บทที่ 3

DIFFERENTIAL FILTERS

3.1 Ross Filter

ในปี พ.ศ. 2469 (1926) P.A. Ross แห่งมหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ด ได้เสนอวิธีใช้แผ่นกรองคู่ (double filters) ในการแยกพลังงานของรังสีเอกซออกจากสเปคตรัมทั้งหมดของรังสีเอกซ เพื่อให้ได้รังสีเอกซคลื่นเดี่ยว (monochromatic X-ray) โดยการจัดความหนาของแผ่นกรองทั้งคู่ให้สเปคตรัมที่แผ่ออกมา "เหมือนกัน" (identical) ทุกขนาดความยาวคลื่น ยกเว้นเฉพาะช่วงแคบ ๆ ระหว่าง Absorption edges เท่านั้น เราเรียกช่วงนี้ว่า pass band ของแผ่นกรองคู่ P.A. Ross เรียกแผ่นกรองคู่นี้ว่า balanced foils ภายหลังเรียก Ross filters ปัจจุบันเรียก Differential filters เทคนิคการแยกพลังงานที่ต้องการออกจากสเปคตรัมนี้ได้กลายเป็นวิธีมาตรฐานในการวิเคราะห์โดยการเรืองรังสีเอกซ อันเป็นวิธีการที่ง่าย สะดวก และประหยัดที่สุดวิธีหนึ่ง

เพราะว่า source ของการเรืองรังสีเอกซมีความเข้มต่ำ จึงไม่สามารถใช้วิธี dispersive method หรือวิธี spectroscopy ได้ และการใช้ Scintillation Counter กับ Pulse-height Analyser ก็มีข้อจำกัดเกี่ยวกับกำลังแยกของเครื่องมือวัด และยังมีปัญหาเกี่ยวกับเสถียรภาพของ amplitude discriminator ด้วย ดังนั้น การแยกพลังงานออกจากกันโดยวิธีเหล่านี้จึงไม่ค่อยได้ผลสำหรับงานวิเคราะห์หาปริมาณธาตุในสารตัวอย่าง ด้วยเหตุผลดังกล่าว การใช้แผ่นกรองรังสีเอกซ (X-ray filter) จึงมีความเหมาะสมกว่า เพราะเป็นวิธีที่ง่าย เสถียร และมีกำลังแยกพลังงานได้ดี แผ่นกรองนี้ทำด้วยโลหะบาง ๆ แล้วนำมาปิดหน้าต่างของเครื่องมือวัด.

001676

3.2 กำลังแยกของแผ่นกรองคิฟเฟอเรนเชียล

กำลังแยก (Resolving power) ของแผ่นกรองทั้งคู่ สามารถวัดได้ง่าย ๆ โดยถือเอาอัตราส่วนระหว่าง ความยาวคลื่นที่ pass band ต่อผลต่างของความยาวคลื่นของ Absorption edges ของแผ่นกรองทั้งสอง

ถ้าให้ λ_K เป็นความยาวคลื่นที่ผ่าน pass band และ λ_1, λ_2 เป็นความยาวคลื่นที่ absorption edges ของแผ่นกรองทั้งสอง ดังนั้น อัตราส่วนนี้ คือ กำลังแยกพลังงานของแผ่นกรองซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\frac{\lambda_K}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\lambda_K}{\Delta\lambda} \quad \text{นั่นเอง}$$

จากกฎของ Mosley's ที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่าง absorption edge กับ อะตอมมิคนัมเบอร์ของธาตุว่า ความถี่ของรังสีเอกซเป็นปฏิภาคกับ อะตอมมิคนัมเบอร์ ยกกำลังสอง (ดังรูปที่ 5)

$$\sqrt{\nu} = c\,(Z - \sigma) \qquad \text{หรือ สำหรับ K-spectrum}$$

$$\nu = 0.248 \times 10^{16}\,(Z - 1)^2$$

เมื่อ σ, c เป็นค่าคงที่ มีค่าเท่ากันสำหรับทุกธาตุ

$$\therefore \quad \lambda_K (Z - \sigma)^2 = K \text{ (constant)}$$

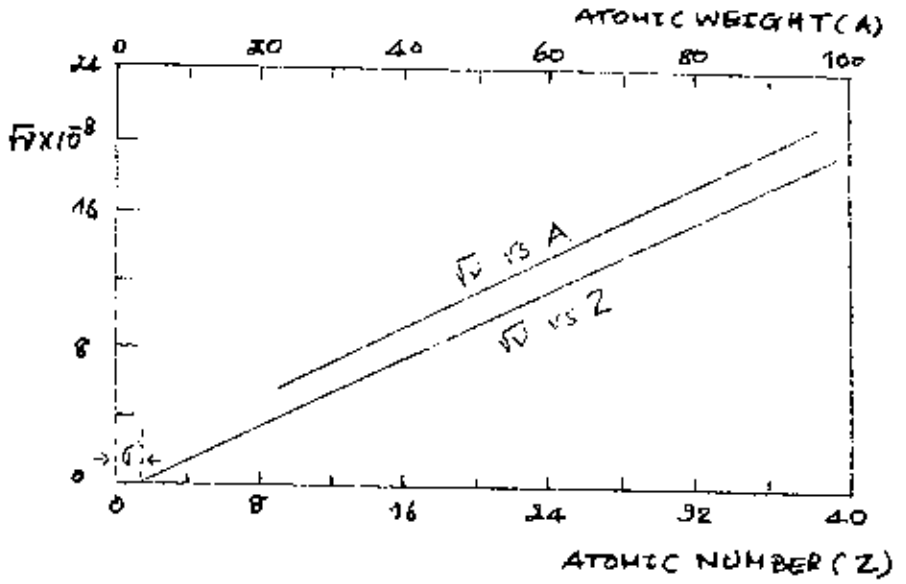
$$\lambda_K = K\,(Z - \sigma)^{-2} \qquad \text{----------(1)}$$

$$d\lambda = -2K\,(Z - \sigma)^{-3}\,dZ \qquad \text{----------(2)}$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda_K}{d\lambda} = -\frac{(Z - \sigma)}{2.dZ}$$

หรือ

$$\frac{\lambda_K}{\Delta\lambda} = -\tfrac{1}{2}\frac{(Z - \sigma)}{dZ} \qquad \text{----------(3)}$$



รูปที่ 5[1] กราฟแสดง Moseley's curve ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง ความถี่ของรังสีเอกซ กับ Atomic number และ Atomic Weight ของธาตุ

ถ้า $dZ = -1$ (เป็นธาตุที่อยู่ติดกัน)

$$\therefore \quad \frac{\lambda_K}{\Delta\lambda} = \frac{(Z - \sigma)}{2}$$

จากการทดลองของ Moseley (ดังรูปที่ 6) ได้ค่า $\sigma = 1$

$$\therefore \quad \boxed{\text{กำลังแยก} = \frac{\lambda_K}{\Delta\lambda} = \frac{(Z-1)}{2}}$$

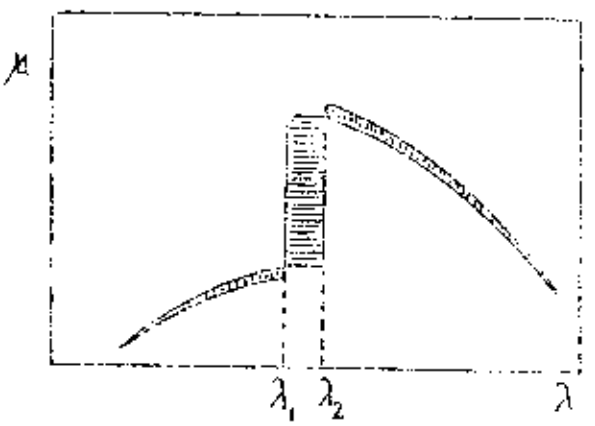
---

[1] F.K. Richtmyer, et. al., Introduction to Modern Physics, 5th Ed. New York, Magraw-Hill Book Company, Inc., p. 364 (1955).

จะเห็นว่า กำลังแยกของแผ่นกรองจะดีขึ้นถ้า passband แคบลง หรือ ถ้าเป็นชาตุที่มีอะตอมมิคสูงขึ้น

3.3 Preferred Thickness

จะพิจารณาความหนาของแผ่นกรองที่เมื่อนำไปใช้แล้วจะได้ความเข้มของเอกซเรย์ที่ผ่านไปมีค่าถูกต้อง ค่าที่ดีที่สุดคือ ค่าที่ให้ความเข้มรังสีมากที่สุดในช่วง passband ความเข้มรังสีที่ผ่านช่วง passband นี้วัดจากผลต่างของความเข้มเมื่อใช้แผ่นกรองวัดทีละอัน ดังแสดงในรูปที่ 6 ซึ่งหาได้ดังนี้



รูปที่ 6[2] แสดงความเข้มรังสีเอกซ์ที่ transmit โดย two imperfectly balanced Ross filters. Paseband is shaded horizontally and error area shaded vertically.

กำหนดให้

I_t เป็น band intensity transmitted

[2]Kirkpatrick; Rev. of Sci. Inst, 10 , p. 187 (1939).

$I_o \Delta\lambda$ เป็นความเข้มในช่วง band width ($\Delta\lambda$) เมื่อไม่ใช้แผ่นกรองกั้น

μ_L เป็น mass absorption coefficient สำหรับแผ่นกรองที่มี absorption edge wavelength ยาว

μ_s เป็น mass absorption coefficient ของแผ่นกรองที่มี absorption edge wavelength สั้น

t เป็นความหนาของแผ่นกรองทั้งสอง (กรัม/ตร.ซม.)

∴ ความเข้มรังสีเอกซ์ที่ผ่านแผ่นกรองทั้งสองแผ่น คือ

$$I_L = I_o \Delta\lambda \, e^{-\mu_L t},$$

$$I_s = I_o \Delta\lambda \, e^{-\mu_s t}$$

∴ ความเข้มที่ผ่าน passband คือผลต่างของความเข้มที่ผ่านแผ่นกรองทั้งสอง

$$I_t = I_L - I_s$$

$$\therefore \quad \boxed{I_t = I_o \Delta\lambda \left[e^{-\mu_L t} - e^{-\mu_s t} \right]} \quad ; \quad \mu_s > \mu_L$$

เราอาจหา optimum thickness ของแผ่นกรองได้โดยการ differentiate สมการ I_t เทียบกับ dt ให้ $\frac{dI_t}{dt} = 0$ จะได้

$$\boxed{t = \frac{1}{\mu_s - \mu_L} \ln \left[\frac{\mu_s}{\mu_L} \right]}$$

3.4 Posibility of Balance

เป็นความจำเป็นที่จะพิจารณาและศึกษาการใช้ differential filters ที่ให้กรองรังสีเอกซไว้อย่างสมดุลย์กันหมด ๆ ขนาดความยาวคลื่นตลอดสเปคตรัม จากการศึกษาการใช้แผ่นกรองที่มีอะตอมมิคนัมเบอร์ใกล้เคียงกัน กันรังสีเอกซทำให้เราสามารถปรับความหนาของแผ่นกรองทั้งคู่ให้กันรังสีได้เป็นปริมาณใกล้เคียงกัน

ในทางทฤษฎีอาจทำให้แผ่นกรองทั้งสอง ให้อยู่ในภาวะสมดุลย์กันอย่างสมบูรณ์ (perfect balance) ได้เมื่อ transmitted intensity เท่ากัน

$$\therefore \quad I_1 = I_2$$

$$\text{หรือ} \quad \mu_1 t_1 = \mu_2 t_2$$

เมื่อ μ_1, μ_2 เป็น mass absorption coefficients ของแผ่นกรองที่มีอะตอมมิคนัมเบอร์ z_1 และ z_2 ตามลำดับ

t_1, t_2 เป็นความหนาของแผ่นกรองทั้งสองนั้น (กรัม/ตร.ซม.)

$$\therefore \quad \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

หรือ

$$\boxed{t_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} t_2}$$

จะเห็นได้ว่า เราสามารถปรับความหนา t_1 และ t_2 ได้ตามต้องการ ถ้าทำให้ μ_2/μ_1 เป็นอัตราส่วนคงที่ทุกช่วงความยาวคลื่นที่อยู่นอก pass-band.

อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ เราไม่สามารถปรับความหนาของแผ่นกรองให้เป็น perfect balance ทุก ๆ ขนาดความยาวคลื่นได้ ดังนั้น

จึงมีค่าความเข้มที่ผิดพลาดอยู่เล็กน้อย ตลอดสเปคตรัมของรังสีเอกซ์ที่อยู่นอก pass band (ดังรูปที่ 6)

3.5 Balance Errors

การวัดที่จะให้ได้ผลดีนั้น จำเป็นต้องจัดให้ผลต่างของความเข้มในช่วงนอก pass band มีค่าน้อยที่สุดที่จะทำได้ เพราะค่าแตกต่างนอก pass band นี้เป็นค่าผิดพลาด (error area) ซึ่งแสดงในรูปที่ 8 ค่าผิดพลาดนี้เนื่องมาจากการ transmit ของแผ่นกรองทั้งสองไม่สมดุลย์กันทุกความยาวคลื่น ค่าผิดพลาดนี้ได้จากผลรวมของค่าแตกต่างของ transmitted intensity ทุกความยาวคลื่น ยกเว้นในแถบ pass band.

ถ้าให้ I_o เป็น incident intensity เป็นฟังค์ชั่นของความยาวคลื่น และ $\Delta(\mu t)$ เป็นผลต่างระหว่างค่า μt ของ filter ทั้งสอง และเป็นฟังค์ชั่นของความยาวคลื่นด้วย เราอาจหา error area ได้ดังนี้

สำหรับแผ่นกรองที่ 1

$$I_{t1} = I_o e^{-\mu_1 t_1}$$

และแผ่นกรองที่ 2

$$I_{t2} = I_o e^{-\mu_2 t_2}$$

ค่าแตกต่างระหว่าง transmitted intensity ของแผ่นกรองทั้งสองคือ

$$I_{t1} - I_{t2} = I_o(e^{-\mu_1 t_1} - e^{-\mu_2 t_2})$$

$$= I_o e^{-\mu t}\left(e^{-\mu_1 t_1} \cdot e^{\mu t} - e^{\mu t} \cdot e^{-\mu_2 t_2} \right)$$

$$\Delta I_t = I_o e^{-\mu t}\left(e^{(\mu t - \mu_1 t_1)} - e^{(\mu t - \mu_2 t_2)} \right)$$

$$= I_o e^{-\mu t} \left[\mu_2 t_2 - \mu_1 t_1 \right]$$

$$\boxed{\Delta I_t = I_o e^{-\mu t} \Delta(\mu t)}$$

ΔI_t เป็นค่า error intensity transmitted โดยแผ่นกรองทั้งสองอันเนื่องมาจาก imperfect balancing ของ differential filters. จะเห็นได้ว่า $\Delta(\mu t)$ มีค่าน้อย ถ้า $\Delta(\mu t)$ เข้าใกล้ศูนย์ ก็หมายความว่า ΔI_t เข้าใกล้ศูนย์ด้วย ซึ่งจะเป็นภาวะที่แผ่นกรองทั้งสองถูกปรับให้เป็น perfect balance filters นั่นเอง.

3.6 <u>ชนิดของแผ่นกรอง</u>

แผ่นกรองรังสีเอกซ์ที่ใช้อยู่มี 3 แบบ คือ

3.6.1 <u>Absorption Coefficient Filter</u>

การเลือกแยก (discriminate) ช่วงความยาวคลื่นที่ต้องการขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันของ mass absorption coeff. ต่อพลังงานของรังสีเอกซ์ที่วิ่งกระทบ วิธีนี้ใช้สำหรับแยกรังสีที่มีพลังงานสูงออกจากพลังงานต่ำได้ แต่เส้นสเปกตรัมทั้งคู่นี้ต้องอยู่ห่างกันพอสมควร เช่น ต้องการแยก Ni K-X-ray ซึ่งมีพลังงาน 7.5 kev และ Sr K X-ray ซึ่งมีพลังงาน 14.2 kev ถูกทำให้เกิดขึ้น (excited) พร้อม ๆ กันออกจากกัน เราอาจใช้แผ่นกรองอะลูมิเนียม (Al-filter) แยก K-lines ทั้งสองออกจากกันได้ เพราะว่าที่ 7.5 kev ค่า μ_{Al} = 65 ตร.ซม/กรัม แต่ที่ 14.2 kev พบว่า μ_{Al} = 8 ตร.ซม/กรัม เท่านั้น ดังนั้น การใช้แผ่นกรองอะลูมิเนียมหนา 0.032 ซม. ซึ่งมี μ_{Al} = 12 ตร.ซม/กรัม มาปิดหน้าต่างของเครื่องมือวัด ความเข้มรังสีที่ผ่านแผ่นกรองไป จะมี Ni K X-ray น้อยกว่า Sr K-X-ray

ถึง 140 เท่า จึงถือได้ว่า เราได้แยกพลังงาน 14.2 kev ออกจาก พลังงาน 7.5 kev. ได้

3.6.2 แผ่นกรอง absorption edges

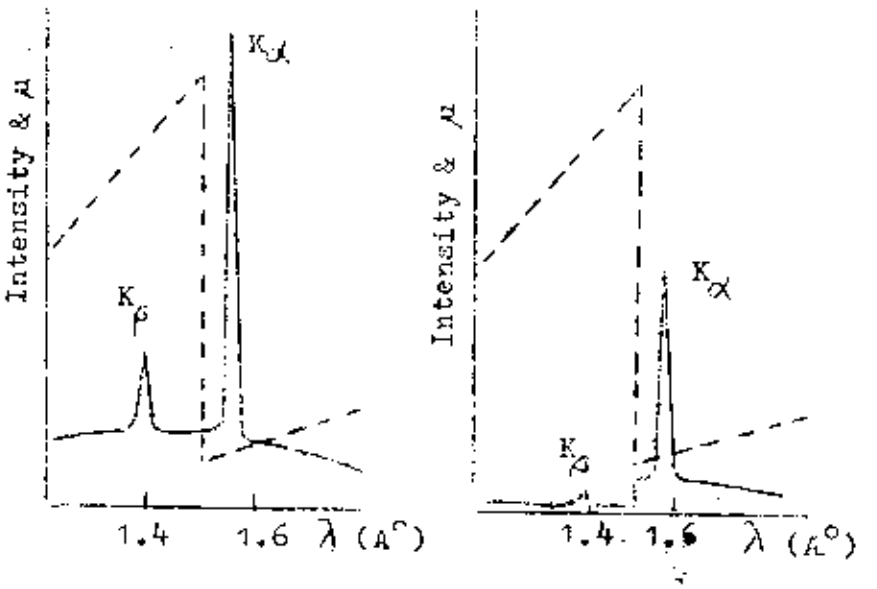
แผ่นกรองประเภทนี้ใช้เลือกแยก (discriminate) พลังงานรังสีเอกซ 2 ค่าที่อยู่ใกล้เคียงกันออกจากกัน โดยการใช้แผ่นกรองเพียงแผ่นเดียว ซึ่งมีค่า absorption edge อยู่ระหว่างพลังงานทั้งสองค่านั้น วิธีนี้จะได้ผลดีที่สุดเมื่อรังสีเอกซทั้งสองค่านั้นอยู่ใกล้กันมาก เช่น พลังงาน K_α กับ K_β หรือ L_I, L_{II} กับ L_{III} เป็นต้น

เราต้องการแยก K_α และ K_β ของโลหะทองแดงออกจากกัน หรือต้องการสะกัด K_β ออกจาก K_α เราก็ใช้แผ่นกรองนิเกิลซึ่งมี K-absorption edge อยู่ระหว่าง K_β กับ K_α ของทองแดงพอดีดังนี้ (ดูรูปที่ 7) ทองแดง Z = 29, K_α = 8.047 kev (1.541 A°)

K_β = 8.90 kev (1.392 A°)

นิเกิล Z = 28, K_{ab} = 8.329 kev (1.488 A°)

หรือถ้ามี K X-ray ของสังกะสีพลังงาน 8.7 kev (1.435 A°) ปนอยู่กับ K_α X-ray ของทองแดง 8.047 kev (1.541 A°) ที่แยกออกจากกันได้โดยใช้แผ่นกรองนิเกิล หนา 0.0013 ซม. จะปรากฏว่า 60 % ของรังสีเอกซของทองแดงผ่านไปได้ แต่รังสีเอกซของสังกะสีจะผ่านไปได้เพียง 1.5 % เท่านั้น จะเห็นว่า นิเกิล ทองแดง และสังกะสี เป็นธาตุที่มีอะตอมนัมเบอร์ติดกัน แต่แผ่นนิเกิลก็สามารถตัด Zn K X-ray ออกจาก Cu K X-ray ได้



รูปที่ 7[3] แสดงการใช้ absorption edge filter (Ni) แยก K_α และ K_β ของ K χ-rays ของทองแดง
ก. เมื่อไม่ใช้แผ่นกรองนิเกิล
ข. เมื่อใช้แผ่นกรองนิเกิล

3.6.3 <u>Balanced Differential Filters</u>

การใช้ differnential Ross filters นี้เพื่อแยก (isolate) เฉพาะพลังงานช่วงใดช่วงหนึ่งของรังสีเอกซ ส่วนช่วงอื่น ๆ ของสเปคตรัมจะถูกดูดกลืนหมดหรือเกือบหมด differential filters นี้ทำจากแผ่นกรอง 1 คู่ เป็นโลหะต่างชนิดกัน มีอะตอมมิกนัมเบอร์ใกล้

---

[3]B.D. Cullity ; <u>Elements of X-ray Diffraction</u> Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. p.16 (1956)

เคียงกัน และมี absorption edge คล่อมอยู่ระหว่างพลังงานที่จะแยกพอดี

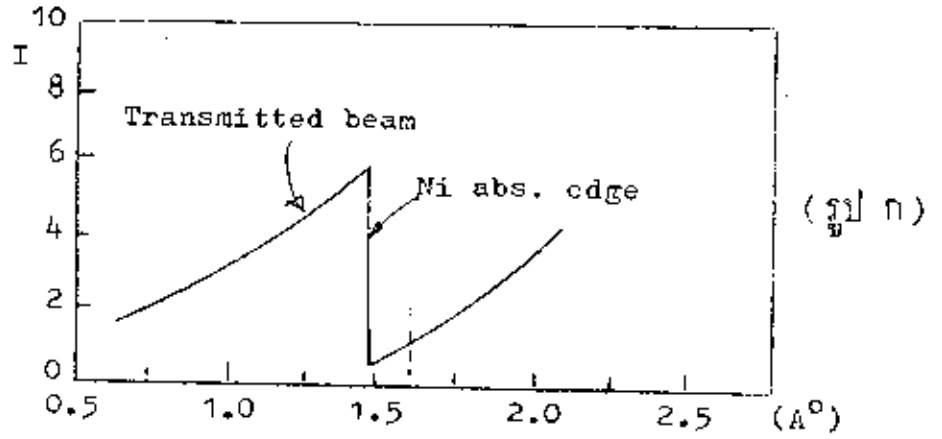
ถ้าเราสามารถปรับความหนาของแผ่นกรองทั้งคู่ให้ดูดกลืนรังสีได้เท่า ๆ กันในช่วงต่ำกว่า absorption edge และช่วงเหนือ absorption edge แล้วทำการวัดความเข้มของการเรืองรังสีเอกซ์ติดต่อกันโดยใช้แผ่นกรองปิดหน้าต่างเครื่องนับทีละอัน ผลต่างของความเข้มรังสีที่วัดได้เกือบทั้งหมดจะเป็นความเข้มของพลังงานรังสีเอกซ์ที่ต้องการวัด ช่วงอื่นจะถูกกำจัดออกไปเกือบหมดเหลือเป็น pass band เท่านั้น.

ตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการวัด K_{α} X-ray ของทองแดง ซึ่งมีพลังงาน 8.047 kev (1.541 A°) ก็ใช้แผ่นกรองนิเกิล และโคบอลต์ เป็น differential filter ทั้งนี้เพราะ นิเกิล มี K_{ab} = 8.392 kev (1.6081 A°) และโคบอลต์มี K_{ab} = 7.707 kev (1.4880 A°) ดังรูปที่ 8 จะเห็นว่า transmitted beam ของ Co-filter คือพื้นที่เหนือเส้น ABCEF และ transmitted beam ของ Ni-filter คือ ADEF ค่าแตกต่างของความเข้มทั้งสองคือ พื้นที่ BDEC

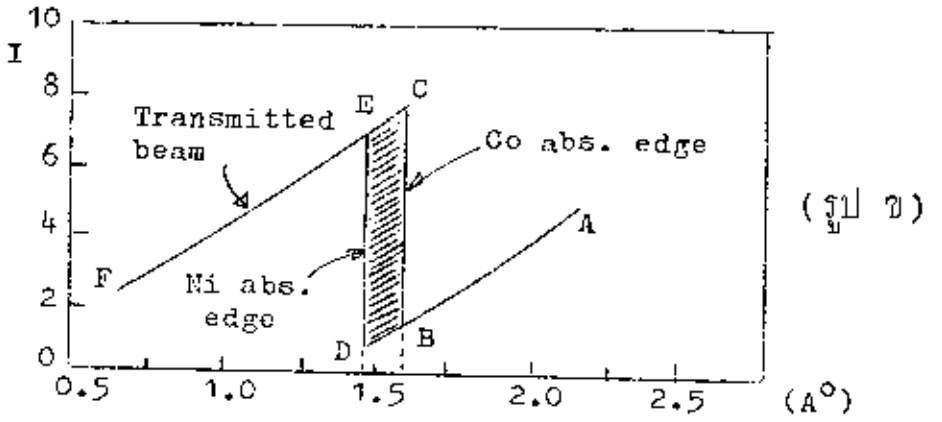
หรือต้องการแยก K_{α} X-ray ของโลหะเงิน (22.162 kev หรือ 0.559 A°) ทำได้โดยใช้ differential filter ทำด้วยแผ่นโมลิบดีนัม และ โรเดียม (Mo K_{ab} 19.996 kev หรือ 0.6198 A° และ Rh_{ab} 23.217 kev หรือ 0.5338 A°) ในทำนองเดียวกัน ถ้าต้องการวิเคราะห์ธาตุไอโอดีนในสารตัวอย่าง (K_{α} X-ray = 28.610 kev หรือ 0.433 A°) ก็ใช้โลหะอินเดียม และดีบุกเป็นแผ่นกรอง (In K_{ab} = 27.092 kev หรือ 0.4439 A°) และ Sn K_{ab} 29.182 kev หรือ 0.4247 A°)

อย่างไรก็ตาม การนำเอาวิธีแยกพลังงานนี้ไปใช้ในการวิเคราะห์ก็มีขีดจำกัดที่การหาธาตุที่เหมาะสมที่จะนำมาเป็นแผ่นกรอง และธาตุบางชนิด

ที่ไม่สามารถทำเป็นแผ่นกรองได้ ดังนั้น จึงไม่ สามารถวิเคราะห์ทุกธาตุในตารางธาตุได้.



(รูป ก)



(รูป ข)

รูปที่ 8 แสดงการใช้ Ni-Co filter แยก K_α X-ray 8.047 kev ออกจากสเปกตรัม รูป ก. ใช้ Ni-filter แผ่นเดียว เพื่อตัดพลังงานด้านที่ต่ำกว่า absorption edge ของนิเกิล

รูป ข. แสดงการใช้ balanced differential filters คือใช้ Co-filter คู่กับนิเกิล เพื่อตัดพลังงานทั้งด้านที่สูงและต่ำกว่า absorption edge ของแผ่นกรองทั้งสองออก เหลือเฉพาะแถบ pass band เท่านั้น ที่ transmit.