

แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของโดยใช้วิธีการระบุเอกลักษณ์  
แบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น

นายวุฒินันท์ ฐูปหอม

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2550  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DYNAMIC MODELS OF BLOCK-ICE PRODUCTION PROCESS USING  
LINEAR AND NONLINEAR IDENTIFICATION METHODS

Mr. Wuttinun Thoophom

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering  
Department of Electrical Engineering  
Faculty of Engineering  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2007  
Copyright of Chulalongkorn University

500848

หัวข้อวิทยานิพนธ์      แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของโดยใช้วิธีการระบุเอกลักษณ์  
แบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น


โดย                              นายวุฒินันท์ รูปหอม

สาขาวิชา                      วิศวกรรมไฟฟ้า


อาจารย์ที่ปรึกษา              รองศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรรเจตพงศ์ชัย

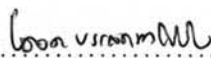
---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

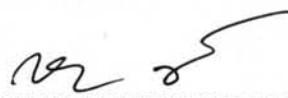
  
..... คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรรเจตพงศ์ชัย)

  
..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.แนบบุญ หุ่นเจริญ)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.กุนทีนี้ มณีรัตน์)

วุฒินันท์ ฐูปหอม: แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของโดยใช้วิธีการระบุเอกลักษณ์แบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น (DYNAMIC MODELS OF BLOCK-ICE PRODUCTION PROCESS USING LINEAR AND NONLINEAR IDENTIFICATION METHODS), อ. ที่ปรึกษา: รศ.ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย, 68 หน้า

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแนวทางการระบุเอกลักษณ์ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ แบบจำลองพลวัตอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าขาเข้าของเครื่องคอมเพรสเซอร์ อุณหภูมิน้ำเกลือ กับจำนวนของน้ำแข็ง เรายังเสนอแนวทางการสร้างแบบจำลอง 2 วิธี ได้แก่ การระบุเอกลักษณ์เชิงเส้นและการระบุเอกลักษณ์ไม่เชิงเส้น แบบจำลองเชิงเส้นมีรูปแบบง่ายกว่าแต่มีองศาเสรีน้อยกว่าแบบจำลองไม่เชิงเส้น อย่างไรก็ตาม แบบจำลองไม่เชิงเส้นอาจมีรูปแบบหลากหลายและซับซ้อน เราประยุกต์ดัชนีที่เรียกว่า อัตราส่วนลดความผิดพลาดของการจำลองผลกับการเลือกโครงสร้างที่เหมาะสมของแบบจำลองไม่เชิงเส้น การประมาณพารามิเตอร์ของแบบจำลองอาศัยผลเฉลยตามทิศทางของเลอวินเบิร์ก-มาควอด และใช้ขนาดการก้าวตามรอยถอยหลัง เมื่อใช้การระบุเอกลักษณ์แบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นกับข้อมูลจริงที่ได้จากโรงงานผลิตน้ำแข็งของแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า แบบจำลองเชิงเส้นสามารถทำนายสัญญาณขาออกได้แม่นยำในบางกรณีเท่านั้น แต่โดยทั่วไป แบบจำลองไม่เชิงเส้นสามารถอธิบายกระบวนการได้แม่นยำกว่า หรือเทียบเท่ากับแบบจำลองเชิงเส้น

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
 สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
 ปีการศึกษา ..... 2550 .....

ลายมือชื่อนิสิต ..... วุฒินันท์ ฐูปหอม .....  
 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..... (รศ. ดร.เดวิด.....)

##4770466021: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: DYNAMIC MODELS / BLOCK-ICE PRODUCTION / LINEAR MODEL / NONLINEAR MODEL / NONLINEAR AUTOREGRESSIVE WITH EXOGENOUS INPUTS / SIMULATION ERROR REDUCTION RATIO / LEVENBERG-MARQUARDT DIRECTION / BACKTRACKING LINE SEARCH

WUTTINUN THOOPHOM: DYNAMIC MODELS OF BLOCK-ICE PRODUCTION PROCESS USING LINEAR AND NONLINEAR IDENTIFICATION METHODS, THESIS ADVISOR: DAVID BANJERDPONGCHAI, Ph.D., 68 pp.

This thesis presents identification approach to model block-ice processes. The dynamic model describes relationship between power input of compressor, brine temperature, and number of produced block-ice. We apply two modelling approaches, namely, linear and nonlinear identification. The linear model has a simpler form but less degrees of freedom than that of the nonlinear model. However, nonlinear models contain numerous and complex forms. We apply an index called simulation error reduction ratio to select appropriate structure of nonlinear models. The parameter estimation employs Levenberg-Marquardt direction and backtracking line search. We implement linear and nonlinear identification methods with real data obtained from a local factory. Linear models can predict the output with good precision in some cases. However, in general, nonlinear models can describe the process with a better or equal precision.

Department ..Electrical Engineering  
Field of study ..Electrical Engineering  
Academic year ..... 2007 .....

Student's signature ..Wuttinun Thoophom ..  
Advisor's signature ..David Banjerdpongchai ..

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือของรองศาสตราจารย์ ดร. เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ให้คำแนะนำต่างๆ ทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดในการทำวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยจึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.แนบบุญ หุนเจริญ และรองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณี มณีรัตน์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่เสียสละเวลาตรวจสอบเพื่อปรับปรุงให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา พี่น้อง และญาติผู้เป็นกำลังใจและกำลังทรัพย์ตลอดเวลา รวมทั้งให้โอกาสผู้วิจัยได้ศึกษาต่อในระดับปริญญาโทมาบัดนี้

ขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อนๆ และรุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุมที่ให้กำลังใจและคำปรึกษาจนผู้วิจัยได้ทำวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่างๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา .....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา .....	1
1.3 วัตถุประสงค์ .....	2
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ .....	2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน .....	2
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	2
1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์ .....	2
2 กระบวนการผลิตน้ำแข็งของ.....	4
2.1 บทนำ .....	4
2.2 วัตถุประสงค์การทำความเย็นพื้นฐาน .....	4
2.3 องค์ประกอบหลักในการผลิตน้ำแข็งของ .....	6
2.3.1 องค์ประกอบทางกายภาพ .....	6
2.3.2 กระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	8
2.3.3 พลังงานไฟฟ้าในกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	11
2.4 บทสรุป .....	13
3 แบบจำลองเชิงเส้นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ.....	14
3.1 บทนำ .....	14
3.2 แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	14

บทที่	หน้า
3.2.1 แบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง .....	15
3.2.2 แบบจำลองประมาณค่าพารามิเตอร์ .....	18
3.2.3 แบบจำลองคำนวณอุณหภูมิน้ำเกลือ .....	24
3.2.4 แบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง .....	26
3.3 แบบจำลองเชิงเส้นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	28
3.4 สรุป .....	41
<b>4 แบบจำลองไม่เชิงเส้นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ.....</b>	<b>42</b>
4.1 บทนำ .....	42
4.2 การระบุเอกลักษณ์ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น NARX .....	42
4.3 แบบจำลอง NARX ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	50
4.4 สรุป .....	56
<b>5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ .....</b>	<b>57</b>
5.1 บทสรุป .....	57
5.2 ข้อเสนอแนะ .....	57
รายการอ้างอิง .....	62
ภาคผนวก .....	64
<b>ก แบบจำลองการขึ้นรูปน้ำแข็งของ.....</b>	<b>65</b>
ก.1 บทนำ .....	65
ก.2 แบบจำลองการขึ้นรูปน้ำแข็งของด้วยวิธีไฟในทิวolum .....	65
ก.3 การสร้างตารางฐานข้อมูลการขึ้นรูปน้ำแข็งของ .....	66
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	68



## สารบัญตาราง

หน้า

3.1	ข้อมูลแสดงช่วงเวลาการระบุเอกลักษณ์และตรวจสอบความแม่นยำของแบบจำลอง . . . . .	31
3.2	แบบจำลองเชิงเส้นและความแม่นยำของแบบจำลองแต่ละส่วนจากข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำแต่ละชุด . . . . .	41
4.1	แบบจำลอง NARX และความแม่นยำของแบบจำลองแต่ละส่วนจากข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำแต่ละชุด . . . . .	55
5.1	แบบจำลองของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของในแต่ละช่วงเวลา . . . . .	59
ก.1	พลังงานความร้อนที่ถ่ายเทออกจากน้ำแต่ละช่องขึ้นอยู่กับช่วงเวลาและอุณหภูมิน้ำเกลือ . . . . .	67

## สารบัญญภาพ

	หน้า
2.1 แผนภาพวัฏจักรการทำความเย็น .....	5
2.2 แผนภาพ $P - h$ ของวัฏจักรการทำความเย็น .....	5
2.3 แผนภาพองค์ประกอบในการผลิตน้ำแข็งของ .....	7
2.4 แผนภาพขั้นตอนการผลิตและจำหน่ายน้ำแข็งของ .....	10
2.5 พลังงานไฟฟ้าที่ป้อนให้กับคอมเพรสเซอร์ใน 1 วันหรือ 24 ชั่วโมง .....	12
2.6 พลังงานไฟฟ้าที่ป้อนให้กับคอมเพรสเซอร์ใน 7 วันหรือ 168 ชั่วโมง .....	12
3.1 แผนภาพแบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	14
3.2 แผนภาพแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง .....	15
3.3 จำนวนของน้ำแข็งเมื่อใช้อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จากอุปกรณ์ตรวจจับอุณหภูมิ .....	17
3.4 พลังงานถ่ายเทสะสมเมื่อใช้อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จากอุปกรณ์ตรวจจับอุณหภูมิ .....	17
3.5 แผนภาพแบบจำลองประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับกระบวนการผลิตน้ำแข็งของ .....	18
3.6 พารามิเตอร์ที่ประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบวนซ้ำครั้งที่ 1 .....	21
3.7 พารามิเตอร์ที่ประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบวนซ้ำครั้งที่ 2 .....	22
3.8 พารามิเตอร์ที่ประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบวนซ้ำโดยการถดถอยครั้งที่ 1 .....	23
3.9 พารามิเตอร์ที่ประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบวนซ้ำโดยการถดถอยครั้งที่ 2 .....	24
3.10 แผนภาพแบบจำลองคำนวณอุณหภูมิน้ำเกลือ .....	24
3.11 อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้กับอุณหภูมิน้ำเกลือที่คำนวณได้ใน 72 ชั่วโมงข้างหน้า .....	26
3.12 จำนวนของน้ำแข็ง ( $I_{100p}, I_{85p}, I_{50p}$ ) ที่คำนวณได้ใน 72 ชั่วโมงข้างหน้าเมื่อเปรียบเทียบกับผลลัพท์กับแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง .....	27
3.13 พลังงานถ่ายเทสะสม ( $Q_{CTp}, Q_{85p}, Q_{50p}$ ) ที่คำนวณได้ใน 72 ชั่วโมงข้างหน้าเมื่อเปรียบเทียบกับผลลัพท์กับแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง .....	27
3.14 แผนภาพแบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของที่ปรับปรุงใหม่ .....	28
3.15 แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของส่วนแรก .....	29
3.16 แบบจำลองพลวัตของกระบวนการผลิตน้ำแข็งของส่วนที่สอง .....	29
3.17 สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ ...	30
3.18 สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ ..	30
3.19 สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 1 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	31
3.20 สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 1 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	32

3.21	สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 2 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	32
3.22	สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 2 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	33
3.23	สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 3 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	33
3.24	สัญญาณเข้า-ออกของแบบจำลองส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลชุดที่ 3 กับข้อมูลการผลิตบ่อที่ 1 เดือนกุมภาพันธ์ .....	34
3.25	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 1 .....	35
3.26	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 1 .....	36
3.27	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 2 .....	37
3.28	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 2 .....	38
3.29	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 3 .....	39
3.30	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลองเชิงเส้นส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 3 .....	40
4.1	ผังงานการระบุเอกลักษณ์ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น NARX .....	46
4.2	ผังงานกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น .....	47
4.3	ผังงานการเลือกสัญญาณที่เหมาะสมที่สุด .....	47
4.4	ผังงานการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง .....	48
4.5	ผังงานการหาขนาดการก้าวตามรอยถอยหลัง .....	49
4.6	ผังงานการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง .....	49
4.7	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 1 .....	50
4.8	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 1 .....	51
4.9	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 2 .....	52

4.10 จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 2 .....	53
4.11 อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนแรกเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 3 .....	54
4.12 จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือภายในบ่อที่วัดได้จริงกับที่ทำนายได้จากแบบจำลอง NARX ส่วนที่สองเมื่อใช้ข้อมูลตรวจสอบความแม่นยำชุดที่ 3 .....	55
ก.1 ขนาดของน้ำแข็งและระดับน้ำหรือน้ำแข็งในช่องเทียบกับระดับน้ำเกลือบริเวณภายนอก ...	66

## คำอธิบายสัญลักษณ์

$W_{in}$	พลังงานไฟฟ้าที่ป้อนให้กับคอมเพรสเซอร์
$N$	ยอดขาย
$P$	พลังงานถ่ายเทสะสมเพื่อดูดความร้อนออกจากน้ำเกลือภายในบ่อ
$T_b$	อุณหภูมิน้ำเกลือที่วัดได้จากอุปกรณ์ตรวจวัดภายในระบบ
$T_{bc}$	อุณหภูมิน้ำเกลือที่คำนวณได้จากแบบจำลองคำนวณอุณหภูมิน้ำเกลือ
$Q_{cum}$	พลังงานถ่ายเทสะสมของน้ำแข็งของหรือพลังงานถ่ายเทสะสมระหว่างสารทำความเย็นกับน้ำเกลือ
$Q_{cumref}$	พลังงานถ่ายเทสะสมอ้างอิงสำหรับการผลิตน้ำแข็งหนึ่งซอง
$Q_{tb}$	พลังงานถ่ายเทสะสมระหว่างน้ำเกลือกับน้ำ
$Trig$	ตัวควบคุมการส่งอุณหภูมิน้ำเกลือที่คำนวณได้
$\theta$	พารามิเตอร์ของแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$N_r$	จำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งสมบูรณ์แล้ว
$I_{100e}$	จำนวนของน้ำแข็งพร้อมขายที่หาได้จากแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{85e}$	จำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งแล้วร้อยละ 85 จากมวลของน้ำซึ่งหาได้จากแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{50e}$	จำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งแล้วร้อยละ 50 จากมวลของน้ำซึ่งหาได้จากแบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{100p}$	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือที่หาได้จากแบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{85p}$	จำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งแล้วร้อยละ 85 จากมวลของน้ำซึ่งหาได้จากแบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{50p}$	จำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งแล้วร้อยละ 50 จากมวลของน้ำซึ่งหาได้จากแบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{CTe}$	พลังงานถ่ายเทสะสมทั้งหมดภายในบ่อที่หาได้แบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{C85e}$	พลังงานถ่ายเทสะสมของน้ำที่มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 85 ของ $Q_{cumref}$ ซึ่งหาได้แบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{C50e}$	พลังงานถ่ายเทสะสมของน้ำที่มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของ $Q_{cumref}$ ซึ่งหาได้แบบจำลองประมาณจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{CTp}$	พลังงานถ่ายเทสะสมทั้งหมดภายในบ่อที่หาได้จากแบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{C85p}$	พลังงานถ่ายเทสะสมของน้ำที่มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 85 ของ $Q_{cumref}$ ซึ่งหาได้แบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$Q_{C50p}$	พลังงานถ่ายเทสะสมของน้ำที่มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของ $Q_{cumref}$ ซึ่งหาได้แบบจำลองทำนายจำนวนของน้ำแข็ง
$I_{100e}$	จำนวนของน้ำแข็งคงเหลือรวมกับจำนวนของน้ำแข็งที่น้ำเปลี่ยนสถานะเป็นน้ำแข็งสมบูรณ์แล้ว