

ความสัมพันธ์สมมูลบนเซตของค่าที่มีความยาวจำกัด

นายทัศนวีร์ จุติภัก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2550

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

AN EQUIVALENCE RELATION ON  
A SET OF WORDS OF FINITE LENGTH

Mr. Tassawee Thitipak

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2007

Copyright of Chulalongkorn University

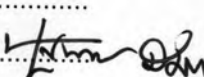
500506



ทัศนวิรุ้ ฐิติภัก: ความสัมพันธ์สมมูลบนเซตของคำที่มีความยาวจำกัด. (AN EQUIVALENCE RELATION ON A SET OF WORDS OF FINITE LENGTH) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:  
อ.ดร. ยศนันต์ มีมาก, 24 หน้า.

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราศึกษาความสัมพันธ์สมมูลซึ่งได้จากการแบ่งกันของเซตของคำที่มีความยาวจำกัด ในส่วนแรก เราเสนอผลการขยายงานของบาเชอร์สำหรับคำบนฟีลด์จำกัด (2002, Europ. J. Combinatorics, 23, 141-147) ซึ่งเราบอกจำนวนสมาชิกของชั้นสมมูลสำหรับเซตของคำที่มีความยาวจำกัด และ ให้ความสัมพันธ์อย่างชัดเจนระหว่างคำสองคำ ในส่วนที่สอง เราศึกษาความสัมพันธ์สมมูลบนเซตของคำที่มีความยาวจำกัดบนริง  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$  เมื่อ  $N$  เป็นจำนวนเต็มบวก เราได้ผลเชิงเลขคณิตซึ่งคล้ายคลึงกับงานของบาเชอร์

ภาควิชา ...คณิตศาสตร์...  
สาขาวิชา ...คณิตศาสตร์...  
ปีการศึกษา .....2550.....

ลายมือชื่อนิสิต.....ทัศนวิรุ้ ฐิติภัก.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

##4972305223 MAJOR: MATHEMATICS

KEY WORDS : EQUIVALENCE RELATIONS /  $SL_2$  / WORDS

TASSAWEE THITIPAK: AN EQUIVALENCE RELATION ON A SET OF WORDS OF FINITE LENGTH. THESIS PRINCIPAL ADVISOR: YOTSANAN MEEMARK, Ph.D., 24 pp.

In this thesis, we study several equivalence relations induced from the partitions of the sets of words of finite length. The first part contains results on words over finite fields extending the work of Bacher (2002, Europ. J. Combinatorics, **23**, 141-147). Cardinalities of its equivalence classes and explicit relationships between two words are determined. Secondly, we deal with words of finite length over the ring  $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$  where  $N$  is a positive integer. We have arithmetic results parallel to Bacher's.

Department : ...**Mathematics**...

Field of study : ...**Mathematics**...

Academic year : .....**2007**.....

Student's signature : ...*T. Thitipak*.....

Principal Advisor's signature : *Y. Meemark*.....

## ACKNOWLEDGEMENTS

I am greatly indebted to Dr. Yotsanan Meemark, my thesis advisor, for his willingness to sacrifice his time to suggest and advise me in preparing and writing this thesis. I would like to thank Associate Professor Dr. Ajchara Harnchoowong, Dr. Tuangrat Chaichana, Assistant Professor Dr. Pattira Ruengsinsub, my thesis committee, for their suggestions on this thesis. I would like to thank all of my teachers for my knowledge and skill.

In particular, I thank to my dear friends for giving me good experiences at Chulalongkorn university.

Finally, I would like to express my deep gratitude to my beloved family for their love and encouragement throughout my graduate study.

## CONTENTS

	page
ABSTRACT (THAI) .....	iv
ABSTRACT (ENGLISH) .....	v
ACKNOWLEDGEMENTS .....	vi
CONTENTS .....	vii
CHAPTER	
I INTRODUCTION .....	1
II EQUIVALENCE RELATIONS ON WORDS OVER FINITE FIELDS ..	4
2.1 Cardinalities of $\mathcal{A}_r$ and $\mathcal{C}_r$ .....	4
2.2 Induced Equivalence Relations .....	9
III SUBSETS OF WORDS OVER $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ .....	12
3.1 Words over $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$ .....	12
3.2 More on $\bar{A}$ .....	18
REFERENCES .....	23
VITA .....	24