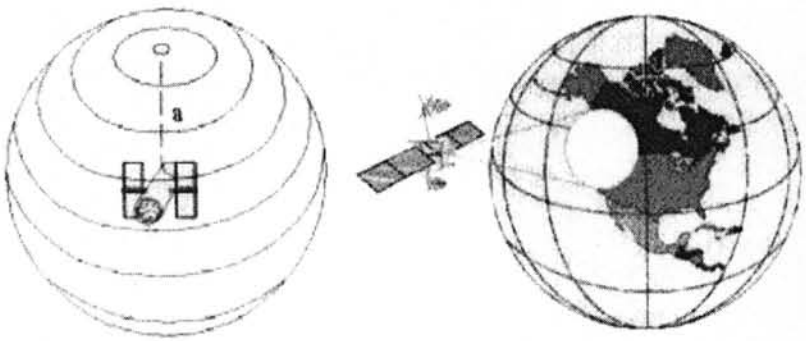
บทที่ 3

การวัดตำแหน่งด้วยเครื่องรับสัญญาณดาวเทียม GPS

3.1 หลักการเบื้องต้นของการหาตำแหน่งโดยใช้ดาวเทียม [10], [14], [18]

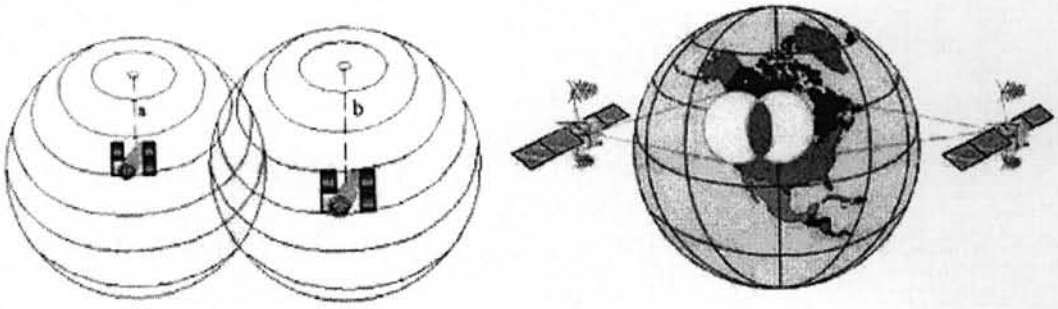
การรับสัญญาณจากดาวเทียมดวงใดดวงหนึ่งมายังเครื่องรับสัญญาณ เป็นการรับสัญญาณมาเพื่อคำนวณหาระยะทางระหว่างเครื่องรับสัญญาณและดาวเทียมที่ส่งสัญญาณนั้น ระยะดังกล่าวเรียกว่า ซูโดเรนจ์ (pseudo-range) ซึ่งเครื่องรับสัญญาณต้องรับสัญญาณจากดาวเทียม GPS ที่ปรากฏบนท้องฟ้าอย่างน้อย 3 ดวงพร้อมกัน จึงจะสามารถคำนวณตำแหน่งในสองมิติ (2D position) คือ ละติจูด และ ลองจิจูด ของเครื่องรับสัญญาณได้ และหากรับสัญญาณได้ตั้งแต่ 4 ดวงขึ้นไป ก็จะสามารถคำนวณตำแหน่งในสามมิติ (3D position) คือ ละติจูด ลองจิจูด และความสูงได้ นอกจากนั้นเครื่องรับสัญญาณยังถูกโปรแกรมให้สามารถคำนวณปริมาณอื่น ๆ ได้ด้วย เช่น ความเร็วในการเคลื่อนที่ของเครื่องรับสัญญาณ ทิศทาง เส้นทางที่เคลื่อนที่ ระยะห่างจากจุดหมายที่กำหนดไว้ เป็นต้น

ดาวเทียมระบบ GPS ที่โคจรอยู่รอบโลกทุกดวงจะทราบตำแหน่งทุกเวลาของเครื่องรับสัญญาณ ฉะนั้นเมื่อเครื่องรับสัญญาณรับสัญญาณจากดาวเทียมได้ เครื่องรับสัญญาณจะวัดสัญญาณและคำนวณค่าระยะทางจากเครื่องรับสัญญาณถึงดาวเทียมแต่ละดวงที่รับได้ ซึ่งหมายถึง เครื่องรับสัญญาณจะอยู่ห่างจากดาวเทียมในระยะรัศมีเท่ากับระยะทางนั้นรอบดาวเทียมในลักษณะทรงกลม และตัดผิวโลก เมื่อพิจารณาการรับสัญญาณจากดาวเทียม 1 ดวง จะเห็นว่าเรายังไม่สามารถระบุตำแหน่งของเครื่องรับสัญญาณได้แน่ชัด โดยที่ตำแหน่งอาจเป็นจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงที่เกิดจากการตัดกันของทรงกลมดังกล่าวกับผิวโลกได้ ดังแสดงในรูปที่ 3.1



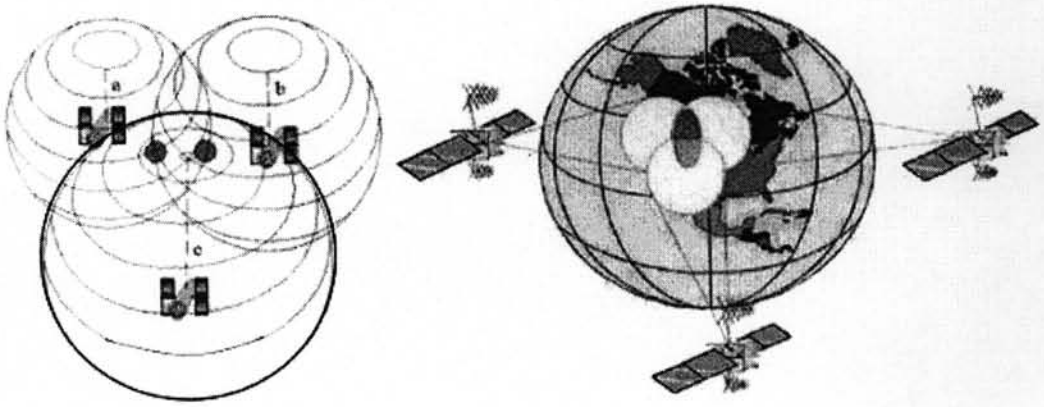
รูปที่ 3.1 การรับสัญญาณจากดาวเทียม GPS 1 ดวง

เมื่อรับสัญญาณจากดาวเทียมได้ 2 ดวง จะเกิดการตัดกันของรูปทรงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะทางจากดาวเทียมแต่ละดวงถึงเครื่องรับสัญญาณและตัดกับผิวโลกเกิดเป็นรอยระหว่างทรงกลมสองลูก ซึ่งก็ยังคงไม่สามารถกำหนดตำแหน่งที่แน่ชัดได้ โดยตำแหน่งอาจจะเป็นจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นรอบรอยตัดของทรงกลมทั้งสองลูกนั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.2



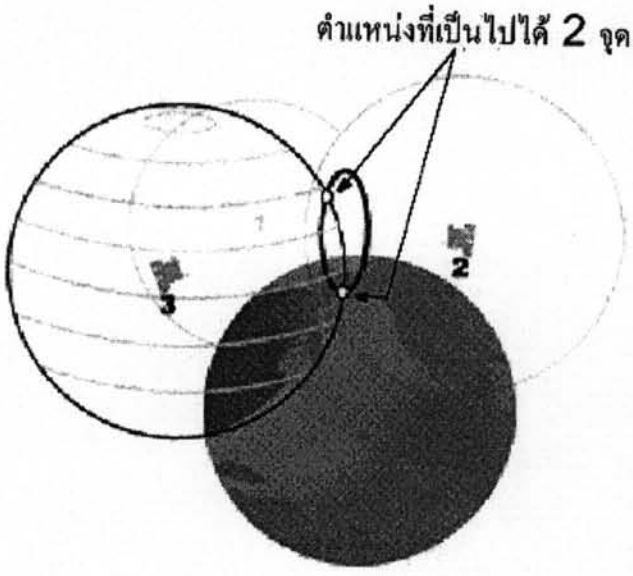
รูปที่ 3.2 การรับสัญญาณจากดาวเทียม GPS 2 ดวง

เมื่อรับสัญญาณจากดาวเทียมได้ 3 ดวง จะเกิดการตัดกันของรูปทรงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะทางจากดาวเทียมแต่ละดวงถึงเครื่องรับสัญญาณและตัดกับผิวโลกเกิดเป็นรอยตัดตามแนวเส้นตรงเพิ่มขึ้น จะทำให้สามารถคำนวณตำแหน่งที่ได้ อาจจะเป็นตำแหน่งเครื่องรับสัญญาณเหลือเพียงสองจุด ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 การรับสัญญาณจากดาวเทียม GPS 3 ดวง

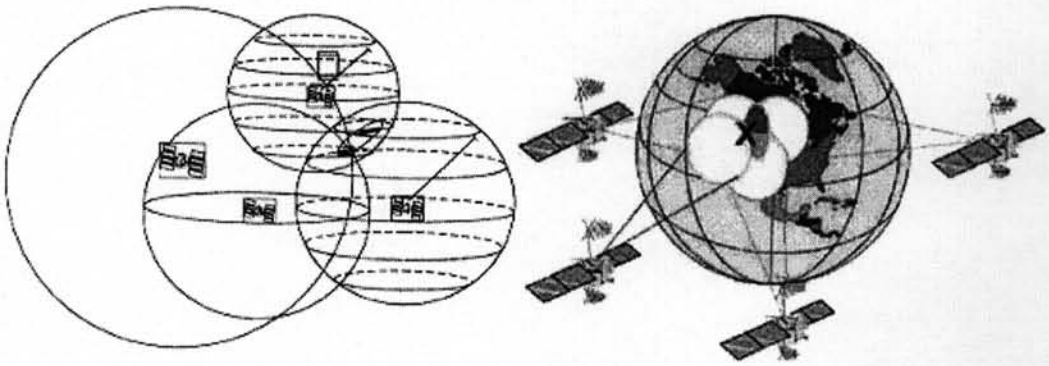
ในทางปฏิบัติแล้วการรับสัญญาณจากดาวเทียมเพียงสามดวงก็สามารถกำหนดตำแหน่งเครื่องรับสัญญาณได้ เนื่องจากตำแหน่งที่ได้สองจุดนั้น จะมีจุดหนึ่งที่มีค่าผิดปกติสามารถตัดออกไปได้ เนื่องจากเป็นจุดที่อยู่ในอวกาศ หรือจะพิจารณาผิวโลกเป็นทรงกลมเสมือนว่าจุดศูนย์กลางโลกเป็นดาวเทียมดวงที่สี่ การตัดกันของผิวจะได้ตำแหน่งที่ต้องการ ดังนั้น การรับสัญญาณจากดาวเทียม 3 ดวงก็เพียงพอในการหาตำแหน่งบนผิวโลกได้ ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ตำแหน่งที่เป็นไปได้จากการรับสัญญาณดาวเทียม GPS 3 ดวง

เมื่อรับสัญญาณจากดาวเทียม 4 ดวง จะเกิดการตัดกันของรูปทรงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะจากดาวเทียมแต่ละดวงถึงเครื่องรับสัญญาณและตัดกับผิวโลกทำให้สามารถกำหนดตำแหน่งได้แน่ชัดเพียงตำแหน่งเดียว ดังแสดงในรูปที่ 3.5

ดังนั้นจึงสรุปว่าการรับสัญญาณดาวเทียมตั้งแต่ 3 ดวงขึ้นไป ข้อมูลตำแหน่งที่ได้รับมาจึงสามารถนำไปใช้ได้



รูปที่ 3.5 การรับสัญญาณจากดาวเทียม GPS 4 ดวง

3.2 วิธีการวัดรหัส (Code Measurements)

วิธีนี้เป็นวิธีที่ใช้ได้ทั้งในเครื่องรับแบบนำหน (Navigation Receivers) และเครื่องรับแบบรังวัด (Surveying Receivers) การหาพิกัดตำแหน่งเครื่องรับสัญญาณของระบบ GPS อาศัยการวัดระยะทางจากดาวเทียมแต่ละดวงที่เครื่องรับสัญญาณรับสัญญาณได้ ระยะทางดังกล่าวคำนวณได้จากสูตร

$$\rho = c \times t \tag{3.1}$$

เมื่อ Pseudo-range (ρ) คือ ระยะจากดาวเทียมถึงเครื่องรับสัญญาณ

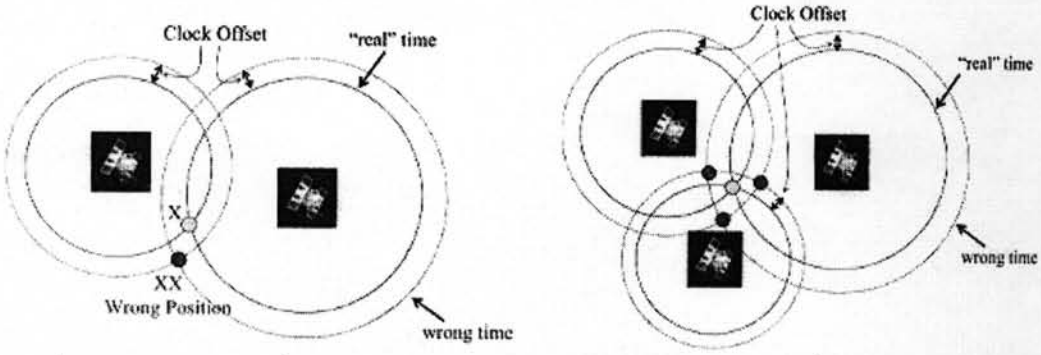
Speed of light (c) คือ ความเร็วแสงเท่ากับ 299,792.458 กิโลเมตรต่อวินาที

Time difference (t) คือ เวลาที่คลื่นสัญญาณใช้ในการเดินทางจากดาวเทียมถึงเครื่องรับสัญญาณ

เมื่อทราบระยะทางจากดาวเทียม 3 ระยะ และตำแหน่งดาวเทียม ณ ขณะเวลาที่ส่งสัญญาณและรับได้ด้วยเครื่องรับสัญญาณ ทำให้สามารถคำนวณค่าพิกัด (X, Y, Z) ของเครื่องรับสัญญาณได้

จากสมการที่ 3.1 สิ่งที่ต้องการทราบคือ เวลาที่ดาวเทียมเริ่มส่งสัญญาณและมาถึงยังเครื่องรับสัญญาณ

การจะได้ค่าความถูกต้องสูงในการวัดระยะซูโดเรนจ์นั้น ทำได้ต่อเมื่อสามารถวัดช่วงเวลาดังกล่าวได้อย่างละเอียด การใช้นาฬิกาอะตอมมิก (Atomic Clock) ที่มีราคาแพงจะทำให้เครื่องรับสัญญาณมีราคาแพงด้วย ขณะที่เครื่องรับสัญญาณมิได้ใช้นาฬิกาอะตอมมิก ฉะนั้นการวัดช่วงเวลาจึงมีความคลาดเคลื่อนของสัญญาณนาฬิการะหว่างดาวเทียมและเครื่องรับสัญญาณเกิดขึ้น (Clock Offset) ดังนั้น จึงเกิดความคลาดเคลื่อนในการกำหนดตำแหน่ง



รูปที่ 3.6 ความคลาดเคลื่อนจากสัญญาณนาฬิกาของดาวเทียมและของเครื่องรับสัญญาณ

ดังนั้น ระยะซูโดเรนจ์ (ρ_n) จึงเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า 4 ค่า คือ ค่าพิกัด (X, Y, Z) และค่าความแตกต่างของสัญญาณนาฬิการะหว่างเครื่องรับและดาวเทียม จึงต้องรับสัญญาณดาวเทียมอย่างน้อย 4 ดวง ความสัมพันธ์ทั้งหมดสามารถแสดงด้วยสมการ โดยกำหนดให้

CO-ORDINATE ของตำแหน่งที่ต้องการทราบเป็น		X, Y, Z
CO-ORDINATE ของดาวเทียมดวงที่ 1 เป็น		X_1, Y_1, Z_1
CO-ORDINATE ของดาวเทียมดวงที่ 2 เป็น		X_2, Y_2, Z_2
CO-ORDINATE ของดาวเทียมดวงที่ 3 เป็น		X_3, Y_3, Z_3
CO-ORDINATE ของดาวเทียมดวงที่ 4 เป็น		X_4, Y_4, Z_4
ความผิดพลาดของเวลาบนดาวเทียมกับเวลาบนพื้นโลก	เป็น	t_0
เวลาที่สัญญาณจากดาวเทียมดวงที่ 1 เดินทาง	เป็น	t_1
เวลาที่สัญญาณจากดาวเทียมดวงที่ 2 เดินทาง	เป็น	t_2
เวลาที่สัญญาณจากดาวเทียมดวงที่ 3 เดินทาง	เป็น	t_3
เวลาที่สัญญาณจากดาวเทียมดวงที่ 4 เดินทาง	เป็น	t_4
ความเร็วของคลื่นสัญญาณ	เป็น	c

จะได้สมการ 4 สมการ ที่แสดงระยะทางระหว่างดาวเทียมทั้ง 4 และจุดที่ต้องการทราบตำแหน่ง คือ สมการที่ 3.2 ถึง สมการที่ 3.5 [13]

$$\left(X-X_1\right)^2+\left(Y-Y_1\right)^2+\left(Z-Z_1\right)^2 = \left(c\times\left(t_1-t_0\right)\right)^2 \quad (3.2)$$

$$\left(X-X_2\right)^2+\left(Y-Y_2\right)^2+\left(Z-Z_2\right)^2 = \left(c\times\left(t_2-t_0\right)\right)^2 \quad (3.3)$$

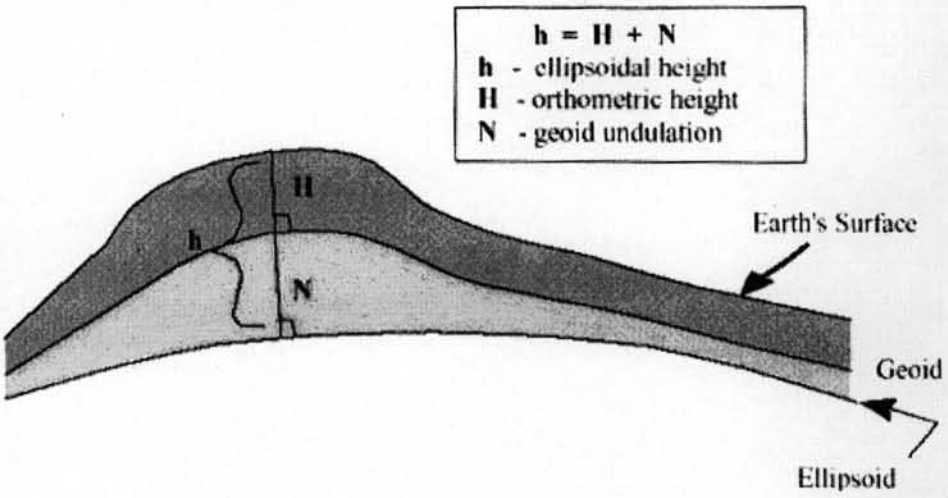
$$\left(X-X_3\right)^2+\left(Y-Y_3\right)^2+\left(Z-Z_3\right)^2 = \left(c\times\left(t_3-t_0\right)\right)^2 \quad (3.4)$$

$$\left(X-X_4\right)^2+\left(Y-Y_4\right)^2+\left(Z-Z_4\right)^2 = \left(c\times\left(t_4-t_0\right)\right)^2 \quad (3.5)$$

โดยที่ค่า $\left(X_1,Y_1,Z_1\right),\left(X_2,Y_2,Z_2\right),\left(X_3,Y_3,Z_3\right),\left(X_4,Y_4,Z_4\right)$ เป็นค่าที่ถูกส่งลงมาจากดาวเทียม และค่า t_1,t_2,t_3,t_4 สามารถหาได้จากการ Correlate Code [10] ที่ส่งลงมากับ Code ที่ถูกสร้างขึ้นในเครื่องรับสัญญาณ จะทำให้สามารถคำนวณค่าตัวแปร X,Y,Z และ t_0 ได้

3.3 การวัดระดับความสูงด้วยเครื่องรับสัญญาณดาวเทียมระบบ GPS

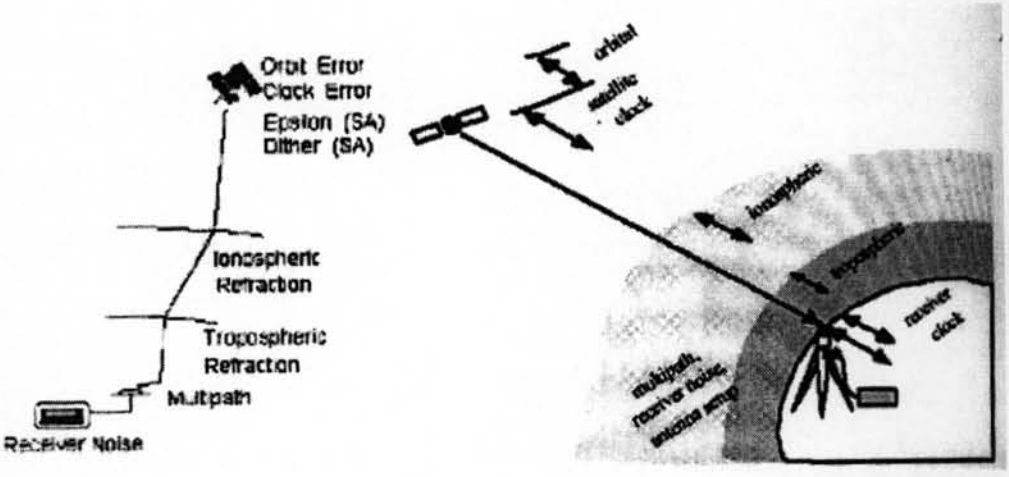
เนื่องจากพิกัดของตำแหน่งดาวเทียมเป็นพิกัดที่อ้างอิงบนพื้นฐานของรูปทรงรี ซึ่งรูปทรงรีที่ใช้อ้างอิงนั้นมีขนาดใกล้เคียงกับสัณฐานของโลกคือ จีออยด์ พื้นฐานดังกล่าวเรียกว่า พื้นฐานพิภพ (Global Datum) ดังนั้น ระดับความสูงที่ได้จากดาวเทียมจึงเป็นระดับความสูงที่อ้างอิงกับผิวทรงรี (Ellipsoidal Height, h) ในขณะที่ค่าระดับความสูงที่ใช้งานกันจริง ๆ นั้นอ้างอิงกับผิวจีออยด์ (Orthometric Height, H) ฉะนั้นระดับความสูงที่ได้จากดาวเทียมจึงไม่สามารถนำไปใช้งานได้โดยตรง เนื่องจากพื้นผิวทั้งสองมีความแตกต่างกันเป็นปริมาณหนึ่งที่เรียกว่า จีออยด์อันดูเลชัน (Geoid Undulation, N) ซึ่งมีขนาดไม่คงที่แน่นอนขึ้นกับสภาพของแรงโน้มถ่วงของโลก



รูปที่ 3.7 ความสัมพันธ์ทางระดับความสูงระหว่างพื้นผิวหลักฐานทรงรีกับจีออยด์

การนำระดับความสูงจากการวัดด้วยดาวเทียมไปใช้จึงต้องทราบค่าจีออยด์อันดูเลชัน ในบริเวณที่ทำการวัด ซึ่งอาจจะใช้ค่าจากแบบจำลองรูปทรงจีออยด์ ชื่อว่า "Geoid96" ในการคำนวณตรวจแก้ค่าแต่ก็ยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับเมตร

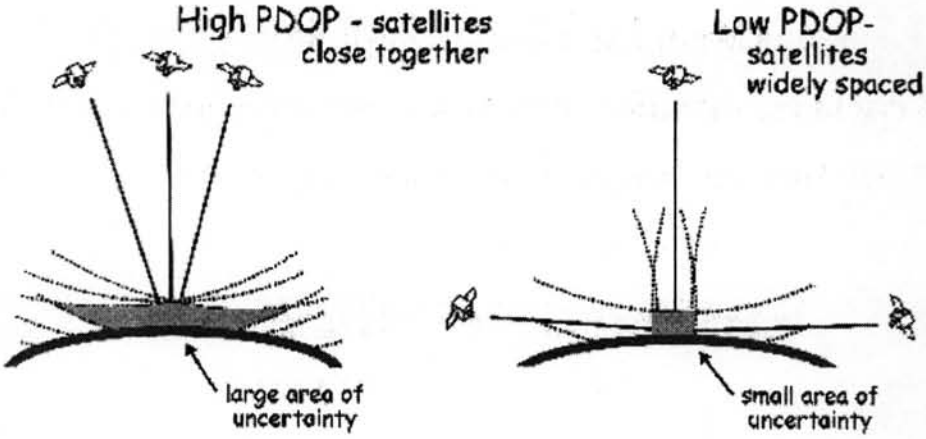
3.4 แหล่งกำเนิดของความคลาดเคลื่อน



รูปที่ 3.8 ผลกระทบที่มีต่อการวัดตำแหน่งด้วยดาวเทียมระบบ GPS

ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อความถูกต้องของระยะซูโดเรนจ์ มีดังนี้

1. การหักเหของคลื่นวิทยุที่ชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์ (Ionosphere, d_{ion}) และโทรโพสเฟียร์ (Troposphere, d_{trop}) ทำให้สัญญาณดาวเทียมเดินทางช้าลง เรียกว่า "Ionosphere and Troposphere delays"
2. สัญญาณเวลานาฬิกาดาวเทียมคลาดเคลื่อน (Satellite Clock Errors, dt)
3. สัญญาณเวลานาฬิกาของเครื่องรับสัญญาณคลาดเคลื่อน (Receiver Clock Errors, dT)
4. ความคลาดเคลื่อนของวงโคจร (Orbital Errors) เป็นผลให้ข้อมูลตำแหน่งดาวเทียม ณ ขณะเวลาที่รับสัญญาณมีความคลาดเคลื่อน $(\in p)$
5. คลื่นสะท้อน (Signal Multi-Path) เกิดจากสัญญาณจากดาวเทียมเดินทางมายังเครื่องรับสัญญาณด้วยการสะท้อนสิ่งต่าง ๆ ไม่ได้เดินทางมาโดยตรงทำให้ใช้เวลามากขึ้นในการเดินทาง
6. จำนวนดาวเทียมที่รับสัญญาณได้ ยิ่งรับสัญญาณจากดาวเทียมได้มากความถูกต้องก็สูงตามไปด้วย
7. ความเหมาะสมทางตำแหน่งของดาวเทียมหรือเรขาคณิตดาวเทียม (Satellite Geometry) คือ ตำแหน่งสัมพัทธ์ของดาวเทียม ณ ขณะเวลาที่รับสัญญาณ ถ้าดาวเทียมอยู่ในตำแหน่งที่เป็นมุมแคบก็จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งมากกว่าตำแหน่งดาวเทียมมุมกว้าง ดังรูปที่ 3.9 โดยพิจารณาจากตัวเลขที่บอกค่าดังกล่าว คือ PDOP (Position Dilution of Precision) ซึ่งควรใช้ค่าที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 6



รูปที่ 3.9 ความเหมาะสมทางตำแหน่งของดาวเทียม

ดังนั้น สมการการวัดระยะซูโดเรนจ์จึงประกอบด้วยค่าความเคลื่อนในข้อ 1-5 ด้วยสมการการวัดรหัส

$$p = \rho + c\left(dt - dT\right) + d_{ion} + d_{trop} + \in p \qquad (3.6)$$

ค่าความคลาดเคลื่อนระบบ (Systematic Errors) ดังกล่าวมีผลกระทบต่อการวัดระยะซูโดเรนจ์วิธีวัดรหัส สามารถจัดกลุ่มตามแหล่งกำเนิดความคลาดเคลื่อนได้ 3 กลุ่ม คือ

1. เกิดจากดาวเทียม คือ ความคลาดเคลื่อนจากนาฬิกา (Clock Bias) และตำแหน่งวงโคจร (Orbital Errors)
2. เกิดจากการแพร่กระจายสัญญาณ คือ การหักเหในชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์และโทรโพสเฟียร์ (Ionosphere and Troposphere Refractions)
3. เกิดจากเครื่องรับสัญญาณดาวเทียม คือ ความคลาดเคลื่อนของศูนย์กลางเสาอากาศรับสัญญาณ (Antenna Phase Center Variation) ความคลาดเคลื่อนจากนาฬิกา ความคลาดเคลื่อนจากคลื่นสะท้อน (Multi-Path)

3.5 เรขาคณิตดาวเทียม (Satellite Geometry)

การวัดพิกัดตำแหน่งด้วยดาวเทียมนั้นต้องการการรับสัญญาณจากดาวเทียมอย่างน้อย 4 ดวง ปัจจุบัน ดาวเทียมระบบ GPS ทำงานเต็มระบบแล้ว ทุกพื้นที่บนโลกจึงมีดาวเทียมปรากฏอยู่ตลอดเวลาอย่างน้อย 4 ดวง ปกติส่วนใหญ่จะสามารถรับได้มากกว่า 6 ดวง จึงสามารถเลือกรับสัญญาณจากดาวเทียมที่อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม รวมถึงช่วงเวลาที่มีดาวเทียมปรากฏในตำแหน่งที่ดีด้วย

ค่าสถานภาพทางเรขาคณิตของการรับสัญญาณดาวเทียมที่เรียกว่า "Dilution Of Precision" (DOP) คือ ค่าที่จะบอกถึงความถูกต้องของตำแหน่งที่วัดได้มีมากน้อยเพียงใด โดยเป็นค่าอัตราส่วนระหว่างค่าความถูกต้องทางตำแหน่ง P(x, y, z) และ ค่าความถูกต้องของการวัดระยะจากเครื่องรับสัญญาณถึงดาวเทียม

$$DOP = \frac{\sigma}{\sigma_{URE}} \qquad (3.7)$$

เมื่อ σ คือ ค่าความถูกต้องทางตำแหน่ง

σ_{URE} คือ ค่าความถูกต้องของการวัดระยะจากเครื่องรับถึงดาวเทียม (User Range Error)

ปกติค่า DOP มีค่ามากกว่า 1 ดังนั้นค่าความถูกต้องทางตำแหน่ง $\sigma = DOP\sigma_{URE}$ จะมีค่าน้อยเมื่อค่า DOP มีค่าน้อย การเลือกใช้ค่า DOP จึงควรเลือกช่วงเวลารับสัญญาณดาวเทียมที่ให้ค่า DOP ต่ำ ๆ นอกจากนี้ค่า DOP ยังแบ่งได้หลายประเภทให้เลือกใช้ในการพิจารณา ดังนี้

1. Position Dilution Of Precision (PDOP) คือ ค่าที่บ่งชี้ถึงความถูกต้องของตำแหน่งในสามมิติ

$$PDOP = \sqrt{\sigma^2{}_X + \sigma^2{}_Y + \sigma^2{}_Z} \quad (3.8)$$

2. Horizontal Dilution Of Precision (HDOP) คือ ค่าที่บ่งชี้ถึงความถูกต้องของตำแหน่งทางราบ

$$HDOP = \sqrt{\sigma^2{}_X + \sigma^2{}_Y} \quad (3.9)$$

3. Vertical Dilution Of Precision (VDOP) คือ ค่าที่บ่งชี้ถึงความถูกต้องของตำแหน่งทางดิ่ง

$$VDOP = \sqrt{\sigma^2{}_Z} \quad (3.10)$$

4. Time Dilution Of Precision (TDOP) คือ ค่าที่บ่งชี้ถึงความถูกต้องของเวลาเครื่องรับสัญญาณเทียบกับเวลาที่ได้จากการรับสัญญาณจากดาวเทียม

$$TDOP = \sqrt{\sigma^2{}_T} \quad (3.11)$$

5. Geometrical Dilution Of Precision (GDOP) คือ ค่าที่บ่งชี้ถึงความถูกต้องโดยรวม หรือทางเรขาคณิต

$$GDOP = \sqrt{\sigma^2{}_X + \sigma^2{}_Y + \sigma^2{}_Z + \sigma^2{}_T} \quad (3.12)$$

ข้อสังเกตเกี่ยวกับค่า DOP ต่าง ๆ คือ

- ค่า DOP ที่น้อยให้ค่าความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งน้อยด้วย
- ค่า DOP ทางดิ่ง (VDOP) มีค่ามากกว่าทางราบ (HDOP) เสมอ ซึ่งสอดคล้องกับความจริงที่ค่าความคลาดเคลื่อนทางดิ่งจะมากกว่าทางราบ
- ค่า DOP ปกติมีค่ามากกว่า 1 แต่ถ้ารับสัญญาณดาวเทียมจำนวนมากพอ เช่น มากกว่า 8 ดวงค่า DOP สามารถมีค่าน้อยกว่า 1 ได้
- สามารถใช้ค่า DOP ในการพิจารณาเลือกรับและไม่รับสัญญาณดาวเทียมดวงใดก็ได้ เพื่อทำให้ค่าความถูกต้องทางตำแหน่งดีที่สุด
- เมื่อค่า DOP มีค่ามากกว่า 10 ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนมากและไม่ควรนำมาใช้