

การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา
จากการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล



นางสาวกานต์ธิดา ตันประเสริฐ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2557

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

QUANTILE ESTIMATION BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH RIGHT-CENSORED
DATA FROM LOG-LOCATION-SCALE DISTRIBUTIONS

Miss Kantida Tunprasert



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2014

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วย
ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาจากการแจกแจงแบบล็อก-
โลเคชัน-สเกล

โดย

นางสาวกานต์ธิดา ตันประเสริฐ

สาขาวิชา

สถิติ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. วิฐุรา พึ่งพาพงศ์)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร. อรุณี กำลั้ง)

กานต์ธิดา ตันประเสริฐ : การประมาณค่าควอนไทล์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลที่
ถูกตัดปลายทางขวาจากการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล (QUANTILE ESTIMATION
BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH RIGHT-CENSORED DATA FROM LOG-
LOCATION-SCALE DISTRIBUTIONS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. อนุภาพ
สมบูรณ์สวัสดิ์, 109 หน้า.

ควอนไทล์-ควอนไทล์ พล็อต หรือที่เป็นที่รู้จักในชื่อ Q-Q plot เป็นที่นิยมใช้ในการ
ตรวจสอบสมมติฐานของการแจกแจง เมื่อใช้กับข้อมูลจากการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล หรือล็อก-
โลเคชัน-สเกล ค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งและค่าพารามิเตอร์แสดงขนาดสามารถประมาณได้จาก
กราฟ Q-Q plot วิธีการประมาณแบบกราฟนี้ (Graphical Estimation Method; GE Method) เป็น
วิธีประมาณที่ง่ายและรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณแบบมาตรฐานอย่างวิธีการประมาณ
แบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method)
วัตถุประสงค์ในการศึกษาครั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบกราฟ กับวิธีการประมาณแบบ
ภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 และ 2
ที่มาจากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล โดยการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษาคือ การแจกแจงล็อก
ปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกโลจิสติก ผลการศึกษาโดยรวมพบว่า (1) ข้อมูลที่ถูก
ตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ให้ผลเปรียบเทียบระหว่างวิธี MLE กับวิธี GE ในทิศทาง
เดียวกัน (2) วิธี MLE มีประสิทธิภาพในการประมาณที่ดีกว่าวิธี GE ในทุกสถานการณ์ที่ศึกษา (3) ทั้ง
3 การแจกแจงให้ผลที่ค่อนข้างคล้ายกัน โดยเมื่อระดับสัดส่วนการตัดปลายทางขวา หรือตำแหน่งค
วอนไทล์สูงขึ้น จะทำให้ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE มีค่าต่ำลง และ (4) เมื่อ
เปรียบเทียบ 3 การแจกแจง พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบ
กราฟกับวิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าสูงสุดเมื่อประมาณค่าควอนไทล์จากการแจก
แจงล็อกปกติ

ภาควิชา สถิติ

ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา สถิติ

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

ปีการศึกษา 2557

5681509426 : MAJOR STATISTICS

KEYWORDS: QUANTILE / LOG-LOCATION-SCALE / RIGHT-CENSORED DATA

KANTIDA TUNPRASERT: QUANTILE ESTIMATION BY GRAPHICAL ESTIMATORS WITH RIGHT-CENSORED DATA FROM LOG-LOCATION-SCALE DISTRIBUTIONS. ADVISOR: ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D., 109 pp.

Quantile-quantile plot, also known as Q-Q plot, is commonly used for assessing distributional assumption. When the data are from Location-Scale or Log-Location-Scale distributions, the location and scale parameters can be graphically estimated from the Q-Q plot. This graphical estimation (GE) method is quick-and-easy to estimate in comparison to standard method such as the maximum likelihood estimation (MLE) method. The purpose of this study is to compare GE to MLE methods in estimating quantiles when dealing with type-1-right-censored data and type-2-right-censored data from Log-Location-Scale distribution. The distributions in this study are lognormal, Weibull, and loglogistic distributions. Overall findings are: (1) type1 and type2 right censored data give the similar results in comparing GE to MLE method, (2) MLE method is more efficient than GE method in every scenarios, (3) similarly for all three distributions, the performance of the GE method decreases when the censoring rate or the position of quantiles increase, and (4) when comparing between three distributions, relative efficiency of GE to MLE methods yields the highest values when estimating the quantile from lognormal distribution.

Department: Statistics

Student's Signature

Field of Study: Statistics

Advisor's Signature

Academic Year: 2014

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ลงได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือและความเอาใจใส่จาก อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่าน อาจารย์เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษา อบรมสั่งสอน และให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ตลอดจนให้ความช่วยเหลือ คำแนะนำเพื่อปรับปรุง แก้ไขวิทยานิพนธ์ และเป็นกำลังใจในการทำงาน จนกระทั่ง วิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่าน รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ประธาน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.วิฐุรา พึ่งพาพงศ์ และ อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง กรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ เป็นอย่างสูง ที่ท่านอาจารย์ทั้งสามท่านได้เสียสละเวลาเพื่อสอบ ตรวจสอบ และ ให้คำแนะนำ เพื่อแก้ไขวิทยานิพนธ์ ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ ประจำภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่านที่ให้ โอกาสทางการศึกษา และอบรมสั่งสอนให้ความรู้ทั้งในการเรียนและการดำรงชีวิตให้แก่ผู้วิจัยเสมอ มาจนสำเร็จการศึกษาในครั้งนี้

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัว ที่คอยให้กำลังใจและความห่วงใย ส่งเสริมและ สนับสนุนมาโดยตลอด และขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ และเป็นกำลังใจให้กับผู้วิจัยตลอดมา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 บริบทของปัญหา.....	2
1.3 วัตถุประสงค์	3
1.4 สมมติฐานการวิจัย	3
1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	3
1.6 ขอบเขตของการวิจัย	4
1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	5
1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
บทที่ 2 ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง.....	7
2.1 ประเภทของการถูกตัด (Type of Censoring).....	7
2.1.1 การถูกตัดแบบที่ 1 (Type I Censoring).....	7
2.1.2 การถูกตัดแบบที่ 2 (Type II Censoring).....	7
2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย.....	8
2.2.1 การแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล และ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Location-Scale and Log-Location-Scale Distributions).....	8
2.2.2 การแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution).....	9

2.2.3 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)	9
2.2.4 การแจกแจงล็อกโลจิสติก (Loglogistic Distribution)	10
2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์.....	10
2.3.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)	10
2.3.2 วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method).....	11
2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ	12
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการศึกษา	14
3.1 ขอบเขตของการศึกษา	14
3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการศึกษา.....	15
3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	19
บทที่ 4 ผลการวิจัย	20
4.1 ผลการศึกษาเมื่อใช้ข้อมูลที่ตัดปลายทางขวาแบบที่ 1	21
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกปกติ.....	21
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงไวบูลล์	29
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกโลจิสติก	37
4.2 ผลการศึกษาเมื่อใช้ข้อมูลที่ตัดปลายทางขวาแบบที่ 2	45
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกปกติ.....	45
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงไวบูลล์	53
ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกโลจิสติก	61
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	69
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	69
5.2 ข้อเสนอแนะ	71
รายการอ้างอิง	72

ภาคผนวก ก.....	73
ภาคผนวก ข.....	84
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	109



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1.1 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	22
4.1.2 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	26
4.1.3 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	30
4.1.4 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	34
4.1.5 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	38
4.1.6 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 1	42
4.2.1 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	46
4.2.2 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	50
4.2.3 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	54
4.2.4 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	58
4.2.5 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	62
4.2.6 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัด ปลายทางขวาแบบที่ 2	66

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1.6.1 ภาพประกอบการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) และพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) จาก Q-Q plot	4
2.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x_p กับ $F^{-1}_{0,1}(p)$	11
4.1.1.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1).....	23
4.1.1.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1).....	24
4.1.2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1).....	27
4.1.2.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1).....	28
4.1.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)	31
4.1.3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)	32
4.1.4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)	35
4.1.4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)	36
4.1.5.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1).....	39
4.1.5.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1).....	40

ภาพที่	หน้า
4.1.6.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1).....	43
4.1.6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1).....	44
4.2.1.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)	47
4.2.1.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1).....	48
4.2.2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)	51
4.2.2.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1).....	52
4.2.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1).....	55
4.2.3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)	56
4.2.4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1).....	59
4.2.4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)	60
4.2.5.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1).....	63
4.2.5.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1).....	64

ภาพที่	หน้า
4.2.6.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วย ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1).....	67
4.2.6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดย ใช้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1).....	68



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์การอยู่รอด (Survival Analysis) เป็นการวิเคราะห์ระยะเวลาจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวหรือเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้น บ่อยครั้งมักสิ้นเปลืองเวลาและค่าใช้จ่าย เนื่องจากผู้วิจัยไม่สามารถคาดเดาได้ว่าการเก็บข้อมูลจะสิ้นสุดเมื่อใด เพราะต้องรอเก็บระยะเวลาที่หน่วยตัวอย่างแต่ละตัวจะเกิดความล้มเหลวหรือเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นโดยที่ไม่รู้ว่าจะเกิดเมื่อใด จนครบทุกหน่วยเพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ ผู้วิจัยอาจออกแบบการทดลองโดยกำหนดเวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) หรือ กำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure) โดยที่ไม่ต้องรอให้เกิดความล้มเหลวจนครบทุกหน่วยตัวอย่าง แต่การแก้ปัญหาแบบนี้จะทำให้ข้อมูลที่เก็บมาเป็นข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Data) ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ลักษณะนี้เรียกว่า ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data) ซึ่งการที่จะนำข้อมูลที่ถูกต้องตัดปลายทางขวานี้ไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรไม่สามารถทำเช่นเดียวกับข้อมูลที่สมบูรณ์ได้

วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood Estimation Method; MLE Method) เป็นวิธีหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกต้องตัดปลายทางขวา แต่สำหรับข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์เช่นนี้ การใช้วิธี MLE จะค่อนข้างยากและซับซ้อนกว่ากรณีที่มีข้อมูลสมบูรณ์ เพราะไม่มีรูปปิดของตัวประมาณที่แน่นอน ดังนั้นจึงมีงานวิจัยที่พยายามศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณที่ง่ายและไม่ซับซ้อน กับวิธี MLE มีงานวิจัยจำนวนหนึ่งที่น่าสนใจที่นำคุณสมบัติของการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale Distribution) หรือการแจกแจงที่สามารถแปลงไปเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกลได้ มาใช้ในการช่วยประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล คือ เมื่อใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดในการหาเส้นตรงที่เหมาะสมกับจุดใน Quantile-Quantile plot (Q-Q plot) ของการแจกแจงแบบนี้ จะได้ ค่าประมาณจุดตัดแกน y เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) และค่าประมาณของความชันเป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) ของการแจกแจง เรียกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบนี้ว่า วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายและเร็วกว่าวิธี MLE ตัวอย่างการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงค่าสูงสุดขีด การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงโลจิสติก ซึ่งการแจกแจงแบบ

โลเคชัน-สเกล จะประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ พารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) และพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) ส่วนการแจกแจงที่สามารถแปลงด้วยการใช้ฟังก์ชัน $\log(\cdot)$ แล้วได้เป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล เรียกว่า การแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale Distribution) เช่น การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และ การแจกแจงล็อกโลจิสติก

มีผู้ที่สนใจพยายามเปรียบเทียบวิธี GE กับ วิธี MLE อย่างแพร่หลาย โดย ขวัญรัตน์ ตั้งพิชฐานสกุล (2554) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณพารามิเตอร์ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวา แบบที่ 2 (มีการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า) จากการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method) วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method) พบว่าวิธี MLE เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา และโดยส่วนใหญ่วิธี GEPD จะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE ต่อมา ประภาศิริ สุนทรศิริเวช (2555) เห็นว่า ค่าที่น่าสนใจในการแจกแจงไม่ได้มีเพียงค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) กับพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) เท่านั้น ค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งต่างๆ (quantiles) ของการแจกแจงก็เป็นค่าที่น่าสนใจเช่นกัน จึงได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าควอนไทล์ ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1 (มีการกำหนดเวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า) จากการแจกแจงและวิธีการประมาณ เช่นเดียวกับ ขวัญรัตน์ ตั้งพิชฐานสกุล (2554) โดยพบว่า สำหรับกรณีที่ขนาดตัวอย่างมากกว่า 40 วิธี MLE จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อพิจารณาประกอบความเรียบง่ายของการประมาณ วิธี GE น่าจะเป็นวิธีการที่นำไปใช้งานมากที่สุดเนื่องจากทุกวิธีการมีประสิทธิภาพแทบไม่แตกต่างกัน

สิ่งที่งานวิจัยนี้สนใจต่อไปคือ หากการแจกแจงของข้อมูลไม่ได้เป็นแบบ โลเคชัน-สเกล แต่เป็นแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล การประมาณค่าควอนไทล์ ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1 และ 2 โดยวิธีการประมาณแบบกราฟจะทำได้อย่างไร และระหว่างวิธีการประมาณแบบกราฟกับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีไหนมีประสิทธิภาพมากกว่ากัน

1.2 บริบทของปัญหา

หลักของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบกราฟ มาจาก การใช้คุณสมบัติของ Q-Q plot ของการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ดังนั้นสำหรับการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ที่สามารถแปลงไปเป็นการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล ได้ จะใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบกราฟอย่างไร และระหว่างวิธีการประมาณแบบกราฟกับวิธี

ภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีไหนสามารถใช้ประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกลบหายไปจาก การแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล ได้ดีกว่ากัน

1.3 วัตถุประสงค์

1.3.1 เพื่อศึกษาการประมาณค่าควอนไทล์ ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล จากข้อมูลที่ถูกลบหายไปทั้งแบบที่ 1 และ 2 ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ และ วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด

1.3.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณแบบกราฟกับวิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด ในการประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล จากข้อมูลที่ถูกลบหายไป

1.4 สมมติฐานการวิจัย

วิธีประมาณแบบกราฟ มีประสิทธิภาพไม่ใกล้เคียงกับวิธีประมาณแบบภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด และ เมื่อระดับสัดส่วนการตัดปลายหรือตำแหน่งควอนไทล์ที่ประมาณ สูงขึ้น จะทำให้ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีประมาณแบบกราฟเทียบกับวิธีประมาณแบบภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าต่ำลง

1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.5.1 ข้อมูลที่ถูกลบหายไปแบบที่ 1 (Type-I Right Censoring หรือ Fixed Censoring Time) คือ ข้อมูลที่มีการตัดปลายทางขวาโดยการกำหนดเวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า

1.5.2 ข้อมูลที่ถูกลบหายไปแบบที่ 2 (Type-II Right Censoring หรือ Fixed Number of Uncensored Failure) คือ ข้อมูลที่มีการตัดปลายทางขวาโดยการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า

1.5.3 ค่าเอนเอียง (Bias) ของตัวประมาณ $\hat{\theta}$ คือ ค่าแตกต่างระหว่างค่าที่คาดหวังของ $\hat{\theta}$ กับค่าพารามิเตอร์ θ กล่าวคือ $Bias(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$

1.5.4 ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error หรือ MSE) เป็นเกณฑ์หนึ่งที่ใช้วัดว่าตัวประมาณ $\hat{\theta}$ กระจายหรือเบี่ยงเบนไปจากค่าพารามิเตอร์ θ เพียงไร โดย $MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$

1.5.5 ความแปรปรวนของ $\hat{\theta}$ ($v(\hat{\theta})$) เป็นค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง $\hat{\theta}$ กับค่าที่คาดหวังของ $\hat{\theta}$ กล่าวคือ $v(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2$

1.6 ขอบเขตของการวิจัย

1.6.1 การแจกแจงที่ใช้ในการศึกษาเป็นการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) ของการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ทั้งหมด 3 การแจกแจง ดังนี้

- การแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution; $LOGNOR(\mu, \sigma)$)
- การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution; $WEIB(\mu, \sigma)$)
- การแจกแจงล็อกโลจิสติก (Loglogistic Distribution; $LOGLOGIS(\mu, \sigma)$)

โดยกำหนด $\mu = 0, \sigma = 1$ ทุกการแจกแจง

1.6.2 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และแบบที่ 2 โดยกำหนดระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (Censoring Rate; r) ไว้ 3 ระดับ คือ 10%, 20% และ 30%

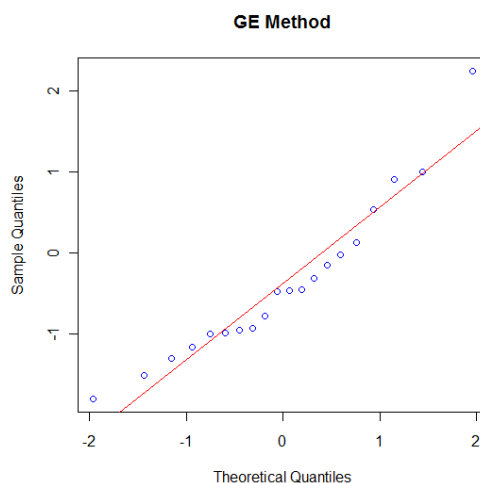
1.6.3 กำหนดขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) ที่ใช้ในการศึกษาไว้ 5 ระดับ คือ 20, 40, 80, 120 และ 200

1.6.4 กำหนดการประมาณค่าควอนไทล์ (quantile) ของการแจกแจงต่างๆ ทั้งหมด 6 ระดับ ได้แก่ ควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975 และ 0.99

1.6.5 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษามี 2 วิธี คือ

- วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)
- วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method) โดยใช้ข้อมูลจากทุกจุด ซึ่งเรียกว่าแบบ All points เช่น เมื่อ $n = 20$ วิธีการประมาณแบบกราฟจะเป็นดัง ภาพที่ 1.6.1

ภาพที่ 1.6.1 ภาพประกอบการประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) และพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) จาก Q-Q plot



1.6.6 การศึกษาครั้งนี้จำลองข้อมูล สถานการณ์และประมวลผลโดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.2 (R Development Core Team, 2009) โดยจะทำซ้ำสถานการณ์ละ 5000 รอบ

1.7 วิธีการดำเนินการวิจัย

1.7.1 ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และ 2

1.7.2 สร้างข้อมูลที่มีการแจกแจง, ขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนการตัดปลายด้านขวาตามที่กำหนด

1.7.3 คำนวณค่าฟังก์ชัน log ของทุกหน่วยข้อมูลที่สร้างจากข้อ 1.7.2 เพื่อแปลงข้อมูลจากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล เป็น โลเคชัน-สเกล นั่นคือ จากการแจกแจงล็อกปกติเป็นการแจกแจงปกติ จากการแจกแจงล็อกโลจิสติกเป็นการแจกแจงโลจิสติก และ จากการแจกแจงไวบูลล์เป็นการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด

1.7.4 นำข้อมูลที่แปลงแล้วมาใช้ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งและค่าประมาณพารามิเตอร์แสดงขนาดด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ($\hat{\mu}_{MLE}, \hat{\sigma}_{MLE}$) และวิธีการประมาณแบบกราฟ ($\hat{\mu}_{GE}, \hat{\sigma}_{GE}$)

1.7.5 คำนวณค่าประมาณควอนไทล์ (quantile) ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล

1.7.6 ทำซ้ำข้อ 1.7.2-1.7.5 5000 รอบ

1.7.7 คำนวณค่าเอนเอียง (Bias) ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) และค่าความแปรปรวน (Var) ของตัวประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล ทั้งจากวิธี MLE และวิธี GE

1.7.8 คำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (RE)

1.7.9 สรุปผลการศึกษา

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.8.1 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่าง ตัวประมาณโดยวิธีประมาณแบบกราฟและตัวประมาณโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และ 2 จากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล

1.8.2 เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกวิธีการประมาณที่เหมาะสมเพื่อประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาจากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

การประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ด้วยวิธี MLE และ วิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 และ 2 มีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ดังต่อไปนี้

2.1 ประเภทของการถูกตัด (Type of Censoring)

2.1.1 การถูกตัดแบบที่ 1 (Type I Censoring)

ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 เกิดจากการกำหนดเวลาสิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time; T_c) ตัวอย่างเช่น การทดลองยาตัวใหม่กับคนไข้ กำหนดระยะเวลาสิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ที่ 2 เดือน ถ้าคนไข้คนใดหายป่วยภายใน 2 เดือนจะถือว่าเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัด และบันทึกเวลาค่าสังเกตตามจริง แต่ถ้าครบ 2 เดือนแล้วคนไข้คนใดไม่หายป่วยจะถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง และบันทึกเวลาค่าสังเกตไว้เพียง 2 เดือนเท่านั้น

ให้ T_c คือ เวลาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

T_1, T_2, \dots, T_n เป็นระยะเวลาจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวจริงของตัวอย่างที่ 1 ถึง n ตามลำดับ ซึ่งมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน จะได้ตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต X_1, X_2, \dots, X_n ซึ่ง

$$X_i = \begin{cases} T_i & ; T_i \leq T_c \\ T_c & ; T_i > T_c \end{cases}$$

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) จากค่าสังเกต x_i ดังนี้

$$L(x_i) = \begin{cases} f(x_i) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ P(T_i > T_c) = S(T_c) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

ทำให้ได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L = \prod_{i \in u} f(x_i) \cdot S(T_c)^{\sum_{i=1}^n 1\{T_i > T_c\}} ; i \in u \text{ หมายถึงค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

โดยที่ $1\{T_i > T_c\} = \begin{cases} 1 & ; T_i > T_c \\ 0 & ; T_i \leq T_c \end{cases}$ เป็น indicator function

2.1.2 การถูกตัดแบบที่ 2 (Type II Censoring)

ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 เกิดจากการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง หรือจำนวนค่าสังเกตที่จะความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure; m) เช่น

การทดสอบอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ จะกำหนดจำนวนแบตเตอรี่ที่เสื่อมสภาพไว้ล่วงหน้า เริ่มทดลองโดยเริ่มใช้งานแบตเตอรี่ทั้งหมด พร้อมทั้งบันทึกเวลาและนับจำนวนแบตเตอรี่ที่เสื่อมสภาพ เมื่อได้จำนวนแบตเตอรี่ที่เสื่อมสภาพครบแล้วก็จะหยุดทำการทดลองและให้หน่วยตัวอย่างที่เหลือมีอายุการใช้งานเท่ากับ $T_{(m)}$

ให้ n คือขนาดตัวอย่าง และ m คือจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง โดยที่ $m \leq n$ ให้ $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq \dots \leq T_{(m)}$ เป็นค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ $T_{(m+1)} \leq T_{(m+2)} \leq \dots \leq T_{(n)}$ เป็นค่าสังเกตที่ถูกตัดทิ้ง ซึ่ง $T_{(i)} \geq T_{(m)}$; $i = m+1, m+2, \dots, n$ จะไม่ทราบค่าที่แท้จริงของค่าสังเกต

ดังนั้น X_i เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต ซึ่ง

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & \text{เมื่อ } i \leq m \\ T_{(m)} & \text{เมื่อ } i = m+1, m+2, \dots, n \end{cases}$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L = \prod_{i=1}^m f(x_i) \cdot S(T_{(m)})^{n-m}$$

(Klein & Moeschberger, 1997)

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย

การแจกแจงที่ศึกษาในงานวิจัยนี้ คือ การแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ได้แก่ การแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution) การแจกแจงล็อกโลจิสติก (Loglogistic Distribution) และ การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)

2.2.1 การแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล และ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Location-Scale and Log-Location-Scale Distributions)

X จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ถ้า

$$P(X \leq x) = F(x; \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $-\infty < \mu < \infty$ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter)

$\sigma > 0$ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter)

Φ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ $\mu = 0, \sigma = 1$

T จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ถ้า

$X = \log(T)$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล (Location-Scale)

(Meeker & Escobar, 1998)

2.2.2 การแจกแจงล็อกปกติ (Lognormal Distribution)

ให้ T เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกปกติด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $T \sim \text{LOGNOR}(\mu, \sigma)$ จะได้ว่า $X = \log(T) \sim \text{NOR}(\mu, \sigma)$ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ดังนั้นการแจกแจงล็อกปกติจัดได้ว่าเป็นการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) จึงสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ได้ในรูป

$$F(t; \mu, \sigma) = \Phi_{\text{NOR}}\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $t > 0$

$-\infty < \mu < \infty$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T และ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง ของ $X = \log(T)$

$\sigma > 0$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T และ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ $X = \log(T)$

Φ_{NOR} เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงปกติมาตรฐาน ($\text{NOR}(\mu=0, \sigma=1)$)

การแจกแจงล็อกปกติมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

มีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(T) = \exp(\mu + 0.5\sigma^2), \quad \text{Var}(T) = \exp(2\mu + \sigma^2)[\exp(\sigma^2) - 1]$$

2.2.3 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)

ให้ T เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลล์ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $T \sim \text{WEIB}(\mu, \sigma)$ จะได้ว่า $X = \log(T) \sim \text{SEV}(\mu, \sigma)$ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ดังนั้นการแจกแจงไวบูลล์จัดได้ว่าเป็นการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) จึงสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ได้ในรูป

$$F(t; \mu, \sigma) = \Phi_{\text{SEV}}\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $t > 0$

$-\infty < \mu < \infty$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T โดย $\eta = \exp(\mu)$ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ T อีกทั้ง μ ยังเป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง ของ $X = \log(T)$

$\sigma > 0$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T โดย $\beta = \frac{1}{\sigma}$ เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (shape parameter) ของ T อีกทั้ง σ ยังเป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ $X = \log(T)$

Φ_{SEV} เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงค่าต่ำสุดขีดมาตรฐาน ($\text{SEV}(\mu=0, \sigma=1)$)

การแจกแจงไวบูลล์มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma t} \exp \left[\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} - \exp \left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right) \right]$$

$$= \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right]$$

มีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(T) = \eta \Gamma(1 + 1/\beta), \text{Var}(T) = \eta^2 [\Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta)]$$

2.2.4 การแจกแจงล็อกโลจิสติก (Loglogistic Distribution)

ให้ T เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกโลจิสติกด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ เขียนแทนด้วย $T \sim \text{LOGLOGIS}(\mu, \sigma)$ จะได้ว่า $X = \log(T) \sim \text{LOGIS}(\mu, \sigma)$ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ดังนั้นการแจกแจงล็อกโลจิสติกจัดได้ว่าเป็นการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) จึงสามารถเขียนฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) ได้ในรูป

$$F(t; \mu, \sigma) = \Phi_{\text{LOGIS}} \left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right)$$

เมื่อ $t > 0$

$-\infty < \mu < \infty$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T และ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของ $X = \log(T)$

$\sigma > 0$ เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งของ T และ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาดของ $X = \log(T)$

Φ_{LOGIS} เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงโลจิสติกมาตรฐาน ($\text{LOGIS}(\mu=0, \sigma=1)$)

การแจกแจงล็อกโลจิสติกมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) คือ

$$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma t} \frac{\exp \left[\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right]}{\left[1 + \exp \left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right) \right]^2}$$

มีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(T) = \exp(\mu) \Gamma(1 + \sigma) \Gamma(1 - \sigma)$$

$$\text{Var}(T) = \exp(2\mu) [\Gamma(1 + 2\sigma) \Gamma(1 - 2\sigma) - \Gamma^2(1 + \sigma) \Gamma^2(1 - \sigma)]$$

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์

2.3.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)

ให้ X_1, X_2, \dots, X_n เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น $f(x; \theta)$ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของตัวอย่างสุ่ม ได้แก่ ฟังก์ชัน

ความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วมของ X_1, X_2, \dots, X_n โดยถือว่าเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ ซึ่งเรามักแทนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วย L หรือ $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ หรือ $L(\theta)$ นั่นคือ

$$L = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad \text{โดยถือว่า } L \text{ เป็นฟังก์ชันของ } \theta$$

โดยตัวประมาณวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ คือ ตัวประมาณ ที่ทำให้ค่า $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ มีค่ามากที่สุด

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta; x_1, \dots, x_n)$$

(ธีระพร วีระถาวร, 2536)

2.3.2 วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE Method)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ โลเคชัน-สเกล จะได้ว่า X มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม F คุณสมบัติดังนี้

$$P(X \leq x; \mu, \sigma) = F_{\mu, \sigma}(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = F_{0,1}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) ซึ่ง $-\infty < \mu < \infty$

σ เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (scale parameter) ซึ่ง $\sigma > 0$

(Meeker & Escobar, 1998)

เนื่องจาก

$$F_{\mu, \sigma}(x) = F_{0,1}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

ทำให้

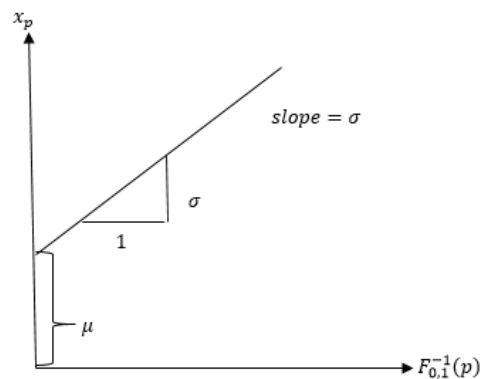
$$x_p = \mu + \sigma F_{0,1}^{-1}(p)$$

โดยที่ $F_{0,1}^{-1}(p)$ คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (quantile function) ของ $F_{0,1}$

x_p คือ ควอนไทล์ที่ p ของ X

จะเห็นว่า ควอนไทล์ของ $X (X \sim F_{\mu, \sigma})$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของควอนไทล์จาก $F_{0,1}$ ดังนั้นถ้าเราพล็อตกราฟระหว่าง x_p กับ $F_{0,1}^{-1}(p)$ โดยกำหนดให้ แกน y เป็นแกนของ x_p และแกน x เป็นแกนของ $F_{0,1}^{-1}(p)$ จะได้ว่า μ เป็นค่าจุดตัดบนแกน y (y intercept) และ σ เป็นค่าความชัน (slope) ของเส้นตรง ด้วยคุณสมบัตินี้จึงเกิดวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบใช้กราฟขึ้น

ภาพที่ 2.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x_p กับ $F_{0,1}^{-1}(p)$



วิธีการประมาณพารามิเตอร์แบบกราฟ เริ่มจากพล็อตกราฟระหว่างค่าสังเกต $x_{(i)}$ กับ $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$ ซึ่ง $p_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของค่าสังเกต $x_{(i)}$ จากนั้นประมาณค่าของจุดตัดแกน y และค่าความชันจากกราฟดังกล่าวด้วยวิธี OLS จะได้ว่าค่าประมาณของจุดตัดแกน y นี้คือค่าประมาณของ μ และค่าประมาณของความชันคือค่าประมาณของ σ (Somboonsavatdee & Nair, 2007)

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ

2.4.1 เกณฑ์ที่ใช้เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแบบจุด

กำหนดให้ t_p เป็นควอนไทล์ที่ p ของตัวแปรสุ่ม T

$\hat{t}_{p_{MLE},i}$ เป็นค่าประมาณของ t_p ด้วยวิธี MLE จากตัวอย่างชุดที่ i

$\hat{t}_{p_{GE},i}$ เป็นค่าประมาณของ t_p ด้วยวิธี GE จากตัวอย่างชุดที่ i

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแบบจุดจะใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error; MSE) ของตัวประมาณ

โดยค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี MLE ($\hat{t}_{p_{MLE}}$) เป็นดังนี้

$$\widehat{MSE}(\hat{t}_{p_{MLE}}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{p_{MLE},i} - t_p)^2}{M}$$

และค่าประมาณ MSE ของตัวประมาณควอนไทล์จากวิธี GE ($\hat{t}_{p_{GE}}$) เป็นดังนี้

$$\widehat{MSE}(\hat{t}_{p_{GE}}) = \frac{\sum_{i=1}^M (\hat{t}_{p_{GE},i} - t_p)^2}{M}$$

เมื่อ M = จำนวนครั้งของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

ประสิทธิภาพของการประมาณจะผูกพันกับค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง โดยถ้าวิธีการประมาณค่าแบบใดให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำกว่า จะได้ว่าวิธีการประมาณวิธีนั้นมีประสิทธิภาพมากกว่า

2.4.2 ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธีการใดๆจะพิจารณาใน 2 รูปแบบคือ

แบบที่ 1: ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากอัตราส่วนระหว่าง $Var(\hat{t}_{p_{MLE}})$ กับ $Var(\hat{t}_{p_{GE}})$ ดังนี้

$$RE1 = \frac{Var(\hat{t}_{p_{MLE}})}{Var(\hat{t}_{p_{GE}})}$$

เมื่อ RE1 เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ Var (ความแปรปรวน)

แบบที่ 2: ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากอัตราส่วนระหว่าง $MSE(\hat{t}_{p_{MLE}})$ กับ $MSE(\hat{t}_{p_{GE}})$ ดังนี้

$$RE2 = \frac{MSE(\hat{t}_{p_{MLE}})}{MSE(\hat{t}_{p_{GE}})}$$

เมื่อ RE2 เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSE (ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง)

ถ้า RE มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่า ตัวประมาณจากวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE)

ถ้า RE มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่าตัวประมาณจากวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) มีประสิทธิภาพน้อยกว่า ตัวประมาณจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE)

ถ้า RE มีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่าตัวประมาณจากวิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และ ตัวประมาณจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) มีประสิทธิภาพเท่ากัน

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการศึกษา

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ระหว่างวิธี GE กับ MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา ทั้งแบบที่ 1 และ 2 จากการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล ได้แก่ การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกโลจิสติก โดยการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่าง วิธี GE กับ MLE ในแต่ละสถานการณ์จะดูจากค่า ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี GE เทียบกับวิธี MLE การวิเคราะห์ข้อมูลทั้งหมดใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.2 ภายใต้ขอบเขตและวิธีการดำเนินงานดังนี้

3.1 ขอบเขตของการศึกษา

งานวิจัยนี้จะศึกษาภายใต้ขอบเขตดังต่อไปนี้

3.1.1 ข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ได้แก่ การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกโลจิสติก โดยกำหนดให้ทุกการแจกแจง มีค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$

3.1.2 การตัดปลายทางขวาจะทำ 2 แบบ คือ

- การถูกตัดแบบที่ 1 (Type I Censoring) มีการกำหนดเวลาสิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time; T_c)
- การถูกตัดแบบที่ 2 (Type II Censoring) มีการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง หรือ จำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure; m)

3.1.3 กำหนดสัดส่วนของการตัดปลายไว้ 3 ระดับ คือ 0.1, 0.2 และ 0.3

3.1.4 กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาไว้ 5 ระดับ คือ 20, 40, 80, 120 และ 200

3.1.5 กำหนดควอนไทล์ที่จะประมาณ ได้แก่ ควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975 และ 0.99

3.1.6 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่นำมาศึกษาและเปรียบเทียบ มี 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) และ วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE)

3.1.7 การจำลองข้อมูลแต่ละสถานการณ์จะทำ 5000 รอบ

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการศึกษา

3.2.1 จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ได้แก่ การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกโลจิสติก โดยทั้งสามการแจกแจงนี้ มีค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0, \sigma = 1$ และ ขนาดตัวอย่าง $n = 20, 40, 80, 120$ และ 200 แล้วแปลงเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล (Location-Scale) ด้วยฟังก์ชัน $\log(\cdot)$ ดังนี้

- จากการแจกแจงล็อกปกติ จะได้ การแจกแจงปกติ
- จากการแจกแจงไวบูลล์ จะได้ การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด
- จากการแจกแจงล็อกโลจิสติก จะได้ การแจกแจงโลจิสติก

3.2.2 นำข้อมูลที่แปลงแล้วมาทำเป็นข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1 และ 2 ที่ระดับสัดส่วนการตัดปลาย 0.1, 0.2 และ 0.3

3.2.2.1 สร้างข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1 ดังนี้

- คำนวณหาเวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time; T_c) เนื่องจากระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (r) ของการตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 มีค่าไม่แน่นอน ดังนั้น จึงกำหนดให้

$$r = E[1\{T > T_c\}] = P(T > T_c)$$

จึงทำให้ $T_c = t_{(1-r)}$

เมื่อ $t_{(1-r)}$ คือ ควอนไทล์ที่ $1 - r$ ของตัวแปรสุ่ม T

โดยหากกำหนด ให้ T มีการแจกแจงปกติที่ $\mu = 0, \sigma = 1$ และกำหนดระดับสัดส่วนของการตัดปลายไว้ที่ $r = 0.2$ จะได้เวลาที่สิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้า คือ ควอนไทล์ ที่ $1 - 0.2 = 0.8$ ของตัวแปรสุ่ม T หรือ $T_c = t_{0.8} = 0.8416212$

เมื่อ $t_{0.8}$ คือ ควอนไทล์ที่ 0.8 หรือ เปอร์เซนไทล์ที่ 80 ของตัวแปรสุ่ม T

-ตัดข้อมูลที่มีค่ามากกว่า $T_c = t_{(1-r)}$ ทิ้ง จะได้ข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1

ตัวอย่าง สมมติจากข้อ 3.2.1 ข้อมูลที่แปลงแล้วมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ ขนาดตัวอย่าง $n = 5$ ดังนี้

$T_1 = -1.29303754, T_2 = 1.78985595, T_3 = -0.22627972, T_4 = 1.13936600, T_5 = 0.01444160$

กำหนดระดับสัดส่วนการตัดปลาย $r = 0.2$ จะได้ $T_c = t_{(1-0.2)} = t_{0.8} = 0.8416212$

เนื่องจาก $T_2, T_4 > T_c = t_{0.8} = 0.8416212$ ดังนั้นจะตัด T_2, T_4 ที่ จะได้ว่า $T_1 = -1.29303754, T_3 = -0.22627972, T_5 = 0.01444160$ เป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ เป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

3.2.2.2 สร้างข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ดังนี้

- เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก

- ค้นหาจำนวนข้อมูลที่จะไม่ถูกตัดทิ้ง m ตัวแรก

เมื่อขนาดตัวอย่าง = n ระดับสัดส่วนการตัดปลาย = r จะได้ $m = n - (n * r)$

- ตัดข้อมูลหลังตัวที่ m ที่

ตัวอย่าง สมมติจากข้อ 3.2.1 ข้อมูลที่แปลงแล้วมีการแจกแจงปกติ $\mu = 0, \sigma = 1$ ขนาดตัวอย่าง $n = 5$ ดังนี้ $-1.29303754, 1.78985595, -0.22627972, 1.13936600, 0.01444160$ และกำหนดระดับสัดส่วนการตัดปลาย $r = 0.2$ จะได้ $m = 5 - (5 * 0.2) = 4$

เริ่มโดย เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ได้ดังนี้ $T_{(1)} = -1.29303754, T_{(2)} = -0.22627972, T_{(3)} = 0.01444160, T_{(4)} = 1.13936600, T_{(5)} = 1.78985595$

เนื่องจากจำนวนข้อมูลที่จะไม่ถูกตัดทิ้งคือ $m = 4$ ตัวแรก ดังนั้นจะตัดตัวที่ 5 ที่ และได้

$T_{(1)} = -1.29303754, T_{(2)} = -0.22627972, T_{(3)} = 0.01444160, T_{(4)} = 1.13936600$ เป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ เป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2

3.2.3 ประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง μ และพารามิเตอร์แสดงขนาด σ ด้วยวิธี MLE และวิธี GE

3.2.3.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง μ และพารามิเตอร์แสดงขนาด σ ด้วยวิธี

MLE

กรณีข้อมูลถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น n จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ที่ได้จาก 3.2.2

ให้ X_1, X_2, \dots, X_n เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต ซึ่ง $X_i = \begin{cases} T_i & ; T_i \leq T_c ; \text{ข้อมูลที่ไม่ถูกตัด} \\ T_c & ; T_i > T_c ; \text{ข้อมูลที่ถูกตัด} \end{cases}$

โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) จากค่าสังเกต x_i ดังนี้

$$L(x_i) = \begin{cases} f(x_i) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตไม่ถูกตัด} \\ P(T_i > T_c) = S(T_c) & ; \text{ถ้าค่าสังเกตถูกตัด} \end{cases}$$

ทำให้ได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L = \prod_{i \in u} f(x_i) \cdot S(T_c)^{\sum_{i=1}^n 1_{\{T_i > T_c\}}} \quad ; i \in u \text{ หมายถึงค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

โดยที่ $1_{\{T_i > T_c\}} = \begin{cases} 1 & ; T_i > T_c \\ 0 & ; T_i \leq T_c \end{cases}$ เป็น indicator function

วิธี MLE จะหาค่า ประมาณของ μ, σ ที่ทำให้ L มีค่ามากที่สุด

กรณีข้อมูลถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2

เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น n จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ที่ได้จาก 3.2.2

ให้ X_i เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต ซึ่ง

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & \text{เมื่อ } i \leq m ; \text{ ข้อมูลที่ไม่ถูกตัด} \\ T_{(m)} & \text{เมื่อ } i = m + 1, m + 2, \dots, n ; \text{ ข้อมูลที่ถูกตัด} \end{cases}$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นดังนี้

$$L = \prod_{i=1}^m f(x_i) \cdot S(T_{(m)})^{n-m}$$

วิธี MLE จะหาค่า ประมาณของ μ, σ ที่ทำให้ L มีค่ามากที่สุด

3.2.3.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง μ และพารามิเตอร์แสดงขนาด σ ด้วยวิธี

GE

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และ 2 จะเหมือนกัน โดย

เริ่มจาก เรียงข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา ที่ได้จาก 3.2.2 จากน้อยไปหามาก

ให้ $x_{(i)}$ เป็นค่าสังเกตลำดับที่ i ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา จากขนาดตัวอย่างเริ่มต้น n

$$p_{(i)} \text{ เป็นลำดับควอนไทล์ของ } x_{(i)} \text{ ดังนั้น } p_{(i)} = \frac{i-0.5}{n}$$

พล็อตกราฟ ระหว่าง $x_{(i)}$ กับ $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$ โดยให้ $x_{(i)}$ เป็นแกน y ส่วน $F_{0,1}^{-1}(p_{(i)})$ เป็นแกน x ใช้วิธี ols หาเส้นตรงที่เหมาะสมกับจุดในกราฟ จะได้ค่าประมาณจุดตัดแกน y เป็นค่าประมาณของ μ และค่าประมาณของ slope เป็นค่าประมาณของ σ

3.2.4 นำค่าประมาณของ μ, σ มาหาค่าประมาณของควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, และ 0.99 ซึ่งค่าประมาณควอนไทล์เหล่านี้เป็นค่าของการแจกแจงปกติ การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงโลจิสติก ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล

3.2.5 แปลงค่าประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงแบบโลเคชัน-สเกล ให้เป็นค่าประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล โดยใช้ฟังก์ชัน $\exp(\cdot)$

3.2.6 ทำซ้ำ ข้อ 3.2.1 - 3.2.5 5000 รอบ

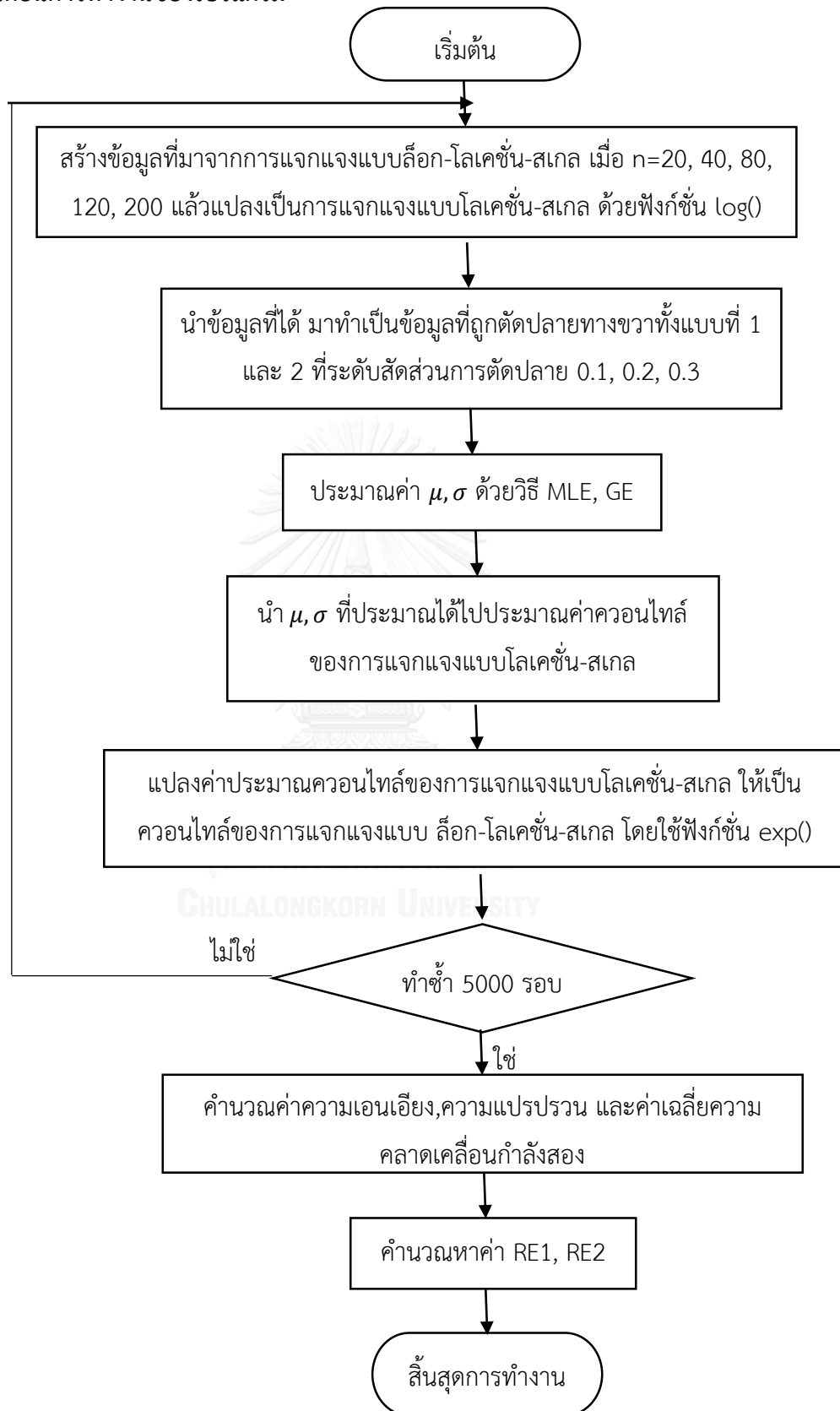
3.2.7 คำนวณค่าความเอนเอียง (Bias) ค่าความแปรปรวน (Var) และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) ของตัวประมาณจากวิธี MLE และวิธี GE ที่ใช้ในการประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงแบบ ล็อก-โลเคชัน-สเกล

3.2.8 คำนวณหาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 และ 2

3.2.9 สรุปผล



3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม



บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างวิธี MLE กับ วิธี GE ในการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้ง แบบที่ 1 และ 2 จากการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ได้แก่ การแจกแจงล็อกปกติ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงล็อกโลจิสติก โดยการเปรียบเทียบประสิทธิภาพนี้จะพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1) และ แบบที่ 2 (RE2) ซึ่งค่า RE1 นี้เป็นส่วนส่วนของความแปรปรวน (Var) จากวิธี MLE กับ GE ส่วนค่า RE2 จะเป็นสัดส่วนของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) จากวิธี MLE กับ GE ทั้งนี้กำหนดขอบเขต ขนาดตัวอย่าง $n = 20, 40, 80, 120, 200$ ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0.1, 0.2, 0.3$ และควอนไทล์ที่จะประมาณคือ ควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975 และ 0.99

ผลการวิจัยจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยจะพิจารณาจาก 2 เกณฑ์ คือ เกณฑ์ที่ 1 พิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1) เกณฑ์ที่ 2 พิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยจะพิจารณาจาก 2 เกณฑ์ คือ เกณฑ์ที่ 1 พิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1) เกณฑ์ที่ 2 พิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

เพื่อลดความยาวของคำ จะกำหนดสัญลักษณ์แทนความหมายดังต่อไปนี้

n	หมายถึง ขนาดตัวอย่าง
r	หมายถึง ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย
$LOGNOR (0,1)$	หมายถึง การแจกแจงล็อกปกติที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$
$WEIB (0,1)$	หมายถึง การแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$
$LOGLOGIS (0,1)$	หมายถึง การแจกแจงล็อกโลจิสติกที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$

TYPE1	หมายถึง การถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1
TYPE2	หมายถึง การถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2

4.1 ผลการศึกษาเมื่อใช้ข้อมูลที่ตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกปกติ

4.1.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกปกติที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกรัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

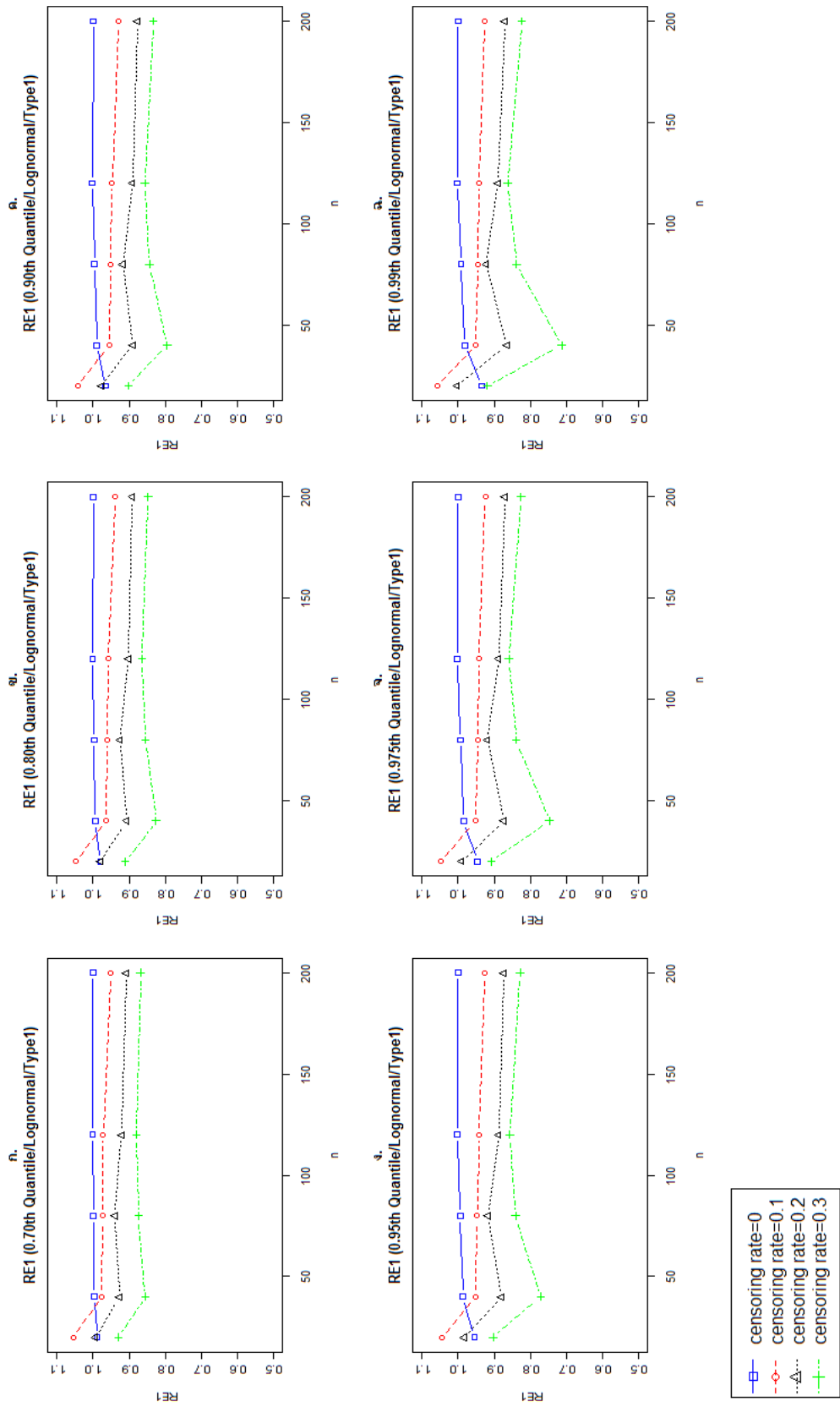


ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง ปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.988	0.979	0.966	0.955	0.946	0.935
	40	0.997	0.994	0.990	0.986	0.984	0.981
	80	0.999	0.998	0.996	0.994	0.993	0.992
	120	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002
	200	0.999	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000
0.1	20	1.054	1.047	1.042	1.044	1.048	1.057
	40	0.976	0.964	0.955	0.952	0.951	0.951
	80	0.974	0.961	0.951	0.947	0.945	0.945
	120	0.972	0.959	0.947	0.943	0.941	0.941
	200	0.952	0.938	0.929	0.926	0.925	0.925
0.2	20	0.993	0.980	0.977	0.982	0.991	1.003
	40	0.927	0.906	0.889	0.880	0.874	0.865
	80	0.940	0.926	0.917	0.917	0.919	0.922
	120	0.920	0.902	0.890	0.888	0.888	0.890
	200	0.909	0.891	0.878	0.873	0.871	0.870
0.3	20	0.929	0.911	0.902	0.902	0.908	0.920
	40	0.855	0.825	0.795	0.771	0.747	0.713
	80	0.874	0.855	0.844	0.840	0.839	0.839
	120	0.880	0.864	0.856	0.857	0.859	0.862
	200	0.868	0.848	0.833	0.828	0.826	0.824

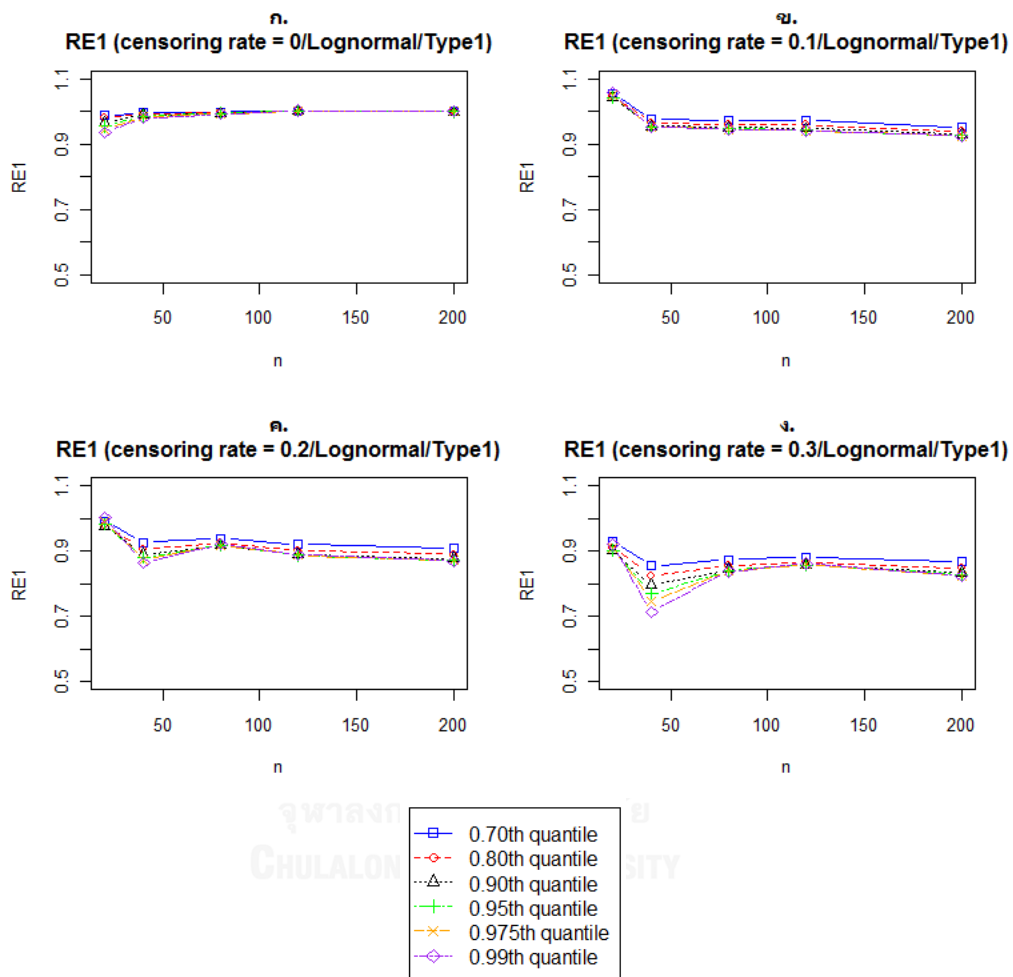
จากตารางที่ 4.1.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.1.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่1 จาก LOGNOR(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.1.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.1.1.1 และ 4.1.1.2 ได้ว่า

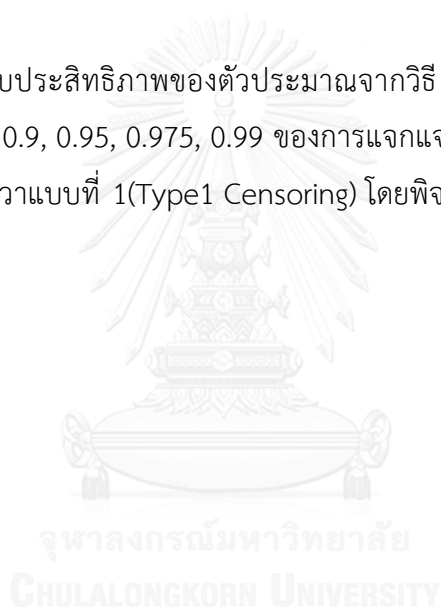
1. ในภาพที่ 4.1.1.2 ภาพย่อย ก. เมื่อสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) มีค่าเท่ากับ 0 ค่า RE1 ของทุกควอนไทล์ที่ประมาณ อยู่เข้าสู่ 1 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เท่ากันระหว่างวิธี GE และวิธี MLE และในภาพย่อย ข. – ง. จะเห็นว่าเมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย ไม่เป็น 0 ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าที่น้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE

2. ในภาพที่ 4.1.1.2 ภาพย่อย ข. – ง. จะเห็นว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.1.1.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ฉ. จะเห็นว่า ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

4. ในภาพที่ 4.1.1.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าหนึ่ง

4.1.2 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกปกติที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type 1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

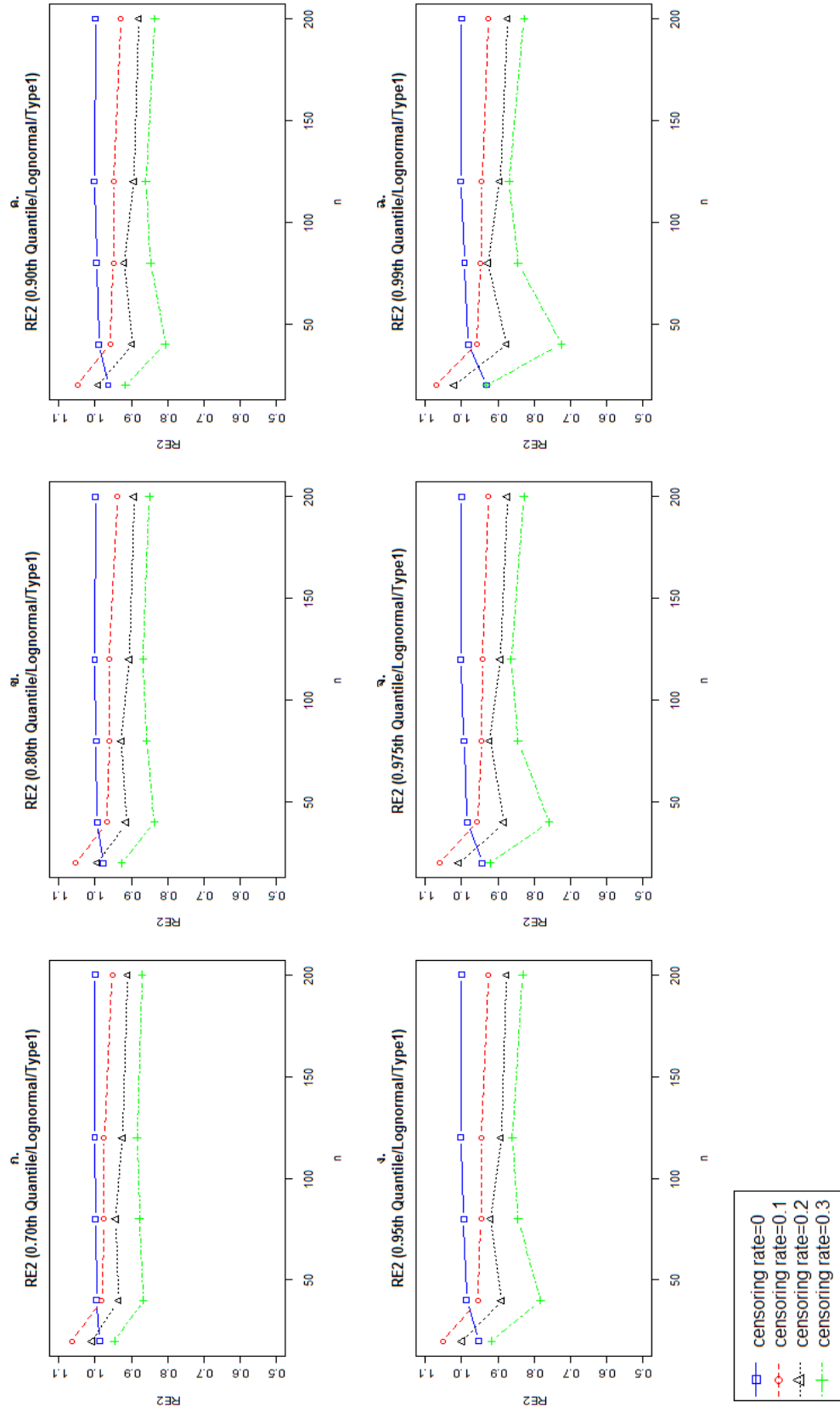


ตารางที่ 4.1.2 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง ปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.986	0.977	0.964	0.953	0.943	0.932
	40	0.996	0.993	0.989	0.986	0.983	0.980
	80	0.999	0.998	0.996	0.994	0.993	0.992
	120	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002
	200	1.000	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000
0.1	20	1.064	1.054	1.049	1.052	1.059	1.071
	40	0.981	0.968	0.958	0.956	0.956	0.958
	80	0.976	0.961	0.950	0.946	0.945	0.947
	120	0.975	0.961	0.949	0.944	0.943	0.944
	200	0.952	0.939	0.929	0.926	0.926	0.926
0.2	20	1.008	0.993	0.991	0.997	1.007	1.020
	40	0.935	0.913	0.897	0.889	0.883	0.875
	80	0.942	0.927	0.919	0.919	0.922	0.927
	120	0.924	0.905	0.893	0.891	0.892	0.894
	200	0.910	0.892	0.879	0.875	0.873	0.873
0.3	20	0.946	0.926	0.916	0.917	0.921	0.932
	40	0.867	0.837	0.806	0.782	0.758	0.725
	80	0.877	0.858	0.847	0.844	0.844	0.845
	120	0.884	0.867	0.860	0.861	0.863	0.868
	200	0.870	0.850	0.835	0.831	0.828	0.827

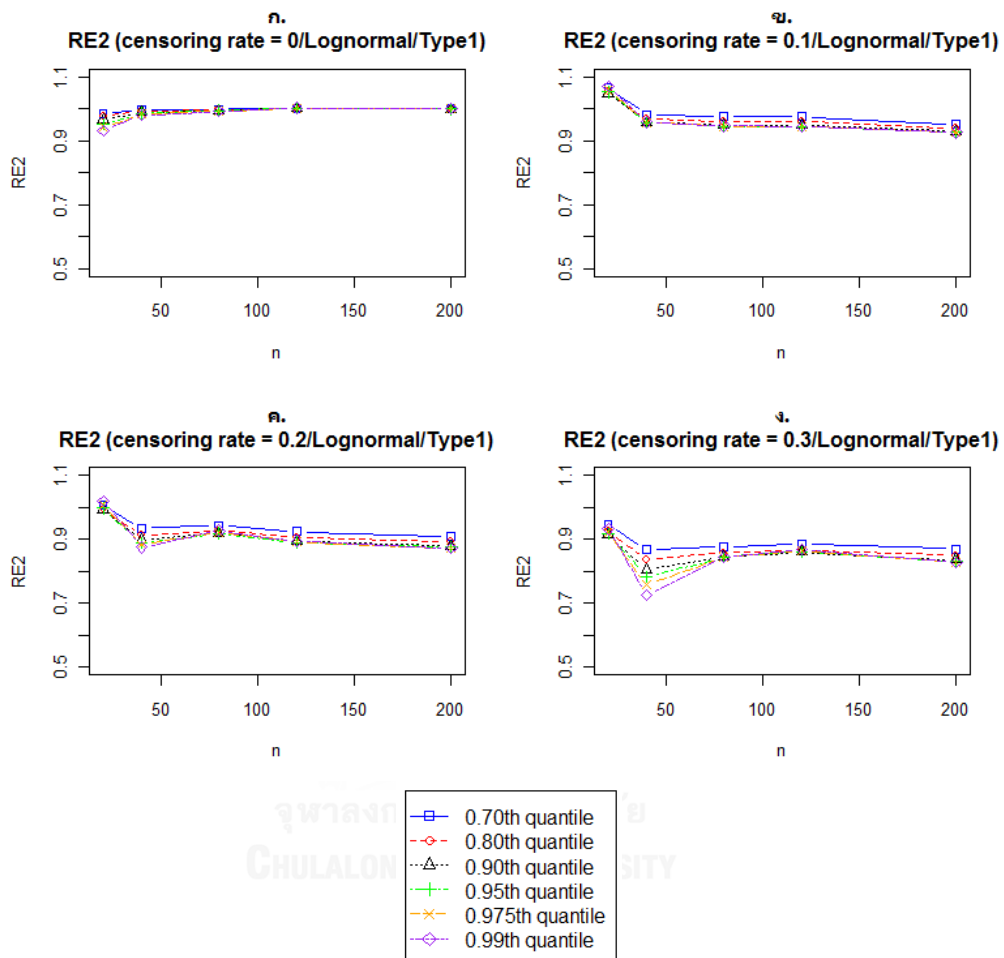
จากตารางที่ 4.1.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.2.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลบไปทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGNOR(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.1.1 และ 4.1.2 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงล็อกปกติ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลบไปทางขวาแบบที่ 1

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงไวบูลล์

4.1.3 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

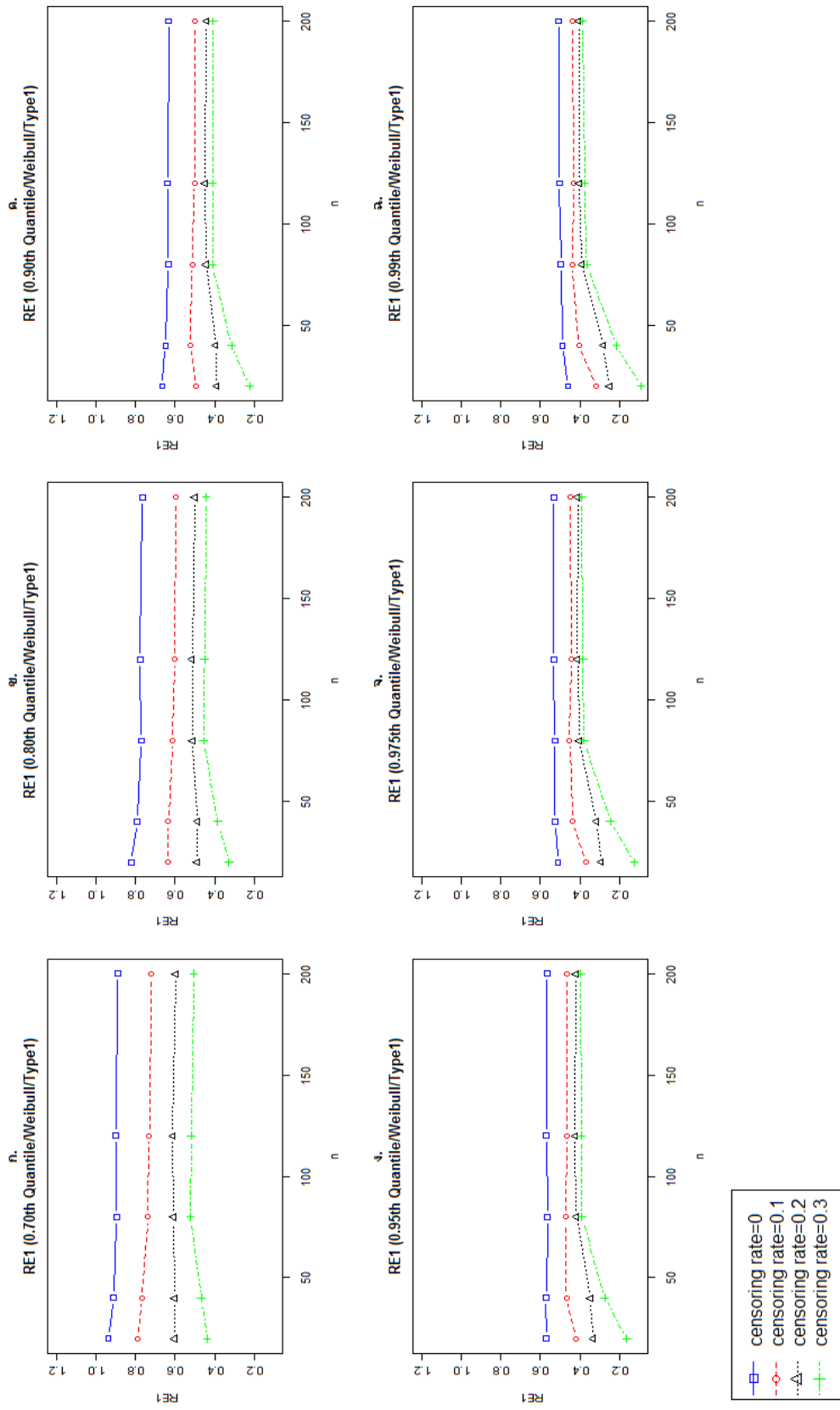


ตารางที่ 4.1.3 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.939	0.823	0.665	0.571	0.511	0.459
	40	0.913	0.792	0.649	0.572	0.526	0.489
	80	0.896	0.773	0.635	0.564	0.526	0.496
	120	0.900	0.777	0.639	0.570	0.533	0.504
	200	0.892	0.766	0.632	0.567	0.533	0.507
0.1	20	0.788	0.638	0.496	0.419	0.367	0.317
	40	0.768	0.635	0.522	0.468	0.435	0.404
	80	0.738	0.612	0.514	0.473	0.453	0.437
	120	0.731	0.601	0.502	0.463	0.444	0.431
	200	0.724	0.595	0.500	0.463	0.446	0.434
0.2	20	0.602	0.488	0.390	0.333	0.291	0.250
	40	0.602	0.485	0.394	0.346	0.314	0.281
	80	0.609	0.511	0.444	0.417	0.402	0.390
	120	0.612	0.514	0.449	0.424	0.412	0.403
	200	0.597	0.502	0.442	0.421	0.411	0.405
0.3	20	0.437	0.327	0.223	0.162	0.123	0.090
	40	0.467	0.384	0.314	0.274	0.245	0.215
	80	0.522	0.456	0.411	0.391	0.378	0.366
	120	0.518	0.451	0.410	0.393	0.384	0.376
	200	0.506	0.443	0.408	0.396	0.390	0.386

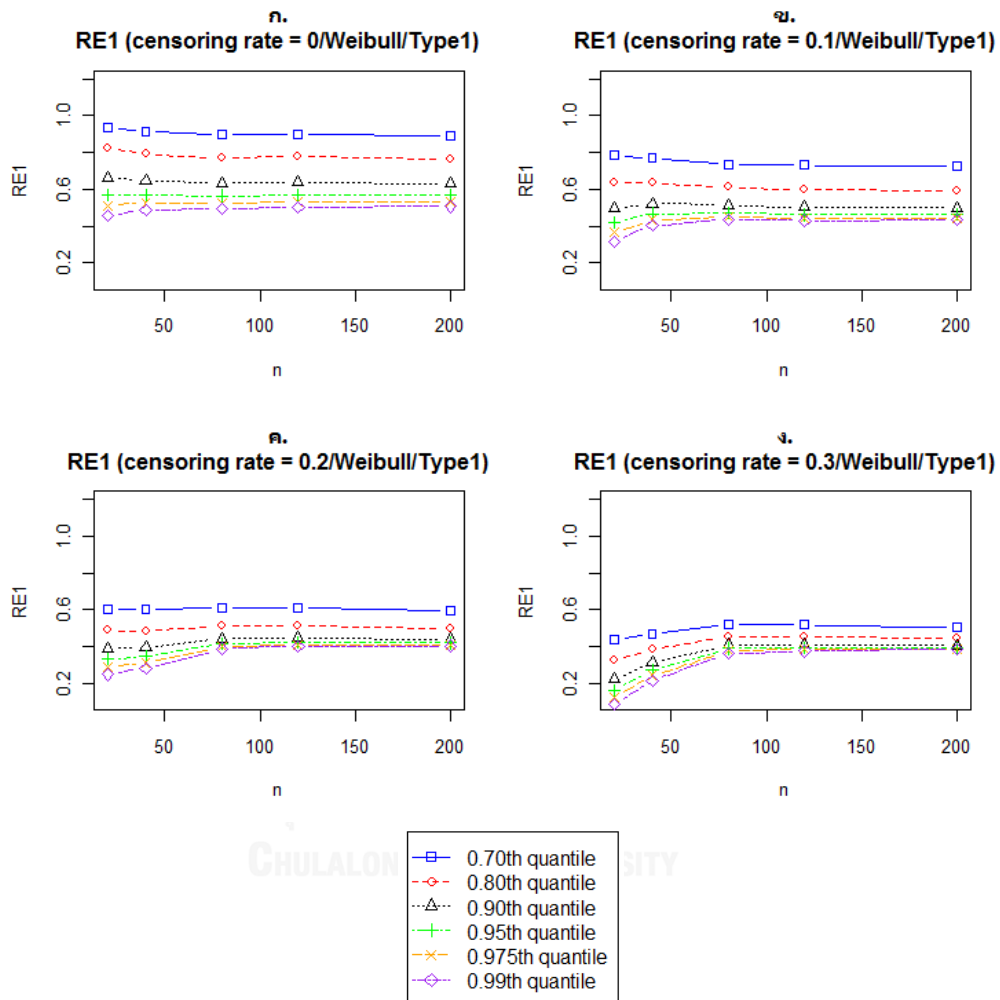
จากตารางที่ 4.1.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย(censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณความน่าจะเป็นที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่1 จาก WEIB(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.1.3.1 และ 4.1.3.2 ได้ว่า

1. ในภาพที่ 4.1.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในภาพที่ 4.1.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.1.3.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ฉ. พบว่า ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

4. ในภาพที่ 4.1.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

4.1.4 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

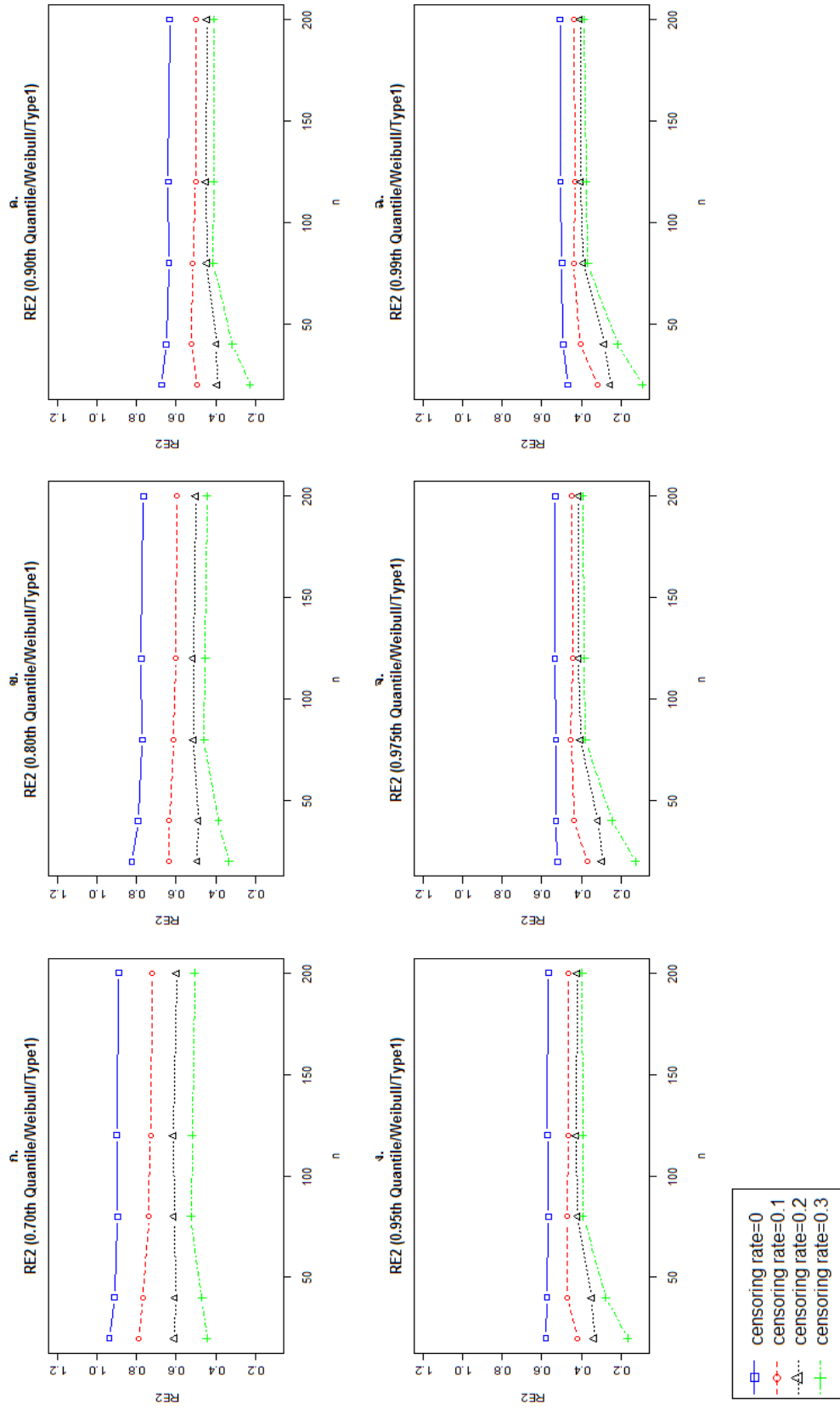


ตารางที่ 4.1.4 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.939	0.825	0.673	0.580	0.520	0.467
	40	0.913	0.792	0.651	0.574	0.529	0.491
	80	0.896	0.773	0.636	0.567	0.528	0.498
	120	0.900	0.777	0.640	0.571	0.534	0.506
	200	0.892	0.766	0.632	0.567	0.533	0.507
0.1	20	0.791	0.638	0.497	0.420	0.368	0.317
	40	0.768	0.635	0.523	0.469	0.436	0.405
	80	0.739	0.613	0.514	0.474	0.453	0.437
	120	0.730	0.601	0.502	0.463	0.444	0.431
	200	0.723	0.595	0.500	0.463	0.446	0.435
0.2	20	0.609	0.493	0.393	0.335	0.294	0.252
	40	0.605	0.487	0.396	0.348	0.315	0.282
	80	0.611	0.512	0.445	0.417	0.402	0.390
	120	0.613	0.514	0.449	0.425	0.413	0.403
	200	0.597	0.502	0.442	0.421	0.412	0.406
0.3	20	0.445	0.332	0.226	0.165	0.125	0.091
	40	0.470	0.386	0.316	0.275	0.246	0.216
	80	0.525	0.458	0.413	0.392	0.379	0.366
	120	0.519	0.452	0.410	0.394	0.384	0.376
	200	0.506	0.444	0.408	0.396	0.391	0.387

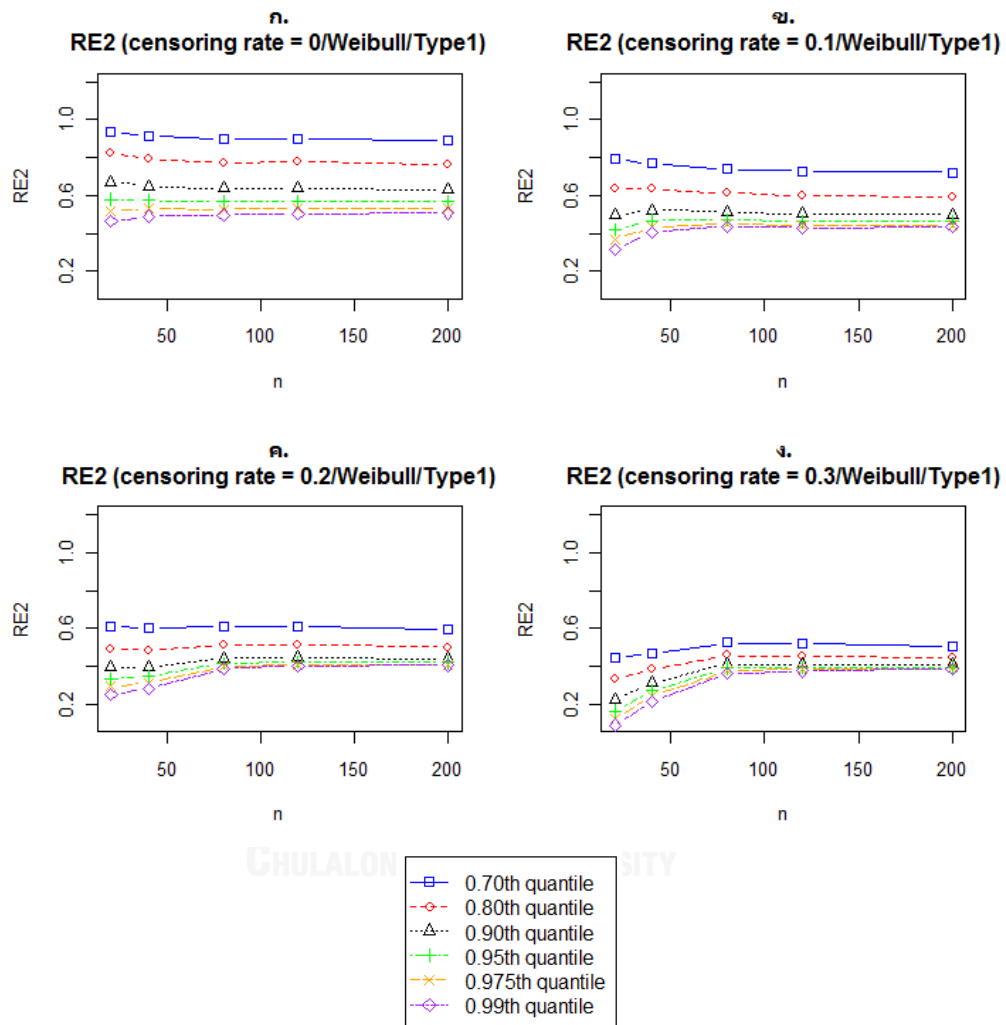
จากตารางที่ 4.1.4 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกลบสายทางขวาแบบที่1 จาก WEIB(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.4 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก WEIB(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.1.3 และ 4.1.4 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงไวบูลล์ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกโลจิสติก

4.1.5 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

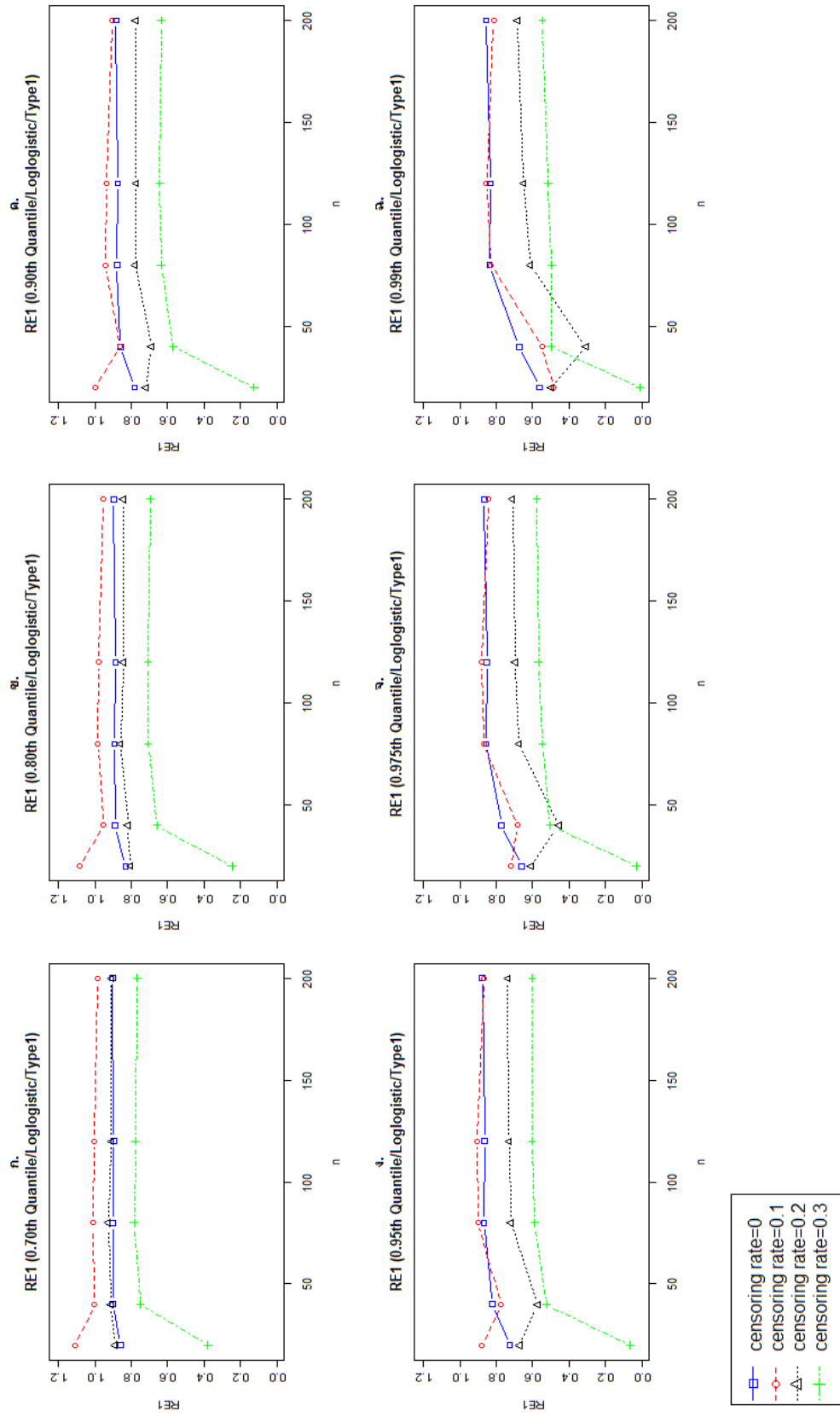


ตารางที่ 4.1.5 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.861	0.832	0.782	0.726	0.661	0.565
	40	0.901	0.888	0.861	0.823	0.771	0.674
	80	0.901	0.892	0.879	0.868	0.856	0.838
	120	0.896	0.887	0.875	0.863	0.851	0.832
	200	0.904	0.896	0.885	0.875	0.866	0.855
0.1	20	1.110	1.081	0.999	0.879	0.718	0.485
	40	1.002	0.952	0.863	0.774	0.681	0.549
	80	1.010	0.985	0.939	0.902	0.869	0.828
	120	1.006	0.980	0.937	0.906	0.882	0.854
	200	0.987	0.954	0.903	0.868	0.842	0.814
0.2	20	0.891	0.802	0.722	0.672	0.611	0.498
	40	0.912	0.818	0.690	0.573	0.457	0.309
	80	0.927	0.858	0.778	0.722	0.674	0.614
	120	0.910	0.844	0.774	0.730	0.694	0.651
	200	0.909	0.843	0.775	0.737	0.711	0.683
0.3	20	0.378	0.246	0.127	0.065	0.031	0.011
	40	0.751	0.659	0.570	0.524	0.504	0.500
	80	0.785	0.708	0.635	0.588	0.547	0.497
	120	0.778	0.708	0.645	0.604	0.567	0.516
	200	0.767	0.695	0.635	0.602	0.578	0.548

จากตารางที่ 4.1.5 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

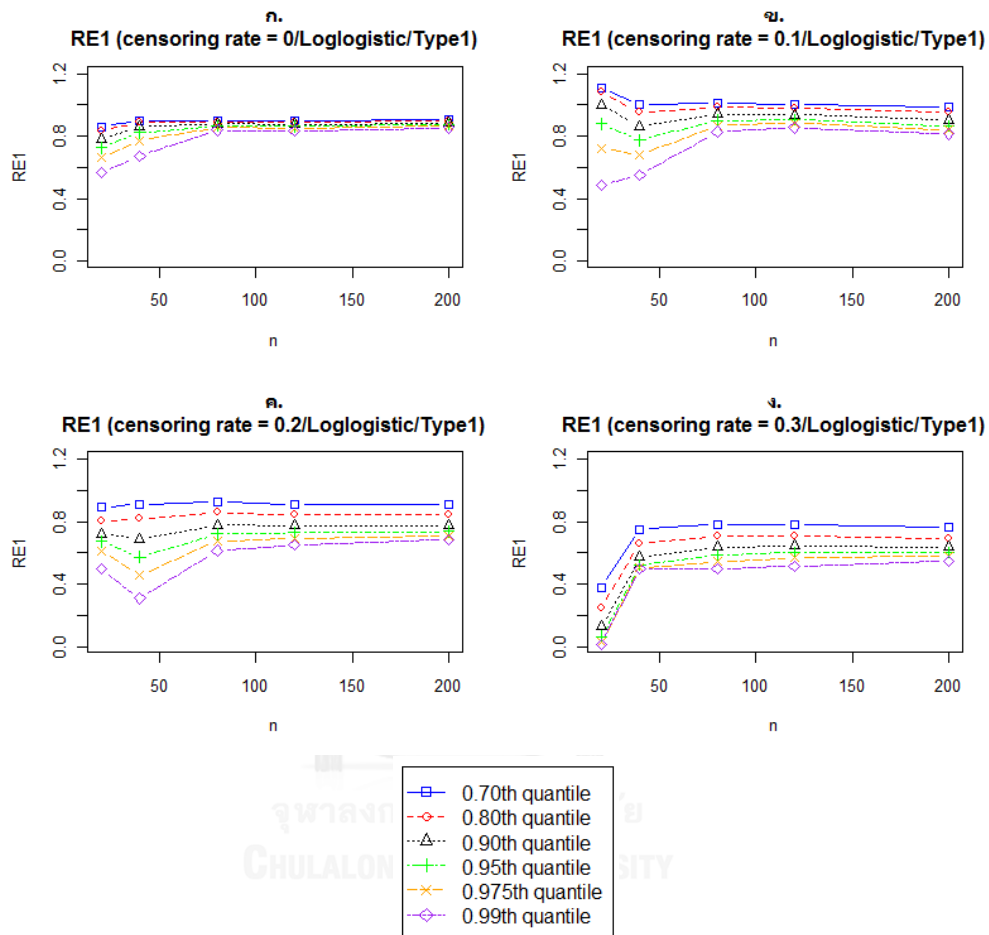
ภาพที่ 4.1.5.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกลบหายไปแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1)



□ censoring rate=0
 ○ - - - censoring rate=0.1
 △ ···· censoring rate=0.2
 + ·-·-· censoring rate=0.3

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.5 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.5.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.1.5.1 และ 4.1.5.2 ได้ว่า

1. ในภาพที่ 4.1.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าที่น้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในภาพที่ 4.1.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.1.5.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ฉ. พบว่า ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

(ยกเว้น เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0.1$ ค่า RE1 ไม่ได้น้อยกว่า เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0$)

4. ในภาพที่ 4.1.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

4.1.6 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type1 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

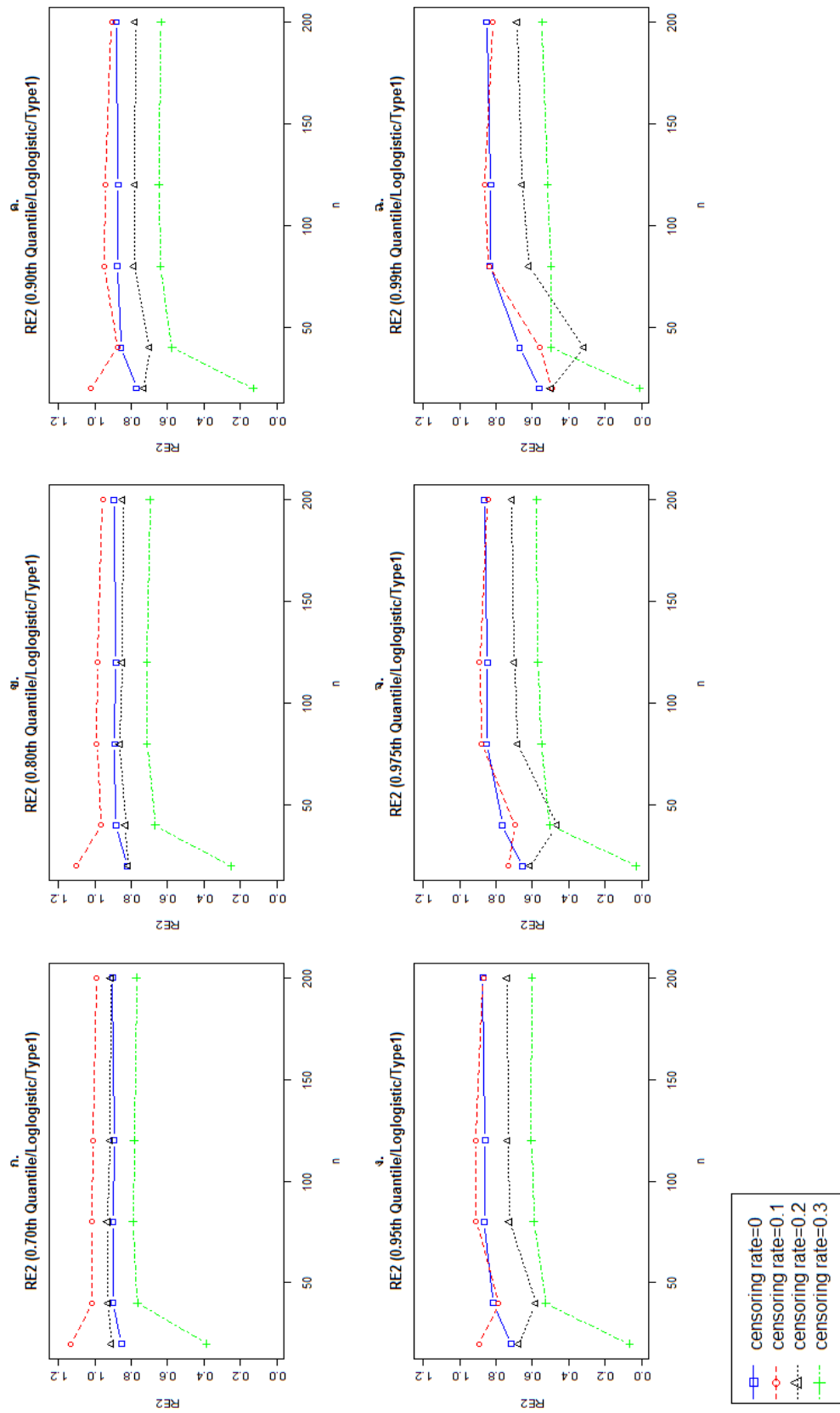


ตารางที่ 4.1.6 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.853	0.822	0.771	0.716	0.654	0.562
	40	0.899	0.885	0.856	0.817	0.765	0.671
	80	0.900	0.890	0.877	0.864	0.851	0.832
	120	0.894	0.885	0.873	0.860	0.847	0.828
	200	0.904	0.896	0.884	0.873	0.864	0.852
0.1	20	1.134	1.104	1.020	0.895	0.731	0.493
	40	1.017	0.966	0.876	0.787	0.693	0.560
	80	1.014	0.989	0.946	0.910	0.878	0.839
	120	1.012	0.986	0.944	0.914	0.890	0.863
	200	0.991	0.957	0.907	0.871	0.845	0.817
0.2	20	0.909	0.816	0.729	0.674	0.611	0.498
	40	0.927	0.831	0.700	0.582	0.464	0.315
	80	0.932	0.863	0.784	0.728	0.680	0.619
	120	0.916	0.849	0.779	0.735	0.699	0.655
	200	0.913	0.846	0.778	0.739	0.712	0.684
0.3	20	0.387	0.252	0.129	0.066	0.032	0.011
	40	0.765	0.669	0.576	0.527	0.504	0.498
	80	0.790	0.714	0.640	0.592	0.550	0.499
	120	0.784	0.713	0.649	0.607	0.569	0.517
	200	0.770	0.698	0.636	0.603	0.577	0.546

จากตารางที่ 4.1.6 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

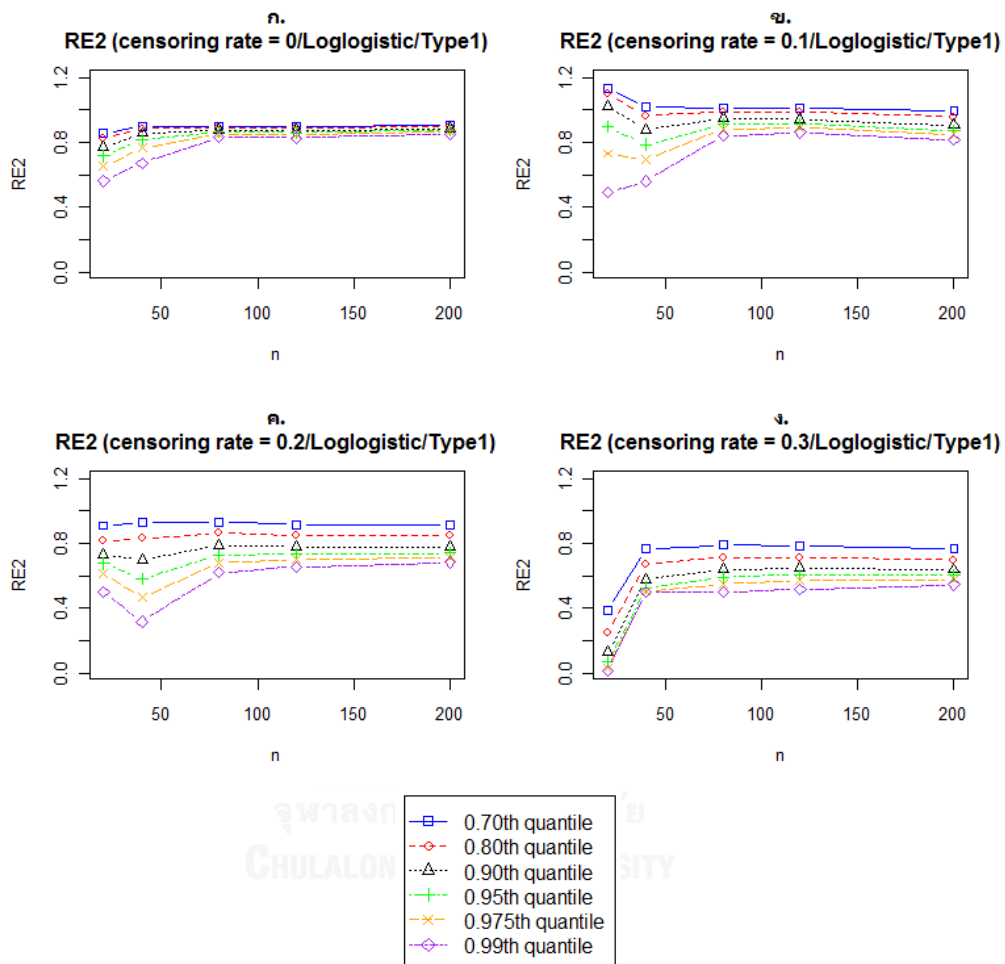
ภาพที่ 4.1.6.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณความน่าจะเป็นที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกลบหายไปแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1)



- censoring rate=0
- censoring rate=0.1
- △— censoring rate=0.2
- +— censoring rate=0.3

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.1.6 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.1.6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1 จาก LOGLOGIS(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.1.5 และ 4.1.6 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 1

4.2 ผลการศึกษาเมื่อใช้ข้อมูลที่ตัดปลายทางขวาแบบที่ 2

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกปกติ

4.2.1 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกปกติที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

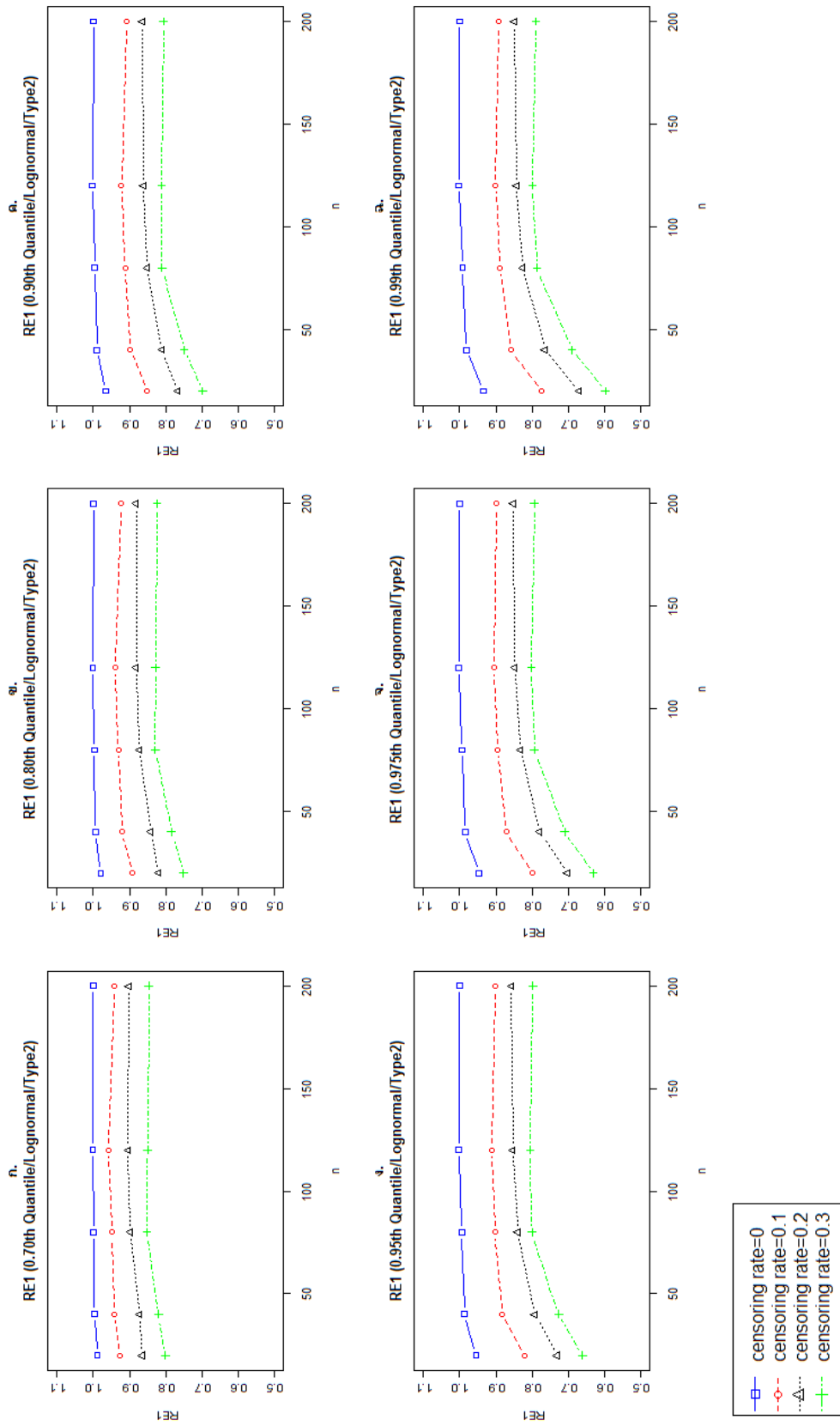


ตารางที่ 4.2.1 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง ปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.988	0.979	0.966	0.955	0.946	0.935
	40	0.997	0.994	0.990	0.986	0.984	0.981
	80	0.999	0.998	0.996	0.994	0.993	0.992
	120	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002
	200	0.999	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000
0.1	20	0.926	0.892	0.851	0.821	0.798	0.773
	40	0.942	0.921	0.898	0.883	0.871	0.860
	80	0.949	0.931	0.912	0.902	0.895	0.889
	120	0.957	0.939	0.922	0.912	0.906	0.900
	200	0.940	0.923	0.908	0.901	0.897	0.893
0.2	20	0.865	0.819	0.767	0.731	0.702	0.671
	40	0.872	0.841	0.810	0.792	0.779	0.764
	80	0.897	0.872	0.851	0.840	0.833	0.826
	120	0.904	0.881	0.862	0.853	0.848	0.843
	200	0.902	0.881	0.865	0.857	0.853	0.849
0.3	20	0.801	0.751	0.698	0.661	0.631	0.598
	40	0.820	0.784	0.749	0.727	0.709	0.690
	80	0.852	0.829	0.810	0.800	0.794	0.787
	120	0.850	0.828	0.812	0.805	0.802	0.799
	200	0.847	0.823	0.806	0.798	0.794	0.790

จากตารางที่ 4.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

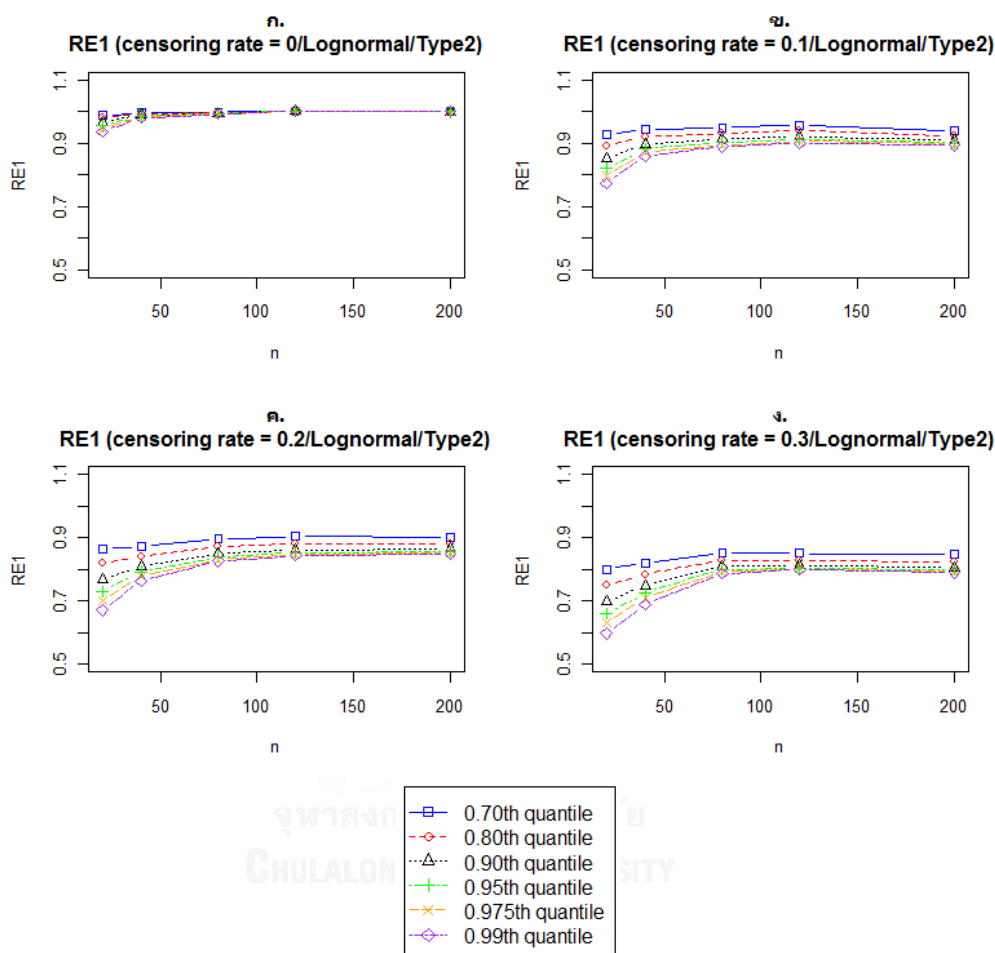
ภาพที่ 4.2.1.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณค่าคอนโวลูชันที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)



- censoring rate=0
- censoring rate=0.1
- △— censoring rate=0.2
- +— censoring rate=0.3

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.1 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.1.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.2.1.1 และ 4.2.1.2 ได้ว่า

1. ในภาพที่ 4.2.1.2 ภาพย่อย ก. เมื่อสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) มีค่าเท่ากับ 0 ค่า RE1 ของทุกควอนไทล์ที่ประมาณ ลู่เข้าสู่ 1 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เท่ากันระหว่างวิธี GE และวิธี MLE และในภาพย่อย ข. - ง. จะเห็นว่าเมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย ไม่เป็น 0 ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในภาพที่ 4.2.1.2 ภาพย่อย ข. - ง. จะเห็นว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.2.1.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ฉ. จะเห็นว่า ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

4. ในภาพที่ 4.2.1.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. – ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

ข้อสังเกต

จากภาพ 4.1.1.2 และ 4.2.1.2

ในระดับสัดส่วนของการตัดปลายที่กำหนด ค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา ทั้งแบบที่ 1 และ แบบที่ 2 มีแนวโน้มลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน เมื่อ ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n=200$)

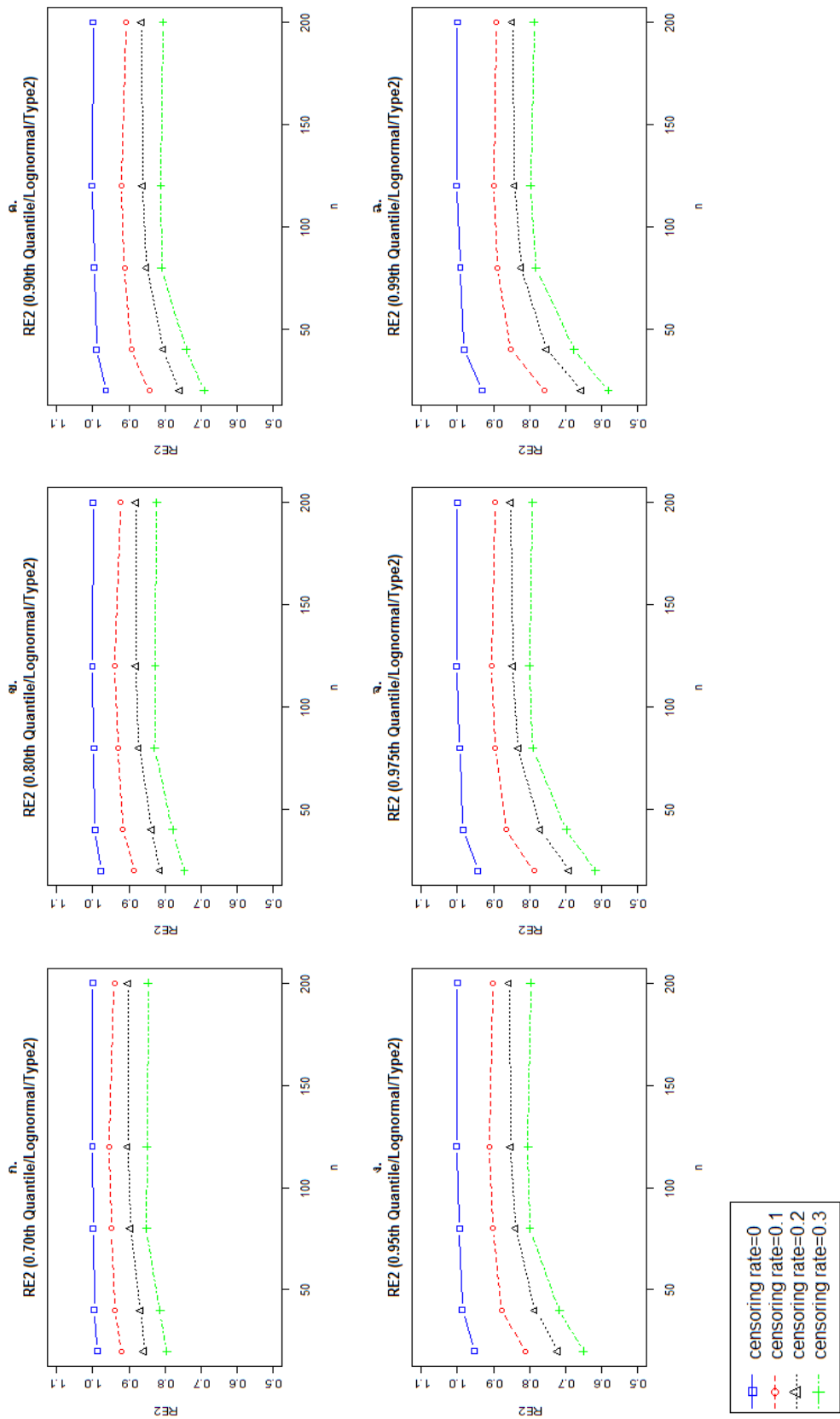
4.2.2 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกปกติที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกรัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

ตารางที่ 4.2.2 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGNOR(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง ปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.986	0.977	0.964	0.953	0.943	0.932
	40	0.996	0.993	0.989	0.986	0.983	0.980
	80	0.999	0.998	0.996	0.994	0.993	0.992
	120	1.001	1.001	1.002	1.002	1.002	1.002
	200	1.000	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000
0.1	20	0.919	0.886	0.844	0.813	0.788	0.760
	40	0.937	0.917	0.893	0.877	0.865	0.851
	80	0.948	0.930	0.912	0.901	0.894	0.888
	120	0.956	0.938	0.921	0.911	0.905	0.899
	200	0.940	0.923	0.908	0.900	0.896	0.892
0.2	20	0.858	0.813	0.759	0.721	0.690	0.656
	40	0.867	0.836	0.805	0.785	0.770	0.753
	80	0.896	0.872	0.850	0.839	0.831	0.823
	120	0.903	0.880	0.861	0.852	0.846	0.841
	200	0.901	0.881	0.864	0.856	0.851	0.847
0.3	20	0.795	0.746	0.691	0.651	0.618	0.582
	40	0.814	0.778	0.741	0.717	0.698	0.676
	80	0.851	0.828	0.809	0.799	0.791	0.782
	120	0.850	0.827	0.811	0.804	0.800	0.797
	200	0.846	0.823	0.805	0.797	0.792	0.787

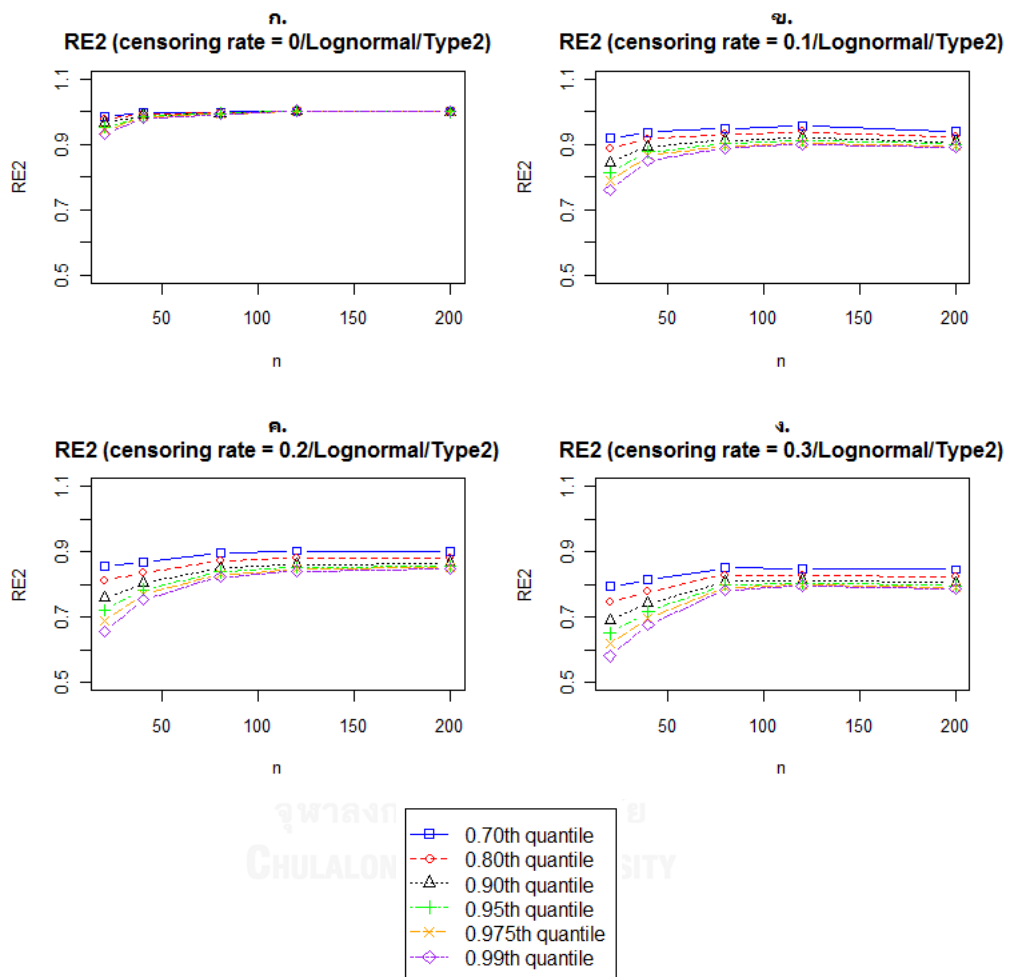
จากตารางที่ 4.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.2.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.2 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.2.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGNOR(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.2.1 และ 4.2.2 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงล็อกปกติ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงไวบูลล์

4.2.3 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

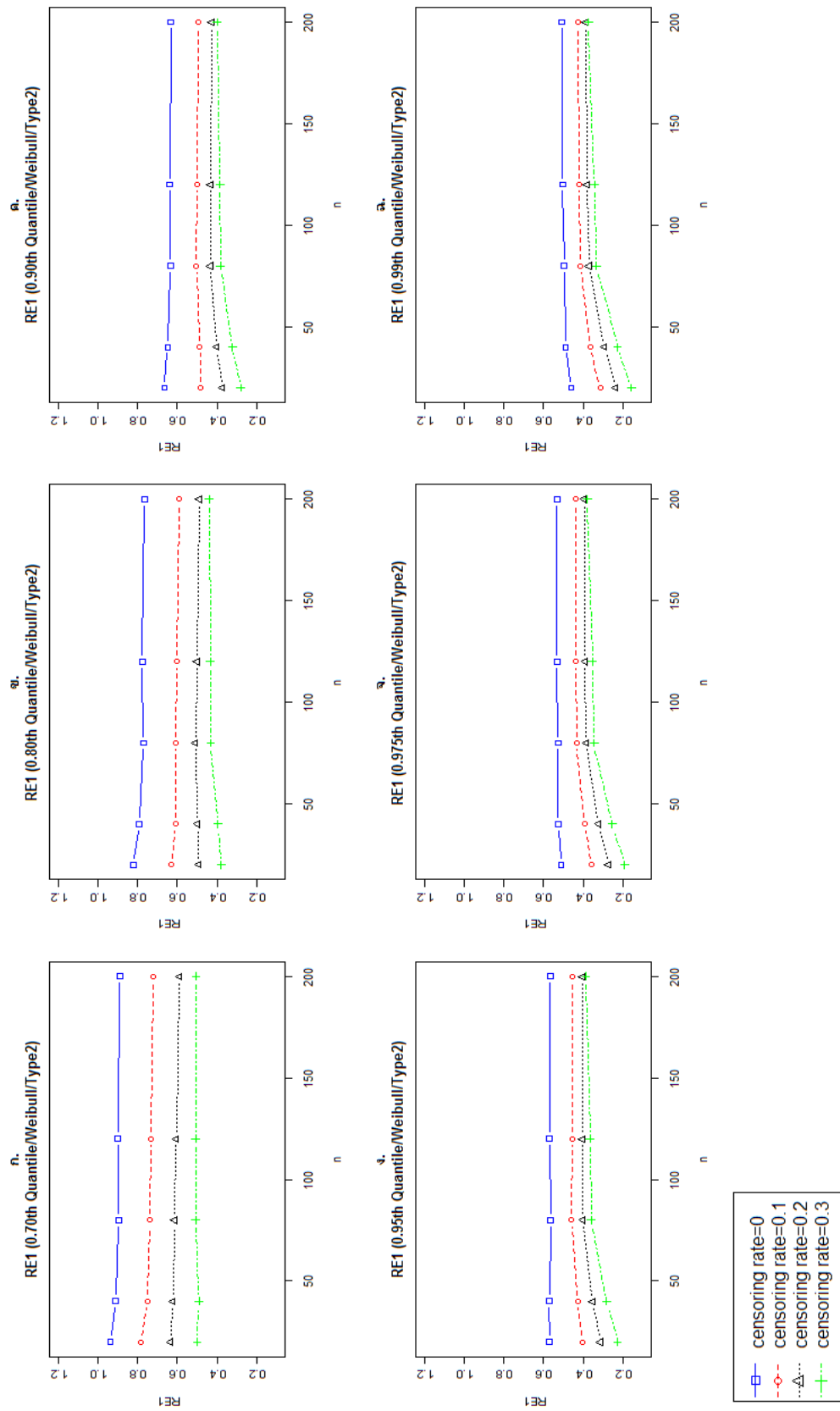


ตารางที่ 4.2.3 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลด
ปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.939	0.823	0.665	0.571	0.511	0.459
	40	0.913	0.792	0.649	0.572	0.526	0.489
	80	0.896	0.773	0.635	0.564	0.526	0.496
	120	0.900	0.777	0.639	0.570	0.533	0.504
	200	0.892	0.766	0.632	0.567	0.533	0.507
0.1	20	0.784	0.629	0.481	0.404	0.356	0.314
	40	0.753	0.610	0.486	0.428	0.394	0.364
	80	0.740	0.609	0.503	0.458	0.434	0.416
	120	0.734	0.601	0.498	0.456	0.435	0.420
	200	0.722	0.592	0.494	0.455	0.437	0.425
0.2	20	0.634	0.492	0.373	0.311	0.272	0.235
	40	0.622	0.498	0.400	0.353	0.322	0.293
	80	0.615	0.508	0.433	0.401	0.383	0.369
	120	0.605	0.502	0.431	0.404	0.390	0.379
	200	0.589	0.490	0.427	0.405	0.394	0.387
0.3	20	0.500	0.379	0.279	0.226	0.190	0.157
	40	0.491	0.396	0.322	0.282	0.254	0.225
	80	0.506	0.432	0.381	0.359	0.345	0.332
	120	0.507	0.433	0.385	0.364	0.353	0.343
	200	0.505	0.439	0.399	0.385	0.379	0.374

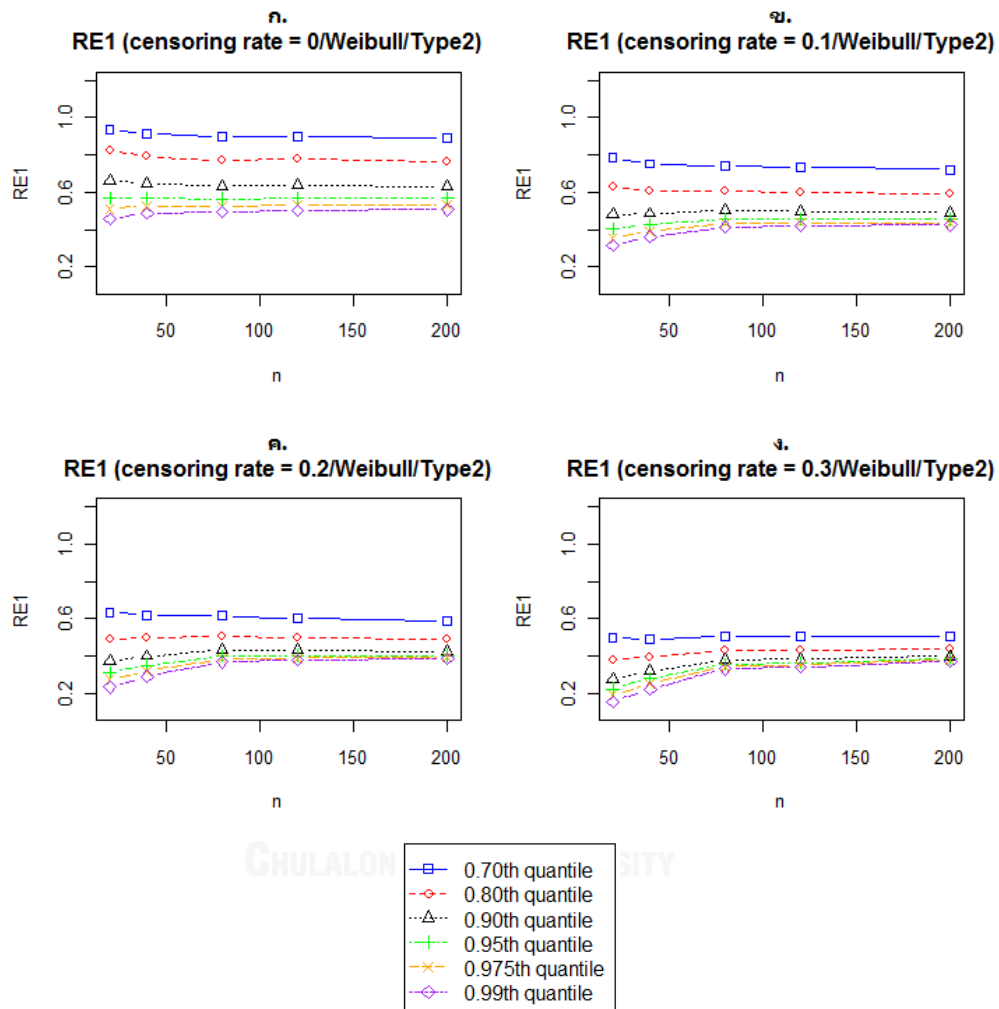
จากตารางที่ 4.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย(censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณค่าคอนโพล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกรัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.3 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.2.3.1 และ 4.2.3.2 ได้ว่า

1. ในภาพที่ 4.2.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE

2. ในภาพที่ 4.2.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.2.3.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ฉ. พบว่า ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

4. ในภาพที่ 4.2.3.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

ข้อสังเกต

จากภาพ 4.1.3.2 และ 4.2.3.2

ในระดับสัดส่วนของการตัดปลายที่กำหนด ค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา ทั้งแบบที่ 1 และ แบบที่ 2 มีแนวโน้มลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน เมื่อ ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n=200$)

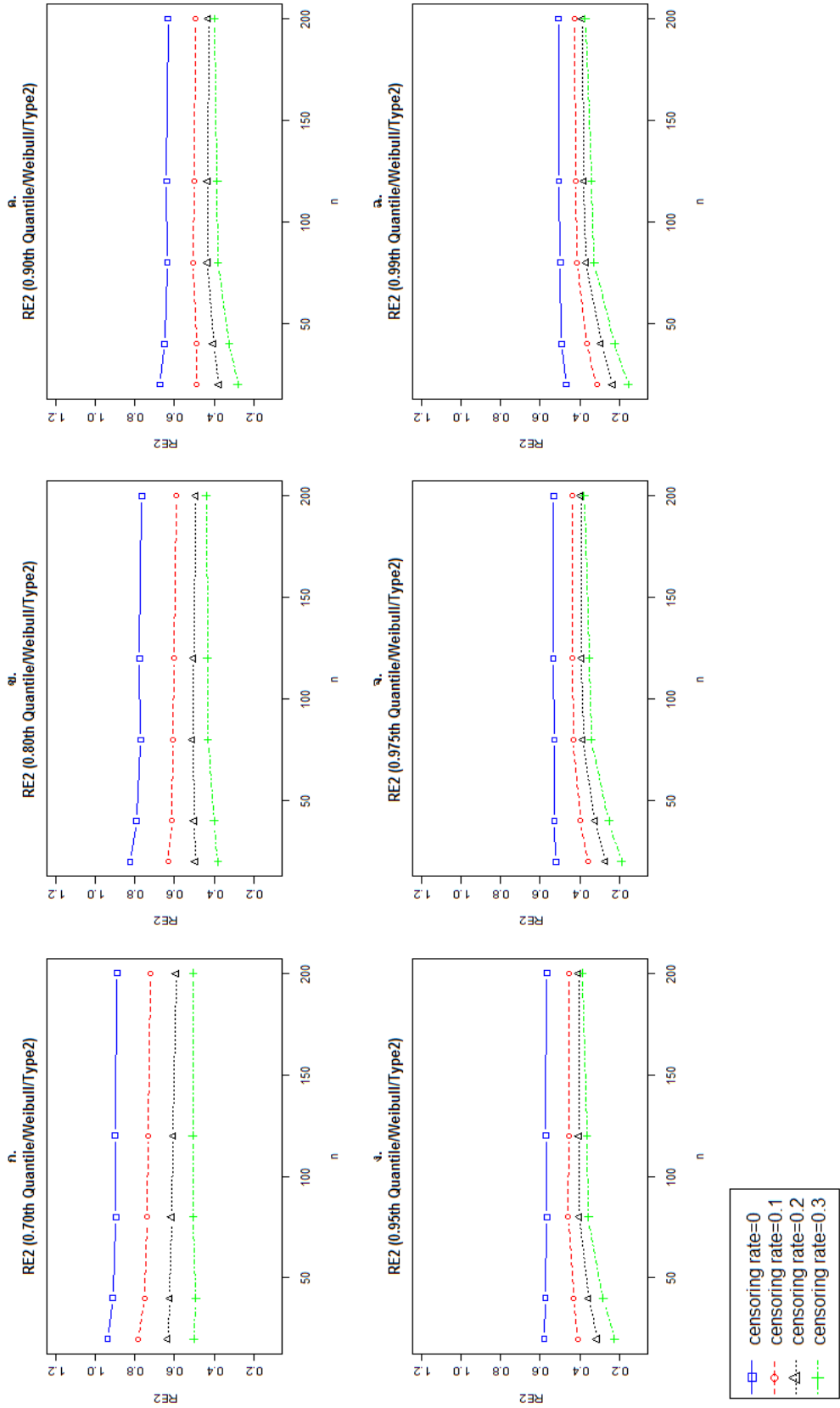
4.2.4 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงไวบูลล์ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกรัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

ตารางที่ 4.2.4 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ WEIB(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลด
ปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.939	0.825	0.673	0.580	0.520	0.467
	40	0.913	0.792	0.651	0.574	0.529	0.491
	80	0.896	0.773	0.636	0.567	0.528	0.498
	120	0.900	0.777	0.640	0.571	0.534	0.506
	200	0.892	0.766	0.632	0.567	0.533	0.507
0.1	20	0.784	0.634	0.486	0.408	0.359	0.314
	40	0.753	0.612	0.489	0.430	0.395	0.363
	80	0.740	0.609	0.504	0.458	0.434	0.415
	120	0.734	0.602	0.499	0.457	0.436	0.420
	200	0.723	0.592	0.494	0.456	0.437	0.424
0.2	20	0.634	0.495	0.375	0.312	0.270	0.232
	40	0.623	0.500	0.403	0.354	0.322	0.291
	80	0.615	0.509	0.433	0.401	0.382	0.367
	120	0.606	0.503	0.433	0.405	0.390	0.378
	200	0.590	0.491	0.428	0.405	0.395	0.387
0.3	20	0.501	0.381	0.279	0.224	0.187	0.153
	40	0.493	0.398	0.323	0.281	0.252	0.223
	80	0.506	0.431	0.380	0.357	0.342	0.328
	120	0.508	0.434	0.385	0.364	0.352	0.341
	200	0.506	0.440	0.400	0.385	0.378	0.372

จากตารางที่ 4.2.4 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

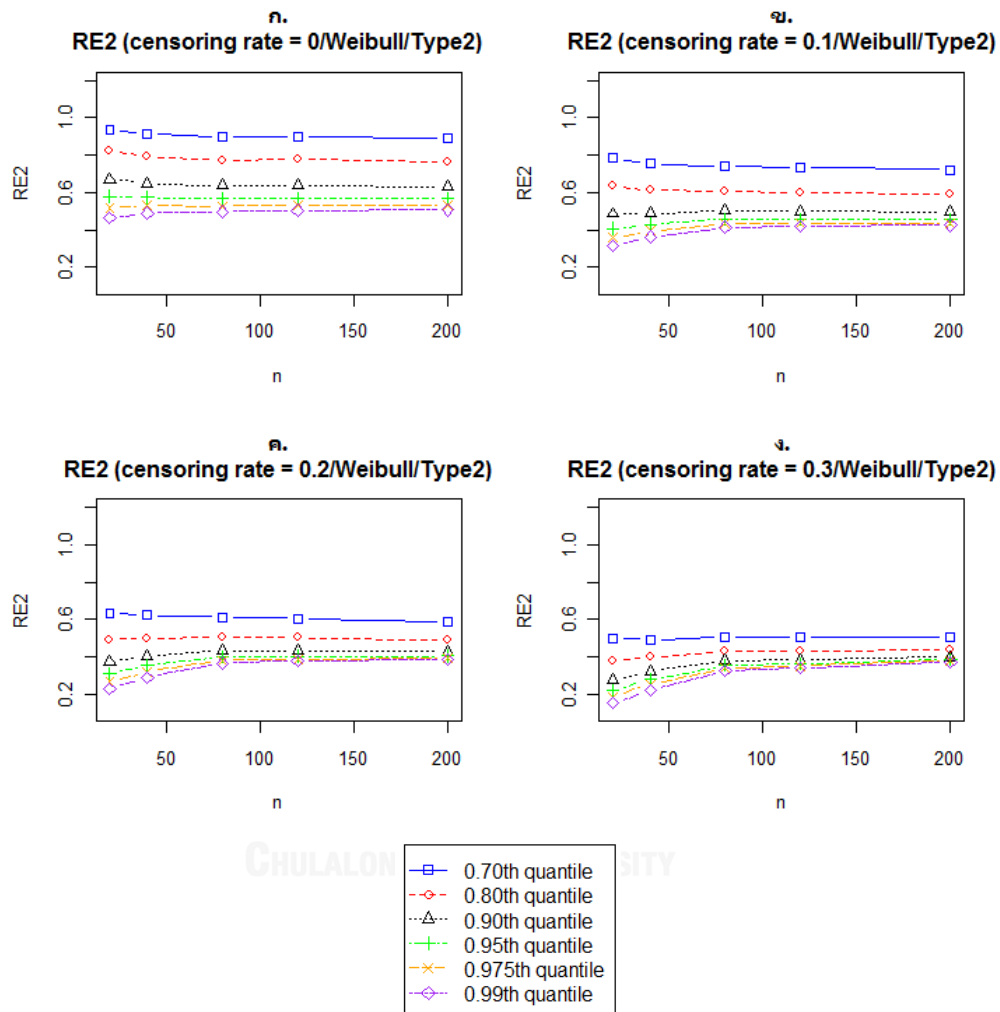
ภาพที่ 4.2.4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อประมาณความน่าจะเป็นที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)



—□— censoring rate=0
 - -○- - censoring rate=0.1
 ...△... censoring rate=0.2
 -·-+·- censoring rate=0.3

นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.4 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกละทิ้งทางขวาแบบที่ 2 จาก WEIB(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.2.3 และ 4.2.4 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงไวบูลล์ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกละทิ้งทางขวาแบบที่ 2

ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลมาจากการแจกแจงล็อกโลจิสติก

4.2.5 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1 (RE1)

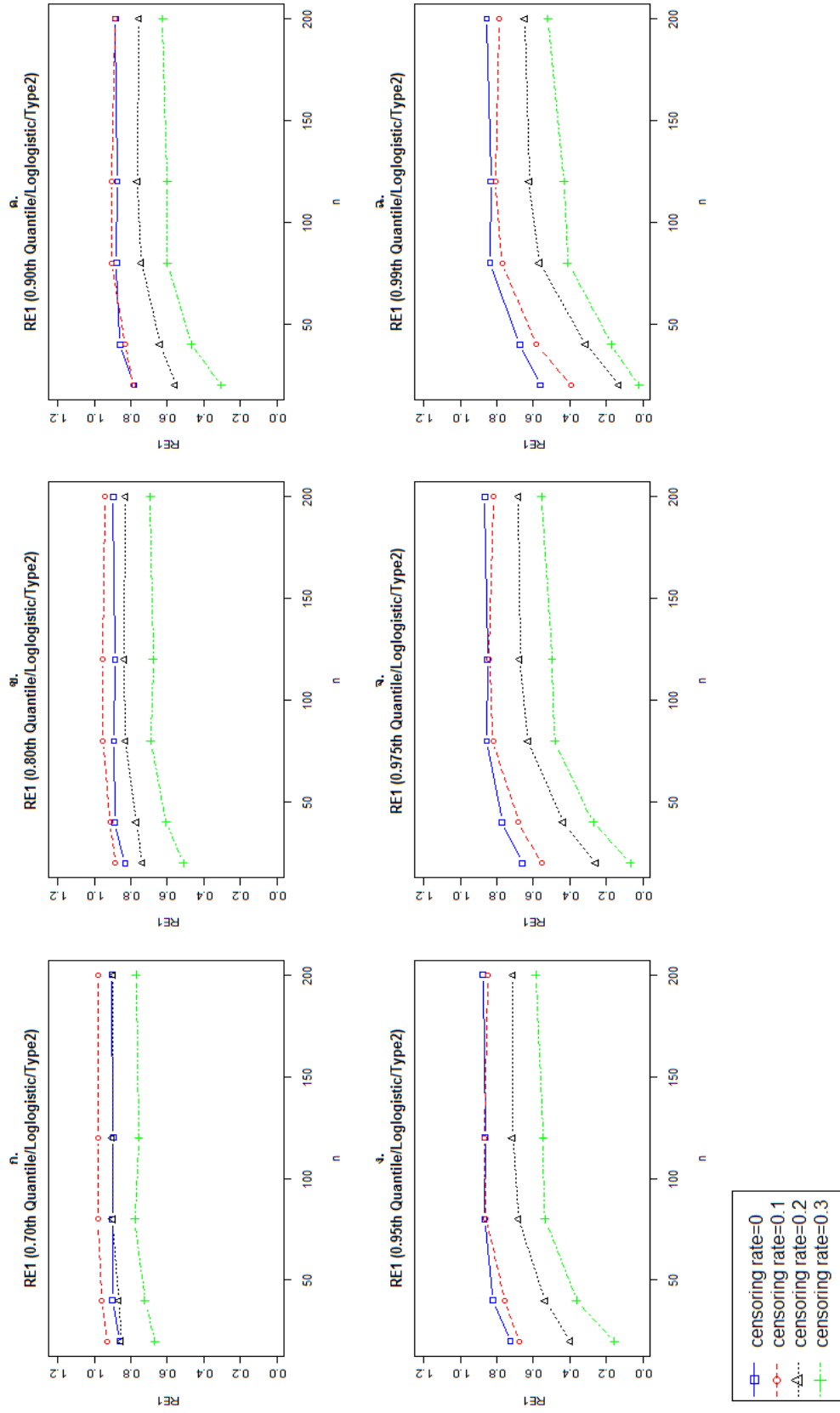


ตารางที่ 4.2.5 แสดงค่า RE1 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE1 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.861	0.832	0.782	0.726	0.661	0.565
	40	0.901	0.888	0.861	0.823	0.771	0.674
	80	0.901	0.892	0.879	0.868	0.856	0.838
	120	0.896	0.887	0.875	0.863	0.851	0.832
	200	0.904	0.896	0.885	0.875	0.866	0.855
0.1	20	0.932	0.884	0.785	0.676	0.555	0.395
	40	0.958	0.914	0.833	0.755	0.680	0.582
	80	0.979	0.952	0.903	0.860	0.821	0.772
	120	0.981	0.953	0.907	0.871	0.842	0.807
	200	0.978	0.942	0.888	0.849	0.819	0.788
0.2	20	0.854	0.736	0.556	0.396	0.259	0.132
	40	0.866	0.770	0.641	0.534	0.437	0.315
	80	0.900	0.829	0.743	0.681	0.630	0.566
	120	0.902	0.836	0.762	0.713	0.673	0.623
	200	0.897	0.828	0.755	0.712	0.681	0.648
0.3	20	0.670	0.512	0.306	0.157	0.069	0.021
	40	0.725	0.608	0.470	0.364	0.273	0.173
	80	0.778	0.692	0.601	0.537	0.482	0.413
	120	0.758	0.679	0.601	0.547	0.498	0.432
	200	0.770	0.694	0.626	0.587	0.557	0.520

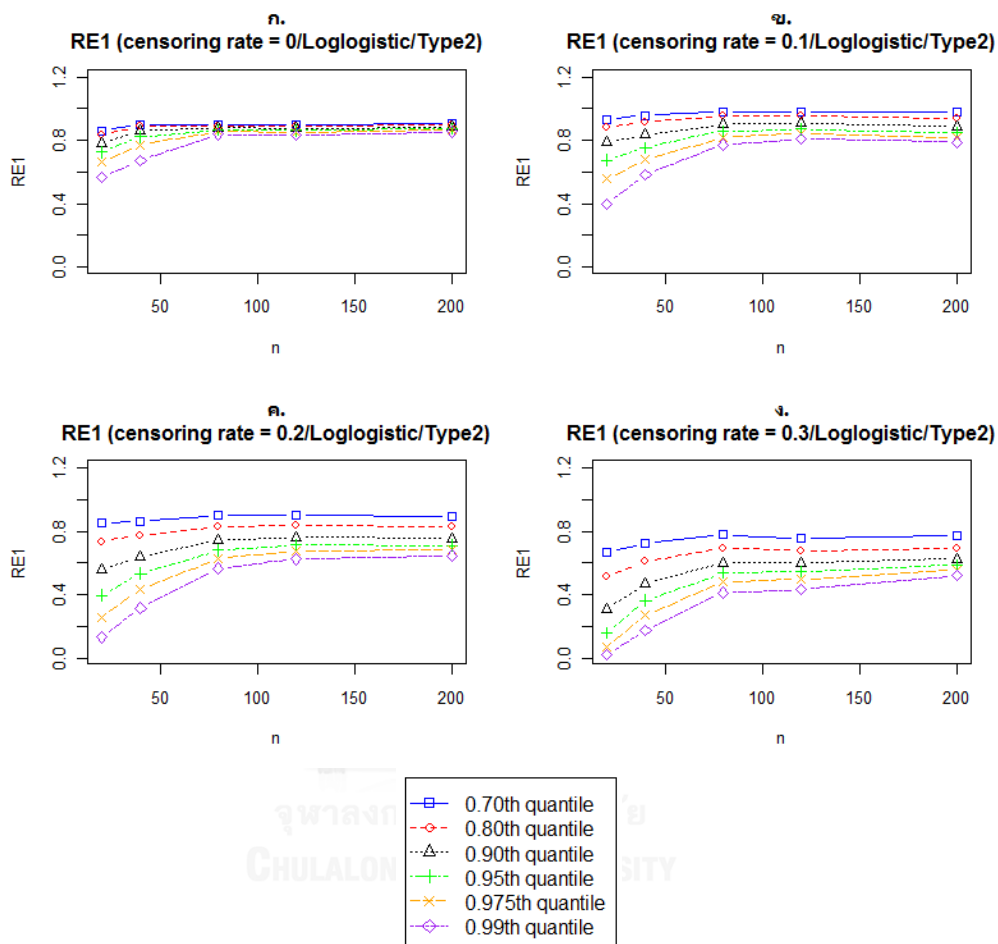
จากตารางที่ 4.2.5 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.5.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อประมาณความไวที่ต่างกัน ด้วยข้อมูลที่ถูกลบสายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.5 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.5.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE1 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกรัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากภาพที่ 4.2.5.1 และ 4.2.5.2 ได้ว่า

1. ในภาพที่ 4.2.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE

2. ในภาพที่ 4.2.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. พบว่า ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

3. ในภาพที่ 4.2.5.1 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ฉ. พบว่า ในการประมาณค่าคอนโวลต์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE

(ยกเว้น เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0.1$ ค่า RE1 ไม่ได้น้อยกว่า เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0$)

4. ในภาพที่ 4.2.5.2 ทุกภาพย่อย ตั้งแต่ภาพ ก. - ง. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด จะเห็นว่า เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละคอนโวลต์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

ข้อสังเกต

จากภาพ 4.1.5.2 และ 4.2.5.2

ในระดับสัดส่วนของการตัดปลายที่กำหนด ค่า RE1 จากการประมาณค่าคอนโวลต์ กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายทางขวา ทั้งแบบที่ 1 และ แบบที่ 2 มีแนวโน้มลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน เมื่อ ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n=200$)

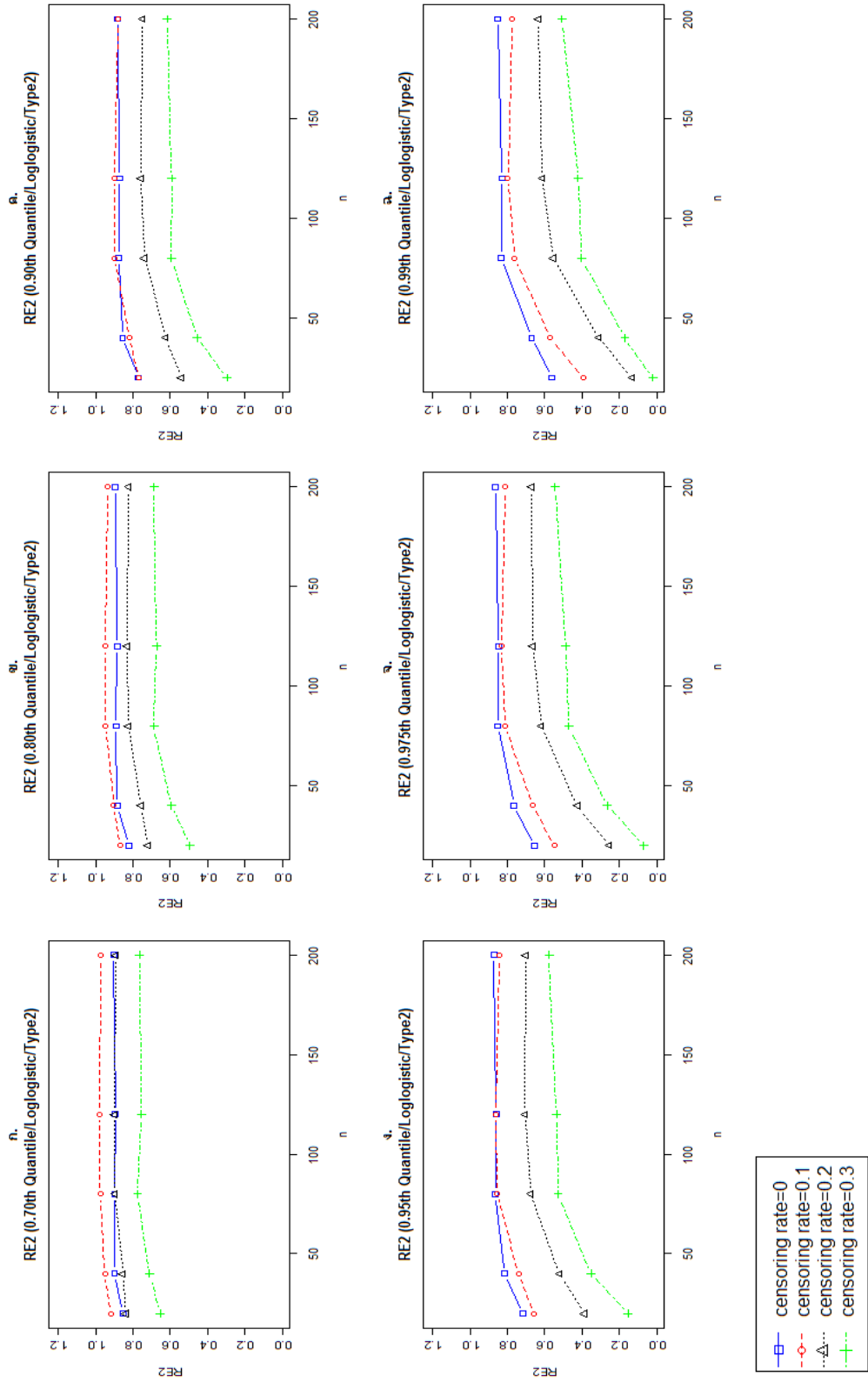
4.2.6 ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณจากวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าคอนโวลต์ที่ 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2 (Type2 Censoring) โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 2 (RE2)

ตารางที่ 4.2.6 แสดงค่า RE2 จากการประมาณค่าควอนไทล์ ของ LOGLOGIS(0,1) ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายทางขวาแบบที่ 2

r	n	ค่า RE2 ของการประมาณควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.853	0.822	0.771	0.716	0.654	0.562
	40	0.899	0.885	0.856	0.817	0.765	0.671
	80	0.900	0.890	0.877	0.864	0.851	0.832
	120	0.894	0.885	0.873	0.860	0.847	0.828
	200	0.904	0.896	0.884	0.873	0.864	0.852
0.1	20	0.919	0.867	0.768	0.661	0.546	0.393
	40	0.950	0.903	0.818	0.740	0.665	0.571
	80	0.976	0.948	0.898	0.853	0.813	0.762
	120	0.978	0.949	0.902	0.864	0.833	0.798
	200	0.975	0.938	0.882	0.841	0.810	0.777
0.2	20	0.839	0.719	0.541	0.387	0.256	0.133
	40	0.855	0.757	0.626	0.520	0.426	0.311
	80	0.897	0.826	0.738	0.674	0.620	0.556
	120	0.899	0.832	0.756	0.705	0.664	0.612
	200	0.894	0.823	0.749	0.704	0.671	0.635
0.3	20	0.654	0.497	0.297	0.155	0.070	0.021
	40	0.713	0.594	0.456	0.353	0.267	0.172
	80	0.775	0.688	0.595	0.528	0.472	0.403
	120	0.754	0.674	0.593	0.538	0.488	0.422
	200	0.766	0.688	0.618	0.577	0.545	0.507

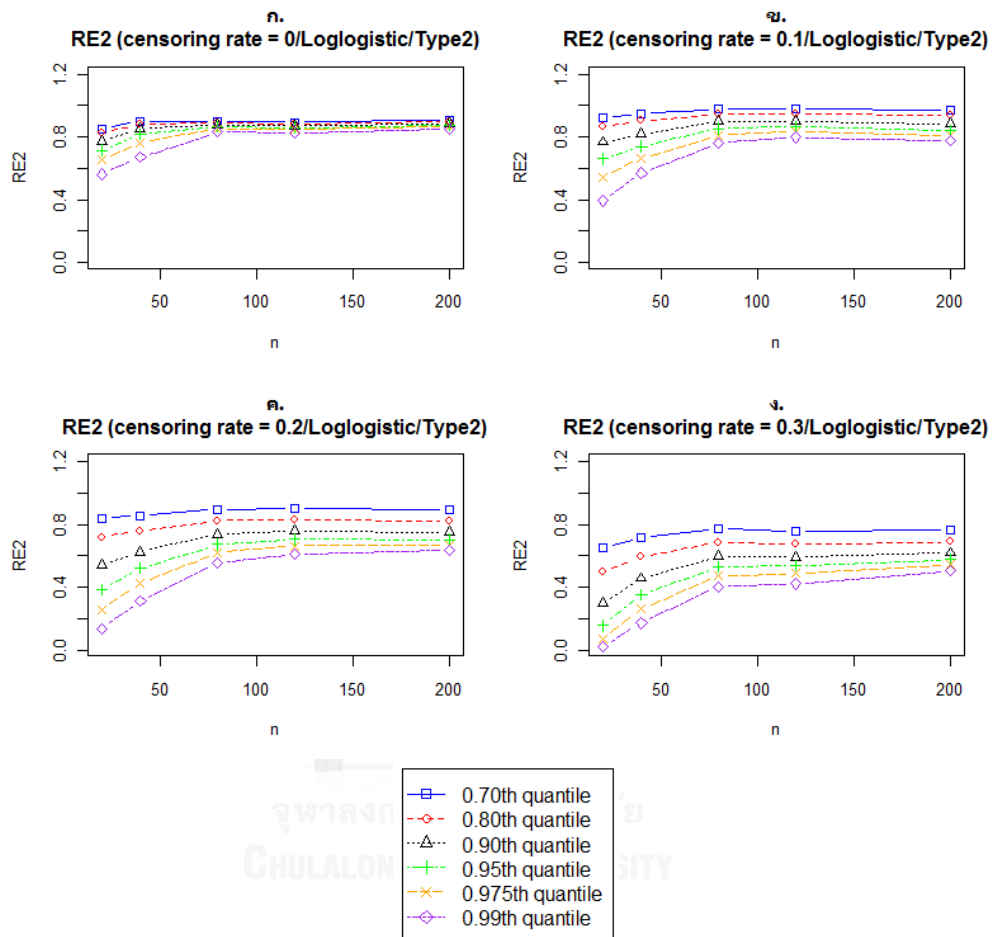
จากตารางที่ 4.2.6 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) ต่างๆ เมื่อประมาณค่าควอนไทล์ที่กำหนด ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.6.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า REZ กับ n เมื่อประมาณควอนไทล์ที่กำหนด ด้วยข้อมูลที่ถูกลดปลายหางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1)



นอกจากนี้ ตารางที่ 4.2.6 สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ ขนาดตัวอย่าง (n) ที่การประมาณค่าควอนไทล์ตำแหน่งต่างๆ เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย ได้ดังนี้

ภาพที่ 4.2.6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า RE2 กับ n เมื่อกำหนดสัดส่วนของการตัดปลาย โดยใช้ข้อมูลที่ถูกละทิ้งทางขวาแบบที่ 2 จาก LOGLOGIS(0,1)



ผลการศึกษาที่ได้คือ

จากตารางที่ 4.2.5 และ 4.2.6 จะเห็นว่า

ผลที่ได้จากค่า RE2 ให้ผลและมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 ภายใต้การประมาณควอนไทล์ของการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$ ด้วยข้อมูลที่ถูกละทิ้งทางขวาแบบที่ 2

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างวิธี GE กับ วิธี MLE ในการประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงแบบล็อก-โลเคชัน-สเกล (Log-Location-Scale) ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และ 2 โดยพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์แบบที่ 1(RE1) และ แบบที่ 2 (RE2) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

เนื่องจากผลการวิจัยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ 1.ข้อมูลที่ใช้ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 2.ข้อมูลที่ใช้ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 พบว่าทั้ง 2 กรณีนี้ให้ผลในทิศทางเดียวกัน แทบทุกอย่าง โดยเมื่อ n เพิ่มขึ้น ค่า RE1 และ RE2 ของทั้ง 2 กรณี จะเข้าสู่ค่าที่ใกล้เคียงกัน แต่ 2 กรณีนี้จะต่างกันเล็กน้อย ตรงที่ กรณีการตัดปลายทางขวาแบบที่1 ตำแหน่งควอนไทล์ และ ระดับสัดส่วนการตัดปลายทางขวามีแนวโน้มผลกระทบที่ไม่ชัดเจนต่อ ค่า RE1 และ RE2 เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n=20, n=40$) ดังนั้นจึงสามารถสรุปผลของทั้ง สองกรณี ร่วมกันได้ดังนี้

5.1.1 เมื่อข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาที่ใช้มาจากการแจกแจงล็อกปกติ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$

1. เมื่อสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) มีค่าเท่ากับ 0 ค่า RE1 ของทุกควอนไทล์ที่ประมาณ จะเข้าสู่ 1 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เท่ากันระหว่างวิธี GE และวิธี MLE และ เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย ไม่เป็น 0 ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
3. ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
4. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มเข้าสู่ค่าหนึ่ง

5.1.2 เมื่อข้อมูลที่ถูกลดตายทางขวาที่ใช้มาจากการแจกแจงไวบูลล์ ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$

1. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
3. ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
4. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

5.1.3 เมื่อข้อมูลที่ถูกลดตายทางขวาที่ใช้มาจากการแจกแจงล็อกโลจิสติก ที่มี $\mu = 0, \sigma = 1$

1. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE
2. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อต้องประมาณค่าควอนไทล์ที่ตำแหน่งสูงขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
3. ในการประมาณควอนไทล์ที่กำหนด เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย (censoring rate: r) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 จะลดลงตามลำดับ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ด้อยลงของวิธี GE เมื่อเทียบกับ MLE
(ยกเว้น เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0.1$ ค่า RE1 ไม่ได้มีน้อยกว่า เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย $r = 0$)
4. ในระดับสัดส่วนการตัดปลาย (censoring rate: r) ที่กำหนด เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น ค่า RE1 ของแต่ละควอนไทล์ที่ประมาณ มีแนวโน้มลู่สู่ค่าค่าหนึ่ง

นอกจากนี้ทั้งสามการแจกแจงให้ ผลที่ได้จากค่า RE2 มีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกับ ผลที่ได้จากค่า RE1 มาก กล่าวคือ ในแต่ละระดับสัดส่วนการตัดปลาย และควอนไทล์ที่ประมาณ ค่า RE2 มีค่าใกล้เคียง RE1 มาก ดังนั้น จึงสามารถสรุปผลของ RE2 ได้ในทิศทางเดียวกันกับ RE1

ในการประมาณค่าควอนไทล์ของทั้งสามการแจกแจง ด้วยข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาทั้งแบบที่ 1 และ 2 โดยรวมจะเห็นว่า

1. วิธี MLE มีประสิทธิภาพมากกว่า วิธี GE
2. เมื่อระดับสัดส่วนของการตัดปลาย หรือ ตำแหน่งควอนไทล์ที่ต้องประมาณสูงขึ้น ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธี GE เมื่อเทียบกับ วิธี MLE จะต่ำลง
3. เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะลู่สู่ค่าหนึ่ง

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 ด้านการนำไปศึกษาต่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาเฉพาะกรณีการตัดปลายทางขวาและประมาณค่าควอนไทล์ที่ทางด้านขวาของการแจกแจงเพียงอย่างเดียว สำหรับผู้ที่สนใจ อาจเลือกศึกษาเพิ่มในกรณีต่อไปนี้

- 5.2.1.1. ข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ทางด้านซ้าย หรือถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง
- 5.2.1.2. ควอนไทล์ที่จะประมาณเป็นควอนไทล์ที่ทางด้านซ้าย

5.2.2 ด้านการนำไปใช้

5.2.2.1. จะเห็นว่า วิธี MLE ค่อนข้างจะมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี GE แต่ถ้าจะใช้วิธี GE แนะนำให้ใช้กับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาที่มาจากการแจกแจงล็อกปกติ เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และระดับสัดส่วนการตัดปลายต่ำ เพราะ กรณีนี้ วิธี GE มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับ วิธี MLE มากที่สุด

5.2.2.2. ไม่แนะนำให้ใช้ วิธี GE กับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาที่มาจากการแจกแจงไวบูลส์ ในการประมาณค่าควอนไทล์ เพราะมีประสิทธิภาพที่ค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับ วิธี MLE

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- ขวัญรัตน์ ตั้งพิชฐานสกุล. (2554). “การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวา.” วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีระพร วีระถาวร. (2536). **การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง: โครงสร้างและความหมาย**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประภาศิริ สุนทรศิริเวช. (2555). “การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางกำหนดเวลา.” วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุชาดา กิระนันท์. (2530). **การอนุมานเชิงสถิติ ทฤษฎีขั้นต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาต่างประเทศ

- Klein, J. P., and Moeschberger, M. L. (1997). **Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data**. New York: Springer.
- Meeker, W. Q., and Escobar, L. A. (1998). **Statistical Methods for Reliability Data**. New York: John Wiley.
- Somboonsavatdee, A., and Nair, V. (2007). “Graphical Estimators from Probability Plots with Right-Censored Data.” **Technometrics** 49, 4 (November): 420 – 429.



ภาคผนวก ก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

โปรแกรม R ที่ใช้จำลองข้อมูล

เนื่องจากจำลองข้อมูลในหลายสถานการณ์ ดังนั้นจึงขอยกส่วนของโปรแกรมที่ใช้จำลองข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 และ 2 จากการแจกแจงไวบูลล์ ที่ $\mu = 0, \sigma = 1$ พร้อมทั้งการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE และ วิธี GE

1. วิธี MLE กับ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จากการแจกแจงไวบูลล์ ที่ $\mu = 0, \sigma = 1$

```
myfun_mle<-function(nsim,n,prop.c){
  sim.censor <-function(prop.c,x){
    if(prop.c==0){
      return(x)
    }
    else
    {
      n<-length(x)
      Tp<-qweibull((1-prop.c),shape=1,scale=1)
      x1<-c()
      x1<-x[x<=Tp]
      n.u<-length(x1)
      x2<-c()
      x2<-rep(Tp,(n-n.u))
      xx<-c(x1,x2)
      return(list(A=xx,A1=x1,A2=x2))
    }
  }
}

loglik<-function(shape_scale,y){
  if(prop.c==0){
    n <-length(y)
    return(sum(-dweibull(y[1:n],shape_scale[1],shape_scale[2],log=TRUE)))
  }
  else
  {
    return(sum(-dweibull(y$A1,shape_scale[1],shape_scale[2],log=TRUE))-
sum(log(1-pweibull(y$A2,shape_scale[1],shape_scale[2]))))
  }
}

v_Log_q70<-numeric(nsim)
v_Log_q80<-numeric(nsim)
v_Log_q90<-numeric(nsim)
v_Log_q95<-numeric(nsim)
v_Log_q97.5<-numeric(nsim)
v_Log_q99<-numeric(nsim)
```

```

v_shape<-numeric(nsim)
v_scale<-numeric(nsim)
v_Location_mu<-numeric(nsim)
v_Location_sigma<-numeric(nsim)
for(i in 1:nsim){
sim.raw<-function(n){
if(n==20){
set.seed(i)
z <-sort(rweibull(n,shape=1,scale=1))
return(z)
}else if(n==40){
set.seed(5000+i)
z <-sort(rweibull(n,shape=1,scale=1))
return(z)
}else if(n==80){
set.seed(10000+i)
z <-sort(rweibull(n,shape=1,scale=1))
return(z)
}else if(n==120){
set.seed(15000+i)
z <-sort(rweibull(n,shape=1,scale=1))
return(z)
}else{
set.seed(20000+i)
z <-sort(rweibull(n,shape=1,scale=1))
return(z)
}
}
uncut <-sim.censor(prop.c,x=sim.raw(n))
out <- optim(par = c(0.5,0.5), fn=loglik,y=uncut,method = "BFGS")
v_Log_q70[i] <-qweibull(0.7,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_Log_q80[i] <-qweibull(0.8,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_Log_q90[i] <-qweibull(0.9,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_Log_q95[i] <-qweibull(0.95,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_Log_q97.5[i] <-qweibull(0.975,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_Log_q99[i] <-qweibull(0.99,shape=out$par[1],scale=out$par[2])
v_shape[i]<-out$par[1]
v_scale[i]<-out$par[2]
v_Location_mu[i]<-log(v_scale[i])
v_Location_sigma[i]<-(1/v_shape[i])
}
return(list(
mean_Log_q70 = mean(v_Log_q70),
mean_Log_q80 = mean(v_Log_q80),
mean_Log_q90 = mean(v_Log_q90),
mean_Log_q95 = mean(v_Log_q95),
mean_Log_q97.5 = mean(v_Log_q97.5),
mean_Log_q99 = mean(v_Log_q99),

```



```

mean_shape= mean(v_shape),
mean_scale= mean(v_scale),
mean_Location_mu = mean(v_Location_mu),
mean_Location_sigma = mean(v_Location_sigma),

bias_Log_q70 = mean(v_Log_q70)-qweibull(0.7,shape=1,scale=1),
bias_Log_q80 = mean(v_Log_q80)-qweibull(0.8,shape=1,scale=1),
bias_Log_q90 = mean(v_Log_q90)-qweibull(0.9,shape=1,scale=1),
bias_Log_q95 = mean(v_Log_q95)-qweibull(0.95,shape=1,scale=1),
bias_Log_q97.5 = mean(v_Log_q97.5)-qweibull(0.975,shape=1,scale=1),
bias_Log_q99 = mean(v_Log_q99)-qweibull(0.99,shape=1,scale=1),

bias_shape = mean(v_shape)-1,
bias_scale = mean(v_scale)-1,
bias_Location_mu = mean(v_Location_mu)-0,
bias_Location_sigma = mean(v_Location_sigma)-1,

var_Log_q70 = var(v_Log_q70),
var_Log_q80 = var(v_Log_q80),
var_Log_q90 = var(v_Log_q90),
var_Log_q95 = var(v_Log_q95),
var_Log_q97.5 = var(v_Log_q97.5),
var_Log_q99 = var(v_Log_q99),

var_shape = var(v_shape),
var_scale = var(v_scale),
var_Location_mu = var(v_Location_mu),
var_Location_sigma = var(v_Location_sigma),

mse_Log_q70 = mean((v_Log_q70-qweibull(0.7,shape=1,scale=1))^2),
mse_Log_q80 = mean((v_Log_q80-qweibull(0.8,shape=1,scale=1))^2),
mse_Log_q90 = mean((v_Log_q90-qweibull(0.9,shape=1,scale=1))^2),
mse_Log_q95 = mean((v_Log_q95-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
mse_Log_q97.5 = mean((v_Log_q97.5-qweibull(0.975,shape=1,scale=1))^2),
mse_Log_q99 = mean((v_Log_q99-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),

mse_shape = mean((v_shape-1)^2),
mse_scale = mean((v_scale-1)^2),
mse_Location_mu = mean((v_Location_mu-0)^2),
mse_Location_sigma = mean((v_Location_sigma-1)^2)
))
}
#####
N<-c(20,40,80,120,200)
PROP<-c(0,0.1,0.2,0.3)
col_n<-c()
col_prop.c<-c()
col_mean_Log_q70<-c()
col_mean_Log_q80<-c()

```

```

col_mean_Log_q90<-c()
col_mean_Log_q95<-c()
col_mean_Log_q97.5<-c()
col_mean_Log_q99<-c()
col_mean_Location_mu<-c()
col_mean_Location_sigma<-c()
col_bias_Log_q70<-c()
col_bias_Log_q80<-c()
col_bias_Log_q90<-c()
col_bias_Log_q95<-c()
col_bias_Log_q97.5<-c()
col_bias_Log_q99<-c()
col_bias_Location_mu<-c()
col_bias_Location_sigma<-c()
col_var_Log_q70<-c()
col_var_Log_q80<-c()
col_var_Log_q90<-c()
col_var_Log_q95<-c()
col_var_Log_q97.5<-c()
col_var_Log_q99<-c()
col_var_Location_mu<-c()
col_var_Location_sigma<-c()

col_mse_Log_q70<-c()
col_mse_Log_q80<-c()
col_mse_Log_q90<-c()
col_mse_Log_q95<-c()
col_mse_Log_q97.5<-c()
col_mse_Log_q99<-c()

col_mse_Location_mu<-c()
col_mse_Location_sigma<-c()
for(j in 0:((length(PROP))-1)){
  for(k in 0:((length(N))-1)){
    l<-(j*length(N))+k
    a<-myfun_mle(5000,N[k+1],PROP[j+1])
    col_n[l+1]<-N[k+1]
    col_prop.c[l+1]<-PROP[j+1]

    col_mean_Log_q70[l+1]<-a$mean_Log_q70
    col_mean_Log_q80[l+1]<-a$mean_Log_q80
    col_mean_Log_q90[l+1]<-a$mean_Log_q90
    col_mean_Log_q95[l+1]<-a$mean_Log_q95
    col_mean_Log_q97.5[l+1]<-a$mean_Log_q97.5
    col_mean_Log_q99[l+1]<-a$mean_Log_q99

    col_mean_Location_mu[l+1]<-a$mean_Location_mu
    col_mean_Location_sigma[l+1]<-a$mean_Location_sigma

```



```

col_bias_Log_q70[l+1]<-a$bias_Log_q70
col_bias_Log_q80[l+1]<-a$bias_Log_q80
col_bias_Log_q90[l+1]<-a$bias_Log_q90
col_bias_Log_q95[l+1]<-a$bias_Log_q95
col_bias_Log_q97.5[l+1]<-a$bias_Log_q97.5
col_bias_Log_q99[l+1]<-a$bias_Log_q99

col_bias_Location_mu[l+1]<-a$bias_Location_mu
col_bias_Location_sigma[l+1]<-a$bias_Location_sigma

col_var_Log_q70[l+1]<-a$var_Log_q70
col_var_Log_q80[l+1]<-a$var_Log_q80
col_var_Log_q90[l+1]<-a$var_Log_q90
col_var_Log_q95[l+1]<-a$var_Log_q95
col_var_Log_q97.5[l+1]<-a$var_Log_q97.5
col_var_Log_q99[l+1]<-a$var_Log_q99

col_var_Location_mu[l+1]<-a$var_Location_mu
col_var_Location_sigma[l+1]<-a$var_Location_sigma

col_mse_Log_q70[l+1]<-a$mse_Log_q70
col_mse_Log_q80[l+1]<-a$mse_Log_q80
col_mse_Log_q90[l+1]<-a$mse_Log_q90
col_mse_Log_q95[l+1]<-a$mse_Log_q95
col_mse_Log_q97.5[l+1]<-a$mse_Log_q97.5
col_mse_Log_q99[l+1]<-a$mse_Log_q99

col_mse_Location_mu[l+1]<-a$mse_Location_mu
col_mse_Location_sigma[l+1]<-a$mse_Location_sigma
cat("l=",l,"j=",j,"k=",k,"\n")
dev.new()
}
}

```

2. วิธี GE กับ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 จากการแจกแจงไวบูลล์ ที่ $\mu = 0, \sigma = 1$

```

myfun<-function(nsim,n,prop.c){
rsev<-function(n,location,sscale){log(rweibull(n,shape=(1/sscale),scale=(exp(location))))}
qsev<-function(p,location,sscale){log(qweibull(p,shape=(1/sscale),scale=(exp(location))))}

sim.censor <-function(prop.c,x){
if(prop.c==0){
return(x)
}
else
{
Tp<-qsev((1-prop.c),location=0,sscale=1)
x1<-c()
x1<-x[x<=Tp]
}
}
}

```

```

        return(x1)
    }
}
v_Log_q70<-numeric(nsim)
v_Log_q80<-numeric(nsim)
v_Log_q90<-numeric(nsim)
v_Log_q95<-numeric(nsim)
v_Log_q97.5<-numeric(nsim)
v_Log_q99<-numeric(nsim)
v_Location_mu<-numeric(nsim)
v_Location_sigma<-numeric(nsim)
for(i in 1:nsim){
sim.raw<-function(n){
if(n==20){
    set.seed(i)
    z <-sort(rsev(n,location=0,sscale=1))
    return(z)
}else if(n==40){
    set.seed(5000+i)
    z <-sort(rsev(n,location=0,sscale=1))
    return(z)
}else if(n==80){
    set.seed(10000+i)
    z <-sort(rsev(n,location=0,sscale=1))
    return(z)
}else if(n==120){
    set.seed(15000+i)
    z <-sort(rsev(n,location=0,sscale=1))
    return(z)
}else{
    set.seed(20000+i)
    z <-sort(rsev(n,location=0,sscale=1))
    return(z)
}
}
uncutx<-sim.censor(prop.c,x=sim.raw(n))
P<-((1:n)-0.5)/n
n.u<-length(uncutx)
y<-cbind(uncutx[1:n.u],P[1:n.u])
ols<-coef(lm(y[,1] ~ qsev(y[,2],location=0,sscale=1)))
v_Log_q70[i] <-qweibull(0.7,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Log_q80[i] <-qweibull(0.8,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Log_q90[i] <-qweibull(0.9,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Log_q95[i] <-qweibull(0.95,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Log_q97.5[i] <-qweibull(0.975,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Log_q99[i] <-qweibull(0.99,shape=(1/ols[2]),scale=(exp(ols[1])))
v_Location_mu[i]<-ols[1]
v_Location_sigma[i]<-ols[2]
}
}

```



```

return(list(
  mean_Log_q70 = mean(v_Log_q70),
  mean_Log_q80 = mean(v_Log_q80),
  mean_Log_q90 = mean(v_Log_q90),
  mean_Log_q95 = mean(v_Log_q95),
  mean_Log_q97.5 = mean(v_Log_q97.5),
  mean_Log_q99 = mean(v_Log_q99),

  mean_Location_mu = mean(v_Location_mu),
  mean_Location_sigma = mean(v_Location_sigma),

  bias_Log_q70 = mean(v_Log_q70)-qweibull(0.7,shape=1,scale=1),
  bias_Log_q80 = mean(v_Log_q80)-qweibull(0.8,shape=1,scale=1),
  bias_Log_q90 = mean(v_Log_q90)-qweibull(0.9,shape=1,scale=1),
  bias_Log_q95 = mean(v_Log_q95)-qweibull(0.95,shape=1,scale=1),
  bias_Log_q97.5 = mean(v_Log_q97.5)-qweibull(0.975,shape=1,scale=1),
  bias_Log_q99 = mean(v_Log_q99)-qweibull(0.99,shape=1,scale=1),

  bias_Location_mu = mean(v_Location_mu)-0,
  bias_Location_sigma = mean(v_Location_sigma)-1,

  var_Log_q70 = var(v_Log_q70),
  var_Log_q80 = var(v_Log_q80),
  var_Log_q90 = var(v_Log_q90),
  var_Log_q95 = var(v_Log_q95),
  var_Log_q97.5 = var(v_Log_q97.5),
  var_Log_q99 = var(v_Log_q99),

  var_Location_mu = var(v_Location_mu),
  var_Location_sigma = var(v_Location_sigma),

  mse_Log_q70 = mean((v_Log_q70-qweibull(0.7,shape=1,scale=1))^2),
  mse_Log_q80 = mean((v_Log_q80-qweibull(0.8,shape=1,scale=1))^2),
  mse_Log_q90 = mean((v_Log_q90-qweibull(0.9,shape=1,scale=1))^2),
  mse_Log_q95 = mean((v_Log_q95-qweibull(0.95,shape=1,scale=1))^2),
  mse_Log_q97.5 = mean((v_Log_q97.5-qweibull(0.975,shape=1,scale=1))^2),
  mse_Log_q99 = mean((v_Log_q99-qweibull(0.99,shape=1,scale=1))^2),

  mse_Location_mu = mean((v_Location_mu-0)^2),
  mse_Location_sigma = mean((v_Location_sigma-1)^2)
))
}

#####
N<-c(20,40,80,120,200)
PROP<-c(0,0.1,0.2,0.3)
col_n<-c()
col_prop.c<-c()
col_mean_Log_q70<-c()
col_mean_Log_q80<-c()

```

```
col_mean_Log_q90<-c()
col_mean_Log_q95<-c()
col_mean_Log_q97.5<-c()
col_mean_Log_q99<-c()
col_mean_Location_mu<-c()
col_mean_Location_sigma<-c()
```

```
col_bias_Log_q70<-c()
col_bias_Log_q80<-c()
col_bias_Log_q90<-c()
col_bias_Log_q95<-c()
col_bias_Log_q97.5<-c()
col_bias_Log_q99<-c()
col_bias_Location_mu<-c()
col_bias_Location_sigma<-c()
col_var_Log_q70<-c()
col_var_Log_q80<-c()
col_var_Log_q90<-c()
col_var_Log_q95<-c()
col_var_Log_q97.5<-c()
col_var_Log_q99<-c()
col_var_Location_mu<-c()
col_var_Location_sigma<-c()
col_mse_Log_q70<-c()
col_mse_Log_q80<-c()
col_mse_Log_q90<-c()
col_mse_Log_q95<-c()
col_mse_Log_q97.5<-c()
col_mse_Log_q99<-c()
col_mse_Location_mu<-c()
col_mse_Location_sigma<-c()
```

```
for(j in 0:(length(PROP)-1)){
  for(k in 0:(length(N)-1)){
    l<-(j*length(N))+k
    a<-myfun(5000,N[k+1],PROP[j+1])
    col_n[l+1]<-N[k+1]
    col_prop.c[l+1]<-PROP[j+1]

    col_mean_Log_q70[l+1]<-a$mean_Log_q70
    col_mean_Log_q80[l+1]<-a$mean_Log_q80
    col_mean_Log_q90[l+1]<-a$mean_Log_q90
    col_mean_Log_q95[l+1]<-a$mean_Log_q95
    col_mean_Log_q97.5[l+1]<-a$mean_Log_q97.5
    col_mean_Log_q99[l+1]<-a$mean_Log_q99

    col_mean_Location_mu[l+1]<-a$mean_Location_mu
    col_mean_Location_sigma[l+1]<-a$mean_Location_sigma
```



```

col_bias_Log_q70[l+1]<-a$bias_Log_q70
col_bias_Log_q80[l+1]<-a$bias_Log_q80
col_bias_Log_q90[l+1]<-a$bias_Log_q90
col_bias_Log_q95[l+1]<-a$bias_Log_q95
col_bias_Log_q97.5[l+1]<-a$bias_Log_q97.5
col_bias_Log_q99[l+1]<-a$bias_Log_q99

col_bias_Location_mu[l+1]<-a$bias_Location_mu
col_bias_Location_sigma[l+1]<-a$bias_Location_sigma

col_var_Log_q70[l+1]<-a$var_Log_q70
col_var_Log_q80[l+1]<-a$var_Log_q80
col_var_Log_q90[l+1]<-a$var_Log_q90
col_var_Log_q95[l+1]<-a$var_Log_q95
col_var_Log_q97.5[l+1]<-a$var_Log_q97.5
col_var_Log_q99[l+1]<-a$var_Log_q99

col_var_Location_mu[l+1]<-a$var_Location_mu
col_var_Location_sigma[l+1]<-a$var_Location_sigma

col_mse_Log_q70[l+1]<-a$mse_Log_q70
col_mse_Log_q80[l+1]<-a$mse_Log_q80
col_mse_Log_q90[l+1]<-a$mse_Log_q90
col_mse_Log_q95[l+1]<-a$mse_Log_q95
col_mse_Log_q97.5[l+1]<-a$mse_Log_q97.5
col_mse_Log_q99[l+1]<-a$mse_Log_q99

col_mse_Location_mu[l+1]<-a$mse_Location_mu
col_mse_Location_sigma[l+1]<-a$mse_Location_sigma
cat("l=",l,"j=",j,"k=",k,"\n")
dev.new()
}
}

```

3. วิธี MLE กับ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จากการแจกแจงไวบูลล์ ที่ $\mu = 0, \sigma = 1$ ทำเหมือนกับกรณี MLE กับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 แต่ฟังก์ชันที่กำหนดรูปแบบการตัดปลายทางขวาข้อมูลเปลี่ยนไปโดย

```

sim.censor <-function(prop.c,x){
  if(prop.c==0){
    return(x)
  }
  else
  {
    n<-length(x)
    n.c <-as.integer(prop.c * n)
    x[(n-n.c+1):n] <-x[n-n.c]
  }
}

```

```

    return(x)
  }
}

```

4. วิธี GE กับ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 จากการแจกแจงไวบูลล์ ที่ $\mu = 0, \sigma = 1$ ทำเหมือนกับกรณี GE กับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 แต่ฟังก์ชันที่กำหนดรูปแบบการตัดปลายทางขวาข้อมูลเปลี่ยนไปโดย

```

sim.censor <-function(prop.c,x){
if(prop.c==0){
  return(x)
}
else
{
  n<-length(x)
  n.c <-as.integer(prop.c * n)
  x1<-x[1:(n-n.c)]
  return(x1)
}
}

```





ภาคผนวก ข

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางเพิ่มเติมค่า Bias, Variance และ MSE

6.1 เมื่อข้อมูลที่ใ้ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1

ตารางที่ 6.1.1 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จากข้อมูลที่ใ้ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง $LOGNOR(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.020	0.013	0.004	0.005	0.024	0.096
0	40	0.010	0.007	0.004	0.007	0.021	0.068
0	80	0.003	0.000	-0.006	-0.011	-0.014	-0.011
0	120	0.006	0.006	0.006	0.009	0.015	0.032
0	200	0.002	0.001	0.000	0.000	0.002	0.010
0.1	20	0.046	0.063	0.117	0.217	0.385	0.752
0.1	40	0.022	0.029	0.054	0.100	0.177	0.345
0.1	80	0.009	0.011	0.018	0.032	0.057	0.113
0.1	120	0.010	0.013	0.021	0.036	0.060	0.110
0.1	200	0.004	0.005	0.009	0.017	0.030	0.059
0.2	20	0.063	0.096	0.195	0.370	0.654	1.263
0.2	40	0.032	0.048	0.095	0.176	0.306	0.577
0.2	80	0.012	0.017	0.032	0.058	0.102	0.195
0.2	120	0.012	0.017	0.031	0.055	0.093	0.170
0.2	200	0.005	0.008	0.016	0.030	0.052	0.097
0.3	20	0.081	0.131	0.280	0.543	0.966	1.873
0.3	40	0.045	0.073	0.150	0.281	0.483	0.900
0.3	80	0.016	0.023	0.046	0.085	0.148	0.280
0.3	120	0.013	0.020	0.038	0.069	0.118	0.218
0.3	200	0.007	0.012	0.024	0.044	0.075	0.139

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.173	0.385	1.248	3.370	8.005	21.825
0	40	0.084	0.189	0.625	1.702	4.049	10.988
0	80	0.041	0.090	0.290	0.774	1.808	4.805
0	120	0.027	0.061	0.201	0.541	1.273	3.400
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.217	0.530	1.926	5.669	14.464	42.885
0.1	40	0.096	0.229	0.807	2.294	5.640	15.856
0.1	80	0.045	0.104	0.351	0.961	2.284	6.166

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.1	120	0.030	0.069	0.236	0.651	1.555	4.213
0.1	200	0.018	0.042	0.141	0.385	0.913	2.450
0.2	20	0.262	0.684	2.706	8.512	23.021	73.336
0.2	40	0.113	0.282	1.035	3.022	7.575	21.767
0.2	80	0.051	0.123	0.432	1.207	2.909	7.953
0.2	120	0.033	0.080	0.284	0.799	1.931	5.284
0.2	200	0.020	0.049	0.169	0.468	1.116	3.005
0.3	20	0.360	1.011	4.337	14.560	41.860	144.419
0.3	40	0.141	0.369	1.418	4.264	10.958	32.469
0.3	80	0.060	0.148	0.531	1.499	3.629	9.959
0.3	120	0.039	0.099	0.359	1.023	2.487	6.842
0.3	200	0.024	0.059	0.209	0.585	1.402	3.791

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.174	0.386	1.247	3.370	8.004	21.829
0	40	0.084	0.189	0.625	1.702	4.049	10.991
0	80	0.041	0.090	0.290	0.774	1.808	4.804
0	120	0.027	0.061	0.201	0.541	1.273	3.400
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.220	0.534	1.939	5.715	14.609	43.442
0.1	40	0.096	0.230	0.810	2.304	5.670	15.972
0.1	80	0.045	0.105	0.351	0.962	2.287	6.178
0.1	120	0.030	0.069	0.236	0.652	1.559	4.225
0.1	200	0.018	0.042	0.141	0.386	0.914	2.453
0.2	20	0.266	0.693	2.744	8.647	23.444	74.916
0.2	40	0.114	0.284	1.044	3.053	7.667	22.095
0.2	80	0.051	0.124	0.433	1.210	2.918	7.990
0.2	120	0.033	0.081	0.285	0.802	1.939	5.312
0.2	200	0.020	0.049	0.169	0.469	1.118	3.014
0.3	20	0.367	1.027	4.415	14.852	42.786	147.899
0.3	40	0.143	0.374	1.440	4.342	11.189	33.272
0.3	80	0.060	0.149	0.533	1.506	3.650	10.036
0.3	120	0.040	0.099	0.361	1.027	2.500	6.888
0.3	200	0.024	0.059	0.210	0.587	1.407	3.810

ตารางที่ 6.1.2 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง *LOGNOR(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.028	0.030	0.046	0.083	0.154	0.323
0	40	0.012	0.011	0.014	0.027	0.055	0.127
0	80	0.004	0.001	-0.005	-0.009	-0.010	-0.004
0	120	0.006	0.006	0.006	0.008	0.013	0.029
0	200	0.001	0.000	-0.002	-0.003	-0.002	0.003
0.1	20	-0.002	-0.016	-0.032	-0.026	0.016	0.159
0.1	40	0.000	-0.007	-0.016	-0.016	0.002	0.065
0.1	80	-0.004	-0.012	-0.027	-0.043	-0.058	-0.072
0.1	120	0.000	-0.003	-0.010	-0.017	-0.021	-0.019
0.1	200	-0.001	-0.004	-0.008	-0.011	-0.013	-0.011
0.2	20	0.001	-0.003	0.015	0.082	0.224	0.586
0.2	40	0.005	0.006	0.018	0.055	0.128	0.303
0.2	80	-0.004	-0.010	-0.018	-0.023	-0.020	0.002
0.2	120	-0.001	-0.004	-0.009	-0.011	-0.008	0.011
0.2	200	-0.001	-0.002	-0.003	-0.002	0.004	0.022
0.3	20	0.011	0.024	0.097	0.265	0.574	1.300
0.3	40	0.011	0.020	0.059	0.142	0.287	0.616
0.3	80	-0.003	-0.006	-0.007	0.002	0.027	0.095
0.3	120	-0.002	-0.006	-0.009	-0.007	0.005	0.042
0.3	200	0.000	0.000	0.003	0.012	0.029	0.068

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.175	0.394	1.292	3.530	8.466	23.334
0	40	0.084	0.191	0.631	1.726	4.116	11.201
0	80	0.041	0.091	0.291	0.778	1.820	4.843
0	120	0.027	0.061	0.200	0.540	1.271	3.392
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.206	0.506	1.848	5.432	13.797	40.562
0.1	40	0.098	0.238	0.845	2.410	5.929	16.667
0.1	80	0.046	0.109	0.369	1.015	2.416	6.522
0.1	120	0.030	0.072	0.249	0.690	1.652	4.476
0.1	200	0.019	0.045	0.152	0.416	0.988	2.648

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.263	0.697	2.770	8.664	23.241	73.144
0.2	40	0.122	0.311	1.164	3.433	8.671	25.159
0.2	80	0.054	0.133	0.471	1.317	3.166	8.624
0.2	120	0.036	0.089	0.319	0.900	2.175	5.941
0.2	200	0.022	0.055	0.193	0.536	1.281	3.453
0.3	20	0.388	1.109	4.810	16.134	46.115	157.043
0.3	40	0.165	0.447	1.784	5.533	14.677	45.547
0.3	80	0.068	0.173	0.629	1.784	4.324	11.875
0.3	120	0.045	0.115	0.420	1.194	2.896	7.935
0.3	200	0.027	0.070	0.251	0.707	1.698	4.602

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.176	0.395	1.294	3.537	8.488	23.434
0	40	0.084	0.191	0.632	1.726	4.118	11.215
0	80	0.041	0.090	0.291	0.778	1.820	4.842
0	120	0.027	0.061	0.200	0.540	1.271	3.392
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.206	0.506	1.849	5.431	13.795	40.579
0.1	40	0.098	0.238	0.845	2.410	5.928	16.667
0.1	80	0.046	0.109	0.370	1.017	2.419	6.526
0.1	120	0.030	0.072	0.249	0.690	1.652	4.475
0.1	200	0.019	0.045	0.152	0.417	0.988	2.647
0.2	20	0.263	0.697	2.770	8.669	23.286	73.473
0.2	40	0.122	0.311	1.165	3.435	8.686	25.246
0.2	80	0.054	0.133	0.471	1.317	3.166	8.622
0.2	120	0.036	0.089	0.319	0.900	2.175	5.940
0.2	200	0.022	0.055	0.193	0.536	1.280	3.453
0.3	20	0.388	1.110	4.818	16.201	46.436	158.703
0.3	40	0.165	0.447	1.787	5.552	14.756	45.917
0.3	80	0.068	0.173	0.629	1.783	4.324	11.882
0.3	120	0.045	0.115	0.420	1.194	2.895	7.935
0.3	200	0.027	0.070	0.251	0.707	1.699	4.606

ตารางที่ 6.1.3 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง $WEIB(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	-0.002	-0.023	-0.060	-0.096	-0.130	-0.172
0	40	0.000	-0.009	-0.025	-0.040	-0.053	-0.068
0	80	0.001	-0.004	-0.013	-0.023	-0.032	-0.044
0	120	-0.001	-0.005	-0.011	-0.016	-0.021	-0.027
0	200	0.000	-0.001	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004
0.1	20	0.019	0.019	0.026	0.045	0.073	0.126
0.1	40	0.009	0.010	0.016	0.027	0.043	0.071
0.1	80	0.007	0.007	0.009	0.012	0.018	0.029
0.1	120	0.001	0.001	0.001	0.002	0.005	0.012
0.1	200	0.001	0.001	0.002	0.004	0.008	0.013
0.2	20	0.037	0.052	0.095	0.159	0.242	0.381
0.2	40	0.015	0.020	0.036	0.061	0.092	0.145
0.2	80	0.009	0.012	0.018	0.029	0.042	0.063
0.2	120	0.005	0.007	0.013	0.022	0.033	0.051
0.2	200	0.002	0.003	0.006	0.011	0.017	0.027
0.3	20	0.059	0.092	0.174	0.289	0.433	0.667
0.3	40	0.024	0.036	0.069	0.114	0.171	0.263
0.3	80	0.015	0.022	0.038	0.060	0.086	0.128
0.3	120	0.007	0.010	0.020	0.033	0.050	0.077
0.3	200	0.004	0.006	0.012	0.020	0.030	0.046

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.076	0.129	0.286	0.558	0.980	1.825
0	40	0.038	0.066	0.149	0.294	0.518	0.962
0	80	0.019	0.032	0.071	0.138	0.240	0.441
0	120	0.013	0.022	0.049	0.095	0.167	0.307
0	200	0.008	0.013	0.030	0.060	0.105	0.193
0.1	20	0.092	0.178	0.471	1.030	1.949	3.887
0.1	40	0.044	0.085	0.219	0.464	0.855	1.647
0.1	80	0.021	0.039	0.097	0.201	0.363	0.687
0.1	120	0.014	0.025	0.063	0.130	0.234	0.443
0.1	200	0.008	0.015	0.039	0.081	0.146	0.275

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.118	0.263	0.804	1.911	3.835	8.107
0.2	40	0.052	0.109	0.303	0.667	1.255	2.467
0.2	80	0.024	0.049	0.131	0.279	0.511	0.975
0.2	120	0.016	0.033	0.087	0.186	0.340	0.646
0.2	200	0.009	0.019	0.052	0.111	0.202	0.384
0.3	20	0.187	0.459	1.503	3.694	7.591	16.471
0.3	40	0.071	0.165	0.497	1.146	2.229	4.540
0.3	80	0.032	0.069	0.196	0.428	0.791	1.516
0.3	120	0.020	0.044	0.124	0.267	0.492	0.936
0.3	200	0.012	0.026	0.072	0.157	0.288	0.546

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.076	0.130	0.289	0.567	0.996	1.854
0	40	0.038	0.066	0.150	0.295	0.520	0.966
0	80	0.019	0.032	0.071	0.138	0.241	0.443
0	120	0.013	0.022	0.049	0.096	0.167	0.308
0	200	0.008	0.013	0.030	0.060	0.105	0.193
0.1	20	0.092	0.179	0.472	1.031	1.954	3.903
0.1	40	0.044	0.085	0.219	0.465	0.856	1.651
0.1	80	0.021	0.039	0.097	0.201	0.364	0.688
0.1	120	0.014	0.025	0.063	0.130	0.234	0.443
0.1	200	0.008	0.015	0.039	0.081	0.146	0.275
0.2	20	0.120	0.266	0.813	1.936	3.893	8.250
0.2	40	0.053	0.109	0.304	0.670	1.264	2.488
0.2	80	0.024	0.049	0.131	0.280	0.513	0.978
0.2	120	0.016	0.033	0.087	0.186	0.341	0.649
0.2	200	0.009	0.019	0.052	0.111	0.202	0.385
0.3	20	0.191	0.467	1.533	3.777	7.778	16.913
0.3	40	0.072	0.166	0.502	1.159	2.258	4.609
0.3	80	0.032	0.070	0.198	0.432	0.799	1.532
0.3	120	0.020	0.044	0.124	0.268	0.494	0.942
0.3	200	0.012	0.026	0.072	0.157	0.288	0.548

ตารางที่ 6.1.4 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง $WEIB(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	-0.004	-0.014	-0.019	-0.012	0.008	0.054
0	40	-0.005	-0.012	-0.017	-0.016	-0.009	0.009
0	80	0.000	-0.003	-0.005	-0.004	0.000	0.009
0	120	-0.003	-0.005	-0.008	-0.007	-0.005	0.002
0	200	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.002	0.002
0.1	20	-0.011	-0.015	-0.003	0.034	0.096	0.213
0.1	40	-0.012	-0.017	-0.018	-0.008	0.013	0.055
0.1	80	-0.002	-0.003	-0.001	0.006	0.018	0.040
0.1	120	-0.005	-0.007	-0.006	-0.003	0.005	0.019
0.1	200	-0.003	-0.005	-0.005	-0.003	0.001	0.009
0.2	20	0.003	0.016	0.072	0.171	0.312	0.559
0.2	40	-0.007	-0.005	0.013	0.050	0.104	0.200
0.2	80	0.001	0.003	0.014	0.033	0.058	0.102
0.2	120	-0.003	-0.002	0.004	0.016	0.032	0.061
0.2	200	-0.003	-0.003	0.000	0.006	0.015	0.031
0.3	20	0.030	0.075	0.215	0.434	0.734	1.258
0.3	40	0.004	0.019	0.069	0.150	0.259	0.443
0.3	80	0.006	0.015	0.039	0.075	0.121	0.196
0.3	120	0.000	0.005	0.020	0.042	0.072	0.121
0.3	200	-0.001	0.000	0.007	0.019	0.035	0.061

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.081	0.157	0.429	0.977	1.916	3.971
0	40	0.042	0.083	0.230	0.514	0.984	1.969
0	80	0.021	0.041	0.112	0.244	0.456	0.888
0	120	0.014	0.028	0.076	0.167	0.313	0.608
0	200	0.008	0.017	0.048	0.105	0.197	0.381
0.1	20	0.116	0.280	0.950	2.457	5.308	12.275
0.1	40	0.058	0.134	0.419	0.992	1.966	4.074
0.1	80	0.028	0.064	0.189	0.425	0.803	1.572
0.1	120	0.019	0.042	0.125	0.280	0.528	1.029
0.1	200	0.011	0.026	0.078	0.174	0.326	0.632

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.196	0.540	2.064	5.746	13.162	32.427
0.2	40	0.087	0.225	0.769	1.925	4.000	8.771
0.2	80	0.040	0.096	0.295	0.670	1.272	2.497
0.2	120	0.026	0.064	0.194	0.438	0.825	1.604
0.2	200	0.016	0.038	0.117	0.263	0.492	0.947
0.3	20	0.428	1.402	6.741	22.773	61.703	183.764
0.3	40	0.153	0.429	1.582	4.186	9.115	21.106
0.3	80	0.060	0.152	0.478	1.096	2.094	4.147
0.3	120	0.039	0.098	0.302	0.680	1.280	2.489
0.3	200	0.023	0.058	0.177	0.396	0.737	1.414

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.081	0.157	0.430	0.977	1.915	3.973
0	40	0.042	0.083	0.230	0.514	0.984	1.969
0	80	0.021	0.041	0.112	0.244	0.456	0.888
0	120	0.014	0.028	0.076	0.167	0.313	0.608
0	200	0.008	0.017	0.048	0.105	0.197	0.381
0.1	20	0.116	0.280	0.950	2.457	5.316	12.318
0.1	40	0.058	0.134	0.419	0.992	1.966	4.077
0.1	80	0.028	0.064	0.189	0.424	0.803	1.574
0.1	120	0.019	0.042	0.125	0.280	0.528	1.029
0.1	200	0.011	0.026	0.078	0.174	0.326	0.632
0.2	20	0.196	0.540	2.069	5.774	13.256	32.734
0.2	40	0.087	0.225	0.769	1.927	4.010	8.810
0.2	80	0.040	0.096	0.295	0.671	1.275	2.507
0.2	120	0.026	0.064	0.194	0.438	0.826	1.608
0.2	200	0.016	0.038	0.117	0.263	0.492	0.948
0.3	20	0.429	1.408	6.786	22.957	62.230	185.308
0.3	40	0.153	0.429	1.587	4.207	9.180	21.298
0.3	80	0.060	0.153	0.479	1.101	2.108	4.185
0.3	120	0.039	0.098	0.302	0.682	1.285	2.503
0.3	200	0.023	0.058	0.177	0.396	0.738	1.417

ตารางที่ 6.1.5 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จากข้อมูลที่ถูกต้องปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง *LOGLOGIS(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.159	0.297	0.965	3.152	9.880	42.050
0	40	0.087	0.163	0.513	1.603	4.799	19.188
0	80	0.028	0.050	0.166	0.553	1.731	7.124
0	120	0.030	0.056	0.169	0.510	1.480	5.688
0	200	0.020	0.038	0.119	0.357	1.020	3.838
0.1	20	0.193	0.401	1.427	4.842	15.574	68.995
0.1	40	0.100	0.202	0.679	2.164	6.514	26.134
0.1	80	0.033	0.066	0.227	0.746	2.283	9.158
0.1	120	0.034	0.067	0.212	0.644	1.862	7.088
0.1	200	0.022	0.045	0.146	0.442	1.259	4.698
0.2	20	0.221	0.489	1.867	6.668	22.725	112.236
0.2	40	0.121	0.262	0.922	2.986	9.058	36.758
0.2	80	0.038	0.080	0.286	0.945	2.876	11.458
0.2	120	0.037	0.075	0.249	0.768	2.229	8.490
0.2	200	0.027	0.057	0.190	0.576	1.632	6.031
0.3	20	0.289	0.678	2.668	9.497	31.842	151.153
0.3	40	0.157	0.357	1.308	4.309	13.294	55.759
0.3	80	0.047	0.105	0.386	1.274	3.861	15.338
0.3	120	0.043	0.092	0.315	0.983	2.858	10.877
0.3	200	0.030	0.066	0.226	0.691	1.966	7.283

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.300	5.103	45.471	367.524	2874.500	43988.417
0	40	0.562	2.112	17.019	120.568	799.820	9347.347
0	80	0.249	0.915	7.040	46.994	289.498	2991.255
0	120	0.167	0.616	4.713	31.019	187.225	1867.128
0	200	0.097	0.357	2.718	17.756	105.959	1034.201
0.1	20	1.511	6.671	72.866	728.296	7151.117	151139.151
0.1	40	0.596	2.364	20.701	157.927	1125.375	14504.477
0.1	80	0.257	0.971	7.724	52.887	333.056	3542.120
0.1	120	0.172	0.649	5.127	34.532	212.261	2161.095
0.1	200	0.100	0.376	2.945	19.614	118.656	1174.234

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	1.845	9.613	155.253	2676.814	50423.260	2649854.291
0.2	40	0.700	2.999	29.241	246.324	1947.193	29167.408
0.2	80	0.277	1.084	9.002	63.430	408.771	4469.984
0.2	120	0.181	0.706	5.764	39.607	247.044	2557.366
0.2	200	0.107	0.418	3.401	23.172	142.530	1437.753
0.3	20	2.640	14.470	218.321	3055.131	43781.345	1616099.067
0.3	40	0.904	4.337	51.551	560.351	6199.203	162680.475
0.3	80	0.314	1.294	11.420	84.649	574.982	6821.275
0.3	120	0.207	0.841	7.194	50.994	327.139	3528.279
0.3	200	0.118	0.477	4.020	27.916	174.166	1787.788

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.325	5.191	46.394	377.388	2971.547	45747.851
0	40	0.569	2.138	17.278	123.113	822.695	9713.644
0	80	0.249	0.917	7.066	47.291	292.437	3041.411
0	120	0.168	0.619	4.740	31.272	189.376	1899.114
0	200	0.098	0.358	2.731	17.880	106.978	1048.725
0.1	20	1.548	6.830	74.888	751.596	7392.245	155869.174
0.1	40	0.606	2.404	21.158	162.577	1167.578	15184.551
0.1	80	0.258	0.975	7.774	53.434	338.202	3625.273
0.1	120	0.173	0.654	5.171	34.940	215.686	2210.910
0.1	200	0.100	0.378	2.966	19.806	120.216	1196.068
0.2	20	1.893	9.850	158.710	2720.746	50929.589	2661921.140
0.2	40	0.715	3.067	30.086	255.188	2028.842	30512.754
0.2	80	0.278	1.090	9.082	64.310	416.960	4600.364
0.2	120	0.183	0.712	5.825	40.189	251.965	2628.937
0.2	200	0.108	0.421	3.437	23.500	145.165	1473.844
0.3	20	2.723	14.928	225.394	3144.716	44786.475	1638623.065
0.3	40	0.929	4.464	53.252	578.805	6374.699	165757.040
0.3	80	0.316	1.305	11.567	86.256	589.776	7055.161
0.3	120	0.208	0.850	7.292	51.950	335.241	3645.875
0.3	200	0.119	0.481	4.070	28.389	177.997	1840.466

ตารางที่ 6.1.6 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ของการแจกแจง *LOGLOGIS(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.207	0.421	1.420	4.583	14.119	59.353
0	40	0.098	0.198	0.654	2.065	6.173	24.627
0	80	0.037	0.072	0.238	0.763	2.307	9.182
0	120	0.036	0.070	0.218	0.656	1.883	7.133
0	200	0.021	0.043	0.143	0.439	1.264	4.755
0.1	20	0.063	0.138	0.733	3.293	12.636	65.754
0.1	40	0.037	0.081	0.390	1.604	5.672	26.204
0.1	80	-0.002	-0.007	0.031	0.291	1.310	6.760
0.1	120	0.011	0.020	0.089	0.368	1.292	5.764
0.1	200	0.011	0.025	0.102	0.365	1.156	4.711
0.2	20	0.104	0.300	1.647	7.262	28.588	165.277
0.2	40	0.061	0.163	0.781	3.040	10.434	47.900
0.2	80	0.001	0.011	0.136	0.690	2.593	12.074
0.2	120	0.014	0.034	0.166	0.650	2.173	9.291
0.2	200	0.016	0.041	0.171	0.591	1.819	7.205
0.3	20	0.233	0.738	4.075	18.696	80.616	565.244
0.3	40	0.103	0.300	1.424	5.460	18.729	87.822
0.3	80	0.009	0.045	0.307	1.308	4.551	20.173
0.3	120	0.021	0.059	0.286	1.072	3.474	14.482
0.3	200	0.023	0.062	0.259	0.882	2.677	10.470

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.510	6.136	58.157	506.392	4348.161	77844.953
0	40	0.623	2.377	19.772	146.531	1037.831	13864.690
0	80	0.276	1.026	8.005	54.159	338.382	3570.154
0	120	0.187	0.695	5.386	35.922	219.962	2242.888
0	200	0.108	0.398	3.071	20.289	122.296	1209.070
0.1	20	1.362	6.170	72.917	828.628	9954.429	311908.381
0.1	40	0.594	2.482	23.997	204.103	1653.448	26411.539
0.1	80	0.255	0.986	8.223	58.659	383.374	4277.702
0.1	120	0.171	0.663	5.470	38.116	240.749	2530.407
0.1	200	0.101	0.394	3.261	22.606	140.997	1442.396

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	2.071	11.980	215.134	3981.970	82496.483	5315783.751
0.2	40	0.767	3.665	42.386	429.564	4263.196	94475.042
0.2	80	0.298	1.263	11.569	87.897	606.735	7282.049
0.2	120	0.199	0.837	7.450	54.290	355.740	3929.279
0.2	200	0.118	0.496	4.388	31.440	200.514	2104.406
0.3	20	6.976	58.745	1725.002	47163.929	1396756.588	148620084.437
0.3	40	1.205	6.585	90.384	1069.301	12303.833	325498.847
0.3	80	0.400	1.827	17.971	144.058	1050.991	13737.414
0.3	120	0.265	1.188	11.160	84.478	576.899	6844.012
0.3	200	0.154	0.686	6.329	46.340	301.407	3261.743

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.553	6.312	60.161	527.292	4546.638	81352.148
0	40	0.633	2.416	20.197	150.765	1075.728	14468.410
0	80	0.277	1.031	8.060	54.731	343.636	3653.755
0	120	0.188	0.699	5.432	36.345	223.462	2293.326
0	200	0.108	0.400	3.091	20.478	123.869	1231.436
0.1	20	1.365	6.188	73.440	839.305	10112.111	316169.526
0.1	40	0.596	2.488	24.144	206.634	1685.294	27092.900
0.1	80	0.255	0.986	8.222	58.732	385.013	4322.545
0.1	120	0.171	0.663	5.477	38.243	242.370	2563.120
0.1	200	0.101	0.394	3.271	22.735	142.305	1464.304
0.2	20	2.082	12.068	217.804	4033.912	83297.267	5342037.050
0.2	40	0.771	3.691	42.987	438.722	4371.213	96750.535
0.2	80	0.298	1.263	11.585	88.355	613.337	7426.378
0.2	120	0.200	0.838	7.477	54.701	360.392	4014.811
0.2	200	0.118	0.497	4.417	31.783	203.781	2155.897
0.3	20	7.029	59.278	1741.261	47504.025	1402976.135	148909861.114
0.3	40	1.215	6.673	92.394	1098.901	12652.148	333146.487
0.3	80	0.400	1.828	18.062	145.740	1071.490	14141.609
0.3	120	0.266	1.191	11.240	85.610	588.849	7052.362
0.3	200	0.154	0.690	6.395	47.108	308.515	3370.720

6.2 เมื่อข้อมูลที่ใช้ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2

ตารางที่ 6.2.1 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จาก

ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง $LOGNOR(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.020	0.013	0.004	0.005	0.024	0.096
0	40	0.010	0.007	0.004	0.007	0.021	0.068
0	80	0.003	0.000	-0.006	-0.011	-0.014	-0.011
0	120	0.006	0.006	0.006	0.009	0.015	0.032
0	200	0.002	0.001	0.000	0.000	0.002	0.010
0.1	20	0.013	0.003	-0.009	-0.009	0.016	0.108
0.1	40	0.008	0.004	0.002	0.009	0.032	0.099
0.1	80	0.002	-0.002	-0.009	-0.015	-0.016	-0.009
0.1	120	0.005	0.004	0.003	0.004	0.010	0.028
0.1	200	0.001	0.000	-0.001	-0.001	0.002	0.013
0.2	20	0.005	-0.008	-0.022	-0.018	0.019	0.147
0.2	40	0.005	0.001	-0.001	0.009	0.038	0.124
0.2	80	-0.001	-0.006	-0.015	-0.022	-0.024	-0.015
0.2	120	0.003	0.002	0.001	0.003	0.010	0.034
0.2	200	0.000	-0.001	-0.003	-0.002	0.002	0.015
0.3	20	-0.010	-0.028	-0.049	-0.046	0.000	0.163
0.3	40	0.002	-0.003	-0.002	0.015	0.059	0.178
0.3	80	-0.004	-0.009	-0.019	-0.024	-0.021	0.000
0.3	120	0.000	-0.004	-0.009	-0.011	-0.007	0.013
0.3	200	0.000	0.000	0.000	0.004	0.013	0.037

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.173	0.385	1.248	3.370	8.005	21.825
0	40	0.084	0.189	0.625	1.702	4.049	10.988
0	80	0.041	0.090	0.290	0.774	1.808	4.805
0	120	0.027	0.061	0.201	0.541	1.273	3.400
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.186	0.427	1.433	3.958	9.552	26.461
0.1	40	0.091	0.212	0.727	2.022	4.881	13.435
0.1	80	0.044	0.100	0.334	0.906	2.139	5.733
0.1	120	0.029	0.068	0.228	0.626	1.486	4.001

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.1	200	0.018	0.041	0.137	0.372	0.879	2.349
0.2	20	0.205	0.491	1.716	4.859	11.943	33.746
0.2	40	0.099	0.240	0.842	2.378	5.793	16.088
0.2	80	0.049	0.115	0.395	1.087	2.588	6.981
0.2	120	0.032	0.077	0.269	0.750	1.796	4.866
0.2	200	0.020	0.048	0.163	0.450	1.070	2.869
0.3	20	0.235	0.584	2.128	6.200	15.596	45.315
0.3	40	0.117	0.290	1.046	2.988	7.334	20.527
0.3	80	0.056	0.139	0.488	1.360	3.258	8.831
0.3	120	0.037	0.092	0.329	0.927	2.232	6.078
0.3	200	0.023	0.056	0.197	0.548	1.306	3.514

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.174	0.386	1.247	3.370	8.004	21.829
0	40	0.084	0.189	0.625	1.702	4.049	10.991
0	80	0.041	0.090	0.290	0.774	1.808	4.804
0	120	0.027	0.061	0.201	0.541	1.273	3.400
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.186	0.426	1.432	3.958	9.550	26.467
0.1	40	0.091	0.212	0.727	2.022	4.881	13.442
0.1	80	0.044	0.100	0.334	0.906	2.139	5.732
0.1	120	0.029	0.068	0.228	0.626	1.486	4.001
0.1	200	0.018	0.041	0.137	0.372	0.879	2.348
0.2	20	0.205	0.491	1.716	4.859	11.941	33.761
0.2	40	0.099	0.240	0.842	2.378	5.793	16.100
0.2	80	0.048	0.115	0.395	1.088	2.588	6.980
0.2	120	0.032	0.077	0.269	0.749	1.795	4.867
0.2	200	0.020	0.048	0.163	0.450	1.069	2.869
0.3	20	0.235	0.585	2.130	6.201	15.593	45.333
0.3	40	0.117	0.290	1.046	2.988	7.336	20.554
0.3	80	0.056	0.139	0.488	1.361	3.258	8.829
0.3	120	0.037	0.092	0.329	0.927	2.232	6.077
0.3	200	0.023	0.056	0.197	0.548	1.306	3.515

ตารางที่ 6.2.2 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง *LOGNOR(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.028	0.030	0.046	0.083	0.154	0.323
0	40	0.012	0.011	0.014	0.027	0.055	0.127
0	80	0.004	0.001	-0.005	-0.009	-0.010	-0.004
0	120	0.006	0.006	0.006	0.008	0.013	0.029
0	200	0.001	0.000	-0.002	-0.003	-0.002	0.003
0.1	20	0.042	0.060	0.117	0.222	0.396	0.771
0.1	40	0.023	0.033	0.064	0.120	0.211	0.407
0.1	80	0.008	0.009	0.015	0.029	0.054	0.112
0.1	120	0.008	0.011	0.017	0.030	0.052	0.101
0.1	200	0.004	0.005	0.009	0.017	0.031	0.062
0.2	20	0.045	0.070	0.151	0.301	0.549	1.084
0.2	40	0.027	0.042	0.087	0.169	0.300	0.577
0.2	80	0.008	0.011	0.022	0.044	0.083	0.170
0.2	120	0.007	0.009	0.016	0.032	0.058	0.118
0.2	200	0.004	0.006	0.012	0.024	0.044	0.087
0.3	20	0.048	0.080	0.189	0.393	0.729	1.460
0.3	40	0.032	0.053	0.119	0.234	0.418	0.804
0.3	80	0.009	0.014	0.031	0.064	0.121	0.246
0.3	120	0.006	0.008	0.016	0.035	0.069	0.145
0.3	200	0.005	0.008	0.018	0.036	0.066	0.128

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.175	0.394	1.292	3.530	8.466	23.334
0	40	0.084	0.191	0.631	1.726	4.116	11.201
0	80	0.041	0.091	0.291	0.778	1.820	4.843
0	120	0.027	0.061	0.200	0.540	1.271	3.392
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.200	0.478	1.684	4.820	11.972	34.251
0.1	40	0.096	0.231	0.809	2.291	5.601	15.631
0.1	80	0.046	0.108	0.366	1.004	2.388	6.446
0.1	120	0.030	0.072	0.247	0.686	1.641	4.443
0.1	200	0.019	0.044	0.151	0.413	0.980	2.629

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.238	0.599	2.237	6.649	17.008	50.309
0.2	40	0.114	0.285	1.039	3.002	7.439	21.048
0.2	80	0.054	0.132	0.464	1.295	3.109	8.454
0.2	120	0.036	0.088	0.312	0.879	2.118	5.773
0.2	200	0.022	0.054	0.189	0.526	1.254	3.379
0.3	20	0.294	0.777	3.049	9.379	24.711	75.834
0.3	40	0.142	0.370	1.397	4.113	10.339	29.746
0.3	80	0.066	0.167	0.603	1.700	4.106	11.227
0.3	120	0.044	0.112	0.406	1.151	2.785	7.609
0.3	200	0.027	0.068	0.245	0.687	1.646	4.450

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.176	0.395	1.294	3.537	8.488	23.434
0	40	0.084	0.191	0.632	1.726	4.118	11.215
0	80	0.041	0.090	0.291	0.778	1.820	4.842
0	120	0.027	0.061	0.200	0.540	1.271	3.392
0	200	0.017	0.037	0.121	0.323	0.756	2.007
0.1	20	0.202	0.482	1.697	4.869	12.126	34.839
0.1	40	0.097	0.232	0.813	2.305	5.644	15.794
0.1	80	0.046	0.108	0.366	1.005	2.391	6.457
0.1	120	0.030	0.072	0.248	0.687	1.643	4.453
0.1	200	0.019	0.044	0.151	0.414	0.981	2.632
0.2	20	0.240	0.604	2.259	6.739	17.305	51.474
0.2	40	0.115	0.287	1.047	3.030	7.528	21.377
0.2	80	0.054	0.132	0.464	1.297	3.115	8.481
0.2	120	0.036	0.088	0.313	0.880	2.121	5.785
0.2	200	0.022	0.054	0.189	0.526	1.256	3.386
0.3	20	0.296	0.784	3.084	9.532	25.238	77.951
0.3	40	0.143	0.373	1.411	4.167	10.512	30.387
0.3	80	0.066	0.167	0.603	1.704	4.120	11.285
0.3	120	0.044	0.112	0.406	1.152	2.789	7.628
0.3	200	0.027	0.068	0.245	0.688	1.650	4.466

ตารางที่ 6.2.3 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง $WEIB(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	-0.002	-0.023	-0.060	-0.096	-0.130	-0.172
0	40	0.000	-0.009	-0.025	-0.040	-0.053	-0.068
0	80	0.001	-0.004	-0.013	-0.023	-0.032	-0.044
0	120	-0.001	-0.005	-0.011	-0.016	-0.021	-0.027
0	200	0.000	-0.001	-0.003	-0.004	-0.004	-0.004
0.1	20	-0.009	-0.032	-0.071	-0.107	-0.138	-0.173
0.1	40	-0.004	-0.014	-0.031	-0.045	-0.057	-0.069
0.1	80	0.000	-0.006	-0.015	-0.023	-0.031	-0.039
0.1	120	-0.003	-0.006	-0.012	-0.017	-0.022	-0.026
0.1	200	-0.001	-0.003	-0.006	-0.009	-0.011	-0.012
0.2	20	-0.018	-0.042	-0.081	-0.113	-0.138	-0.160
0.2	40	-0.011	-0.023	-0.043	-0.059	-0.072	-0.084
0.2	80	-0.003	-0.009	-0.019	-0.027	-0.035	-0.042
0.2	120	-0.005	-0.010	-0.017	-0.023	-0.029	-0.034
0.2	200	-0.003	-0.006	-0.011	-0.015	-0.018	-0.021
0.3	20	-0.029	-0.057	-0.097	-0.127	-0.148	-0.159
0.3	40	-0.017	-0.031	-0.051	-0.066	-0.076	-0.081
0.3	80	-0.005	-0.011	-0.020	-0.027	-0.031	-0.034
0.3	120	-0.006	-0.011	-0.018	-0.023	-0.027	-0.029
0.3	200	-0.004	-0.008	-0.012	-0.016	-0.018	-0.020

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.076	0.129	0.286	0.558	0.980	1.825
0	40	0.038	0.066	0.149	0.294	0.518	0.962
0	80	0.019	0.032	0.071	0.138	0.240	0.441
0	120	0.013	0.022	0.049	0.095	0.167	0.307
0	200	0.008	0.013	0.030	0.060	0.105	0.193
0.1	20	0.082	0.148	0.356	0.731	1.325	2.530
0.1	40	0.041	0.076	0.186	0.384	0.694	1.314
0.1	80	0.020	0.037	0.091	0.186	0.334	0.627
0.1	120	0.013	0.025	0.061	0.126	0.227	0.427
0.1	200	0.008	0.015	0.037	0.077	0.140	0.263

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.091	0.178	0.468	1.007	1.879	3.680
0.2	40	0.047	0.094	0.246	0.523	0.959	1.836
0.2	80	0.023	0.046	0.119	0.250	0.454	0.857
0.2	120	0.015	0.031	0.081	0.170	0.310	0.587
0.2	200	0.009	0.018	0.049	0.103	0.188	0.356
0.3	20	0.110	0.231	0.643	1.424	2.701	5.375
0.3	40	0.056	0.119	0.331	0.722	1.344	2.604
0.3	80	0.027	0.059	0.161	0.346	0.634	1.204
0.3	120	0.019	0.040	0.110	0.235	0.429	0.810
0.3	200	0.011	0.025	0.068	0.147	0.269	0.508

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.076	0.130	0.289	0.567	0.996	1.854
0	40	0.038	0.066	0.150	0.295	0.520	0.966
0	80	0.019	0.032	0.071	0.138	0.241	0.443
0	120	0.013	0.022	0.049	0.096	0.167	0.308
0	200	0.008	0.013	0.030	0.060	0.105	0.193
0.1	20	0.082	0.149	0.361	0.743	1.344	2.560
0.1	40	0.041	0.076	0.187	0.386	0.697	1.319
0.1	80	0.020	0.037	0.091	0.187	0.335	0.628
0.1	120	0.013	0.025	0.061	0.126	0.227	0.427
0.1	200	0.008	0.015	0.037	0.078	0.140	0.263
0.2	20	0.092	0.180	0.475	1.020	1.897	3.705
0.2	40	0.047	0.094	0.248	0.526	0.964	1.843
0.2	80	0.023	0.046	0.119	0.251	0.455	0.859
0.2	120	0.015	0.031	0.081	0.171	0.311	0.588
0.2	200	0.009	0.018	0.049	0.104	0.189	0.357
0.3	20	0.111	0.234	0.653	1.440	2.722	5.399
0.3	40	0.056	0.120	0.333	0.727	1.350	2.610
0.3	80	0.028	0.059	0.162	0.347	0.635	1.205
0.3	120	0.019	0.040	0.110	0.236	0.430	0.811
0.3	200	0.011	0.025	0.068	0.147	0.269	0.508

ตารางที่ 6.2.4 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง $WEIB(0,1)$

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	-0.004	-0.014	-0.019	-0.012	0.008	0.054
0	40	-0.005	-0.012	-0.017	-0.016	-0.009	0.009
0	80	0.000	-0.003	-0.005	-0.004	0.000	0.009
0	120	-0.003	-0.005	-0.008	-0.007	-0.005	0.002
0	200	-0.002	-0.003	-0.004	-0.004	-0.002	0.002
0.1	20	0.008	0.012	0.040	0.091	0.165	0.297
0.1	40	-0.001	-0.001	0.009	0.030	0.062	0.121
0.1	80	0.003	0.005	0.012	0.024	0.042	0.072
0.1	120	-0.001	-0.001	0.003	0.011	0.023	0.043
0.1	200	-0.001	-0.001	0.001	0.005	0.011	0.022
0.2	20	0.018	0.036	0.097	0.195	0.329	0.557
0.2	40	0.002	0.008	0.032	0.074	0.132	0.232
0.2	80	0.006	0.011	0.026	0.050	0.080	0.131
0.2	120	0.001	0.003	0.013	0.028	0.049	0.083
0.2	200	-0.001	0.000	0.005	0.013	0.024	0.042
0.3	20	0.035	0.072	0.183	0.351	0.574	0.950
0.3	40	0.009	0.023	0.071	0.144	0.241	0.403
0.3	80	0.011	0.020	0.048	0.086	0.135	0.214
0.3	120	0.004	0.010	0.027	0.053	0.086	0.139
0.3	200	0.001	0.004	0.013	0.026	0.044	0.074

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.081	0.157	0.429	0.977	1.916	3.971
0	40	0.042	0.083	0.230	0.514	0.984	1.969
0	80	0.021	0.041	0.112	0.244	0.456	0.888
0	120	0.014	0.028	0.076	0.167	0.313	0.608
0	200	0.008	0.017	0.048	0.105	0.197	0.381
0.1	20	0.104	0.235	0.741	1.811	3.718	8.062
0.1	40	0.055	0.124	0.382	0.896	1.762	3.615
0.1	80	0.027	0.061	0.181	0.407	0.770	1.509
0.1	120	0.018	0.041	0.123	0.276	0.521	1.016
0.1	200	0.011	0.025	0.076	0.170	0.320	0.619

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	0.144	0.363	1.257	3.236	6.915	15.693
0.2	40	0.076	0.188	0.614	1.483	2.980	6.274
0.2	80	0.037	0.090	0.275	0.624	1.184	2.325
0.2	120	0.026	0.061	0.187	0.422	0.795	1.547
0.2	200	0.015	0.037	0.114	0.255	0.478	0.920
0.3	20	0.220	0.610	2.305	6.310	14.208	34.288
0.3	40	0.113	0.300	1.029	2.566	5.303	11.548
0.3	80	0.054	0.136	0.423	0.966	1.840	3.627
0.3	120	0.037	0.093	0.286	0.645	1.215	2.363
0.3	200	0.023	0.056	0.171	0.381	0.709	1.360

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.081	0.157	0.430	0.977	1.915	3.973
0	40	0.042	0.083	0.230	0.514	0.984	1.969
0	80	0.021	0.041	0.112	0.244	0.456	0.888
0	120	0.014	0.028	0.076	0.167	0.313	0.608
0	200	0.008	0.017	0.048	0.105	0.197	0.381
0.1	20	0.104	0.235	0.743	1.819	3.745	8.148
0.1	40	0.055	0.124	0.382	0.897	1.765	3.629
0.1	80	0.027	0.061	0.181	0.408	0.772	1.514
0.1	120	0.018	0.041	0.123	0.276	0.522	1.018
0.1	200	0.011	0.025	0.076	0.170	0.320	0.620
0.2	20	0.144	0.364	1.266	3.273	7.021	16.000
0.2	40	0.076	0.188	0.615	1.488	2.997	6.327
0.2	80	0.037	0.090	0.275	0.626	1.190	2.341
0.2	120	0.026	0.061	0.187	0.422	0.797	1.553
0.2	200	0.015	0.037	0.114	0.255	0.478	0.922
0.3	20	0.221	0.615	2.338	6.432	14.535	35.182
0.3	40	0.114	0.300	1.034	2.586	5.360	11.708
0.3	80	0.054	0.136	0.425	0.973	1.858	3.673
0.3	120	0.037	0.093	0.287	0.648	1.222	2.382
0.3	200	0.023	0.056	0.171	0.381	0.711	1.365

ตารางที่ 6.2.5 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี MLE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง *LOGLOGIS(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.159	0.297	0.965	3.152	9.880	42.050
0	40	0.087	0.163	0.513	1.603	4.799	19.188
0	80	0.028	0.050	0.166	0.553	1.731	7.124
0	120	0.030	0.056	0.169	0.510	1.480	5.688
0	200	0.020	0.038	0.119	0.357	1.020	3.838
0.1	20	0.148	0.281	0.958	3.263	10.553	46.429
0.1	40	0.084	0.160	0.525	1.688	5.144	20.877
0.1	80	0.025	0.047	0.163	0.565	1.810	7.571
0.1	120	0.030	0.055	0.174	0.537	1.586	6.176
0.1	200	0.019	0.038	0.121	0.371	1.077	4.102
0.2	20	0.130	0.252	0.931	3.358	11.247	50.949
0.2	40	0.079	0.157	0.551	1.853	5.810	24.153
0.2	80	0.020	0.037	0.146	0.554	1.860	8.053
0.2	120	0.025	0.047	0.157	0.518	1.597	6.454
0.2	200	0.019	0.039	0.130	0.412	1.215	4.688
0.3	20	0.098	0.205	0.895	3.555	12.572	59.621
0.3	40	0.072	0.156	0.609	2.163	6.992	29.829
0.3	80	0.014	0.029	0.145	0.607	2.131	9.491
0.3	120	0.018	0.035	0.136	0.497	1.621	6.834
0.3	200	0.017	0.037	0.136	0.448	1.355	5.330

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.300	5.103	45.471	367.524	2874.500	43988.417
0	40	0.562	2.112	17.019	120.568	799.820	9347.347
0	80	0.249	0.915	7.040	46.994	289.498	2991.255
0	120	0.167	0.616	4.713	31.019	187.225	1867.128
0	200	0.097	0.357	2.718	17.756	105.959	1034.201
0.1	20	1.337	5.394	50.396	430.475	3622.418	63626.363
0.1	40	0.575	2.210	18.329	132.730	897.856	10780.464
0.1	80	0.254	0.951	7.458	50.335	312.218	3247.106
0.1	120	0.171	0.643	5.031	33.620	205.149	2069.045
0.1	200	0.099	0.370	2.874	19.021	114.432	1124.649

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	1.363	5.625	54.242	476.164	4118.156	75283.945
0.2	40	0.609	2.427	21.134	159.063	1113.817	13951.880
0.2	80	0.264	1.012	8.170	56.212	354.226	3759.042
0.2	120	0.179	0.690	5.555	37.721	232.720	2375.766
0.2	200	0.105	0.404	3.250	21.914	133.532	1330.259
0.3	20	1.456	6.315	65.309	611.616	5655.978	113762.480
0.3	40	0.682	2.858	26.450	209.476	1544.042	20813.720
0.3	80	0.292	1.163	9.765	69.006	445.493	4893.548
0.3	120	0.192	0.764	6.305	43.322	269.122	2766.515
0.3	200	0.115	0.459	3.805	26.050	160.326	1615.290

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.325	5.191	46.394	377.388	2971.547	45747.851
0	40	0.569	2.138	17.278	123.113	822.695	9713.644
0	80	0.249	0.917	7.066	47.291	292.437	3041.411
0	120	0.168	0.619	4.740	31.272	189.376	1899.114
0	200	0.098	0.358	2.731	17.880	106.978	1048.725
0.1	20	1.358	5.472	51.303	441.037	3733.059	65769.249
0.1	40	0.582	2.235	18.601	135.552	924.139	11214.139
0.1	80	0.255	0.953	7.484	50.644	315.431	3303.773
0.1	120	0.172	0.645	5.060	33.902	207.622	2106.768
0.1	200	0.099	0.371	2.888	19.155	115.568	1141.248
0.2	20	1.379	5.687	55.098	487.348	4243.819	77864.660
0.2	40	0.615	2.451	21.433	162.466	1147.351	14532.458
0.2	80	0.264	1.013	8.190	56.508	357.613	3823.141
0.2	120	0.179	0.692	5.578	37.982	235.224	2416.944
0.2	200	0.105	0.406	3.266	22.079	134.981	1351.966
0.3	20	1.466	6.356	66.096	624.135	5812.907	117294.334
0.3	40	0.687	2.882	26.815	214.114	1592.624	21699.313
0.3	80	0.292	1.164	9.784	69.362	449.946	4982.643
0.3	120	0.193	0.765	6.323	43.560	271.694	2812.662
0.3	200	0.115	0.460	3.822	26.245	162.130	1643.373

ตารางที่ 6.2.6 แสดงค่า Bias, Variance และ MSE จากการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 ของการแจกแจง *LOGLOGIS(0,1)*

ก.

r	n	Bias ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	0.207	0.421	1.420	4.583	14.119	59.353
0	40	0.098	0.198	0.654	2.065	6.173	24.627
0	80	0.037	0.072	0.238	0.763	2.307	9.182
0	120	0.036	0.070	0.218	0.656	1.883	7.133
0	200	0.021	0.043	0.143	0.439	1.264	4.755
0.1	20	0.212	0.453	1.637	5.541	17.730	78.338
0.1	40	0.112	0.241	0.849	2.748	8.318	33.550
0.1	80	0.037	0.077	0.278	0.926	2.845	11.444
0.1	120	0.037	0.076	0.254	0.793	2.321	8.907
0.1	200	0.026	0.057	0.198	0.610	1.746	6.500
0.2	20	0.220	0.517	2.079	7.540	25.552	122.260
0.2	40	0.126	0.295	1.128	3.815	11.908	49.796
0.2	80	0.035	0.081	0.335	1.186	3.759	15.498
0.2	120	0.036	0.081	0.299	0.985	2.971	11.680
0.2	200	0.029	0.068	0.249	0.789	2.288	8.607
0.3	20	0.261	0.680	3.021	11.731	42.754	232.192
0.3	40	0.153	0.388	1.582	5.532	17.736	77.040
0.3	80	0.040	0.106	0.471	1.700	5.430	22.563
0.3	120	0.040	0.099	0.396	1.339	4.090	16.245
0.3	200	0.035	0.087	0.328	1.051	3.069	11.603

ข.

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.510	6.136	58.157	506.392	4348.161	77844.953
0	40	0.623	2.377	19.772	146.531	1037.831	13864.690
0	80	0.276	1.026	8.005	54.159	338.382	3570.154
0	120	0.187	0.695	5.386	35.922	219.962	2242.888
0	200	0.108	0.398	3.071	20.289	122.296	1209.070
0.1	20	1.434	6.104	64.158	637.009	6522.360	161087.405
0.1	40	0.600	2.417	22.013	175.781	1320.196	18527.284
0.1	80	0.260	0.999	8.260	58.528	380.160	4203.381
0.1	120	0.174	0.674	5.548	38.607	243.781	2562.301
0.1	200	0.101	0.392	3.237	22.410	139.641	1426.460

r	n	Variance ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0.2	20	1.596	7.640	97.581	1203.765	15917.770	571691.007
0.2	40	0.703	3.153	32.988	297.684	2551.624	44275.327
0.2	80	0.293	1.221	10.994	82.486	562.685	6641.219
0.2	120	0.198	0.825	7.287	52.890	345.673	3810.399
0.2	200	0.117	0.488	4.302	30.765	195.999	2054.361
0.3	20	2.174	12.332	213.502	3887.730	81779.874	5502534.030
0.3	40	0.941	4.700	56.264	575.805	5658.795	120342.286
0.3	80	0.375	1.680	16.237	128.402	924.171	11849.918
0.3	120	0.254	1.125	10.500	79.237	540.148	6408.420
0.3	200	0.149	0.662	6.078	44.397	288.086	3104.796

ค.

r	n	MSE ของควอนไทล์ที่					
		0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
0	20	1.553	6.312	60.161	527.292	4546.638	81352.148
0	40	0.633	2.416	20.197	150.765	1075.728	14468.410
0	80	0.277	1.031	8.060	54.731	343.636	3653.755
0	120	0.188	0.699	5.432	36.345	223.462	2293.326
0	200	0.108	0.400	3.091	20.478	123.869	1231.436
0.1	20	1.478	6.308	66.827	667.583	6835.399	167192.001
0.1	40	0.613	2.474	22.730	183.298	1389.128	19649.176
0.1	80	0.261	1.005	8.335	59.373	388.176	4333.503
0.1	120	0.176	0.680	5.611	39.228	249.119	2641.119
0.1	200	0.102	0.395	3.276	22.778	142.662	1468.424
0.2	20	1.644	7.905	101.884	1260.371	16567.495	586524.165
0.2	40	0.719	3.239	34.253	312.179	2692.905	46746.141
0.2	80	0.294	1.227	11.104	83.876	576.704	6880.082
0.2	120	0.200	0.831	7.375	53.850	354.432	3946.051
0.2	200	0.118	0.493	4.363	31.380	201.196	2128.027
0.3	20	2.242	12.792	222.585	4024.564	83591.406	5555346.628
0.3	40	0.964	4.849	58.754	606.292	5972.239	126253.455
0.3	80	0.377	1.691	16.456	131.267	953.471	12356.656
0.3	120	0.255	1.135	10.655	81.014	556.767	6671.040
0.3	200	0.150	0.669	6.184	45.492	297.448	3238.815

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวกานต์ธิดา ต้นประเสริฐ เกิดวันอาทิตย์ที่ 10 มกราคม พ.ศ. 2531 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล ในปีการศึกษา 2552 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556



