

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับแขนกลแบบหุ่นตัว เพื่อประยุกต์ในงานควบคุม



นาย สมชาย เลี้ยงเสนา

วิทยานิพนธ์ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พฤษภาคม 2537

ISBN 974-584-919-7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

114101484

MATHEMATICAL MODEL OF A FLEXIBLE MANIPULATOR ARM FOR CONTROL APPLICATIONS

MR.SOMCHAI SIANGSANORH

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF ENGINEERING
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
GRADUATE SCHOOL
CHULALONGKORN UNIVERSITY

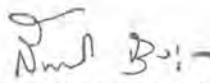
1994

ISBN 974-584-919-7


หัวข้อวิทยานิพนธ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับแขนงแบบหุ่นตัวเพื่อประยุกต์ในงานควบคุม
โดย นาย สมชาย เลียงเสนาะ
ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

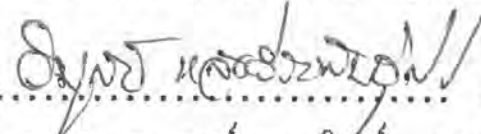



บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ อุงสุวรรณ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. วรสิทธิ์ อึ้งภากรณ์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ)



พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

สมชาย เสียงเสนาะ : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับแขนกลแบบหุ่นตัวเพื่อประยุกต์
ในงานการควบคุม (MATHEMATICAL MODEL OF A FLEXIBLE MANIPULATOR ARM FOR CONTROL
APPLICATIONS) อ.ที่ปรึกษา : รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, 145 หน้า. ISBN 974-584-919-7

งานวิจัยนี้เป็นการหาสมการคณิตศาสตร์สำหรับแขนกลที่มีความหยุ่นตัว โดยการใช้วิธีการสมมติ
โหนดเชฟโดยใช้ 2 โหนดเชฟ และสมการลากรางจ์ ในการสร้างสมการคณิตศาสตร์สำหรับแขนกลแบบ
หยุ่นตัวจะพบว่า มีตัวแปรของระบบที่จำเป็นจะต้องหาค่าให้ได้เพื่อที่จะนำไปใช้ในการควบคุม จำนวน 6 ตัวแปร
สำหรับการหาค่าตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต ($q(t)$) จะอาศัยค่าความสัมพันธ์ของค่าความเครียดที่
เกิดขึ้นบนแขนกล ระยะการโก่งตัวเนื่องจากความหยุ่นตัวของแขนกล ($u(x,t)$) ในขณะที่แขนกลเคลื่อนที่
จะเป็นผลรวมของตัวแปรโหนดเชฟ $\phi(x)$ และตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต $q(t)$

สำหรับการทดลองจะทำการแกว่งแขนที่โหนดเชฟหนึ่ง ๆ เพื่อหาการโก่งตัวของแต่ละจุดบน
แขนกล ซึ่งผลที่ได้เปรียบเทียบกับค่าโหนดเชฟที่ได้จากสมการเพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของสมการโหนดเชฟ
และจะนำไปใช้ในการทดสอบค่าความถูกต้องของตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต ซึ่งจะใช้วิธีการทดสอบ
แบบสถิติ โดยการโก่งแขนที่ระยะหนึ่งแล้วทำการอ่านค่าระยะการโก่งตัวของแขนโดยใช้สมการเดียวกัน ดังนั้น
ข้อมูลการโก่งตัวของแขนที่อ่านได้จะมีผลโดยตรงกับความถูกต้องกับตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต ผล
จากการทดสอบพบว่าตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนตมีความถูกต้องและพอเพียงสำหรับนำไปใช้ในการควบคุม
แขนกลแบบหุ่นตัวได้

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2537

ลายมือชื่อนิสิต สมชาย เสียงเสนาะ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

C315767 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: MATHEMATICAL MODEL/ FLEXIBLE MANIPULATOR ARM/ CONTROL

SOMCHAI SIANGSANORH : MATHEMATICAL MODEL OF A FLEXIBLE
MANIPULATOR ARM FOR CONTROL APPLICATIONS. THESIS ADVISOR ASST.
PROF. VIBOON SANGVERAPHANSIRI, Ph.D. 145 pp. ISBN 974-584-919-7

The assumed mode shape and Lagrange's equations were used for obtaining the mathematical model of a flexible manipulator arm. The first two modes of vibration were considered here, so that 6-state variables mathematical model were verified with experiments. The measurement of strain values were used for evaluating generalized coordinates ($q(t)$). So the deflection of the manipulator arm ($u(x,t)$) as the arm is moving was the summation of the mode shapes $\phi(x)$ and generalized coordinates.

The manipulator arm was swung at specified mode shape. The experimental and the theoretical results were compared. The deflection was calibrated by using static test method. From the experiment, it can be shown that the generalized coordinates obtained with this method are accurate enough for the feedback control purpose.

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2537

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม



กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณท่านอาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์
แสงวีระพันธุ์ศิริ ที่ท่านได้สละเวลาให้คำแนะนำ คำปรึกษา และให้ข้อคิดเกี่ยวกับการดำเนินงาน
และในการแก้ปัญหาตลอดเวลาในการทำวิทยานิพนธ์จนงานสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้เขียนขอขอบ
พระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วิทยา ยงเจริญ ที่ท่านให้คำแนะนำเกี่ยวกับ อุปกรณ์ และเครื่องมือ
วัดซึ่งใช้ในการทำวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนขอขอบพระคุณ บริษัท โบอิง คอมเมอเชียล แอร์ไลน์
และบัณฑิตวิทยาลัยที่ได้ให้ทุนในการวิจัยครั้งนี้

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ส่งเสริมและสนับสนุนในทุกสิ่งทุกอย่างมา
โดยตลอดเวลา



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	๑
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	๖
กิตติกรรมประกาศ	๗
สารบัญตาราง	๗
สารบัญภาพ	๘
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	๙
บทที่	
1 บทนำ	1
2 ทฤษฎี	๖
3 การทดลอง	24
4 ผลการทดลองและการวิเคราะห์	46
เอกสารอ้างอิง	92
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก	99
ภาคผนวก ข	94
ภาคผนวก ค	108
ภาคผนวก ง	112
ภาคผนวก จ	131
ภาคผนวก ฉ	133
ภาคผนวก ช	140
ประวัติผู้เขียน	145

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

4.1	แสดงผลของการทดสอบแบบสถิติ สำหรับแขนกลแผ่นหนา	74
4.2	แสดงผลของการทดสอบแบบสถิติ สำหรับแขนกลแผ่นบาง	75
ก.1	คุณสมบัติของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง	93
ข.1	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	94
ข.2	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	95
ข.3	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 3 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	96
ข.4	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นบาง ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	97
ข.5	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นบาง ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	98
ข.6	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	99
ข.7	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ..	100
ข.8	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	101
ข.9	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	102
ข.10	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 3 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	103
ข.11	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นบาง ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	104
ข.12	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นบาง ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	105
ข.13	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	106
ข.14	ผลการทดลองโหมด เซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	107
ฉ.1	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน.....	134
ฉ.2	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นบาง ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	135
ฉ.3	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	136
ฉ.4	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นหนา ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	137
ฉ.5	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นบาง ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	138
ฉ.6	ค่าโหมด เซฟสำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	139

สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า
2.1	3
2.2	18
2.3	23
3.1	27
3.2	28
3.3	29
3.4	42
3.5	42
3.5	43
4.1	48
4.2	49
4.3	50
4.4	55
4.5	56
4.6	57
4.7	58
4.8	59
4.9	60
4.10	61
4.11	62
4.12	63
4.13	64
4.14	65
4.15	66
4.16	67

4.17	โหมตเซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นบางคู่ ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน	68
4.18	แสดงรูปร่างของโหมตเซฟที่ 1 สำหรับแขนกลที่ทำจากวัสดุแผ่นหนา	69
4.19	แสดงรูปร่างของโหมตเซฟที่ 2 สำหรับแขนกลที่ทำจากวัสดุแผ่นหนา	70
4.20	แสดงรูปร่างของโหมตเซฟที่ 3 สำหรับแขนกลที่ทำจากวัสดุแผ่นหนา	71
4.21	โหมตเซฟที่ 1 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ที่ได้จาก สมการคณิตศาสตร์ใช้ตำแหน่ง strain gauge ตัวที่ 1 และตัวที่ 2	72
4.22	โหมตเซฟที่ 2 สำหรับแขนกลแผ่นหนา ไม่ใส่น้ำหนักที่ปลายแขน ที่ได้จาก สมการคณิตศาสตร์ใช้ตำแหน่ง strain gauge ตัวที่ 1 และตัวที่ 2	73
4.23	แสดง ขนาด และ เฟส ของทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน สำหรับแบบจำลองของแขนกล แผ่นหนา	76
4.24	แสดง ขนาด และ โคอีแรงแล ของทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน สำหรับแบบจำลองของ แขนกลแผ่นหนา	77
4.25	แสดงขนาดของ ทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ แขนกลแผ่นหนา	78
4.26	แสดง เพาเวอร์ สเปคตรัม สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลแผ่นหนา	79
4.27	แสดง ทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน สำหรับแขนกลแบบหุ่นตัวของแขนกลแผ่นหนา	80
4.28	แสดงการเปรียบเทียบ ทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน ระหว่างผลจากการวัดและผลจาก แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลแผ่นหนา	81
ค.1	แสดง metal foil strain gauge	108
ค.2	แสดงวงจรบริดจ์	110
ง.1	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง มุม-เวลา โดยใช้ state observer .	117
ง.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_1(t)$ -เวลา โดยใช้ state observer .	118
ง.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_2(t)$ -เวลา โดยใช้ state observer .	119
ง.4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วเชิงมุม-เวลา โดยใช้ state observer .	120
ง.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_1(t)$ -เวลา โดยใช้ state observer .	121
ง.6	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_2(t)$ -เวลา โดยใช้ state observer .	122
ง.7	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ทอร์ค-เวลา โดยใช้ state observer .	123
ง.8	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง มุม-เวลา โดยใช้ Kalman filter ..	124
ง.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_1(t)$ -เวลา โดยใช้ Kalman filter ..	125
ง.10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $q_2(t)$ -เวลา โดยใช้ Kalman filter ..	126
ง.11	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วเชิงมุม-เวลา โดยใช้ Kalman filter ..	127

ง.12	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง	$q_1(t)$ -เวลา	โดยใช้ Kalman filter ..	128
ง.13	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง	$q_2(t)$ -เวลา	โดยใช้ Kalman filter ..	129
ง.14	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง	ทอร์ค-เวลา	โดยใช้ Kalman filter ..	130
ช.1	แสดงการสร้างเส้นตรงสำหรับข้อมูลทดสอบ			140
ช.2	แสดงการเก็บข้อมูลที่ช่องเวลาห่างเท่ากับ T			142

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

A_p	-	เวกเตอร์บอกตำแหน่งสำหรับเฟรม {A}
B_p	-	เวกเตอร์บอกตำแหน่งสำหรับเฟรม {B}
P_{orig}	-	เวกเตอร์บอกการเคลื่อนที่ของจุดเริ่มต้น จากเฟรม {A} ไปยังเฟรม {B}
Q	-	มุมการเคลื่อนที่ของเฟรม {B} เทียบกับเฟรม {A}
\bar{R}_u	-	เวกเตอร์บอกตำแหน่งของแขนกล
\bar{u}_x, \bar{u}_y	-	ยูนิตเวกเตอร์บอกทิศทางของการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x,y ตามลำดับ
\bar{R}_d	-	เวกเตอร์บอกความเร็วของตำแหน่งบนแขนกล
$\phi_i(x)$	-	สมการโหมดเชฟ ในโหมดที่ i ของแขนกลที่ตำแหน่ง x
$q_i(t)$	-	ตัวแปรเจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต โหมดที่ i
$u(x,t)$	-	ระยะการโก่งตัวของแขนที่ตำแหน่ง x ในเวลา t
T	-	สมการพลังงานจลน์ (kinetic energy)
U	-	สมการพลังงานศักย์ (potential energy)
M	-	มวลที่ติดที่ปลายแขนกล
I_o	-	โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนกลที่ตำแหน่งจุดหมุน
m	-	มวลของแขนกล
J_p	-	โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้วของมวลที่ปลายแขนเทียบกับจุดศูนย์กลางความถ่วง
J_o	-	โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้วของแขนโดยคิดเปรียบเทียบกับจุดหมุนของแขนกล
q_r	-	เจนเนอรัลไรซ์ โคออดิเนต (generalized coordinate)
Q_r	-	เจนเนอรัลไรซ์ ฟอर्स (generalized force)
M_o	-	โมเมนต์ที่กระทำต่อแขน
E	-	ความเคียด
c	-	ความหนาครึ่งหนึ่งของแขน
E	-	โมดูลัสการหยุ่นตัว (modulus of elasticity)
V	-	แรงเฉือนที่กระทำต่อแขน
$\partial u / \partial x$	-	ความชันของเส้นที่ผ่านจุดกึ่งกลางหน้าตัดของแขน
ψ	-	ความชันเนื่องจากการดัด
ρ	-	มวลต่อความยาวของแขน