

การวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์

นางสาวประติษฐา ลิขิตพัฒนกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2556

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR) are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

AN ANALYSIS OF AN EXACT INFERENCE FOR A WEIBULL MODEL

Miss Pradittha Likitpattanakul

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2013

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์
โดย	นางสาวประติษฐา ลิขิตพัฒนกุล
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์

คณะแพทยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

.....คณบดีคณะแพทยศาสตร์และการบัญชี  
(รองศาสตราจารย์ ดร.พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุกุล คุ้มวัฒนา)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

.....กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.เนท กุลวานิช)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(อาจารย์ ดร.นุรีย์ วิวัฒน์วัฒนา)

ประดิษฐา ลิขิตพัฒนกุล: การวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์.  
(AN ANALYSIS OF AN EXACT INFERENCE FOR A WEIBULL MODEL) อ.ที่ปรึกษา  
วิทยานิพนธ์หลัก : ผศ. ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์, 94 หน้า.

งานวิจัยนี้ทำการวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์มาตรฐานที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว โดยศึกษาการสร้างเขตความเชื่อมั่น ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด บนพื้นฐานของสถิติโคโลโมโกรอฟและโปรแกรมเชิงเส้น ซึ่งเขตความเชื่อมั่นนี้สามารถนำไปหาช่วงความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นได้ รวมถึงทำการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์และทดสอบสมมติฐานเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% กับข้อมูลจำลองของการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์แสดงรูปร่างเท่ากับ 1, 2 และ 4 และพารามิเตอร์แสดงขนาดเท่ากับ 1 ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 จากผลการศึกษาพบว่าเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้ามีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ขณะที่แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า อย่างไรก็ตามค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นภายใต้ขอบเขตการวิจัยจากทั้งสองวิธี ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ภาควิชา.....สถิติ.....ลายมือชื่อนิสิต.....  
สาขาวิชา.....สถิติ.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....  
ปีการศึกษา.....2556.....

## 5481611526 : MAJOR STATISTICS

KEYWORDS : WEIBULL MODEL / CONFIDENCE SET / CONFIDENCE BAND /  
KOLMOGOROV'S BOUNDS / LINEAR PROGRAMMING / EMPIRICAL CONFIDENCE

PRADITTHA LIKITPATTANAKUL : AN ANALYSIS OF AN EXACT INFERENCE FOR  
A WEIBULL MODEL. ADVISOR : ASSOC. PROF. SEKSAN KIATSUPAIBUL, Ph.D.,  
94 pp.

This research performs an analysis on an exact inference of a standard two-parameter Weibull Model. The exact inference constructs a confidence set at a specified confidence level based on Kolmogorov statistics and linear programming. This confidence set induces the desired confidence interval and confidence band, respectively. Empirical confidence and hypothesis testing are performed on simulated data sets to compare the efficiency between the exact method and the asymptotic method at 95% and 99% confidence levels. The simulated data are generated from Weibull distribution with shape parameter of 1, 2 and 4 and scale parameter equal to 1. The experiments are performed at the sample sizes of 10, 30 and 100. From the experiments, the resulting empirical confidences of the confidence sets of the exact method and the asymptotic method are very close to the specified confidence level. The empirical confidences of the confidence bands of the exact method are closer to the specified confidence level than those of the asymptotic method. However, under the condition of the conducted experiments, the values of the empirical confidences of the confidence sets and the confidence bands between the two methods are not significantly different.

Department : ..... Statistics ..... Student's Signature.....

Field of Study : ..... Statistics ..... Advisor's Signature.....

Academic Year : ..... 2013 .....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ได้ก็ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลือของผู้มีพระคุณหลายท่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุโขทัย ที่ให้คำแนะนำในประเด็นต่างๆ ตลอดจนสละเวลาเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เล่มนี้ นอกจากนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. สุปล ดุรงค์วัฒนา ที่ได้ให้ความกรุณารับเป็นประธานกรรมการวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร. นันท กุลวานิช และ อาจารย์ ดร. นุวิทย์ วิวัฒน์วัฒนา ที่ได้สละเวลารับเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยมีความซาบซึ้งที่ท่านอาจารย์ทุกท่านได้ให้คำแนะนำที่มีประโยชน์อย่างยิ่งกับผู้วิจัย อันมีส่วนสำคัญที่ทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ซึ่งหากไม่ได้คำแนะนำและข้อสังเกตในประเด็นต่างๆ จากท่านอาจารย์ทุกท่าน วิทยานิพนธ์เล่มนี้คงไม่อาจสำเร็จลุล่วงจนเกิดเป็นงานวิชาการได้ อีกทั้งที่จะลืมไม่ได้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่าน ของ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้ถ่ายทอดความรู้ทางสถิติให้กับผู้วิจัย ตลอดจนผู้วิจัยขอขอบคุณกัลยาณมิตรทุกท่าน รวมทั้งเจ้าหน้าที่ภาควิชาสถิติ เจ้าหน้าที่ห้องสมุด และเจ้าหน้าที่โครงการบัณฑิตศึกษา คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่านที่ได้กรุณาให้ความเอื้อเฟื้อและอำนวยความสะดวกแก่ผู้วิจัยด้วยดีมาโดยตลอด ส่วนแรงใจสำคัญซึ่งเป็นตัวจักรสำคัญที่ขาดไม่ได้คือผู้วิจัยขอขอบพระคุณครอบครัวของผู้วิจัย ทั้งมารดา พี่ชายและพี่สาวของผู้วิจัยเองที่คอยให้กำลังใจในยามทุกข์ยากจนทำให้ผู้วิจัยฝ่าฟันอุปสรรคต่างๆ จนวิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลงได้

สุดท้ายนี้ หากวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะมีคุณค่าและเป็นประโยชน์แก่ผู้ที่สนใจศึกษาในเรื่องนี้บ้าง ผู้วิจัยขอขอบคุณความดีเหล่านี้ให้กับบูรพาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอน และหากมีข้อผิดพลาดด้วยประการใดๆ ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ผู้วิจัยขอน้อมรับไว้แต่เพียงผู้เดียว

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูป.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.3 สมมติฐานการวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	4
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและกรอบแนวคิดที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 ขอบเขตของโคโมโกราฟ.....	5
2.2 ตัวแบบไวบูลล์.....	7
2.3 โปรแกรมเชิงเส้น.....	10
2.4 การสร้างเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์.....	12
2.4.1 วิธีแท้จริง.....	12
2.4.1.1 การสร้างเซตความเชื่อมั่น.....	13
2.4.1.2 ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $a$ และ $\lambda$ .....	13
2.4.1.3 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง.....	14
2.4.1.4 การสร้างแถบความเชื่อมั่น.....	14
2.4.2 วิธีลู่อู่.....	15
2.4.2.1 การสร้างเซตความเชื่อมั่น.....	16
2.4.2.2 ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $a$ และ $\lambda$ .....	17

	หน้า
2.4.2.3 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง.....	18
2.4.2.4 การสร้างแถบความเชื่อมั่น.....	18
2.4.3 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้.....	19
2.5 การวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์.....	23
2.6 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด.....	24
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	25
3.1 แผนการดำเนินการวิจัย.....	25
3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย.....	26
บทที่ 4 ผลการดำเนินการวิจัย.....	34
4.1 ผลการศึกษาการหาเขตความเชื่อมั่น.....	34
4.2 ผลการศึกษาการหาแถบความเชื่อมั่น.....	37
4.3 ผลการศึกษาช่วงความเชื่อมั่น.....	40
4.4 ผลการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์.....	49
4.5 ผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด.....	51
4.6 ผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์.....	54
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	59
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	59
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	60
รายการอ้างอิง.....	61
ภาคผนวก.....	62
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	93



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	แสดงค่าที่แท้จริงของ $y$ สำหรับกรณีการแจกแจงแบบค่าสุดขีด..... 16
4.3.1	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 1$ และ $\lambda = 1$ ..... 41
4.3.2	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 2$ และ $\lambda = 1$ ..... 42
4.3.3	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 4$ และ $\lambda = 1$ ..... 43
4.3.4	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 1$ และ $\lambda = 1$ ..... 44
4.3.5	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 2$ และ $\lambda = 1$ ..... 45
4.3.6	แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ $a = 4$ และ $\lambda = 1$ ..... 46
4.4.1	แสดงค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้ จากวิธีที่แท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%..... 50
4.5.1	แสดงค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่น ของเขตความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีที่แท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%..... 53

ตารางที่	หน้า
4.5.2 แสดงค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่น ของแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่ว้ำ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%.....	54
4.6.1 แสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่ว้ำ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%.....	56
4.6.2 แสดงค่าสัมบูรณ์ของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิง ประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและ วิธีลู่ว้ำ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%.....	57

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1	กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบไวบูลล์..... 9
2.2	กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบไวบูลล์..... 9
2.3	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยแสดงที่มาของพื้นที่ผลลัพธ์ด้วยวิธีการของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น..... 21
2.4	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%..... 22
2.5	แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%..... 22
3.1	ผังงานแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย..... 33
4.1.1	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีค่าพารามิเตอร์ $a = 1$ และ $\lambda = 1$ ..... 35
4.1.2	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีค่าพารามิเตอร์ $a = 2$ และ $\lambda = 1$ ..... 35
4.1.3	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีค่าพารามิเตอร์ $a = 4$ และ $\lambda = 1$ ..... 35
4.1.4	แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีค่าพารามิเตอร์ $a = 1$ และ $\lambda = 1$ ..... 36



# บทที่ 1

## บทนำ

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาการอนุมานทางสถิติแบบช่วงของตัวแบบไวบูลล์ ในบทนำนี้ ผู้วิจัยบรรยายถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการวิจัย สมมติฐาน การวิจัย ขอบเขตของการวิจัย คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ ตามลำดับ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การอนุมานทางสถิติแบบช่วง ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เพื่อตอบคำถาม งานวิจัยต่างๆ การประมาณช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) ที่พบเห็นส่วนใหญ่ จะเป็นการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์เพียงตัวเดียว แต่ในบางบริบทมีความจำเป็นที่ต้อง พิจารณาพารามิเตอร์หลายตัวพร้อมกัน ดังนั้นในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ 2 ตัวพร้อมกัน จะทำให้ได้เซตความเชื่อมั่น (Confidence Set) และบริเวณความเชื่อมั่น (Confidence Region) ใน 2 มิติ

จากการศึกษาในงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับการแจกแจง ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ที่พิจารณาพารามิเตอร์ 2 ตัวไปพร้อมกัน พบว่าหลาย งานวิจัยมุ่งพิจารณาที่การสร้างแถบความเชื่อมั่น (Confidence Band) ซึ่งมีการนำเสนอวิธีการ คำนวณไว้ในหลายวิธี และวิธีที่ผู้วิจัยสนใจศึกษาคือ การสร้างแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีที่อยู่บน พื้นฐานของการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) และการ สร้างแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test)

การสร้างแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็น สูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) ที่ทำการสร้างแถบความเชื่อมั่นสำหรับฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง จากแนวคิดของวิธีการที่ว่าด้วยการลู่เข้า (Asymptotic Method) ซึ่งในงานวิจัยนี้มีรายละเอียดในการสร้างแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบปกติ

และการแจกแจงแบบค่าสุดขีดเป็นกรณีพิเศษ รวมถึงการแจกแจงแบบลึอกนอร์มอล และการแจกแจงแบบไวบูลล์ซึ่งเป็นการแจกแจงที่เกี่ยวข้องด้วย (Cheng & Iles, 1983) และสำหรับการสร้างแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) ซึ่งมีงานวิจัยในอดีตหลายงานวิจัยที่นำแนวคิดนี้ไปใช้ ดังเช่น การสร้างแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบปกติ (Kanofsky & Srinivasan, 1972) และการสร้างแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ (Srinivasan & Wharton, 1975) และงานวิจัยซึ่งไม่ได้นำการทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) มาใช้ในการสร้างแถบความเชื่อมั่นเพียงอย่างเดียว แต่มีการนำแนวคิดดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับแนวคิดของโปรแกรมเชิงเส้นมาสร้างเขตความเชื่อมั่น ซึ่งเขตความเชื่อมั่นที่ได้ยังสามารถนำไปคำนวณหา แถบความเชื่อมั่นสำหรับฟังก์ชันความน่าเชื่อถือ (Reliability Function) ช่วงความเชื่อมั่นของโมเมนต์และควอนไทล์ของการแจกแจง รวมถึงช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ด้วย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

งานวิจัย “การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์” ของเฮเตอร์และเกียรติสุไพบูลย์ (Hayter & Kiatsupaibul, 2013) ที่ทำการพิจารณาถึงปัญหาการอนุมานที่แท้จริงของตัวแบบไวบูลล์มาตรฐานที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\lambda$  ซึ่งมีระดับความเชื่อมั่นเฉพาะที่แท้จริง เขตความเชื่อมั่นที่แท้จริงนี้ถูกสร้างมาจากขอบเขตของโคลโมโกรอฟ (Kolmogorov's bounds) บนฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ของชุดข้อมูล และเนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของไวบูลล์ มีรูปแบบที่ง่าย สามารถแปลงหรือจัดให้อยู่ในรูปของอสมการเชิงเส้นสำหรับพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ได้ ทำให้สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้งสองตัว โดยการกำหนดเป้าหมายในการหาค่าตอบที่มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของปัญหาด้วยโปรแกรมเชิงเส้น ภายใต้ข้อจำกัดที่ได้จากเขตความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้น

จากการศึกษาวิธีการหาเขตความเชื่อมั่น ซึ่งนำไปสู่การหาช่วงความเชื่อมั่น และแถบความเชื่อมั่นของ 2 พารามิเตอร์ สำหรับชุดข้อมูลเกี่ยวกับความทนทานต่อการแตกหักของเซรามิก (Nadarajah & Kotz, 2008) ซึ่งมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ในงานวิจัยข้างต้น จึงเกิดแนวคิดในการทำการศึกษาต่อจากงานวิจัยดังกล่าว โดยทำการวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ ในประเด็นของการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% โดยงานวิจัยนี้ขอเรียกเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริงว่า “เขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง” และ “แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง” และขอเรียกเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีลู่อู่เข้าว่า “เขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า” และ “แถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า”

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างเซตความเชื่อมั่นที่แท้จริงกับเซตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้าสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์
2. เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้าสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์

## 1.3 สมมติฐานการวิจัย

เซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดกว่าเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์

## 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ทำการศึกษาค้นคว้าจากบทความ เอกสาร ตลอดจนงานวิจัยทางวิชาการที่เกี่ยวข้อง ในประเด็นต่อไปนี้

ประเด็น 1 เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างเซตความเชื่อมั่นที่แท้จริงกับเซตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% กับข้อมูลจำลองของการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์  $a = 1, 2, 4$  และ  $\lambda = 1$  ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 โดยจำนวนรอบการจำลองข้อมูลแต่ละกรณี คือ 2,000 รอบ

ประเด็น 2 เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% กับข้อมูลจำลองของการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์  $a = 1, 2, 4$  และ  $\lambda = 1$  ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 โดยจำนวนรอบการจำลองข้อมูลแต่ละกรณี คือ 2,000 รอบ

## 1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. เขตความเชื่อมั่น (Confidence Set) หรือ บริเวณความเชื่อมั่น (Confidence Region) คือ ขอบเขตหรือพื้นที่ที่สามารถมั่นใจได้ว่าค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ จะอยู่ภายในขอบเขตหรือพื้นที่ที่สร้างขึ้น
2. แถบความเชื่อมั่น (Confidence Band) คือ ขอบเขตของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของข้อมูล ที่แสดงพื้นที่ที่สามารถมั่นใจได้ว่า ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่ถูกต้องจะบรรจุอยู่ภายในขอบเขตของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่สร้างขึ้น
3. ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) คือ ช่วงซึ่งเป็นสับเซตของค่าที่เป็นไปได้ของค่าพารามิเตอร์ โดยอาศัยการแจกแจงของตัวประมาณเป็นตัวกำหนดความมั่นใจว่าช่วงที่สร้างขึ้นจะครอบคลุมค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ด้วยความน่าจะเป็นเท่าใด
4. ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ ระดับของความเชื่อมั่นว่าช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจะครอบคลุมพารามิเตอร์ด้วยความน่าจะเป็นเท่าใด ซึ่งจะมีการกำหนดในรูปแบบเปอร์เซ็นต์ของความเชื่อมั่น  $(1 - \alpha)100$  ไว้ตั้งแต่แรก
5. “เขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง” และ “แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง” คือ เขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริง
6. “เขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า” และ “แถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า” คือ เขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีลู่อู่เข้า

## 1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการอนุมานทางสถิติสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ เพิ่มมากขึ้น รวมถึงสามารถนำข้อสรุปจากกรณีต่างๆ ในงานวิจัย มาเป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจ หรือการออกแบบวางแผนงานต่างๆ ได้
2. เพื่อเป็นแนวทางในการหาเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและกรอบแนวคิดที่เกี่ยวข้อง

การอนุมานทางสถิติ ประกอบด้วยสองส่วนใหญ่ๆ คือการประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลชั่วชีวิต (Life Time) หรือช่วงเวลาก่อนเกิดความล้มเหลว (Failure Time) ที่พบเห็นจะเป็นการประมาณค่าแบบช่วง ซึ่งข้อมูลลักษณะนี้สามารถจัดให้อยู่ในรูปของการแจกแจงที่เหมาะสมได้หลายแบบ ซึ่งในหลายงานวิจัยการแจกแจงแบบไวบูลล์ถูกจัดว่าเป็นการแจกแจงแบบหนึ่งที่มีความเหมาะสมกับรูปแบบข้อมูลดังกล่าว ด้วยเหตุนี้ในการวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ได้ทำการศึกษาการอนุมานทางสถิติที่เป็นการประมาณค่าแบบช่วง และในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและกรอบแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยอันได้แก่ขอบเขตของโคลโมโกรอฟ ตัวแบบไวบูลล์ โปรแกรมเชิงเส้น การสร้างเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์ด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า การวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ตลอดจนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 2.1 ขอบเขตของโคลโมโกรอฟ

สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมียร์นอฟ เป็นสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งในงานวิจัยถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการอนุมานที่แท้จริงสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ในการหาเซตความเชื่อมั่น โดยในการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่นจะเริ่มจากการสร้างเซตการยอมรับหรือเซตความเชื่อมั่น ที่มีการกำหนดระดับนัยสำคัญเฉพาะไว้ เพื่อให้ได้เซตความเชื่อมั่นที่แท้จริง ซึ่งเซตความเชื่อมั่นของการแจกแจงแบบไวบูลล์ สามารถคำนวณได้ไม่ยาก เพราะมีรูปแบบของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่ง่ายแก่การคำนวณ โดยเซตการยอมรับ (Acceptance set;  $A(\theta)$ ) ของการทดสอบโคลโมโกรอฟคือ

$$A(\theta) = \{X : \sup_x |G_x(x) - F(x; \theta)| \leq d_{\alpha, n}\} \quad (2.1)$$

โดยที่  $A(\theta)$  คือ เซตการยอมรับ (Acceptance set) ที่  $P_\theta(X \in A(\theta)) = 1 - \alpha$

$F(x; \theta)$  คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม ที่  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  อยู่ใน  $\Theta$  (Parameter space)

$d_{\alpha,n}$  คือ จุดวิกฤตของโคลโมโกรอฟ

$G_X(x)$  คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ของข้อมูลค่าสังเกต ( $X$ ) ซึ่งนิยามได้ว่า

$$G_X(x) = \frac{\# j: X_j \leq x}{n}$$

นั่นคือ  $G_X(x)$  เป็นสัดส่วนของค่าสังเกตที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$  และเมื่อพิจารณาการคำนวณตัวสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมียร์นอฟ (Agostino & Stephens, 1986) พบว่า  $G_X(x)$  เป็นได้ใน 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ค่าสูงสุดของ  $G_X(x) - F(x)$  ไม่เป็นลบ ซึ่งจะเกิดขึ้น ณ จุด  $x_{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$  นั่นคือ

$$\sup_x \{G_X(x) - F(x)\} = \sup_{i=1,2,\dots,n} \left\{ \frac{i}{n} - F(x_{(i)}) \right\}$$

กรณีที่ 2 ค่าสูงสุดของ  $F(x; \theta) - G_X(x)$  ไม่เป็นลบ ซึ่งจะเกิดขึ้นก่อนจะถึงจุดกระโดด (Jump Point) ณ  $x_{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$  นั่นคือ

$$\sup_x \{F(x) - G_X(x)\} = \sup_{i=1,2,\dots,n} \left\{ F(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

ดังนั้นขอบเขตตัวสถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ สเมียร์นอฟ คือ

$$\begin{aligned} D &= \sup_x |G_X(x) - F(x)| \\ &= \sup_x \left\{ \sup_x \{G_X(x) - F(x)\}, \sup_x \{F(x) - G_X(x)\} \right\} \\ &= \sup_x \left\{ \left\{ \frac{i}{n} - F(x_{(i)}) \right\}, \left\{ F(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right\}, i = 1, 2, \dots, n \right\} \end{aligned}$$

และเมื่อพิจารณาเขตการยอมรับ  $A(\theta)$  ของการทดสอบโคลโมโกรอฟในสมการที่ (2.1) สามารถจัดรูปได้ใหม่ใน 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ค่าสูงสุดของ  $G_X(x) - F(x; \theta)$  ไม่เป็นลบ ซึ่งจะเกิดขึ้น ณ จุด  $x_{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$

$$\text{ขอบเขตของโคลโมโกรอฟ คือ } (G_X(x) - F(x; \theta)) \leq d_{\alpha,n} ; G_X(x) = \frac{i}{n}$$

$$\left( \frac{i}{n} - F(x_{(i)}) \right) \leq d_{\alpha,n}$$

$$F(x_{(i)}) \geq \frac{i}{n} - d_{\alpha,n}$$

กรณีที่ 2 ค่าสูงสุดของ  $F(x; \theta) - G_X(x)$  ไม่เป็นลบ ซึ่งจะเกิดขึ้นก่อนจะถึงจุดกระโดด (Jump Point) ณ  $x_{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$

$$\begin{aligned} \text{ขอบเขตของโคลโมโกรอฟ คือ } (G_X(x) - F(x; \theta)) &\leq d_{\alpha, n} ; G_X(x) = \frac{i-1}{n} \\ \left( F(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right) &\leq d_{\alpha, n} \\ F(x_{(i)}) &\leq \frac{i-1}{n} + d_{\alpha, n} \end{aligned}$$

ดังนั้นขอบเขตของโคลโมโกรอฟอาจเขียนได้ในรูป

$$\frac{i}{n} - d_{\alpha, n} \leq F(x; \theta) \leq \frac{i-1}{n} + d_{\alpha, n} \quad (2.2)$$

## 2.2 ตัวแบบไวบูลล์

การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) เป็นการแจกแจงสำคัญซึ่งเกี่ยวข้องกับข้อมูลชั่วชีวิตโดยเฉพาะ (Lawless, 1982) เช่น ข้อมูลเกี่ยวกับช่วงอายุการใช้งานหรือความทนทานของวัตถุหรือเครื่องมือต่างๆ ที่วัดเวลาเริ่มต้นจนกระทั่งวัตถุนั้นเสีย นอกจากนั้นการแจกแจงแบบไวบูลล์ยังมีอรรถประโยชน์ในหลายการวิเคราะห์ที่เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์สุขภาพ (Johnson, Kotz & Balakrishnan, 1994) รวมถึงได้รับความนิยมอย่างมากในทางวิศวกรรม (Scholz, 2008) โดยมีการนำมาใช้อธิบายการแจกแจงความน่าจะเป็นของอายุการใช้งานของอุปกรณ์หรือระบบเพื่อวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ (Reliability) หรือความเสี่ยง (Risk) ในการใช้อุปกรณ์หรือระบบนั้นๆ

การแจกแจงแบบไวบูลล์เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง เป็นการแจกแจงที่มีลักษณะเบ้ขวา ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นอยู่ในรูป

$$f(x; a, \lambda) = \begin{cases} a\lambda x^{a-1} e^{-\lambda x^a} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

และเมื่อพิจารณาเขตของค่าสังเกตที่อิสระต่อกัน  $X_1, \dots, X_n$  ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่ทำการศึกษาในงานวิจัยจะอยู่ในรูปของ

$$F(x; a, \lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x^a} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

เมื่อ  $X$  มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\lambda$  เราสามารถเขียนแทนได้ว่า  $X \sim W(a, \lambda)$  โดยพารามิเตอร์ทั้งสองตัวมีค่าเป็นบวก

โดย  $a$  เป็นพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (Shape Parameter) โดยที่  $a > 0$  และ  $\lambda$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale Parameter) โดยที่  $\lambda > 0$

โดยมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ดังนี้

$$E(X) = \lambda^{-1/a} \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right)$$

และ

$$V(X) = (\lambda^{-1/a})^2 \Gamma\left(\left(1 + \frac{2}{a}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right)\right)^2\right)$$

ในการอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์มาตรฐานที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\lambda$  จะทำการสร้างเขตความเชื่อมั่นที่มีการกำหนดระดับนัยสำคัญเฉพาะไว้ และจากขอบเขตของโคลโมโกรอฟ (Kolmogorov's bounds) ในสมการที่ (2.2) บนฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ของชุดข้อมูลในสมการที่ (2.4) ทำให้ได้เขตความเชื่อมั่นที่แท้จริง อยู่ในรูปของ

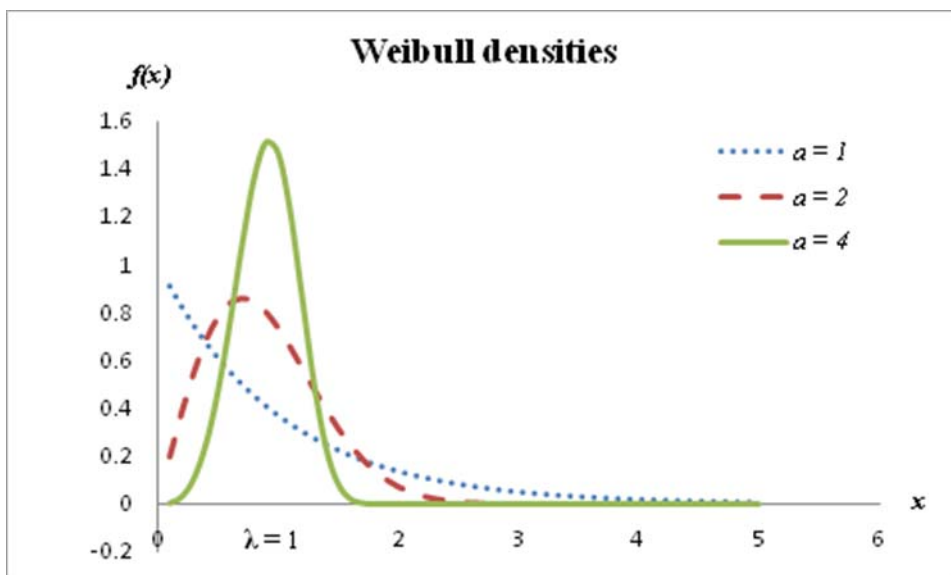
$$\frac{i}{n} - d_{\alpha,n} \leq 1 - e^{-\lambda X_{(i)}^a} \leq \frac{i-1}{n} + d_{\alpha,n} \quad (2.5)$$

สำหรับ  $1 \leq i \leq n$  โดยที่  $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$

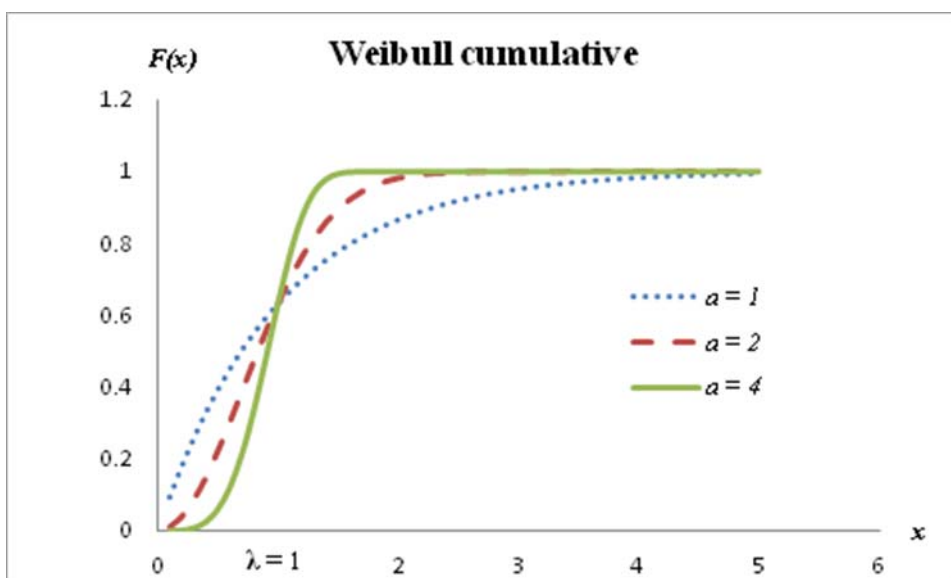
โดยในขอบเขตของงานวิจัยได้กำหนดรูปแบบของข้อมูลไว้ใน 3 กรณี ได้แก่

- |                                     |                                      |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| กรณีที่ 1 : $a = 1$ , $\lambda = 1$ | รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลไม่มีฐานนิยม |
| กรณีที่ 2 : $a = 2$ , $\lambda = 1$ | รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลไม่สมมาตร    |
| กรณีที่ 3 : $a = 4$ , $\lambda = 1$ | รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลสมมาตร       |

รูปแบบฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นและฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบไวบูลล์ภายใต้ค่าพารามิเตอร์ที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตงานวิจัยใน 3 กรณี แสดงได้ดังรูปที่ 2.1 และ รูปที่ 2.2 ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบไวบูลล์



รูปที่ 2.2 กราฟแสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบไวบูลล์

## 2.3 โปรแกรมเชิงเส้น

เป็นวิธีการเชิงคณิตศาสตร์ที่ช่วยหาลดล์ที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาที่มีข้อจำกัดต่างๆ และเป็นแนวคิดหลักในการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่นและคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่น จากเซตความเชื่อมั่นที่แท้จริง โดยการกำหนดเป้าหมายในการหาค่าตอบที่มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของปัญหา ภายใต้ข้อจำกัดที่ได้จากเซตความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้น โดยรูปแบบของโปรแกรมเชิงเส้น (Bonini, 1997) เป็นดังนี้

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$(\min \text{ or } \max) f(x_1, x_2, \dots, x_k) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_kx_k$$

ข้อจำกัด (Constraints)

$$\begin{aligned} A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \dots + A_{1k}x_k &\leq B_1 \\ A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \dots + A_{2k}x_k &\leq B_2 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \dots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \dots + A_{mk}x_k &\leq B_m \\ x_1, x_2, \dots, x_k &\geq 0 \end{aligned}$$

เนื่องจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบไวบูลล์ มีรูปแบบที่ง่าย สามารถแปลงหรือจัดให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นสำหรับการใช้ในการคำนวณหาเซตความเชื่อมั่นได้ ดังนี้

$$l_i \leq \ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \leq u_i \quad (2.6)$$

สำหรับ  $1 \leq i \leq n$

$$\text{โดยที่} \quad l_i = \ln \left( \max \left\{ 0, -\ln \left( \frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n} \right) \right\} \right) \quad (2.7)$$

$$\text{และ} \quad u_i = \ln \left( -\ln \left( \max \left\{ 0, \frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n} \right\} \right) \right) \quad (2.8)$$

พิสูจน์

$$\text{จาก } \frac{i}{n} - d_{\alpha,n} \leq 1 - e^{-\lambda X_{(i)}^a} \leq \frac{i-1}{n} + d_{\alpha,n}$$

สามารถแปลงหรือจัดให้อยู่ในรูปของอสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

กรณีขอบเขตล่าง

$$\frac{i}{n} - d_{\alpha,n} = 1 - e^{-\lambda X_{(i)}^a}$$

$$e^{-\lambda X_{(i)}^a} = 1 - \frac{i}{n} + d_{\alpha,n}$$

$$e^{-\lambda X_{(i)}^a} = \frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n}$$

$$\ln\left(e^{-\lambda X_{(i)}^a}\right) = \ln\left(\frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n}\right)$$

$$\lambda X_{(i)}^a = -\ln\left(\frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n}\right)$$

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) = \ln\left(-\ln\left(\frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n}\right)\right)$$

และให้

$$l_i = \ln\left(-\ln\left(\frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n}\right)\right)$$

กรณีขอบเขตบน

$$1 - e^{-\lambda X_{(i)}^a} = \frac{i-1}{n} + d_{\alpha,n}$$

$$e^{-\lambda X_{(i)}^a} = 1 - \frac{i-1}{n} - d_{\alpha,n}$$

$$e^{-\lambda X_{(i)}^a} = \frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n}$$

$$\ln\left(e^{-\lambda X_{(i)}^a}\right) = \ln\left(\frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n}\right)$$

$$\lambda X_{(i)}^a = -\ln\left(\frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n}\right)$$

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) = \ln\left(-\ln\left(\frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n}\right)\right)$$

และให้

$$u_i = \ln\left(-\ln\left(\frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n}\right)\right)$$

จากสมการที่ (2.7) และ (2.8) เป็นสมการสำหรับคำนวณหาขอบเขตล่างและขอบเขตบนของเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง และได้อาศัยแนวคิดของโปรแกรมเชิงเส้น มาประยุกต์ใช้ในการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่น แถบความเชื่อมั่น และหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ โดยจะมองช่วงของสมการที่ได้จากเขตความเชื่อมั่น เป็นข้อจำกัดของปัญหา โดยทำการแยกพิจารณาแต่ละด้านของช่วงสมการ กล่าวคือ 1 ช่วงสมการแยกได้เป็น 2 กรณี คือ

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \geq l_i \quad (2.9)$$

และ

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \leq u_i \quad (2.10)$$

โดยที่  $i = 1, \dots, n$

จากนั้นจะใช้สมการที่ได้มาเป็นข้อจำกัดของปัญหาในการวิเคราะห์ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ต่อไป

## 2.4 การสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาวิธีการในการสร้างเขตและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์ใน 2 วิธี ได้แก่ วิธีแท้จริง (Exact Method) และวิธีลู่เข้า (Asymptotic Method) โดยในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงหลักการและแนวคิดในการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์ของแต่ละวิธี โดยแต่ละวิธีมีรายละเอียดเกี่ยวกับการสร้างเขตความเชื่อมั่น ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง และการสร้างแถบความเชื่อมั่น ตลอดจนตัวอย่างการประยุกต์ใช้ในหัวข้อสุดท้าย ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 2.4.1 วิธีแท้จริง (Exact Method)

เป็นวิธีการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นบนพื้นฐานของการทดสอบของโคลโมโกรอฟ และนำแนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรมเชิงเส้นมาใช้เพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณ (Hayter & Kiatsupaibul, 2013) โดยรูปแบบของโปรแกรมเชิงเส้นสำหรับตัวแบบไวบูลล์เป็นรูปแบบที่มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องหรือตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\ln(\lambda)$  และมีจำนวนข้อจำกัด  $n$  ข้อจำกัดหรือเท่ากับจำนวนค่าสังเกต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้



สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$(\min \text{ or } \max) \quad c_1 \ln(\lambda) + c_2 a \quad (2.11)$$

ข้อจำกัด (Constraints)

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \geq l_i$$

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \leq u_i$$

โดยที่  $i = 1, \dots, n$  และ  $a > 0$

#### 2.4.1.1 การสร้างเซตความเชื่อมั่น

ในการสร้างเซตความเชื่อมั่น ต้องทำการคำนวณหาขอบเขตล่างและขอบเขตบนของเซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงตามสมการ (2.7) และ (2.8) ตามลำดับ จากนั้นจัดรูปแบบของสมการตาม (2.9) และ (2.10) โดยใช้ข้อสมการที่ได้มาเป็นข้อจำกัดของปัญหาในการวิเคราะห์ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น และนำแนวคิดของโปรแกรมเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟ มาประยุกต์ใช้ในการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่น (Confidence Set)

#### 2.4.1.2 ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $a$ และ $\lambda$

สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้งสองตัว โดยการกำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบที่มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของปัญหาด้วยโปรแกรมเชิงเส้น ภายใต้ข้อจำกัดที่ได้จากเซตความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$

1) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 0, c_2 = 1$$

2) หาขอบเขตล่าง ( $a_l^*$ ) และขอบเขตบน ( $a_u^*$ )

$a_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$a_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

- ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $\lambda$

1) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 1, c_2 = 0$$

2) หาขอบเขตล่าง ( $\lambda_l^*$ ) และขอบเขตบน ( $\lambda_u^*$ )

$\lambda_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$\lambda_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

### 2.4.1.3 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

เป็นการนำช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ที่ได้มาใช้ในการหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง โดยไม่ได้อาศัยวิธีโปรแกรมเชิงเส้นในการคำนวณ แต่จะอาศัยความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  จากเขตความเชื่อมั่นในสมการที่ (2.6) ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ทุกจุดที่เป็นขอบเขตของเขตความเชื่อมั่น และเมื่อทราบค่าพารามิเตอร์  $a$  จะสามารถหาค่าพารามิเตอร์  $\lambda$  ได้ดังนี้

$$e^{\max\{t_1 - a \ln(X_{(1)}), \dots, t_n - a \ln(X_{(n)})\}} \leq \lambda \leq e^{\min\{u_1 - a \ln(X_{(1)}), \dots, u_n - a \ln(X_{(n)})\}}$$

จากนั้นจึงนำค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ซึ่งเป็นขอบเขตของเขตความเชื่อมั่นในแต่ละจุดมาคำนวณหาค่าคาดหวังสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ และทำการหาค่าคาดหวังที่ต่ำที่สุดและสูงที่สุด ซึ่งจะเป็นขอบเขตของค่าคาดหวังและจะได้ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังในที่สุด

### 2.4.1.4 การสร้างแถบความเชื่อมั่น

เป็นการสร้างแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันควอนไทล์ (Confidence band of  $F^{-1}(p)$ ) โดยเริ่มจากการหาฟังก์ชันสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันการแจกแจง (Confidence band of  $F(x)$ ) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันการแจกแจง ( $[L_F(x), u_F(x)]$ ) จากสมการ

$$[1 - \exp(-\exp f_l^*), 1 - \exp(-\exp f_u^*)] \quad (2.12)$$

โดย  $f_l^*$  และ  $f_u^*$  หาได้ด้วยโปรแกรมเชิงเส้น ที่มีการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 1, c_2 = \ln(x)$$

และการกำหนดเป้าหมายของปัญหาในการหาคำตอบ ดังนี้

$f_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$f_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

2) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันควอนไทล์ ( $[L^*, u^*]$ ) โดยอาศัยช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันการแจกแจง ( $F(x)$ ) ที่ได้จากข้อ 1) กล่าวคือ การหาค่า  $x$  ที่ทำให้  $L_F(x)$  และ  $u_F(x)$  เท่ากับ  $p$  เมื่อ  $0 < p < 1$

## 2.4.2 วิธีลู่เข้า (Asymptotic Method)

เป็นวิธีการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นบนพื้นฐานของการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Cheng & Iles, 1983) ซึ่งพื้นที่ความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่เข้าจะมีลักษณะเป็นวงรี โดยสถิติทดสอบสำหรับวิธีนี้คือ

$$Q(\theta) = (\hat{\theta} - \theta)^T I(\theta)(\hat{\theta} - \theta)$$

โดย  $\hat{\theta}$  คือ ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator)  
 $\theta$  คือ พารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า  
 $I(\theta)$  คือ เมตริกซ์สารสนเทศของฟิชเชอร์ (Fisher Information Matrix)  
 $Q(\theta)$  คือ ตัวแปรที่ลู่เข้าการแจกแจงแบบโคสแควร์ด้วยระดับของศาความเสรีเท่ากับ  $v$

และให้  $\gamma$  เป็นค่าสำหรับการหา  $P[Q(\theta) \leq \gamma] = 1 - \alpha$  กล่าวคือ พื้นที่ความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า  $\theta$  สามารถสร้างได้ โดยการนำทุกค่า  $\theta$  ที่ทำให้  $Q \leq \gamma$  ผลที่ได้คือ พื้นที่ความเชื่อมั่นซึ่งมีรูปร่างลู่เข้ารูปไข่ (Ellipsoidal) และสำหรับขอบเขตของพื้นที่ความเชื่อมั่นคือ ทุก  $\theta$  ที่ทำให้  $(\hat{\theta} - \theta)^T I(\theta)(\hat{\theta} - \theta) = \gamma$  กล่าวคือ  $Q = \gamma$

ในการหาเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่เข้าสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ จะทำบนพื้นฐานของการแจกแจงแบบค่าสุดขีด (Extreme Value Distribution) ดังนั้นต้องทำการเปลี่ยนข้อมูลที่สนใจศึกษาให้เป็นข้อมูลที่มีรูปแบบของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดก่อน ซึ่งฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดอยู่ในรูปของ

$$F(x) = \exp\{-\exp[-(x - \mu) / \sigma]\} \quad ; \quad -\infty < x < \infty \quad (2.13)$$

โดย  $\mu$  เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location Parameter) โดยที่  $\mu \in R$  และ  
 $\sigma$  เป็นพารามิเตอร์แสดงขนาด (Scale Parameter) โดยที่  $\sigma > 0$

และพารามิเตอร์ของทั้งสองการแจกแจงมีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

$$a = \sigma^{-1} \quad \text{และ} \quad \lambda = (e^\mu)^\frac{1}{\sigma} \quad (2.14)$$

ดังนั้นในการเปลี่ยนข้อมูลที่สนใจศึกษาซึ่งมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ให้เป็นข้อมูลที่มีรูปแบบของการแจกแจงแบบค่าสุดขีด กล่าวคือ เปลี่ยนตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงแบบไวบูลล์ ( $X_W$ ) ให้เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแบบค่าสุดขีด ( $X_E$ ) ทำได้โดย  $X_E = -\ln(X_W)$

ในการหาเมตริกซ์สารสนเทศของฟิชเชอร์ หรือ  $I(\theta)$  สำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีดจะอยู่ในรูปของ

$$I(\mu, \sigma) = n\sigma^{-2} \begin{pmatrix} k_0 & -k_1 \\ -k_1 & k_2 \end{pmatrix}$$

สำหรับตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด  $\hat{\mu}$  และ  $\hat{\sigma}$  ของ  $\mu$  และ  $\sigma$  สำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีด สามารถคำนวณได้จากสมการภาวะน่าจะเป็นโดยวิธีการทำซ้ำ (Iterative Method) ดังนั้นค่าคงที่ในเมตริกซ์สารสนเทศของฟิชเชอร์ในกรณีนี้ คือ  $k_0 = 1$ ,  $k_1 = 1 - c$ ,  $k_2 = \pi^2 / 6 + k_1^2$  และ  $c$  คือ ค่าคงที่ของ Euler ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.577216 (Bury, 1975)

และสำหรับค่า  $\gamma$  ในกรณีของการแจกแจงแบบค่าสุดขีด มีการกำหนดค่าซึ่งเชื่อได้ว่ามีความถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ไว้ (Cheng & Iles, 1983) ซึ่งค่า  $\gamma$  ที่ใช้ในงานวิจัยมีค่าดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าที่แท้จริงของ  $\gamma$  สำหรับกรณีการแจกแจงแบบค่าสุดขีด

Sample Size	$1 - \alpha$	
	0.95	0.99
10	6.55	10.80
30	6.20	9.74
100	6.04	9.34

#### 2.4.2.1 การสร้างเขตความเชื่อมั่น

เป็นการนำข้อมูลที่มีรูปแบบของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดมาคำนวณหาขอบเขตของพื้นที่ความเชื่อมั่น โดยแนวคิดการหารากของสมการกำลังสอง และแนวคิดของการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Cheng & Iles, 1983) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ให้  $\hat{\mu}$  และ  $\hat{\sigma}$  คือ ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ  $\mu$  และ  $\sigma$  และ

ให้  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  แทนค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของพารามิเตอร์  $\mu$  ตามลำดับ ซึ่งเป็นขอบเขตของพื้นที่ความเชื่อมั่น โดย  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  สามารถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}\mu_{\max} &= \hat{\mu} + \frac{\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\delta}}{2\alpha} \\ \mu_{\min} &= \hat{\mu} + \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\delta}}{2\alpha}\end{aligned}\quad (2.15)$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\alpha &= 4n^2k_1^2 - 4nk_0(nk_2 - \gamma) \\ \beta &= -8nk_1\hat{\sigma}\gamma \\ \delta &= 4nk_2\hat{\sigma}^2\gamma\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \sigma_{\min} &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}\quad (2.16)$$

โดยที่

$$\begin{aligned}a &= nk_2 - \gamma \\ b &= 2nk_1(\hat{\mu} - \mu) - 2\hat{\sigma}nk_2 \\ c &= nk_0(\hat{\mu} - \mu)^2 - 2nk_1(\hat{\mu} - \mu)\hat{\sigma} + nk_2\hat{\sigma}^2\end{aligned}$$

โดยที่  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  จะเป็นค่าที่ทำให้  $b^2 - 4ac$  ในสมการที่ (2.16) มีค่าเป็นศูนย์ กล่าวคือ  $b^2 - 4ac = 0$  นั่นคือ  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  ของพื้นที่ความเชื่อมั่นจะเป็นค่าที่ทำให้  $\sigma_{\min} = \sigma_{\max}$  ซึ่งพื้นที่ความเชื่อมั่นจะสร้างขึ้นจากข้อมูลซึ่งเป็นค่าของพารามิเตอร์ทั้งสองตัวที่เป็นขอบเขตของพื้นที่ความเชื่อมั่น ที่ได้จากการคำนวณหาด้วยการแบ่งสเกลอย่างละเอียดของพารามิเตอร์  $\mu$  ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  จากนั้นนำค่าพารามิเตอร์  $\mu$  แต่ละจุดมาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์  $\sigma$  และทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ทุกจุดที่คำนวณได้ที่ยังอยู่ในรูปของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดดังกล่าว ให้อยู่ในรูปพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบไวบูลล์ดั้งเดิม โดยอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.14)

#### 2.4.2.2 ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $a$ และ $\lambda$

กำหนดให้ ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์  $a$  คือ ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์  $\lambda$  คือ ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $\lambda$

### 2.4.2.3 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

เป็นการนำค่าพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ซึ่งเป็นขอบเขตของเขตความเชื่อมั่นในแต่ละจุดมาคำนวณหาค่าคาดหวังสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ และทำการหาค่าคาดหวังที่ต่ำที่สุดและสูงที่สุด ซึ่งจะเป็นขอบเขตของค่าคาดหวังและจะได้ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังในที่สุด

### 2.4.2.4 การสร้างแถบความเชื่อมั่น

เป็นการนำข้อมูลที่มีรูปแบบของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดมาคำนวณหาแถบความเชื่อมั่นสำหรับฟังก์ชันการแจกแจงสะสม โดยขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับฟังก์ชันควอนไทล์ที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น  $1-\alpha$  สำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีดจะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned}\hat{x}_{1-p}(\max) &= \hat{x}_{1-p} + \hat{\sigma}b(N - k_1 - a)^{-1} \\ \hat{x}_{1-p}(\min) &= \hat{x}_{1-p} - \hat{\sigma}b(N + k_1 + a)^{-1}\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\text{โดยที่} \quad b = k_2 + 2k_1a + a^2 \quad ; \quad a = -\ln \ln(1/(1-p))$$

$$\text{และ} \quad N = [\pi^2((nb/\gamma) - 1)/6]^{1/2}$$

$$\text{และ} \quad \hat{x}_{1-p} = \hat{\mu} + \hat{\sigma}a$$

$$\text{และ} \quad 0 < p < 1$$

จากนั้นต้องทำการแปลงขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีดให้เป็นขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ดังนี้

$$\begin{aligned}\hat{w}_p(\max) &= \exp\{-\hat{x}_{1-p}(\min)\} \\ \hat{w}_p(\min) &= \exp\{-\hat{x}_{1-p}(\max)\}\end{aligned}\quad (2.18)$$

### 2.4.3 ตัวอย่างการประยุกต์ใช้

การแจกแจงแบบไวบูลล์มีการนำไปใช้อย่างหลากหลายด้าน เช่น การควบคุมคุณภาพในอุตสาหกรรมอาหาร ความน่าเชื่อถือของผลิตภัณฑ์ โดยใช้การแจกแจงแบบไวบูลล์ในการอธิบายการแจกแจงความน่าจะเป็นของอายุการใช้งานของอุปกรณ์หรือระบบนั้นๆ และสำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอตัวอย่างการประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ โดยนำวิธีแท้จริง (Exact Method) และวิธีลู่อู่เข้า (Asymptotic Method) มาใช้สำหรับการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของตัวแบบไวบูลล์

ข้อมูลที่นำมาเป็นตัวอย่างคือข้อมูลเกี่ยวกับเวลาที่ จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า เมื่อได้รับค่าแรงดันไฟฟ้าที่ระดับต่างๆ (Nelson, 1972) โดยชุดข้อมูลที่เลือกมาเป็นตัวอย่างเป็นชุดข้อมูลของเวลาที่ จะเกิดความเสียหายกับของเหลวที่เป็นฉนวนไฟฟ้า เมื่อได้รับค่าแรงดันไฟฟ้า 36 กิโลโวลต์ (kV) ซึ่งมีทั้งหมด 19 ค่า ซึ่งมีหน่วยเป็นนาฬิกา ดังนี้ 0.19, 0.78, 0.96, 1.31, 2.78, 3.16, 4.15, 4.67, 4.85, 6.50, 7.35, 8.01, 8.27, 12.06, 31.75, 32.52, 33.91, 36.71 และ 72.89 โดยกำหนดความเชื่อมั่น ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%

เมื่อพิจารณาเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้สร้างขึ้นดังรูปที่ 2.3 และ 2.4 สามารถนำผลที่ได้ ไม่ว่าจะเป็นช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง รวมถึงช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ต่างๆ มาวิเคราะห์ได้ในหลายประเด็น

เริ่มจากการสามารถคำนวณหาเขตความเชื่อมั่นได้ แสดงให้เห็นว่า เขตความเชื่อมั่นไม่ว่างเปล่า กล่าวคือข้อมูลจะตกอยู่ในบริเวณการยอมรับหรือเซตการยอมรับ (Acceptance set;  $A(\theta)$ ) ของการทดสอบโคโลโมโกรอฟ คือ

$$A(\theta) = \{X : \sup_x |G_x(x) - F(x; \theta)| \leq d_{\alpha, n}\}$$

ดังนั้นข้อมูลชุดนี้สามารถอธิบายลักษณะการแจกแจงของข้อมูลด้วยการแจกแจงแบบไวบูลล์ได้

และเมื่อพิจารณาค่าของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธี สามารถอธิบายได้ว่า

ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ข้อมูลชุดนี้มีช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  อยู่ในช่วง 0.225 ถึง 3.416 นาฬิกา และช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $\lambda$  อยู่ในช่วง 0.000859 ถึง 0.482 นาฬิกา สำหรับวิธีแท้จริง

ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ข้อมูลชุดนี้มีช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  อยู่ในช่วง 0.424 ถึง 1.117 นาที และช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $\lambda$  อยู่ในช่วง 0.044 ถึง 0.484 นาที สำหรับวิธีลู่อู่เข้า ซึ่งสามารถแสดงโดยสรุปได้ดังนี้

ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$

$$\text{วิธีแท้จริง} \quad a \in (0.225, 3.416) \quad \text{และ} \quad \lambda \in (0.000859, 0.482)$$

$$\text{วิธีลู่อู่เข้า} \quad a \in (0.424, 1.117) \quad \text{และ} \quad \lambda \in (0.044, 0.484)$$

และเมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง ที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธี ดังนี้

ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

$$\text{วิธีแท้จริง} \quad E(X) = \lambda^{-1/a} \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) \in (4.354, 1504.752)$$

$$\text{วิธีลู่อู่เข้า} \quad E(X) = \lambda^{-1/a} \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) \in (6.527, 37.615)$$

สามารถอธิบายได้ว่า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% เวลาโดยเฉลี่ยที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวที่เป็นฉนวนไฟฟ้า เมื่อได้รับค่าแรงดันไฟฟ้า 36 กิโลโวลต์ (kV) อยู่ในช่วง 4.354 ถึง 1,504.752 นาที สำหรับวิธีแท้จริง และอยู่ในช่วง 6.527 ถึง 37.615 นาที สำหรับวิธีลู่อู่เข้า

เมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 5, 25, 50, 75 และ 95 ของแถบความเชื่อมั่นที่ได้สร้างขึ้นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ดังนี้

	Exact Method		Asymptotic Method	
$F^{-1}(0.05)$	0.000	3.311	0.006	1.165
$F^{-1}(0.25)$	0.121	6.160	0.320	6.160
$F^{-1}(0.50)$	2.545	16.730	2.121	16.203
$F^{-1}(0.75)$	6.030	132.970	7.808	41.913
$F^{-1}(0.95)$	9.915	4107.068	23.965	167.288

กรณีเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 สามารถอธิบายได้ว่า

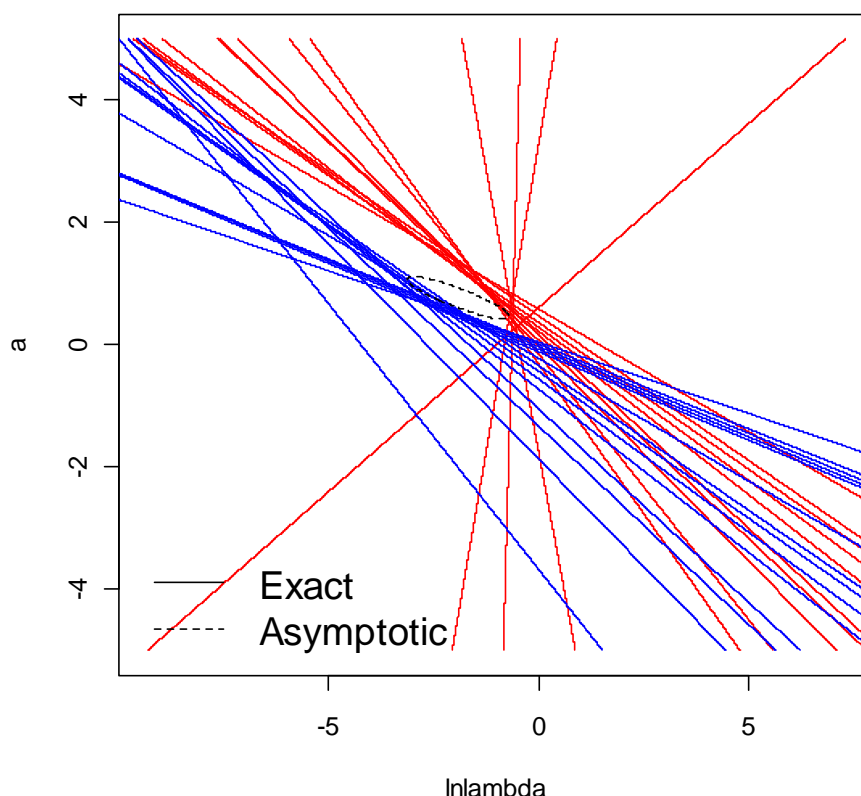


ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% เชื่อได้ว่าจะมีของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ใช้งานได้น้อยกว่าช่วงเวลา 2.545 ถึง 16.730 นาที่ อยู่ 50% จึงจะเกิดความเสียหายกับของเหลวที่เป็นฉนวนไฟฟ้า เมื่อได้รับค่าแรงดันไฟฟ้า 36 กิโลโวลต์ (kV) สำหรับวิธีแท้จริง

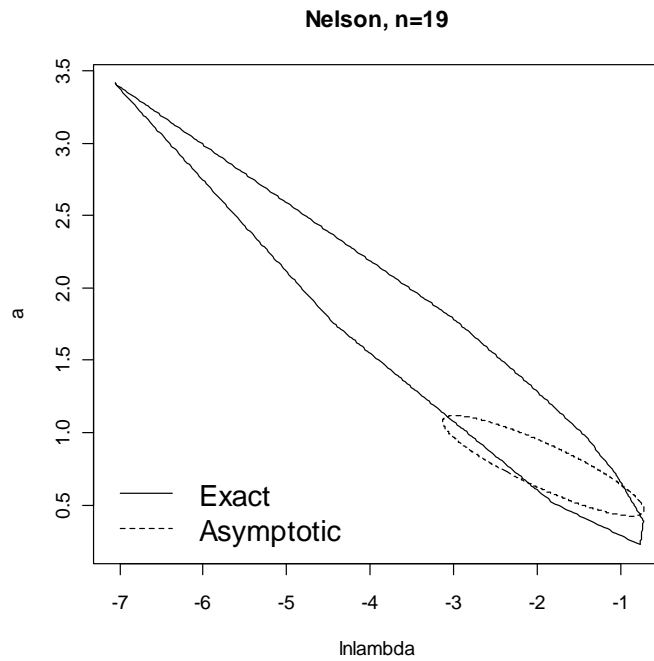
ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% เชื่อได้ว่าจะมีของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ใช้งานได้น้อยกว่าช่วงเวลา 2.121 ถึง 16.203 นาที่ อยู่ 50% จึงจะเกิดความเสียหายกับของเหลวที่เป็นฉนวนไฟฟ้า เมื่อได้รับค่าแรงดันไฟฟ้า 36 กิโลโวลต์ (kV) สำหรับวิธีลู่เข้า

จากแนวคิดวิธีการกราฟของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น จะได้พื้นที่ผลลัพธ์ (Feasible Region) ซึ่งเป็นบริเวณที่เกิดจากการตัดกันของเส้นกราฟสมการข้อจำกัด โดยจุดภายในพื้นที่จะทำให้ทุกสมการข้อจำกัดในปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นเป็นจริง ซึ่งพื้นที่ดังกล่าวจะเป็นพื้นที่เขตความเชื่อมั่นสำหรับงานวิจัยนี้ โดยเขตความเชื่อมั่นแสดงได้ดังรูป 2.3 และ 2.4 และสำหรับแถบความเชื่อมั่นแสดงดังรูป 2.5

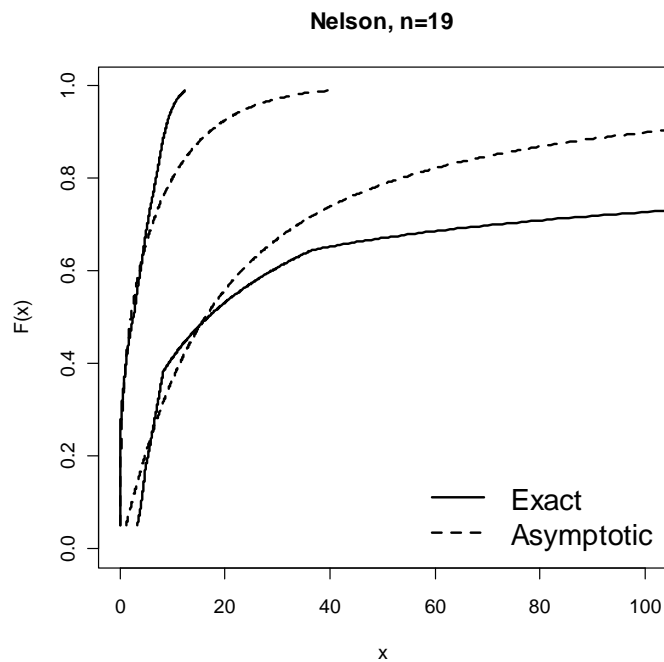
**Nelson, n=19**



**รูปที่ 2.3** แสดงรูปเขตความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยแสดงที่มาของพื้นที่ผลลัพธ์ด้วยวิธีการกราฟของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น



รูปที่ 2.4 แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%



รูปที่ 2.5 แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นของข้อมูลเวลาที่จะเกิดความเสียหายกับของเหลวซึ่งมีคุณสมบัติเป็นฉนวนไฟฟ้า ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%

## 2.5 การวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง เราต้องการมั่นใจได้ว่าช่วงของค่าประมาณดังกล่าวจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจเสมอ ดังนั้นจึงสร้างช่วงสุ่ม (Random interval) เพื่อบอกว่า ช่วงของค่าประมาณที่ได้จะครอบคลุมพารามิเตอร์ที่สนใจ ด้วยความน่าจะเป็นเท่าใด ซึ่งถ้าพบว่าความน่าจะเป็นที่ช่วงของค่าประมาณจะครอบคลุมพารามิเตอร์จริง ด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด แสดงว่า ช่วงของค่าประมาณที่สร้างขึ้นมีความเชื่อมั่นตามที่กำหนด ดังนั้นกระบวนการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ คือ

1. จำลองข้อมูลด้วยค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด แทนด้วย  $\theta$  จำนวน  $r$  รอบ
2. คำนวณหาเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นในแต่ละรอบการจำลอง
3. วัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ ด้วยเกณฑ์การวัด ดังนี้

$$C = \sum_{j=1}^r \frac{t_j}{r}$$

โดยที่  $r$  แทน จำนวนรอบในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

ให้  $t_j$  แทน จำนวนการเกิดเหตุการณ์ที่เขตความเชื่อมั่นหรือแถบความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์  $\theta$  ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$

เมื่อ  $t_j = 1$  แทน เหตุการณ์ที่เขตความเชื่อมั่นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์  $\theta$  ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$

หรือ แถบความเชื่อมั่นครอบคลุมควอนไทล์ฟังก์ชันของการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$

$t_j = 0$  แทน เหตุการณ์ที่เขตความเชื่อมั่นไม่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์  $\theta$  ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$

หรือ แถบความเชื่อมั่นไม่ครอบคลุมควอนไทล์ฟังก์ชันของการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$

## 2.6 การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด จะใช้การทดสอบเกี่ยวกับสัดส่วน เพื่อต้องการทราบว่าค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้มีความแตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยสามารถหาคำตอบได้ด้วยการทดสอบสมมติฐาน และสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นมีรายละเอียดดังนี้

เมื่อกำหนดให้  $\hat{p}$  คือ ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตหรือแถบที่วัดได้

และ  $p_0$  คือ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ครั้งนั้น ซึ่งจะกำหนดขึ้นตั้งแต่ขั้นของการคำนวณหาเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น

สมมติฐาน

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0$$

สถิติทดสอบ

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เขตปฏิเสธสมมติฐานหลัก หรือ บริเวณวิกฤต คือ  $|z| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  หรืออาจพิจารณาจากค่า p-value ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ  $p\text{-value} \leq \alpha$

## บทที่ 3

### วิธิดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาคำถามทางสถิติแบบช่วงของตัวแบบไวบูลล์มาตรฐานที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\lambda$  ได้ทำการศึกษาคำถามการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นของวิธีแท้จริง ซึ่งเป็นวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) และวิธีลู่อู่ ซึ่งเป็นวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) จากนั้นทำการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์และทดสอบสมมติฐานระหว่างระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดและความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้ เพื่อเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่ และของแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% กับข้อมูลจำลองของการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์  $a = 1, 2, 4$  และ  $\lambda = 1$  ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 โดยจำนวนรอบการจำลองข้อมูลแต่ละกรณี คือ 2,000 รอบ ด้วยโปรแกรม R 2.9.2 และแสดงผลความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ด้วยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน ซึ่งจะได้กล่าวไว้ในรายละเอียดต่อไป โดยในบทนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงแผนการดำเนินการวิจัยและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังนี้

#### 3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะทำการศึกษาข้อมูลจำลองที่มีสถานการณ์แตกต่างกันทั้งหมด 18 สถานการณ์ เพื่อศึกษาเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ และเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นจากทั้งสองวิธี โดยมีเงื่อนไขเกี่ยวกับรูปแบบการจำลองข้อมูล และรายละเอียดต่างๆ ในการดำเนินการวิจัยดังนี้

3.1.1 ตัวแบบที่ใช้ในงานวิจัย คือ ตัวแบบไวบูลล์มาตรฐานที่มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ  $a$  และ  $\lambda$

3.1.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัย มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์แสดงขนาดเท่ากับ 1 และพารามิเตอร์แสดงรูปร่างทั้งหมด 3 กรณี ดังต่อไปนี้

- กรณีที่ 1 :  $a = 1$  ,  $\lambda = 1$       รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลไม่มีฐานนิยม  
 กรณีที่ 2 :  $a = 2$  ,  $\lambda = 1$       รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลไม่สมมาตร  
 กรณีที่ 3 :  $a = 4$  ,  $\lambda = 1$       รูปแบบการแจกแจงของข้อมูลสมมาตร

3.1.3 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย คือ 10, 30 และ 100

3.1.4 ระดับความเชื่อมั่นที่ใช้ในงานวิจัย คือ 95% และ 99%

3.1.5 จำนวนรอบการจำลองข้อมูลแต่ละกรณี คือ 2,000 รอบ

### 3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัย การวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ มีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

3.2.1 ศึกษาค้นคว้าบทความ เอกสาร ตลอดจนงานวิจัยทางวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า

3.2.2 จำลองข้อมูลของการแจกแจงแบบไวบูลล์ ด้วยรูปแบบพารามิเตอร์ที่กำหนดไว้

3.2.3 คำนวณหาเขตความเชื่อมั่น ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง และแถบความเชื่อมั่น ด้วยข้อมูลจำลองที่มีสถานการณ์แตกต่างกันทั้งหมด 36 สถานการณ์ โดยวิธีที่ใช้ในการคำนวณ 2 วิธี คือ วิธีแท้จริง และ วิธีลู่อู่เข้า

#### 3.2.3.1 วิธีแท้จริง (Exact Method)

1) สร้างเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง

1.1) เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก  $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  โดยที่  $1 \leq i \leq n$

1.2) คำนวณหาจุดวิกฤตของโคโคโมโกรอฟ  $d_{\alpha,n}$

1.3) คำนวณหาเขตความเชื่อมั่น

$$l_i \leq \ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \leq u_i \quad \text{สำหรับ } 1 \leq i \leq n$$

$$\text{โดยที่ } l_i = \ln \left( \max \left\{ 0, -\ln \left( \frac{n-i}{n} + d_{\alpha,n} \right) \right\} \right)$$

$$\text{และ } u_i = \ln \left( -\ln \left( \max \left\{ 0, \frac{n-i+1}{n} - d_{\alpha,n} \right\} \right) \right)$$

1.4) จัดรูปอสมการที่ได้จากเขตความเชื่อมั่นเป็น 2 กรณี คือ

$$\ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \geq l_i$$

$$\text{และ } \ln(\lambda) + a \ln(X_{(i)}) \leq u_i$$

$$\text{โดยที่ } i = 1, \dots, n$$

จากนั้นจะใช้สมการที่ได้มาเป็นข้อจำกัดของปัญหาใน

การวิเคราะห์ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น เพื่อใช้ในการหาช่วงความ

เชื่อมั่นของพารามิเตอร์และแถบความเชื่อมั่น

1.5) สร้างพื้นที่ความเชื่อมั่น โดยนำแนวคิดของโปรแกรมเชิงเส้น ด้วยวิธีการ มาประยุกต์ใช้ในการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่น

2) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$

สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ทั้งสองตัว โดยการกำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบที่มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของปัญหา ด้วยโปรแกรมเชิงเส้น ภายใต้ข้อจำกัดที่ได้จากเขตความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1) ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$

2.1.1) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 0, c_2 = 1$$

2.1.2) หาขอบเขตล่าง ( $a_l^*$ ) และขอบเขตบน ( $a_u^*$ )

$a_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$a_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

2.2) ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $\lambda$

2.2.1) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 1, c_2 = 0$$

2.2.2) หาขอบเขตล่าง ( $\lambda_l^*$ ) และขอบเขตบน ( $\lambda_u^*$ )

$\lambda_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$\lambda_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

3) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

3.1) นำช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ [ $a_l^*$ ,  $a_u^*$ ] ที่ได้จาก

ข้อ 2.1) มาสร้างเป็นเวกเตอร์  $\underline{a}^* = \{a_l^*, \dots, a_u^*\}$  ที่มีความละเอียดเท่ากับความแม่นยำ (Precision) ที่กำหนดขึ้น

3.2) นำ  $\underline{a}^* = \{a_l^*, \dots, a_u^*\}$  มาคำนวณหาค่า  $\lambda^* = \{\lambda_l^*, \dots, \lambda_u^*\}$  จากความสัมพันธ์

$$e^{\max\{l_1 - a \ln(X_{(1)}), \dots, l_n - a \ln(X_{(n)})\}} \leq \lambda \leq e^{\min\{u_1 - a \ln(X_{(1)}), \dots, u_n - a \ln(X_{(n)})\}}$$

3.3) คำนวณหาค่าคาดหวังสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์

$$\text{ขอบเขตล่าง คือ } \min \left\{ \lambda^{*-1/a^*} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{a^*} \right) \right\}$$

$$\text{ขอบเขตบน คือ } \max \left\{ \lambda^{*-1/a^*} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{a^*} \right) \right\}$$

4) สร้างแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง

4.1) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันการแจกแจง ( $[L_F(x), u_F(x)]$ ) จาก

$$[1 - \exp(-\exp f_l^*), 1 - \exp(-\exp f_u^*)]$$

โดย  $f_l^*$  และ  $f_u^*$  หาได้ด้วยโปรแกรมเชิงเส้น ที่มีการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ที่สมการเป้าหมาย (2.11) ดังนี้

$$c_1 = 1, c_2 = \ln(x)$$

และการกำหนดเป้าหมายของปัญหาในการหาคำตอบ ดังนี้

$f_l^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าต่ำสุด

$f_u^*$ : กำหนดเป้าหมายในการหาคำตอบให้มีค่าสูงสุด

4.2) คำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของ

ฟังก์ชันควอนไทล์ ( $[l^*, u^*]$ ) โดยอาศัยช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแถบความเชื่อมั่นของฟังก์ชันการแจกแจง ( $F(x)$ ) ที่ได้จาก



ข้อ 4.1) กล่าวคือ การหาค่า  $x$  ที่ทำให้  $l_F(x)$  และ  $u_F(x)$  เท่ากับ  $p$  เมื่อ  $0 < p < 1$

### 3.2.3.2 วิธีลู่เข้า (Asymptotic Method)

#### 1) เขตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า

1.1) เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก  $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  โดยที่  $1 \leq i \leq n$

1.2) เปลี่ยนตัวอย่างสุ่มจากการแจกแจงแบบไวบูลล์ ( $X_W$ ) ให้เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแบบค่าสุดขีด ( $X_E$ ) ทำได้โดย

$$X_E = -\ln(X_W)$$

1.3) กำหนดค่าสถิติสำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีด  $\gamma$  ตามตารางที่ 2.1

1.4) คำนวณค่า  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  จาก

$$\mu_{\max} = \hat{\mu} + \frac{\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\delta}}{2\alpha}$$

$$\mu_{\min} = \hat{\mu} + \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\delta}}{2\alpha}$$

1.5) นำค่า  $\mu_{\min}$  และ  $\mu_{\max}$  ที่ได้จากข้อ 1.4) มาสร้างเป็นเวกเตอร์

$\underline{\mu} = \{\mu_{\min}, \dots, \mu_{\max}\}$  ที่มีความละเอียดเท่ากับความแม่นยำ (Precision) ที่กำหนดขึ้น

1.6) นำ  $\mu \in (\mu_{\min}, \mu_{\max})$  แต่ละค่ามาหาค่า  $\sigma_{\min}$  และ  $\sigma_{\max}$  จาก

$$\sigma_{\max} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.7) เปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ซึ่งอยู่ในรูปของการแจกแจงแบบค่าสุดขีดให้อยู่ในรูปพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบไวบูลล์ดั้งเดิม โดยอาศัยความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.14) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.7.1) เปลี่ยนค่า  $\sigma_{\min}$  และ  $\sigma_{\max}$  ที่ได้จากข้อ 1.6)

ให้เป็นพารามิเตอร์  $a$  โดย  $a = \sigma^{-1}$

1.7.2) นำค่า  $\sigma_{\min}$  และ  $\sigma_{\max}$  ที่ได้จากข้อ 1.6) ณ ค่าคงที่  $\mu$

เมื่อ  $\mu \in (\mu_{\min}, \mu_{\max})$  แต่ละค่ามาสร้างเป็นเวกเตอร์

$\sigma = \{\sigma_{\min}, \dots, \sigma_{\max}\}$  ที่มีความละเอียดเท่ากับความแม่นยำ (Precision) ที่กำหนดขึ้น

1.7.3) นำ  $\sigma = \{\sigma_{\min}, \dots, \sigma_{\max}\}$  ณ  $\mu$  ต่างๆ ที่ได้จากข้อ 1.7.2) และ  $\mu \in (\mu_{\min}, \mu_{\max})$  ที่ได้จากข้อ 1.5)

แต่ละค่ามาคำนวณหาพารามิเตอร์  $\lambda$  จาก

$$\lambda = (e^\mu)^{\frac{1}{\sigma}}$$

1.8) สร้างพื้นที่ความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า โดยการสร้างกราฟระหว่างพารามิเตอร์  $a$  และพารามิเตอร์  $\lambda$

2) คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$

2.1) ช่วงความเชื่อมั่นของ  $a$  คือ  $[\min(a), \max(a)]$

2.2) ช่วงความเชื่อมั่นของ  $\lambda$  คือ  $[\min(\lambda), \max(\lambda)]$

3) คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

3.3) คำนวณหาค่าคาดหวังสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์

$$\text{ขอบเขตล่าง คือ } \min \left\{ \lambda^{-1/a} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right\}$$

$$\text{ขอบเขตบน คือ } \max \left\{ \lambda^{-1/a} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \right\}$$

4) การสร้างแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า

4.1) คำนวณหาขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับฟังก์ชัน

ควอนไทล์ที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น  $1 - \alpha$  สำหรับ

การแจกแจงแบบค่าสุดขีดจะอยู่ในรูป

$$\hat{x}_{1-p}(\max) = \hat{x}_{1-p} + \hat{\sigma}b(N - k_1 - a)^{-1}$$

$$\hat{x}_{1-p}(\min) = \hat{x}_{1-p} - \hat{\sigma}b(N + k_1 + a)^{-1}$$

โดยที่  $b = k_2 + 2k_1a + a^2$  ;  $a = -\ln \ln(1 / (1 - p))$

$$\text{และ } N = \left[ \pi^2 ((nb / \gamma) - 1) / 6 \right]^{1/2}$$

$$\text{และ } \hat{x}_{1-p} = \hat{\mu} + \hat{\sigma}a$$

$$\text{และ } 0 < p < 1$$

4.2) ทำการแปลงขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีดให้เป็นขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ดังนี้

$$\hat{w}_p(\max) = \exp\{-\hat{x}_{1-p}(\min)\}$$

$$\hat{w}_p(\min) = \exp\{-\hat{x}_{1-p}(\max)\}$$

### 3.2.4 วัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

ในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้ามีหลักการวัดที่แตกต่างกัน แต่แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่เข้าจะมีหลักการวัดเหมือนกัน โดยจะทำการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ 2,000 รอบ ในแต่ละกรณี โดยมีขั้นตอนการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ดังนี้

#### 3.2.4.1 เงื่อนไขสำหรับเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า

##### 1) เขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง

ให้  $t_j = 1$  เมื่อ พารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ทำให้อสมการของเขตความเชื่อมั่นทุกอสมการเป็นจริง

ให้  $t_j = 0$  เมื่อ พารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ทำให้อสมการของเขตความเชื่อมั่นแม้เพียง 1 อสมการไม่เป็นจริง

##### 2) เขตความเชื่อมั่นแบบลู่เข้า

เนื่องจากวิธีลู่เข้าจะทำบนพื้นฐานของการแจกแจงแบบค่าสุดขีด ดังนั้นในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ จึงจะทำภายใต้พารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบค่าสุดขีด ดังนั้นจะต้องเปลี่ยนพารามิเตอร์  $\lambda$  ให้เป็น  $\mu$  จาก  $\mu = \frac{1}{a} \ln(\lambda)$  และ  $a$  ให้เป็น  $\sigma$  จาก  $\sigma = \frac{1}{a}$  ซึ่งมีเงื่อนไขดังนี้

เงื่อนไขข้อที่ 1: พารามิเตอร์  $\mu$  มีค่าอยู่ระหว่าง  $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$

เงื่อนไขข้อที่ 2: พารามิเตอร์  $\sigma$  มีค่าอยู่ระหว่าง  $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$  ซึ่ง

คำนวณได้เมื่อทราบพารามิเตอร์  $\mu$

ให้  $t_j = 1$  เมื่อ เงื่อนไขข้อที่ 1 และเงื่อนไขข้อที่ 2 เป็นจริง

ให้  $t_j = 0$  เมื่อ เงื่อนไขข้อที่ 1 หรือเงื่อนไขข้อที่ 2 ไม่เป็นจริง

3.2.4.2 เงื่อนไขสำหรับแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า การวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของแถบความเชื่อมั่นทั้งสองวิธีมีเงื่อนไขเดียวกัน คือ ให้  $t_j = 1$  เมื่อ แถบความเชื่อมั่นครอบคลุมควอนไทล์ฟังก์ชันของการแจกแจง สะสมเชิงประจักษ์ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$  ทุกตำแหน่ง  $p$  ให้  $t_j = 0$  เมื่อ แถบความเชื่อมั่นไม่ครอบคลุมควอนไทล์ฟังก์ชันของการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ในรอบการจำลองครั้งที่  $j$  ทุกตำแหน่ง  $p$

3.2.4.3 คำนวณความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

$$C = \sum_{j=1}^r \frac{t_j}{r} \quad \text{โดย } r = 2,000$$

3.2.5 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

3.2.6 เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ด้วยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

$$\% e = \frac{C - p}{p} \times 100\%$$

และ 
$$\% e = \left| \frac{C - p}{p} \right| \times 100\%$$

โดย  $\% e$  คือ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

$C$  คือ ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้

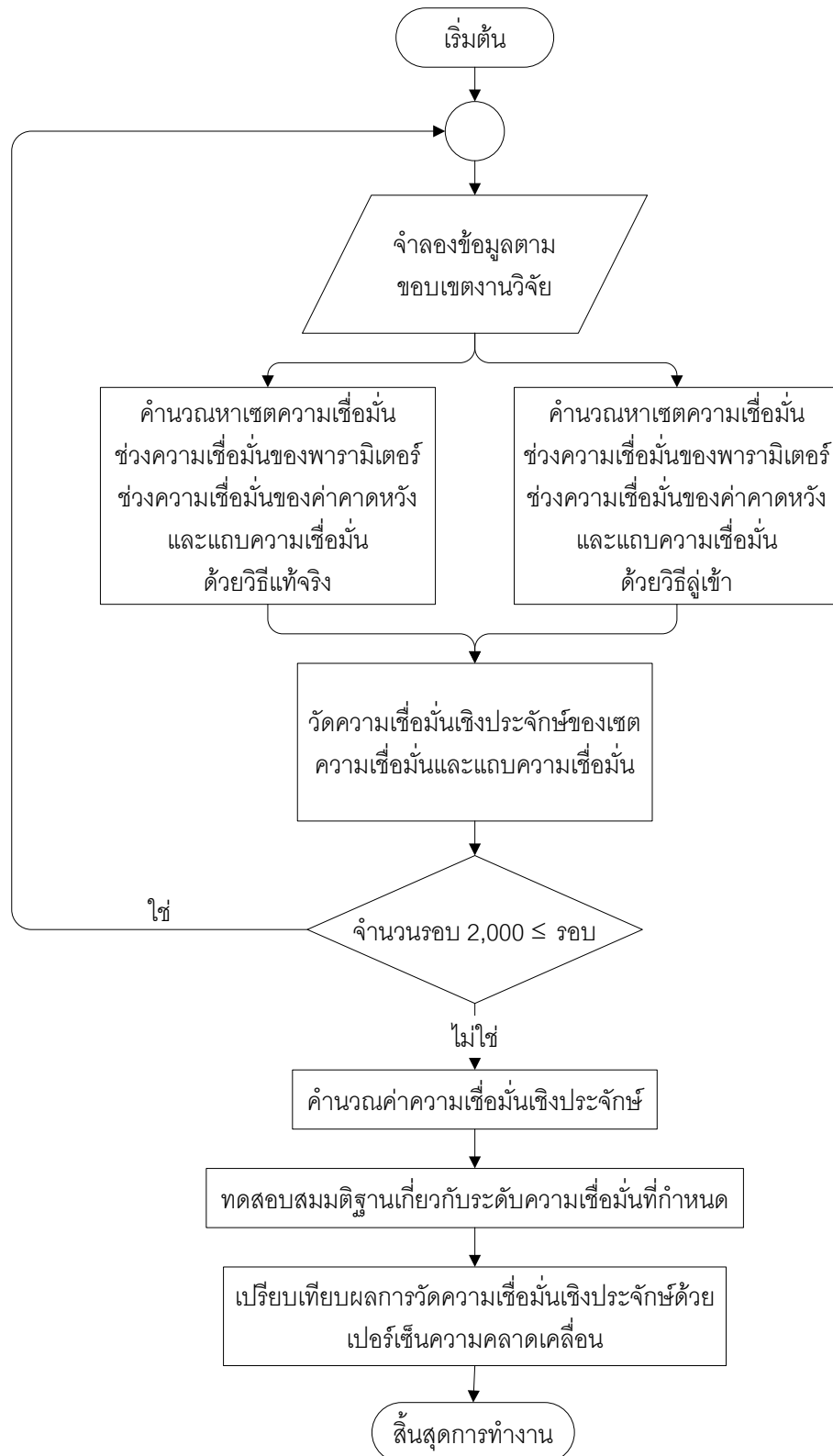
$p$  คือ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในการวัด

3.2.7 เปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ใช้หลักเกณฑ์เดียวกันกับเขตความเชื่อมั่น

3.2.8 สรุปผลการวิจัย

โดยผังงานแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัยสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1

รูปที่ 3.1 ผังงานแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย



## บทที่ 4

### ผลการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท่งจริงและวิธีลู่อู่เข้า และศึกษาการสร้างเซตความเชื่อมั่นช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง และแถบความเชื่อมั่น ด้วยวิธีแท่งจริงและวิธีลู่อู่เข้า รวมถึงได้ทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และคำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนเพื่อเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

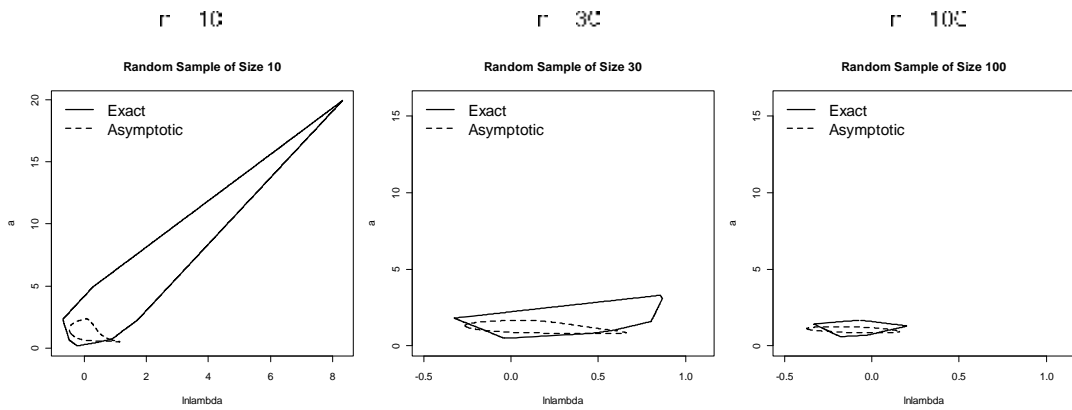
การนำเสนอผลการดำเนินการวิจัยในบทนี้ จะแสดงในรูปแบบของรูปภาพและตาราง ซึ่งแสดงผลการศึกษาและผลการเปรียบเทียบภายใต้ขอบเขตการวิจัย กล่าวคือ จะทำการแสดงผลการสร้างเซตความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท่งจริงและวิธีลู่อู่เข้า วิธีละ 9 กรณี และแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท่งจริงและวิธีลู่อู่เข้า วิธีละ 9 กรณี โดยจะแสดงผลการวิจัยตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

- 4.1 ผลการศึกษาค้นหาเซตความเชื่อมั่น
- 4.2 ผลการศึกษาค้นหาแถบความเชื่อมั่น
- 4.3 ผลการศึกษาช่วงความเชื่อมั่น
- 4.4 ผลการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์
- 4.5 ผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด
- 4.6 ผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

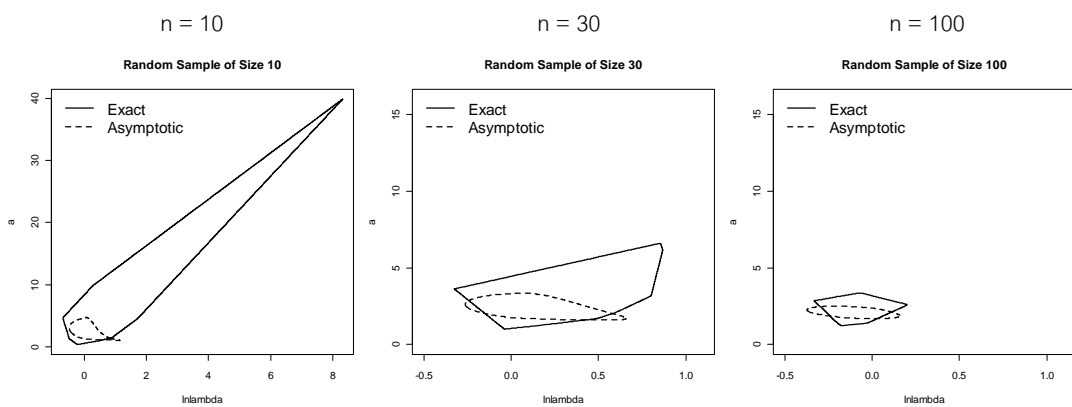
#### 4.1 ผลการศึกษาค้นหาเซตความเชื่อมั่น

จากการศึกษาค้นหาเซตความเชื่อมั่น ซึ่งเซตความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้หลายอย่าง ดังเช่นการสร้างพื้นที่ความเชื่อมั่น โดยจะแสดงพื้นที่ความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากวิธีแท่งจริงและวิธีลู่อู่เข้าภายในรูปเดียวกัน เพื่อให้เห็นความแตกต่างของพื้นที่ความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากแต่ละวิธี โดยเป็นกราฟที่พล็อตระหว่างค่าพารามิเตอร์  $a$  แกนตั้ง และ  $\ln \lambda$  แกนนอน ซึ่งแสดงได้ดังรูป

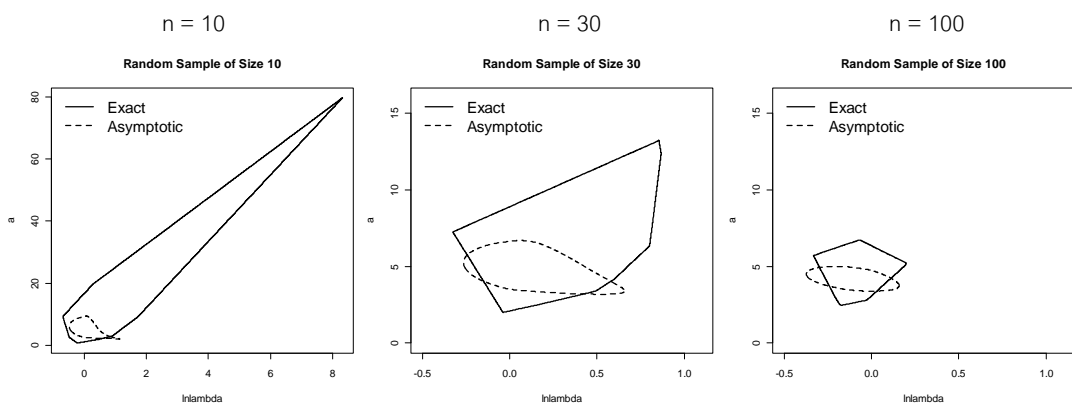
รูปที่ 4.1.1 แสดงรูปเขตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1$  และ  $\lambda=1$



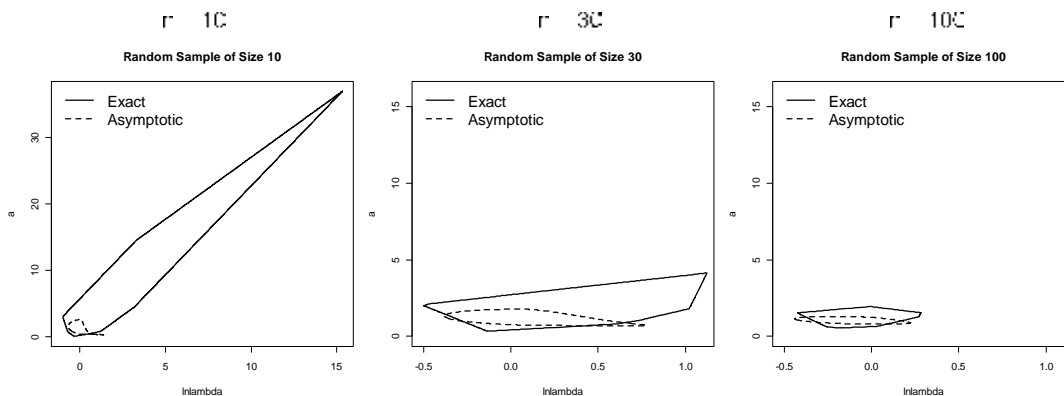
รูปที่ 4.1.2 แสดงรูปเขตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=2$  และ  $\lambda=1$



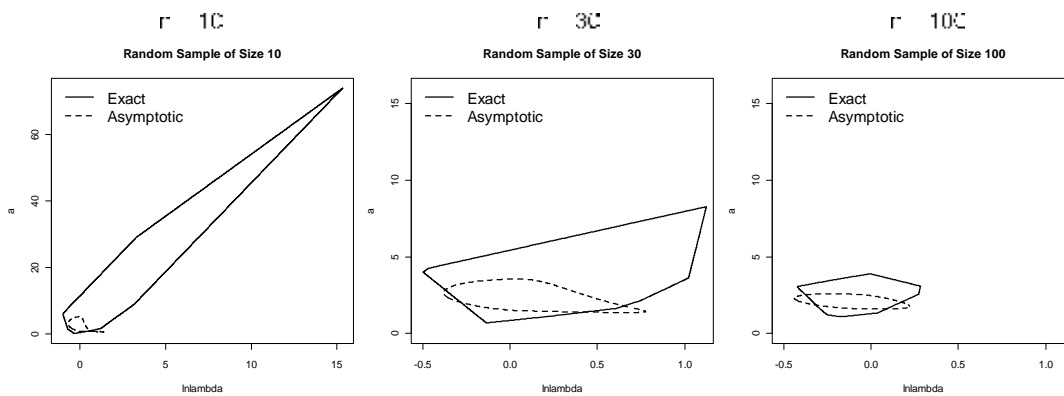
รูปที่ 4.1.3 แสดงรูปเขตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=4$  และ  $\lambda=1$



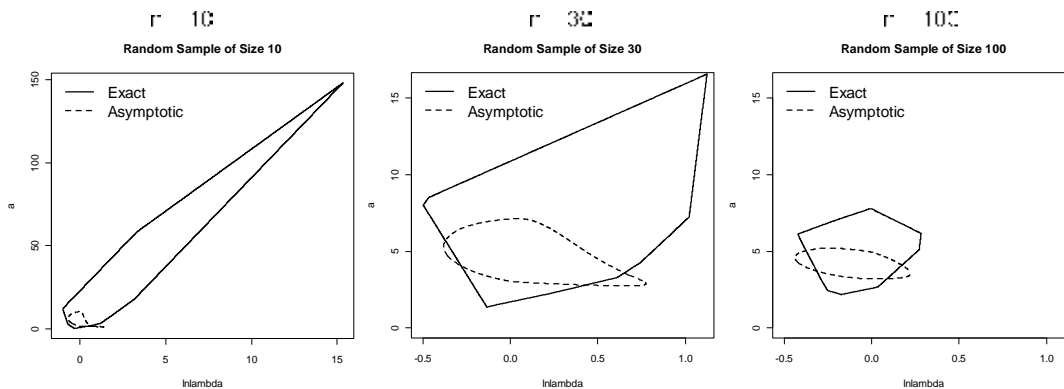
รูปที่ 4.1.4 แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1$  และ  $\lambda=1$



รูปที่ 4.1.5 แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=2$  และ  $\lambda=1$



รูปที่ 4.1.6 แสดงรูปเซตความเชื่อมั่นแบบแท่งจริงและเซตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=4$  และ  $\lambda=1$



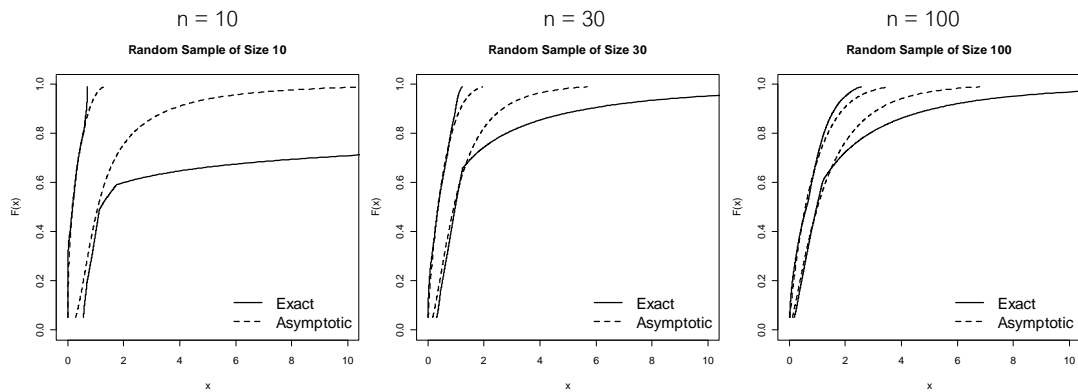


เมื่อพิจารณารูปที่ 4.1.1-4.1.6 พบว่า รูปร่างของเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้ามีลักษณะคล้ายกันในทุกกรณี คือ มีรูปร่างคล้ายวงรี แต่รูปร่างของเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงมีความแตกต่างกัน ที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ โดยที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) เขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงมีรูปร่างผอมยาวคล้ายเข็ม โดยมีขนาดใหญ่กว่าเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า และเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้าจะมีขนาดเล็กลงใกล้เคียงกันมากขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น ในทุกระดับความเชื่อมั่น และในทุกรูปแบบของข้อมูลหรือค่าพารามิเตอร์ที่ต่างกัน โดยรูปร่างของเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) และขนาดใหญ่ ( $n=100$ ) จะเล็กลงแต่ยังเป็นรูปทรงที่มีความเป็นเหลี่ยมมุมที่ไม่เท่ากัน ไม่เหมือนกับเขตแบบลู่อู่เข้าที่เมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้นรูปร่างก็ยิ่งเข้าใกล้วงรี ทั้งนี้เนื่องจากเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงสร้างมาจากแนวคิดวิธีการหาของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น โดยมีพื้นที่ผลลัพธ์ (Feasible Region) เป็นพื้นที่ที่เกิดจากการตัดกันของเส้นกราฟ ซึ่งจุดต่างๆ ที่อยู่ภายในพื้นที่ที่ทำให้สมการเงื่อนไขเป็นจริงทุกสมการ จะเป็นพื้นที่ผลลัพธ์ (Feasible Region) หรือพื้นที่เขตความเชื่อมั่นสำหรับงานวิจัยนี้

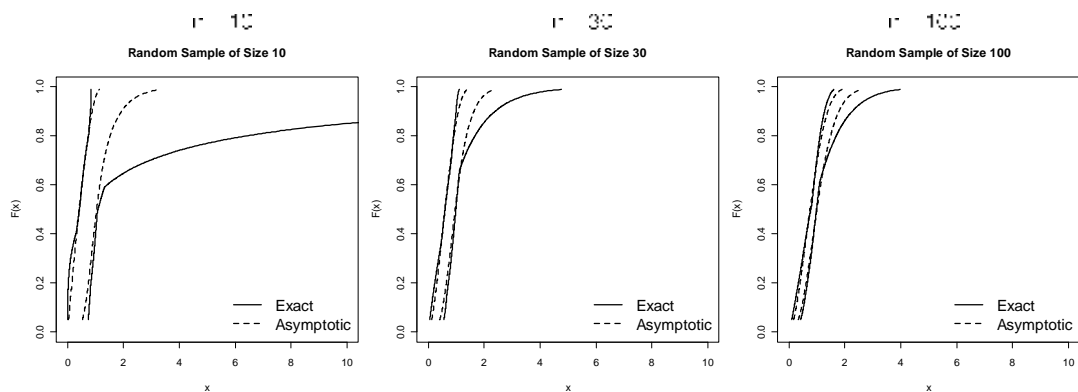
## 4.2 ผลการศึกษาการหาแถบความเชื่อมั่น

จากการศึกษาการหาแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า สามารถสร้างแถบความเชื่อมั่นในสถานการณ์ต่างๆ ภายใต้ขอบเขตการวิจัยได้ โดยจะแสดงแถบความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้าภายในรูปเดียวกัน เพื่อให้เห็นความแตกต่างของรูปร่างของแถบความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากแต่ละวิธี โดยเป็นกราฟที่พล็อตระหว่างค่า  $x$  แกนนอน และ  $F(x)$  แกนตั้ง ซึ่งแถบความเชื่อมั่น สำหรับข้อมูลที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% แสดงได้ดังรูปที่ 4.2.1-4.2.3 ส่วนแถบความเชื่อมั่น สำหรับข้อมูลที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% แสดงได้ดังรูปที่ 4.2.4-4.2.6

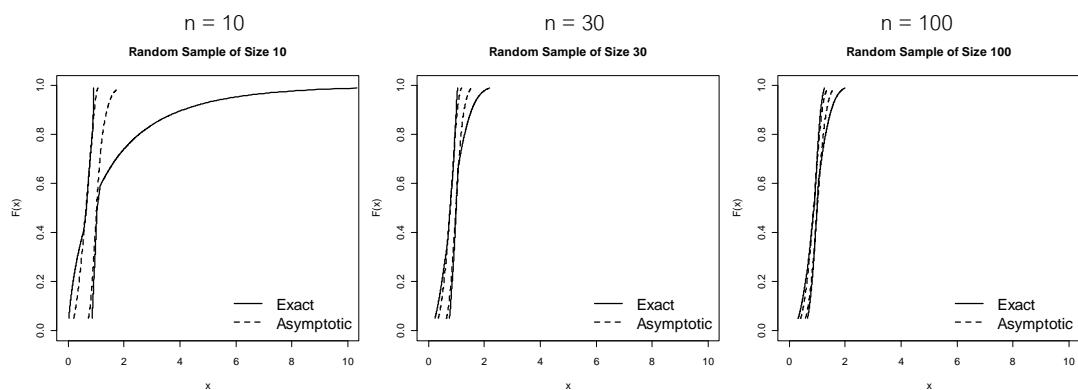
**รูปที่ 4.2.1** แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 1$  และ  $\lambda = 1$



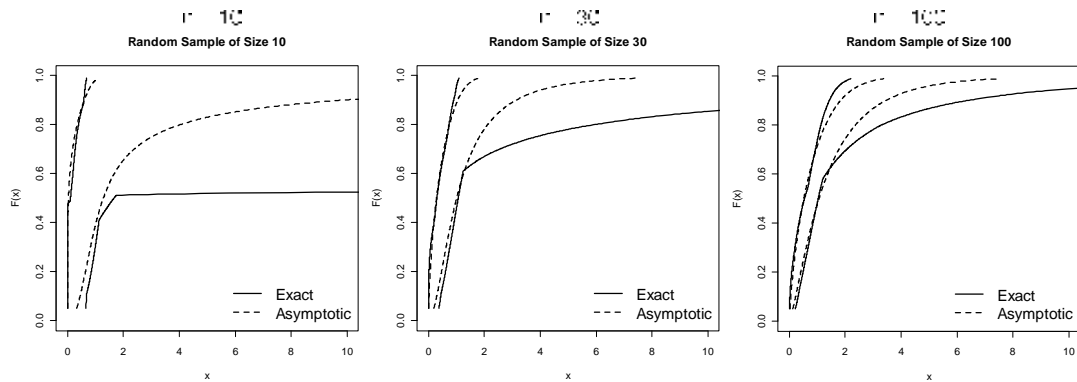
**รูปที่ 4.2.2** แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 2$  และ  $\lambda = 1$



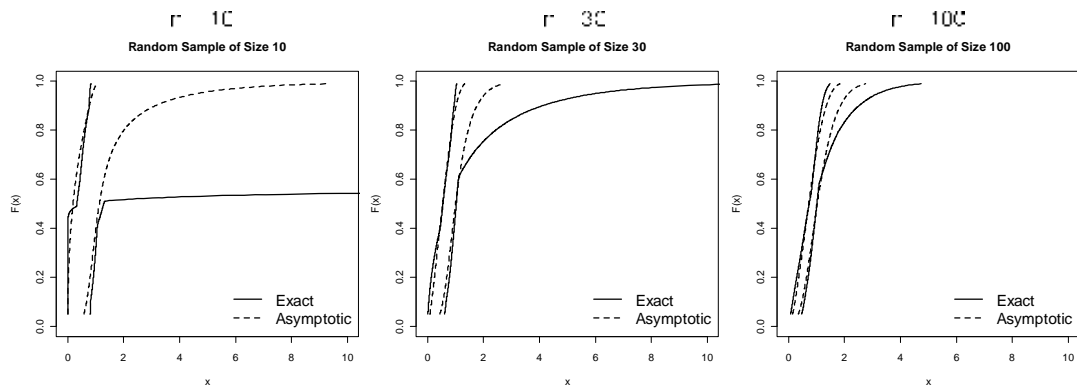
**รูปที่ 4.2.3** แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 4$  และ  $\lambda = 1$



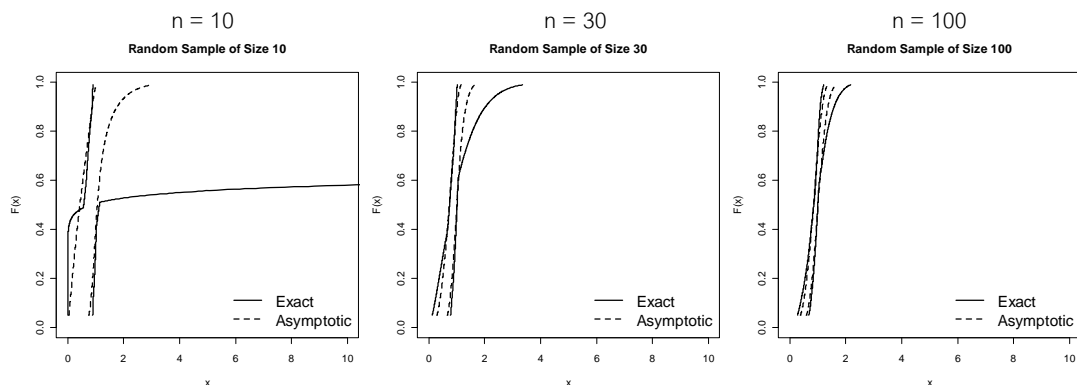
**รูปที่ 4.2.4** แสดงรูปแบบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1$  และ  $\lambda=1$



**รูปที่ 4.2.5** แสดงรูปแบบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=2$  และ  $\lambda=1$



**รูปที่ 4.2.6** แสดงรูปแบบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=4$  และ  $\lambda=1$



และเมื่อพิจารณารูปที่ 4.2.1-4.2.6 พบว่า แถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้าแคบกว่าแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง โดยขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากทั้งสองวิธีจะค่อยๆ กว้างขึ้นที่ตำแหน่ง  $x$  มากขึ้น และแถบความเชื่อมั่นทั้งสองแบบจะมีความแตกต่างกันมากขึ้นที่บริเวณหางหรือส่วนปลายของแถบความเชื่อมั่น โดยเฉพาะที่ขอบเขตบนของแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง ที่เมื่อพิจารณาลักษณะของเส้นกราฟจะเห็นว่า เส้นเริ่มหักออกเร็วกว่าเส้นกราฟซึ่งเป็นขอบเขตบนของแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่เข้า จะเห็นว่าลักษณะเส้นกราฟของขอบเขตบนที่แตกต่างกันในแต่ละวิธีนี้เป็นส่วนหลักที่ทำให้แถบความเชื่อมั่นจากทั้งสองวิธีมีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด และอาจสรุปเกี่ยวกับรูปร่างที่แตกต่างกันได้ดังนี้

- แถบความเชื่อมั่นของทั้งสองวิธีจะแคบขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่างมีค่าเพิ่มขึ้น
- แถบความเชื่อมั่นของทั้งสองวิธีจะแคบขึ้น เมื่อระดับความเชื่อมั่นลดลง

### 4.3 ผลการศึกษาช่วงความเชื่อมั่น

จากประโยชน์ของเขตความเชื่อมั่นทำให้สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง ตลอดจนช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 ซึ่งจากการศึกษาภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ในขอบเขตการวิจัย สามารถแสดงค่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้าในรูปแบบของตารางต่างๆ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ดังนี้

พารามิเตอร์  $a = 1$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.1

พารามิเตอร์  $a = 2$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.2

พารามิเตอร์  $a = 4$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.3

แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ดังนี้

พารามิเตอร์  $a = 1$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.4

พารามิเตอร์  $a = 2$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.5

พารามิเตอร์  $a = 4$  และ  $\lambda = 1$  ในตารางที่ 4.3.6

ตารางที่ 4.3.1 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่เข้า	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$\alpha$	0.1867	19.9090	0.5348	2.3640
$\lambda$	0.5036	4065.9917	0.6206	3.1437
$E(X)$	0.3514	711.2523	0.2094	1.4477
$F^{-1}(0.25)$	0.0040	0.7857	0.0385	0.6399
$F^{-1}(0.50)$	0.1800	1.1819	0.1716	1.0779
$F^{-1}(0.75)$	0.4616	18.3287	0.4620	1.9622
n = 30				
$\alpha$	0.5020	3.3055	0.7977	1.6737
$\lambda$	0.7225	2.3799	0.7685	1.9342
$E(X)$	0.5404	2.1433	0.5004	1.1673
$F^{-1}(0.25)$	0.0903	0.6018	0.1304	0.5023
$F^{-1}(0.50)$	0.3635	0.9774	0.3607	0.9252
$F^{-1}(0.75)$	0.7414	2.0695	0.7394	1.6282
n = 100				
$\alpha$	0.6159	1.6831	0.8482	1.2503
$\lambda$	0.7179	1.2198	0.6887	1.1722
$E(X)$	0.7926	1.9205	0.8653	1.3784
$F^{-1}(0.25)$	0.1745	0.5268	0.2139	0.4725
$F^{-1}(0.50)$	0.6153	0.9757	0.5725	1.0057
$F^{-1}(0.75)$	1.1028	2.2534	1.1859	1.9140

ตารางที่ 4.3.2 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $a = 2$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่เข้า	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$a$	0.3733	39.8180	1.0695	4.7276
$\lambda$	0.5036	4065.9917	0.6205	3.1434
$E(X)$	0.4935	7.2610	0.3346	1.0601
$F^{-1}(0.25)$	0.0634	0.8864	0.1962	0.8000
$F^{-1}(0.50)$	0.4242	1.0871	0.4142	1.0383
$F^{-1}(0.75)$	0.6794	4.2812	0.6797	1.4009
n = 30				
$a$	1.0041	6.6109	1.5954	3.3474
$\lambda$	0.7225	2.3799	0.7685	1.9342
$E(X)$	0.6645	1.0373	0.6026	0.9840
$F^{-1}(0.25)$	0.3004	0.7757	0.3612	0.7088
$F^{-1}(0.50)$	0.6030	0.9886	0.6006	0.9619
$F^{-1}(0.75)$	0.8610	1.4386	0.8599	1.2760
n = 100				
$a$	1.2317	3.3662	1.6963	2.5005
$\lambda$	0.7179	1.2198	0.6888	1.1724
$E(X)$	0.8219	1.0757	0.8153	1.0488
$F^{-1}(0.25)$	0.4177	0.7258	0.4624	0.6873
$F^{-1}(0.50)$	0.7844	0.9878	0.7566	1.0028
$F^{-1}(0.75)$	1.0501	1.5011	1.0889	1.3834

ตารางที่ 4.3.3 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha = 4$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่เข้า	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$\alpha$	0.7466	79.6361	2.1390	9.4553
$\lambda$	0.5036	4065.9917	0.6206	3.1436
$E(X)$	0.6604	1.5966	0.5192	1.0052
$F^{-1}(0.25)$	0.2518	0.9415	0.4429	0.8944
$F^{-1}(0.50)$	0.6513	1.0426	0.6436	1.0189
$F^{-1}(0.75)$	0.8243	2.0691	0.8244	1.1836
n = 30				
$\alpha$	2.0081	13.2218	3.1917	6.6968
$\lambda$	0.7225	2.3799	0.7684	1.9340
$E(X)$	0.7770	0.9801	0.7365	0.9682
$F^{-1}(0.25)$	0.5481	0.8808	0.6011	0.8419
$F^{-1}(0.50)$	0.7765	0.9943	0.7750	0.9808
$F^{-1}(0.75)$	0.9279	1.1994	0.9273	1.1296
n = 100				
$\alpha$	2.4634	6.7324	3.3926	5.0009
$\lambda$	0.7179	1.2198	0.6888	1.1723
$E(X)$	0.8845	0.9804	0.8640	0.9915
$F^{-1}(0.25)$	0.6463	0.8519	0.6800	0.8290
$F^{-1}(0.50)$	0.8857	0.9939	0.8698	1.0014
$F^{-1}(0.75)$	1.0248	1.2252	1.0435	1.1762

ตารางที่ 4.3.4 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha = 1$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่เข้า	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$\alpha$	0.0226	37.0207	0.2750	2.6238
$\lambda$	0.3622	4548065	0.4928	3.9584
$E(X)$	0.2488	4.5768E+61**	0.0943	4.3437
$F^{-1}(0.25)$	0.0000	0.9263	0.0019	0.7320
$F^{-1}(0.50)$	0.1098	1.6646	0.0369	1.2836
$F^{-1}(0.75)$	0.3302	9.4252E+12	0.2553	3.0086
n = 30				
$\alpha$	0.3434	4.1387	0.6867	1.7847
$\lambda$	0.6082	3.0749	0.6836	2.1741
$E(X)$	0.4850	7.9686	0.4193	1.3148
$F^{-1}(0.25)$	0.0393	0.6932	0.0900	0.5526
$F^{-1}(0.50)$	0.3048	1.0675	0.2898	1.0104
$F^{-1}(0.75)$	0.6762	3.8346	0.6494	1.8245
n = 100				
$\alpha$	0.5458	1.9481	0.7992	1.2992
$\lambda$	0.6565	1.3271	0.6455	1.2506
$E(X)$	0.7479	2.3661	0.8191	1.4654
$F^{-1}(0.25)$	0.1401	0.5837	0.1859	0.5067
$F^{-1}(0.50)$	0.5476	1.0361	0.5233	1.0645
$F^{-1}(0.75)$	1.0287	2.5715	1.1129	2.0312

หมายเหตุ: \*\* แทน กรณีที่ค่าขอบเขตบนมีค่ามากผิดปกติ



ตารางที่ 4.3.5 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha = 2$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$\alpha$	0.0451	74.0413	0.5499	5.2472
$\lambda$	0.3622	4548065	0.4928	3.9581
$E(X)$	0.4205	4.1623E+24**	0.1431	1.2456
$F^{-1}(0.25)$	0.0000	0.9624	0.0435	0.8556
$F^{-1}(0.50)$	0.3314	1.2902	0.1922	1.1330
$F^{-1}(0.75)$	0.5746	3.0701E+06	0.5052	1.7346
n = 30				
$\alpha$	0.6867	8.2774	1.3734	3.5694
$\lambda$	0.6082	3.0749	0.6836	2.1741
$E(X)$	0.6174	1.5695	0.5275	1.0317
$F^{-1}(0.25)$	0.1983	0.8326	0.3000	0.7434
$F^{-1}(0.50)$	0.5521	1.0332	0.5384	1.0052
$F^{-1}(0.75)$	0.8223	1.9582	0.8059	1.3508
n = 100				
$\alpha$	1.0916	3.8963	1.5984	2.5984
$\lambda$	0.6565	1.3271	0.6456	1.2508
$E(X)$	0.7982	1.1493	0.7842	1.0786
$F^{-1}(0.25)$	0.3743	0.7640	0.4311	0.7118
$F^{-1}(0.50)$	0.7400	1.0179	0.7233	1.0316
$F^{-1}(0.75)$	1.0143	1.6036	1.0549	1.4251

หมายเหตุ: \*\* แทน กรณีที่ค่าขอบเขตบนมีค่ามากผิดปกติ

ตารางที่ 4.3.6 แสดงช่วงความเชื่อมั่นต่างๆ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์  $\alpha = 4$  และ  $\lambda = 1$

พารามิเตอร์	วิธีแท้จริง		วิธีลู่อู่	
	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน	ขอบเขตล่าง	ขอบเขตบน
n = 10				
$\alpha$	0.0902	148.0826	1.0998	10.4945
$\lambda$	0.3622	4548065	0.4928	3.9584
$E(X)$	0.6131	2.2968E+09**	0.2824	1.0533
$F^{-1}(0.25)$	0.0000	0.9810	0.2085	0.9250
$F^{-1}(0.50)$	0.5757	1.1359	0.4384	1.0644
$F^{-1}(0.75)$	0.7580	1.7522E+03	0.7108	1.3170
n = 30				
$\alpha$	1.3735	16.5549	2.7477	7.1408
$\lambda$	0.6082	3.0749	0.6836	2.1739
$E(X)$	0.7451	1.0086	0.6782	0.9899
$F^{-1}(0.25)$	0.4453	0.9125	0.5478	0.8622
$F^{-1}(0.50)$	0.7431	1.0165	0.7338	1.0026
$F^{-1}(0.75)$	0.9068	1.3994	0.8978	1.1622
n = 100				
$\alpha$	2.1833	7.7926	3.1967	5.1968
$\lambda$	0.6565	1.3271	0.6456	1.2508
$E(X)$	0.8698	0.9948	0.8436	1.0055
$F^{-1}(0.25)$	0.6118	0.8741	0.6566	0.8437
$F^{-1}(0.50)$	0.8603	1.0089	0.8505	1.0157
$F^{-1}(0.75)$	1.0071	1.2663	1.0271	1.1938

หมายเหตุ: \*\* แทน กรณีที่ค่าขอบเขตบนมีค่ามากผิดปกติ

จากการพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง ตลอดจนช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ในขอบเขตการวิจัย ดังตารางที่ 4.3.1-4.3.6 สามารถแยกพิจารณาได้เป็นกรณีต่างๆ ดังนี้

### ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ $a$ และ $\lambda$

เมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ในแต่ละรูปแบบข้อมูลหรือพารามิเตอร์ค่าต่างๆ พบว่า

- ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  จะแคบลงเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น
- ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  จะแคบลงเมื่อระดับความเชื่อมั่นลดลง

และเมื่อพิจารณาจากค่าขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์  $a$  และ  $\lambda$  พบว่า ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า ในทุกสถานการณ์

### ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง

เมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ในแต่ละรูปแบบข้อมูลหรือพารามิเตอร์ค่าต่างๆ โดยค่าคาดหวังสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ คือ

$$E(X) = \lambda^{-1/a} \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) \text{ พบว่า}$$

- ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง จะแคบลงเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น
- ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง จะแคบลงเมื่อระดับความเชื่อมั่นลดลง

และเมื่อพิจารณาจากค่าขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง พบว่า ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า ในทุกสถานการณ์ ยกเว้นสถานการณ์ต่อไปนี้ที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงแคบกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า

- ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังสำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 2$  ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) ณ ระดับความเชื่อมั่น 95%

- ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังสำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 4$  ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) และขนาดตัวอย่างใหญ่ ( $n=100$ ) ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

### ช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75

เมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ในแต่ละรูปแบบข้อมูลหรือพารามิเตอร์ค่าต่างๆ พบว่า

- ช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง จะแคบลงเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น
- ช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง จะแคบลงเมื่อระดับความเชื่อมั่นลดลง

และเมื่อพิจารณาจากค่าขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 พบว่า ความกว้างของช่วงความเชื่อมั่นจะอยู่ในรูปแบบเดียวกันในทุกสถานการณ์ โดยรูปแบบดังกล่าว คือ รูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่างต่างๆ กัน และทุกระดับความเชื่อมั่น ที่ขนาดตัวอย่างน้อย ( $n=10$ ) และขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) จะให้ช่วงความเชื่อมั่น ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า แต่ที่ขนาดตัวอย่างมาก ( $n=100$ ) จะให้ช่วงความเชื่อมั่น ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า แต่ ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงแคบกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า

แต่อย่างไรก็ตามยังมีอยู่หนึ่งสถานการณ์ที่รูปแบบของช่วงความเชื่อมั่นแตกต่างจากสถานการณ์อื่นๆ โดยรูปแบบที่แตกต่างดังกล่าว คือ รูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง  $a = 4$  ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) จะให้ช่วงความเชื่อมั่น ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25, 50 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า แต่ที่ขนาดตัวอย่างน้อย ( $n=10$ ) และขนาดตัวอย่างมาก ( $n=100$ ) จะให้ช่วงความเชื่อมั่น ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 และ 75 ที่ได้จากวิธีแท้จริงกว้างกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า แต่ ณ เปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงแคบกว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีลู่อู่เข้า

เมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังที่หาจากวิธีแท้จริง ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ดังนี้

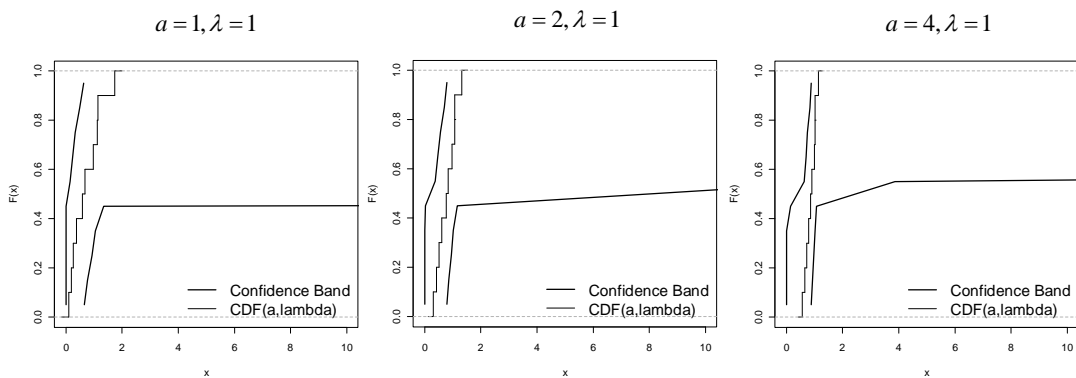
พารามิเตอร์  $a=1$  และ  $\lambda=1$  ในตารางที่ 4.3.4

พารามิเตอร์  $a=2$  และ  $\lambda=1$  ในตารางที่ 4.3.5

พารามิเตอร์  $a=4$  และ  $\lambda=1$  ในตารางที่ 4.3.6

พบว่าขอบเขตบนของค่าคาดหวังมีค่ามากผิดปกติ จึงทำการตรวจสอบค่าที่ผิดปกติดังกล่าวด้วยการสร้างกราฟของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์เทียบกับแถบความเชื่อมั่นเพื่อดูว่าช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังที่หาจากวิธีแท้จริง ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ นั้น มีโอกาสเป็นไปได้หรือไม่ที่จะมีค่ามากถึงระดับที่เป็นค่าผิดปกติ

**รูปที่ 4.3.1** แสดงรูปแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงและฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีค่าพารามิเตอร์ต่างๆ



ผลการตรวจสอบกรณีที่ค่าขอบเขตบนของค่าคาดหวังจากวิธีแท้จริงมีค่ามากผิดปกติ ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์ค่าต่างๆ พบว่า การที่ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมเชิงประจักษ์ อยู่ภายในขอบเขตของแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงซึ่งมีหางที่ยาวมาก นั่นคือมีความเป็นไปได้ที่ค่าขอบเขตบนของค่าคาดหวังจะมีค่ามากผิดปกติ

#### 4.4 ผลการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

จากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่จำนวน 2,000 รอบ จะได้ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ภายใต้สถานการณ์ในงานวิจัย ดังตารางที่ 4.4.1

ตารางที่ 4.4.1 แสดงค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%

ระดับความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	พารามิเตอร์ ( $a, \lambda$ )	ความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์			
			เซตความเชื่อมั่น		แถบความเชื่อมั่น	
			วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่	วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่
95%	n=10	(1,1)	0.9475	0.952	0.9535	0.956
		(2,1)	0.9405	0.958	0.948	0.9635
		(4,1)	0.948	0.9505	0.9555	0.9545
	n=30	(1,1)	0.9475	0.9445	0.952	0.9535
		(2,1)	0.948	0.9465	0.9535	0.9555
		(4,1)	0.95	0.951	0.9535	0.9575
	n=100	(1,1)	0.957	0.9515	0.9615	0.96
		(2,1)	0.952	0.9495	0.9575	0.96
		(4,1)	0.945	0.9505	0.95	0.9575
99%	n=10	(1,1)	0.9855	0.987	0.986	0.988
		(2,1)	0.9895	0.989	0.991	0.9895
		(4,1)	0.9865	0.987	0.988	0.9875
	n=30	(1,1)	0.9925	0.993	0.9935	0.996
		(2,1)	0.9885	0.991	0.9895	0.992
		(4,1)	0.9935	0.9905	0.9935	0.9905
	n=100	(1,1)	0.991	0.9865	0.991	0.989
		(2,1)	0.9915	0.995	0.9925	0.996
		(4,1)	0.989	0.989	0.991	0.99



#### 4.5 ผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด จะใช้การทดสอบเกี่ยวกับสัดส่วน เพื่อต้องการทราบว่าค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้มีความแตกต่างจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ ซึ่งระดับความเชื่อมั่นที่ทำการทดสอบคือ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ ระดับความเชื่อมั่นที่ 99% โดยได้ทำการทดสอบสมมติฐานทั้งหมด 36 สถานการณ์ และสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นมีรายละเอียดดังนี้

เมื่อกำหนดให้  $\hat{p}$  คือ ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตหรือแถบที่วัดได้

และ  $p_0$  คือ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ครั้งนั้น ซึ่งจะกำหนดขึ้นตั้งแต่ขั้นของการคำนวณหาเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น

สมมติฐาน

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0$$

สถิติทดสอบ

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เขตปฏิเสธสมมติฐานหลัก หรือ บริเวณวิกฤต คือ  $|z| > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  หรืออาจพิจารณาจากค่า

p-value ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ  $p\text{-value} \leq \alpha$

โดยผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับเซตความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริงและวิธีผู้เข้า ที่มีการคำนวณค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่นไว้ เป็นไปตามค่าในตารางที่ 4.5.1

และผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริงและวิธีผู้เข้า ที่มีการคำนวณค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่นไว้ เป็นไปตามค่าในตารางที่ 4.5.2



ตารางที่ 4.5.1 แสดงค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่นของเซตความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%

ระดับความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	พารามิเตอร์	Z		p-value	
			วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่	วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่
95%	n=10	(1,1)	-0.03627	0.029019	0.971064	0.976849
		(2,1)	-0.13784	0.116076	0.890366	0.907592
		(4,1)	-0.02902	0.007255	0.976849	0.994212
	n=30	(1,1)	-0.06283	-0.13822	0.949903	0.890065
		(2,1)	-0.05026	-0.08796	0.959913	0.929909
		(4,1)	0	0.025131	1	0.97995
	n=100	(1,1)	0.321182	0.068825	0.748072	0.945129
		(2,1)	0.091766	-0.02294	0.926884	0.981697
		(4,1)	-0.22942	0.022942	0.818546	0.981697
99%	n=10	(1,1)	-0.14302	-0.09535	0.886275	0.92404
		(2,1)	-0.01589	-0.03178	0.987321	0.974646
		(4,1)	-0.11124	-0.09535	0.911428	0.92404
	n=30	(1,1)	0.13762	0.165145	0.89054	0.86883
		(2,1)	-0.08257	0.055048	0.934192	0.9561
		(4,1)	0.192669	0.027524	0.847218	0.978042
	n=100	(1,1)	0.100504	-0.35176	0.919944	0.725016
		(2,1)	0.150756	0.502519	0.880168	0.615303
		(4,1)	-0.1005	-0.1005	0.919944	0.919944

เมื่อพิจารณาค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value ดังตารางที่ 4.5.1 พบว่าผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดของเซตความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญในทุกกรณี

ตารางที่ 4.5.2 แสดงค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value สำหรับการทดสอบสัดส่วนความเชื่อมั่นของแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%

ระดับความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	พารามิเตอร์	Z		p-value	
			วิธีแท้จริง	วิธีลู่เข้า	วิธีแท้จริง	วิธีลู่เข้า
95%	n=10	(1,1)	0.050783	0.087057	0.959498	0.930626
		(2,1)	-0.02902	0.195879	0.976849	0.844705
		(4,1)	0.079802	0.065293	0.936394	0.947941
	n=30	(1,1)	0.050262	0.087959	0.959913	0.929909
		(2,1)	0.087959	0.138222	0.929909	0.890065
		(4,1)	0.087959	0.188484	0.929909	0.850497
	n=100	(1,1)	0.527656	0.458831	0.597738	0.646355
		(2,1)	0.344124	0.458831	0.730753	0.646355
		(4,1)	0	0.344124	1	0.730753
99%	n=10	(1,1)	-0.12713	-0.06356	0.898839	0.949317
		(2,1)	0.031782	-0.01589	0.974646	0.987321
		(4,1)	-0.06356	-0.07946	0.949317	0.936671
	n=30	(1,1)	0.192669	0.330289	0.847218	0.741182
		(2,1)	-0.02752	0.110096	0.978042	0.912333
		(4,1)	0.192669	0.027524	0.847218	0.978042
	n=100	(1,1)	0.100504	-0.1005	0.919944	0.919944
		(2,1)	0.251259	0.603023	0.801614	0.546494
		(4,1)	0.100504	0	0.919944	1

เมื่อพิจารณาค่าสถิติทดสอบ และค่า p-value ดังตารางที่ 4.5.2 พบว่าผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดของแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญในทุกกรณี

#### 4.6 ผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

ในการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ นอกจากการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดข้างต้นแล้ว ได้ทำการเปรียบเทียบระดับความเชื่อมั่นระหว่างความเชื่อมั่นที่กำหนดกับความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่วัดได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ด้วยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

$$\% e = \frac{C - p}{p} \times 100\%$$

และ 
$$\% e = \left| \frac{C - p}{p} \right| \times 100\%$$

โดย  $\% e$  คือ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์

$C$  คือ ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้

$p$  คือ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในการวัด

โดยความแตกต่างระหว่างค่าความเชื่อมั่นที่กำหนดกับค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่ได้จากการวัดความเชื่อมั่น ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นจากทั้งสองวิธีจะแสดงได้ในสองลักษณะ กรณีที่ 1 ใช้สูตรที่ไม่ได้ใส่ค่าสัมบูรณ์เพื่อแสดงให้เห็นว่าค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้ มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในทิศทางใด โดยกำหนดให้

เครื่องหมาย + หมายถึง ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้ มีค่ามากกว่า ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และ

เครื่องหมาย - หมายถึง ค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้ มีค่าน้อยกว่า ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ส่วนการนำเสนอในกรณีที่ 2 ใช้สูตรที่ใส่ค่าสัมบูรณ์เพื่อพิจารณาในเชิงปริมาณว่าค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้ มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดอย่างไร

โดยแสดงผลในกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 ในตารางที่ 4.6.1 และ ตารางที่ 4.6.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.6.1 แสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขต  
ความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95%  
และ 99%

ระดับความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	พารามิเตอร์	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน			
			เขตความเชื่อมั่น		แถบความเชื่อมั่น	
			วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่เข้า	วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่เข้า
95%	n=10	(1,1)	-0.2632	0.2105	0.3684	0.6316
		(2,1)	-1.0000	0.8421	-0.2105	1.4211
		(4,1)	-0.2105	0.0526	0.5789	0.4737
	n=30	(1,1)	-0.2632	-0.5789	0.2105	0.3684
		(2,1)	-0.2105	-0.3684	0.3684	0.5789
		(4,1)	0.0000	0.1053	0.3684	0.7895
	n=100	(1,1)	0.7368	0.1579	1.2105	1.0526
		(2,1)	0.2105	-0.0526	0.7895	1.0526
		(4,1)	-0.5263	0.0526	0.0000	0.7895
99%	n=10	(1,1)	-0.4545	-0.3030	-0.4040	-0.2020
		(2,1)	-0.0505	-0.1010	0.1010	-0.0505
		(4,1)	-0.3535	-0.3030	-0.2020	-0.2525
	n=30	(1,1)	0.2525	0.3030	0.3535	0.6061
		(2,1)	-0.1515	0.1010	-0.0505	0.2020
		(4,1)	0.3535	0.0505	0.3535	0.0505
	n=100	(1,1)	0.1010	-0.3535	0.1010	-0.1010
		(2,1)	0.1515	0.5051	0.2525	0.6061
		(4,1)	-0.1010	-0.1010	0.1010	0.0000

ตารางที่ 4.6.2 แสดงค่าสัมบูรณ์ของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และ 99%

ระดับความเชื่อมั่น	ขนาดตัวอย่าง	พารามิเตอร์	ค่าสัมบูรณ์ของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน			
			เขตความเชื่อมั่น		แถบความเชื่อมั่น	
			วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่เข้า	วิธีแท้จริง	วิธีลู่อู่เข้า
95%	n=10	(1,1)**	0.2632	0.2105	0.3684	0.6316
		(2,1)**	1.0000	0.8421	0.2105	1.4211
		(4,1)	0.2105	0.0526	0.5789	0.4737
	n=30**	(1,1)**	0.2632	0.5789	0.2105	0.3684
		(2,1)**	0.2105	0.3684	0.3684	0.5789
		(4,1)**	0.0000	0.1053	0.3684	0.7895
	n=100	(1,1)	0.7368	0.1579	1.2105	1.0526
		(2,1)**	0.2105	0.0526	0.7895	1.0526
		(4,1)**	0.5263	0.0526	0.0000	0.7895
99%	n=10	(1,1)	0.4545	0.3030	0.4040	0.2020
		(2,1)*	0.0505	0.1010	0.1010	0.0505
		(4,1)**	0.3535	0.3030	0.2020	0.2525
	n=30	(1,1)**	0.2525	0.3030	0.3535	0.6061
		(2,1)**	0.1515	0.1010	0.0505	0.2020
		(4,1)	0.3535	0.0505	0.3535	0.0505
	n=100*	(1,1)*	0.1010	0.3535	0.1010	0.1010
		(2,1)**	0.1515	0.5051	0.2525	0.6061
		(4,1)*	0.1010	0.1010	0.1010	0.0000

หมายเหตุ: \*, \*\* หมายถึง เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากวิธีแท้จริงมีค่าน้อยกว่าวิธีลู่อู่เข้า

กรณีเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น ตามลำดับ

เมื่อพิจารณา ตารางที่ 4.6.2 พบว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อ้อมมีค่าแตกต่างกันในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยบ่งบอกให้ทราบว่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่ได้จากการวัดมีค่าใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่ได้กำหนดขึ้นในงานวิจัย คือ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ ระดับความเชื่อมั่น 99%

ในการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ได้พิจารณาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น โดยจะแยกพิจารณาเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่เป็นเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

#### เซตความเชื่อมั่น

เซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง มีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนด ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในกรณีต่อไปนี้

- ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อ้อม ในทุกรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์

$$a = 1, 2, 4$$

เซตความเชื่อมั่นแบบแท้จริง มีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนด ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในกรณีต่อไปนี้

- ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 2$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อ้อม
- ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a = 1$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อ้อม
- ที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ ( $n=100$ ) วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อ้อม ในทุกรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์

$$a = 1, 2, 4$$

#### แถบความเชื่อมั่น

แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง มีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนด ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ในกรณีต่อไปนี้

- ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1,2$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่
- ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่ ในทุกรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1,2,4$
- ที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ ( $n=100$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=2,4$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่

แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง มีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนด ณ ระดับความเชื่อมั่น 99% ในกรณีต่อไปนี้

- ที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ( $n=10$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=4$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่
- ที่ขนาดตัวอย่างปานกลาง ( $n=30$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1,2$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่
- ที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ ( $n=100$ ) สำหรับรูปแบบข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์  $a=1,2$  วิธีแท้จริงจะมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่

จากผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ด้วยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน พบว่าในภาพรวมเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นในสองวิธี มีค่าน้อยกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของแถบความเชื่อมั่นในสองวิธี นั่นคือ แถบความเชื่อมั่นมีความแตกต่างระหว่างความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์กับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด มากกว่าเซตความเชื่อมั่น โดยสถานการณ์ส่วนใหญ่ในการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์สำหรับแถบความเชื่อมั่น พบว่าวิธีแท้จริงมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าวิธีลู่อู่

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิเคราะห์การอนุมานที่แท้จริงสำหรับตัวแบบไวบูลล์ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ ด้วยการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างเขตความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับเขตความเชื่อมั่นแบบลู่อู่ และเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ระหว่างแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงกับแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่ ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% กับข้อมูลจำลองสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์แสดงรูปร่างเท่ากับ 1, 2 และ 4 และพารามิเตอร์แสดงขนาดเท่ากับ 1 ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 และ 100 และได้ทำการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดซึ่งเป็นการพิจารณาความแตกต่างเชิงคุณภาพ และได้คำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ซึ่งเป็นการพิจารณาความแตกต่างเชิงปริมาณ รวมถึงได้ทำการศึกษาการสร้างเขตความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ซึ่งเขตความเชื่อมั่นที่หาได้จะมีประโยชน์อย่างมาก เนื่องจากจะถูกนำมาใช้ในการคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง และแถบความเชื่อมั่นได้

ผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ ภายใต้สถานการณ์การวิจัยต่างๆ พบว่าเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่มีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาค่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของแถบความเชื่อมั่นจากทั้งสองวิธีพบว่า แถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริงมีความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ใกล้เคียงกับความเชื่อมั่นที่กำหนดมากกว่าแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่ในกรณีส่วนใหญ่ภายใต้สถานการณ์การวิจัย เนื่องจากวิธีลู่อู่จะมีระดับความผิดพลาดเกี่ยวกับความแม่นยำในการอนุมานที่หาง ทำให้ผลจากการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของแถบความเชื่อมั่นแบบลู่อู่มีค่าใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดน้อยกว่าแถบความเชื่อมั่นแบบแท้จริง

จากการศึกษาวิธีการสร้างเขตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่ เข้า กอปรกับผลการเปรียบเทียบความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ ตลอดจนผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดที่พบว่าความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ที่วัดได้จากทั้งสองวิธีไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ดังนั้นหากพิจารณาในแง่ของการนำไปประยุกต์ใช้ วิธีทั้งสอง



อาจสามารถนำไปใช้ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับข้อมูลที่มีเงื่อนไขภายใต้ขอบเขตของการวิจัยนี้ได้ ดังนั้นหากพิจารณาในแง่ของการนำไปใช้ วิธีที่แท้จริงอาจเป็นทางเลือกหนึ่งที่จะนำไปประยุกต์ใช้ได้ เพราะเป็นวิธีที่มีการคำนวณไม่ซับซ้อนเท่ากับวิธีลู่อู่เข้า

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

- 1) ในการหาช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์และช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังด้วยวิธีลู่อู่เข้า ควรมีการกำหนดค่า  $\mu \in (\mu_{\min}, \mu_{\max})$  และ  $\sigma \in (\sigma_{\min}, \sigma_{\max})$  ให้มีความละเอียดที่มากพอ เพื่อให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์และช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวังที่มีความถูกต้อง
- 2) ในการนำวิธีการสร้างเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นไปประยุกต์ใช้ ควรแน่ใจได้ว่าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ มีลักษณะเหมาะสมกับวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ได้ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้จริง ทั้งนี้เพื่อให้ผลของการประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด
- 3) จากแนวคิดการสร้างเซตความเชื่อมั่นและแถบความเชื่อมั่นสำหรับตัวแบบไวบูลล์ที่ได้ทำการศึกษา อาจเป็นทางเลือกในการนำไปประยุกต์ใช้ และเป็นแนวคิดต่อยอดไปสู่การพัฒนาวิธีการประมาณค่าสำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ต่อไป

## รายการอ้างอิง

- Bonini, C. P., Hausman, W. H., and Bierman, H. J. Quantitative Analysis for Management. 9<sup>th</sup> edition. the United States of America, 1997.
- Cheng, R. C. H., and Iles, T. C. Confidence Bands for Cumulative Distribution Functions of Continuous Random Variables. Technometrics 25 (1983): 77-86.
- D'Agostino, R. B., and Stephens, M. A. Goodness-of-Fit Techniques. Marcel Dekker. New York, 1986.
- Hayter, A. J., and Kiatsupaibul, S. Exact Inferences for a Weibull Model. Quality Engineering 25 (2013): 175–180.
- Jeng, S. L., and Meeker, W. Q. Parametric Simultaneous Confidence Bands for Cumulative Distributions From Censored Data. Technometrics 43 (2001): 450-461.
- Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. Continuous univariate distributions. Vol. 1. 2nd ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics: Applied Probability and Statistics, New York, 1994.
- Lawless, J.F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data. New York, 1982.
- Scholz, F. Inference for the Weibull Distribution. Industrial Statistics Stat 498B (2008).
- Srinivasan, R., and Wharton, R. M. Confidence bands for the Weibull distribution. Technometrics 17 (1975): 375-380.

ภาคผนวก

## ตัวอย่างโปรแกรมที่ใช้ในการดำเนินการวิจัย

โปรแกรมที่ใช้ในการดำเนินการวิจัยคือ R 2.9.2 โดยตัวโปรแกรมที่นำเสนอในภาคผนวกนี้ จะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นโปรแกรมสำหรับการคำนวณหาเขตความเชื่อมั่น ช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ ช่วงความเชื่อมั่นของค่าคาดหวัง แถบความเชื่อมั่น และช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจง ด้วยวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า และส่วนที่เป็นโปรแกรมสำหรับการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเขตความเชื่อมั่นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า และสำหรับกรวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของแถบความเชื่อมั่นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า โดยมีรายละเอียดดังนี้

```
set.seed(473)
weidata<-rweibull(n=10,shape=1,scale=1)
alpha=0.05
gamma=6.55
x<-sort(weidata)
x
n<-length(x)
n
#*****Confidence Set*****#
#ooooooooooooooooooooooooooooExact Methodoooooooooooooooooooooooooooo#
#initial value for Exact Method
pks<-function(s){
return(1-.C("pkolmogorov2x", p = as.double(s),as.integer(n),PACKAGE="stats")$p)
}
dalpha_n<-uniroot(function(s){alpha-pks(s)},c(0,1))$root;
dalpha_n->d
d
LB<-c()
UB<-c()
for (i in 1:n){
```

```

lb<-log(max(0,-log(((n-i)/n)+d)))
ub<-log(-log(max(0,((n-i+1)/n)-d)))
LB<-c(LB,lb)
UB<-c(UB,ub)
}
Bound<-cbind(LB,UB)
Bound
#ooooooooooooooooooooooooooooAsymptotic Methodoooooooooooooooooooooooooooo#
#####Asymptotic Confidence Set#####
extdata<--log(x)
extdata
require("evir")
mle_parameter<-gumbel(extdata)$par.est
mu_hat<-mle_parameter[2]
sigma_hat<-mle_parameter[1]
require("distrEx")
c<-EULERMASCHERONICCONSTANT
k0=1
k1<-1-c
k2<-(pi^2/6)+(k1^2)
alphaA<-((4*(n^2)*(k1^2))-4*n*k0*(n*k2-gamma))
betaA<-8*n*k1*sigma_hat*gamma
deltaA<-4*n*k2*(sigma_hat^2)*gamma
MuMin<-mu_hat+((betaA+sqrt((betaA^2)-(4*alphaA*deltaA)))/(2*alphaA))
MuMax<-mu_hat+((betaA-sqrt((betaA^2)-(4*alphaA*deltaA)))/(2*alphaA))
MuMin
MuMax
##Check negative value in square root###

```

```

aA<-n*k2-gamma
bA1<-(2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2)
cA1<-(n*k0*((mu_hat-MuMin)^2))-(2*n*k1*(mu_hat-MuMin)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
CheckFirst<-(bA1^2)-(4*aA*cA1)
CheckFirst
bA2<-(2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2)
cA2<-(n*k0*((mu_hat-MuMax)^2))-(2*n*k1*(mu_hat-MuMax)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
CheckEnd<-(bA2^2)-(4*aA*cA2)
CheckEnd
#-----
precision=2000
muvec<-seq(MuMin,MuMax,length.out=precision)
#-----
SigmaMaxVec<-c()
SigmaMinVec<-c()
for(i in 1:length(muvec)){
  aA<-n*k2-gamma
  bA<-(2*n*k1*(mu_hat-muvec[i]))-(2*sigma_hat*n*k2)
  cA<-(n*k0*((mu_hat-muvec[i])^2))-(2*n*k1*(mu_hat-
muvec[i])*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
  SigmaMax<-(-bA+sqrt((bA^2)-(4*aA*cA)))/(2*aA)
  SigmaMin<-(-bA-sqrt((bA^2)-(4*aA*cA)))/(2*aA)
SigmaMaxVec<-c(SigmaMaxVec,SigmaMax)
SigmaMinVec<-c(SigmaMinVec,SigmaMin)
}
  if(CheckFirst<0){
    SigmaMaxVec[1]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
    SigmaMinVec[1]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)

```

```

}
if(CheckEnd<0){
  SigmaMaxVec[precision]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
  SigmaMinVec[precision]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
}
SigmaPoint<-cbind(SigmaMinVec,SigmaMaxVec)
#----Transform parameters-----#
a<-TransformSigmaPoint<-1/SigmaPoint
Sigma.muVecI<-c()
LD.muMinVecJ<-c()
LD.muMaxVecJ<-c()
for(i in 1:length(muvec)){
  aAI<-n*k2-gamma
  bAI<-(2*n*k1*(mu_hat-muvec))-(2*sigma_hat*n*k2)
  cAI<-(n*k0*((mu_hat-muvec)^2))-(2*n*k1*(mu_hat-
muvec)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
  Sigma.muMin<-(-bAI-sqrt((bAI^2)-(4*aAI*cAI)))/(2*aAI)
  Sigma.muMax<-(-bAI+sqrt((bAI^2)-(4*aAI*cAI)))/(2*aAI)
##Check negative value in square root###
  bA1I<-(2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2)
  cA1I<-(n*k0*((mu_hat-MuMin)^2))-(2*n*k1*(mu_hat-
MuMin)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
  CheckFirstI<-((bA1I^2)-(4*aAI*cA1I))
  CheckFirstI
  bA2I<-(2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2)
  cA2I<-(n*k0*((mu_hat-MuMax)^2))-(2*n*k1*(mu_hat-
MuMax)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
  CheckEndI<-((bA2I^2)-(4*aAI*cA2I))
}

```

```

        CheckEndI
    if(CheckFirstI<0){
        Sigma.muMax[1]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
        Sigma.muMin[1]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMin))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
    }
    if(CheckEndI<0){
        Sigma.muMax[precision]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
        Sigma.muMin[precision]<--((2*n*k1*(mu_hat-MuMax))-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
    }

    Sigma.muVec<-seq(Sigma.muMin[i],Sigma.muMax[i],length.out=precision)
    Sigma.muVecI<-rbind(Sigma.muVecI,Sigma.muVec)
}

for(j in 1:length(Sigma.muVec)){
    LD.muJ<-(exp(muvec[j]))^(1/Sigma.muVecI[j,])
    LD.muMinJ<-min(LD.muJ)
    LD.muMaxJ<-max(LD.muJ)

    LD.muMinVecJ<-c(LD.muMinVecJ,LD.muMinJ)
    LD.muMaxVecJ<-c(LD.muMaxVecJ,LD.muMaxJ)
}

lambda<-c(LD.muMinVecJ,LD.muMaxVecJ)

#####Confidence Interval#####
#####Exact Confidence Interval#####

library(lpSolveAPI)
my.lp <- make.lp(sum(UB!="Inf")*2, 2)
set.column(my.lp, 1, c(rep(1,sum(UB!="Inf")*2)))
InxvecU<-c()

```



```

lnxvecL<-c()
for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
  lnXU<-log(x[u])
  lnxvecU<-c(lnxvecU,lnXU)
}
for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
  lnXL<-log(x[l])
  lnxvecL<-c(lnxvecL,lnXL)
}
lnxvec<-c(lnxvecU,lnxvecL)
columnSet<-na.omit(lnxvec)
set.column(my.lp, 2, c(columnSet))
set.constr.type(my.lp, c(rep("<=",sum(UB!="Inf")),rep(">=",sum(UB!="Inf"))))
BdvecU<-c()
BdvecL<-c()
for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
  BdU<-UB[u]
  BdvecU<-c(BdvecU,BdU)
}
for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
  BdL<-LB[l]
  BdvecL<-c(BdvecL,BdL)
}
Bdvec<-c(BdvecU,BdvecL)
rhsSet<-na.omit(Bdvec)
set.rhs(my.lp, c(rhsSet))
RowNames <- c(paste("constraint", 1:(sum(UB!="Inf")*2), sep = ""))
ColNames <- c("lnlambda", "a")

```

```

dimnames(my.lp) <- list(RowNames, ColNames)
set.bounds(my.lp, upper=Inf, columns = 1)
set.bounds(my.lp, lower = -Inf, columns = 1)
my.lp
#####Lower Bound#####
#Lower Bound_Confidence Interval of ln_lambda=y
set.objfn(my.lp, c(1, 0))
my.lp
##Minimize
solve(my.lp)
get.objective(my.lp)->y_CI.LB
y_CI.LB
Exactlambda.LB<-exp(y_CI.LB)
#Lower Bound_Confidence Interval of a
set.objfn(my.lp, c(0, 1))
my.lp
##Minimize
solve(my.lp)
get.objective(my.lp)->a_CI.LB
a_CI.LB
#####Upper Bound#####
#Upper Bound_Confidence Interval of ln_lambda=y
set.objfn(my.lp, c(1, 0))
my.lp
##Maximize
lp.control(my.lp,sense="max")
solve(my.lp)
get.objective(my.lp)->y_CI.UB

```

```

y_CI.UB
Exactlambda.UB<-exp(y_CI.UB)
#Upper Bound_Confidence Interval of a
set.objfn(my.lp, c(0, 1))
my.lp
##Maximize
lp.control(my.lp,sense="max")
solve(my.lp)
get.objective(my.lp)->a_CI.UB
a_CI.UB
#####Asymptotic Confidence Interval#####
min(a)->MLEa_CI.LB
max(a)->MLEa_CI.UB
min(log(lambda))->MLElnlambda_CI.LB
max(log(lambda))->MLElnlambda_CI.UB
min(lambda)->MLElambda_CI.LB
max(lambda)->MLElambda_CI.UB
#*****Expectation*****#
##Expectation of Exact Method##
EaMin<-a_CI.LB
EaMax<-a_CI.UB
#-----
Eavec<-seq(EaMin,EaMax,by=0.01)
#-----
lnlambdaLivec<-c()
lnlambdaUvec<-c()
LiF<-function(Eavec){
  for(i in sum(LB=="-ln")+1:n){

```

```

        lnlambdaL<-LB[i]-Eavec*log(x[i])
        lnlambdaLivec<-c(lnlambdaLivec,lnlambdaL)
        lnlambdaLvec<-na.omit(lnlambdaLivec)
        lnlambdaMin<-max(lnlambdaLvec)
    }
    return(lnlambdaMin)
}
UiF<-function(Eavec){
    for(i in 1:sum(UB!="Inf")){
        lnlambdaU<-UB[i]-Eavec*log(x[i])
        lnlambdaUvec<-c(lnlambdaUvec,lnlambdaU)
        lnlambdaMax<-min(lnlambdaUvec)
    }
    return(lnlambdaMax)
}
lnlambdaMinvec<-sapply(Eavec,LiF)
lnlambdaMaxvec<-sapply(Eavec,UiF)
lambdaMinvec<-exp(lnlambdaMinvec)
lambdaMaxvec<-exp(lnlambdaMaxvec)
ExpectedVec1<-c()
ExpectedVec2<-c()
for(i in 1:length(Eavec)){
    Expected1<-(lambdaMaxvec[i]^(-1/Eavec[i]))*gamma(1+(1/Eavec[i]))
    Expected2<-(lambdaMinvec[i]^(-1/Eavec[i]))*gamma(1+(1/Eavec[i]))
    ExpectedVec1<-c(ExpectedVec1,Expected1)
    ExpectedVec2<-c(ExpectedVec2,Expected2)
}
ExactLB_Expected<-min(ExpectedVec1)

```

```

ExactUB_Expected<-max(ExpectedVec2)
ExactCI.Expected<-c(ExactLB_Expected,ExactUB_Expected)
ExactCI.Expected
##Expectation of Asymptotic Method##
MLE.ExpectedVec<-c()
      MLE.Expected<-((lambda^(-1/a))*gamma(1+(1/a))
      MLE.ExpectedVec<-c(MLE.ExpectedVec,MLE.Expected)
MLE.LB_Expected<-min(MLE.ExpectedVec)
MLE.UB_Expected<-max(MLE.ExpectedVec)
MLE.CI.Expected<-c(MLE.LB_Expected,MLE.UB_Expected)
MLE.CI.Expected
#-----Plot Confidence Set of Exact Method and Asymptotic Method-----#
#Plot by Graph Method#
#-----
avec<-seq(0,40,by=0.001)
#-----
windows()
Uln_lambda<-(UB[1])-(log(x[1])*avec)
plot(Uln_lambda,avec,col="red",xlab="lnlambda",ylab="a",type="l")
for (u in 2:sum(UB!="Inf")){
      Uln_lambda<-(UB[u])-(log(x[u])*avec)
lines(Uln_lambda,avec,col="red",type="l")
}
for (l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
      Lln_lambda<-(LB[l])-(log(x[l])*avec)
lines(Lln_lambda,avec,col="blue",type="l")
}
lines(log(LD.muMaxVecJ),a[,2],type="l",lty=2,lwd=2)

```

```

lines(log(LD.muMinVecJ),a[,1],type="l",lty=2,lwd=2)
title("Random Sample of Size 10")
legend("bottomright", c("Exact","Asymptotic"),cex=1.5,lty=1:2,lwd=1:1,bty="n")

#Plot by point from calculate#
windows()
plot(lnlambdaMinvec,Eavec,xlab="lnlambda",ylab="a",type="",lty=1,lwd=2)
lines(lnlambdaMaxvec,Eavec,type="l",lty=1,lwd=2)
lines(log(LD.muMaxVecJ),a[,2],type="l",lty=2,lwd=2)
lines(log(LD.muMinVecJ),a[,1],type="l",lty=2,lwd=2)
title("Random Sample of Size 10")
legend("bottomright", c("Exact","Asymptotic"),cex=1.5,lty=1:2,lwd=1:1,bty="n")
#####Result of CI#####
CI1<-
matrix(c(a_CI.LB,a_CI.UB,MLEa_CI.LB,MLEa_CI.UB,y_CI.LB,y_CI.UB,MLElnlambda_CI.LB,MLElnlambda_CI.UB,ExactCI.Expected,MLE.CI.Expected),ncol=4,byrow=T)
colnames(CI1) <- c("LB_Exact","UB_Exact","LB_MLE","UB_MLE")
rownames(CI1) <- c("CI_a","CI_lnlambda","CI_Expected")
CI1
CI2<-
matrix(c(a_CI.LB,a_CI.UB,MLEa_CI.LB,MLEa_CI.UB,Exactlambda.LB,Exactlambda.UB,MLElambda_CI.LB,MLElambda_CI.UB,ExactCI.Expected,MLE.CI.Expected),ncol=4,byrow=T)
colnames(CI2) <- c("LB_Exact","UB_Exact","LB_MLE","UB_MLE")
rownames(CI2) <- c("CI_a","CI_lambda","CI_Expected")
CI2
#*****Confidence Band*****#
#####Exact Method#####
#####Exact Confidence Band#####
LF<-function(y){

```

```

library(lpSolveAPI)
my.lp <- make.lp(sum(UB!="Inf")*2, 2)
set.column(my.lp, 1, c(rep(1,sum(UB!="Inf")*2)))
  InxvecU<-c()
  InxvecL<-c()
  for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
    InxU<-log(x[u])
    InxvecU<-c(InxvecU,InxU)
  }
  for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
    InxL<-log(x[l])
    InxvecL<-c(InxvecL,InxL)
  }
  Inxvec<-c(InxvecU,InxvecL)
  columnSet<-na.omit(Inxvec)
set.column(my.lp, 2, c(columnSet))
set.constr.type(my.lp, c(rep("<=",sum(UB!="Inf")),rep(">=",sum(UB!="Inf"))))
  BdvecU<-c()
  BdvecL<-c()
  for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
    BdU<-UB[u]
    BdvecU<-c(BdvecU,BdU)
  }
  for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
    BdL<-LB[l]
    BdvecL<-c(BdvecL,BdL)
  }
  Bdvec<-c(BdvecU,BdvecL)

```

```

        rhsSet<-na.omit(Bdvec)
set.rhs(my.lp, c(rhsSet))
RowNames <- c(paste("constraint", 1:(sum(UB!="Inf")*2), sep = ""))
ColNames <- c("lnlambda", "a")
dimnames(my.lp) <- list(RowNames, ColNames)
set.bounds(my.lp, upper = Inf, columns = 1)
set.bounds(my.lp, lower = -Inf, columns = 1)
my.lp
set.objfn(my.lp, c(1, log(y)))
##Minimize
        solve(my.lp)
        get.objective(my.lp)->f_LB
CI.LB<-1-exp(-exp(f_LB))
return(CI.LB)
}
UF<-function(y){
library(lpSolveAPI)
my.lp <- make.lp(sum(UB!="Inf")*2, 2)
set.column(my.lp, 1, c(rep(1,sum(UB!="Inf")*2)))
        lnvecU<-c()
        lnvecL<-c()
        for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
                lnU<-log(x[u])
                lnvecU<-c(lnvecU,lnU)
        }
        for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
                lnL<-log(x[l])
                lnvecL<-c(lnvecL,lnL)

```



```

    }
    Inxvec<-c(InxvecU,InxvecL)
    columnSet<-na.omit(Inxvec)
set.column(my.lp, 2, c(columnSet))
set.constr.type(my.lp, c(rep("<=",sum(UB!="Inf")),rep(">=",sum(UB!="Inf"))))

    BdvecU<-c()
    BdvecL<-c()
    for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
        BdU<-UB[u]
        BdvecU<-c(BdvecU,BdU)
    }
    for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
        BdL<-LB[l]
        BdvecL<-c(BdvecL,BdL)
    }
    Bdvec<-c(BdvecU,BdvecL)
    rhsSet<-na.omit(Bdvec)

set.rhs(my.lp, c(rhsSet))
RowNames <- c(paste("constraint", 1:(sum(UB!="Inf")*2), sep = ""))
ColNames <- c("lambd", "a")
dimnames(my.lp) <- list(RowNames, ColNames)
set.bounds(my.lp, upper=Inf, columns = 1)
set.bounds(my.lp, lower = -Inf, columns = 1)
my.lp
set.objfn(my.lp, c(1, log(y)))
##Maximize
    lp.control(my.lp,sense="max")
    solve(my.lp)

```

```

        get.objective(my.lp)->f_UB
    Cl.UB<-1-exp(-exp(f_UB))
    return(Cl.UB)
}

#-----
pvec<-seq(0.05,0.99,by=0.001)
#-----

lstarvec<-c()
ustarvec<-c()
for(i in 1:length(pvec)){
    myweibull1<-function(y){
        R<-pvec[i]-UF(y)
        return(R)
    }
    ur<-1;
    if(myweibull1(ur)>0){
        qlb<-ur
        while(myweibull1(ur)>0){
            ur<-2*ur;
        }
        qub<-ur
    }else{
        qub<-ur
        while(myweibull1(ur)<0){
            ur<-ur/2;
        }
        qlb<-ur
    }
}

```

```

lstar<-uniroot(myweibull1,c(qlb,qub))$root
lstarvec<-c(lstarvec,lstar)
}
for(i in 1:length(pvec)){
  myweibull2<-function(y){
    R<-pvec[i]-LF(y)
    return(R)
  }
  ur<-1;
  if(myweibull2(ur)>0){
    qlb<-ur
    while(myweibull2(ur)>0){
      ur<-2*ur;
    }
    qub<-ur
  }else{
    qub<-ur
    while(myweibull2(ur)<0){
      ur<-ur/2;
    }
    qlb<-ur
  }
  ustar<-uniroot(myweibull2,c(qlb,qub))$root
  ustarvec<-c(ustarvec,ustar)
}
#####Asymptotic Method#####
#####Asymptotic Confidence Band#####
aval<-(-1)*log(log(1/(1-pvec)))

```

```

bp<-k2+2*k1*aval+aval^2
N<-((pi^2)*((n*bp/gamma)-1)/6)^(1/2)
xp<-mu_hat+sigma_hat*aval
xp_max<-xp+(sigma_hat*bp*((N-k1-aval)^-1))
xp_min<-xp-(sigma_hat*bp*((N+k1+aval)^-1))
wp_hat_min<-exp((-1)*xp_max)
wp_hat_max<-exp((-1)*xp_min)

#-----Plot Confidence Band of Exact Method and Asymptotic Method-----#
windows()
plot(lstarvec,pvec,xlab="x",ylab="F(x)",xlim=c(0,10),ylim=c(0,1),type="l",lwd=2)
lines(ustarvec,pvec,type="l",lwd=2)
lines(wp_hat_max,pvec,type="l",lty=2,lwd=2)
lines(wp_hat_min,pvec,type="l",lty=2,lwd=2)
title("Random Sample of Size 10")
legend("bottomright", c("Exact","Asymptotic"),cex=1.5,lty=1:2,lwd=2:2,bty="n")

##Specific value of Confidence Band of Quantile Function##
Show.pvec<-c(0.05,0.25,0.50,0.75,0.95)
#####Exact Method#####
Exact.Qlb<-c()
Exact.Qub<-c()
for(i in 1:length(Show.pvec)){
  myweibull1<-function(y){
    R<-Show.pvec[i]-UF(y)
    return(R)
  }
  ur<-1;
  if(myweibull1(ur)>0){

```

```

    qlb<-ur
    while(myweibull1(ur)>0){
        ur<-2*ur;
    }
    qub<-ur
}else{
    qub<-ur
    while(myweibull1(ur)<0){
        ur<-ur/2;
    }
    qlb<-ur
}
Istar<-uniroot(myweibull1,c(qlb,qub))$root
Exact.Qlb<-c(Exact.Qlb,Istar)
}
for(i in 1:length(Show.pvec)){
    myweibull2<-function(y){
        R<-Show.pvec[i]-LF(y)
        return(R)
    }
    ur<-1;
    if(myweibull2(ur)>0){
        qlb<-ur
        while(myweibull2(ur)>0){
            ur<-2*ur;
        }
        qub<-ur
    }else{

```

```

        qub<-ur
        while(myweibull2(ur)<0){
            ur<-ur/2;
        }
        qlb<-ur
    }
    ustar<-uniroot(myweibull2,c(qlb,qub))$root
    Exact.Qub<-c(Exact.Qub,ustar)
}

#####Asymptotic Method#####
aval<-(-1)*log(log(1/(1-Show.pvec)))
bp<-k2+2*k1*aval+aval^2
N<-((pi^2)*((n*bp/gamma)-1)/6)^(1/2)
xp<-mu_hat+sigma_hat*aval
xp_max<-xp+(sigma_hat*bp*((N-k1-aval)^-1))
xp_min<-xp-(sigma_hat*bp*((N+k1+aval)^-1))
MLE.Qlb<-wp_hat_min<-exp((-1)*xp_max)
MLE.Qub<-wp_hat_max<-exp((-1)*xp_min)
Result.qf<-cbind(Exact.Qlb,Exact.Qub,MLE.Qlb,MLE.Qub)
rownames(Result.qf)<-c("F-1(0.05)","F-1(0.25)","F-1(0.50)","F-1(0.75)","F-1(0.95)")
Result.qf
CI1
CI2

โปรแกรมสำหรับการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นจากวิธีที่แท้จริงและวิธีลู่อู่เข้า
#-----Empirical Confidence Set of 2 Method-----#
EmSet<-function(weidata,shape,scale,alpha,gamma){
    x<-sort(weidata)

```

```

n<-length(x)
#initial value for Exact Method
pks<-function(s){
return(1-C("pkolmogorov2x", p = as.double(s),as.integer(n),PACKAGE="stats")$p)
}
dalphi_n<-uniroot(function(s){alpha-pks(s)},c(0,1))$root;
dalphi_n->d
d
LB<-c()
UB<-c()
for (i in 1:n){
    lb<-log(max(0,-log(((n-i)/n)+d)))
    ub<-log(-log(max(0,((n-i+1)/n)-d)))
LB<-c(LB,lb)
UB<-c(UB,ub)
}
Bound<-cbind(LB,UB)
Bound
#*****Exact Confidence Set*****#
LCheckvec<-c()
UCheckvec<-c()
for(i in 1:n){
    LCheck<-ifelse((log(scale)+shape*log(x[i]))>=LB[i],1,0)
    UCheck<-ifelse((log(scale)+shape*log(x[i]))<=UB[i],1,0)
    LCheckvec<-c(LCheckvec,LCheck)
    UCheckvec<-c(UCheckvec,UCheck)
}
ExactCS<-c(LCheckvec,UCheckvec)

```

```

prod(ExactCS)
#*****Asymptotic Confidence Set*****#
extdata<--log(x)
extdata
require("evir")
mle_parameter<-gumbel(extdata)$par.est
mu_hat<-mle_parameter[2]
sigma_hat<-mle_parameter[1]
require("distrEx")
c<-EULERMASCHERONICCONSTANT
k0=1
k1<-1-c
k2<-(pi^2/6)+(k1^2)
alphaA<-((4*(n^2)*(k1^2))-4*n*k0*(n*k2-gamma))
betaA<-8*n*k1*sigma_hat*gamma
deltaA<-4*n*k2*(sigma_hat^2)*gamma
MuMin<-mu_hat+((betaA+sqrt((betaA^2)-(4*alphaA*deltaA)))/(2*alphaA))
MuMax<-mu_hat+((betaA-sqrt((betaA^2)-(4*alphaA*deltaA)))/(2*alphaA))
MuStar<-(1/shape)*log(scale)
AsyCheckSet1<-ifelse(((MuStar>=MuMin)&(MuStar<=MuMax)),1,0)
if(AsyCheckSet1==1){
  ##Check negative value in square root###
  aA<- n*k2-gamma
  bA<-((2*n*k1*(mu_hat-MuStar))-2*sigma_hat*n*k2)
  cA<-((n*k0*((mu_hat-MuStar)^2))-2*n*k1*(mu_hat-
MuStar)*sigma_hat)+(n*k2*(sigma_hat^2))
  CheckSet<-((bA^2)-(4*aA*cA))
  SigmaMax<-((-bA+sqrt((bA^2)-(4*aA*cA)))/(2*aA)

```



```

SigmaMin<-(-bA-sqrt((bA^2)-(4*aA*cA)))/(2*aA)
  if(CheckSet<0){
    SigmaMax<-((2*n*k1*(mu_hat-MuStar)-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
    SigmaMin<-((2*n*k1*(mu_hat-MuStar)-(2*sigma_hat*n*k2))/(2*aA)
  }
SigmaPoint<-cbind(SigmaMin,SigmaMax)
SigmaStar=1/shape
AsyCheckSet2<-ifelse(((SigmaStar>=SigmaMin)&(SigmaStar<=SigmaMax)),1,0)
AsympCS<-c(AsyCheckSet1,AsyCheckSet2)
}else{AsympCS=0}
prod(AsympCS)
#*****Result of Confidence Set Exact and Asymptotic Metod*****#
EmCheck<-cbind(ECS=prod(ExactCS),ACS=prod(AsympCS))
return(EmCheck)
}

#####Measurement#####
set.seed(473)
round=2000
Countvec<-cbind(matrix(nrow=round,ncol=2))
colnames(Countvec)<-c("ExCS","AsCS")
for(j in 1:round){
  weidata<-rweibull(n=10,shape=1,scale=1)
  Count<-EmSet(weidata,1,1,0.05,6.55)
  Countvec[j,1]<-Count[,1]
  Countvec[j,2]<-Count[,2]
pie(c(j,round-j),radius=1,clockwise=T)
}
Ti<-c(sum(Countvec[,1]),sum(Countvec[,2]))

```

```
C<-cbind(Ti[1]/round,Ti[2]/round)
colnames(C)<-c("EmExCS","EmAsCS")
C
```

โปรแกรมสำหรับการวัดความเชื่อมั่นเชิงประจักษ์ของเซตความเชื่อมั่นจากวิธีแท้จริงและวิธีลู่เข้า

```
#-----Empirical Confidence Band Method-----#
EmBand<-function(weidata,shape,scale,alpha,gamma){
  x<-sort(weidata)
  n<-length(x)
  #initial value for Exact Method
  pks<-function(s){
    return(1-.C("pkolmogorov2x", p = as.double(s),as.integer(n),PACKAGE="stats")$p)
  }
  dalph_n<-uniroot(function(s){alpha-pks(s)},c(0,1))$root;
  dalph_n->d
  d
  LB<-c()
  UB<-c()
  for (i in 1:n){
    lb<-log(max(0,-log(((n-i)/n)+d)))
    ub<-log(-log(max(0,((n-i+1)/n)-d)))
  }
  LB<-c(LB,lb)
  UB<-c(UB,ub)
}
Bound<-cbind(LB,UB)
Bound
#*****Exact Confidence Band*****#
LF<-function(y){
```

```

library(lpSolveAPI)
my.lp <- make.lp(sum(UB!="Inf")*2, 2)
set.column(my.lp, 1, c(rep(1,sum(UB!="Inf")*2)))
  InxvecU<-c()
  InxvecL<-c()
  for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
    InxU<-log(x[u])
    InxvecU<-c(InxvecU,InxU)
  }
  for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
    InxL<-log(x[l])
    InxvecL<-c(InxvecL,InxL)
  }
  Inxvec<-c(InxvecU,InxvecL)
  columnSet<-na.omit(Inxvec)
set.column(my.lp, 2, c(columnSet))
set.constr.type(my.lp, c(rep("<=",sum(UB!="Inf")),rep(">=",sum(UB!="Inf"))))
  BdvecU<-c()
  BdvecL<-c()
  for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
    BdU<-UB[u]
    BdvecU<-c(BdvecU,BdU)
  }
  for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
    BdL<-LB[l]
    BdvecL<-c(BdvecL,BdL)
  }
  Bdvec<-c(BdvecU,BdvecL)

```

```

        rhsSet<-na.omit(Bdvec)
set.rhs(my.lp, c(rhsSet))
RowNames <- c(paste("constraint", 1:(sum(UB!="Inf")*2), sep = ""))
ColNames <- c("lnlambda", "a")
dimnames(my.lp) <- list(RowNames, ColNames)
set.bounds(my.lp, upper = Inf, columns = 1)
set.bounds(my.lp, lower = -Inf, columns = 1)
my.lp
set.objfn(my.lp, c(1, log(y)))
##Minimize
        solve(my.lp)
        get.objective(my.lp)->f_LB
Cl.LB<-1-exp(-exp(f_LB))
return(Cl.LB)
}
UF<-function(y){
  library(lpSolveAPI)
  my.lp <- make.lp(sum(UB!="Inf")*2, 2)
  set.column(my.lp, 1, c(rep(1,sum(UB!="Inf")*2)))
  lnxvecU<-c()
  lnxvecL<-c()
  for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
    lnxU<-log(x[u])
    lnxvecU<-c(lnxvecU,lnxU)
  }
  for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
    lnxl<-log(x[l])
    lnxvecL<-c(lnxvecL,lnxl)
  }
}

```

```

    }
    Inxvec<-c(InxvecU,InxvecL)
    columnSet<-na.omit(Inxvec)
set.column(my.lp, 2, c(columnSet))
set.constr.type(my.lp, c(rep("<=",sum(UB!="Inf")),rep(">=",sum(UB!="Inf"))))

    BdvecU<-c()
    BdvecL<-c()
    for(u in 1:sum(UB!="Inf")){
        BdU<-UB[u]
        BdvecU<-c(BdvecU,BdU)
    }
    for(l in sum(LB=="-Inf")+1:n){
        BdL<-LB[l]
        BdvecL<-c(BdvecL,BdL)
    }
    Bdvec<-c(BdvecU,BdvecL)
    rhsSet<-na.omit(Bdvec)

set.rhs(my.lp, c(rhsSet))
RowNames <- c(paste("constraint", 1:(sum(UB!="Inf")*2), sep = ""))
ColNames <- c("lnlambda", "a")
dimnames(my.lp) <- list(RowNames, ColNames)
set.bounds(my.lp, upper=Inf, columns = 1)
set.bounds(my.lp, lower = -Inf, columns = 1)
my.lp
set.objfn(my.lp, c(1, log(y)))
##Maximize
    lp.control(my.lp,sense="max")
    solve(my.lp)

```

```

        get.objective(my.lp)->f_UB
    Cl.UB<-1-exp(-exp(f_UB))
    return(Cl.UB)
}

#-----
pvec<-seq(0.05,0.95,by=0.05)
#-----

lstarvec<-c()
ustarvec<-c()
for(i in 1:length(pvec)){
    myweibull1<-function(y){
        R<-pvec[i]-UF(y)
        return(R)
    }
    ur<-1;
    if(myweibull1(ur)>0){
        qlb<-ur
        while(myweibull1(ur)>0){
            ur<-2*ur;
        }
        qub<-ur
    }else{
        qub<-ur
        while(myweibull1(ur)<0){
            ur<-ur/2;
        }
        qlb<-ur
    }
}

```

```

lstar<-uniroot(myweibull1,c(qlb,qub))$root
lstarvec<-c(lstarvec,lstar)
}
for(i in 1:length(pvec)){
  myweibull2<-function(y){
    R<-pvec[i]-LF(y)
    return(R)
  }
  ur<-1;
  if(myweibull2(ur)>0){
    qlb<-ur
    while(myweibull2(ur)>0){
      ur<-2*ur;
    }
    qub<-ur
  }else{
    qub<-ur
    while(myweibull2(ur)<0){
      ur<-ur/2;
    }
    qlb<-ur
  }
  ustar<-uniroot(myweibull2,c(qlb,qub))$root
  ustarvec<-c(ustarvec,ustar)
}
realvec<-c()
for(i in 1:length(pvec)){
  real<-qweibull(pvec[i],shape=shape,scale=scale)

```

```

realvec<-c(realvec,real)
}
ExactCB<-c()
for(i in 1:length(pvec)){
  EBandCheck<-ifelse((realvec[i]>=lstarvec[i])&(realvec[i]<=ustarvec[i]),1,0)
ExactCB<-c(ExactCB,EBandCheck)
}
prod(ExactCB)

#*****Asymptotic Confidence Set*****#
extdata<--log(x)
extdata
require("evir")
mle_parameter<-gumbel(extdata)$par.est
mu_hat<-mle_parameter[2]
sigma_hat<-mle_parameter[1]
require("distrEx")
c<-EULERMASCHERONICCONSTANT
k0=1
k1<-1-c
k2<-(pi^2/6)+(k1^2)
#*****Asymptotic Confidence Band*****#
aval<-(-1)*log(log(1/(1-pvec)))
bp<-k2+2*k1*aval+aval^2
N<-((pi^2)*((n*bp/gamma)-1)/6)^(1/2)
xp<-mu_hat+sigma_hat*aval
xp_max<-xp+(sigma_hat*bp*((N-k1-aval)^-1))
xp_min<-xp-(sigma_hat*bp*((N+k1+aval)^-1))

```



```

wp_hat_min<-exp((-1)*xp_max)
wp_hat_max<-exp((-1)*xp_min)

AsympCB<-c()
for(i in 1:length(pvec)){
  AsyBandCheck<-ifelse((realvec[i]>=wp_hat_min[i])&(realvec[i]<=wp_hat_max[i]),1,0)
  AsympCB<-c(AsympCB,AsyBandCheck)
}
prod(AsympCB)
#####Result of Confidence Band of Exact Method and Asymptotics Method#####
EmCheck<-cbind(ECB=prod(ExactCB),ACB=prod(AsympCB))
return(EmCheck)
}

#####Measurement#####
set.seed(473)
round=2000
Countvec<-cbind(matrix(nrow=round,ncol=2))
colnames(Countvec)<-c("Exact.CB","MLE.CB")
for(j in 1:round){
  weidata<-rweibull(n=10,shape=1,scale=1)
  Count<-EmBand(weidata,1,1,0.05,6.55)
  Countvec[j,1]<-Count[,1]
  Countvec[j,2]<-Count[,2]
  pie(c(j,round-j),radius=1,clockwise=T)
}
Ti<-c(sum(Countvec[,1]),sum(Countvec[,2]))
C<-cbind(Ti[1]/round,Ti[2]/round)
colnames(C)<-c("EmExact.CB","EmMLE.CB")
C

```

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวประติษฐา ลิขิตพัฒนกุล เกิดวันอังคารที่ 18 กรกฎาคม พ.ศ. 2532 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554