าง ซึ่งนำมาสู่แบบจำลองสมการน้ำตื้นสองมิติ (two-dimensional shallow water equations) ที่อาศัยกฎทรงมวล (conservation of mass) และกฎทรงโมเมนตัม (conservation of momentum) ซึ่งได้แสดงที่มาของสมการน้ำตื้นไว้ในบทที่ 2

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะได้กล่าวถึงสมการน้ำตื้นสองมิติ ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปรอิสระสองตัวคือ ระยะทางในแนวระนาบ (แทนด้วยตัวแปร x และ y) ตัวแปรตามคือ ค่าความสูง (แทนด้วยตัวแปร h) และค่าความเร็วในแนวระนาบ (แทนด้วยตัวแปร u และ v)

ในการแก้ปัญหาเพื่อหารูปแบบของคลื่นน้ำสำหรับสมการน้ำตื้นสองมิตินั้น ในปัจจุบันยังไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวในรูปแบบของคำตอบแบบแม่นตรง (exact solution) ได้ จึงจำเป็นต้องหาคำตอบของปัญหานี้ในรูปคำตอบเชิงตัวเลข (numerical solution) จากอดีตถึงปัจจุบันมีวิธีเชิงตัวเลขหลายวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ เช่น วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference method) [1, 2], วิธีชิ้นประกอบจำกัด (finite element method) [3, 4], วิธีปริมาตรจำกัด (finite volume method) [5, 6, 7, 8] แต่สำหรับการแก้ปัญหาของสมการน้ำตื้นในปัจจุบันแล้ว วิธีปริมาตรจำกัดได้รับความนิยมอย่างสูง เนื่องจากเป็นวิธีใหม่และมีจุดเด่นที่เป็นการแก้ปัญหาใน

รูปแบบของสมการเชิงปริพันธ์ (integral equation) ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เลือกใช้วิธีปริมาตรจำกัดเพื่อหาคำตอบเชิงตัวเลขของปัญหาสมการน้ำตื้นสองมิติ

วิธีปริมาตรจำกัดเป็นวิธีที่อาศัยหลักการของกฎทรงมวลและกฎทรงโมเมนตัม โดยการจัดรูปแบบของความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของสมการเชิงปริพันธ์บนบริเวณที่ได้จากการแบ่งโดเมนออกเป็นส่วนย่อย ๆ ซึ่งเรียกว่าเซลล์ (cell) โดยแต่ละเซลล์ถูกแทนด้วยค่าเฉลี่ย ซึ่งในแต่ละเซลล์จะถูกปรับปรุงเมื่อล่วงไปในเวลาด้วยค่าฟลักซ์ (flux) ที่เกิดจากเซลล์รอบ ๆ ด้วยวิธีของกอดดูนอฟ (Godunov's method) [9] แต่เนื่องจากเซลล์สองเซลล์ที่อยู่ติดกันนั้นเกิดความไม่ต่อเนื่องอันเป็นผลมาจากการที่ใช้ค่าเฉลี่ยแทนที่ในแต่ละเซลล์ ซึ่งเรียกปัญหานี้ว่า ปัญหาของรีมันน์ (Riemann problem) ดังนั้นในการหาค่าฟลักซ์จึงต้องทำการแก้ปัญหาของรีมันน์นี้ ซึ่งภายใต้องค์ความรู้ในปัจจุบันก็ยังคงเป็นเรื่องยากหากจะหาคำตอบในแบบแม่นตรง วิธีเชิงตัวเลขจึงถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาของรีมันน์ ซึ่งมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น Roe [5], Van Leer [6], Osher and Solomon [10], Harten [7, 8], Alcrudo and Garcia-Navarro [11], Nujic [12], Valiani [13], Harten Lax and Leer Contact [14] แต่ในงานวิจัยฉบับนี้จะได้นำเสนอวิธีของ Harten Lax and Leer Contact (HLLC) เท่านั้น

แต่อย่างไรก็ตามวิธีของกอดดูนอฟก็ยังคงให้ค่าความถูกต้องเพียงอันดับหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นวิธีเพิ่มค่าความถูกต้องจึงถูกนำมาใช้ เพื่อเพิ่มค่าความถูกต้องของคำตอบให้อยู่ในอันดับสองที่เรียกว่า high resolution Godunov's method วิธีที่นิยมใช้กันมีอยู่สองวิธีคือ วิธีที่ใช้ตัวปรับค่าความชัน (slope limiter) และวิธีที่ใช้ตัวปรับคลื่น (wave limiter) โดยในแต่ละวิธีจะมีวิธีย่อย ๆ อีกหลายวิธี ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้จะได้นำเสนอวิธีตัวปรับค่าความชันเท่านั้น

สมการน้ำตื้นถูกนำมาใช้ในงานวิจัยกันอย่างแพร่หลาย เพื่อมุ่งหวังที่จะใช้สร้างแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในธรรมชาติได้ แต่ในธรรมชาติเราจะพบว่าปัจจัยที่มีผลต่อการไหลของน้ำมีอยู่หลายส่วนด้วยกันที่ยังไม่ได้ถูกนำมาพิจารณาในสมการน้ำตื้นไม่ว่าจะเป็น ผลกระทบที่เกิดจากความปั่นป่วนของน้ำ (turbulence effect), แรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวกับมวลน้ำ (friction force), แรงที่เกิดจากลม (wind force), สิ่งกีดขวาง (obstruction), พื้นผิวมีความลาดชัน (bottom slope) และอื่น ๆ อีกมากมาย ซึ่งหากสามารถที่จะนำปัจจัยเหล่านี้บางส่วนไม่มากก็น้อยมาพิจารณาเพิ่มเติมก็จะทำให้แบบจำลองที่จะถูกสร้างขึ้นใหม่นี้มีความใกล้เคียงกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้สามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติได้มากขึ้นกว่าเดิม

ในอดีตที่ผ่านมามีผู้ให้ความสนใจกับปัญหาเขื่อนแตกกันอย่างกว้างขวาง ดังจะพบได้ในงานวิจัยที่มีออกมาอย่างมากมายในอดีต ปัญหาเขื่อนแตกที่นักวิจัยได้ทำการศึกษาและจำลองส่วนใหญ่แบ่งออกเป็นสองแบบคือ แนวเขื่อนวงกลม (circular dam break) [15] และแนวเขื่อน

สี่เหลี่ยม (rectangular dam break) [7, 8, 11, 15] และในปัญหาเขื่อนแตกทั้งสองแบบนี้เอง ยังถูกแบ่งการพิจารณาออกเป็นสองลักษณะคือ ด้านท้ายน้ำแห้ง (wet bed) และด้านท้ายน้ำเปียก (dry bed) แต่เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีการศึกษากันมาอย่างยาวนาน ทำให้ในปัจจุบันปัญหาเขื่อนแตกนี้เริ่มจะเป็นปัญหาพื้นฐานที่แต่ละแบบจำลองจะต้องนำไปทดสอบ รวมไปถึงการพิจารณาปัจจัยอื่น ๆ ที่มีผลต่อการเคลื่อนที่หรือที่เรียกว่าพจน์แหล่งต้นทาง (source term) เพิ่มเติมเพื่อความสมบูรณ์ให้กับแบบจำลองนั้น ๆ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะได้นำเสนอแบบจำลองการไหลในน้ำตื้นโดยนำเอาสมการน้ำตื้นที่มีพจน์แหล่งต้นทางเป็นสมการในการสร้างแบบจำลอง และใช้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัดเป็นวิธีในการหาคำตอบ และได้นำแบบจำลองดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับปัญหาเขื่อนแตกในหลาย ๆ ลักษณะ รวมไปถึงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองกับผลที่ได้จากการทดลอง ดังได้กล่าวไว้ในบทที่ 4