

การคำนวณพฤติกรรมของควอตซ์คริสตัลไมโครบาลานซ์เพื่อประยุกต์ใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์



นายณัฐจักษ์ สิริบันลือวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

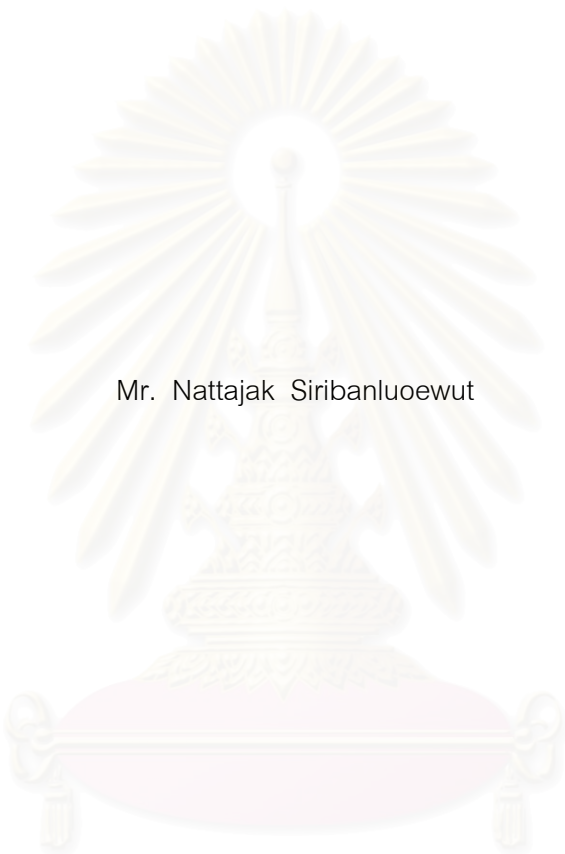
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SIMULATION OF QUARTZ CRYSTAL MICROBALANCE BEHAVIOR
FOR APPLICATION IN BIOSENSORS



Mr. Nattajak Siribanluowut

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering


Faculty of Engineering
Chulalongkorn University

Academic Year 2006

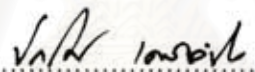
Copyright of Chulalongkorn University

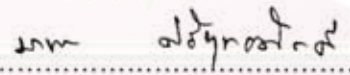
หัวข้อวิทยานิพนธ์ การคำนวณพฤติกรรมของควอตซ์คริสตัลไมโครบาลานซ์เพื่อประยุกต์ใช้
งานด้านไบโอเซนเซอร์
โดย นายณัฐจักษณ์ สิริบันลือวุฒิ
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.มานะ ศรียุทธศักดิ์


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

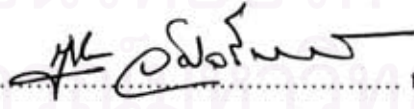

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เฉชะอำไพ)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.มานะ ศรียุทธศักดิ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นฤชดา วิศวกรรมานนท์)

ณัฐจักร์ สิริบันลือวุฒิ : การคำนวณพฤติกรรมของควอตซ์คริสตัลไมโครบาลานซ์เพื่อประยุกต์ใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์. (SIMULATION OF QUARTZ CRYSTAL MICROBALANCE BEHAVIOR FOR APPLICATION IN BIOSENSORS) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร.มานะ ศรียุทธศักดิ์, 80 หน้า.

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาและจำลองการทำงานของ Quartz Crystal Microbalance (QCM) ด้วยปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก โดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ COMSOL โดยได้ทำการเปรียบเทียบกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับ QCM ที่มีมาในอดีต พบว่ามีความสอดคล้องกัน แบบจำลองที่ได้ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้คือ ผลของรัศมีอิเล็กโทรด ผลของตำแหน่งต่างๆในการวางมวลลงบน QCM ผลของการที่มีมวลมาเกาะแบบไม่สม่ำเสมอบน QCM ที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์ และผลของการเปลี่ยนขนาดแรงดันไฟฟ้าที่มีต่อการสั่นของ QCM

พบว่าความถี่เรโซแนนซ์จะมีค่ามากขึ้นเมื่อมีรัศมีอิเล็กโทรดที่น้อยลง จึงควรออกแบบ QCM ให้มีรัศมีอิเล็กโทรดที่น้อยเพื่อเพิ่มความไวในการวัดตามสมการของ Sauerbrey

ความถี่เรโซแนนซ์จะมีการเปลี่ยนแปลงมาก เมื่อมวลอยู่ที่บริเวณตรงกลางอิเล็กโทรดและมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยเมื่อมวลอยู่ห่างจากกึ่งกลางอิเล็กโทรด จึงควรให้มวลอยู่ที่บริเวณตรงกลางอิเล็กโทรดของ QCM เมื่อใช้งานเป็นไบโอเซนเซอร์เพื่อจะได้ควบคุมให้ได้การเปลี่ยนแปลงความถี่ที่เท่ากันและความไวในการวัดสูง

เมื่อเพิ่มขนาดของแรงดันไฟฟ้าจะทำให้การเคลื่อนตัวของผิวของ QCM มีค่ามากขึ้น จึงควรป้อนแรงดันไฟฟ้าที่ไม่มากเกินไปเพื่อลดโอกาสการหลุดของโมเลกุลสาร

ในกรณีของการเกาะของมวลหากการเกาะในชั้นแรกมีน้อยแล้วการเกาะในชั้นต่อไปมีมาก ในลักษณะรูปตัว T หรือปิระมิดกลับด้าน ถ้ามวลมีค่าวัสดุคล้ายทอง ความถี่เรโซแนนซ์ที่วัดได้จะมีค่าลดลงก่อนจากนั้นจะมีแนวโน้มที่สูงขึ้น แต่ถ้ามวลมีค่าวัสดุคล้ายโพลิสไตรีนเมื่อมวลเข้ามาเกาะความถี่จะลดลงไปในทิศทางเดียว

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้าลายมือชื่อนิสิต ณัฐจักร์ สิริบันลือวุฒิ
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้าลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ม.ร.ค. อนุรักษ์กิจ
ปีการศึกษา 2549

4770528321 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: QUARTZ CRYSTAL MICROBALANCE (QCM) / AT-CUT / FINITE ELEMENT METHOD (FEM)

MR.NATTAJAK SIRIBANLUOEWUT : SIMULATION OF QUARTZ CRYSTAL
MICROBALANCE BEHAVIOR FOR APPLICATION IN BIOSENSORS .

THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. MANA SRIYUDTHSAK, Ph.D. , 80 pp .

This thesis presents the study and simulation of piezoelectric effect on Quartz Crystal Microbalance(QCM) using finite element program namely COMSOL. First, the QCM behaviors have been simulated comparing with the theoretical model. It was found that the simulation results are corresponded to the theoretical one. Then, the effect of electrode size, mass position on QCM, non-uniform mass, and bias-voltage on QCM's vibration have been investigated.

It was found that the resonance frequency increases as electrode size decreases. The result suggests that the QCM's electrode should be small to increase the sensitivity of the measurement.

The simulation results also indicate that the nearer of mass to QCM center the higher sensitivity of QCM was obtained. The sensitivity of the QCM continuously decreases as the mass locates far from the center of the electrode. This implies that the mass should be put at the position close to the center of the electrode for efficiently detection of mass.

The effect of changing voltage shows that the displacement of QCM relatively increases with the voltage. The result indicates that applying high voltage to QCM might effect the attachment of molecules on the QCM surface.

Finally,the simulation of non-uniform model shows that if the property of mass attached on the QCM is the same as gold, the QCM's resonant frequency will decrease at the beginning an then increases as the mass increase, if the material property is the same as polystyrene the resonant frequency will decrease as the mass increase.

Department..... Electrical Engineering..... Student's signature *Nattajak Siribanluoewut*
Field of study..... Electrical Engineering..... Advisor's signature *Mana Sriyudthsak*
Academic year..... 2006.....

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ รศ.ดร.มานะ ศรียุทธศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษา เป็นอย่างสูง ที่ให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือมาตลอดจนงานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้

ขอขอบคุณ รศ.ดร.อาภรณ์ ชีรมงคลศรี สำหรับความช่วยเหลือและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์นี้ และ ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งได้แก่ ศ.ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ ผศ.ดร. ทับทิม อ่างแก้ว รศ. กฤษดา วิศวธีรานนท์ รศ. ดร. มานะ ศรียุทธศักดิ์ ที่กรุณาใช้เวลาอันมีค่าและกรุณารับเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคำวิจารณ์และคำแนะนำในวิทยานิพนธ์ของข้าพเจ้าอันมีค่ายิ่ง และขอขอบคุณนายเอนก วุฒยวนิช นส.สาริณี อู่ยตระกูล นส.ธนิกานต์ ศิริพลศฤงษ์ คณาจารย์ นิสิต และบุคลากรของห้องปฏิบัติการวิจัยไบโออิเล็กทรอนิกส์ทุกท่านที่ช่วยสนับสนุน และให้ความช่วยเหลือเป็นอย่างดีมาโดยตลอด และสุดท้ายข้าพเจ้าขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว ญาติพี่น้องและเพื่อนๆทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจให้ข้าพเจ้า รวมทั้งทุนสนับสนุนของคุณพ่อ คุณแม่ ทุนจากห้องปฏิบัติการวิจัยไบโออิเล็กทรอนิกส์ และ ทุนจากบัณฑิตวิทยาลัยในการศึกษาและการทำวิจัยนี้

วิทยานิพนธ์นี้ เกิดขึ้นได้จากความช่วยเหลือและสนับสนุนจากบุคคลต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาข้างต้น หากมีบุคคลอื่นที่ข้าพเจ้าไม่ได้กล่าวขอบคุณไว้ ณ กิตติกรรมประกาศนี้ ข้าพเจ้าต้องขอภัยและขอบพระคุณ ณ โอกาสนี้ด้วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	3
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.4 การดำเนินการวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	3
2 หลักการและทฤษฎีพื้นฐาน.....	4
2.1 ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก.....	4
2.1.1 ค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัล.....	6
2.1.2 ค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกของแผ่นควอตซ์คริสตัลแบบ AT-cut.....	7
2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของวัสดุเพียโซอิเล็กทริก.....	9
2.3 แบบจำลองที่ใช้ในการจำลอง QCM.....	11
2.3.1 แบบจำลอง QCM ในโปรแกรม COMSOL.....	13
2.4 การหาความถี่เรโซแนนซ์.....	18
2.4.1 การหาความถี่เรโซแนนซ์ในโปรแกรม COMSOL.....	19
3 กรณีศึกษาเปรียบเทียบ.....	23
3.1 ทรงกระบอกเพียโซอิเล็กทริกเซรามิกที่ถูกกระทำโดยโหลดคงที่.....	23
3.1.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก.....	24
3.1.2 ผลเฉลยแม่นยำตรงของ D. D. Ebenezer และ R. Ramsh.....	25
3.1.3 แบบจำลองในโปรแกรม COMSOL.....	26
3.1.4 ผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรม COMSOL.....	27

บทที่	หน้า
3.2 ผลของความหนาที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut.....	29
3.2.1 ผลเฉลยแม่นยำตรงของความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut ใน 1 มิติ.....	29
3.2.2 แบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ใน COMSOL แบบ 2 มิติ.....	32
3.3 การสั่นแบบเฉือนในแนวความหนา(Thickness Shear Mode)ของควอตซ์แบบAT-cut..	36
3.3.1 การสั่นทั่วบริเวณแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut.....	36
3.3.2 การสั่นที่ผิวบนของควอตซ์แบบ AT-cut.....	38
3.3.3 การสั่นที่บริเวณกึ่งกลางของควอตซ์แบบ AT-cut.....	38
3.4 ลักษณะของคลื่นเฉือนที่เกิดขึ้นที่ควอตซ์แบบ AT-cut ที่ความถี่เรโซแนนซ์.....	39
3.5 การเปรียบเทียบผลของชั้นมวลที่ติดอยู่บนผิวของ QCM กับทฤษฎีของ Sauerbrey.....	42
3.5.1 สมการของ Sauerbrey.....	42
3.5.2 แบบจำลองของชั้นมวลในโปรแกรม COMSOL.....	45
3.5.3 แบบจำลองของชั้นมวล 2 ฟังก์ชันในโปรแกรม COMSOL.....	51
4 การคำนวณเพื่อนำ QCM ไปประยุกต์ใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์.....	53
4.1 ผลของขนาดรัศมีอิเล็กโทรดต่อความถี่เรโซแนนซ์.....	53
4.2 ผลของการเปลี่ยนบริเวณการเกาะของมวลต่อความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM.....	55
4.2.1 ความไวในการวัดความถี่เรโซแนนซ์เมื่อมีมวลมาเกาะ	
ที่ตำแหน่งต่างๆบน QCM.....	58
4.3 การเคลื่อนตัวที่เกิดขึ้นบน QCM เมื่อมีการเปลี่ยนแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ QCM.....	60
4.4 ผลของการเกาะของมวลที่ไม่สม่ำเสมอต่อความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM.....	62
5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....	69
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	69
5.2 ปัญหาและข้อเสนอแนะ.....	70
รายการอ้างอิง.....	71
ภาคผนวก.....	73
ภาคผนวก ก.....	74
ภาคผนวก ข.....	75
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	80

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัล.....	6
ตารางที่ 2.2 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัลแบบ AT-cut	8
ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก	24
ตารางที่ 3.2 ค่า total-displacement [nm] ที่จุดกึ่งกลางที่ผิวควอตซ์ เมื่อ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ $\text{freq} = 9938000 \text{ Hz}$ เมื่อใช้เอลิเมนต์แบบ map mesh ต่างๆกัน.....	34
ตารางที่ 3.3 ค่า total-displacement [nm] ที่จุดกึ่งกลางที่ผิวควอตซ์ เมื่อ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ $\text{freq} = 9938000 \text{ Hz}$ เมื่อใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมต่างๆกัน.....	34
ตารางที่ 3.4 ความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL ใน 2 มิติ เปรียบเทียบกับความถี่ เรโซแนนซ์ที่ได้จากสมการที่(3.18)ใน 1 มิติ ที่ความหนาของควอตซ์ d ต่างๆกัน....	35
ตารางที่ 3.5 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่ 1,2,3 พร้อมทั้งแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL ใช้ควอตซ์หนา $d = 333.6 \mu\text{m}$	40
ตารางที่ 3.6 ค่าความถี่เรโซแนนซ์พร้อมทั้งค่าแอดมิตแตนซ์ ที่ความหนาของ L ค่าต่างๆ	47
ตารางที่ 3.7 Δf ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL เทียบกับที่ได้จากสมการของ Sauerbrey ที่ความหนาของทอง L ต่างๆกัน	48
ตารางที่ 3.8 ค่าความถี่ที่ทำให้เกิดค่าขนาดของแอดมิตแตนซ์สูงสุด พร้อมทั้งค่าแอดมิตแตนซ์นั้น ที่ความหนาของ L ต่างๆ เมื่อสแกนด้วยความละเอียดเพียง 10 Hz	49
ตารางที่ 3.9 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จาก COMSOL ที่ความหนาของทองฝั่งเดียว และ 2 ฝั่งที่ควอตซ์หนา $d = 166.8 \mu\text{m}$	52
ตารางที่ 4.1 ความถี่เรโซแนนซ์ และแอดมิตแตนซ์สูงสุด ของควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อมีรัศมีอิเล็กโทรดต่างๆกัน.....	54
ตารางที่ 4.2 ความถี่เรโซแนนซ์พร้อมทั้งค่าแอดมิตแตนซ์สูงสุด เมื่อใส่ทองที่ตำแหน่งต่างๆ บน QCM.....	57
ตารางที่ 4.3 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อเปลี่ยนความหนาของทอง ที่มาเกาะบนตำแหน่งต่างๆที่ผิวของ QCM.....	58
ตารางที่ 4.4 ความถี่เรโซแนนซ์ และการกระจัด ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของผิวบนของควอตซ์ แบบAT-cut เมื่อเปลี่ยนค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด	61
ตารางที่ 4.5 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM.....	64

ตาราง	หน้า
ตารางที่ 4.6 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้โพลีสไตรีนเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM.....	65
ตารางที่ ข1 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ค่าวัสดุต่างๆเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM.....	76
ตารางที่ ข2 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T เมื่อแต่ละชั้นของทองหนา 834 \AA^0 และ 8340 \AA^0 ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน.....	78



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 1.1 QCM.....	1
รูปที่ 1.2 ระบบวัดความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM.....	2
รูปที่ 2.1 รูปแบบการตัดผลึกควอตซ์ให้ได้ AT-cut.....	7
รูปที่ 2.2 การใช้ระบบแกนใหม่ x'y'z' เพื่อช่วยในการคำนวณควอตซ์แบบ AT-cut.....	7
รูปที่ 2.3 การจำลอง QCM ใน 3 มิติให้เหลือเป็น 2 มิติ.....	11
รูปที่ 2.4 แบบจำลองของ QCM ใน 2 มิติ.....	13
รูปที่ 2.5 การใส่ค่าวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut ในโปรแกรม COMSOL.....	14
รูปที่ 2.6 เมตริกซ์ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut โดยตัวแปร omega_pps คือความถี่เชิงมุม ω	14
รูปที่ 2.7 การใส่ค่าวัสดุที่ขึ้นมวล.....	15
รูปที่ 2.8 การกำหนดหมายเลขขอบเขตของ QCM.....	16
รูปที่ 2.9 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของ QCM.....	16
รูปที่ 2.10 การกำหนดตัวแปรความถี่ freq ให้เป็นตัวเดียวกัน ทั้งในโหมด piezo plane stress(pps) และในโหมด plane stress(ps).....	17
รูปที่ 2.11 การแก้ปัญหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) โดยใช้ parametric solver หาผลตอบในแต่ละความถี่ freq.....	18
รูปที่ 2.12 การอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าเชิงผิวที่บริเวณอิเล็กโทรดบนทั้งหมด.....	20
รูปที่ 2.13 กราฟขนาดของกระแสไฟฟ้า abs(I) ในแต่ละความถี่ freq พร้อมทั้งการหาความถี่ freq ที่ทำให้เกิดค่า abs(I) สูงสุด.....	21
รูปที่ 2.14 การหาค่าความถี่ freq(9938476.0) ที่ทำให้เกิดค่า abs(I) สูงสุด(5.2757263).....	22
รูปที่ 3.1 โมเดลของทรงกระบอกเพียโซอิเล็กทริกเซรามิก.....	24
รูปที่ 3.2 เมตริกซ์ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก.....	25
รูปที่ 3.3 ทรงกระบอกที่ถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในโปรแกรม COMSOL.....	26
รูปที่ 3.4 ผลเฉลยแม่นยำเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการกระจัดในแนวแกน z.....	27
รูปที่ 3.5 ผลเฉลยแม่นยำเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการกระจัดในแนวรัศมี r.....	28
รูปที่ 3.6 ผลเฉลยแม่นยำเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของศักย์ไฟฟ้า.....	28
รูปที่ 3.7 ผลเฉลยแม่นยำเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการกระจัดทางไฟฟ้า ในแนวแกน z.....	29

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 3.8 การเคลื่อนที่แบบเฉือนในแนวความหนา (thickness shear mode) ของควอตซ์ AT-cut.....	30
รูปที่ 3.9 ควอตซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยแกน y เป็นแนวความหนา d ในโปรแกรม COMSOL.....	33
รูปที่ 3.11 การกระจัดในแนวแกน x ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อมีความหนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz.....	36
รูปที่ 3.12 การกระจัดในแนวแกน y ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อมีความหนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz.....	37
รูปที่ 3.13 ทิศทางการกระจัดรวม ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อมีความหนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz.....	37
รูปที่ 3.14 การกระจัดในแนวแกน x และแกน y ที่ผิวบนของควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อความหนาของควอตซ์ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz.....	38
รูปที่ 3.15 การกระจัดในแนวแกน x และแกน y ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อความหนาของควอตซ์ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz.....	39
รูปที่ 3.16 กราฟขนาดของแอดมิตแตนซ์เทียบกับความถี่ของควอตซ์แบบ AT-cut ที่ความหนา $d=333.6\mu\text{m}$	40
รูปที่ 3.17 การกระจัดในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 1 ค่าสูงสุดของการกระจัดในแนว x คือ 603.05 nm.....	41
รูปที่ 3.18 การกระจัดในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 3 ค่าสูงสุดของการกระจัดในแนว x คือ 10.041 nm.....	41
รูปที่ 3.19 การกระจัดในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 5 ค่าสูงสุดของการกระจัดในแนว x คือ 0.53065 nm.....	42
รูปที่ 3.20 การเคลื่อนที่ของผิวบนของ QCM หนา L เฉพาะบริเวณอิเล็กโทรด.....	43
รูปที่ 3.21 วงจรสมมูลของ QCM ก่อนและหลังมีมวลมาเกาะที่ผิวอิเล็กโทรด.....	44
รูปที่ 3.22 กราฟแอดมิตแตนซ์ของ QCM ที่มีการเปลี่ยนแปลงหลังจากมี mass loading.....	45

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 3.23 แบบจำลองของ QCM ที่มีชั้นทองคำ L เคลือบอยู่ที่ผิวอิเล็กโทรด	46
รูปที่ 3.24 คำวัสดุของทองที่ใส่ในโปรแกรม COMSOL	46
รูปที่ 3.25 กราฟ Δf_s ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL เทียบกับที่ได้จากสมการของ Sauerbrey ที่ความหนาของ L ต่างๆกัน	48
รูปที่ 3.26 กราฟขนาดของแอดมิตแตนซ์เมื่อเกิด mass loading ของชั้นทองที่ความหนา L ต่างๆกัน เมื่อสแกนละเอียดถึง 1 Hz	50
รูปที่ 3.27 รูปแบบการเคลือบมวลยูนิฟอร์ม 2 ฝั่งแบบต่างๆ	51
รูปที่ 4.1 ควอตซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยแปรค่ารัศมีอิเล็กโทรด r ในโปรแกรม COMSOL	54
รูปที่ 4.2 กราฟความถี่เรโซแนนซ์เมื่อแปรค่ารัศมีอิเล็กโทรด r	55
รูปที่ 4.3 ตำแหน่งการใส่ทองบนผิวของ QCM	56
รูปที่ 4.4 การวางทองแบบยูนิฟอร์มขนาดเท่าเส้นผ่านศูนย์กลางอิเล็กโทรดและหนา 41.7 \AA	56
รูปที่ 4.5 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับปริมาตรของทอง เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งและรูปแบบการเกาะ	59
รูปที่ 4.6 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับตำแหน่งต่างๆ บน QCM เมื่อเปลี่ยนความหนาของทอง	59
รูปที่ 4.7 ควอตซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยแปรค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด ϕ_0 ในโปรแกรม COMSOL	60
รูปที่ 4.6 กราฟการกระจัดรวมที่ตำแหน่งกึ่งกลางผิวบนของควอตซ์เทียบกับแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด	61
รูปที่ 4.9 โมเดลการเกาะของเซลล์เป็นรูปตัว T ที่ขยายออกไปทางด้านข้างเรื่อยๆ	62
รูปที่ 4.10 การใส่มวลเป็นรูปตัว T บน QCM ใน 2 มิติ ในโปรแกรม COMSOL	62
รูปที่ 4.11 มวลรูปตัว T ที่นำมาเกาะบนผิวของ QCM	63
รูปที่ 4.12 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่าง ๆ กัน มาเกาะตรงกลาง QCM	66
รูปที่ 4.13 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้โพลิสไตรีนเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่าง ๆ กัน มาเกาะตรงกลาง QCM	66
รูปที่ 4.14 กราฟแสดงค่าการกระจัดทางแกน x ที่ชั้นบนของทองรูปตัว T เทียบกับแกน x ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อความกว้างของชั้นบนของตัว T, A=1.4 mm	67

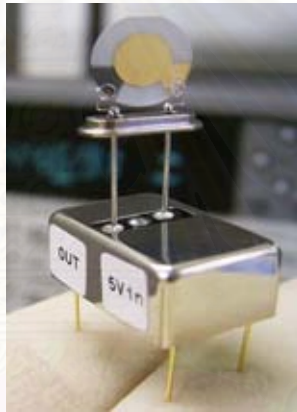
- รูปที่ 4.15 กราฟแสดงค่าการกระจัดทางแกน x ที่ชั้นบนของโพลีสไตรีนรูปตัว T เทียบกับแกน x ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อความกว้างของชั้นบนของตัว T, $A=1.4$ mm.....67
- รูปที่ ข1 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้วัสดุที่มีค่า $E=78e9$ N/m², $V=0.44$, $\rho=1050$ kg/m³ มาเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่4.11) ต่างๆกัน.....77
- รูปที่ ข2 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้วัสดุที่มีค่า $E=3.17e9$ N/m², $V=0.44$, $\rho=19300$ kg/m³ มาเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่4.11) ต่างๆกัน....77
- รูปที่ ข3 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองที่แต่ละชั้นหนา 8340 A⁰ เป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่4.11) ต่างๆกัน.....79

บทที่ 1

บทนำ

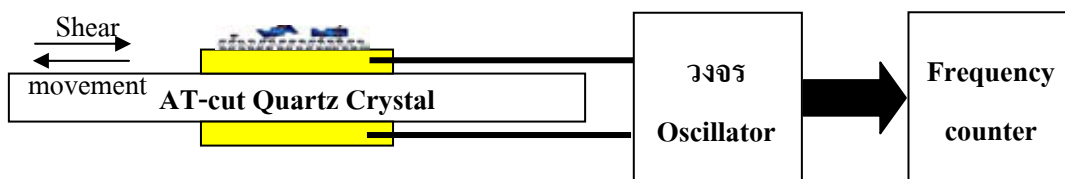
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ควอตซ์คริสตัลไมโครบาลานซ์ (quartz crystal microbalance: QCM) เป็นทรานส์ดิวเซอร์ตรวจวัดมวลชนิดหนึ่ง ซึ่งสามารถตรวจวัดมวลขนาดเล็กได้ถึงระดับนาโนกรัม ผลึกควอตซ์ที่นิยมใช้ได้แก่ ผลึกชนิด AT-cut เนื่องจากเป็นผลึกที่มีสัมประสิทธิ์การเปลี่ยนแปลงต่ออุณหภูมิต่ำที่อุณหภูมิห้อง ในการใช้งานนั้นก็จะมีเพียงวงจรออสซิลเลเตอร์และวงจรวัดก็เพียงพอต่อการทำงาน จึงง่ายต่อการจัดหา และไม่ยุ่งยากเหมือนระบบการวัดแบบอื่นๆ เช่น ระบบวัดที่ใช้หลักการทางไฟฟ้าเคมี หรือทางแสง เป็นต้น



รูปที่ 1.1 QCM

ในปัจจุบัน แนวโน้มของการใช้ QCM เป็นไบโอเซนเซอร์มีสูงมากขึ้นเรื่อยๆ เนื่องจากระบบวัดมีราคาถูก จัดหาได้ง่าย หลักการวัดโดยใช้ QCM นั้นเข้าใจง่ายกว่าระบบตรวจวัดแบบอื่นๆ กล่าวคือเมื่อเกิดการจับกันระหว่างสารชีวภาพที่ต้องการตรวจวัด กับผิวของ QCM ก็จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM ขึ้น ซึ่งสามารถตรวจวัดได้โดยใช้วงจรวัดความถี่ดังรูปที่ 1.2 หรือสามารถวัดการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจากเครื่องวิเคราะห์อิมพีแดนซ์ (Impedance Analyzer) การเปลี่ยนแปลงต่างๆที่เกิดขึ้นนี้เป็นผลมาจากการสั้นของผลึกควอตซ์ที่เปลี่ยนไปนั่นเอง



รูปที่ 1.2 ระบบวัดความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM

อีกเหตุผลหนึ่งที่สามารถนำ QCM มาใช้เป็นไบโอเซนเซอร์ได้ก็คือ QCM มีความไวในการวัดสูง คือมีการตอบสนองต่อโมเลกุลเล็กๆที่มาเกาะบนพื้นผิวได้ ทำให้เหมาะต่อการใช้งานในการวัดโมเลกุลขนาดเล็ก เช่น DNA เป็นต้น

ในการวิเคราะห์การสั่นของ QCM ในกรณีที่น่าไปใช้งานในรูปแบบต่าง ๆ นั้น การใช้วิธีวิเคราะห์ (Analytical) หรือการหาผลเฉลยโดยตรงนั้นทำได้ยาก และไม่เห็นรูปลักษณะที่ชัดเจน ทั้งนี้เป็นเพราะต้องแก้สมการอนุพันธ์ที่ซับซ้อน โดยเฉพาะในกรณีของรูปทรงวัสดุที่ไม่สมมาตร หากต้องการแก้สมการให้ง่ายขึ้นก็ต้องตัดตัวแปรบางตัวทิ้งไป ซึ่งทำให้ผลเฉลยที่ได้ออกมาผิดพลาดได้

ในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาเชิงตัวเลขคือ ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) มาทำการหาผลเฉลยของ QCM ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบัน เพราะมีผู้ผลิตออกมาเป็นซอฟต์แวร์จำนวนมาก และสามารถหาผลเฉลยของรูปทรงที่ซับซ้อนได้ โดยซอฟต์แวร์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้เลือกใช้ในงานวิจัยนี้คือโปรแกรม COMSOL ที่สามารถใช้คำนวณวัสดุทางเพียโซอิเล็กทริกได้

การจำลอง QCM โดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ มีการทำมาแล้วพอสมควร คือ การใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อจำลองหารูปร่างของควอตซ์ (รัศมี ความหนา ลักษณะอิเล็กโทรด) เพื่อให้ได้ค่าคุณภาพ (Q-factor) สูงสุด[1] , การใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์คำนวณความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM ในการวัดปริมาณก๊าซ ใน Gas Sensor[2] , การใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อดูการเคลื่อนที่ในการสั่นของ Quartz ที่ความถี่เรโซแนนซ์[3] , การใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อดูผลจากการที่ใช้อิเล็กโทรดคู่ใน QCM[4] เป็นต้น

อย่างไรก็ตามยังมีอีกหลายประเด็นที่น่าสนใจของ QCM ที่ยังไม่ได้ทำการจำลอง วิทยานิพนธ์นี้จึงได้มุ่งประเด็นที่ การนำผลการจำลองเพื่อไปช่วยในการทดลองด้านไบโอเซนเซอร์ เช่นศึกษาผลของมวลที่เกาะลงบนควอตซ์ที่ตำแหน่งต่างๆ ว่ามีผลกระทบต่อความถี่เรโซแนนซ์ การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าบริเวณอิเล็กโทรด ความแรงของการสั่นที่ส่งผลกระทบต่อโมเลกุลที่ผิว ซึ่งสามารถนำไปช่วยออกแบบและอธิบายผลการทดลองให้ดีขึ้นได้

1.2 วัตถุประสงค์

1. ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ จำลอง ปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นบน QCM
2. นำผลที่ได้จากการจำลองไปใช้ในการออกแบบ QCM เพื่อใช้ในการพัฒนาไบโอเซนเซอร์ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1. ออกแบบและจำลองปรากฏการณ์สั่นที่เกิดขึ้นบน QCM แบบAT-cut โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. จำลองปรากฏการณ์สั่นที่เกิดขึ้นบน QCM เมื่อมีโมเลกุลของสารอยู่บนผิวในลักษณะต่างๆ
3. จำลองปรากฏการณ์สั่นที่เกิดขึ้นบน QCM เมื่อมีการเปลี่ยนแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ QCM

1.4 การดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาหลักการทำงานของ QCM และปรากฏการณ์ทางเพียโซอิเล็กทริกของ QCM
2. ศึกษาวิธีและโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์
3. จำลองปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก และ ปรากฏการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเพียโซอิเล็กทริก เช่น ความเค้น(Stress), ความเครียด(Strain), การกระจัดทางไฟฟ้า(Electric Displacement), สนามไฟฟ้า(Electric Field) จากตัวอย่างที่มีผลการทดลองเปรียบเทียบ เพื่อให้เกิดความชำนาญ ความเข้าใจ และความถูกต้องในการจำลอง
4. ทดลองใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับโมเดลของ QCM เปรียบเทียบกับทฤษฎี
5. คู่มือของการเกาะของมวลที่ตำแหน่งต่างๆบน QCM ว่าส่งผลต่อความถี่เรโซแนนซ์อย่างไร คำนวณการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าบริเวณอิเล็กโทรด
6. จำลองการทำงานของ QCM เมื่อมีมวลมาเกาะแบบไม่สม่ำเสมอ
7. วิเคราะห์และสรุปผลการจำลอง เพื่อนำไปช่วยอธิบายผลการทดลองที่เกิดขึ้นจริง และสามารถปรับปรุงวิธีการวัดให้ดียิ่งขึ้น

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ช่วยปรับปรุงวิธีการวัดและทดลอง QCM ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น
2. เพิ่มแนวคิดในกระบวนการวัดทาง QCM คือสามารถนำไฟไนต์เอลิเมนต์มาตรวจสอบผลการทดลองให้ถูกต้องได้

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีพื้นฐาน

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการ และ ทฤษฎีของปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริกโดยกล่าวถึงสมการทางวัสดุของเพียโซอิเล็กทริกและสมการเชิงอนุพันธ์ของเพียโซอิเล็กทริก โดยใช้วัสดุของควอตซ์แบบ AT-cut เป็นหลักเพราะเป็นวัสดุที่ใช้ทำเป็น QCM และกล่าวถึงสมการที่แสดงลักษณะของชั้นมวลที่มาเกาะบนผิวของควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อรู้สมการที่อธิบายลักษณะทั้งหมดของ QCM แล้วก็จะทำการจำลอง QCM ลงบนโปรแกรม COMSOL แล้วจึงทำการหาความถี่เรโซแนนซ์ในการสั่นของ QCM

2.1 ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก

ควอตซ์เป็นวัสดุเพียโซอิเล็กทริกชนิดหนึ่ง ดังนั้น การสั่นของควอตซ์เป็นผลของปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริกถูกค้นพบเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ.1880 โดย Pierre Curie และ Jacques Curie ทั้ง 2 ได้ทำการทดลองวัดค่าศักย์ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำต่อผลึกควอตซ์ ในปีต่อมา Lippman ได้ศึกษาในทางกลับกันคือหาความเครียดในเนื้อวัสดุที่เกิดขึ้นเนื่องจากการป้อนศักย์ไฟฟ้าให้แก่วัสดุเพียโซอิเล็กทริก หลังจากนั้นในปี ค.ศ.1894 Voight ได้ประยุกต์ความรู้ทางด้านกลศาสตร์ของแข็งและความรู้ทางด้านไฟฟ้าสถิตย์ ในการสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้อธิบายพฤติกรรมของวัสดุเพียโซอิเล็กทริก

ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริกอธิบายได้ดังนี้ ในตอนแรกวัสดุจะอยู่ในสภาพสมดุล ต่อมาเมื่อเราป้อนสนามไฟฟ้า ก็จะทำให้เกิดการเรียงตัวใหม่ของโมเลกุลต่างๆ ซึ่งมีประจุบวกหรือลบ โดยประจุลบก็จะวิ่งไปหาขั้วบวก ประจุบวกก็จะวิ่งไปหาขั้วลบ จึงทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของโมเลกุล ทำให้วัสดุยืดหรือหดตัว หรือเกิดความเค้น(Stress) ความเครียด(Strain)ขึ้นนั่นเอง ในทางกลับกัน ถ้าออกแรงกระทำต่อวัสดุที่อยู่ในสภาพสมดุล ก็จะทำให้โมเลกุลภายในวัสดุเปลี่ยนตำแหน่ง ทำให้เกิดความไม่สมดุลทางไฟฟ้าขึ้น และเกิดสนามไฟฟ้าขึ้นภายในวัสดุ

ทั้งนี้ผลตอบสนองที่เกิดขึ้นจากการป้อนสนามไฟฟ้าหรือแรง จะขึ้นอยู่กับโครงสร้างของวัสดุด้วย กล่าวคือ ถ้าวัสดุเป็นแบบ Anisotropy (ควอตซ์ก็เป็นวัสดุชนิดนี้) เมื่อมองในทิศทางต่างๆ ของวัสดุเป็นมุมเอียงไม่เท่ากัน โครงสร้างของโมเลกุลจะแตกต่างกัน ดังนั้นถ้าเราป้อนสนามไฟฟ้าที่เท่ากัน แต่ต่างทิศกัน ผลที่ได้ออกมาจะเป็นการยืดหดตัวที่แตกต่างกัน กล่าวคือค่าคงที่ของวัสดุ (Material Constants) จึงเป็นตัวแปรที่สำคัญในการคำนวณปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริกทั้งแบบสมมาตรและแบบไม่สมมาตร ดังนั้นในการใช้งานวัสดุเพียโซอิเล็กทริก จึงต้องคำนึงถึงทิศทางและค่าคงที่วัสดุที่ใช้เพื่อให้ได้การสั่นในรูปแบบ(Mode)ที่ต้องการ

ระบบสมการเพียโซอิเล็กทริก(Piezoelectric Coupled Equations)ใน 3 มิติสามารถเขียนได้เป็น(รูปแบบ Stress-Charge Form) [5,6] ดังแสดงในสมการที่ (2.1) และ (2.2)

$$\{T\} = [C^E]\{S\} - [e]^T \{E\} \quad (2.1)$$

$$\{D\} = [e]\{S\} + [\varepsilon^S]\{E\} \quad (2.2)$$

โดย

$$\{T\} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \end{Bmatrix} \text{ เป็น Stress [N/m}^2\text{]} \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ 2S_{yz} \\ 2S_{xz} \\ 2S_{xy} \end{Bmatrix} \text{ เป็น Strain [-]}$$

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} \text{ เป็น Electric Displacement [C/m}^2\text{]} \quad \{E\} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \text{ เป็น Electric Field [V/m]}$$

โดยอักษร x, y, z ที่ห้อยอยู่ เป็นตัวบ่งบอกทิศทาง

ค่าคงที่ของวัสดุ(Material Constants) มีดังต่อไปนี้

Stiffness Matrix หรือ Elastic Constant $[C^E]$ [N/m²] (เมื่อ Electric Field (E) เป็น 0)

$$[C^E] = \begin{bmatrix} c11 & c12 & c13 & c14 & c15 & c16 \\ & c22 & c23 & c24 & c25 & c26 \\ & & c33 & c34 & c35 & c36 \\ & & & c44 & c45 & c46 \\ S & Y & M & & c55 & c56 \\ & & & & & c66 \end{bmatrix}$$

Piezoelectric Coupled Matrix หรือ Coupling Matrix $[e]$ [C/m²]

$$[e] = \begin{bmatrix} e11 & e12 & e13 & e14 & e15 & e16 \\ e21 & e22 & e23 & e24 & e25 & e26 \\ e31 & e32 & e33 & e34 & e35 & e36 \end{bmatrix}$$

Dielectric Matrix $[\varepsilon^S]$ [C/V.m](เมื่อ Stress (S) เป็น 0)

$$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} \varepsilon11 & \varepsilon12 & \varepsilon13 \\ & \varepsilon22 & \varepsilon23 \\ SYM & & \varepsilon33 \end{bmatrix}$$

2.1.1 ค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัล (Quartz Crystal)

สำหรับกรณีของ Right-handed Quartz Crystal (SiO_2) จะมีค่าคงที่ของวัสดุคือ [3]

$$[C^E] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ S & Y & M & & c_{44} & c_{14} \\ & & & & & c_{66} \end{bmatrix} \quad \text{โดย } c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \text{ [N/m}^2\text{]}$$

$$[e] = \begin{bmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

$$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ & \varepsilon_{11} & 0 \\ \text{SYM} & & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \text{ [C/V.m]}$$

ซึ่งแสดงค่าในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัล [3,5]

Elastic-constants [$\times 10^9$ N/m²]

c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{33}	c_{44}	c_{66}
86.74	6.99	11.91	-17.91	107.2	57.94	39.875

Piezoelectric-constants [C/m²]

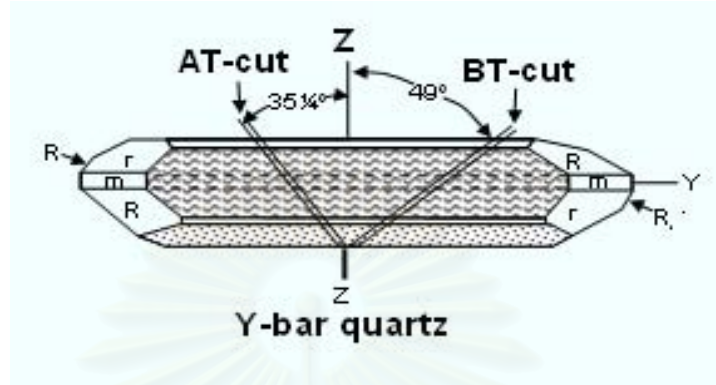
e_{11}	e_{14}
0.171	-0.0406

Dielectric-constants [$\times 10^{-12}$ C/V.m]

ε_{11}	ε_{33}
39.21	41.03

2.1.2 ค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์คริสตัลแบบ AT-cut

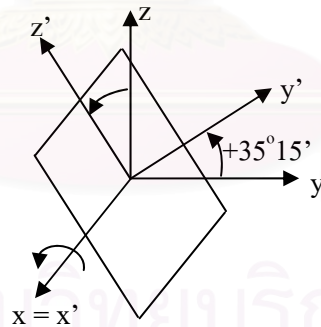
ควอตซ์คริสตัล AT-cut เป็นแผ่นควอตซ์ที่เกิดจากการตัดผลึก Quartz Crystal (SiO_2) เป็นมุม $+35^\circ 15'$ เทียบกับระนาบ zx (หรือ y-cut นั่นเอง) ตามรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 รูปแบบการตัดผลึกควอตซ์ให้ได้ AT-cut [7]

(หมายเหตุ AT-cut, BT-cut มีสัมประสิทธิ์อุณหภูมิเป็น 0 ที่อุณหภูมิห้อง)

จะเห็นได้ว่า ถ้าเราพิจารณาแกนใหม่ ($x'y'z'$) ที่เกิดจากการหมุนแกน โดยยึดแกน x เป็นแกนหมุน ไปเป็นมุม $+35^\circ 15'$ จะได้ ระนาบ $z'x'$ ขนานกับระนาบ AT-cut พอดี และแกน y' ตั้งฉากกับระนาบนั้นด้วย ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การใช้ระบบแกนใหม่ $x'y'z'$ เพื่อช่วยในการคำนวณควอตซ์แบบ AT-cut

ซึ่งเราสามารถแปลงค่าคงที่ของวัสดุให้สอดคล้องกับระบบแกนใหม่ได้ โดยคูณเมตริกซ์การแปลง (Coordinate Transformation Matrix) $[M]$, $[a]$ เข้าไปในค่าคงที่เดิม ตามสูตรในสมการที่ (2.3) [2,5]

$$[C^{E'}] = [M][C^E][M]^T, [e'] = [a][e][M]^T, [\epsilon^{S'}] = [a][\epsilon^S][a]^T \quad (2.3)$$

โดยในกรณีนี้จะเป็นการหมุนโดยยึดแกน x เป็นหลัก ดังนั้น [2,5]

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sin 2\theta} & \frac{2}{\cos 2\theta} & \cos 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \text{และ } \theta = +35^\circ 15' = +35.25^\circ$$

ซึ่งเมื่อกำหนดตามสมการที่ 2.3 จะได้ค่าคงที่ของวัสดุที่ใช้ในแกนใหม่ X'Y'Z' เป็น[1]

$$[C^E]' = [M][C^E][M]^T = \begin{bmatrix} c'11 & c'12 & c'13 & c'14 & 0 & 0 \\ & c'22 & c'23 & c'24 & 0 & 0 \\ & & c'33 & c'34 & 0 & 0 \\ & & & c'44 & 0 & 0 \\ S & Y & M & & c'55 & c'56 \\ & & & & & c'66 \end{bmatrix}$$

$$[e]' = [a][e][M]^T = \begin{bmatrix} e'11 & e'12 & e'13 & e'14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e'25 & e'26 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e'35 & e'36 \end{bmatrix}$$

$$[\varepsilon^{S'}] = [a][e][a]^T = \begin{bmatrix} \varepsilon'11 & 0 & 0 \\ & \varepsilon'22 & \varepsilon'23 \\ SYM & & \varepsilon'33 \end{bmatrix}$$

ซึ่งแสดงค่าในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut [2,4,8]

Elastic-constants [10^9 N/m²]

$c'11$	$c'12$	$c'13$	$c'14$	$c'22$	$c'23$	$c'24$
86.74	-8.25	27.15	-3.66	129.77	-7.42	5.7
$c'33$	$c'34$	$c'44$	$c'55$	$c'56$	$c'66$	
102.83	9.92	38.61	68.81	2.54	29.01	

Piezoelectric-constants [C/m²]

$e'11$	$e'12$	$e'13$	$e'14$	$e'25$	$e'26$	$e'35$	$e'36$
0.171	-0.1523	-0.0187	0.067	0.1077	-0.0949	-0.0761	0.0671

Dielectric-constants [$\times 10^{-12}$ C/V.m] ($\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ [C/V.m])

ϵ'_{11}	ϵ'_{22}	ϵ'_{23}	ϵ'_{33}
39.21	39.8162	0.8578	40.4238

หรือคำนวณหาค่า Relative dielectric-constants [-] ได้เป็น

$\epsilon_r'_{11}$	$\epsilon_r'_{22}$	$\epsilon_r'_{23}$	$\epsilon_r'_{33}$
4.428	4.497	0.097	4.5657

ซึ่งการนำไปใช้ ต้องใช้แทนในสมการที่สอดคล้องกับระบบแกนใหม่ $x'y'z'$ คือสมการที่

(2.4) และ (2.5)

$$\{T'\} = [C^E]\{S'\} - [e]^T \{E'\} \quad (2.4)$$

$$\{D'\} = [e]\{S'\} + [\epsilon^S]\{E'\} \quad (2.5)$$

โดย

$$\{T'\} = \begin{Bmatrix} T_{x'} \\ T_{y'} \\ T_{z'} \\ T_{y'z'} \\ T_{x'z'} \\ T_{x'y'} \end{Bmatrix} \quad \{S'\} = \begin{Bmatrix} S_{x'} \\ S_{y'} \\ S_{z'} \\ 2S_{y'z'} \\ 2S_{x'z'} \\ 2S_{x'y'} \end{Bmatrix} \quad \{D'\} = \begin{Bmatrix} D_{x'} \\ D_{y'} \\ D_{z'} \end{Bmatrix}$$

$$\{E'\} = \begin{Bmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \\ E_{z'} \end{Bmatrix}$$

ซึ่งค่าคงที่และตัวแปรเหล่านี้สามารถนำไปใช้กับควอดซ์แบบ AT-cut ได้โดยตรงในการคำนวณ

ต่อไปในการคำนวณ เราจะตั้งแกน y ให้ตั้งฉากกับระนาบแบบ AT-cut และระนาบ zx เป็นระนาบเดียวกับ ระนาบ AT-cut ซึ่งสามารถละทิ้งสัญลักษณ์ x', y', z' มาใช้สัญลักษณ์ธรรมดา x, y, z ได้ เพราะเราตั้งระบบแกนตรงกับค่าคงที่เพียโซอิเล็กทริกที่ใช้ในการคำนวณแล้ว

2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของวัสดุเพียโซอิเล็กทริก[9]

สมการเชิงอนุพันธ์โมเมนตัม(Newton's law) ใน 3 มิติ คือสมการที่ (2.6)

$$\nabla \cdot T = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

โดยที่

ρ คือ ความหนาแน่นของควอดซ์ มีค่า 2648 [kg/m³]

เมื่อคิดเป็นผลตอบสนองเชิงความถี่(frequency response) จะเปลี่ยนตัวแปรทุกตัวเป็นเฟสเซอร์ (ตัดเทอมของเวลา $\cos(\omega t)$ ทิ้ง) และเปลี่ยน $\frac{\partial}{\partial t}$ เป็น $i\omega$ ตามสมการที่ (2.7),(2.8),(2.9)

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} = -\rho\omega^2 U_x \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} = -\rho\omega^2 U_y \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_z}{\partial z} = -\rho\omega^2 U_z \quad (2.9)$$

โดยที่

ω [rad/s] คือความถี่เชิงมุม

T_x, T_y, T_z [Npeak/m²] คือเฟสเซอร์ของความเค้นตั้งฉากในแนว x, y, z ตามลำดับ

T_{xy}, T_{yz}, T_{xz} [Npeak/m²] คือเฟสเซอร์ของความเค้นเฉือนในแนว xy, yz, xz ตามลำดับ

U_x, U_y, U_z [m peak] คือ เฟสเซอร์ของการเคลื่อนตัวในแนว x, y, z ตามลำดับ

สมการเชิงอนุพันธ์ประจุ(Guass's law)ใน 3 มิติ เมื่อความหนาแน่นประจุ (ρ_v) เป็น 0 คือสมการที่ (2.10)

$$\nabla \cdot D = \rho_v = 0 \quad (2.10)$$

เมื่อกระจายแล้วจะได้สมการที่ (2.11)

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho_v = 0 \quad (2.11)$$

โดยที่

D_x, D_y, D_z [Cpeak/m²] คือ เฟสเซอร์ของการกระจัดทางไฟฟ้าในแนว x, y, z ตามลำดับ

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการเคลื่อนตัวคือสมการที่ (2.12),(2.13)

$$S_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}, S_y = \frac{\partial U_y}{\partial y}, S_z = \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad (2.12)$$

$$S_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right), S_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right), S_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \quad (2.13)$$

โดยที่

S_x, S_y, S_z [-] คือเฟสเซอร์ของความเครียดตั้งฉากในแนว x, y, z ตามลำดับ

S_{xy}, S_{yz}, S_{xz} [-] คือเฟสเซอร์ของความเครียดเฉือนในแนว xy, yz, xz ตามลำดับ

ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าคือสมการที่ (2.14)

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.14)$$

โดยที่

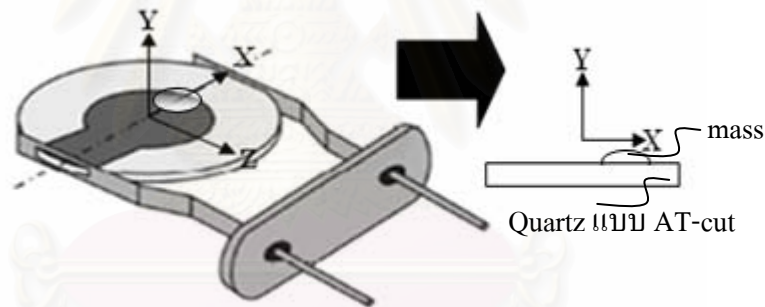
E_x, E_y, E_z [Vpeak/m] คือเฟสเซอร์ของสนามไฟฟ้าในแนว x, y, z ตามลำดับ

ϕ [Vpeak] คือเฟสเซอร์ของแรงดันไฟฟ้า

เมื่อแทนสมการ (2.4),(2.5),(2.12),(2.13),(2.14) ลงในสมการที่ (2.7),(2.8),(2.9),(2.11) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ 4 สมการ ในรูปของ 4 ตัวแปรเท่านั้นคือ U_x, U_y, U_z, ϕ

2.3 แบบจำลองที่ใช้ในการจำลอง QCM

จำลองตัวควอตซ์โดยใช้โหมคเพียโซอิเล็กทริก ระนาบความเค้น (piezo plane stress) จากตัวคริสตัลออกซิลเลเตอร์ที่เป็นแผ่นวงกลมรัศมี 4 mm และมีรัศมีอิเล็กโทรด r ใน 3 มิติ ให้เหลือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 mm หนา d และมีอิเล็กโทรดกว้าง $2r$ ใน 2 มิติ และชั้นมวล (mass) จำลองโดยใช้โหมคระนาบความเค้น (plane stress) จากรูปทรง 3 มิติ ให้เป็นหน้าตัด 2 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 และ 2.4



รูปที่ 2.3 การจำลอง QCM ใน 3 มิติให้เหลือเป็น 2 มิติ

ระบบสมการทางวัสดุของเพียโซอิเล็กทริกใน 3 มิติ ของควอตซ์แบบ AT-cut ในสมการที่

2.4 และ 2.5 สามารถรวมกันแล้วแสดงเป็นรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.15)

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} & -e_{11} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} & -e_{12} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} & -e_{13} & 0 & 0 \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} & -e_{14} & 0 & 0 \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} & 0 & -e_{25} & -e_{35} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} & 0 & -e_{26} & -e_{36} \\ e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & 0 & 0 & \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{25} & e_{26} & 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{35} & e_{36} & 0 & \epsilon_{23} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ 2S_{yz} \\ 2S_{xz} \\ 2S_{xy} \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

ซึ่งสามารถจำลองเป็น 2 มิติในรูปแบบเพียโซอิเล็กทริกระนาบความเค้น (piezo plane stress) ได้โดยให้ $T_z, T_{yz}, T_{xz}, D_z, S_{yz}, S_{xz}, E_z$ เป็น 0 และตัดแฉกกับหลักที่ 4,5,9 ในสมการที่ 2.15 ทิ้งไป จะได้เป็นสมการที่ (2.16)

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ 0 \\ T_{xy} \\ D_x \\ D_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c11 & c12 & c13 & c16 & -e11 & 0 \\ c12 & c22 & c23 & c26 & -e12 & 0 \\ c13 & c23 & c33 & c36 & -e13 & 0 \\ c16 & c26 & c36 & c66 & 0 & -e26 \\ e11 & e12 & e13 & 0 & \epsilon11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e26 & 0 & \epsilon22 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ 2S_{xy} \\ E_x \\ E_y \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

สมการ (2.16) นี้มีแฉกที่จำเป็นต้องนำมาแก้สมการร่วมกับสมการเชิงอนุพันธ์ ก็คือแฉกที่ 1,2,4,5,6 คือยกเว้นแฉกที่ 3 ที่ไว้หาค่า S_z เท่านั้น

สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไว้ใช้แก้ปัญหาเพียโซอิเล็กทริกใน 2 มิติ คือสมการที่ (2.17) ถึงสมการที่ (2.21) (ρ [kg/m³] ในซัพโดเมนของควอตซ์คือ ค่าความหนาแน่นของควอตซ์)

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = -\rho\omega^2 U_x \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = -\rho\omega^2 U_y \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0 \quad (2.19)$$

$$S_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}, S_y = \frac{\partial U_y}{\partial y}, S_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right) \quad (2.20)$$

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.21)$$

โดยสุดท้ายเมื่อแทนสมการที่ (2.16),(2.20),(2.21) ลงในสมการที่ (2.17),(2.18),(2.19) จะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ 3 สมการในรูปของตัวแปร 3 ตัวแปรคือ U_x, U_y, ϕ เท่านั้น โดยในโปรแกรม COMSOL จะให้เป็นตัวแปร u, v, V ตามลำดับ

ส่วนชั้นมวลจะจำลองเป็นหน้าตัด 2 มิติโดยใช้โหมดระนาบความเค้น (plane stress) ซึ่งมีสมการความสัมพันธ์ทางวัสดุคือสมการที่ (2.22) [12]

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ 2S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

โดยที่

E [N/m²] คือค่ายังส์โมดูลัสของชั้นมวล (Young's modulus)

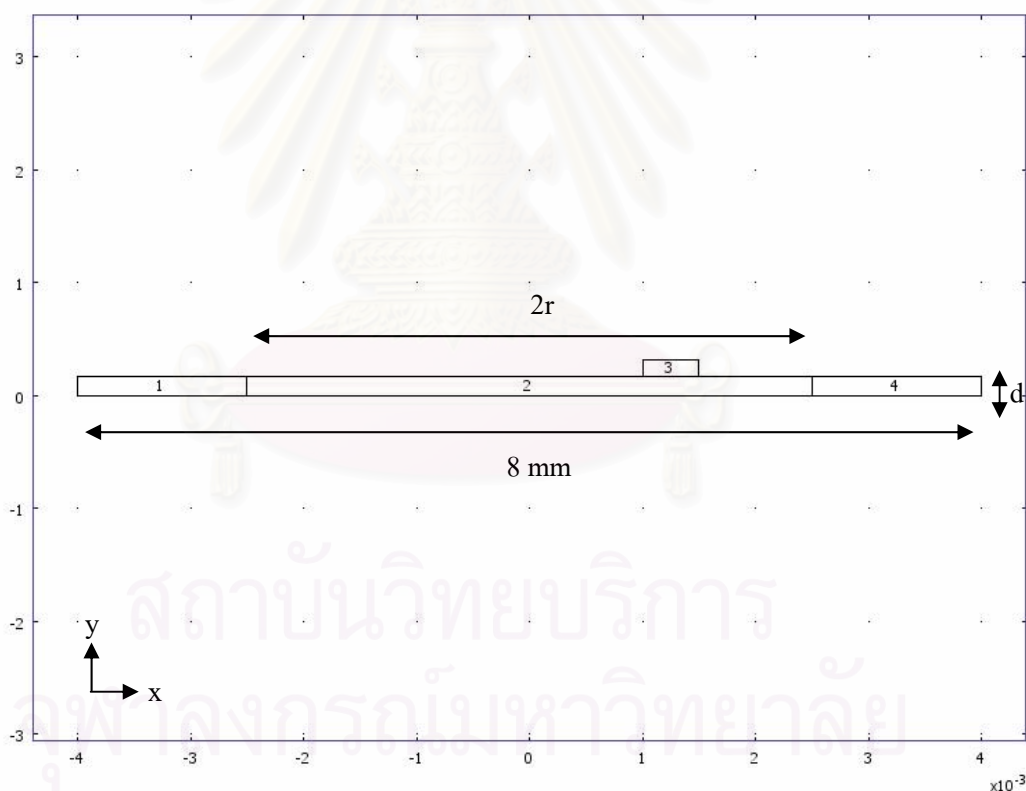
ν [-] คืออัตราส่วนปัวส์ซงของชั้นมวล (Poisson's ratio)

สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไว้ใช้แก้ปัญหของแข็งใน 2 มิติคือ สมการที่ (2.17),(2.18) และ (2.20) [12] โดยค่า ρ [kg/m^3] ในชั้นโดเมนของมวล คือค่าความหนาแน่นของชั้นมวล

สุดท้ายเมื่อแทนสมการที่ (2.20),(2.22) ลงในสมการที่ (2.17),(2.18) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ 2 สมการของตัวแปร 2 ตัวแปร คือ U_x, U_y โดยในโปรแกรม COMSOL จะให้เป็นตัวแปร u, v ตามลำดับ

2.3.1 แบบจำลองของ QCM ในโปรแกรม COMSOL

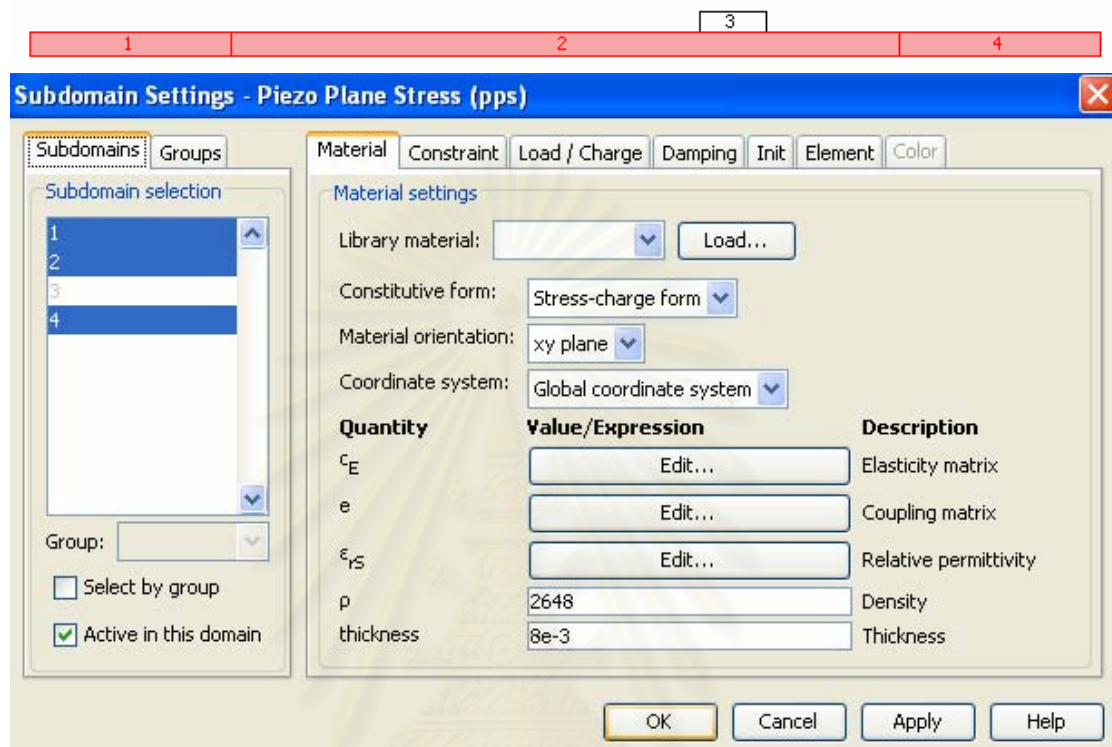
รูปแบบจำลอง QCM ใน 2 มิติแสดงดังรูปที่ 2.4 ตัวควอตซ์แบบ AT-cut เป็นแผ่นสี่เหลี่ยมกว้าง 8 mm หนา d (ชั้นโดเมน 1,2,4) และมีระยะอิเล็กโทรดหรือระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ $2r$ (ชั้นโดเมน 2) และมีชั้นมวลเกาะอยู่บนผิวควอตซ์ (ชั้นโดเมน 3)



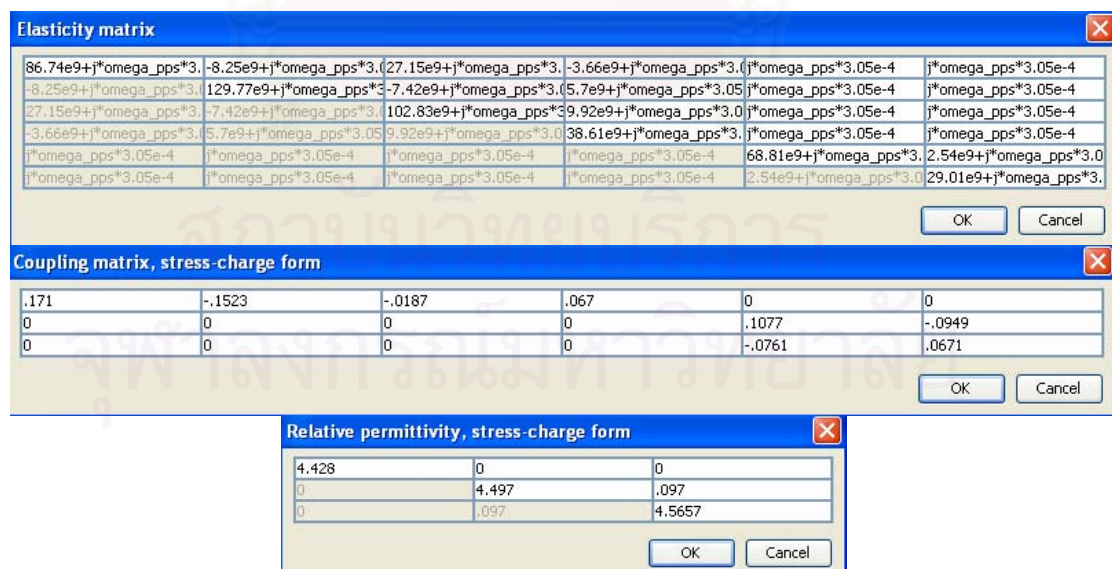
รูปที่ 2.4 แบบจำลองของ QCM ใน 2 มิติ

ตัวควอตซ์ (ชั้นโดเมน 1,2,4) อยู่ในโหมดเพียโซอิเล็กทริกกระนาบความเค้น (piezo plane stress) โดยตัวแปรอิสระในโหมดนี้คือ เฟสเซอร์ของการเคลื่อนตัวในแกน x, y และศักย์ไฟฟ้า คือ u, v, V ตามลำดับ ใส่ค่าคงที่วัสดุทางเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut ตามรูปที่ 2.5 และ 2.6

โดยค่า Elastic-constants c_{ij} ของเมตริกซ์ $[C^E]$ แทนด้วย $c_{ij} + i\omega\eta_q$ [9] เมื่อ η_q คือค่าความหนืดของควอตซ์แบบ AT-cut มีค่าเท่ากับ $3.05 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2 \cdot \text{s}$ โดยใส่เพื่อให้แบบจำลองใกล้เคียงสภาพจริงมากขึ้น และความหนาทางแกน z ของแผ่นควอตซ์กำหนดให้เป็น 8 mm

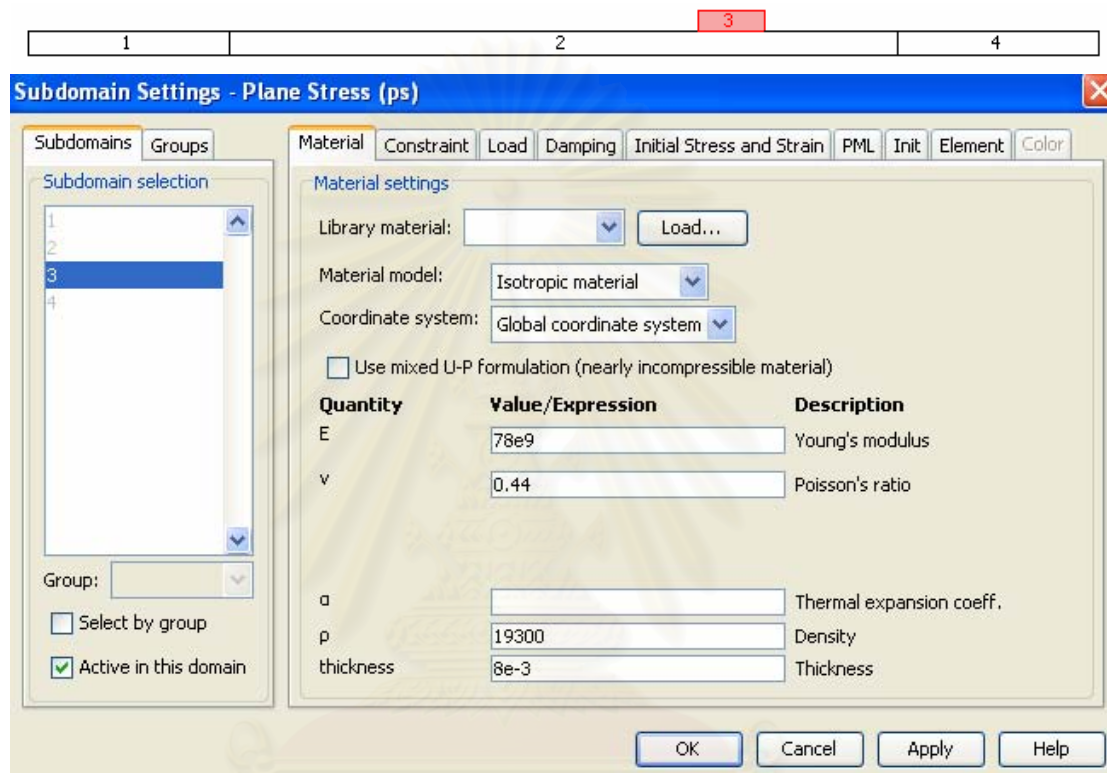


รูปที่ 2.5 การใส่ค่าวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut ในโปรแกรม COMSOL



รูปที่ 2.6 เมตริกซ์ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut โดยตัวแปร omega_pps คือค่าความถี่เชิงมุม ω

ชั้นมวล (ซับโดเมน 3) ในโหมคระนาบความเค้น(plane stress) มีตัวแปรอิสระในโหมคนี้คือ เฟสเซอร์ของการเคลื่อนตัวในแกน x,y คือ u,v ตามลำดับ ใส่ค่าคงที่วัสดุของวัสดุที่เป็นลักษณะของแข็งแบบ isotropic ตามรูปที่ 2.7 โดยใส่ค่า Young's modulus E , poisson's ratio ν , ความหนาแน่น ρ โดยให้ค่าความหนาทางแกน z ของชั้นมวลเป็น 8 mm

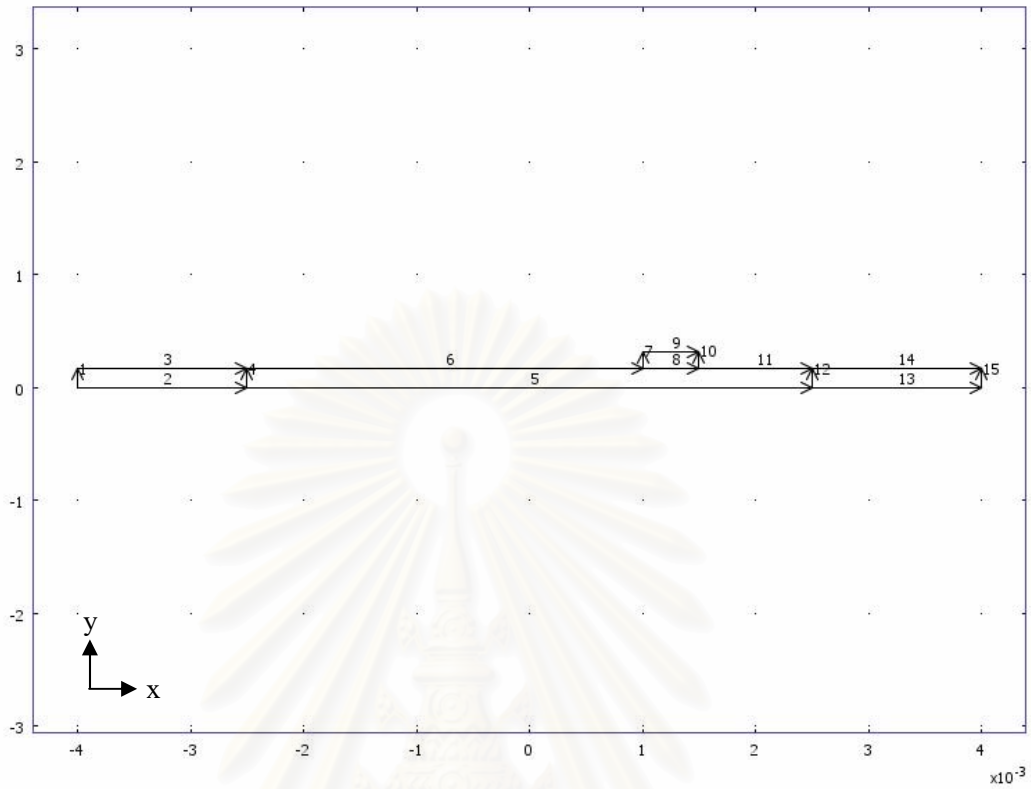


รูปที่ 2.7 การใส่ค่าวัสดุที่ชั้นมวล

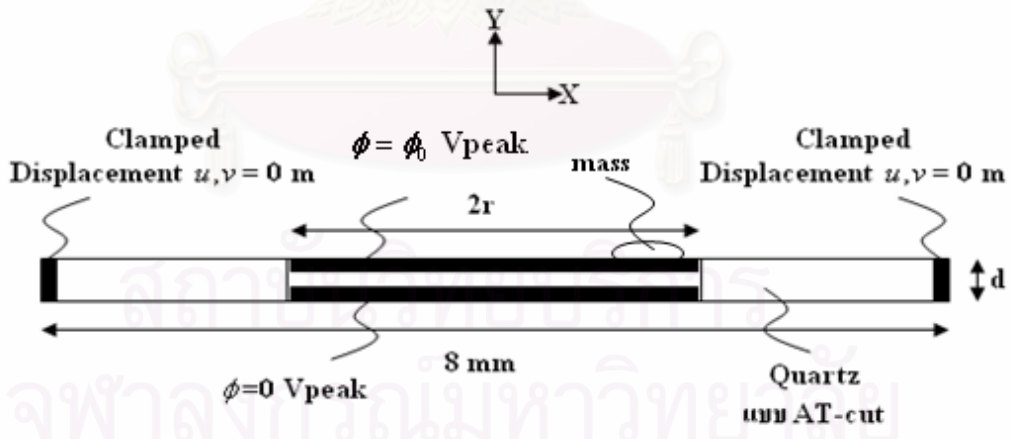
การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตจะใช้การกำหนดหมายเลขขอบเขตตามรูปที่ 2.8 และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตตามรูปที่ 2.9

เงื่อนไขทางกล: ขอบซ้าย(1)และขอบขวา(15) Fixed , ขอบอื่นๆ (2,3,5,6,7,9,10,11,13,14) ปล่อย Free , ขอบที่เชื่อมระหว่างควอตซ์และชั้นมวล (8) เป็นการต่อเนื่องของการเคลื่อนตัว u,v

เงื่อนไขทางไฟฟ้า: ขอบล่าง(5) ground , ขอบบน(6,8,11) $V_0 = \phi_0$ [Vpeak] , ขอบอื่นๆ (1,2,3,13,14,15) zerocharge/symmetry

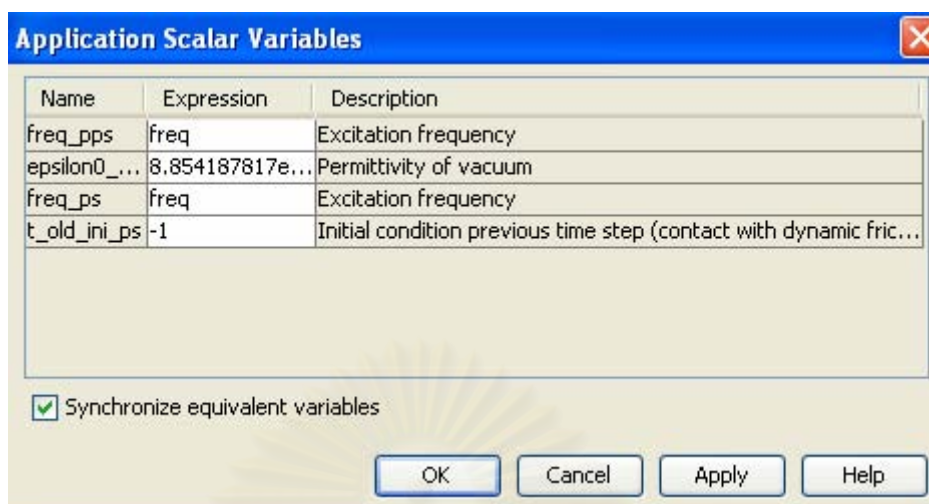


รูปที่ 2.8 การกำหนดหมายเลขขอบเขตของ QCM



รูปที่ 2.9 การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของ QCM

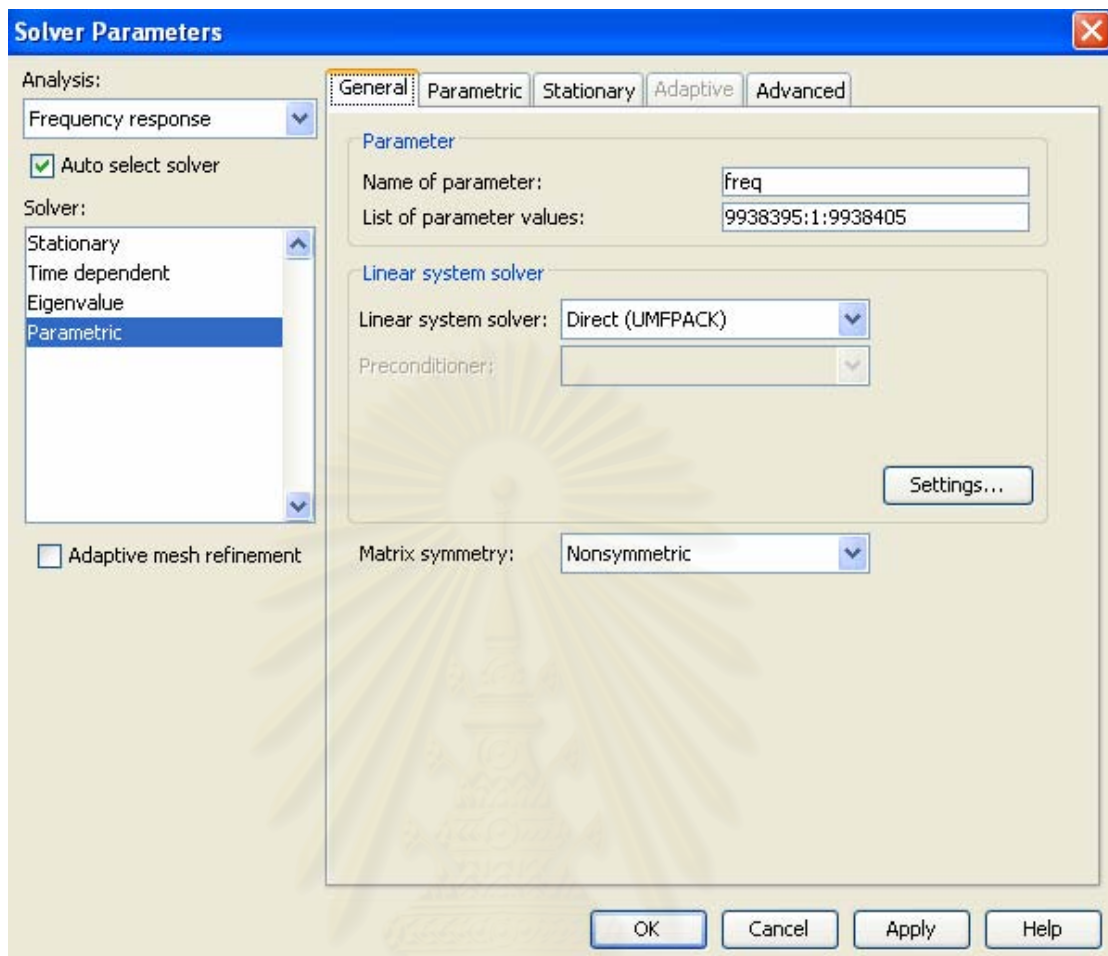
การกำหนดตัวแปรความถี่ที่ทำการแปรค่า กำหนดให้เป็นตัวแปร $freq$ ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าเดียวกันทั้งในโหมดเพียโซอิเล็กทริกระนาบความเค้น (piezo plane stress : $freq_pps$) ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut และ โหมดระนาบความเค้น (plane stress : $freq_ps$) ของชั้นมวลดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 การกำหนดตัวแปรความถี่ freq ให้เป็นตัวเดียวกัน
ทั้งในโหมด piezo plane stress(pps) และในโหมด plane stress(ps)

ใช้เอลิเมนต์ทั้งหมดเป็นแบบ lagrange-quadratic แล้วใช้การแก้ปัญหาเป็นแบบ frequency response (parametric solver) คือหาผลตอบสนองเชิงความถี่ในแต่ละตัวแปร freq ที่แปรค่าไป รูปที่ 2.11 เป็นตัวอย่างการใช้ parametric solver โดยแปรค่าตัวแปรความถี่จำนวน 11 ค่า ตั้งแต่ freq = 9938395 ถึง freq = 9938405 โดยแปรค่าห่างกันตัวละ 1 Hz

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.11 การแก้ปัญหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) โดยใช้ parametric solver
หาผลตอบในแต่ละความถี่ freq

2.4 การหาความถี่เรโซแนนซ์

หาความถี่เรโซแนนซ์จากความถี่แรกที่ทำให้เกิดค่าขนาดของแอดมิตแตนซ์สูงสุด ซึ่งแอดมิตแตนซ์หาได้จากสมการที่ (2.23)

$$Y(\omega) = \frac{I(\omega)}{V(\omega)} \quad (2.23)$$

โดยที่

$Y(\omega)$ [S] คือแอดมิตแตนซ์

$I(\omega)$ [Apeak] คือเฟสเซอร์ของกระแสไฟฟ้า

$V(\omega)$ [Vpeak] คือเฟสเซอร์ของแรงดันไฟฟ้า

ω [rad/s] คือความถี่เชิงมุม

ในแบบจำลองใช้ขนาดของแรงดันไฟฟ้าคงที่เป็น $V(\omega) = \phi_0$ [Vpeak] ดังนั้นแอดมิตแตนซ์มีค่าตามสมการที่ (2.24)

$$Y(\omega) = \frac{I(\omega)}{\phi_0}$$

(2.24)

ซึ่งค่าของกระแสไฟฟ้า $I(\omega)$ หาได้จากการอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าเชิงผิวทั่วทั้งพื้นผิวอิเล็กทรอนิกส์ ตามสมการที่ (2.25)

$$I(\omega) = \int_S -J_n(\omega) ds = \left(\int_L -J_n(\omega) dl \right) \cdot \text{width} \quad (2.25)$$

โดยที่

$J_n(\omega)$ [Apeak/m²] คือเฟสเซอร์ของกระแสไฟฟ้าเชิงผิวที่ตั้งฉากไปทางด้านนอกกับพื้นผิวอิเล็กทรอนิกส์

S [m²] คือพื้นผิวอิเล็กทรอนิกส์

L [m] คือเส้นแนวอิเล็กทรอนิกส์

width [m] คือความหนาของควอตซ์ในแนวแกน z (กำหนดให้เป็น 8 mm)

จากทฤษฎีของ Maxwell จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสเชิงผิวกับการกระจัดทางไฟฟ้าเป็นไปตามสมการที่ (2.26)

$$J = -\frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.26)$$

โดยที่

J [A/m²] คือกระแสไฟฟ้าเชิงผิว

D [C/m²] คือการกระจัดทางไฟฟ้า

เมื่อคิดเป็นผลตอบสนองเชิงความถี่จะได้ความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.27)

$$J_n(\omega) = -i\omega D_n(\omega) \quad (2.27)$$

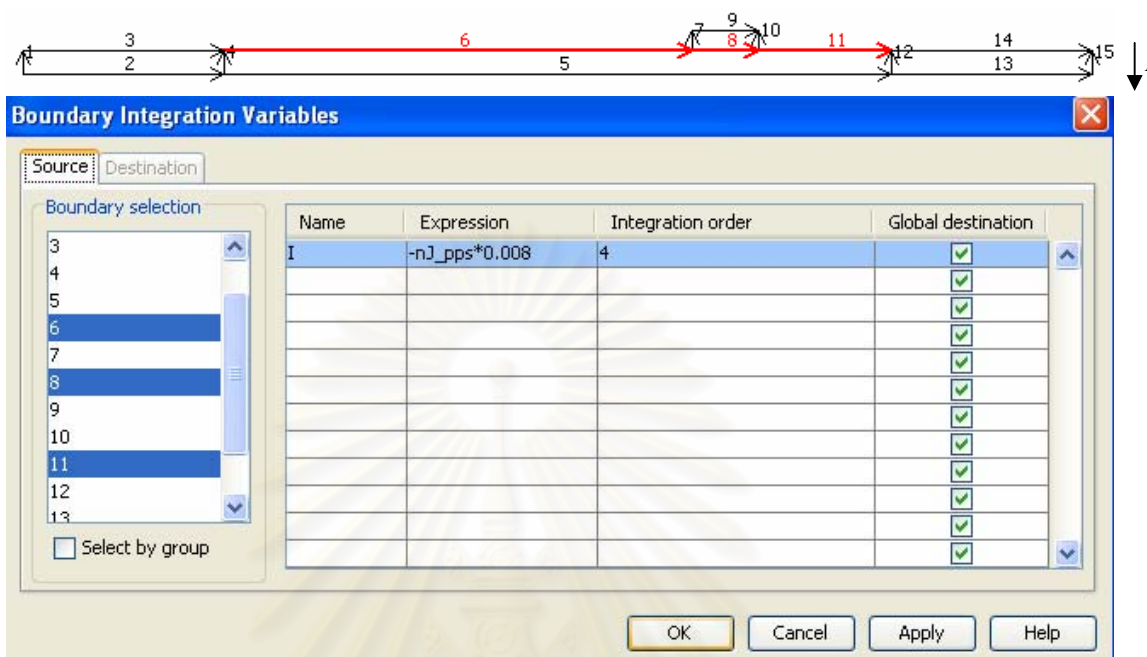
โดยที่

$D_n(\omega)$ [Cpeak/m²] คือเฟสเซอร์ของการกระจัดทางไฟฟ้าที่ตั้งฉากไปทางด้านนอกกับพื้นผิวอิเล็กทรอนิกส์

2.4.1 การหาความถี่เรโซแนนซ์ในโปรแกรม COMSOL

ทำการอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าเชิงผิวที่ตั้งฉากกับอิเล็กทรอนิกส์ด้านบนในทิศพุ่งเข้า $-J_n(\omega)$ ตามสมการ (2.25) ที่บริเวณผิวอิเล็กทรอนิกส์ด้านบน ซึ่งตัวแปร $J_n(\omega)$ ในโปรแกรม COMSOL คือ nJ_pps ดังแสดงในรูปที่ 2.12 การอินทิเกรตจะเป็นผลรวมกระแสไฟฟ้าเชิงผิวตามเส้นขอบที่กำหนดให้เป็นอิเล็กทรอนิกส์ (ขอบ 6,8,11) แต่เนื่องจากในแบบจำลองกำหนดให้ความหนาของแผ่น

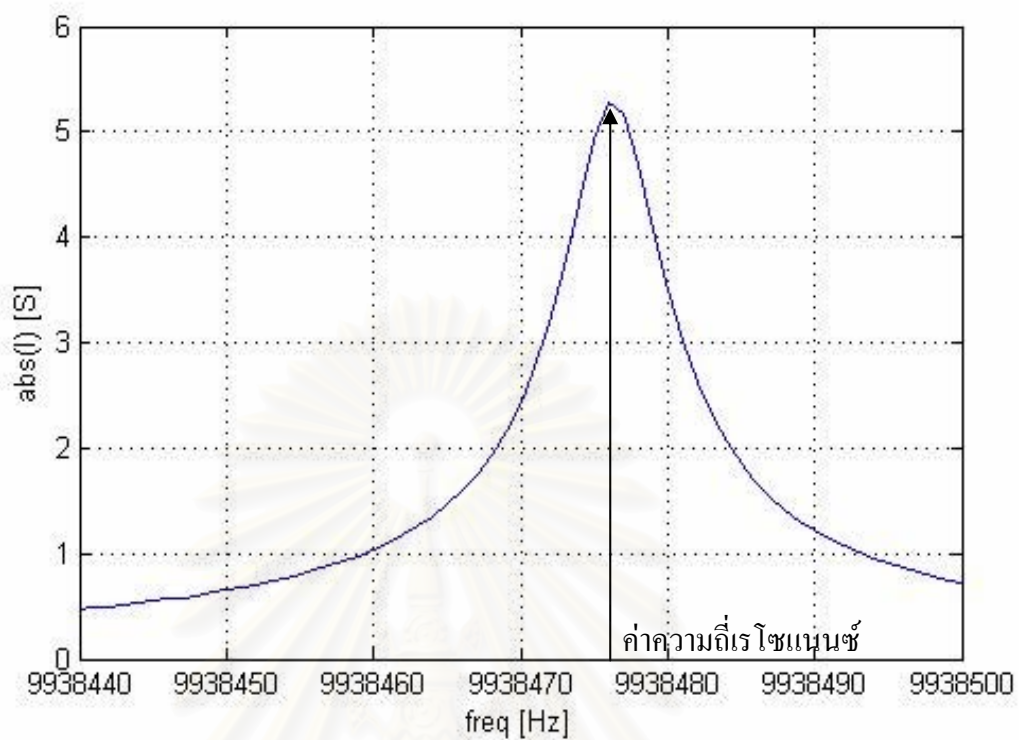
ควอดซ์เป็น 8 mm ดังนั้นการอินทิเกรตตามเส้นขอบนี้เมื่อคูณด้วยค่า $width = 0.008$ m จึงกลายเป็นการอินทิเกรตเชิงพื้นที่



รูปที่ 2.12 การอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าเชิงผิวที่บริเวณอิเล็กโทรดบนทั้งหมด

เมื่ออินทิเกรตแล้วค่ากระแสไฟฟ้าในแต่ละความถี่ $I(\omega)$ จะเก็บไว้ในตัวแปร I ในโปรแกรม COMSOL ซึ่งจะถือว่า $abs(I)$ คือ ขนาดของกระแสไฟฟ้าหรือขนาดของแอดมิตแตนซ์คูณด้วย ϕ_0 นั่นเอง ($|I(\omega)| = \phi_0 |Y(\omega)|$) ในแบบจำลองที่ไม่ได้ทำการแปรค่าศักย์ไฟฟ้าจะให้ค่า $\phi_0 = 1$ Vpeak

จากนั้นจะทำการหาความถี่เรโซแนนซ์โดยการแปรค่า freq ในโปรแกรม COMSOL ที่ทำให้ได้ค่าแอดมิตแตนซ์สูงสุดหรือ $abs(I)$ สูงสุดนั่นเอง โดยใช้ความละเอียดในการแปรค่าตัวแปร freq ถึง 1 Hz ดังแสดงในรูปที่ 2.13 และ 2.14



รูปที่ 2.13 กราฟขนาดของกระแสไฟฟ้า $abs(I)$ ในแต่ละความถี่ $freq$
 พร้อมทั้งการหาความถี่ $freq$ ที่ทำให้เกิดค่า $abs(I)$ สูงสุด

สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Frequency (freq)	Absolute Value (abs(I))
9938463.0	1.259002
9938464.0	1.3548582
9938465.0	1.465878
9938466.0	1.5957584
9938467.0	1.7494009
9938468.0	1.933373
9938469.0	2.1565256
9938470.0	2.4307215
9938471.0	2.7713435
9938472.0	3.1962795
9938473.0	3.719156
9938474.0	4.325835
9938475.0	4.9197073
9938476.0	5.2757263 (max)
9938477.0	5.179447
9938478.0	4.6951923
9938479.0	4.076137
9938480.0	3.4974372
9938481.0	3.0142965
9938482.0	2.6251304
9938483.0	2.3130696
9938484.0	2.0608816
9938485.0	1.8545992
9938486.0	1.683647
9938487.0	1.5401686

รูปที่ 2.14 การหาค่าความถี่ freq (9938476.0) ที่ทำให้เกิดค่า abs(I) สูงสุด (5.2757263)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

กรณีศึกษาเปรียบเทียบ

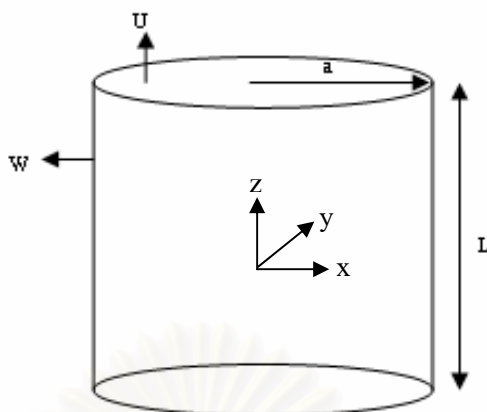
หลังจากที่ได้มีการศึกษาทฤษฎีและสมการเบื้องต้นทางเพียโซอิเล็กทริกที่เกี่ยวข้องกับการสั่นของควอตซ์ไปแล้ว เพื่อตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของโปรแกรม COMSOL และแบบจำลองที่สร้างขึ้น จึงทำการวิเคราะห์ปัญหาเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่มีการวิจัยมาในอดีต ในหัวข้อต่างๆต่อไปนี้

1. ทดสอบโปรแกรม COMSOL กับปัญหาเพียโซอิเล็กทริกทั่วไปที่มีผลเฉลยแม่นยำตรง
2. การวิเคราะห์ความถี่เรโซแนนซ์ของแผ่นควอตซ์ AT-cut เมื่อเปลี่ยนความหนาด้วยโปรแกรม COMSOL เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของความถี่เรโซแนนซ์เมื่อเปลี่ยนความหนาใน 1 มิติ
3. การวิเคราะห์โหมดการสั่นของควอตซ์แบบ AT-cut ในโปรแกรม COMSOL ว่าเป็นแบบ thickness shear mode
4. การวิเคราะห์การสั่นของควอตซ์แบบ AT-cut ที่ความถี่ฮาร์โมนิกคลื่นในโปรแกรม COMSOL ว่าเป็นการสั่นแบบครึ่งคลื่น
5. การจำลองควอตซ์แบบ AT-cut ในการทำหน้าที่เป็นเซ็นเซอร์ตรวจวัดมวลที่มีลักษณะยูนิฟอร์ม หรือเรียกว่า QCM ที่ใช้ตรวจวัดมวลแบบยูนิฟอร์ม ว่ามีลักษณะตรงตามสมการของ Sauerbrey หรือไม่

การคำนวณใช้คอมพิวเตอร์ CPU 1.5 GHz หน่วยความจำ 2 GB

3.1 ทรงกระบอกเพียโซอิเล็กทริกเซรามิกที่ถูกกระทำโดยโหลดคงที่

ในหัวข้อนี้จะวิเคราะห์โครงสร้างทรงกระบอกเพียโซอิเล็กทริกเซรามิกสมมาตรรอบแกน z ดังรูปที่ 3.1 ที่ถูกป้อนด้วยไฟฟ้ากระแสสลับขนาด $\phi_0 = 1$ V_{peak} ที่ความถี่ 1 MHz ในแนวแกน z และถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวของทรงกระบอก คือ มีการเคลื่อนตัวขนาด $\pm U_0 = \pm 0.1$ nm_{peak} ที่ผิวบนและผิวล่างของทรงกระบอกในทิศแกน z และ มีการเคลื่อนตัวขนาด $W_0 = 0.1$ nm_{peak} ที่ผิวข้างของทรงกระบอกในแนวรัศมี r โดยรัศมีของทรงกระบอก $a = 5$ mm และความสูงของทรงกระบอก $L = 10$ mm จากนั้นจะนำผลที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL มาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของ D. D. Ebenzer และ R. Ramesh [13]



รูปที่ 3.1 โมเดลของทรงกระบอกเพียโซอิเล็กทริกเซรามิก

3.1.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก

ค่าทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกนี้มีค่าดังตารางที่ 3.1 ซึ่งมีความสมมาตรรอบแกน z หรือสามารถเขียนเป็นเมตริกซ์ได้ตามรูปที่ 3.2

ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก

Density	ρ	7500	kg/m^3
Relative permittivity	$\epsilon_{11}^S / \epsilon_0 = \epsilon_{22}^S / \epsilon_0$	730	
	$\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$	635	
elasticity	$c_{11}^E = c_{22}^E$	13.9×10^{10}	N/m^2
	$c_{12}^E = c_{21}^E$	7.78×10^{10}	N/m^2
	$c_{13}^E = c_{23}^E = c_{31}^E = c_{32}^E$	7.43×10^{10}	N/m^2
	c_{33}^E	11.5×10^{10}	N/m^2
	$c_{44}^E = c_{55}^E$	2.56×10^{10}	N/m^2
	$c_{66}^E = \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)$	3.06×10^{10}	N/m^2
Coupling coefficient	e_{31}	-5.2	C/m^2
	e_{33}	15.1	C/m^2
	e_{15}	12.7	C/m^2
ค่าอื่นๆนอกจากที่กล่าวมาข้างต้น		0	

Elasticity matrix					
13.9e10	7.78e10	7.43e10	0	0	0
7.78e10	13.9e10	7.43e10	0	0	0
7.43e10	7.43e10	11.5e10	0	0	0
0	0	0	2.56e10	0	0
0	0	0	0	2.56e10	0
0	0	0	0	0	3.06e10

Coupling matrix, stress-charge form					
0	0	0	0	12.7	0
0	0	0	12.7	0	0
-5.2	-5.2	15.1	0	0	0

Relative permittivity, stress-charge form		
730	0	0
0	730	0
0	0	635

รูปที่ 3.2 เมตริกซ์ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก

3.1.2 ผลเฉลยแม่นยำตรงของ D. D. Ebenezer และ R. Ramesh[13]

ผลเฉลยแม่นยำตรงที่จะนำมาเปรียบเทียบในที่นี้คือ การเคลื่อนตัวในแนวแกน z (U) , การเคลื่อนตัวในแนวรัศมี r (W) , ศักย์ไฟฟ้า (ϕ) , การกระจัดทางไฟฟ้าในแนวแกน z (D_z) ซึ่งแสดงไว้ดังสมการที่ (3.1) ถึง (3.4) โดยละเทอมของเวลาที่ทิ้งไป (คิดเฉพาะเฟสเซอร์โดยตัด $\cos(\omega t)$ ออก)

$$U = A \sin(K_z z) \quad (3.1)$$

$$W = B J_1(K_r r) \quad (3.2)$$

$$\phi = A \frac{e_{33}^S}{\epsilon_{33}^S} \sin(K_z z) + D z + E \quad (3.3)$$

$$D_z = B e_{31} K_r J_0(K_r r) - D \epsilon_{33}^S \quad (3.4)$$

เมื่อ

$$K_z = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}^E + e_{33}^2 / \epsilon_{33}^S}} = 2\pi 10^6 \sqrt{\frac{7500}{11.5 \times 10^{10} + 15.1^2 / 5622.4 \times 10^{-12}}} = 1379.7$$

$$K_r = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^E}} = 2\pi 10^6 \sqrt{\frac{7500}{13.9 \times 10^{10}}} = 1459.5$$

$$A = \frac{U_0}{\sin(K_z L/2)} = 1.733 \times 10^{-10}$$

$$B = \frac{W_0}{J_1(K_r a)} = 1.2214 \times 10^{-9}$$

$$D = \frac{\phi_0}{L} - \frac{2e_{33}}{L\epsilon_{33}^s} U_0 = 46.2864$$

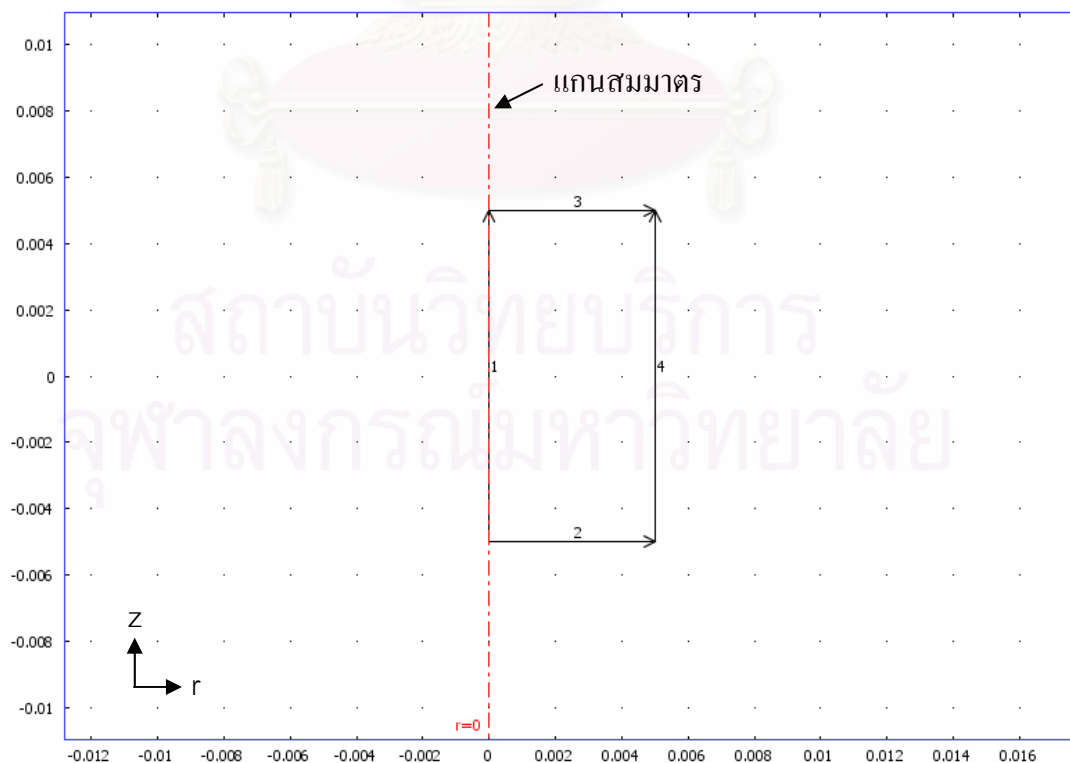
$$E = \frac{\phi_0}{2} = 0.5$$

3.1.3 แบบจำลองในโปรแกรม COMSOL

ใช้โหมดในการจำลองแบบเพียโซอิเล็กทริกสมมาตรรอบแกนกลาง (Piezo Axial Symmetry) คือตัดทรงกระบอกซึ่งเป็นรูปทรง 3 มิติที่สมมาตรรอบแกน z เหลือเป็นหน้าตัดระนาบสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 มิติที่กว้างเท่ากับรัศมี $a = 5 \text{ mm}$ และสูงเท่ากับทรงกระบอก $L = 10 \text{ mm}$ ดังรูปที่ 3.3 ใช้การคำนวณแบบผลตอบสนองเชิงความถี่ frequency response (parametric solver) ที่ความถี่ 1 MHz ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

เงื่อนไขทางกล: ขอบซ้าย(1) plane symmetry , ขอบล่าง(2) $R_z = -U_0 = -0.1 \text{ nm}$, ขอบบน(3) $R_z = U_0 = 0.1 \text{ nm}$, ขอบขวา(4) $R_r = W_0 = 0.1 \text{ nm}$

เงื่อนไขทางไฟฟ้า: ขอบซ้าย(1) axial symmetry , ขอบล่าง(2) ground , ขอบบน(3) $V_0 = \phi_0 = 1$, ขอบขวา(4) zerocharge/symmetry

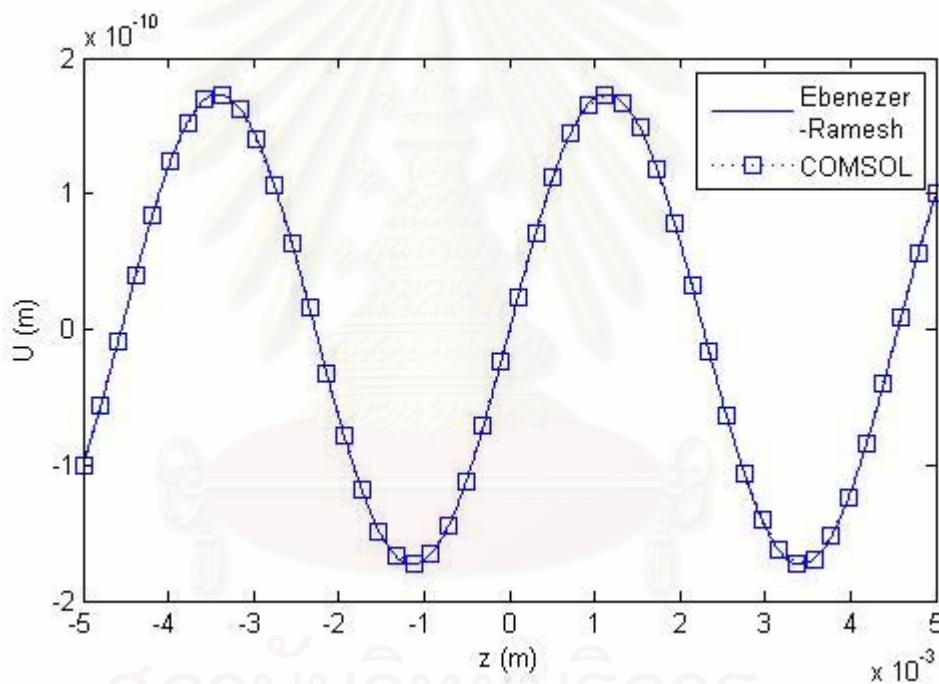


รูปที่ 3.3 ทรงกระบอกที่ถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าในโปรแกรม COMSOL

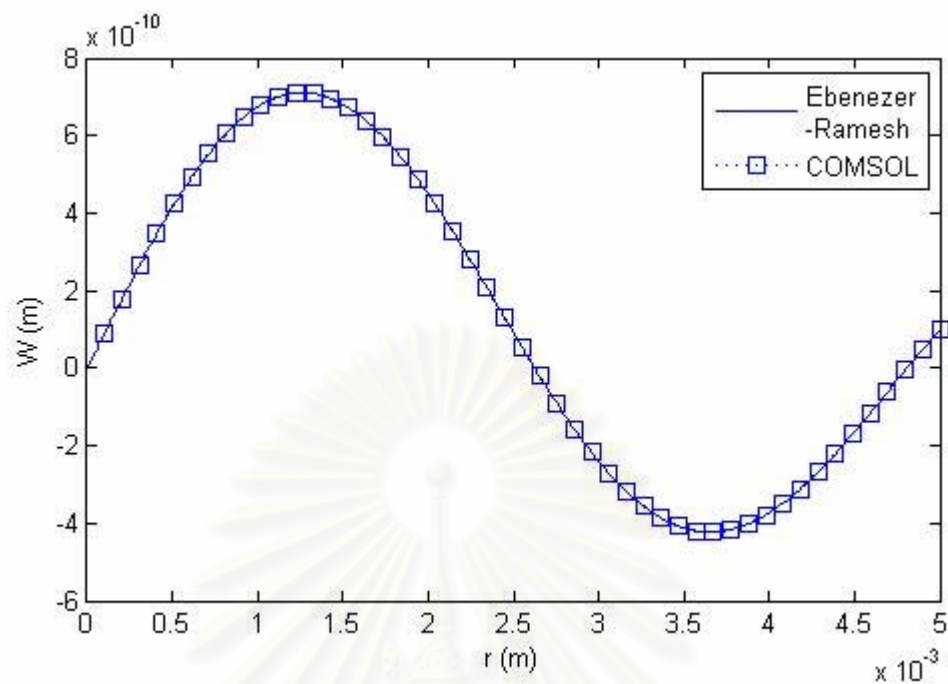
ใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic แบ่งเอลิเมนต์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า(map mesh) แนวนอน×แนวตั้ง = $50 \times 100 = 5000$ เอลิเมนต์ รูปที่ 3.2 แสดงเมตริกซ์ค่าคงที่ทางวัสดุเพียโซอิเล็กทริกของเซรามิกทรงกระบอก ที่ใส่ไว้ในสับโดเมน

3.1.4 ผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรม COMSOL

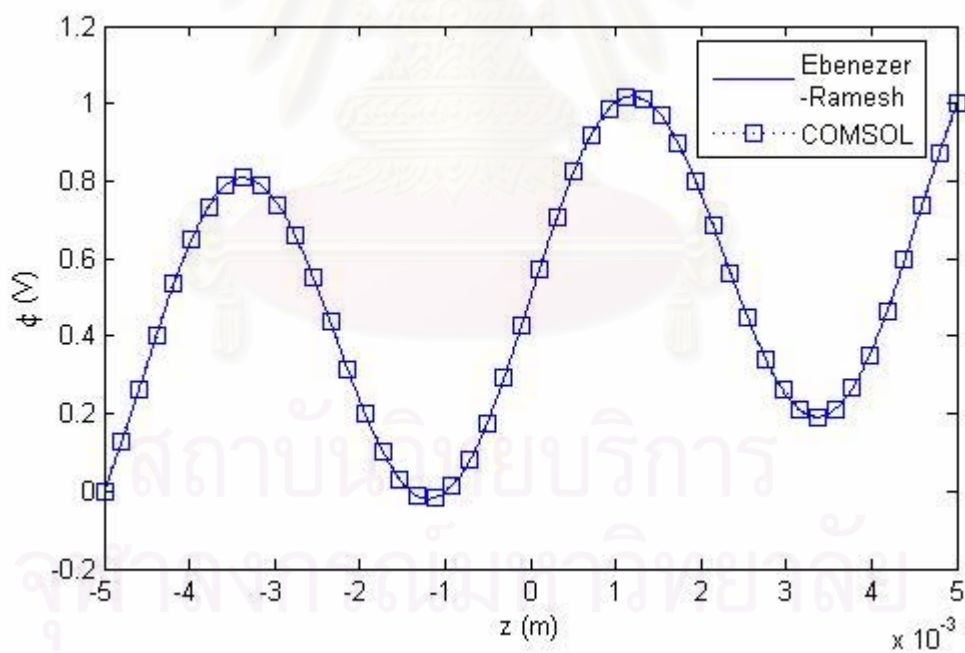
รูปที่ 3.4 ถึง 3.7 แสดงผลการคำนวณ ค่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน z , ค่าการเคลื่อนตัวในแนวรัศมี r , ค่าศักย์ไฟฟ้า และค่าการกระจัดทางไฟฟ้าในแนวแกน z ตามลำดับ โดยใช้โปรแกรม COMSOL เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากสมการของ Ebenezer-Ramesh



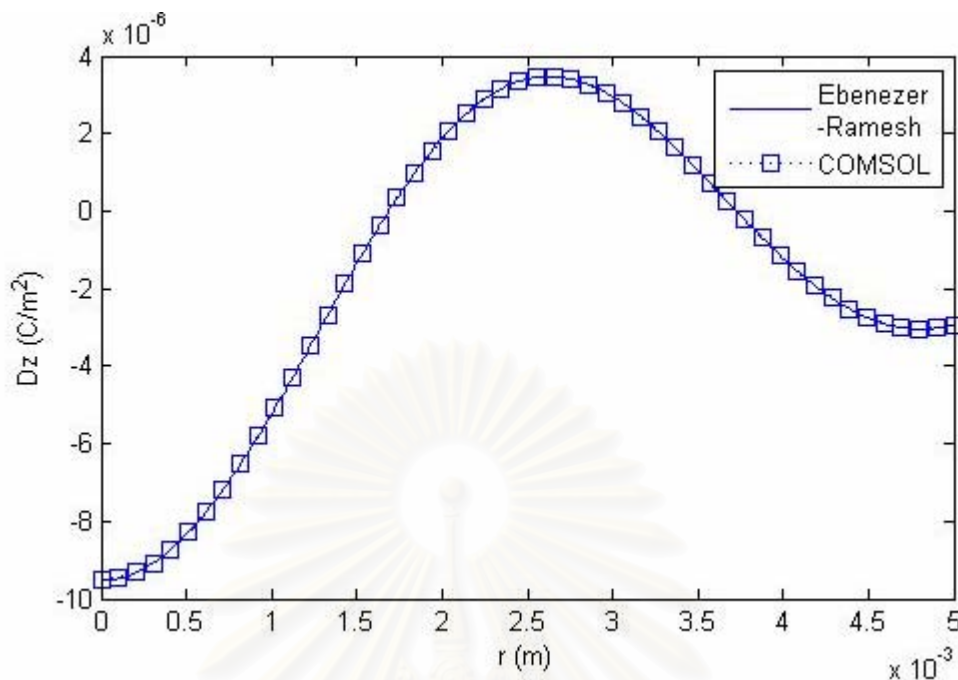
รูปที่ 3.4 ผลเฉลยแม่นยำตรงเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการเคลื่อนตัวในแนวแกน z



รูปที่ 3.5 ผลเฉลยแม่นยำตรงเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการเคลื่อนตัวในแนวรัศมี r



รูปที่ 3.6 ผลเฉลยแม่นยำตรงเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของศักย์ไฟฟ้า



รูปที่ 3.7 ผลเฉลยแม่นยำตรงเทียบกับโปรแกรม COMSOL ของการกระจายทางไฟฟ้าในแนวแกน z

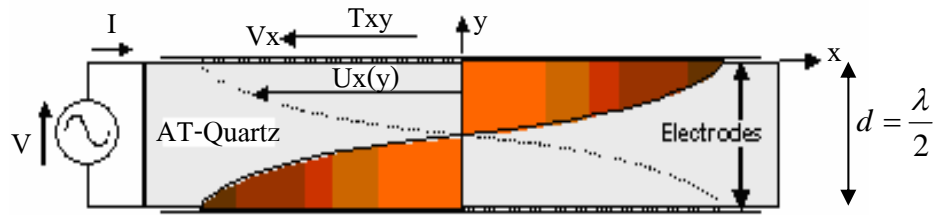
จากรูปที่ 3.4 ถึง 3.7 พบว่าโปรแกรม COMSOL มีความแม่นยำในการคำนวณค่าทางพีชคณิตเล็กน้อยใกล้เคียงกับการวิเคราะห์

3.2 ผลของความหนาที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut

ในหัวข้อนี้ได้ทำการหาผลเฉลยแม่นยำตรงของความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut ซึ่งเป็นการคำนวณใน 1 มิติโดยขึ้นกับความหนาของควอตซ์ (d) และคุณสมบัติทางวัสดุของควอตซ์ เปรียบเทียบกับผลการคำนวณความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL ซึ่งเป็นการคำนวณ ใน 2 มิติ

3.2.1 ผลเฉลยแม่นยำตรงของความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut ใน 1 มิติ

เมื่อพิจารณาค่าทางวัสดุของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut จะพบว่าการเคลื่อนตัวที่เกิดจากการป้อนไฟฟ้ากระแสสลับในแนวความหนาของควอตซ์ (แกน y) จะเป็นลักษณะคลื่นเฉือน (shear wave) ที่เคลื่อนที่ไปในแนวแกน y แต่อนุภาคจะมีการสั่นในแนวตั้งฉากกัน (แกน x) ดังรูปที่ 3.8 และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่ปล่อยให้ผิวของควอตซ์ทั้งบนและล่างเป็นอิสระด้วยแล้ว ที่ความถี่เรโซแนนซ์ การเคลื่อนตัวของคลื่นจะมีค่าสูงสุดที่ผิวบนและผิวล่างของควอตซ์ ทำให้คลื่นเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางควอตซ์เป็นระยะครึ่งลูกคลื่นเท่านั้น $(\frac{n\lambda}{2}, n=1,3,5,\dots)$ ดังนั้นที่ความถี่เรโซแนนซ์แรกของคลื่นเฉือนนี้จึงเคลื่อนที่ผ่านควอตซ์เป็นระยะครึ่งลูกคลื่น $(\frac{\lambda}{2})$



รูปที่ 3.8 การเคลื่อนที่แบบเฉือนในแนวความหนา (thickness shear mode) ของควอตซ์ AT-cut

ดังที่กล่าวไว้แล้วว่าการสั่นของควอตซ์จะขึ้นกับค่าคงที่ทางเพียโซอิเล็กทริกของควอตซ์แบบ AT-cut และทิศทางการป้อนไฟฟ้ากระแสสลับ จึงสามารถประมาณสมการทางเพียโซอิเล็กทริกเหลือเพียง 1 มิติในแนวความหนา (แกน y) และเหลือเพียงความเค้น (stress) ความเครียด (strain) ในแนวเฉือน (shear) บนระนาบ xy ซึ่งเกิดจากการเคลื่อนตัวในแนว x (u_x) ที่ระยะในแนวแกน y ต่างๆเท่านั้น สมการเพียโซอิเล็กทริกที่เหลือใน 1 มิติจึงสามารถลดรูปจากสมการที่ (2.15) ได้เป็นสมการที่ (3.5) และ (3.6)

$$T_{xy} = c_{66}^E (2S_{xy}) - e_{26} E_y \quad (3.5)$$

$$D_y = e_{26} (2S_{xy}) + \epsilon_{22}^S E_y \quad (3.6)$$

โดยที่

T_{xy} [N/m²] คือความเค้นเฉือน (shear stress) ในระนาบ xy

S_{xy} [-] คือความเครียดเฉือน (shear strain) ในระนาบ xy

D_y [C/m²] คือการกระจัดทางไฟฟ้า (electric displacement) ในแนว y

E_y [V/m] คือสนามไฟฟ้า (electric field) ในแนว y

$$c_{66}^E = 29.01 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$e_{26} = -0.0949 \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_{22}^S = 39.817 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

เมื่อพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์โมเมนต์ (newton's law) ในแนวแกน x สมการที่(2.7) ถึง (2.9) จะลดรูปเป็นสมการที่ (3.7)

$$\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

โดยที่

u_x คือการเคลื่อนตัว (displacement) ในแนวแกน x

ρ คือความหนาแน่นของควอตซ์ (density) มีค่า 2648 kg/m³

เช่นเดียวกันเมื่อพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ประจุ (guass's law) ขณะที่ไม่มีประจุอยู่ภายในควอตซ์ สมการที่ (2.11) จะลดรูปเป็นสมการที่ (3.8)

$$\frac{\partial D_y}{\partial y} = 0 \quad (3.8)$$

เมื่อนำสมการที่ (3.5) แทนลงในสมการที่ (3.7) จะได้สมการที่ (3.9)

$$c_{66}^E \frac{\partial(2S_{xy})}{\partial y} - e_{26} \frac{\partial E_y}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

เมื่อนำสมการที่ (3.6) แทนลงในสมการที่ (3.8) จะได้สมการที่ (3.10)

$$e_{26} \frac{\partial(2S_{xy})}{\partial y} + \varepsilon_{22}^S \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad (3.10)$$

เมื่รวมสมการที่ (3.9) และ (3.10) เข้าด้วยกันโดยใช้เทอม $\frac{\partial E_y}{\partial y}$ เป็นตัวร่วมจะได้สมการที่ (3.11)

$$(c_{66}^E + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}^S}) \frac{\partial(2S_{xy})}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดเฉือนในระนาบ xy (S_{xy}) กับการเคลื่อนตัวในแนว x (u_x) เมื่อละทิ้งการเคลื่อนตัวในแนว y (u_y) สมการที่ (2.20) จะลดรูปเป็นสมการที่ (3.12)

$$S_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (3.12)$$

แทนสมการที่ (3.12) ลงในสมการที่ (3.11) จะได้สมการคลื่น (wave equation) ดังสมการที่ (3.13)

$$(c_{66}^E + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}^S}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (3.13)$$

เนื่องจากสามารถพิจารณาในรูปผลตอบสนองเชิงความถี่ได้ดังนั้นสมการที่ (3.13) สามารถเขียนได้เป็นสมการที่ (3.14) [14]

$$(c_{66}^E + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}^S}) \frac{d^2 U_x}{dy^2}(y) = -\rho \omega^2 U_x(y) \quad (3.14)$$

โดยที่

ω [rad/s] คือความถี่เชิงมุม

$U_x(y)$ [m] คือเฟสเซอร์ของการเคลื่อนตัวในแนวแกน x , $u_x(y, t)$

ซึ่งผลเฉลยของสมการที่ (3.14) นี้จะอยู่ในรูปแบบสมการที่ (3.15)

$$U_x(y) = A \cos(ky) + B \sin(ky) \quad (3.15)$$

โดยที่

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{66}^E + e_{26}^2 / \varepsilon_{22}^S}} \text{ เป็นเลขคลื่น (wave number)}$$

A, B เป็นค่าคงที่

จากสมการที่ (3.16)

$$k = \frac{\omega}{v} \text{ โดย } v \text{ (m/s) คือความเร็ว (velocity) คลื่น} \quad (3.16)$$

จะได้ว่าความเร็วของคลื่นในตัวกลางควอตซ์แบบ AT-cut คือสมการที่ (3.17)

$$v = \sqrt{\frac{c_{66}^E + e_{26}^2 / \varepsilon_{22}^S}{\rho}} \quad (3.17)$$

ความถี่เรโซแนนซ์ f_s [Hz] จึงหาได้จากสมการที่ (3.18)

$$f_s = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2d} \sqrt{\frac{c_{66}^E + e_{26}^2 / \varepsilon_{22}^S}{\rho}} = \frac{1661.3890855}{d} \quad (3.18)$$

โดยที่

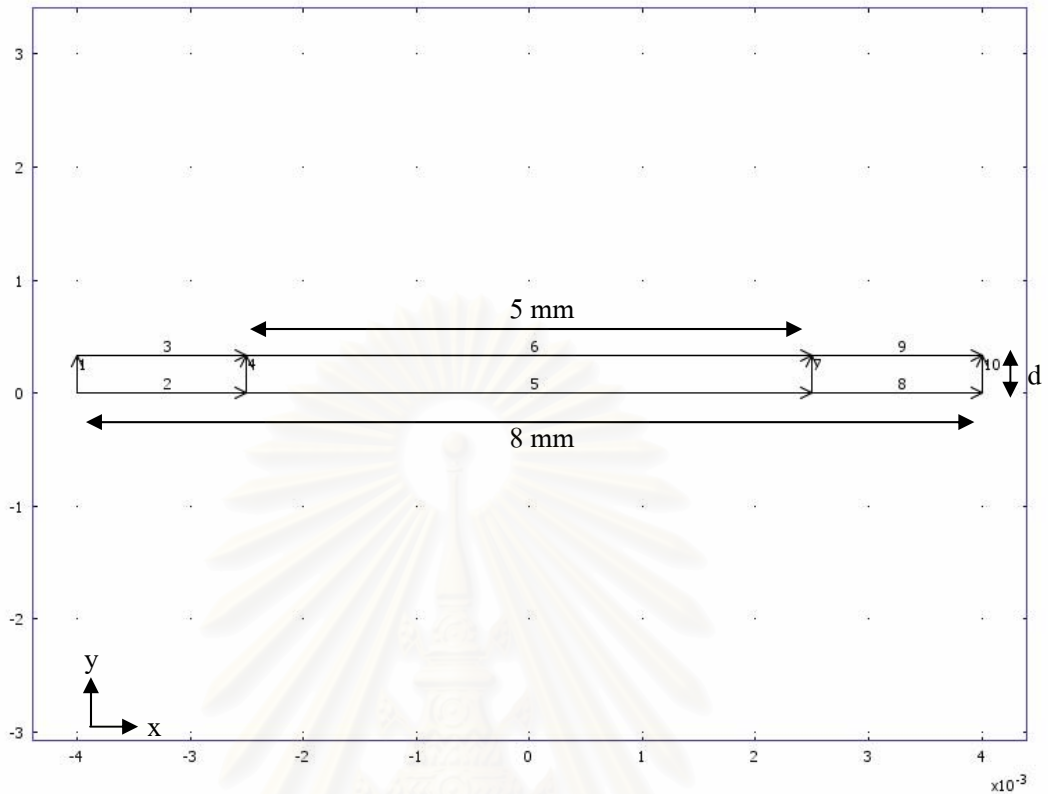
d [m] เป็นความหนาของควอตซ์แบบ AT-cut

ส่วนผลเฉลยแม่นยำตรงของการเคลื่อนตัวในแนวแกน x (u_x) และค่าศักย์ไฟฟ้า (ϕ) หาได้จากความสัมพันธ์ $E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$ และเงื่อนไขขอบเขต $T_{xy}|_{y=0} = T_{xy}|_{y=d} = 0$ ซึ่งแสดงความเป็นอิสระทั้งผิวบนและผิวล่างของควอตซ์ $\phi|_{y=d} = \phi_0 \cos(\omega t), \phi|_{y=0} = 0$ ซึ่งแสดงถึงการป้อนไฟฟ้ากระแสสลับระหว่างผิวบนและผิวล่างของควอตซ์ จะไม่ขอกกล่าวถึงในที่นี้

3.2.2 แบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ใน COMSOL แบบ 2 มิติ

ใช้โหมดในการจำลองแบบเพียโซอิเล็กทริก ระนาบความเค้น (piezo plane stress) ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.3.1 จำลองตัวควอตซ์ที่เป็นแผ่นวงกลมรัศมี 4 mm และมีรัศมีอิเล็กโทรด 2.5 mm ใน 3 มิติ ให้เหลือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 mm หนา d และมีขนาดอิเล็กโทรดกว้าง 5 mm ใน 2 มิติ ดังรูปที่ 3.9 แล้วจะทำการแปรค่าความหนา (d) 4 ค่าคือ 83.4, 139, 166.8 และ 333.6 μm เพื่อดูความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL แล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของความถี่เรโซแนนซ์ของแบบจำลอง 1 มิติ ในสมการที่ (3.18)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.9 ควอตซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า

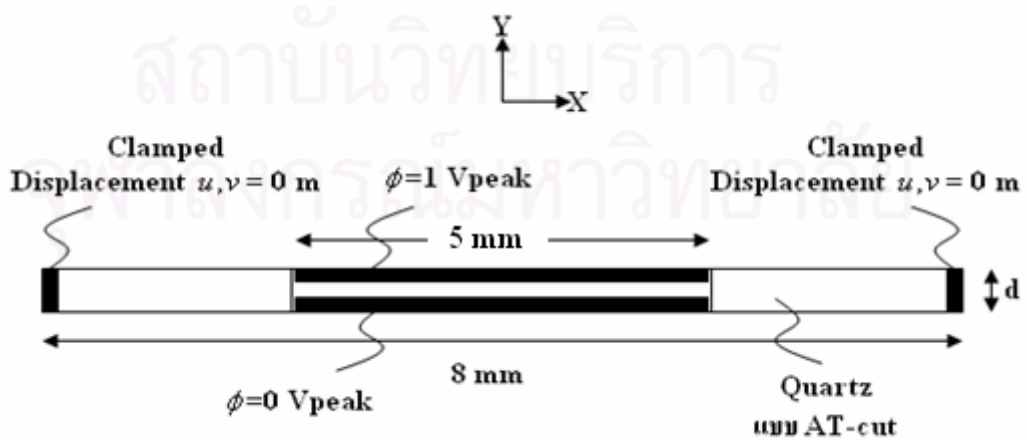
โดยแกน y เป็นแนวความหนา d ในโปรแกรม COMSOL

ส่วนเงื่อนไขขอบเขตจะเป็นดังรูปที่ 3.10 โดยยึดหมายเลขขอบตามรูปที่ 3.9

เงื่อนไขทางกล: ขอบซ้าย(1)และขอบขวา(10) Fixed , ขอบอื่นๆ (2,3,5,6,8,9) ปล่อยให้ Free

เงื่อนไขทางไฟฟ้า: ขอบล่าง(5) ground , ขอบบน(6) $V_0 = 1$ [Vpeak] , ขอบอื่นๆ

(1,2,3,8,9,10) zerocharge/symmetry



รูปที่ 3.10 เงื่อนไขขอบเขตของควอตซ์แบบ AT-cut

ส่วนที่จับโดเมนได้ใช้ค่าคงที่ของวัสดุควอตซ์แบบ AT-cut ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 โดยใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic แบ่งเอลิเมนต์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า(map mesh) แนวนอน×แนวตั้ง = $240 \times 20 = 4800$ เอลิเมนต์ ซึ่งได้มีการทดสอบจำนวนเอลิเมนต์ที่พอเหมาะในการลู่เข้าสู่คำตอบดังตารางที่ 3.2 , 3.3 โดยคำนวณแบบผลตอบสนองเชิงความถี่(frequency respond) เรียกว่า parametric solver โดยมีความถี่ freq เป็นตัวแปรค่า

ตารางที่ 3.2 ค่า total-displacement [nm] ที่จุดกึ่งกลางที่ผิวควอตซ์ เมื่อ $d = 166.8 \mu\text{m}$

ที่ความถี่ freq = 9938000 Hz เมื่อใช้เอลิเมนต์แบบ map mesh ต่างๆ กัน

แนวตั้ง แนวนอน	8	12	16	20	24	28	32
240	11.48	14.44	15.09	15.28	15.35	15.38	15.40
288	11.53	14.51	15.18	15.37	15.44	N.A.	N.A.
336	11.55	14.54	15.21	15.40	15.43	N.A.	N.A.
384	11.56	14.56	15.22	15.42	N.A.	N.A.	N.A.
432	11.56	14.56	15.23	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
480	11.56	14.56	15.23	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
528	11.56	14.56	15.23	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.

หมายเหตุ: N.A. คือ Not Available ไม่สามารถคำนวณได้เนื่องจากหน่วยความจำไม่เพียงพอ

ตารางที่ 3.3 ค่า total-displacement [nm] ที่จุดกึ่งกลางที่ผิวควอตซ์ เมื่อ $d = 166.8 \mu\text{m}$

ที่ความถี่ freq = 9938000 Hz เมื่อใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมต่างๆ กัน

จำนวนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	ค่า total-displacement (nm)
148	0.02
592	0.27
2368	3.11
9472	12.28
13312	15.13
25106	15.08

จากตารางที่ 3.2 , 3.3 จะเห็นได้ว่าในท้ายที่สุดเอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมก็มีค่าลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันกับเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยม แต่เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมจะมีความเป็นระเบียบมากกว่าเอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม จึงเลือกใช้เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยม และค่าที่พอเหมาะเพื่อไม่ให้ใช้

หน่วยความจำมากขึ้นไป ค่าที่เลือกมาคือ แนวนอน×แนวตั้ง = 240×20 = 4800 เอลิเมนต์ ซึ่งจะเห็นว่ามีความต่างจากทางขวาของตารางเพียง $\left(\frac{15.40 - 15.28}{15.40}\right) \times 100 = 0.78\%$) และมีความต่างจากข้างล่างของตารางเพียง $\left(\frac{15.42 - 15.28}{15.42}\right) \times 100 = 0.91\%$) ที่ความถี่ freq อื่นๆ ก็มีความใกล้เคียงเหมือนกับค่าการเคลื่อนตัวนี้ และค่าตัวแปรอื่นๆที่ไม่ใช่ total-displacement ก็มีความใกล้เคียงเช่นกัน

นอกจากนี้จากตารางที่ 3.2 และ 3.3 จะเห็นได้ว่าการใช้เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมจะใช้งานจำนวนเอลิเมนต์ที่น้อยกว่าแบบสามเหลี่ยม

ความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL ใน 2 มิติเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำของความถี่เรโซแนนซ์ใน 1 มิติเป็นดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 ความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL ใน 2 มิติ เปรียบเทียบกับความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้จากสมการที่ (3.18) ใน 1 มิติ ที่ความหนาของควอตซ์ d ต่างๆ

ความหนาของควอตซ์ d [μm]	ความถี่เรโซแนนซ์ [Hz] จากโปรแกรม COMSOL ใน 2 มิติ	ความถี่เรโซแนนซ์ [Hz] จากสมการที่ (3.18) ใน 1 มิติ	ความคลาดเคลื่อนจาก โมเดล 1 มิติ $\frac{f_2 - f_1}{f_1} \times 100\%$
83.4	19864268	19920732	-0.283%
139	11923258	11952439	-0.244%
166.8	9938476	9960366	-0.220%
333.6	4979190	4980183	-0.020%

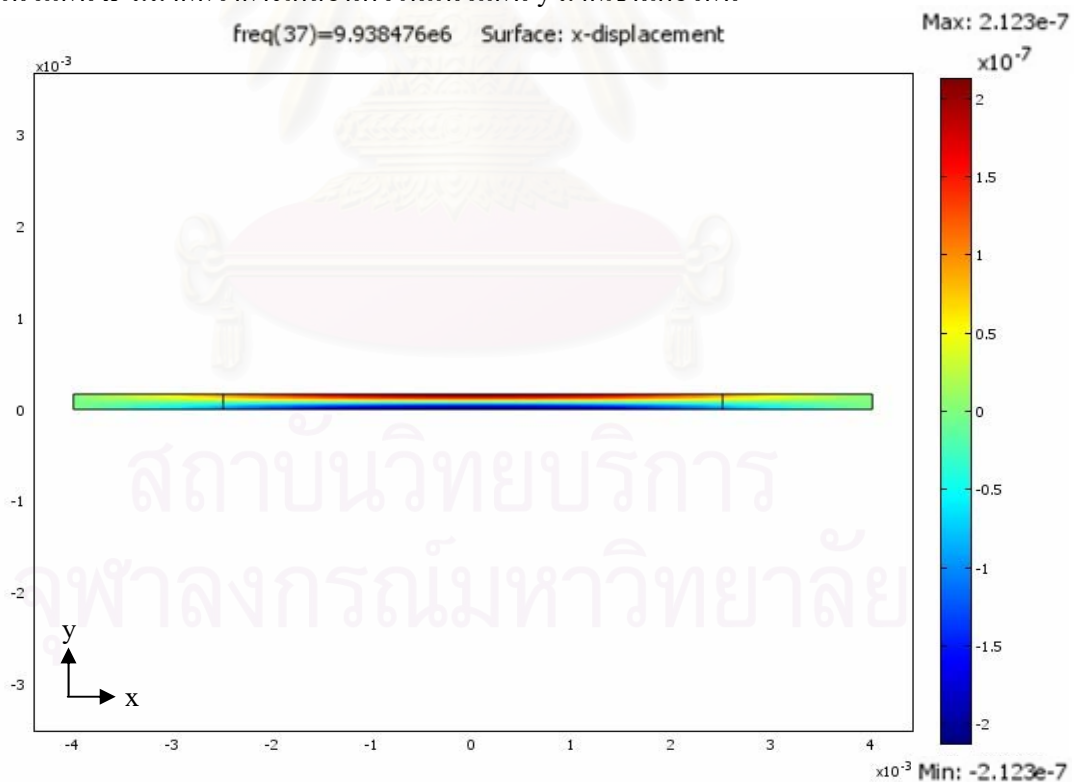
แม้ว่าความคลาดเคลื่อนเมื่อคิดเป็นเปอร์เซ็นต์จากโมเดล 1 มิติจะมีเพียงเล็กน้อย แต่เมื่อพิจารณาโดยละเอียดแล้วก็ต่างกันถึงหลักหมื่น Hz เลยทีเดียว ซึ่งความแตกต่างขนาดนี้ถือว่าสูงมากในวงจรวัด ความแตกต่างระหว่างโมเดล 2 มิติและ 1 มิติที่เป็นสาเหตุของความแตกต่างนี้คาดว่าเนื่องมาจากการกำหนดให้โมเดล 2 มิติมีคลื่นเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และแกน y และควอตซ์มีขนาดรูปร่างที่จำกัดเพียง 8 mm อีกทั้งการป้อนศักย์ไฟฟ้าเพียงบริเวณอิเล็กโทรดซึ่งในที่นี้เป็นระยะ 5 mm และที่ขอบทั้ง 2 ข้างยังมีการยึดไว้อีก ในขณะที่โมเดล 1 มิติคลื่นจะเคลื่อนที่ไปในแกน y เพียงทิศเดียวและขนาดของควอตซ์ในแกน x จะไม่จำกัด อีกทั้งการป้อนศักย์ไฟฟ้าจะกระจายทั่วทั้งผิวอิเล็กโทรด

3.3 การสั่นแบบเฉือนในแนวความหนา (Thickness Shear Mode) ของควอตซ์แบบ AT-cut

ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 3.2.1 ว่าจากค่าคงที่ทางวัสดุของควอตซ์แบบ AT-cut และลักษณะการป้อนศักย์ไฟฟ้า จะทำให้การเคลื่อนที่ของควอตซ์เป็นไปในลักษณะเฉือนเป็นส่วนใหญ่ คือการเคลื่อนที่ส่วนใหญ่จะมีมากในแนวแกน x และเป็นลักษณะของคลื่นที่แพร่ไปในแนวแกน y หรือเรียกลักษณะการสั่นแบบนี้ว่า Thickness Shear Mode (TSM) [2,15]

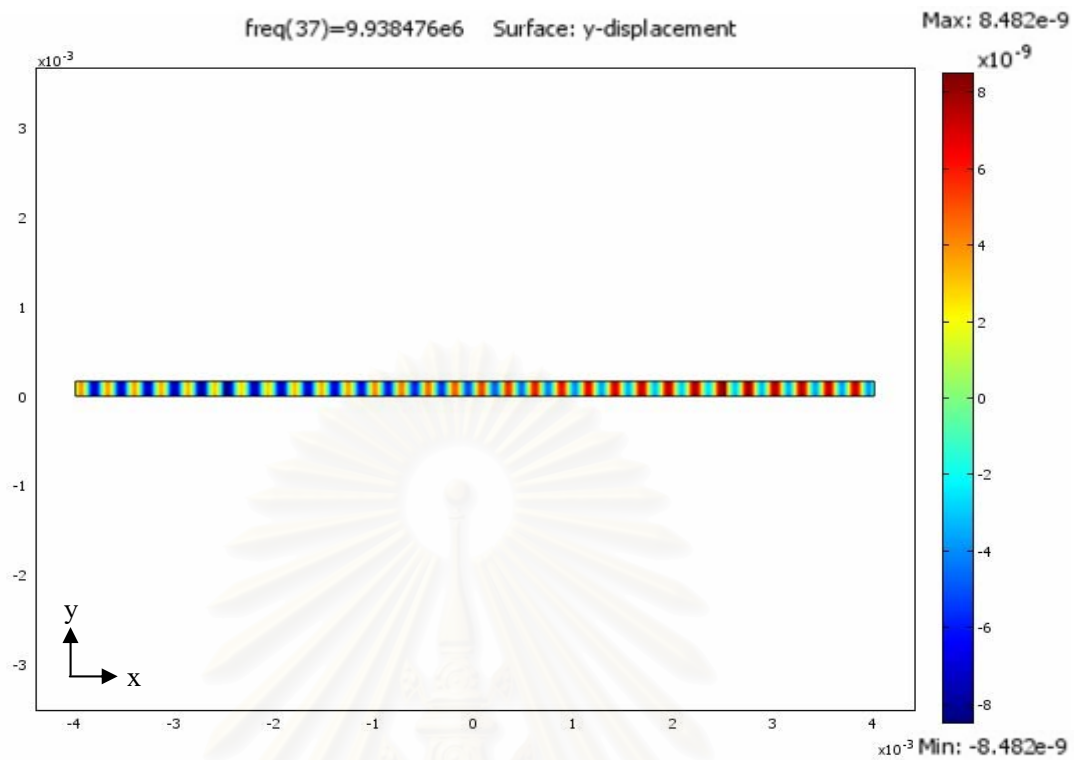
3.3.1 การสั่นทั่วบริเวณแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut

ได้ใช้แบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ใน 2 มิติ ตามหัวข้อที่ 3.2.2 เพื่อหาการเคลื่อนที่ทั่วทั้งแผ่นของควอตซ์ ทั้งการเคลื่อนที่ในแนวแกน x และการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ขณะสั่นที่ความถี่เรโซแนนซ์ ได้ผลดังแสดงในรูปที่ 3.11 และ 3.12 ตามลำดับ เมื่อใช้ควอตซ์ที่หนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่ในแนวแกน y มีเพียง 8.48 nm ส่วนการเคลื่อนที่ในแนวแกน x มีค่าสูงถึง 212.3 nm ซึ่งรูปที่ 3.13 แสดงภาพการเคลื่อนที่รวม ค่าสูงสุดของการเคลื่อนที่ในแนว y คิดเป็น 4% ของค่าสูงสุดของการเคลื่อนที่ในแนว x ส่วนที่ความหนา d ค่าอื่นอื่นๆ การเคลื่อนที่ในแนวแกน x มีมากกว่าการเคลื่อนที่ในแนวแกน y มากเช่นเดียวกัน

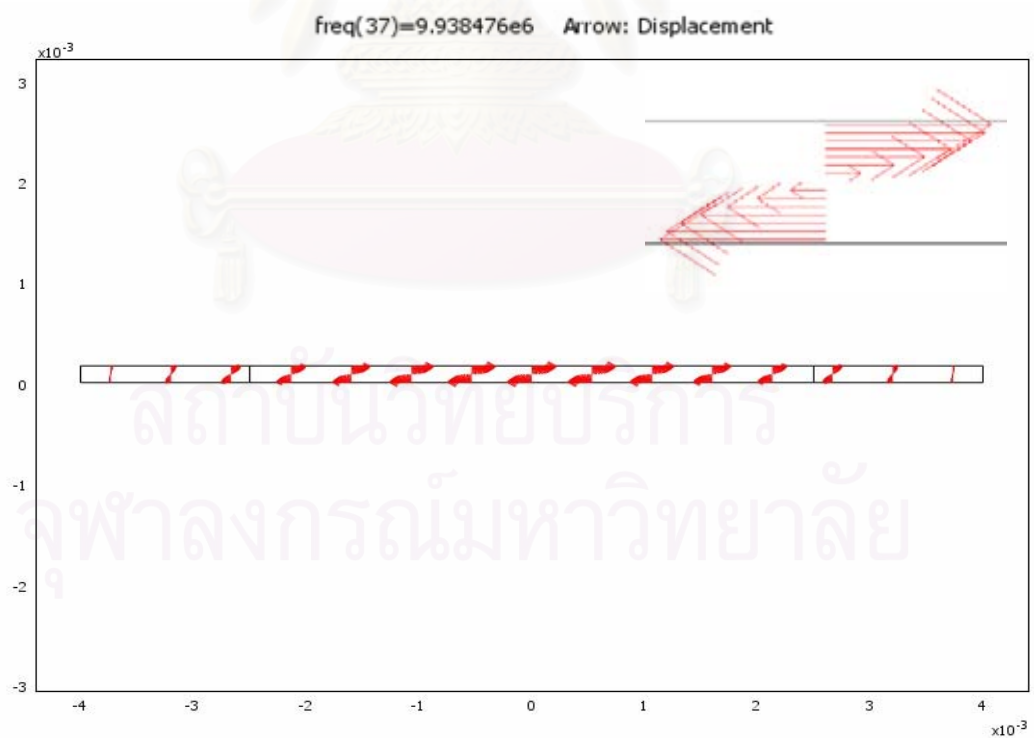


รูปที่ 3.11 การเคลื่อนที่ในแนวแกน x ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut

เมื่อมีความหนา $d=166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz



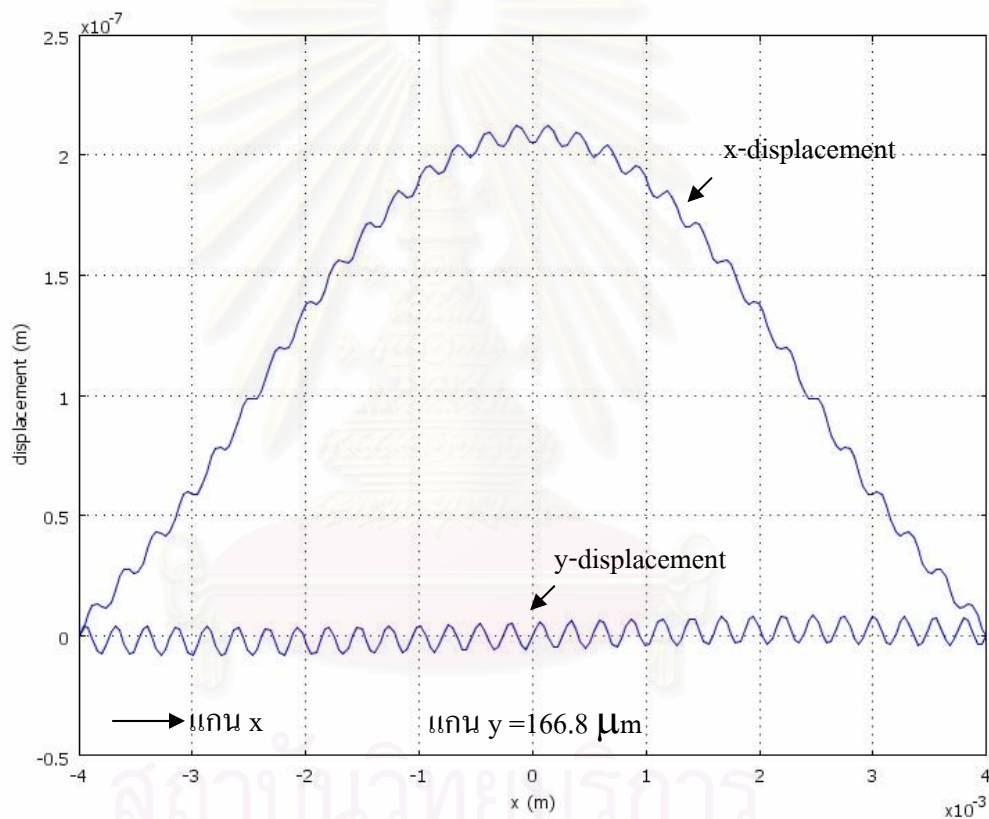
รูปที่ 3.12 การเคลื่อนตัวในแนวแกน y ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut
เมื่อมีความหนา $d=166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz



รูปที่ 3.13 ทิศทางของการเคลื่อนตัวรวม ของแผ่นควอตซ์แบบ AT-cut
เมื่อมีความหนา $d=166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz

3.3.2 การลั่นที่ผิวบนของควอตซ์แบบ AT-cut

รูปที่ 3.14 แสดงการเคลื่อนตัวที่ผิวบนของควอตซ์ในแนวแกน x และแกน y ขณะลั่นที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อใช้ควอตซ์ที่หนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ จากรูปจะเห็นได้ว่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน x ที่ผิวเป็นลักษณะเกาส์เซียน (gaussian) คือมีการเคลื่อนตัวสูงสุดที่บริเวณกลางอิเล็กโทรดและมีการเคลื่อนตัวลดน้อยลงที่บริเวณห่างจากกึ่งกลางอิเล็กโทรดซึ่งเป็นไปตามองเดียวกับกราฟของ Kuntner และ Jakoby [16] จากรูปจะเห็นได้ว่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน x นั้นสูงกว่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน y



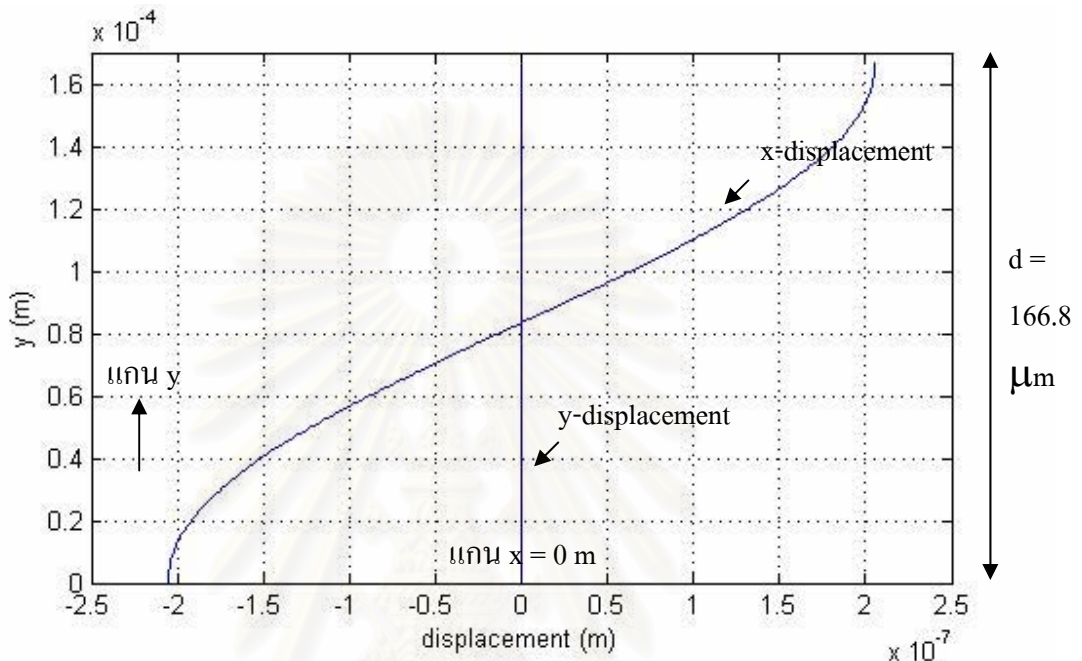
รูปที่ 3.14 การเคลื่อนตัวในแนวแกน x และแกน y ที่ผิวบนของควอตซ์แบบ AT-cut

เมื่อความหนาของควอตซ์ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz

3.3.3 การลั่นที่บริเวณกึ่งกลางของควอตซ์แบบ AT-cut (ตำแหน่ง $x = 0$)

เมื่อพิจารณาเฉพาะการเคลื่อนตัวในแนวแกน x และแกน y ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของควอตซ์ (หรือที่ตำแหน่ง $x = 0$) ซึ่งเป็นคลื่นที่แพร่ไปในแนวแกน y ขณะลั่นที่ความถี่เรโซแนนซ์ แสดงในรูปที่ 3.15 เมื่อใช้ควอตซ์หนา $d = 166.8 \mu\text{m}$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน y มีเพียงเล็กน้อย (มีค่าสูงสุด $1.44 \times 10^{-21} \text{ m}$) ส่วนการเคลื่อนตัวในแนวแกน x มีมาก คือมีค่าสูงสุด 205.02

mm ส่วนที่ความหนา d ค่าอื่นๆ การเคลื่อนตัวในแนวแกน x มีมากกว่าการเคลื่อนตัวในแนวแกน y เช่นเดียวกัน ผลที่ได้สอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ของ Martin และคณะ [17] และเป็นลักษณะของคลื่นเฉือนที่เคลื่อนที่ในแนวแกน x และแพร่ไปในแกน y



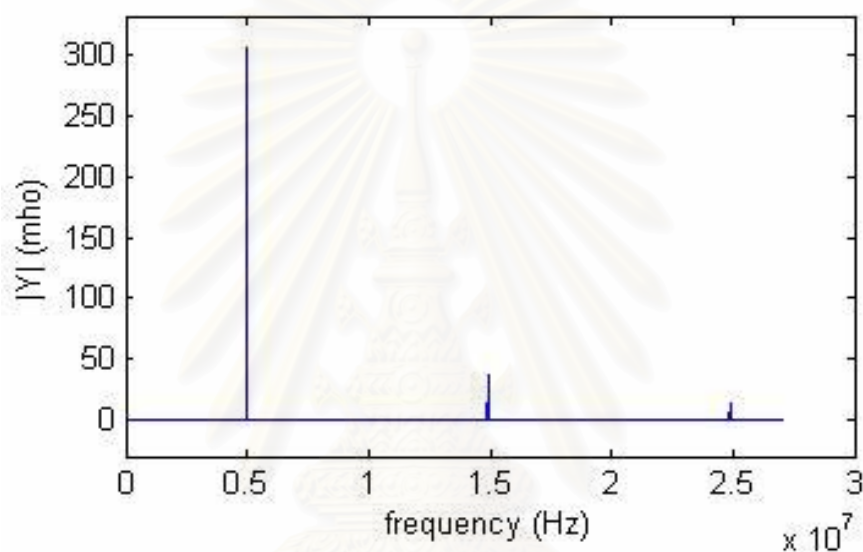
รูปที่ 3.15 การเคลื่อนตัวในแนวแกน x และแกน y ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของควอตซ์แบบ AT-cut เมื่อความหนาของควอตซ์ $d = 166.8 \mu\text{m}$ ที่ความถี่เรโซแนนซ์ 9938476 Hz

3.4 ลักษณะของคลื่นเฉือนที่เกิดขึ้นที่ควอตซ์แบบ AT-cut ที่ความถี่เรโซแนนซ์

ที่ความถี่เรโซแนนซ์แรก ความถี่เรโซแนนซ์ที่สอง และสาม จะเกิดคลื่นเฉือนเคลื่อนที่ในแนวความหนาควอตซ์แบบ AT-cut เป็นระยะ $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ ตามลำดับ โดยมีการเคลื่อนตัวสูงสุดที่ผิว ดังที่ได้กล่าวในหัวข้อ 3.2.1 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่ 1,2,3 แสดงดังตารางที่ 3.5 และกราฟของแอดมิตแดนซ์แสดงดังรูปที่ 3.16 จะเห็นว่าความถี่เรโซแนนซ์ที่ 2 และ 3 มีค่าเป็น 3 และ 5 เท่าของความถี่เรโซแนนซ์ที่ 1 ตามลำดับ

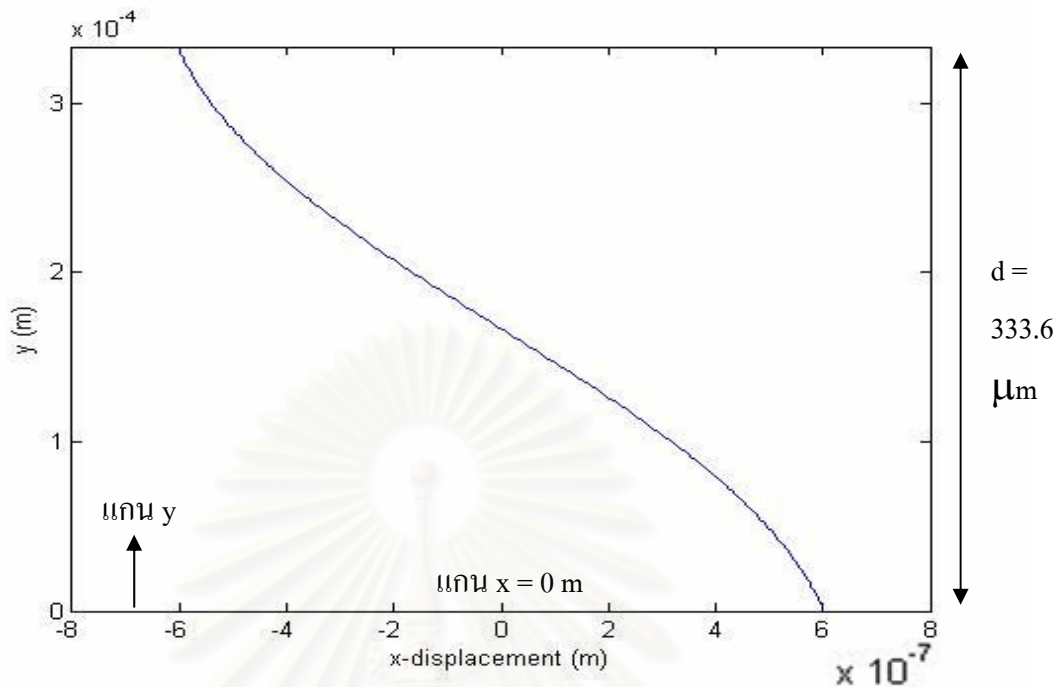
ตารางที่ 3.5 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่ 1,2,3 พร้อมทั้งแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL
ใช้ควอตซ์หนา $d = 333.6 \mu\text{m}$

เรโซแนนซ์ที่	ฮาร์โมนิกที่	ความถี่เรโซแนนซ์(Hz)	แอดมิตแตนซ์สูงสุด (S)
1	1	4979190	2.45
2	3	14939432	0.30
3	5	24906753	0.11

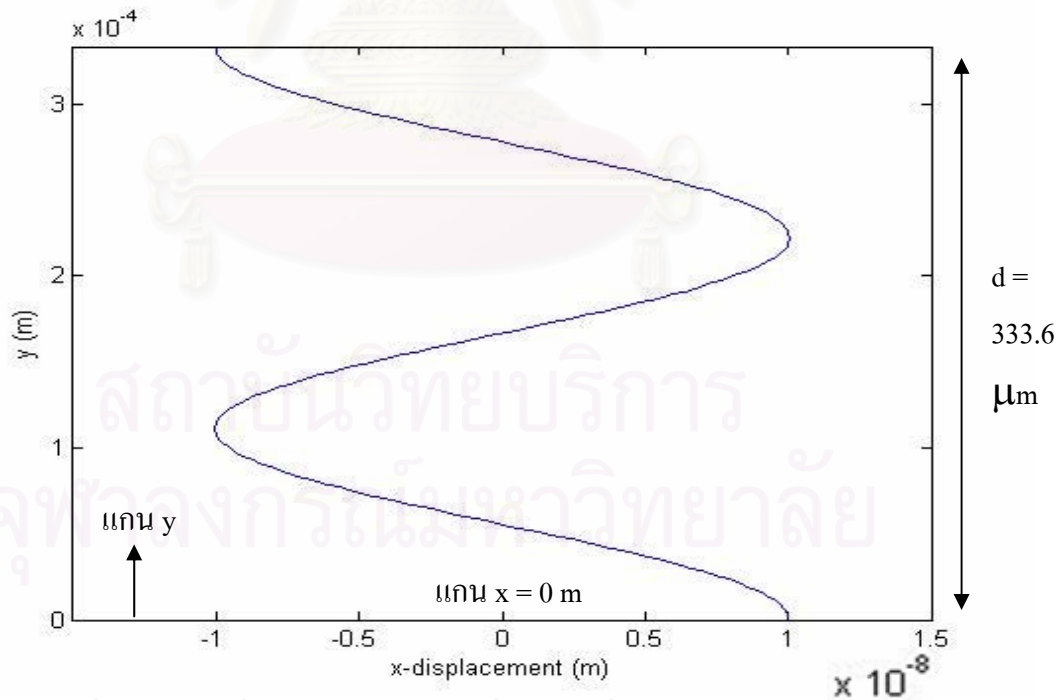


รูปที่ 3.16 กราฟขนาดของแอดมิตแตนซ์เทียบกับความถี่ของควอตซ์แบบ AT-cut
ที่ความหนา $d=333.6 \mu\text{m}$

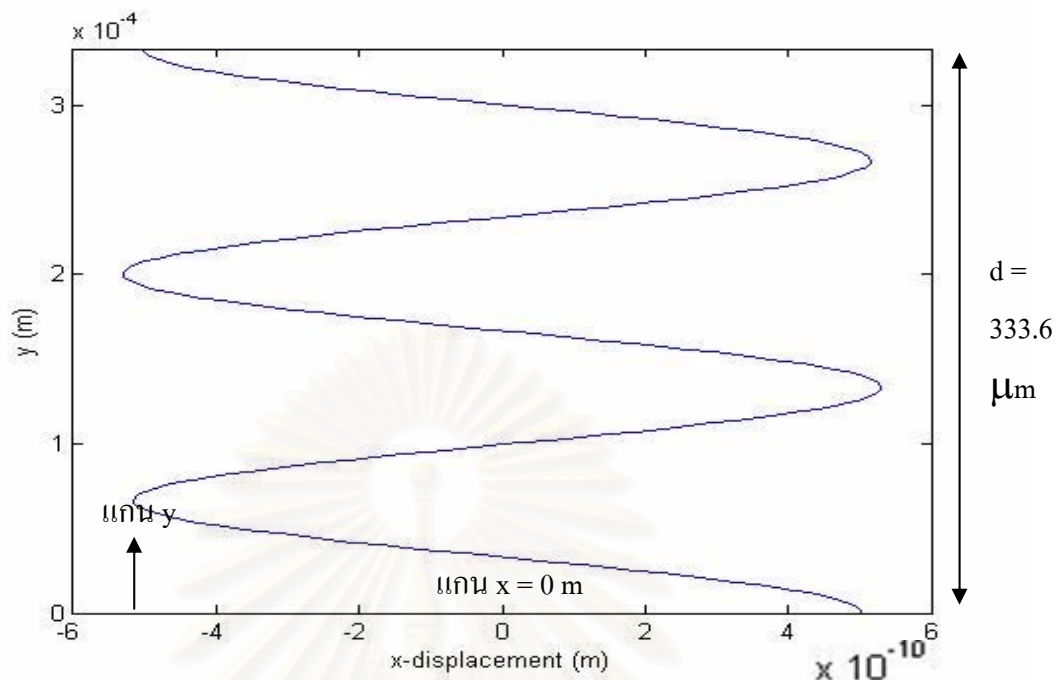
คลื่นเฉือนที่ปรากฏที่ความถี่เรโซแนนซ์ที่ 1,2,3 (ฮาร์โมนิกที่ 1,3,5) จะเคลื่อนที่ผ่านควอตซ์ในแนวความหนา (แกน y) เป็นระยะ $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ ตามที่ได้แสดงไว้ในรายงานของ Martin และคณะ [17] สามารถแสดงได้โดยโปรแกรม COMSOL โดยใช้แบบจำลองของควอตซ์ซึ่งหนา $d=333.6 \mu\text{m}$ แล้วดูค่าของการเคลื่อนตัวในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลาง(แกน $x = 0$)ของควอตซ์แบบ AT-cut ดังแสดงในรูปที่ 3.17,3.18,3.19 ตามลำดับ



รูปที่ 3.17 การเคลื่อนตัวในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 1 ค่าสูงสุดของการเคลื่อนตัวในแนว x คือ 603.05 nm



รูปที่ 3.18 การเคลื่อนตัวในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 3 ค่าสูงสุดของการเคลื่อนตัวในแนว x คือ 10.041 nm



รูปที่ 3.19 การเคลื่อนตัวในแนวแกน x ที่ตำแหน่งกึ่งกลางควอตซ์แบบ AT-cut ที่แพร่ไปในแนวความหนา (แกน y) เมื่อควอตซ์หนา $d=333.6 \mu\text{m}$ ที่ความถี่ฮาร์โมนิกที่ 5 ค่าสูงสุดของการเคลื่อนตัวในแนว x คือ 0.53065 nm

3.5 การเปรียบเทียบผลของชั้นมวลที่ติดอยู่บนผิวของ QCM กับทฤษฎีของ Sauerbrey

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง การเปรียบเทียบระหว่างความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL กับความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จากสมการของ Sauerbrey เมื่อมีมวลซึ่งในกรณีนี้คือทองคำเคลือบที่ผิวของ QCM อย่างสม่ำเสมอตลอดบริเวณอิเล็กโทรด

3.5.1 สมการของ Sauerbrey

เมื่อมีมวลมาเกาะอย่างสม่ำเสมอตลอดทั่วทั้งผิวอิเล็กโทรดของ QCM จะส่งผลต่อความถี่ในการสั่นของ QCM โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงมวลที่มาเกาะที่ผิวของ QCM กับความถี่เรโซแนนซ์ ตามสมการที่ (3.19) ที่พิสูจน์โดย Sauerbrey [2]

$$\Delta f_s = -\frac{2f_0^2 \Delta m}{A\sqrt{\rho_q \mu_q}} \quad (3.19)$$

โดยที่

Δf_s คือ ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลง [Hz]

f_0 คือ ค่าความถี่เรโซแนนซ์ตั้งต้น [Hz]

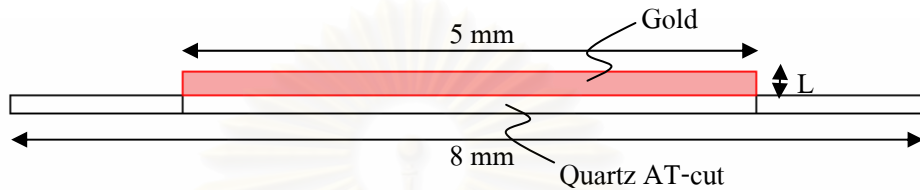
Δm คือ มวลที่มายึดเกาะผิวของ QCM [kg]

A คือ พื้นที่ของอิเล็กโทรด [m^2]

ρ_q คือ ความหนาแน่นของ QCM (2648 kg/m^3)

μ_q คือ ค่าความเหนียวของ QCM ($c_{66}^E + e_{26}^2 / \epsilon_{22}^S = 29.23618 \times 10^9 \text{ kg/m.s}^2$)

การเคลือบมวลที่ผิว QCM ในที่นี้ได้ออกใช้ทองเป็นวัสดุโดยมีความหนา L และเคลือบเฉพาะบริเวณอิเล็กโทรดเท่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.20



รูปที่ 3.20 การเคลือบทองที่ผิวบนของ QCM หนา L เฉพาะบริเวณอิเล็กโทรด

ดังนั้นมวลของทองที่อยู่บนผิวของ QCM (Δm) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.20)

$$\Delta m = \rho_g \Delta V = \rho_g LA \quad (3.20)$$

เมื่อ

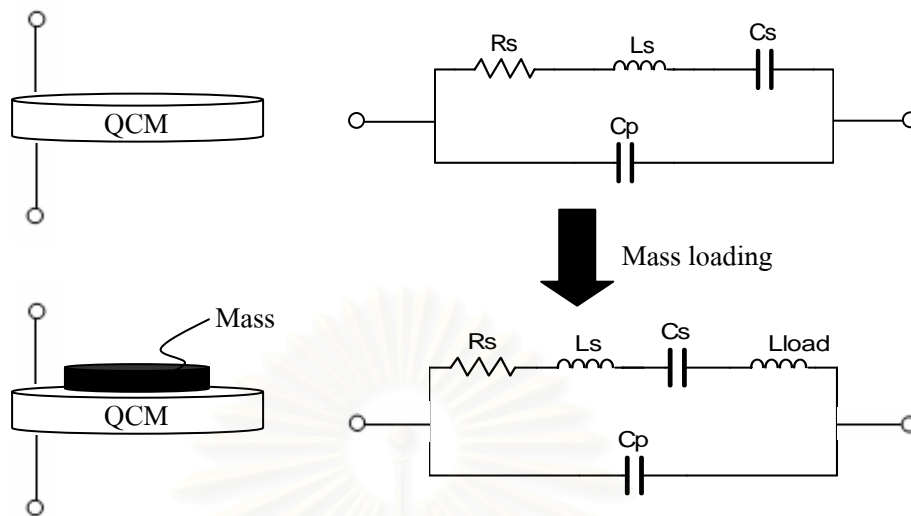
ρ_g คือ ความหนาแน่นของทอง (19300 kg/m^3)

ดังนั้นสมการที่ (3.19) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.21)

$$\Delta f_s = -\frac{2f_0^2 \rho_g LA}{A\sqrt{\rho_q \mu_q}} = -\frac{2f_0^2 \times 19300L}{\sqrt{2648 \times 29.23618 \times 10^9}} = -0.004387 f_0^2 L \quad (3.21)$$

การวิเคราะห์ด้าน QCM ต้องมีความเกี่ยวข้องกับวงจรไฟฟ้า ดังนั้นจึงมีการเปลี่ยนแปลงการสั้นทางกลเป็นวงจรทางไฟฟ้าโดยสามารถแสดงวงจรสมมูลทางไฟฟ้าได้ดังรูปที่ 3.21 [17]

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.21 วงจรสมมูลของQCM ก่อนและหลังมีมวลมาเกาะที่ผิวอิเล็กโทรด

โดยที่

C_p คือ ค่าความจุไฟฟ้าของอิเล็กโทรดที่ประกบอยู่ที่ทั้ง 2 ด้านของ QCM

R_s คือ ค่าความต้านทาน แทน การสูญเสียพลังงานของ QCM ในขณะสั่น

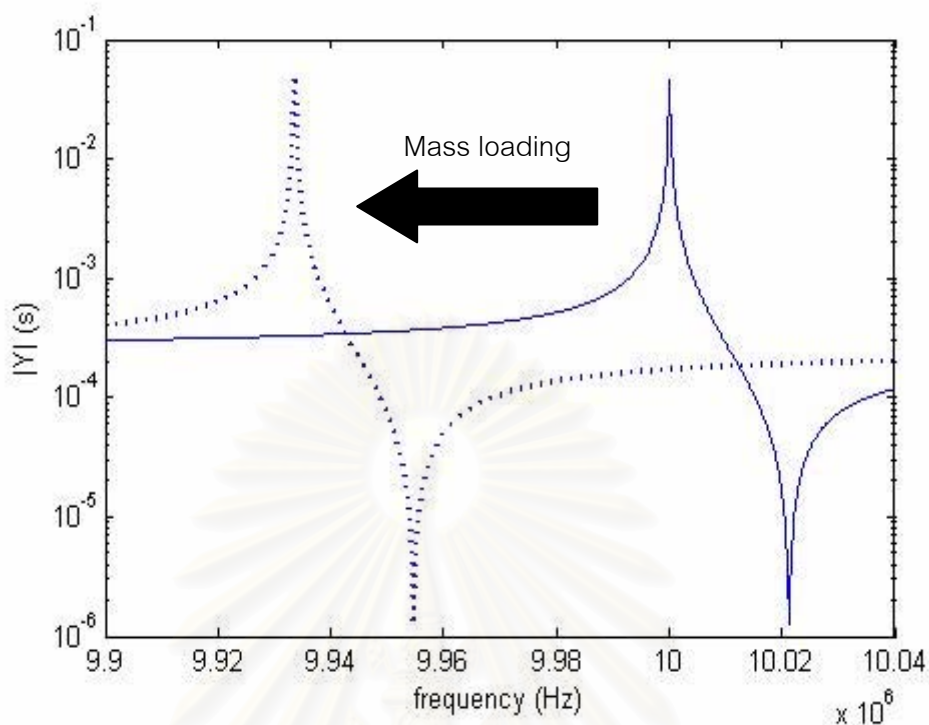
L_s คือ ตัวเหนี่ยวนำ C_s คือ ตัวเก็บประจุ

L_{load} คือ ตัวเหนี่ยวนำที่เกิดจากมวลมาเกาะที่ผิวของ QCM

จะเห็นว่า การใส่มวลมาเกาะที่ผิวของ QCM ผลกระทบก็คือการเพิ่มตัวเหนี่ยวนำ L_{load} เข้ามาในวงจร ดังนั้น กราฟของแอดมิตแดนซ์จะมีลักษณะและขนาดเท่าเดิม เพียงแต่มีการเลื่อนความถี่เรโซแนนซ์ไปทางด้านซ้าย (ลดความถี่เรโซแนนซ์ ดังแสดงในสมการที่ (3.22)) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงลักษณะของกราฟแอดมิตแดนซ์ของ QCM แสดงในรูปที่ 3.22

$$f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \Rightarrow f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_s + L_{load})C_s}} \quad (3.22)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



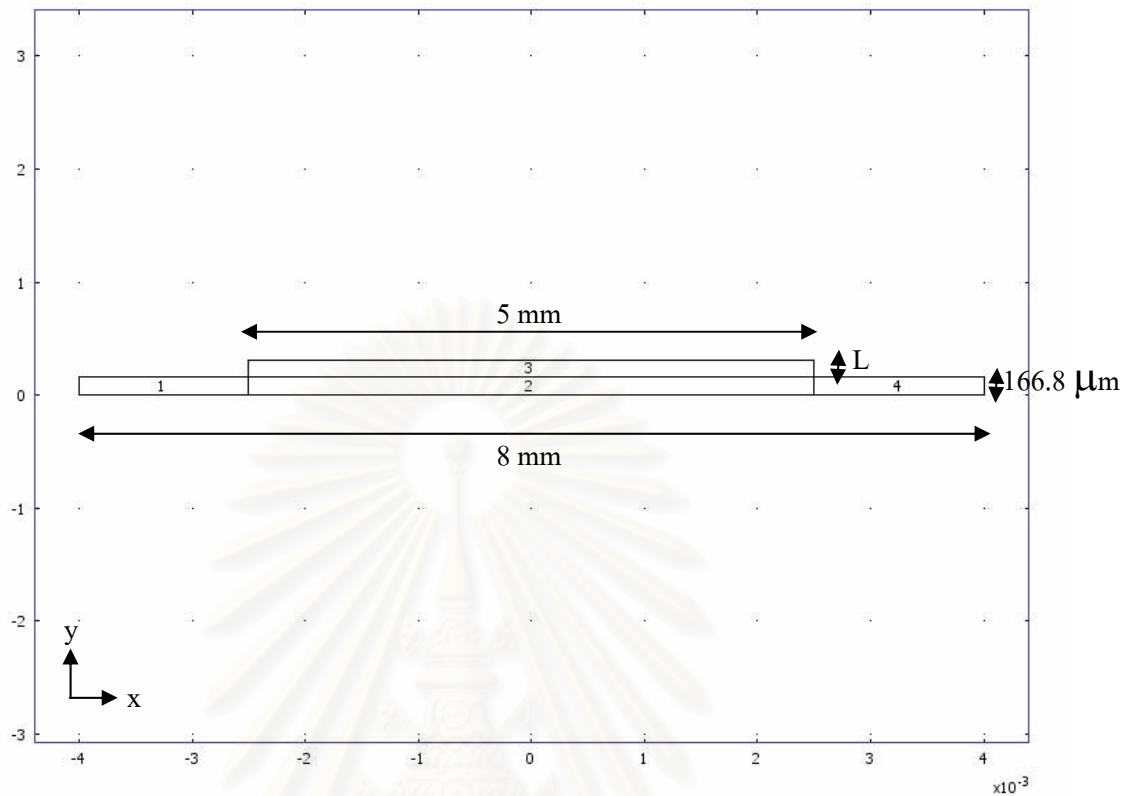
รูปที่ 3.22 กราฟแอดมิตแตนซ์ของ QCM ที่มีการเปลี่ยนแปลงหลังจากมี mass loading

3.5.2 แบบจำลองของชั้นมวลในโปรแกรม COMSOL

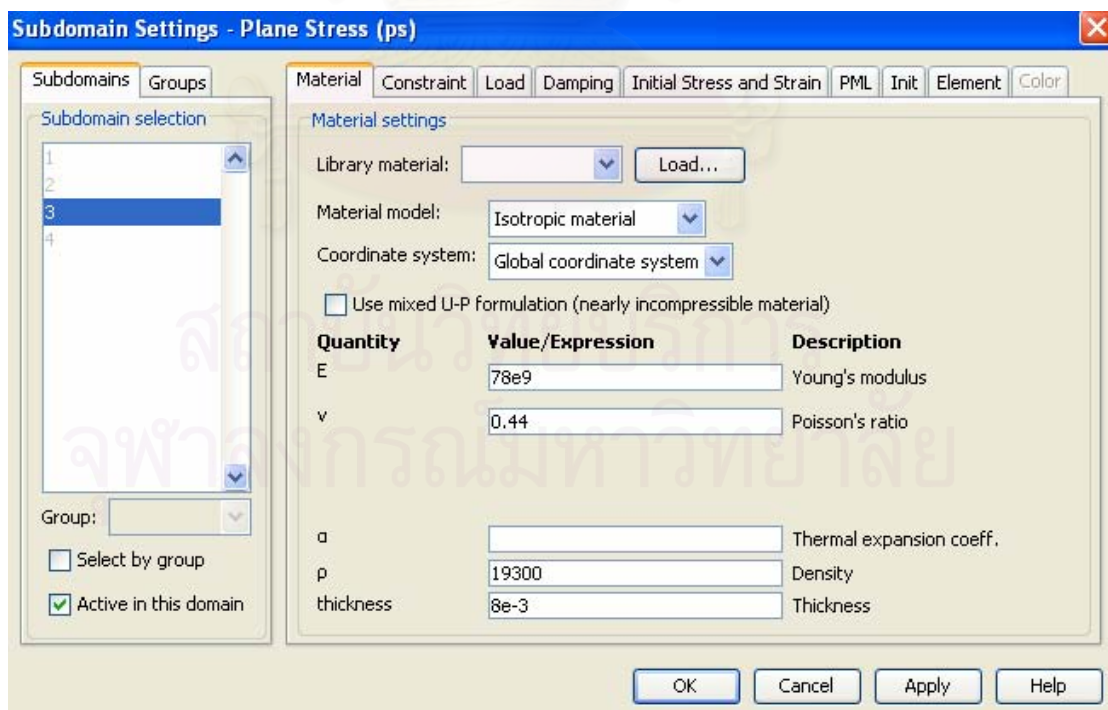
สร้างแบบจำลองตามรูปที่ 3.23 โดยแปรค่าความหนา L แล้วดูค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL

กำหนดชั้นโดเมน 1,2,4 ให้เป็นควอตซ์แบบ AT-cut ใช้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 mm หนา $166.8 \mu\text{m}$ ใช้โหมดการคำนวณแบบ piezo plane stress และมีความหนาทางแกน z คือ 8 mm

กำหนดชั้นโดเมน 3 ให้เป็นชั้นทอง เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้างเท่าอิเล็กทรอนิกส์คือ 5 mm หนา L ใช้โหมดการคำนวณแบบ plane stress ใส่ค่าคงที่วัสดุทองดังรูปที่ 3.24 คือใส่ค่าวัสดุ 3 ค่า ดังนี้ Young's modulus (E_g) = $78 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, Poisson's ratio (ν_g) = 0.44, Density (ρ_g) = 19300 kg/m^3 และมีความหนาทางแกน z คือ 8 mm



รูปที่ 3.23 แบบจำลองของ QCM ที่มีชั้นทองหนา L เคลือบอยู่ที่ผิวอิเล็กทรอนิกส์



รูปที่ 3.24 ค่าวัสดุของทองที่ใส่ในโปรแกรม COMSOL

การกำหนดเงื่อนไขทำในทำนองเดียวกับแบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ธรรมดา คือเป็นดังรูปที่ 3.10 โดยมีการเชื่อมต่อเงื่อนไขขอบเขตคือการเคลื่อนตัวในแนวแกน x และแกน y (ตัวแปร u และ v) กับชั้นทองที่ผิวสัมผัสระหว่างควอตซ์กับทองเพิ่มขึ้นมา

การคำนวณใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic ในทุกชั้นโดเมน แบ่งเอลิเมนต์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (map mesh) ที่ตัวควอตซ์ใช้เป็นแบบเดิมคือ แนวนอน×แนวตั้ง = $240 \times 20 = 4800$ เอลิเมนต์ และที่ชั้นทองเป็น แนวนอน×แนวตั้ง = $150 \times 1 = 150$ เอลิเมนต์ (ซึ่งใช้เพียงแนวตั้ง 1 ชั้นที่ชั้นทอง คำตอบก็มีการลู่เข้า เพราะชั้นทองมีความหนาน้อยมากเมื่อเทียบกับควอตซ์) รวมเอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งหมดเป็น 4950 เอลิเมนต์

ความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL พร้อมทั้งขนาดของแอดมิตแตนซ์ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อแปรค่าความหนาของทอง L แสดงดังตาราง 3.6

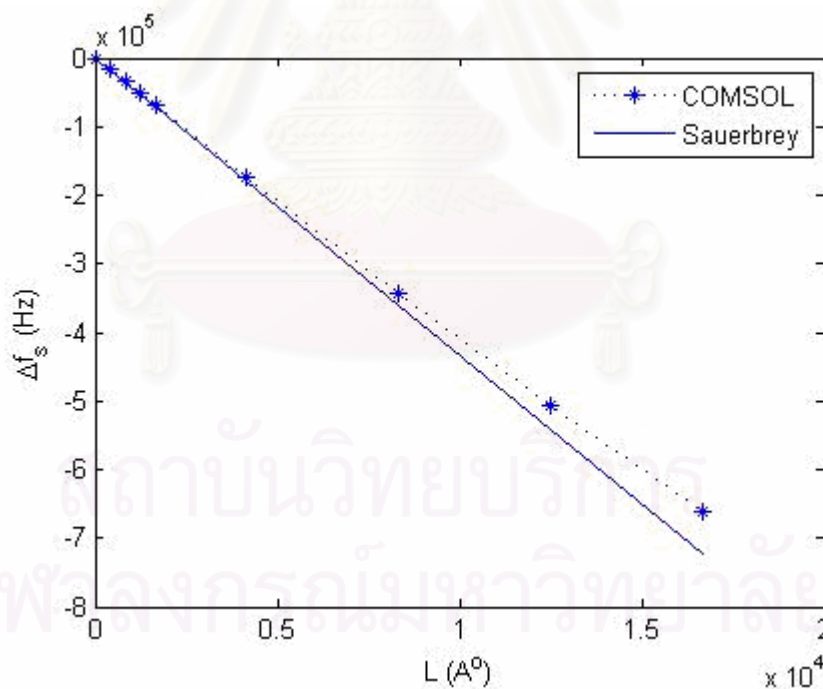
ตาราง 3.6 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ พร้อมทั้งค่าแอดมิตแตนซ์ ที่ความหนาของทอง L ค่าต่างๆ

ความหนาของทอง L [Å°]	ความถี่เรโซแนนซ์ f_s [Hz]	แอดมิตแตนซ์สูงสุด $ Y _{\max}$ [S]	$\Delta f_s = f_s - f_0$ [Hz]
0	9938476	5.28	0
417	9921219	5.32	-17257
834	9903839	5.31	-34637
1251	9886396	5.32	-52080
1668	9868927	5.34	-69549
4170	9764530	5.28	-173946
8340	9594829	5.29	-343647
12510	9432030	5.28	-506446
16680	9276507	5.28	-661969

เมื่อนำการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ Δf_s ที่คำนวณได้จากโปรแกรม COMSOL มาเปรียบเทียบกับ Δf_s ที่คำนวณได้จากสมการที่ 3.21 ซึ่งเป็นผลที่ได้มาจากสมการของ Sauerbrey จะได้ผลดังตารางที่ 3.7 และเปรียบเทียบเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.25

ตารางที่ 3.7 Δf_s ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL เทียบกับที่ได้จากสมการของ Sauerbrey ที่ความหนาของทอง L ต่างๆกัน

ความหนาของทอง L [Å°]	Δf_s [Hz] COMSOL	Δf_s [Hz] สมการที่ 3.21
0	0	0
417	-17257	-18069
834	-34637	-36139
1251	-52080	-54208
1668	-69549	-72277
4170	-173946	-180694
8340	-343647	-361388
12510	-506446	-542082
16680	-661969	-722776



รูปที่ 3.25 กราฟ Δf_s ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL เทียบกับที่ได้จากสมการของ Sauerbrey ที่ความหนาของทอง L ต่างๆกัน

จะเห็นว่าที่ความหนาของ L น้อยๆ (มวลของทอง Δm น้อยๆ) ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลง Δf_s ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากสมการของ Sauerbrey

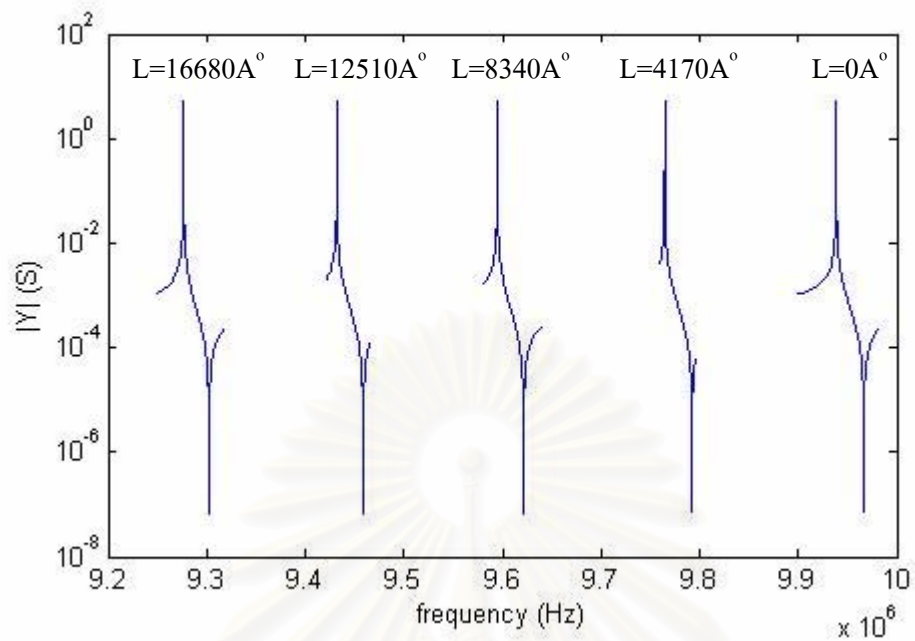
ส่วนที่ความหนาของ L มากๆ (มวลของทอง Δm มากๆ) ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลง Δf_s ที่ได้จากโปรแกรม COMSOL จะแตกต่างจากสมการของ Sauerbrey มาก ทั้งนี้เนื่องจากว่าสมการของ Sauerbrey นั้นมีข้อจำกัด [18] คือสามารถคำนวณได้เฉพาะที่การเปลี่ยนแปลงมวล Δm น้อยๆ เท่านั้น

การหากราฟแอดมิตแดนซ์ต้องใช้การสแกนความถี่ที่ห่างกันละเอียดถึง 1 Hz จึงจะได้ขนาดของแอดมิตแดนซ์สูงสุดใกล้เคียงกันที่ความหนาของ L ต่างๆ กันตามตารางที่ 3.6 เนื่องจากหากสแกนด้วยความถี่ที่ห่างกันละเอียดเพียง 10 Hz จะได้ขนาดของแอดมิตแดนซ์ที่สูงสุดไม่ถึงค่าที่ทำให้เกิดความถี่เรโซแนนซ์ (≈ 5.3 S) คือ ที่ความหนาของ L ต่างๆ กันจะได้ค่าขนาดของแอดมิตแดนซ์สูงสุดไม่ใกล้เคียงกัน เพราะความละเอียดในการสแกนไม่เพียงพอดังแสดงในตารางที่ 3.8

ตารางที่ 3.8 ค่าความถี่ที่ทำให้เกิดค่าขนาดของแอดมิตแดนซ์สูงสุด พร้อมทั้งค่าแอดมิตแดนซ์นั้นที่ความหนาของ L ต่างๆ เมื่อสแกนด้วยความละเอียดเพียง 10 Hz

ความหนาของทอง L [\AA]	ความถี่ [Hz] ที่ทำให้ แอดมิตแดนซ์สูงสุด	ขนาดแอดมิตแดนซ์สูงสุด [S]
0	9938480	3.50
417	9921220	5.09
834	9903840	5.21
1251	9886400	3.49
1668	9868930	3.89

กราฟของขนาดแอดมิตแดนซ์ที่สแกนละเอียดพอจะมีลักษณะที่เหมือนกัน เมื่อความหนาของ L ต่างๆ กัน สิ่งที่แตกต่างกันคือการเลื่อนตำแหน่งของความถี่เรโซแนนซ์ไปในทิศทางที่ต่ำลงเมื่อความหนามากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 3.26

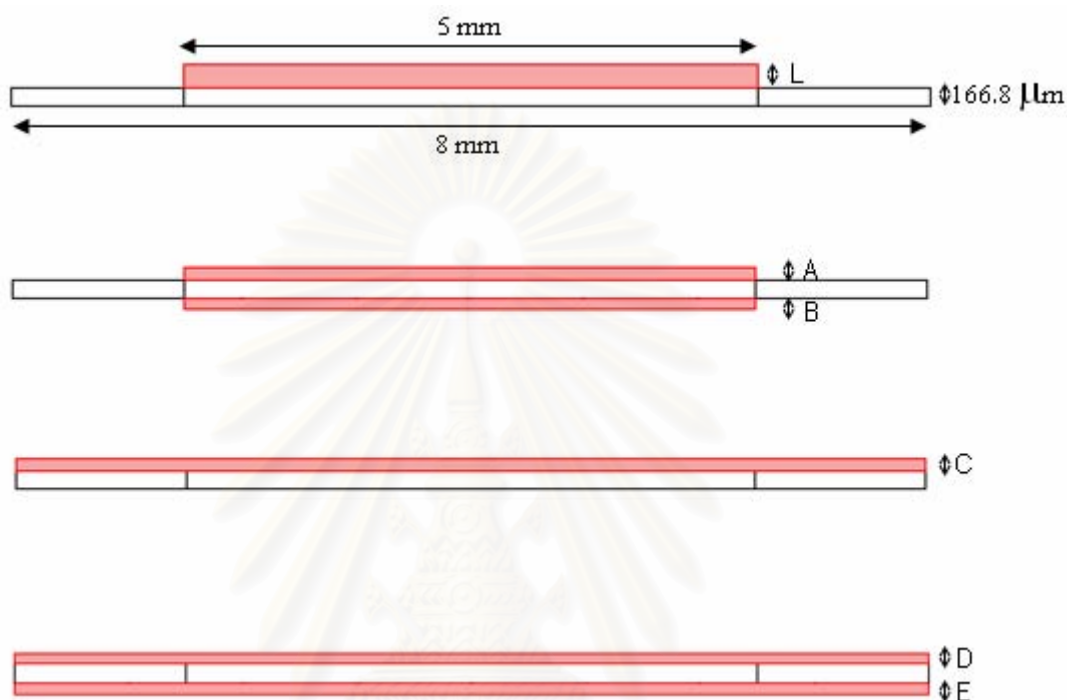


รูปที่ 3.26 กราฟขนาดของแอดมิแตนซ์เมื่อเกิด mass loading ของชั้นทองที่ความหนา L ต่างๆกัน
เมื่อสแกนละเอียดถึง 1 Hz

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.5.3 แบบจำลองของชั้นมวล 2 ชั้นในโปรแกรม COMSOL

หัวข้อนี้เป็นการเปรียบเทียบความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM ระหว่างการมีมวลที่เคลือบฝั่งเดียวกับการมีมวลที่เคลือบทั้ง 2 ฝั่ง ดังแสดงในรูปที่ 3.27



รูปที่ 3.27 รูปแบบการเคลือบมวลยูนิฟอร์ม 2 ฝั่งแบบต่างๆ

จากการคำนวณด้วยโปรแกรม COMSOL พบว่า ไม่ว่าเราจะทำการเคลือบมวลที่ผิวของ QCM เป็นแบบฝั่งเดียวหรือ 2 ฝั่ง ถ้าความหนาของมวลที่เคลือบมีค่าเท่ากันแล้ว ความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้ก็จะมีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน ดังแสดงในตารางที่ 3.9 ซึ่งเป็นการแสดงว่าผลกระทบของมวลที่มาเคลือบที่ผิวของ QCM มีผลต่อคลื่นเฉือนที่แพร่ไปในแนวความหนาของ QCM ทั้ง 2 ฝั่ง และทฤษฎีของ Sauerbrey ก็สามารถใช้ได้กับการเปลี่ยนแปลงมวลทั้ง 2 ฝั่งของ QCM

ตารางที่ 3.9 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้จาก COMSOL ที่ความหนาของทองฝังเดียว และ 2 ฝั่งที่ควอดซ์หนา $d = 166.8 \mu\text{m}$

ความหนา [A°]	ความถี่เรโซแนนซ์(f_r (Hz))	แอดมิตแตนซ์สูงสุด (mho)
L=0	9938476	5.28
L=417	9921219	5.32
A=208.5 , B=208.5	9921219	5.31
C=417	9920367	5.29
D=208.5 , E=208.5	9920366	5.30
L=834	9903839	5.31
A=417 , B=417	9903837	5.28
L=1251	9886396	5.32
A=834 , B=417	9886391	5.28

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การคำนวณเพื่อนำ QCM ไปประยุกต์ใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์

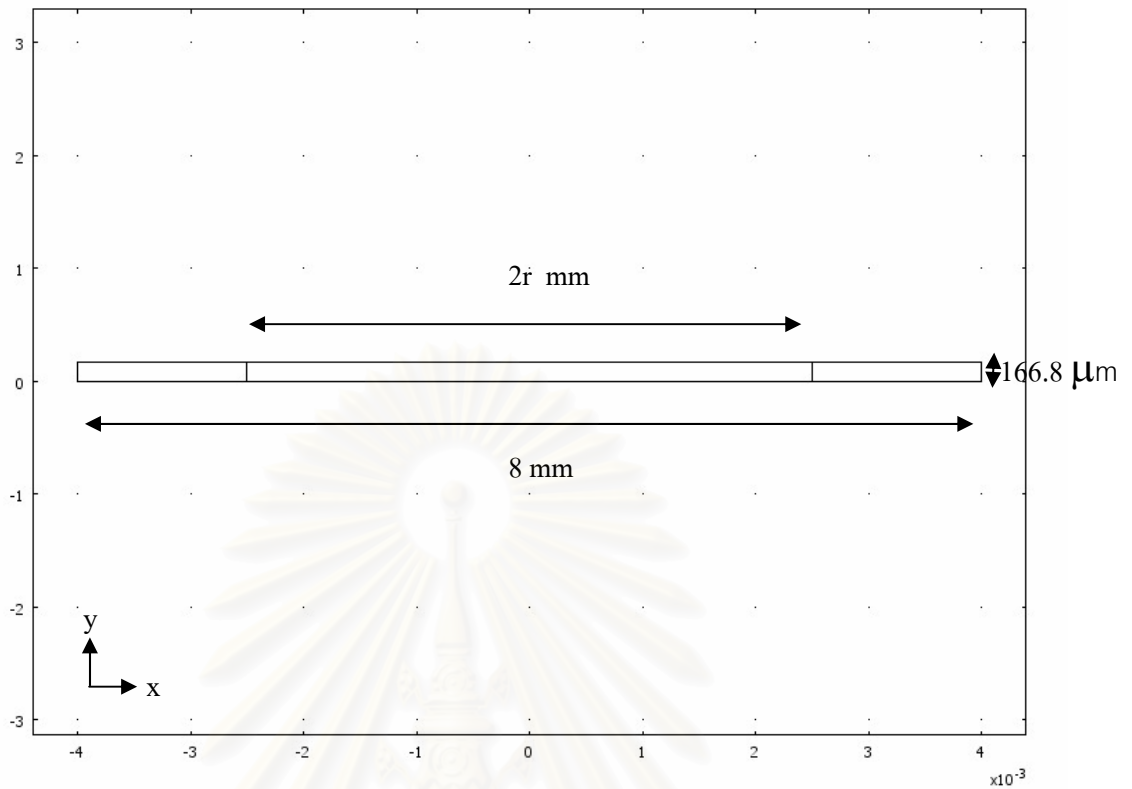
ในบทนี้จะกล่าวถึงการใช้โปรแกรม COMSOL ในการวิเคราะห์ QCM เพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์ โดยจะกล่าวถึง

1. ผลของรัศมีอิเล็กโทรดที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์
2. ผลของตำแหน่งต่างๆในการวางมวลลงบน QCM ที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์
3. ผลของการเปลี่ยนขนาดแรงดันไฟฟ้าที่มีต่อการสั่นของ QCM
4. ผลของการที่มีมวลมาเกาะแบบไม่สม่ำเสมอบน QCM ที่มีต่อความถี่เรโซแนนซ์

4.1 ผลของขนาดรัศมีอิเล็กโทรดต่อความถี่เรโซแนนซ์

ได้สร้างแบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ใน 2 มิติ ตามหัวข้อที่ 3.2.2 โดยคงค่าความหนาของควอตซ์ไว้ที่ $166.8 \mu\text{m}$ และผลึกควอตซ์มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 mm แต่แปรค่าของรัศมีอิเล็กโทรด r ที่เป็นระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้า โดยละเอียดความหนาของอิเล็กโทรด เพื่อดูความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไป แบบจำลองแสดงดังรูปที่ 4.1

ใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic แบ่งเอลิเมนต์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (map mesh) แนวนอน×แนวตั้ง= $240 \times 20 = 4800$ เอลิเมนต์ เหมือนแบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut หัวข้อที่ 3.2.2

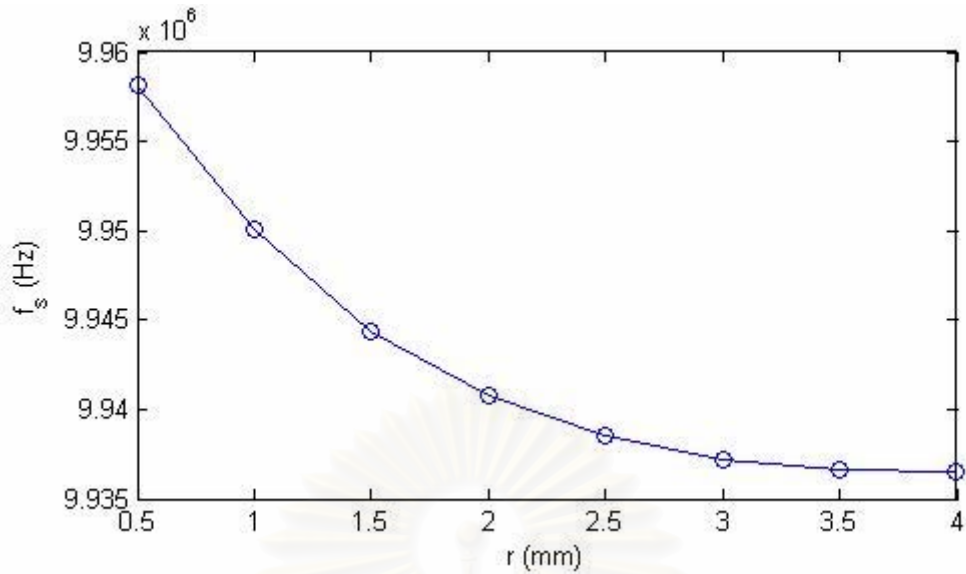


รูปที่ 4.1 กวอดซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยแปรค่ารัศมีเล็กโทรด r ในโปรแกรม COMSOL

ผลการคำนวณแสดงดังตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.2

ตารางที่ 4.1 ความถี่เรโซแนนซ์และแอดมิตแตนซ์สูงสุดของควอดซ์แบบ AT-cut เมื่อมีรัศมีเล็กโทรดต่างๆกัน

รัศมีเล็กโทรด r [mm]	ความถี่เรโซแนนซ์ f_r [Hz]	แอดมิตแตนซ์สูงสุด [S]
0.5	9958158	0.42
1	9950028	1.51
1.5	9944385	2.79
2	9940751	4.04
2.5	9938476	5.28
3	9937168	6.32
3.5	9936603	7.18
4	9936502	7.50



รูปที่ 4.2 กราฟความถี่เรโซแนนซ์เมื่อแปรค่ารัศมีอเล็กโตรด r

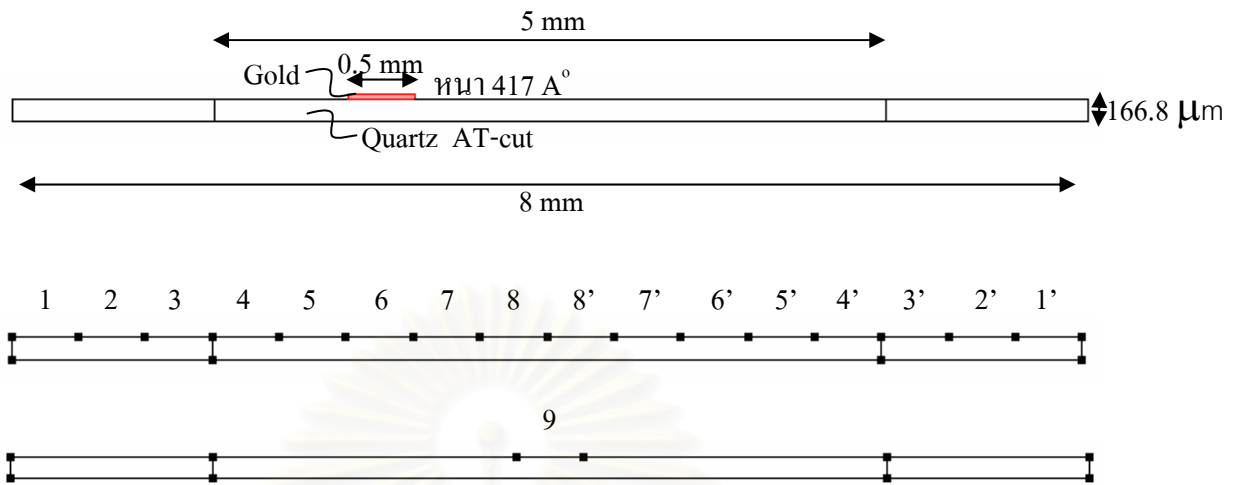
จะเห็นได้ว่าเมื่อรัศมีอเล็กโตรดหรือระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้าเพิ่มขึ้นความถี่เรโซแนนซ์จะมีค่าลดลง ทั้งนี้เนื่องมาจากความจำกัดของเส้นผ่านศูนย์กลางของผลึกควอตซ์ ดังนั้นถ้ารัศมีอเล็กโตรดหรือระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้าน้อยผลึกควอตซ์จะได้รับแรงดันไฟฟ้าอย่างเต็มที่และมีการสั่นที่เป็นอิสระมากเนื่องจากไกลจากขอบที่ถูกยึดไว้

ดังนั้นในการออกแบบผลึกควอตซ์ที่จะนำมาใช้เป็น QCM จึงควรออกแบบให้มีรัศมีอเล็กโตรดที่น้อย เพื่อจะได้ทำให้ควอตซ์ที่ได้มีความถี่เรโซแนนซ์ที่สูงขึ้น เมื่อนำมาวัดมวลก็จะได้ค่าการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ Δf_s ที่สูงขึ้นตามไปด้วย ซึ่งสามารถแสดงได้จากสมการของ Sauerbrey (สมการที่ (3.19)) ที่มีค่าแปรผันโดยตรงกับ f_0^2

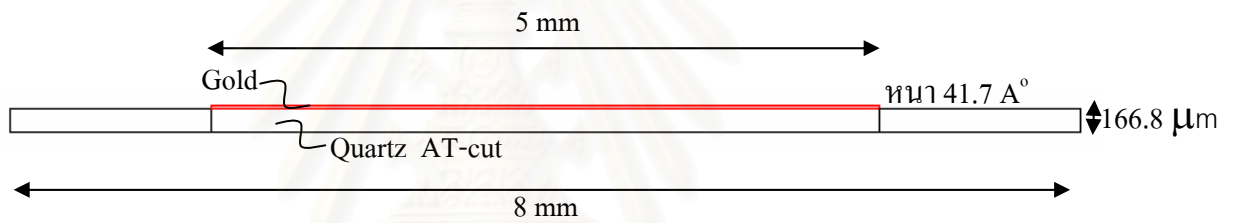
4.2 ผลของการเปลี่ยนบริเวณการเกาะของมวลต่อความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM

ได้สร้างแบบจำลองวางทองขนาดกว้าง 0.5 mm (1 ใน 10 ส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางอเล็กโตรด) หนา 417 Å ที่ตำแหน่ง 1 ถึง 9 บน QCM ซึ่งหนา 166.8 μm เส้นผ่านศูนย์กลาง 8 mm และมีรัศมีอเล็กโตรด 5 mm ตามรูปที่ 4.3 และลองใส่ท่อที่มีขนาดเท่ากันคือกว้าง 5 mm (เท่าเส้นผ่านศูนย์กลางอเล็กโตรด) หนา 41.7 Åm ตามรูปที่ 4.4 ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงจะขึ้นกับตำแหน่งอย่างไร

ค่าวัสดุของทองมีดังนี้ Young's modulus (E_g) = 78×10^9 N/m², Poisson's ratio (ν_g) = 0.44, Density (ρ_g) = 19300 kg/m³ และมีความหนาทางแกน z คือ 8 mm



รูปที่ 4.3 ตำแหน่งการใส่ทองบนผิวของ QCM



รูปที่ 4.4 การวางทองแบบยูนิฟอร์มขนาดเท่าเส้นผ่านศูนย์กลางอิเล็กโทรด และหนา 41.7 A°

การคำนวณใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic โดยแบ่งเอลิเมนต์เป็นแบบสี่เหลี่ยม (map mesh) ที่ตัวคอร์ดซ์เป็น $\text{แนวนอน} \times \text{แนวตั้ง} = 240 \times 20 = 4800$ เอลิเมนต์ ส่วนทองที่ตำแหน่งต่างๆ เป็น $\text{แนวนอน} \times \text{แนวตั้ง} = 15 \times 1 = 15$ เอลิเมนต์ รวมเอลิเมนต์ทั้งหมดเป็น 4815 เอลิเมนต์

ส่วนแบบจำลองที่เป็นแบบชั้นทองยูนิฟอร์มทั่วอิเล็กโทรด ใช้เอลิเมนต์ที่ชั้นทองเป็น $\text{แนวนอน} \times \text{แนวตั้ง} = 150 \times 1 = 150$ เอลิเมนต์ รวมเอลิเมนต์ทั้งหมดเป็น 4950 เอลิเมนต์

ผลของความถี่เรโซแนนซ์เมื่อทำการเปลี่ยนบริเวณการเกาะของทองแสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ความถี่เรโซแนนซ์พร้อมทั้งค่าแอดมิตแดนซ์สูงสุด
เมื่อใส่ทองที่ตำแหน่งต่างๆ บน QCM

ตำแหน่ง	ความถี่เรโซแนนซ์ f_s [Hz]	แอดมิตแดนซ์สูงสุด $ Y _{\max}$ [S]	Δf_s [Hz]
nolayer	9938476	5.28	0
1 หรือ 1'	9938457	5.29	-19
2 หรือ 2'	9938349	5.29	-127
3 หรือ 3'	9938087	5.28	-389
4 หรือ 4'	9937603	5.26	-873
5 หรือ 5'	9937013	5.27	-1463
6 หรือ 6'	9936472	5.28	-2004
7 หรือ 7'	9936084	5.21	-2392
8 หรือ 8'	9935895	5.24	-2581
9(ตรงกลาง)	9935872	5.20	-2604
ยูนิฟอร์มทั่วทั้ง อิเล็กโทรด กว้าง 5 mm หน้า 41.7 Am	9936759	5.25	-1717

จากผลที่ได้จะพบว่าถ้ามวลมาเกาะใกล้บริเวณตรงกลางควอตซ์ ความถี่เรโซแนนซ์จะมีการเปลี่ยนแปลงมากกว่ากรณีเมื่อมวลเกาะห่างจากกึ่งกลางควอตซ์ นอกจากนี้จะพบว่ากรณีที่มวลมารวมกันอยู่เฉพาะตรงกลางอิเล็กโทรด จะให้ผลของการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์มากกว่าการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์เมื่อมวลมีการกระจายอย่างยูนิฟอร์มทั่วทั้งผิวอิเล็กโทรด

ดังนั้นในการนำ QCM มาใช้เป็นไบโอเซนเซอร์ ในการจะวัดอะไรก็ตาม การเรียงมวลที่ผิวของ QCM ควรจะเรียงที่ตรงกลางผิวของอิเล็กโทรด เพื่อจะได้ทำให้การเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ที่วัดได้มีค่ามากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ หรือมีความไวในการวัดที่สูง

ส่วนในกรณีการทดลองจริง ที่มีการหดยสารปริมาณเท่ากันแต่การเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้ไม่เท่ากัน ก็อาจจะเป็นเพราะเหตุผลนี้นั่นเอง เพราะในการทดลองจริงเราอาจหดยสารปริมาณเท่ากันแต่ไม่ตรงตำแหน่งเดียวกัน หรือมีการเอนเอียงจากบริเวณกึ่งกลางของ QCM ไปข้าง หรือสารที่เราหดยไปรวมตัวอยู่ที่ส่วนใดส่วนหนึ่ง ก็จะเป็นผลให้ความถี่เรโซแนนซ์ที่วัดออกมามีค่าไม่เท่ากัน

4.2.1 ความไวในการวัดความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อมีมวลมาเกาะที่ตำแหน่งต่างๆบน QCM

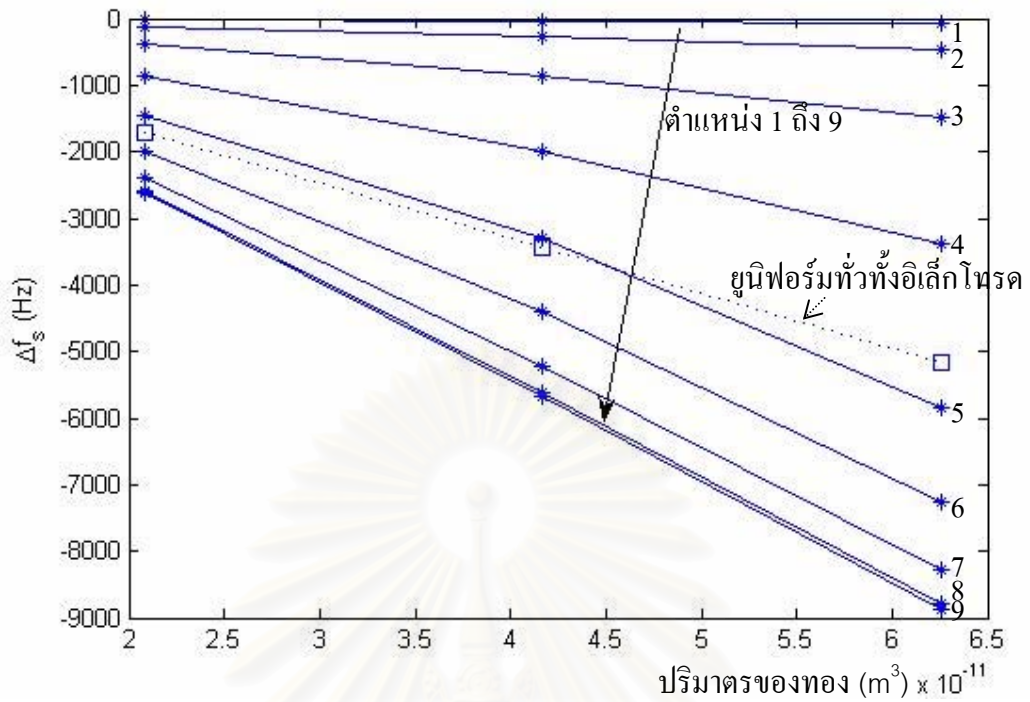
ได้จำลองรูปแบบที่เปลี่ยนความหนาของทองเป็น 2 เท่า และ 3 เท่า (834\AA และ 1251\AA) ของความหนาทองเดิม (417\AA) ที่เกาะอยู่บนตำแหน่งต่างๆ 1 ถึง 9 ศึกษาการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ และความไวในการวัด ณ ตำแหน่งต่างๆ บน QCM ผลที่ได้แสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อเปลี่ยนความหนาของทองที่มาเกาะบนตำแหน่งต่างๆที่ผิวของ QCM

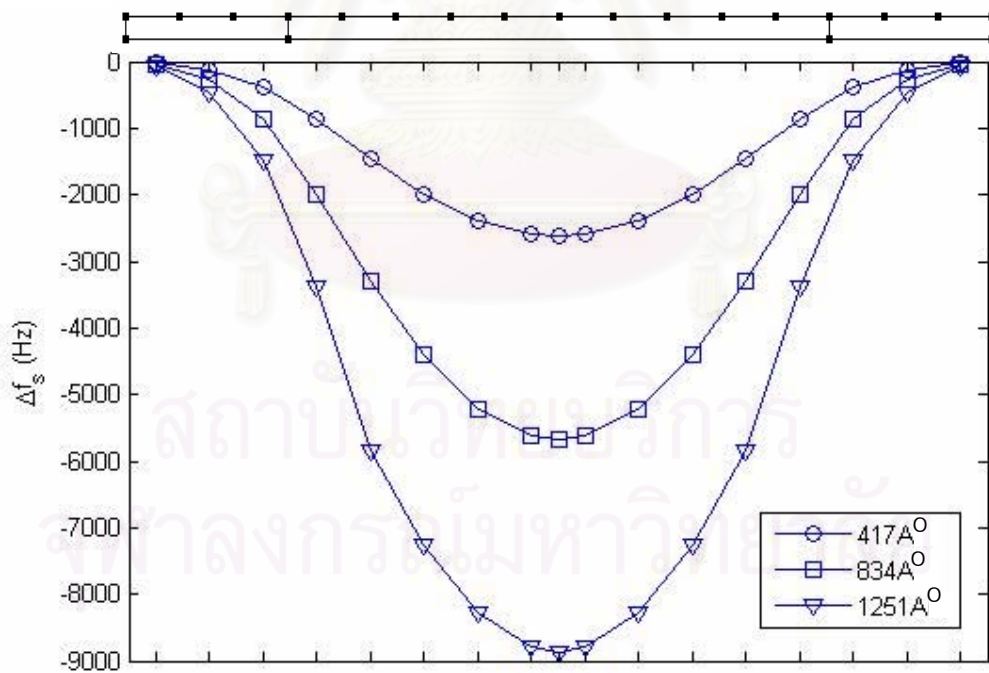
ตำแหน่ง	หนา 417\AA $\Delta f_s[\text{Hz}]$	หนา 834\AA $\Delta f_s[\text{Hz}]$	หนา 1251\AA $\Delta f_s[\text{Hz}]$
1 หรือ 1'	-19	-39	-61
2 หรือ 2'	-127	-277	-455
3 หรือ 3'	-389	-873	-1485
4 หรือ 4'	-873	-1989	-3374
5 หรือ 5'	-1463	-3290	-5843
6 หรือ 6'	-2004	-4412	-7262
7 หรือ 7'	-2392	-5212	-8289
8 หรือ 8'	-2581	-5611	-8799
9(ตรงกลาง)	-2604	-5661	-8863
ยูนิฟอร์มทั่ว ทั้งอิเล็กโทรด	หนา 41.7\AA -1717	หนา 83.4\AA -3437	หนา 125.1\AA -5160

กราฟแสดงความไวเมื่อมีมวลอยู่ที่ตำแหน่งต่างๆบน QCM แสดงในรูปที่ 4.5 และรูปที่ 4.6 จากรูปจะเห็นว่าความไวในการวัดหรือการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่เรโซแนนซ์จะได้ค่าสูงสุดเมื่อมีมวลมาเกาะที่บริเวณตรงกลางของ QCM

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.5 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเทียบกับปริมาตรของทอง
เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งและรูปแบบการเกาะ

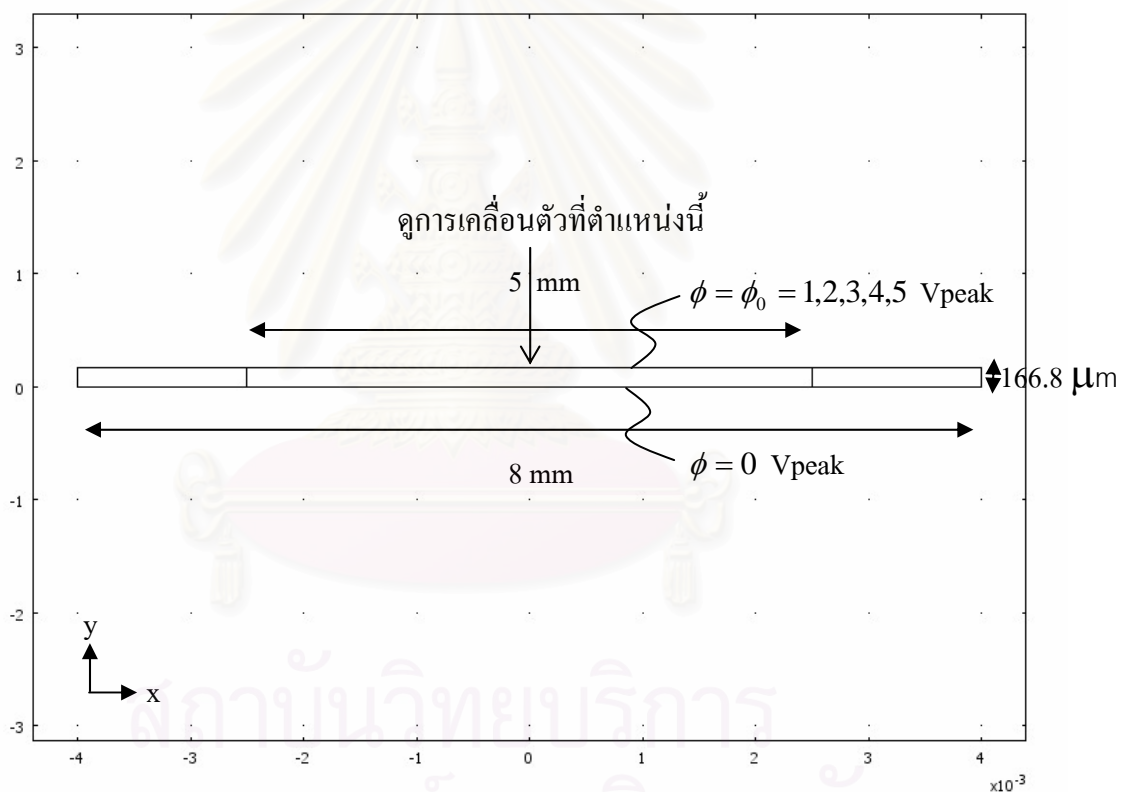


รูปที่ 4.6 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไป เทียบกับตำแหน่งต่างๆบน QCM
เมื่อเปลี่ยนความหนาของทอง

4.3 การเคลื่อนตัวที่เกิดขึ้นบน QCM เมื่อมีการเปลี่ยนแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ QCM

ได้สร้างแบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut ใน 2 มิติ ตามหัวข้อที่ 3.2.2 โดยคงค่าความหนาของควอตซ์ไว้ที่ $166.8 \mu\text{m}$ และผลึกควอตซ์มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 mm ขนาดอิเล็กโทรดหรือระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้ามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm ทำการแปรค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด ϕ_0 [Vpeak] เป็น 5 ค่า คือ 1,2,3,4,5 Vpeak ดังรูปที่ 4.7 จากนั้นคำนวณหาการเคลื่อนตัวที่เปลี่ยนแปลงไปที่จุดกึ่งกลางผิวบนของควอตซ์

การคำนวณใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic แบ่งเอลิเมนต์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (map mesh) แนวนอน \times แนวตั้ง= $240\times 20=4800$ เอลิเมนต์ เช่นเดียวกับแบบจำลองของควอตซ์แบบ AT-cut หัวข้อที่ 3.2.2

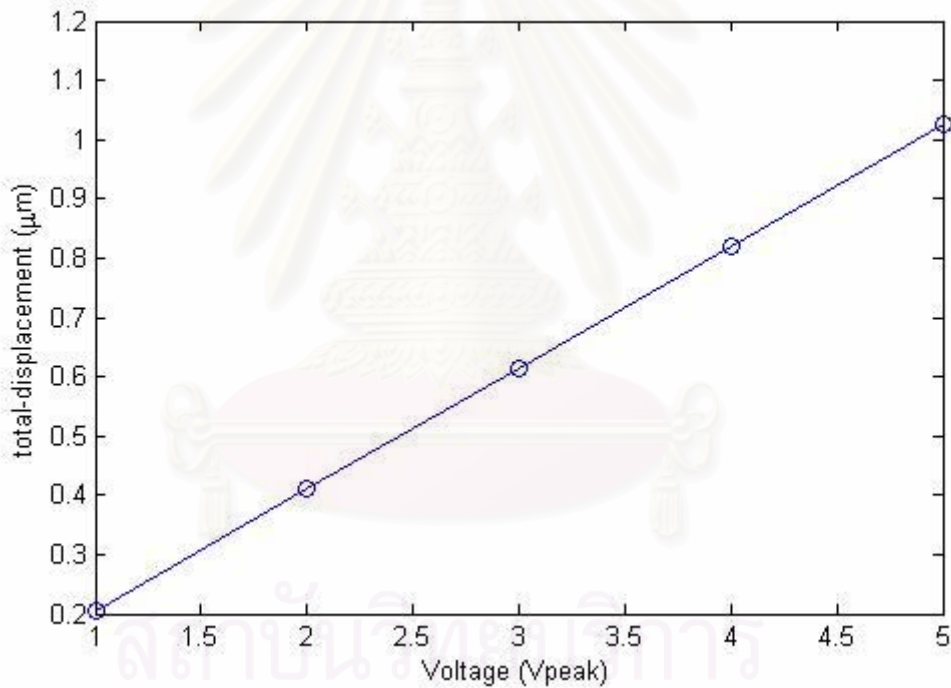


รูปที่ 4.7 ควอตซ์ใน 2 มิติซึ่งถูกจำลองเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยแปรค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด ϕ_0 ในโปรแกรม COMSOL

ผลที่ได้แสดงดังตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.8

ตารางที่ 4.4 ความถี่เรโซแนนซ์ และการเคลื่อนตัว ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของผิวบนของควอตซ์ แบบ AT-cut เมื่อเปลี่ยนค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด

แรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ อิเล็กโทรด ϕ_0 [Vpeak]	ความถี่เรโซแนนซ์ f_s [Hz]	การเคลื่อนตัวรวมที่ตำแหน่ง กึ่งกลางบนผิวควอตซ์ [$\mu\text{m peak}$]
1	9938476	0.2049
2	9938476	2*0.2049
3	9938476	3*0.2049
4	9938476	4*0.2049
5	9938476	5*0.2049



รูปที่ 4.8 กราฟการเคลื่อนตัวรวมที่ตำแหน่งกึ่งกลางของผิวบนของควอตซ์ เทียบกับแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับอิเล็กโทรด

จากผลที่ได้ในตารางที่ 4.4 พบว่าขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ QCM ไม่มีผลทำให้ความถี่เรโซแนนซ์ในการสั่นของ QCM เปลี่ยนแปลงไป อย่างไรก็ตามจากรูปที่ 4.8 พบว่าขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนจะส่งผลกระทบต่อค่าการเคลื่อนตัวที่ปรากฏบนผิวของ QCM เป็นลักษณะเชิงเส้น คือมีค่าการเคลื่อนตัวที่เพิ่มขึ้นตามแรงดันไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้น

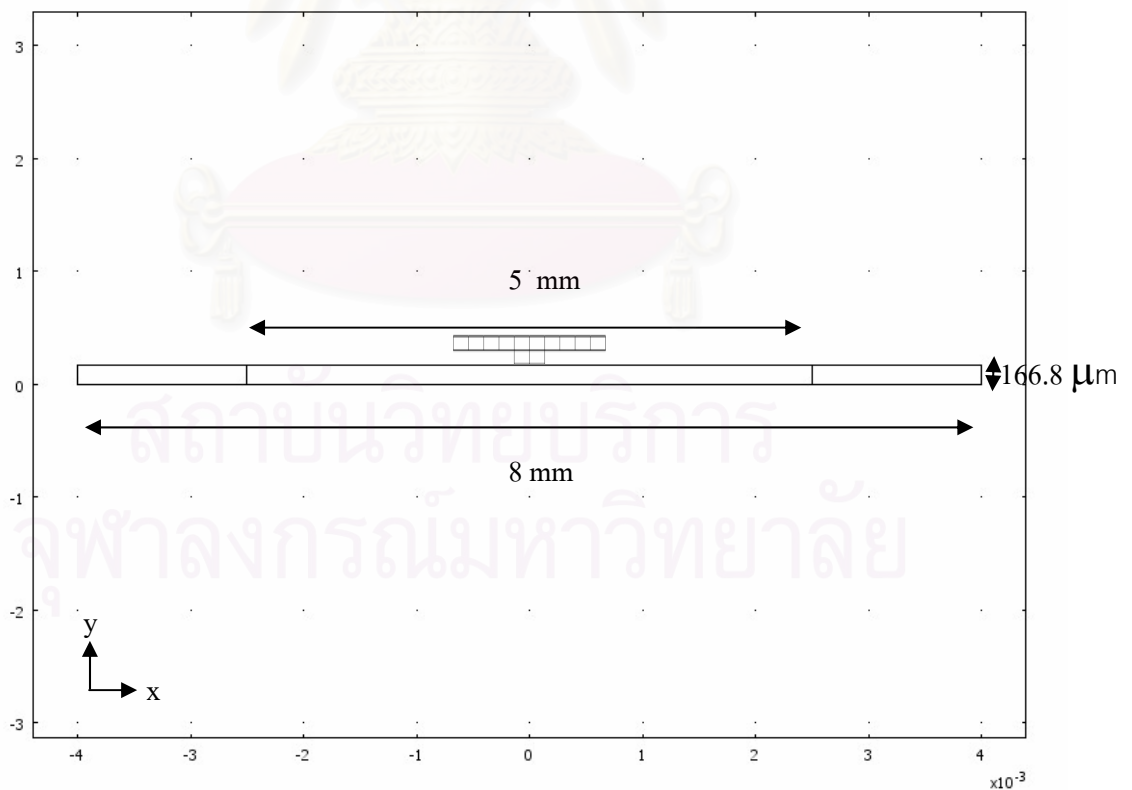
ดังนั้นในการประยุกต์ใช้ QCM เป็นไบโอเซนเซอร์จึงไม่ควรป้อนแรงดันไฟฟ้าให้กับ QCM มากเกินไปเพราะจะทำให้ QCM สั่นด้วยการเคลื่อนตัวที่สูง ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อโมเลกุลของสารที่ติดอยู่บนผิวของ QCM หลุดออกไปได้ หากแรงกระทำนี้สูงกว่าพันธะในการยึดโมเลกุลของสาร

4.4 ผลของการเกาะของมวลที่ไม่สม่ำเสมอต่อความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM

เนื่องจากการใช้งาน QCM ในการติดตามจำนวนเซลล์ เซลล์ที่เกาะบน QCM อาจจะไม่สม่ำเสมอกล่าวคือ อาจมีการเกาะในบริเวณชั้นแรกเพียงเล็กน้อย จากนั้นเซลล์ที่ลงมาเกาะต่อในชั้นที่สองอาจจะขยายไปด้านข้างเรื่อยๆดังรูปที่ 4.9 เพื่อจำลองการเกาะของเซลล์ที่ไม่สม่ำเสมอในรูปแบบที่ไม่ซับซ้อน ในหัวข้อนี้ได้สร้างรูปแบบจำลองการเกาะของเซลล์ที่เป็นรูปตัว T ที่ตำแหน่งกึ่งกลางที่ผิวบนของ QCM ซึ่งหนา $166.8 \mu\text{m}$ เส้นผ่านศูนย์กลาง 8 mm และมีรัศมีอิเล็กโทรด 5 mm ตามรูปที่ 4.10 แล้วศึกษาความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไป

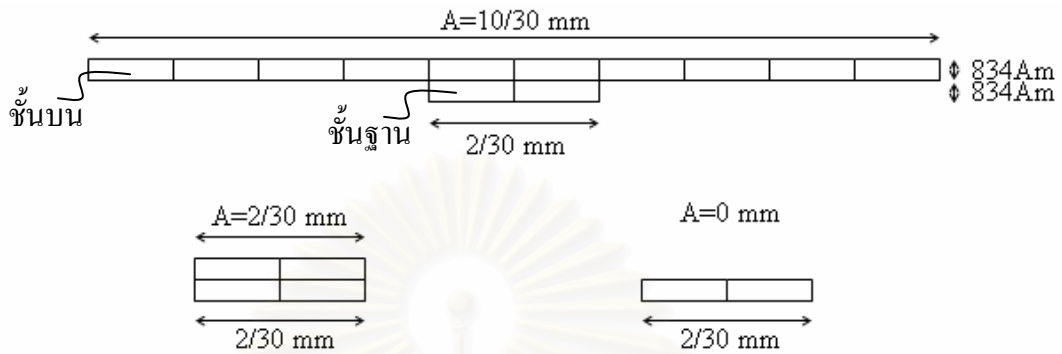


รูปที่ 4.9 โมเดลการเกาะของเซลล์เป็นรูปตัว T ที่ขยายออกไปทางด้านข้างเรื่อยๆ



รูปที่ 4.10 การใส่มวลเป็นรูปตัว T บน QCM ใน 2 มิติ ในโปรแกรม COMSOL

มวลรูปตัว T ที่ใช้จะแบ่งเป็น 2 ชั้นคือชั้นฐาน กับชั้นบน แต่ละชั้นมีความหนา $834 A^\circ$ โดยชั้นฐานมีความกว้าง $2/30$ mm (ซึ่งมีความกว้างเป็น 2 block ของ mesh ที่ใช้พอดี , mesh ที่ใช้มีขนาดกว้าง $1/30$ mm) ส่วนชั้นบนมีการแปรขนาดกว้างตั้งแต่ $A = 0$ mm ถึง $A = 1.4$ mm ซึ่งตัวอย่างของมวลรูปตัว T แสดงดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 มวลรูปตัว T ที่นำมาเกาะบนผิวของ QCM

การคำนวณใช้เอลิเมนต์แบบ lagrange-quadratic แบ่งเอลิเมนต์เป็นแบบสี่เหลี่ยม (map mesh) ที่ตัวควอดซ์เป็น แนวนอน \times แนวตั้ง = $240 \times 20 = 4800$ เอลิเมนต์ ส่วนที่มวลรูปตัว T ที่ชั้นฐานเป็น แนวนอน \times แนวตั้ง = $2 \times 1 = 2$ เอลิเมนต์ และที่ชั้นบน A ใช้แนวตั้ง 1 ชั้น แต่แนวนอนแล้วแต่ความกว้างของชั้นบน ซึ่งแต่ละ mesh จะใช้ความกว้างที่แนวนอน $1/30$ mm

มวลรูปตัว T ที่ใช้ เลือกใช้วัสดุ 2 อย่างเพื่อเปรียบเทียบกัน คือ ทอง กับ โพลีสไตรีน

ทองมีค่าคงที่วัสดุดังนี้ Young's modulus (E_g) = 78×10^9 N/m² , Poisson's ratio (ν_g) = 0.44 , Density (ρ_g) = 19300 kg/m³ และมีความหนาทางแกน z คือ 8 mm

โพลีสไตรีนมีค่าคงที่วัสดุดังนี้ Young's modulus (E_p) = 3.17×10^9 N/m² , Poisson's ratio (ν_p) = 0.35 , Density (ρ_p) = 1050 kg/m³ และมีความหนาทางแกน z คือ 8 mm

ตารางที่ 4.5 และรูปที่ 4.12 แสดงค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ขนาดต่างๆกัน ส่วนตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.13 แสดงค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้โพลีสไตรีนเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ขนาดต่างๆกัน

ในกรณีที่มีมวลมีค่าคงที่ทางวัสดุคล้ายทองจากค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่ได้ในรูปที่ 4.12 ตอนแรกที่มีมวลเริ่มเกาะค่าความถี่เรโซแนนซ์จะลดลง จนเมื่อขณะมวลเริ่มเกาะออกมาด้านข้างเป็นรูปตัว T ค่าความถี่ที่ได้จะมีลักษณะไม่คงที่ อย่างไรก็ตามหากพิจารณาในแต่ละช่วงกลุ่มก็จะพบแนวโน้มที่ค่าความถี่เรโซแนนซ์จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อมวลในชั้นที่ 2 เพิ่มขึ้น

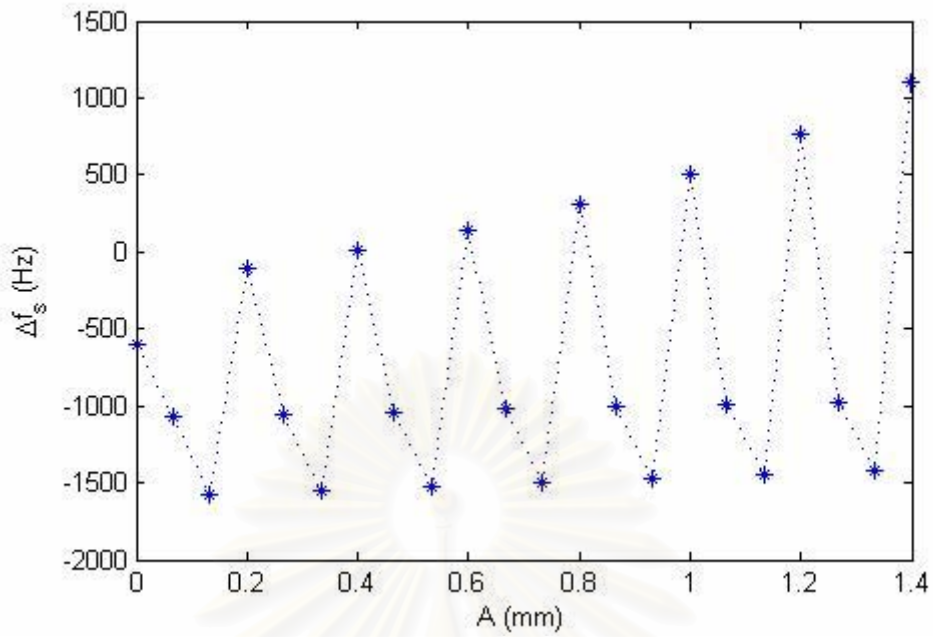
ส่วนกรณีที่มวลมีค่าวัสดุคล้ายโพลีสไตรีน จากค่าความถี่ที่ได้ในรูปที่ 4.13 ค่าความถี่เรโซแนนซ์จะลดลงเมื่อมวลเกาะมากขึ้น ถ้าการเกาะของมวลยังมีระยะอยู่ภายใน 1.4 mm ซึ่งเป็นระยะของชั้นบนของตัว T ที่มากที่สุดที่ใช้ในการคำนวณ

ตารางที่ 4.5 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T
ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM

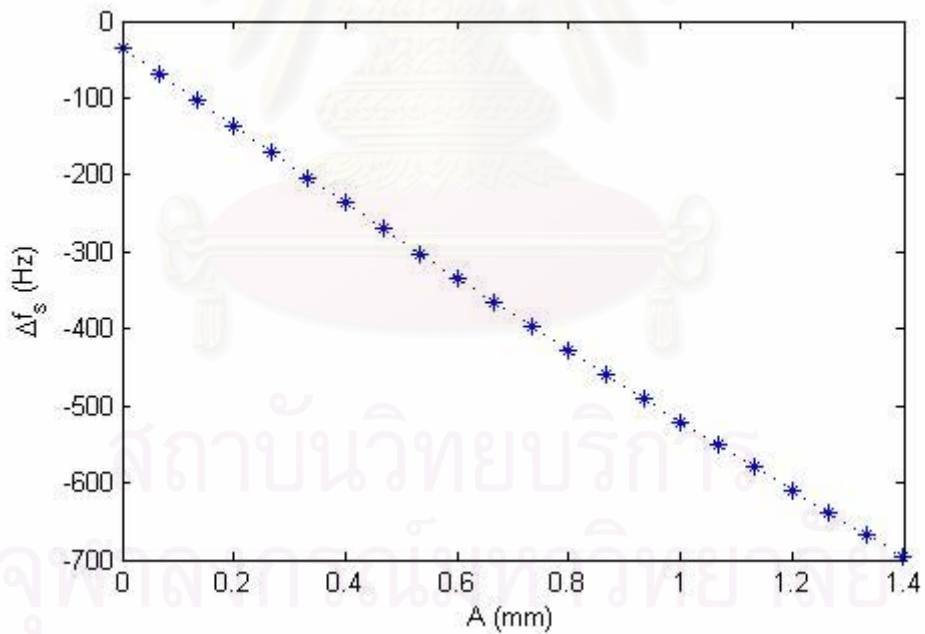
ความกว้างของแผ่นชั้นบน A [mm]	จำนวน blocks ของ mesh	Δf [Hz]
0	0	-596
2/30(ความกว้างเท่าชั้นฐาน)	2	-1072
4/30	4	-1583
0.2	6	-109
8/30	8	-1056
10/30	10	-1552
0.4	12	4
14/30	14	-1040
16/30	16	-1524
0.6	18	141
20/30	20	-1024
22/30	22	-1496
0.8	24	306
26/30	26	-1008
28/30	28	-1471
1	30	510
32/30	32	-991
34/30	34	-1447
1.2	36	767
38/30	38	-974
40/30	40	-1424
1.4	42	1098

ตารางที่ 4.6 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ โพลีสไตรีน เป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM

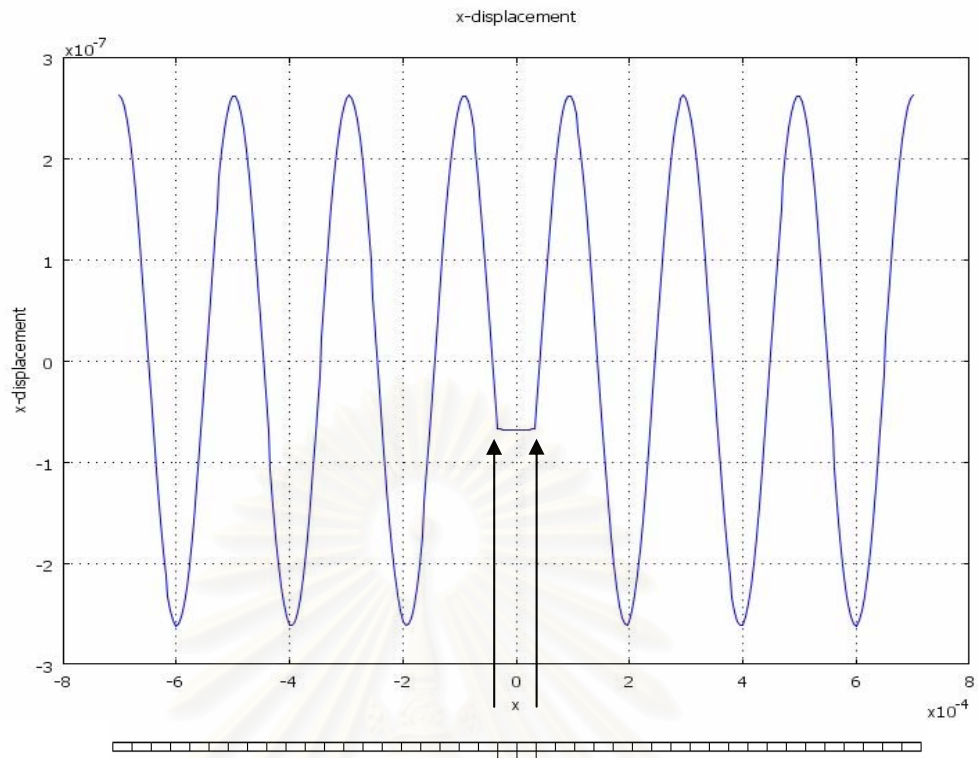
ความกว้างของแผ่นชั้นบน A [mm]	จำนวน blocks ของ mesh	Δf [Hz]
0	0	-35
2/30(ความกว้างเท่าชั้นฐาน)	2	-68
4/30	4	-102
0.2	6	-136
8/30	8	-170
10/30	10	-203
0.4	12	-236
14/30	14	-269
16/30	16	-302
0.6	18	-334
20/30	20	-366
22/30	22	-398
0.8	24	-429
26/30	26	-460
28/30	28	-491
1	30	-521
32/30	32	-551
34/30	34	-580
1.2	36	-609
38/30	38	-638
40/30	40	-667
1.4	42	-695



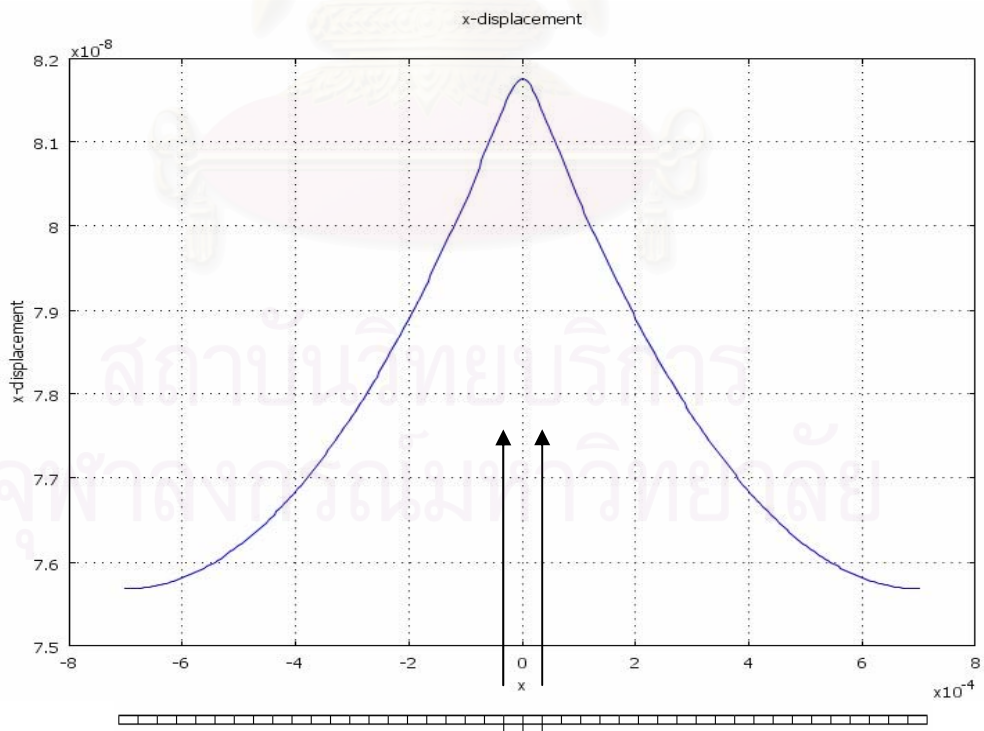
รูปที่ 4.12 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM



รูปที่ 4.13 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้โพลีสไตรีนเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างของชั้นบน A ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงค่าการเคลื่อนตัวทางแกน x ที่ชั้นบนของทองรูปตัว T เทียบกับแกน x ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อความกว้างของชั้นบนของตัว T, $A = 1.4 \text{ mm}$ (42 blocks)



รูปที่ 4.15 กราฟแสดงค่าการเคลื่อนตัวทางแกน x ที่ชั้นบนของโพลีสไตรีน รูปตัว T เทียบกับแกน x ที่ความถี่เรโซแนนซ์ เมื่อความกว้างของชั้นบนของตัว T, $A = 1.4 \text{ mm}$ (42 blocks)

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนตัวในแนว แกน x ที่ชั้นบนของรูปตัว T ที่ความถี่เรโซแนนซ์ซึ่งแสดงในรูปที่ 4.14 และ 4.15 จากรูปจะเห็นว่าถ้ามวลเป็นทองจะมีการส่ายเป็นรูปคลื่นไซน์ ส่วนกรณีของมวลเป็นโพลีस्टาไทรนจะไม่มีการส่ายเป็นรูปคลื่นไซน์ (หรือสั้นเป็นรูปคลื่นไซน์ไม่ถึง 1 ลูก) นอกจากนี้จะเห็นได้ว่าทองมีการเคลื่อนตัวที่สูงกว่าโพลีस्टาไทรนราว 4 เท่า คาดว่าเนื่องจากทองมีความหนาแน่นและค่ายังส์โมดูลัสที่สูงกว่าโพลีस्टาไทรน



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองของ QCM ใน 2 มิติโดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ COMSOL โดยในขั้นแรกได้ทำการเปรียบเทียบกับทฤษฎีเบื้องต้นและงานวิจัยที่มีมาในอดีตซึ่งได้ผลสอดคล้องกันคือ

1. ความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut แปรผกผันกับความหนาของควอตซ์
2. ที่ความถี่เรโซแนนซ์ควอตซ์แบบ AT-cut จะสั่นแบบ thickness shear mode
3. การสั่นเป็นแบบครึ่งคลื่นที่ความถี่ฮาร์โมนิกคี่ของควอตซ์แบบ AT-cut
4. การเปลี่ยนแปลงของค่าความถี่เรโซแนนซ์เป็นไปตามสมการของ Sauerbrey คือความถี่เรโซแนนซ์จะลดลงแบบเชิงเส้นเมื่อมีมวลมาเกาะอย่างยูนิฟอร์มที่อิเล็กโทรด นอกจากนี้ได้สร้างรูปแบบจำลองเพื่ออธิบายตัวแปรต่างๆซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

1. เมื่อทำการเพิ่มรัศมีอิเล็กโทรดพบว่าความถี่เรโซแนนซ์ของควอตซ์แบบ AT-cut จะมีค่าลดลง ทั้งนี้เนื่องมาจากความจำกัดของเส้นผ่านศูนย์กลางของควอตซ์ทำให้การสั่นของควอตซ์ไม่เป็นอิสระเมื่อมีระยะการป้อนแรงดันไฟฟ้าที่มากขึ้น ดังนั้นในการออกแบบควอตซ์แบบ AT-cut ที่จะนำมาทำเป็น QCM จึงควรออกแบบให้มีรัศมีอิเล็กโทรดที่น้อย เพื่อให้มีการเปลี่ยนแปลงความถี่เรโซแนนซ์ที่มาก เพื่อจะได้ความไวในการวัดมวลที่สูงตามสมการของ Sauerbrey

2. เมื่อทำการเปลี่ยนบริเวณการเกาะของมวล พบว่าความถี่เรโซแนนซ์จะมีค่าเปลี่ยนแปลงมากเมื่อตำแหน่งของการเกาะเป็นบริเวณตรงกลางอิเล็กโทรด และความถี่เรโซแนนซ์มีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยเมื่อมวลเกาะที่ตำแหน่งห่างจากกึ่งกลางอิเล็กโทรด นอกจากนี้พบว่ามวลปริมาณที่เท่ากันแบบยูนิฟอร์มทั่วทั้งผิวอิเล็กโทรด จะทำให้ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปมีค่าน้อยกว่าการทำให้มวลรวมตัวกันอยู่บริเวณกลางอิเล็กโทรด ดังนั้นในการนำ QCM ไปทำการวัดด้านไบโอเซนเซอร์จึงควรพยายามหดยมวลที่ตรงกลางอิเล็กโทรดให้มากที่สุด เพื่อให้ได้ความไวในการวัดที่สูง และควรทำการควบคุมบริเวณการหดยมวลให้อยู่บริเวณตรงกลาง เนื่องจากบริเวณการหดยมวลที่ต่างกันขณะที่มวลที่หดยเท่ากัน จะทำให้ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปต่างกันด้วย จึงควรควบคุมการหดยมวลให้เป็นบริเวณเดียวกันเพื่อควบคุมคุณภาพในการวัด

3. เมื่อทำการเปลี่ยนแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับ QCM พบว่าถ้าแรงดันไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้น ค่าการเคลื่อนตัวที่ผิวของ QCM ที่ความถี่เดียวกันจะมากขึ้นเป็นเชิงเส้นด้วยเช่นกัน

อย่างไรก็ตามขนาดของแรงดันไฟฟ้าจะไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่เรโซแนนซ์ ดังนั้น การนำ QCM มาใช้งานด้านไบโอเซนเซอร์จึงไม่ควรป้อนแรงดันไฟฟ้าที่มากเกินไป เนื่องจากจะทำให้เกิดการเคลื่อนตัวที่ผิวของ QCM มีค่าต่ำ ทำให้โมเลกุลที่เกาะที่ผิวของ QCM ไม่เกิดการหลุดออกจากผิว

4. กรณีที่มวลมาเกาะที่ผิวของ QCM ชั้นแรกมีเพียงเล็กน้อย แล้วชั้นต่อมามีการเกาะมาก ออกไปทางด้านข้างหรือเป็นลักษณะรูปตัว T ถ้ามวลมีค่าทางวัสดุใกล้เคียงกับทองคำความถี่ที่วัดได้ในตอนแรกจะมีค่าลดลงก่อนจากนั้นจะมีแนวโน้มที่สูงขึ้น ส่วนกรณีที่มวลมีค่าวัสดุคล้ายโพลิสไตรีนความถี่จะมีค่าลดลงตามมวลที่เกาะ (ในระยะ 1.4 mm ที่ทำการคำนวณ) ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าถ้าวัสดุที่มาเกาะบน QCM เป็นวัสดุที่ต่างชนิดกัน ความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปจะมีลักษณะต่างกันด้วย และความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปก็ขึ้นอยู่กับลักษณะการเกาะของวัสดุนั้น

5.2 ปัญหาและข้อเสนอแนะ

ปัญหาที่เกิดขึ้นในงานวิจัยแบ่งเป็นหัวข้อต่างๆ ดังนี้

1. แบบจำลองที่ทำได้เป็นเพียง 2 มิติ เนื่องจากการทำเป็นรูปทรง 3 มิติ จะใช้หน่วยความจำมากเกินไปจนไม่สามารถทำการคำนวณได้ สำหรับหน่วยความจำที่มีอยู่จะแบ่ง mesh 3 มิติได้ไม่ละเอียดพอ ทำให้คำตอบที่คำนวณได้ไม่ดีพอ ดังนั้นอาจต้องเพิ่มหน่วยความจำหรือ CPU ของคอมพิวเตอร์ หรือต้องหาวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธีการแก้สมการที่สามารถจำลองรูปทรง 3 มิติ ได้โดยใช้หน่วยความจำน้อยลง

2. แบบจำลองที่ขึ้นมวลเป็นของเหลว ต้องใช้สมการ Navier-Stokes ในการจำลองชั้นของเหลว ซึ่งในโปรแกรม COMSOL ไม่มีโหมดของ Navier-Stokes ที่เป็น frequency response จึงทำการเชื่อมต่อระหว่างควอดซ์กับชั้นของเหลวไม่ได้ ดังนั้นที่ชั้นของเหลวได้ทำการสร้างระบบสมการ PDE ที่เป็นสมการ Navier-Stokes ในรูปแบบของ frequency response ขึ้นมาแทน แต่ถึงแม้จะได้กราฟขนาดของแอมพลิจูดเคลื่อนไปทางซ้ายและมีขนาดลดลง แต่ความถี่ที่ลดลงยังไม่ตรงตามสมการของ Kanazawa และ Gordon ซึ่งต้องมีการปรับปรุงพัฒนาในส่วนนี้ต่อไป

3. ในการทดลองจริงของ QCM เช่นในบางการทดลองพบว่าการวัดเซลล์มีความถี่เรโซแนนซ์ที่เพิ่มขึ้นไปในทางเดียว ซึ่งยังไม่สามารถหาแบบจำลองในโปรแกรม COMSOL ที่สามารถอธิบายความถี่เรโซแนนซ์เพิ่มขึ้นไปในทางเดียวได้ ซึ่งต้องมีการวิจัยและพัฒนาต่อไป

รายการอ้างอิง

- [1] Der Ho Wu, Yng Jyi Tsai, Yu Tang Yen, Robust Design Crystal Microbalance Using Finite Element and Taguchi Method, Sensor and Actuator B, 92, 3, (2003): 337-344.
- [2] Der Ho Wu, Wen Tung Chien, Yug Jyi Tsai, An Efficient Piezoelectric Analysis for Quartz Crystal Nanobalance Gas Sensor, Sensor & Transducer Magazine, 40, 2 (2004): 137-144.
- [3] C.Kurosawa, S.Kurosawa, H.Aizawa, T.Horibe, Computational Simulation of Vibration Displacement on Piezoelectric Quartz Crystal Using Finite Element Method, IEEE UFFC (2004): 554-557.
- [4] F.Lu, H.P.Lee, P.Lu, S.P.Lim, Finite Element Analysis of Interference for The Laterally Coupled Quartz Crystal Microbalances, Sensor and Actuator A, 119, 1, (2005):90-99.
- [5] V.M.Ristic, Principles of Acoustic Devices, (1983).
- [6] V.Piefort, A.Preumont, Finite Element Modeling of Piezoelectric Structure, (2001).
- [7] John R.Vig, Quartz Crystal Resonators and Oscillators, For Frequency Control and Timing Applications-A Tutorial, (2005).
- [8] Andi Asiz, Weiping Zhang, Yunping Xi, Analysis of Aging of Piezoelectric Crystal Resonators, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 50, 12, (2003): 1647-1655.
- [9] Tapani Makkonen, Julius Koskela, Martti M. Salomaa, Two-Dimensional FEM Model for Crystal Resonators, IEEE Ultrasonics Symposium, 2, (1997): 951-954.
- [10] W.Cao, S.Zhu, B.Jiang, Analysis of Shear Modes in a Piezoelectric Vibrator, Journal of Applied Physics, 83, 8, (1998): 4415-4420.
- [11] Manfred Kaltenbacher, Numerical Simulation of Mechatronic Sensors and Actuators, Springer, (2003).
- [12] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, สุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพานิช, ไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างง่าย พร้อมซอฟต์แวร์, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, (2005).

- [13] D. D. Ebenezer, R. Ramesh, Exact analysis of Axially Polarized Piezoelectric Ceramic Cylinders with Certain Uniform Boundary Conditions, Current Science, 85, 8, (2003): 1173-1179.
- [14] K. Keiji Kanazawa, Mechanical Behaviour of Films on the Quartz Microbalance, Faraday Discuss, 107, 77, (1997) : 77-90.
- [15] H. Sun, P. Lu, P. Zhang, H. Chen, Dynamic Analysis of AT-Cut Quartz Resonators with ANSYS, Sensors, Proceedings of IEEE, 1, (2004): 95-98.
- [16] J. Kuntner, B. Jakoby, Two-Dimensional FEM Analysis of Pressure Wave Generation Mechanisms in TSM Liquid Sensors, Sensors, Proceedings of IEEE, 1, (2004): 83-86.
- [17] Stephen J. Martin, Victoria Edwards Granstaff, Gregory C. Frye, Characterization of a Quartz Crystal Microbalance with Simultaneous Mass and Liquid Loading, Analytical Chemistry, 63, 20, (1991): 2272-2281.
- [18] S. Sherrit, V. Olazabal, J. M. Sansinena, X. Bao, Z. Chang, Y. Barcohen, Use of Piezoelectric Resonators for the Characterization of Mechanical Properties of Polymers, Proceeding of SPIE Smart Structure Conference, 4695, 35, (2002): 262-276.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

โปรแกรม COMSOL

โปรแกรมที่ใช้เป็นโปรแกรม COMSOL 3.3 ซึ่งเป็นโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สำเร็จรูป มีความสามารถในการคำนวณแบบ Multiphysics คือสามารถคำนวณปัญหาที่เกิดจากหลักการทางฟิสิกส์ที่แตกต่างกันหลายๆหลักการไปในขณะเดียวกัน จึงสามารถประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย เช่นการคำนวณในโหมดเพียโซอิเล็กทริกกระนาบความเค้น ไปพร้อมๆกับการคำนวณในโหมดระนาบความเค้น การคำนวณทางด้านไฟฟ้าไปพร้อมๆกับการคำนวณความร้อนที่เกิดขึ้น เป็นต้น

คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้มี CPU 1.5 GHz RAM 2 GB



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

การตรวจสอบการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้ เมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T

ความถี่เรโซแนนซ์ที่คำนวณได้เมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T มีลักษณะสั่นอย่างไม่สม่ำเสมอเมื่อมีมวลมาเกาะออกไปทางด้านข้างมากขึ้นเรื่อยๆ ซึ่งแสดงดังตารางที่ 4.5 และกราฟในรูปที่ 4.12 ในขณะที่เมื่อใช้โพลิสไตรีนเป็นวัสดุของมวลรูปตัว T จะไม่เกิดการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์ขึ้นดังแสดงในตารางที่ 4.6 และกราฟในรูปที่ 4.13

การสั่นของความถี่เรโซแนนซ์เมื่อใช้ทองเป็นวัสดุรูปตัว T อาจเกิดจากความผิดพลาดในการคำนวณจากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งสาเหตุของการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์อาจเกิดจาก 2 สาเหตุ คือ

1. เกิดจากค่าวัสดุของทองที่มากเกินไป คือ ค่ายังส์โมดูลัส (E) ของทอง ($78e9 \text{ N/m}^2$) ที่มากกว่าของโพลิสไตรีน ($3.17e9 \text{ N/m}^2$) ถึง 25 เท่า และค่าความหนาแน่น (ρ) ของทอง (19300 kg/m^3) ที่มากกว่าโพลิสไตรีน (1050 kg/m^3) ถึง 18 เท่า

2. ค่าอัตราส่วนของแวนอนต่อแวนตั้งของเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมของทองที่มากถึง $\frac{1/30mm}{834A^0} \approx 400$ เท่า

จึงได้ทำการตรวจสอบคำตอบของความถี่เรโซแนนซ์ที่มีการสั่นอย่างไม่สม่ำเสมอโดย

1. สลับเปลี่ยนค่าวัสดุยังส์โมดูลัส (E) ของทองกับโพลิสไตรีน หรือ สลับเปลี่ยนค่าวัสดุความหนาแน่น (ρ) ของทองกับโพลิสไตรีน เกิดเป็นค่าวัสดุตัวใหม่ เพื่อศึกษาว่าความถี่เรโซแนนซ์มีการสั่นอย่างไม่สม่ำเสมอนั้นเป็นผลของค่ายังส์โมดูลัสหรือค่าความหนาแน่นที่สูงของทองหรือไม่

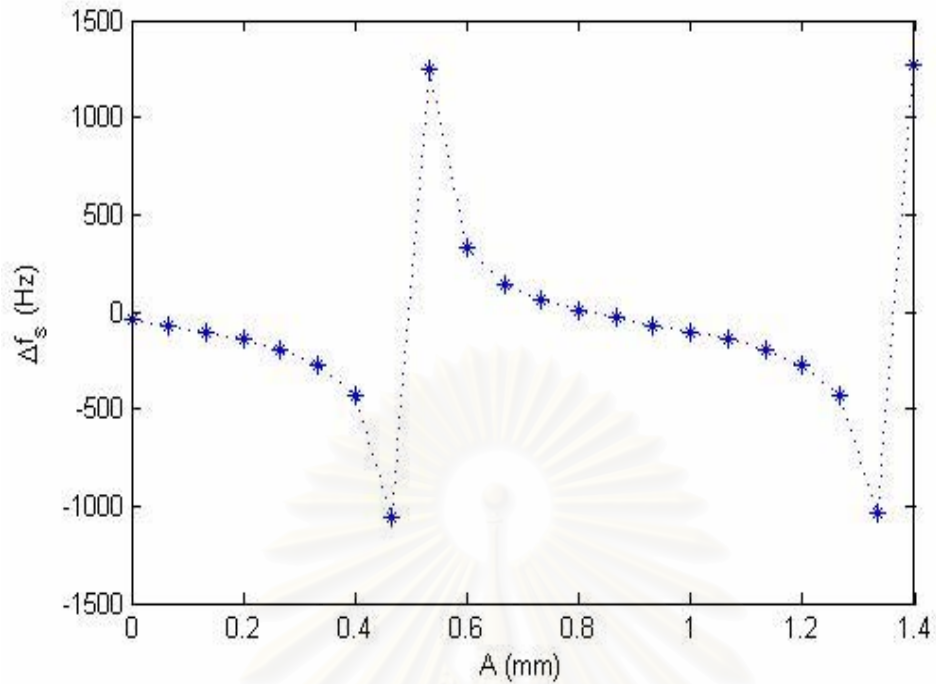
2. ทำการลดค่าอัตราส่วนของแวนอนต่อแวนตั้งของเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมของทองลงเหลือ $\frac{1/30mm}{8340A^0} \approx 40$ เท่า

จากตารางที่ ข1 และกราฟในรูปที่ ข1 และ ข2 จะเห็นได้ว่าถ้าวัสดุรูปตัว T มีค่าวัสดุของทองตัวใดตัวหนึ่งอยู่ ถึงแม้ค่าวัสดุที่เหลือจะเป็นของโพลิสไตรีน ก็ยังจะทำให้เกิดการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์ที่เช่นเดิม ทำให้ไม่สามารถสรุปได้ว่าค่ายังส์โมดูลัส (E) หรือค่าความหนาแน่น (ρ) ที่ทำให้เกิดการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์

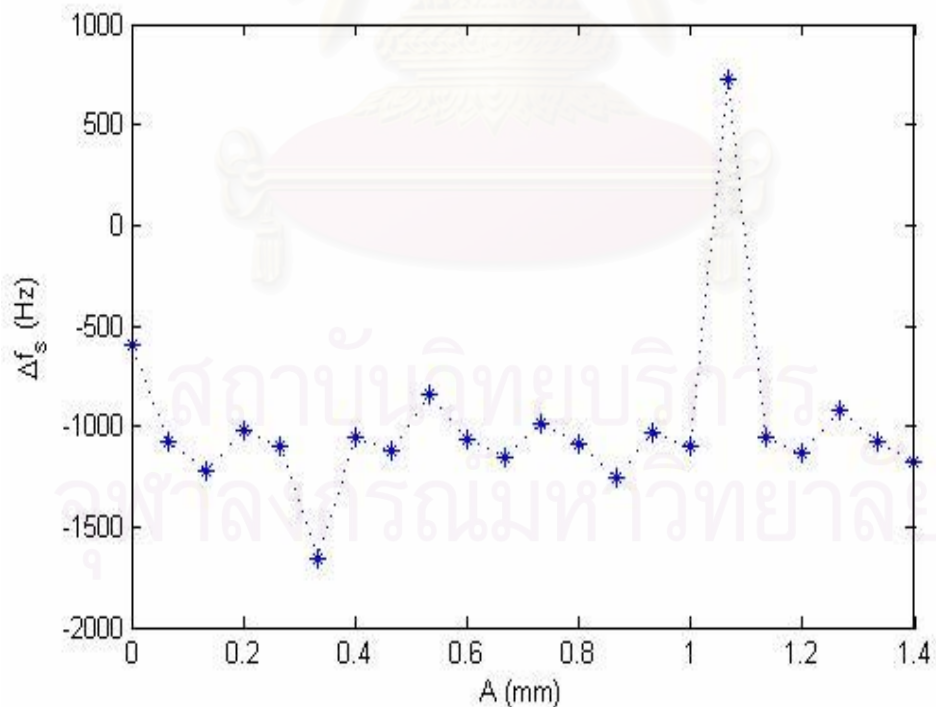
ตารางที่ ข1 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ค่าวัสดุต่างๆเป็นวัสดุมวลรูปตัว T
ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน มาเกาะตรงกลาง QCM

ความกว้างของ แผ่นชั้นบน A[mm]	ทอง E=78e9 V=0.44 $\rho=19300$	โพลีสไตรีน E=3.17e9 V=0.35 $\rho=1050$	E=78e9 V=0.44 $\rho=1050$	E=3.17e9 V=0.44 $\rho=19300$
0	-596	-35	-35	-596
2/30	-1072	-68	-69	-1072
4/30	-1583	-102	-105	-1221
0.2	-109	-136	-144	-1021
8/30	-1056	-170	-195	-1097
10/30	-1552	-203	-273	-1662
0.4	4	-236	-431	-1049
14/30	-1040	-269	-1054	-1120
16/30	-1524	-302	1245	-846
0.6	141	-334	327	-1068
20/30	-1024	-366	145	-1156
22/30	-1496	-398	61	-989
0.8	306	-429	7	-1085
26/30	-1008	-460	-33	-1253
28/30	-1471	-491	-69	-1032
1	510	-521	-104	-1104
32/30	-991	-551	-144	728
34/30	-1447	-580	-194	-1056
1.2	767	-609	-272	-1129
38/30	-974	-638	-428	-921
40/30	-1424	-667	-1039	-1074
1.4	1098	-695	1265	-1175

หมายเหตุ : ค่าความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM เมื่อไม่มีมวลมาเกาะมีค่า 9938476 Hz



รูปที่ ข1 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้วัสดุที่มีค่า $E=78e9 \text{ N/m}^2$, $V=0.44$, $\rho=1050 \text{ kg/m}^3$ มาเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน

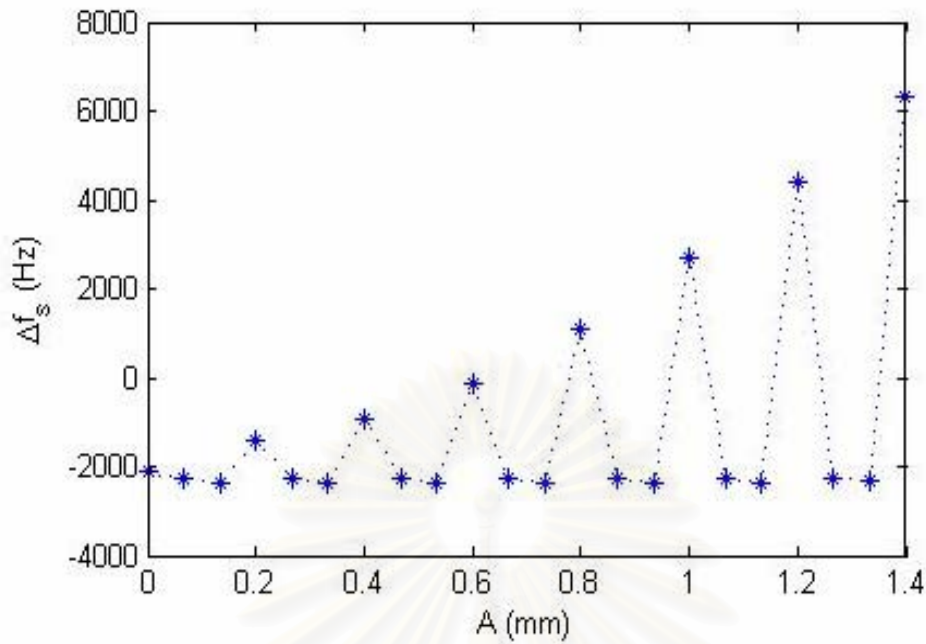


รูปที่ ข2 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้วัสดุที่มีค่า $E=3.17e9 \text{ N/m}^2$, $V=0.44$, $\rho=19300 \text{ kg/m}^3$ มาเป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน

ตารางที่ ข2 ค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองเป็นวัสดุมวลรูปตัว T เมื่อแต่ละชั้นของทองหนา 834 \AA^0 และ 8340 \AA^0 ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน

ความกว้างของแผ่นชั้นบน A[mm]	แต่ละชั้นของทองหนา 834\AA^0	แต่ละชั้นของทองหนา 8340\AA^0
0	-596	-2131
2/30	-1072	-2278
4/30	-1583	-2367
0.2	-109	-1393
8/30	-1056	-2274
10/30	-1552	-2364
0.4	4	-949
14/30	-1040	-2271
16/30	-1524	-2360
0.6	141	-108
20/30	-1024	-2266
22/30	-1496	-2356
0.8	306	1094
26/30	-1008	-2264
28/30	-1471	-2352
1	510	2710
32/30	-991	-2257
34/30	-1447	-2349
1.2	767	4380
38/30	-974	-2248
40/30	-1424	-2345
1.4	1098	6343

หมายเหตุ : ค่าความถี่เรโซแนนซ์ของ QCM เมื่อไม่มีมวลมาเกาะมีค่า 9938476 Hz



รูปที่ ข3 กราฟความถี่เรโซแนนซ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อใช้ทองที่แต่ละชั้นหนา 8340 \AA^0 เป็นวัสดุมวลรูปตัว T ที่ความกว้างชั้นบน A (รูปที่ 4.11) ต่างๆกัน

จากตารางที่ ข2 และกราฟรูปที่ ข3 จะเห็นได้ว่าเมื่อทำการลดค่าอัตราส่วนของแวนอนต่อแนวตั้งของเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมของทองลงเหลือ $\frac{1/30\text{mm}}{8340\text{\AA}^0} \approx 40$ เท่า ยังคงมีการสั่นของความถี่เรโซแนนซ์เช่นเดิม จึงไม่สามารถสรุปได้ว่าการสั่นที่ไม่สม่ำเสมอของความถี่เรโซแนนซ์เกิดจากค่าอัตราส่วนของแวนอนต่อแนวตั้งของเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมของทอง

การสั่นของค่าความถี่เรโซแนนซ์ที่เกิดขึ้นนี้เป็นผลของ

1. ค่าขั้วโมดูลัส หรือค่าความหนาแน่นที่สูงของทอง
2. ค่าวัสดุที่สูงนี้ส่งผลในกระบวนการคำนวณทำให้เกิดความผิดพลาดขึ้น

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายณัฐจักษ์ สิริบันลือวุฒิ เกิดเมื่อวันที่ 18 มิถุนายน พ.ศ. 2525 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญา มหาบัณฑิต หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2547



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย