บทที่ 1

บทนำ

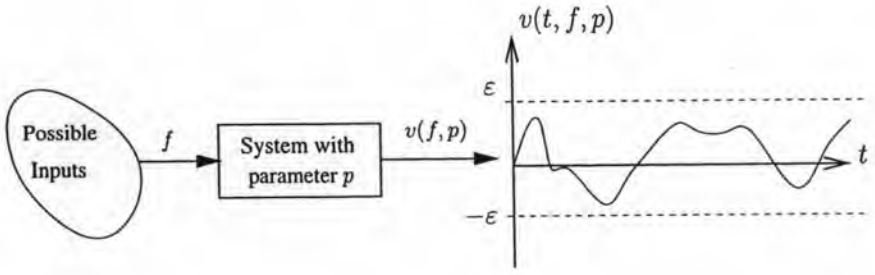
1.1 ความเป็นมา

โดยทั่วไปวัตถุประสงค์สำคัญประการหนึ่งในการออกแบบระบบควบคุมคือ ความต้องการให้สัญญาณออกอยู่ในขอบเขตที่กำหนดไว้ตลอดเวลา ในขณะที่ระบบถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณภายนอก วัตถุประสงค์ดังกล่าวเป็นวัตถุประสงค์ที่วิศวกรระบบใช้ในทางปฏิบัติ เพื่อประเมินสมรรถนะของระบบขณะปฏิบัติการ ตัวอย่างการออกแบบระบบที่ใช้วัตถุประสงค์ดังกล่าวเป็นวัตถุประสงค์หลักในการออกแบบ อาทิเช่น Birch and Jackson (1959), Lane (1992, 1995), Rutland (1992, 1994a), Whidborne (1993), Arunsawatwong, Kuhakan and Pinkaew (2002), Arunsawatwong (2005) และ Satoh (2005) เป็นต้น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น เห็นได้ว่าการใช้วัตถุประสงค์ดังกล่าวสำหรับออกแบบระบบที่มีพารามิเตอร์ในการออกแบบ p สามารถเขียนแทนด้วยเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$|v(t,f,p)| \le \varepsilon, \quad \forall t \ge 0 \quad \text{สำหรับสัญญาณเข้าเป็นไปได้ } f \text{ ใดๆ} \tag{1.1}$$

โดยที่ v เป็นสัญญาณออกที่สนใจซึ่งเป็นไปได้ทั้ง สัญญาณควบคุม (control signal) สัญญาณคลาดเคลื่อน (error signal) หรือผลตอบ (response) ใดๆของระบบที่ต้องการควบคุมเพื่อให้บรรลุเกณฑ์ (1.1) จำนวนจริงบวก ε เป็นค่าขอบเขตที่มากที่สุดซึ่งยอมรับได้ของสัญญาณออก v ตลอดเวลา t และ*สัญญาณเข้าเป็นไปได้ (possible input)* f หมายถึง สัญญาณเข้าที่สามารถเกิดขึ้นจริง หรือมีแนวโน้มว่าจะเกิดขึ้น กล่าวคือ สัญญาณเข้าเป็นไปได้เป็นสัญญาณภายนอก (exogeneous input) เป็นไปได้ทั้งสัญญาณอ้างอิง (reference input) หรือ สัญญาณรบกวน (disturbance) (ดูประกอบเพิ่มเติมใน Zakian, 1996, 2005) วัตถุประสงค์ (1.1) แสดงได้ด้วยรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1: วัตถุประสงค์หลักในการออกแบบ

นอกจากนี้ยังมีระบบควบคุมอีกประเภทหนึ่งที่เรียกว่าระบบวิกฤต (critical system) (ดูรายละเอียดใน Zakian, 1989; Zakian, 1996; Zakian, 2005) ซึ่งมีความต้องการให้การออกแบบระบบเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์ (1.1) อย่างเคร่งครัด มิเช่นนั้นแล้วจะเกิดความเสียหายขั้นรุนแรงได้ อาทิเช่น ระบบควบคุมรถไฟฟ้าสนามแม่เหล็ก (MagLev) (ตัวอย่างเช่น Whidborne, 1993) ระบบอาคารในสภาวะแผ่นดินไหว (Arunsawatwong และคณะ, 2002; Arunsawatwong, 2005) เป็นต้น ดังนั้นเห็นได้ว่านอกจากเงื่อนไข (1.1) เป็นวัตถุประสงค์ที่ใช้ในทางปฏิบัติสำหรับระบบแล้ว ยังเป็นเงื่อนไขที่สำคัญอย่างยิ่งในการออกแบบระบบควบคุมวิกฤต

แม้ว่าในปัจจุบันจะมีทฤษฎีสำหรับออกแบบระบบควบคุมเชิงเส้นมากมาย เช่น ทฤษฎีระบบควบคุมแบบดั้งเดิม (classical control theory) ที่พิจารณาสมรรถนะของระบบจากผลตอบสัญญาณเข้าหนึ่งหน่วย (unit step response) เป็นสำคัญ หรือทฤษฎีควบคุมสมัยใหม่ (modern control theory) ที่มีวิธีการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบได้หลายรูปแบบ อาทิเช่น ทฤษฎีคุมค่ากำลังสองเชิงเส้น (linear quadratic regulator) หรือทฤษฎีการควบคุมแบบ H_∞ เป็นต้น แต่เนื่องจากทฤษฎีดังกล่าวไม่ได้คำนึงสัญญาณเข้าที่เกิดขึ้นจริงอย่างชัดแจ้ง ดังนั้นทฤษฎีเหล่านั้นไม่สามารถใช้ออกแบบระบบที่มี (1.1) เป็นวัตถุประสงค์หลัก (โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบวิกฤต) อย่างมีประสิทธิผล

เนื่องจากปัญหาการออกแบบระบบควบคุมที่ต้องการให้สัญญาณออก v สอดคล้องกับเกณฑ์การออกแบบ (1.1) เป็นปัญหาที่ยาก วิธีหนึ่งที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้บรรลุเกณฑ์การออกแบบ (1.1) คือ กำหนดให้เซต $\mathcal{P}$ เป็นเซตที่รวมสัญญาณเข้าเป็นไปได้ โดยเรียกเซต $\mathcal{P}$ นี้ว่า เซตเป็นไปได้ (possible set) จากการกำหนดเซต $\mathcal{P}$ ในลักษณะดังกล่าว เงื่อนไข (1.1) สมมูลกับเงื่อนไข ดังต่อไปนี้

$$\hat{v}(p) \leq \varepsilon \tag{1.2}$$

โดยที่ปริมาณ $\hat{v}(p)$ เรียกว่าดัชนีสมรรถนะ (performance index) มีนิยามดังนี้

$$\hat{v}(p) \triangleq \sup_{t\geq 0} \sup_{f\in\mathcal{P}} |v(t,f,p)| \tag{1.3}$$

ดังนั้นอสมการ (1.2) เป็นเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอ สำหรับการออกแบบระบบควบคุมที่ต้องการให้สัญญาณออกอยู่ในขอบเขตที่กำหนดไว้ ประเด็นสำคัญคือ ถ้า $\hat{v}$ สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้อง และใช้เวลาไม่มากนักแล้ว อสมการ (1.2) จะเป็นเกณฑ์สมรรถนะที่เป็นประโยชน์ในการออกแบบ และสามารถนำไปใช้ได้จริง (ดูประกอบเพิ่มเติมใน Zakian, 1987) ปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ จึงเป็นรากฐานที่สำคัญในการออกแบบระบบควบคุมที่ยึดเกณฑ์การออกแบบ (1.1) เป็นเกณฑ์หลัก

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

งานวิจัยที่ผ่านมาพิจารณาการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้ ที่ถูกกำหนดโดยเงื่อนไขขอบเขตนอร์ม (norm bounding condition) ไม่เกิน 2 เงื่อนไข ปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะ

สำหรับเซตเป็นไปได้ที่กำหนดลักษณะขนาดของสัญญาณเข้าด้วยเงื่อนไขขอบเขตนอร์มเพียงเงื่อนไขเดียว เป็นปัญหาที่นักวิจัยรู้จักเป็นอย่างดี (ดูรายละเอียดใน Zakian, 2005, หัวข้อที่ 1.4 และ 1.5) โดยเฉพาะกรณีที่เงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดด้วยนอร์ม L_∞ เป็นปัญหาทางทฤษฎีควบคุมที่นักวิจัยรู้จักในชื่อ ปัญหาการควบคุมเหมาะที่สุดแบบ L_1 (L_1 optimal control problem) งานวิจัยที่ให้ความสนใจในปัญหาดังกล่าว อาทิเช่น Vidyasagar (1986) นอกจากนี้ สำหรับเซตเป็นไปได้ที่กำหนดลักษณะความชันของสัญญาณด้วยเงื่อนไขขอบเขตนอร์มเพียงเงื่อนไขเดียว Zakian (1986a, 1986b, 1987) ได้ให้สูตรการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้เหล่านั้น

ส่วนปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้ ที่กำหนดโดยเงื่อนไขขอบเขต 2 เงื่อนไข บนขนาดและความชันของสัญญาณด้วยนอร์ม L_∞ หรือ L_2 อย่างใดอย่างหนึ่งนั้น มีงานวิจัยหลายงานที่พัฒนาวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้ดังกล่าว อาทิเช่น Birch and Jackson (1959), Lane (1992), Lane (1995), Satoh (2005) และ Khaisongkram and Banjerdpongchai (2007)

ในบางปัญหาของการออกแบบระบบควบคุม การใช้เงื่อนไขขอบเขต 2 เงื่อนไขกำหนดลักษณะของสัญญาณเข้าเป็นไปได้ให้ผลการออกแบบที่ไม่ดีเนื่องจากมีความอนุรักษ์เกิดขึ้น (ตัวอย่างเช่น การออกแบบระบบควบคุมภายใต้สภาวะแผ่นดินไหวโดย Arunsawatwong (2005)) จากการวิเคราะห์พบว่า การเพิ่มเงื่อนไขขอบเขตสามารถแยกสัญญาณที่ไม่เกิดขึ้นจริง (ficitious input) ออกไป ทำให้เซตเป็นไปได้มีความเหมาะในการเป็นแบบจำลองของสัญญาณเข้าเป็นไปได้มากขึ้น และเมื่อนำเซตดังกล่าวไปใช้ออกแบบระบบควบคุมจะให้ผลการออกที่ดีขึ้น (ดูรายละเอียดในบทที่ 2 และ 5) วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้ที่มีเงื่อนไขขอบเขตมากกว่า 2 เงื่อนไข

นอกจากการคำนวณสมรรถนะ $\hat{v}(p)$ แล้ว เพื่อให้บรรลุถึงความต้องการในการออกแบบ (1.1) ปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือการหาค่าพารามิเตอร์ p ที่ทำให้เงื่อนไข (1.1) เป็นจริง ถึงแม้ว่าที่ผ่านมาวัตถุประสงค์ (1.1) อยู่ในความสนใจของกลุ่มนักวิจัยหลายกลุ่ม แต่ละกลุ่มพิจารณารายละเอียดของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกไป อาทิเช่น

1. Andreyev (1968) พิจารณาปัญหาโดยใช้เกณฑ์ด้านสถิติ (statistical criteria) ที่ต้องการให้ค่าความน่าจะเป็น (probability) มากสุดของสัญญาณออกอยู่ในขอบเขตที่ต้องการ ในขณะที่ระบบถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณเข้าแบบสุ่ม (random input) ที่ถูกระบุด้วยการแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribuition)

2. Schweppe และคณะ ได้แก่ Bertsekas and Rhodes (1971), Glover and Schweppe (1971), Parlos, Henry, Schweppe, Gould and Lanning (1988) และ Schweppe (1973) เป็นต้น ใช้ทฤษฎีเซต (set theoretical approach) เป็นหลักการในการออกแบบระบบ โดยมีแนวความคิดให้ตัวแปรสถานะของระบบ (system state) หรือสัญญาณออกอยู่ในขอบเขตที่กำหนด ในขณะ

ที่สัญญาณเข้าถูกพิจารณาว่าเป็นสัญญาณรบกวนที่ไม่ทราบแน่ชัดแต่มีขนาดจำกัด (unknown-but-bounded disturbance) เท่านั้น

3. Zakian และคณะ ได้แก่ Zakian (1979a, 1986a, 1986b, 1987, 1991, 1996, 2005), Lane (1992, 1995), Rutland (1992, 1994a) และ Satoh (2005) เป็นต้น ใช้กรอบงานของ Zakian (Zakian's framework) ที่ประกอบด้วย หลักการเข้าคู่ (the principle of matching) และ วิธีอสมการ (the method of inequalities) เป็นหลักการ 2 หลักการในการออกแบบระบบควบคุมที่ใช้ (1.1) เป็นวัตถุประสงค์หลักในการออกแบบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นกรอบงานของ Zakian มีข้อได้เปรียบกว่างานกลุ่มงานวิจัยอื่นๆ ที่ใช้เกณฑ์การออกแบบ (1.1) ดังต่อไปนี้

1. มีหลักการเข้าคู่ที่เป็นทฤษฎีหลักในการพัฒนาวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ สำหรับเซตเป็นไปได้ $\mathcal{P}$ ที่ประกอบด้วยสัญญาณเข้าที่เกิดขึ้นจริง ทำให้การออกแบบระบบควบคุมวิกฤตสอดคล้องกับความต้องการจริง และอสมการ (1.1) สามารถนำมาปฏิบัติได้จริง ดังนั้นผู้ออกแบบสามารถกำหนดเซตเป็นไปได้ที่เหมาะสมกับสัญญาณที่เกิดขึ้นจริง ซึ่งต่างจากกลุ่มงานวิจัยที่ของ Andreyev หรือ Schweppe และคณะ ที่พิจารณาสัญญาณเข้าที่มีการระบุลักษณะไว้

2. มีวิธีอสมการเป็นวิธีหลัก ที่ใช้กำหนดรูปแบบของปัญหาการออกแบบให้มีลักษณะเป็นชุดของอสมการ ซึ่งเหมาะสมกับการแก้ปัญหาที่มีหลายวัตถุประสงค์ ยิ่งไปกว่านั้นเกณฑ์การออกแบบ (1.2) ที่สมมูลกับ (1.1) คล้อยตามกับหลักการของวิธีอสมการในแง่ที่ (1.2) เป็นอสมการที่สามารถหาคำตอบได้ในทางปฏิบัติ

3. ทั้งหลักการเข้าคู่และวิธีอสมการร่วมกันแก้ปัญหาการออกแบบระบบควบคุมที่ใช้ (1.1) เป็นวัตถุประสงค์ กล่าวคือหลักการเข้าคู่เป็นรากฐานในการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ ในขณะที่เกณฑ์สมรรถนะ (1.2) คล้อยตามวิธีอสมการ ทำให้มีวิธีในการหาคำตอบสำหรับ (1.2)

4. เนื่องจากในการออกแบบระบบควบคุมโดยกรอบงานของ Zakian คำตอบของการออกแบบ (design solution) หาได้จากการค้นหาคำในปริภูมิพารามิเตอร์ (parameter space) ดังนั้นโครงสร้างของตัวควบคุม และเงื่อนไขของตัวควบคุมสามารถกำหนดได้

5. กรอบงานของ Zakian มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเป็นระยะเวลานานตั้งแต่ปี 1979 ทำให้มีวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะหลายๆ กรณีของเซตเป็นไปได้ $\mathcal{P}$ และวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะเหล่านั้นได้นำไปใช้ในงานออกแบบจริง (ตัวอย่างเช่น Zakian, 1979a, 1986a, 1986b; Lane, 1992, 1995; Rutland, 1992, 1994a, 1994b; Satoh 2005)

ประเด็นการพัฒนาวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}(\mathcal{P}, p)$ มีดังต่อไปนี้

1. **วิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ สำหรับเซตเป็นไปได้ที่มีขอบเขตมากกว่า 2 เงื่อนไข** ในงานวิจัยที่ผ่านมานักวิจัยหลายกลุ่มใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบเหมาะที่สุด (analytical optimization technique) เพื่อพัฒนาวิธีการคำนวณ $\hat{v}$ ของระบบเชิงเส้นไม่แปรตามเวลา สำหรับเซตเป็นไปได้ในแต่ละกรณี ในงานวิจัยเหล่านั้นเซตเป็นไปถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขต (bounding condition) อย่างมาก 2 เงื่อนไขขอบเขต จากการศึกษาในหลายตัวอย่างพบว่าการนำเซตเป็นไปได้ดังกล่าวไปออกแบบทำให้เกิดความอนุรักษ์ (conservatism) (ดูตัวอย่างกรณีศึกษาการควบคุมอาคารภายใต้สภาวะแผ่นดินไหว ในหัวข้อ 5) การลดความอนุรักษ์นี้สามารถทำได้โดยเพิ่มเงื่อนไขขอบเขตในการกำหนดลักษณะของเซตเป็นไปได้ เพื่อให้มีความสอดคล้องกับลักษณะของสัญญาณเข้าที่เกิดขึ้นจริงให้มากยิ่งขึ้น (ดูรายละเอียดใน Silpsrikul and Arunsawatwong, 2009 และในหัวข้อ 2.4) ผลที่ตามมาคือวิธีการคำนวณ $\hat{v}$ มีความซับซ้อน และยากขึ้น

2. **ขยายจำพวกของระบบที่สามารถใช้หลักการเข้าคู่ที่มีอยู่** ในการออกแบบระบบควบคุมให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ (1.2) ด้วยวิธีเชิงเลข (numerical method) นอกจากดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ ต้องสามารถคำนวณได้อย่างถูกต้อง และใช้เวลาไม่นานแล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งคือระบบที่พิจารณาต้องมีค่าดัชนีสมรรถนะที่มีค่าจำกัด กล่าวคือ $\hat{v} < \infty$ ระบบเชิงเส้นไม่แปรตามเวลา จำพวกหนึ่ง ได้แก่ ระบบตรรกยะ (rational system หรือ RS) ระบบอนุพันธ์ที่มีการประวิงเวลาแบบหน่วง (retarded delay differential system หรือ RDDS) และระบบอนุพันธ์เศษส่วนที่มีการประวิงเวลาแบบหน่วง (retarded fractional delay differential system หรือ RFDDS) เงื่อนไขจำเป็น (และเพียงพอด้วยในหลายกรณี) ที่ดัชนีสมรรถนะมีค่าจำกัดสำหรับระบบเหล่านี้ คือ $\hat{\lambda} < 0$ โดยที่ $\hat{\lambda}$ คือ พิกัดของเสถียรภาพ (abscissa of stability) (ดูรายละเอียดในหัวข้อ 2.5) ซึ่งเงื่อนไขดังกล่าวคล้อยตามกับหลักการของวิธีอสมการอีกด้วย ที่ผ่านมาหลักการเข้าคู่ถูกนำมาใช้ในการออกแบบระบบควบคุมหลายประเภท ได้แก่ RS และ RDDS เพราะวิธีในคำนวณพิกัดเสถียรภาพของระบบทั้งสองมีการพัฒนามานานแล้ว อาทิเช่น Zakian (1979a) และ Arunsawatwong (1996) เป็นต้น ไม่นานมานี้ Nguyen และ Arunsawatwong (2008) พัฒนาวิธีการคำนวณค่าพิกัดเสถียรภาพสำหรับ RFDDS

1.3 วัตถุประสงค์

1. เพื่อพัฒนาวิธีคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ ของระบบสังวัตนาการ (convolution system) สำหรับสัญญาณเข้าในเซตเป็นไปได้ ที่ถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขตบนขนาด และอนุพันธ์ของสัญญาณด้วยนอร์ม L_2 และ/หรือ L_∞

1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. เสนอทฤษฎีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ ของระบบสังวัตนาการ (convolution system) สำหรับสัญญาณเข้าในเซตเป็นไปได้ที่ถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขตบนขนาด และอนุพันธ์ของสัญญาณด้วยนอร์ม L_2 และ/หรือ L_∞
2. แสดงให้เห็นถึงคุณประโยชน์ของทฤษฎีการคำนวณ $\hat{v}$ ที่พัฒนาขึ้นในประเด็นดังนี้
   - สามารถคำนวณ $\hat{v}$ สำหรับเซตเป็นไปได้ที่มีการเพิ่มเงื่อนไขขอบเขต เพื่อทำให้การออกแบบระบบควบคุมดีขึ้น ในกรณีนี้ศึกษากับระบบควบคุมอาคารในสภาวะแผ่นดินไหว ที่มีแบบจำลองเป็นระบบตรรกยะ
   - สามารถคำนวณ $\hat{v}$ ของระบบอนุพันธ์เศษส่วนที่มีการประวิงเวลาแบบหน่วง ในกรณีนี้ศึกษากับระบบควบคุมหอกลั่นที่ใช้ตัวควบคุมแบบอนุพันธ์เศษส่วน

1.5 ระเบียบวิธีการทำวิทยานิพนธ์

1. เสนอวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ $\hat{v}$ สำหรับเซตเป็นไปได้ที่ถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขขอบเขตบนขนาด และอนุพันธ์ของสัญญาณด้วยนอร์ม L_2 และ/หรือ L_∞
2. แสดงให้เห็นว่าวิธีที่เสนอสามารถนำไปใช้ออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ (1.1) ระบบที่นำมาแสดงได้แก่ระบบที่สามารถคำนวณ $\hat{\lambda}$ (เพื่อใช้เป็นเงื่อนไขของการมีอยู่ของดัชนีสมรรถนะ) อาทิเช่น ระบบตรรกยะและ ระบบเชิงเส้นอนุพันธ์เศษส่วนที่มีการประวิงเวลาแบบหน่วง

1.6 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. วิธีคำนวณดัชนีสมรรถนะ สำหรับเซตเป็นไปได้ที่มีเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดด้วยนอร์ม L_2 และ/หรือนอร์ม L_∞ มากกว่า 2 เงื่อนไข บนขนาดและอนุพันธ์ของสัญญาณเข้า (เสนอในบทที่ 3)
2. ขั้นตอนการคำนวณดัชนีสมรรถนะ สำหรับระบบที่มีเสถียรภาพแบบสัญญาณเข้ามีขอบเขต/สัญญาณออกมีขอบเขต (bounded input/bounded output) และขั้นตอนการคำนวณดัชนีสมรรถนะแบบอัตโนมัติ สำหรับระบบที่มีเสถียรภาพเลขชี้กำลัง ซึ่งเป็นเซตย่อยของระบบ ที่มีเสถียรภาพแบบสัญญาณเข้ามีขอบเขต/สัญญาณออกมีขอบเขต (เสนอในบทที่ 4)
3. ขั้นตอนการพิจารณาการเพิ่มเงื่อนไขขอบเขตให้กับเซตเป็นไปได้เพื่อให้ผลการออกแบบที่ดีขึ้น (เสนอในหัวข้อที่ 2.4) และแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ในการใช้งานในบทที่ 5 การออกแบบระบบควบคุมอาคารภายใต้สภาวะแผ่นดินไหว

1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึง การจัดรูปปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะ การกำหนดลักษณะของเซตเป็นไปได้ วิเคราะห์การมีค่าจำกัดของดัชนีสมรรถนะ และวิธีอสมการซึ่งเป็นวิธีที่นำใช้คู่กับวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะที่เสนอในวิทยานิพนธ์ เพื่อใช้ในการออกแบบระบบควบคุม บทที่ 3 เสนอวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะ การแทนเงื่อนไขขอบเขตด้วยตัวแปรในปริภูมิมิติจำกัด นอกจากนี้ยังพิสูจน์ให้เห็นว่าวิธีที่ใช้ประมาณใดบ้างเมื่อนำมาใช้แล้ว ปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะยังคงความเป็นคอนเวกซ์ บทที่ 4 นำผลที่ได้จากบทที่ 3 มาสรุปเป็นขั้นตอนในการคำนวณดัชนีสมรรถนะ บทที่ 5 และบทที่ 6 เป็นตัวอย่างกรณีศึกษาในการนำวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะที่เสนอมาใช้ออกแบบระบบควบคุม กรณีแรกในบทที่ 5 เป็นการออกแบบระบบควบคุมสำหรับอาคารภายใต้สภาวะแผ่นดินไหว เพื่อต้องการแสดงให้เห็นว่าวิธีที่เสนอสามารถใช้กับเซตเป็นไปได้ที่มีการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตหลายเงื่อนไข ซึ่งการใช้เซตดังกล่าวให้ผลการออกแบบที่ดีขึ้น กรณีที่สองในบทที่ 6 เป็นการออกแบบระบบควบคุมสำหรับหอกลั่น โดยใช้ตัวควบคุมแบบสัดส่วน (fractional controller) เพื่อต้องการแสดงให้เห็นว่าวิธีที่เสนอสามารถใช้กับระบบได้หลายประเภท ตราบใดที่ระบบนั้นมีเสถียรภาพแบบสัญญาณเข้ามีขอบเขต/สัญญาณออกมีขอบเขต และสามารถหาผลตอบอิมพัลส์หนึ่งหน่วยได้

1.8 องค์ความรู้ใหม่ที่ได้

1. เงื่อนไขเพียงพอสำหรับการใช้เทคนิคการตัดปลายปริพันธ์ไม่จำกัดเขต (improper integral) ที่ปรากฏในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ของปัญหาการหาค่าดัชนีสมรรถนะ คือระบบต้องมีเสถียรภาพแบบสัญญาณเข้ามีขอบเขต/สัญญาณออกมีขอบเขต (ประพจน์ที่ 3.1) เงื่อนไขนี้เป็นเงื่อนไขที่สำคัญในการใช้เทคนิคการคำนวณดัชนีสมรรถนะที่เสนอในวิทยานิพนธ์นี้
2. เงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอ สำหรับการคงคุณสมบัติปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงคอนเวกซ์ของปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะที่มาจากวิธีที่เสนอ (ทฤษฎีบทที่ 3.4) เงื่อนไขดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าสูตรผลต่างอันตะ (finite difference) ใดบ้างที่สามารถนำมาใช้ แล้วปัญหายังคงความเป็นคอนเวกซ์
3. สูตรการคำนวณค่าขอบเขตบนของฟังก์ชันนัลคลาดเคลื่อน ที่เกิดจากการใช้เทคนิคการตัดปลายปริพันธ์ไม่ตรงแบบ สูตรดังกล่าวทำให้มีประโยชน์ในการพัฒนากระบวนการคำนวณแบบอัตโนมัติ (เสนอในบทที่ 4)
4. เงื่อนไขจำเป็นและพอเพียงสำหรับการเพิ่มเงื่อนไขขอบเขตให้กับเซตเป็นไปได้เพื่อ ให้ผลการออกแบบที่ดีขึ้น (ประพจน์ที่ 2.1)
5. ผลการออกแบบที่แสดงให้เห็นถึงประโยชน์ในการใช้เซตเป็นไปได้ที่มีการเพิ่มเงื่อนไขขอบเขต (บทที่ 5 การออกแบบระบบควบคุมอาคารภายใต้สภาวะแผ่นดินไหว)

6. การนำหลักการเข้าคู่ประยุกต์ใช้กับการออกแบบระบบควบคุมประเภท RFDDS ที่มีเกณฑ์ (1.1) เป็นเกณฑ์การออกแบบหลัก (บทที่ 6 การออกแบบระบบควบคุมหอกลั่นแยกสารสองชนิด)

7. เทคนิคที่ใช้ในการคำนวณสมรรถนะที่เสนอในบทที่ 3 (ได้แก่เทคนิคการตัดปลาย การประมาณปริพันธ์ อนุพันธ์ด้วยผลต่างอันตะ) สามารถนำไปพัฒนาวิธีการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับเซตเป็นไปได้ที่กำหนดลักษณะสมบัติเงื่อนไขขอบเขตประเภทอื่น ตราบใดที่เงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดใช้ ยังคงทำให้ปัญหาการคำนวณดัชนีสมรรถนะเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงคอนเวกซ์ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการพัฒนางานวิจัยเกี่ยวกับการคำนวณดัชนีสมรรถนะในอนาคต