

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

ค่าโมดูลัสเฉือนเป็นพารามิเตอร์ที่ ใช้มากในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพี โดยเฉพาะปัญหาทางด้านพลศาสตร์ ซึ่งค่าโมดูลัสเฉือนนั้นสามารถหาได้หลายวิธี โดยการหาค่าโมดูลัสเฉือนที่ระดับความเครียดสูง จะใช้วิธี Unconfined compression test หรือ Triaxial test สำหรับการหาค่าโมดูลัสเฉือนที่ระดับความเครียดต่ำ จะใช้วิธีการวัดความเร็วของคลื่นที่วิ่งผ่านดิน (Wave propagation techniques) เช่นวิธีการใช้เบนเดอริอิลิเมนต์ในห้องปฏิบัติการ หรือ วิธีการหาค่าความเร็วของคลื่นเฉือนในสนาม ในการหาค่าโมดูลัสเฉือนนั้นอาจได้รับผลกระทบหลายอย่างในกระบวนการทดลอง

2.1.1 ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อ โมดูลัสเฉือน

ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อโมดูลัสเฉือน กับ Young's modulus มักจะมีแนวโน้มที่เหมือนกัน แต่ก็มีความแตกต่างกันบ้าง สำหรับปัจจัยบางประการ Hardin & Black, (1968) ได้ทำการศึกษาตัวแปรที่มีผลกระทบต่อค่าโมดูลัสเฉือนและค่าโมดูลัสของยัง และได้สรุปตัวแปรที่สำคัญไว้ ดังนี้

$$G = f(\sigma'_0, e, C, A, H, t, S, \tau_0, f, \theta, T)$$

เมื่อ

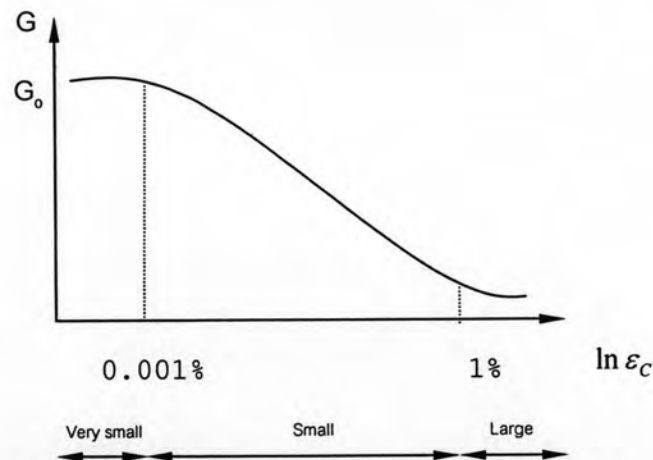
- σ'_0 = หน่วยแรงประสิทธิผล
- e = อัตราส่วนช่องว่าง (Void ratio)
- C = ลักษณะจำเพาะของเม็ดดิน, รูปร่าง, ขนาด, สัดส่วน
คละ, ชนิดของแร่ประกอบดิน
- A = ขนาดของระดับความเครียด
- H = ประวัติของหน่วยแรง (Stress history) และ ประวัติของ

การรับแรงสั่นสะเทือน (Vibration history)

- t = เวลา
 S = ความอิ่มตัวของดิน (Degree of saturation)
 τ_o = หน่วยแรงเฉือน (Octahedral shear stress)
 f = ความถี่ของการสั่นสะเทือน (Frequency of vibration)
 θ = โครงสร้างของดิน (Soil structure)
 T = อุณหภูมิ

2.1.3 ลักษณะพฤติกรรมของโมดูลัสเฉือน ที่ระดับความเครียดต่าง ๆ

โดยพื้นฐานแล้วค่าโมดูลัสเฉือนสามารถหาได้ จากความชันของเส้นโค้งความเค้น-ความเครียด (Stress-Strain curve) ซึ่งโมดูลัสเฉือนจะมีค่าไม่คงที่ตามขนาดของความเครียด จึงได้มีการรวบรวมผลการศึกษาต่างๆ และสรุปผลเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาพฤติกรรมและการใช้งาน จึงได้มีการเสนอระดับของความเครียดในช่วงต่างๆ ดังรูปที่ 1 ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของความเค้น ความเครียดในดินได้ดังนี้



รูปที่ 2.1 แสดงค่าของ G ช่วง Strain ต่างๆ

เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด จะมีลักษณะไร้เชิงเส้น (nonlinearity) เพิ่มขึ้นเมื่อความเครียดเพิ่มขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็น ชัดเจนว่าค่าโมดูลัสมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อความเครียดเปลี่ยน

ในช่วงระดับความเครียดต่ำมาก เส้นโค้งความเค้น-ความเครียด เกือบเป็นเส้นตรงและ โมดูลัสมีค่าคงที่

ในช่วงระดับความเครียดต่ำ ค่าโมดูลัส จะมีค่าลดลงตามความเครียดที่เพิ่มขึ้นและลดลง เหลือเพียงหนึ่งในสิบของค่าเริ่มต้นเมื่อความเครียด มีค่าเพิ่มขึ้นจนถึง 1% โดยประมาณ

ค่าโมดูลัสเชิงปริมาตร (Bulk modulus) ที่เปลี่ยนไปเนื่องจากความเครียดเชิงปริมาตร (Volumetric strain) จะมีลักษณะการเปลี่ยนแปลงคล้ายคลึงกันกับความสัมพันธ์ระหว่าง โมดูลัสเฉือนและความเครียดเฉือน

2.1.4 วิธีการวัดค่าโมดูลัสด้วยวิธีต่าง ๆ

ในการหาค่าของโมดูลัสเฉือนนั้นต้องเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม และมีการจำลองสภาพให้ ใกล้เคียงธรรมชาติมากที่สุดเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้อง การหาค่าโมดูลัสเฉือน ที่ดียังขึ้นอยู่กับความ เหมาะสมของวิธีการที่ใช้ต่อระดับของความเครียดที่ต้องการหาค่า การหาค่าโมดูลัสสามารถ กระทำได้ทั้งในห้องปฏิบัติการ และในสนามดังที่จะได้อธิบายต่อไป ดังนี้

2.1.4.1 การหาโมดูลัสเฉือนในห้องปฏิบัติการ

การหาค่าโมดูลัสเฉือนในห้องปฏิบัติการสามารถแบ่งออกได้ตามระดับความเครียดที่ เหมาะสมกับการทดลองนั้น ๆ ออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

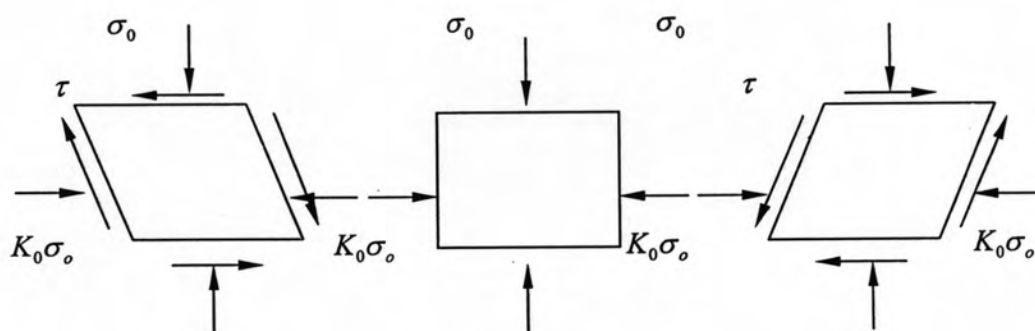
1. การหาค่าโมดูลัสเฉือนในช่วงระดับความเครียดสูง

การหาค่าโมดูลัสเฉือนในช่วงความเครียดสูง นิยมใช้วิธีการหาค่าความชันของ เส้นโค้งระหว่างความเค้นและความเครียดที่ทดสอบ โดยเส้นโค้งดังกล่าวได้จากการทดลองใน ห้องปฏิบัติการโดยใช้แรงกระทำกลับไปกลับมาแบบวัฏจักร (Cyclic Test) ส่วนใหญ่แล้วการ ทดสอบ โดยใช้แรงกระทำแบบวัฏจักร มักจะใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของดินขณะการเกิด แผ่นดินไหว เช่น ตัวแปรโมดูลัสเฉือนต่าง ๆ ที่มีผลกระทบและเกี่ยวข้องกับการออกแบบทาง พลศาสตร์ เช่น อัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) และ โมดูลัสเฉือน เป็นต้น การทดสอบ โดยใช้แรงกระทำแบบวัฏจักร ที่นิยมใช้อยู่ด้วยกัน 2 วิธี คือ

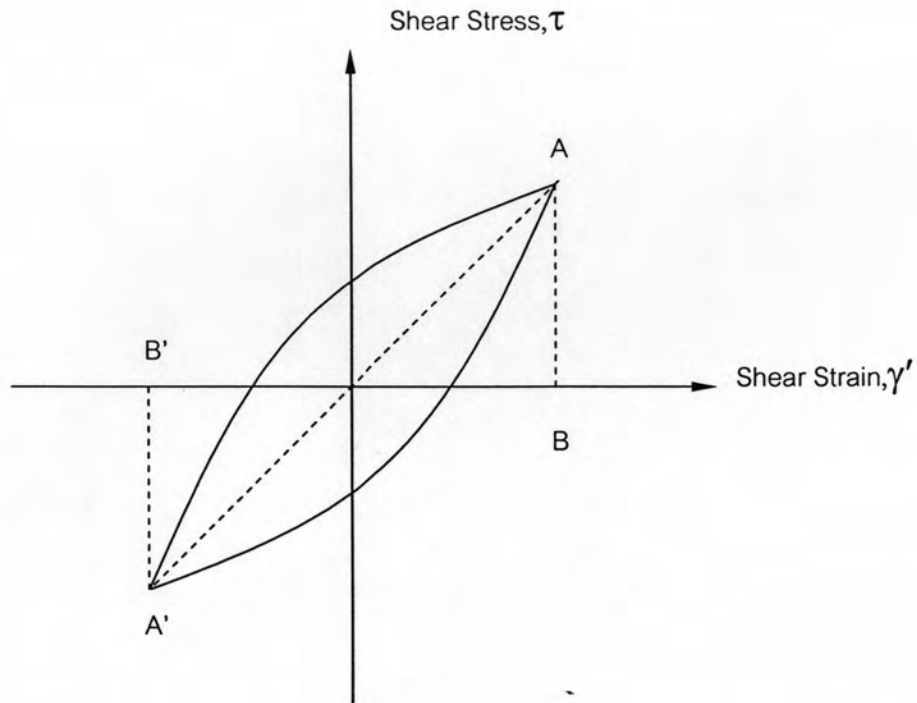
1.1 การทดสอบแบบวัฏจักร ด้วยเครื่องมือทดสอบแรงเฉือนแบบง่าย (Cyclic simple shear test)

การทดสอบหาค่าโมดูลัสเฉือนและค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลดิน โดยที่กลไกของการทดสอบคือการให้แรงประสิทธิผลในแนวแกนตั้งคองที่ (Vertical effective Stress, σ') และเปลี่ยนแปลงแรงเฉือน (Cyclic Shear stress, τ) และหาค่าโมดูลัสเฉือนที่เกิดจากการทดสอบได้ตามสูตรและแสดงไว้ในรูปที่ 2.2 และ 2.3 ดังนี้

$$G = \frac{\text{Stress}(\tau)}{\text{Strain}(\gamma)} \quad (2.1)$$



รูปที่ 2.2 Cyclic Simple Shear Test



รูปที่ 2.3 การคำนวณ Shear Modulus และ Damping Ratio

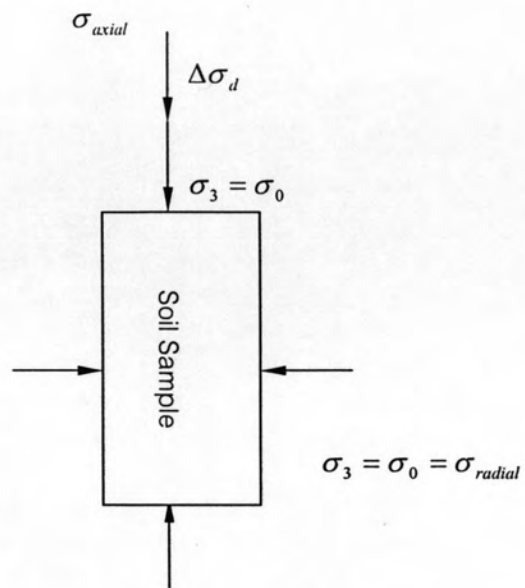
1.2 การทดสอบแบบวัฏจักร ด้วยเครื่องมือทดสอบแรงอัดสามแกน (Cyclic Triaxial Test)

เป็นการทดสอบหาค่า Young's Modulus และ อัตราส่วนความหน่วง ของดินโดยการให้ค่าน้อยแรง (Confining Pressure , $\sigma_0 = \sigma_3$) และให้แรงในแนวแกนตั้งเปลี่ยนแปลงแสดงในรูปที่ 2.4 และ 2.5 และสามารถหาค่า Young's Modulus ได้ตามสูตร ดังนี้

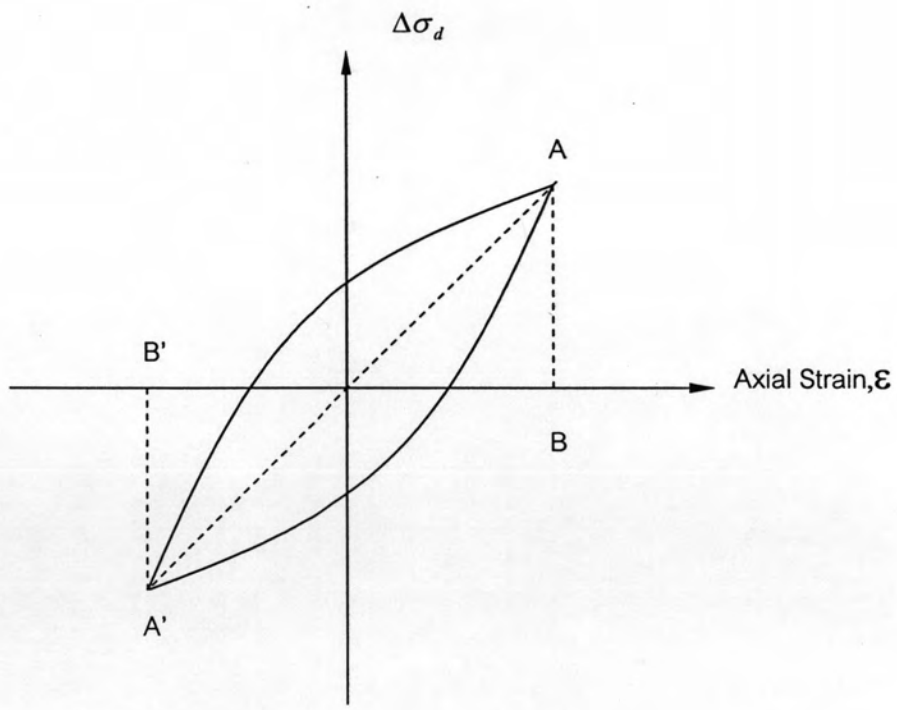
$$E = \frac{\Delta\sigma_d}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

และสามารถหาค่าโมดูลัสเฉือนได้จากความสัมพันธ์ ของค่า Young's Modulus และค่า Poisson Ratio ดังนี้

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (2.3)$$



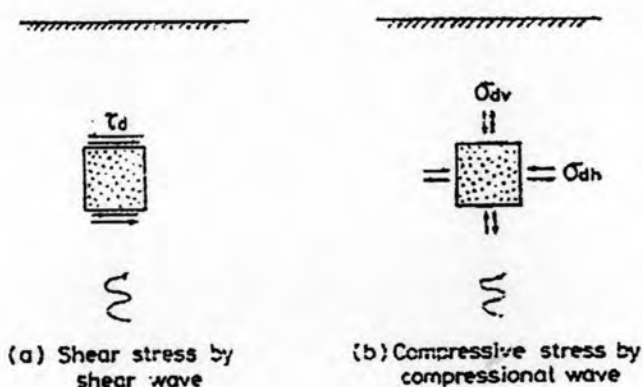
รูปที่ 2.4 Cyclic triaxial test



รูปที่ 2.5 การคำนวณ Shear Modulus และ Damping Ratio

2. การหาค่าโมดูลัสเฉือนในระดับความเครียดต่ำ

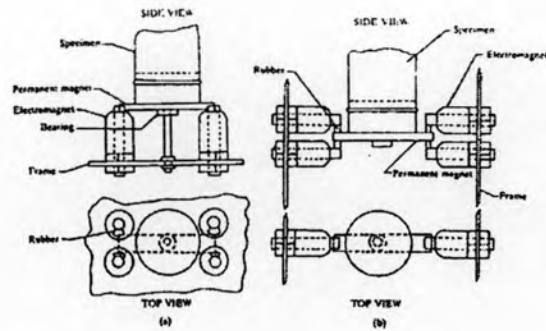
การหาค่าโมดูลัสที่ระดับความเครียดต่ำ นิยามมาจากการแพร่กระจายของคลื่นหลักสอง ชนิดด้วยกัน คือคลื่นอัด (P-Wave) และ คลื่นเฉือน (S-Wave) ทั้งสองคลื่นจะมีลักษณะการเคลื่อนที่ต่างจากกันโดยที่คลื่นอัด จะทำให้เกิดหน่วยแรงอัดขณะที่คลื่นเฉือน จะทำให้เกิดหน่วยเฉือน ดังรูปที่ 2.6 ความแตกต่างของคลื่นทั้งสองนี้คือความเร็วของคลื่นอัด จะได้รับผลกระทบจากน้ำในดิน ขณะที่ความเร็วของคลื่นเฉือน ไม่ได้รับผลกระทบดังกล่าว ซึ่งเป็นผลจากน้ำไม่สามารถรับแรงเฉือนได้จึงทำให้ไม่เกิดความเครียดขึ้นกับน้ำ เพราะฉะนั้นเราจึงให้ความสำคัญกับคลื่นเฉือนมากกว่าคลื่นอัด การหาค่าโมดูลัสเฉือนในช่วงความเครียดน้อย นิยมใช้วิธีการกระจายของคลื่น (Wave Propagation) เช่น



รูปที่ 2.6 ลักษณะของแรงที่เกิดขึ้นเมื่อมีคลื่น Shear wave และ compressive wave

2.1 Hardin Resonant Column Test

เป็นวิธีที่นิยมใช้มากอีกวิธีหนึ่ง สำหรับการหาคคุณสมบัติของดินทางพลศาสตร์ในห้องปฏิบัติการซึ่งทฤษฎีและวิธีการในการทดสอบเสนอโดย Hardin & Richart, (1963) การทดสอบอาศัยพื้นฐานของทฤษฎีและวิธีการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างโมดูลัสเฉือนกับความถี่กำทอน ในการทดสอบแรงตามแนวแกนสามารถใส่แรงพร้อมกับวัดความถี่กำทอนที่เกิดขึ้นได้ โมดูลัสเฉือน ที่สามารถวัดได้จากเครื่องมือนี้ โดยทั่วไปจะให้ค่าของความเครียดที่น้อยมาก ประมาณ 10^{-5} อย่างไรก็ตามสามารถดัดแปลงเครื่องให้สามารถสร้างค่าความเครียดที่สูงกว่านี้ได้ (เพิ่มได้ถึง 10^{-3})

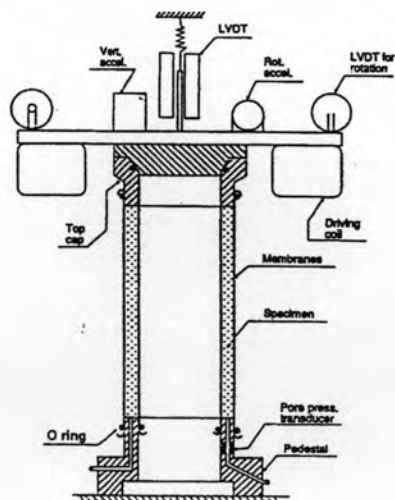


รูปที่ 2.7 Hardin & Richart ,(1963) Resonant Column Test

(a) Torsion Vibration,(b)Longitudinal Vibration

2.2 Dnevich Resonant Column Test

สร้างโดย Dnevich, Hall & Richart, (1967) โดยจะใช้ตัวอย่างที่มีลักษณะกวางแทนตัวอย่างทรงกระบอก การทดสอบจะสร้างแรงบิดที่สูงบนด้านบนของตัวอย่าง ขนาดของความเครียดที่เกิดขึ้นสามารถสร้างได้มากกว่า 10^{-3}

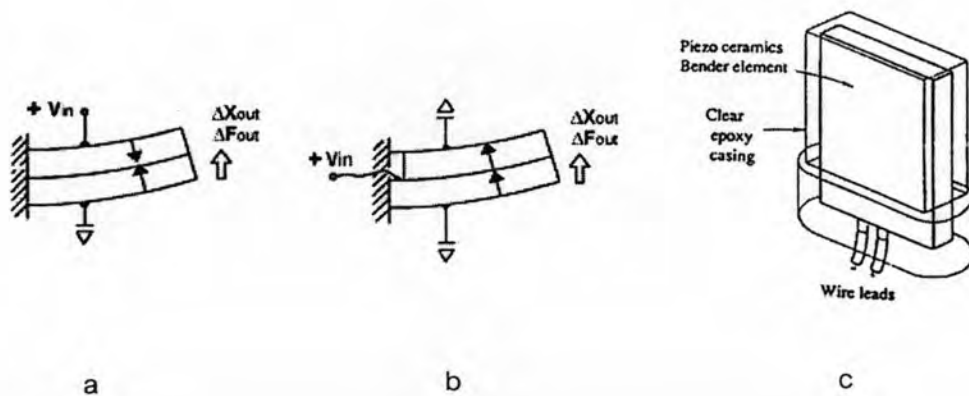


รูปที่ 2.8 Dnevich Resonant Column Test,(1967)

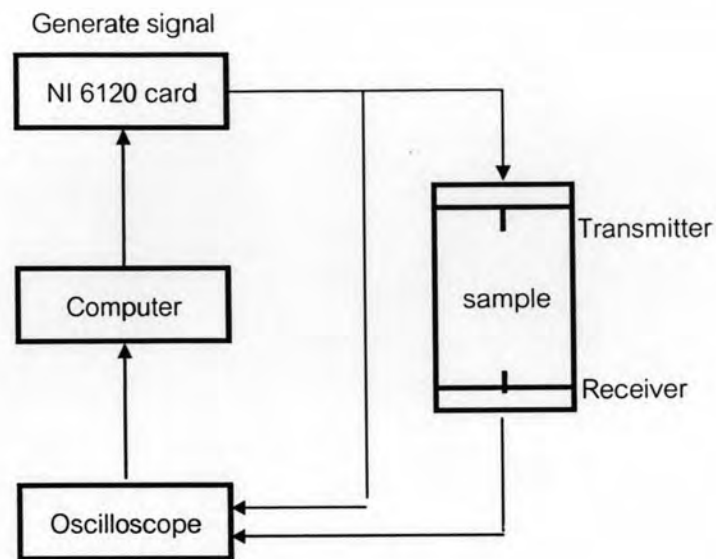
3. การหาค่าโมดูลัสเฉือนในระดับความเครียดต่ำมาก

การหาค่าโมดูลัสเฉือนในช่วงความเครียดต่ำมาก นิยมใช้วิธีการทดลองด้วย เบนเดอริอิลิเมนต์ ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายต่อการทดสอบ และการติดตั้งในอุปกรณ์การทดสอบหลักต่าง ๆ เช่น Triaxial Test หรือ Oedometer เป็นต้น อีกทั้งการใช้วิธีการทดลองด้วย เบนเดอริอิลิเมนต์ ยังง่าย และสามารถหาค่าโมดูลัสเฉือนระหว่างการทดสอบแรงเฉือน, ตัวอย่างที่อิมมิดด้วยน้ำและ ตัวอย่างที่มีการอัดตัวคายน้ำ ขณะที่วิธีอื่นๆทำไม่ได้

การหาโมดูลัสเฉือนที่ความเครียดต่ำมาก โดยการใช้เบนเดอริอิลิเมนต์ ซึ่งเป็นการแปรสัญญาณจาก electro-mechanics ที่เปลี่ยนพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้าและในทางกลับกันเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานกล เบนเดอริอิลิเมนต์ เป็น piezo-ceramic plate 2 แผ่น มาประกบกัน สามารถใช้ได้เป็นทั้งตัวส่งและตัวรับคลื่น



รูปที่ 2.9 (a) แสดงการต่อวงจรตัวกำเนิดสัญญาณ (X-pole), (b) แสดงการต่อวงจร ตัวรับสัญญาณ (Y-pole), (c) แสดงวิธีการเคลือบ Epoxy ของเบนเดอริอิลิเมนต์



รูปที่ 2.10 แสดงวิธีการต่อวงจรการทดสอบด้วยเบนเดอริอิลิเมนต์

การหาค่าโมดูลัสเชื่อน ด้วยวิธีการใช้เบนเดอริอิลิเมนต์ เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้วิธีการแพร่กระจายของคลื่น ซึ่งกระทำได้โดยการเสียบแผ่นเบนเดอริอิลิเมนต์ ที่เป็นตัวส่งสัญญาณและตัวรับสัญญาณลงไปในตัวอย่างดิน ในทางตรงกันข้ามและทิศทางขนานกันดังรูปที่ 2.10 ซึ่งเราสามารถหาความเร็วของคลื่นเชื่อน ได้ดังสมการดังต่อไปนี้

$$v_s = \frac{L}{t} \quad (2.4)$$

เมื่อ v_s = ความเร็วคลื่นเชื่อน
 L = ระยะทางระหว่างปลายทั้งสองข้างของเบนเดอริอิลิเมนต์
 t = เวลาที่คลื่นเดินทางมาถึง (Time arrival)

2.1.4.2 การทดสอบหาค่าโมดูลัสเฉือนในสนาม

การทดสอบหาค่าโมดูลัสเฉือนในสนามจะให้ผลที่มีค่าใกล้เคียงความจริงมากกว่า การทดสอบหาค่าจากห้องปฏิบัติการเพราะตัวอย่างจะถูกบดบอบน้อยและมักจะใช้การกระจายของคลื่นเฉือน โดยปกติแล้วตัวกำเนิดสัญญาณจะให้กำเนิดคลื่นเฉือนและอัด และ Rayleigh Wave จากชั้นดิน ผลกระทบต่อสัญญาณจะขึ้นอยู่กับสถานที่, ตำแหน่งของสถานที่ตั้งตัวกำเนิดสัญญาณและตัวรับสัญญาณ, ระยะทางระหว่างตัวกำเนิดและตัวรับและความเป็นเนื้อเดียวกันของชั้นดินที่คลื่นจะสามารถเดินทางผ่านไปได้ จึงจำเป็นต้องใช้ประสบการณ์การทำงานสูง การเลือกใช้วิธีตรวจสอบหาค่าโมดูลัสเฉือน มีดังนี้

1. Rayleigh Wave Velocity Survey

เป็นการวิเคราะห์ความเร็วของคลื่น Rayleigh Wave การให้กำเนิดคลื่นทำได้โดยตัวกำเนิด Harmonic Vibration กระทำที่บริเวณพื้นผิวของดิน ความเร็วของคลื่นคำนวณจากความยาวช่วงคลื่นและความถี่ที่เกิดจากแหล่งกำเนิด และหาความยาวคลื่นจากการวัดระยะระหว่างจุดที่คลื่นเริ่มสั่นสะเทือน Richart, Hall, JR and Wood, R.D สมมุติฐานว่าคลื่นเฉือนและ Rayleigh Wave มีความแตกต่างกันน้อยมาก Rayleigh Wave จึงสามารถใช้ความสัมพันธ์เดียวกันกับคลื่นเฉือนหาค่าโมดูลัสเฉือนได้

2. Seismic Refraction Survey

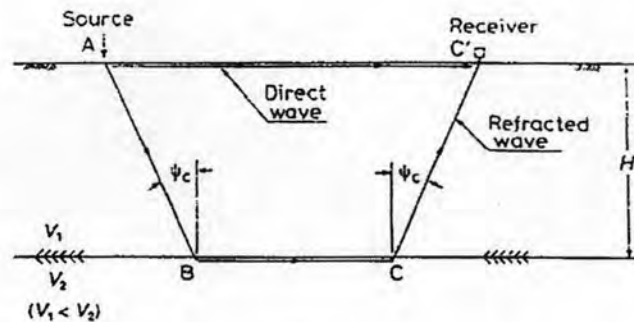
เป็นวิธีที่วัดความเร็วของคลื่นอัดซึ่งกำเนิดโดยใส่พลังงานลงไปในตัวดิน พลังงานอาจจะเป็นการระเบิดหรือการใช้ค้อนกระแทกลงไปในผิวดิน เดิมทีวิธีนี้จะใช้สำหรับการสำรวจใต้ผิวดิน (การหาน้ำมัน, น้ำ, ฯลฯ) จนต่อมา Drnevich, (1971) ได้ดัดแปลงเพื่อที่จะนำมาทดสอบหาโมดูลัสเฉือนโดยใช้คลื่นอัด แต่เนื่องจากจำเป็นต้องรู้ค่าของ Poisson's Ratio จึงไม่นิยมใช้มากนัก

$$G = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} (\rho V_p^2) \quad (2.5)$$

เมื่อ

V_p = Compression Wave Velocity

ν = Poisson's Ratio

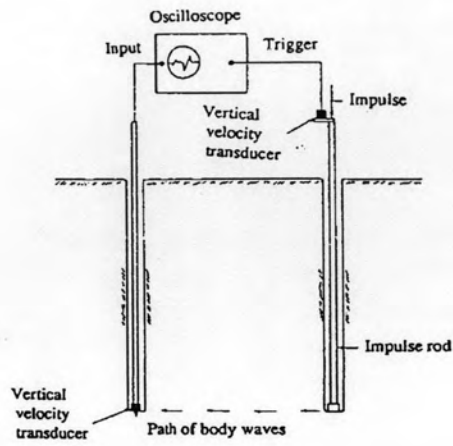


รูปที่ 2.11 Seismic Refraction Survey

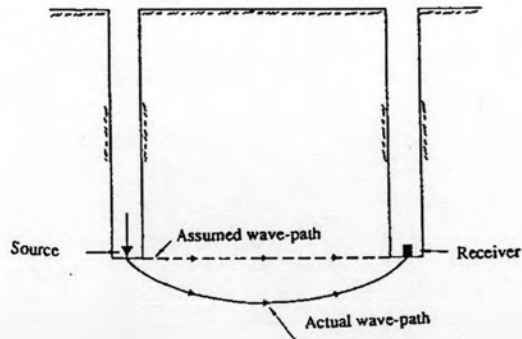
3. Cross Hole Test

เป็นวิธีทดสอบโดยการเจาะหลุมในแนวตั้ง 2 หลุม ระยะห่างระหว่าง 2 หลุมไม่มากนัก ที่ระดับความลึกเท่ากัน โดยที่ตัวกำเนิด และ ตัวรับสัญญาณอยู่คนละหลุมกันและตัวรับตัวส่ง จะสัมผัสหน้าดินตลอดเวลาขณะทำการทดสอบ ตัวกำเนิดและตัวรับสัญญาณจะต่อเข้ากับ Storage Oscilloscope โดยที่ Oscilloscope จะบันทึกค่าจากตัวรับสัญญาณทันทีเมื่อตัวกำเนิดสร้างคลื่นเชื่อนตามรูปที่ 2.12 วิธีนี้เป็นวิธีที่มีความถูกต้องมากที่สุดวิธีหนึ่งและมักจะมีการใช้อ้างอิงกับวิธีการอื่นๆ แต่จุดอ่อนที่เห็นได้ชัดคือ การเจาะดินเพราะจะเป็นการรบกวนตัวอย่างดินตามธรรมชาติ จึงแก้ปัญหาโดยการให้ตัวกำเนิดคลื่นและตัวรับสัญญาณสัมผัสหน้าดินอย่างดี

และพบว่ายังมีปัญหาอีกอย่างเช่น ค่าโมดูลัสเชื่อนจะเปลี่ยนไปตามความลึก ยิ่งความลึกมาก ดินมักจะมี ความแข็งมาก คลื่นเชื่อน ก็จะเดินทางมาถึงตัวรับสัญญาณได้เร็วยิ่งขึ้น และเส้นทางเดินทางของคลื่นจะไม่เป็นตามแนวนอน มันจะเดินทางไปยังเส้นทางที่จะใช้เวลาในการเดินทางน้อยที่สุดดังรูปที่ 2.13 จะแสดงลักษณะของเส้นทางของคลื่นเป็นรูปโค้งในดิน ที่มีลักษณะ เพิ่มขึ้นตามความลึก ดังนั้น ในชั้นดินที่อ่อนและมีความหนาของชั้นดินที่น้อยจะยากต่อการหาค่าที่ถูกต้องได้



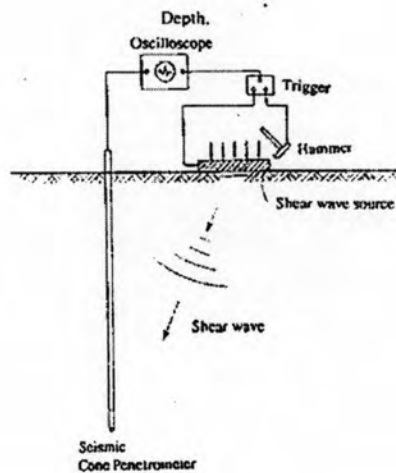
รูปที่ 2.12 Cross Hole Test



รูปที่ 2.13 แสดงเส้นทางการเดินทางของคลื่นเมื่อชั้นดินด้านล่างมีความแข็งแรงกว่า

4. Down Hole Method

เป็นวิธีการที่มีการวัดที่เหมือนกันกับ Cross Hole เพียงแต่มีหลุมเจาะเพียงหลุมเดียวเท่านั้น โดยจะมีตัวรับสัญญาณอยู่ที่หลุมและกำเนิดคลื่นตามแนวอนบนพื้นผิว ตามรูปที่ 2.14 แสดงถึงการทดสอบแบบ Seismic Down Hole Test ในการทดสอบนี้สามารถทำในทางกลับกันได้ว่าตัวกำเนิดอยู่ในหลุมเจาะและตัวรับสัญญาณอยู่ด้านบน เราเรียกกันว่า Up Hole Test ผลของความผิดพลาดเนื่องจากดินถูกรบกวน จะเหมือนกันกับที่เกิดขึ้นในวิธี Cross-hole test วิธี Down-hole test ยังสามารถที่จะหาความหนาของชั้นดินในทางดิ่งได้อีกด้วยแต่จำเป็นจะต้องมีอุปกรณ์เพิ่มขึ้นเพื่อที่จะสามารถทดสอบได้



รูปที่ 2.14 Down Hole Method

ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติของดินและวิธีการหาคุณสมบัติที่ Strain ต่าง ๆ

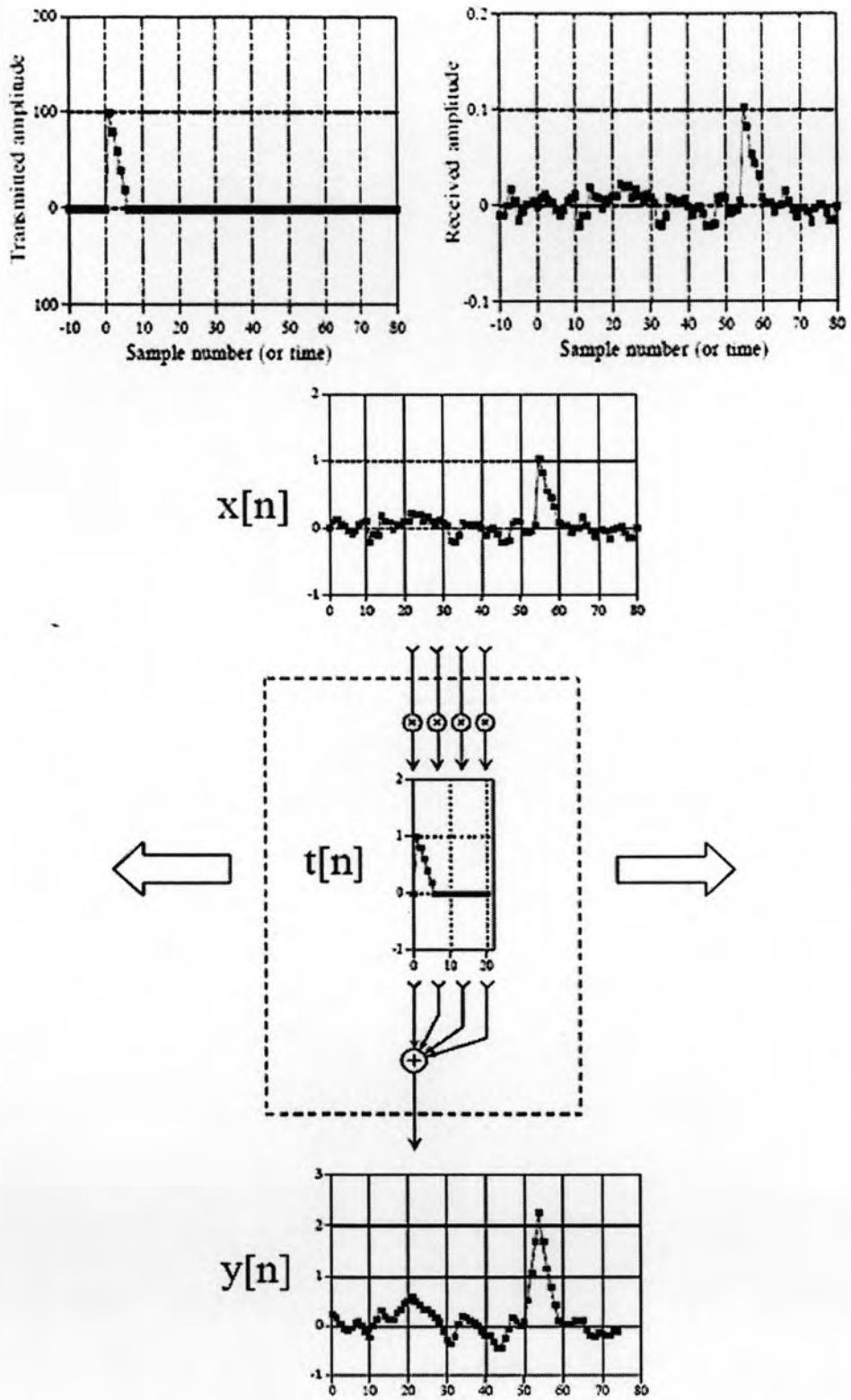
Magnitude of strain		10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1
Phenomena		Wave Propagation, Vibration		Cracks, differential settlement		Slide, compaction, liquefaction	
Mechanical characteristics		Elastic		Elasto-plastic		Failure	
Effect of load repetition				←————→			
Effect of rate of loading				←————→			
Constants		Shear modulus, Poisson's ratio, damping				Angle of internal friction, cohesion	
In-situ measurement	Seismic wave method	↔					
	In-situ vibration test			←————→			
	Repeated loading test			←————→			
Laboratory Measurement	Wave propagation, precise test	↔					
	Resonant column precise test			←————→			
	Repeated loading test			←————→			

2.1.5 Correlation

ในการส่งสัญญาณคลื่นจากเครื่องส่งสัญญาณไปยังเครื่องรับสัญญาณ รูปแบบของสัญญาณตัวรับ ที่ได้มาจะประกอบด้วยสัญญาณรบกวนมาด้วยเสมอ ไม่มากก็น้อย ซึ่งอาจเกิดจากปัจจัยหลาย ๆ อย่าง การที่จะหาความเร็วของคลื่นให้ได้ค่า ที่ถูกต้องแน่นอนนั้น จำเป็นต้องทราบเวลาของการเดินทางระหว่างคลื่นตัวส่งและตัวรับสัญญาณ ซึ่งสามารถวัดได้จากตำแหน่งที่เหมือนกันของสัญญาณตัวส่งและตัวรับ แต่เนื่องจากสัญญาณคลื่นตัวรับที่ได้มานั้น มีรูปร่างที่ผิดไปจากสัญญาณตัวส่ง เนื่องจากมีสัญญาณรบกวนเกิดขึ้น ในกรณีที่เกิดความแตกต่างกันมาก จึงเป็นการยากที่เราจะเลือกตำแหน่งที่เหมือนกันอย่างแท้จริงของ สัญญาณตัวส่งและตัวรับได้ถูกต้อง ซึ่งปัญหาตรงนี้ สามารถแก้ไขได้โดยการใช้ กระบวนการ correlation มาหาตำแหน่งของสัญญาณตัวส่งและตัวรับ

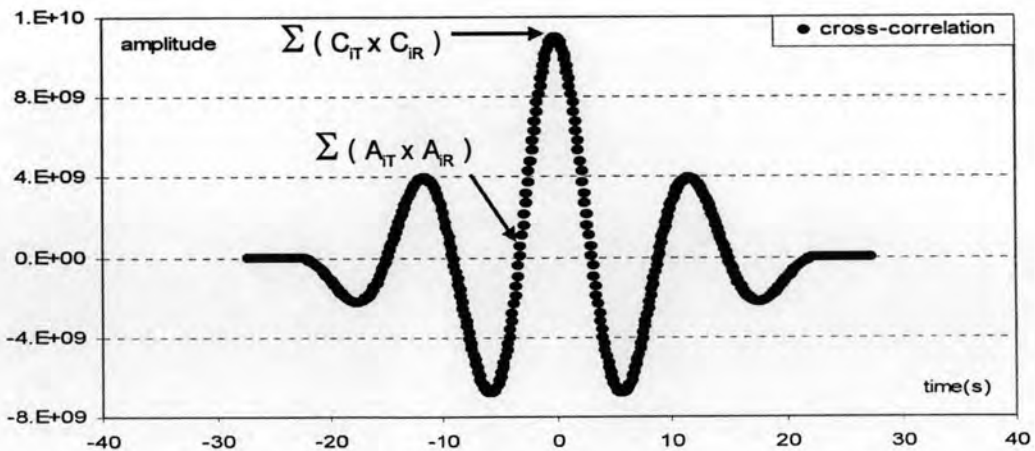
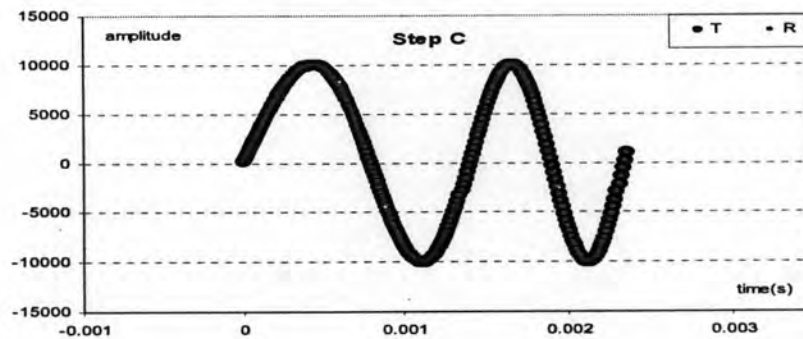
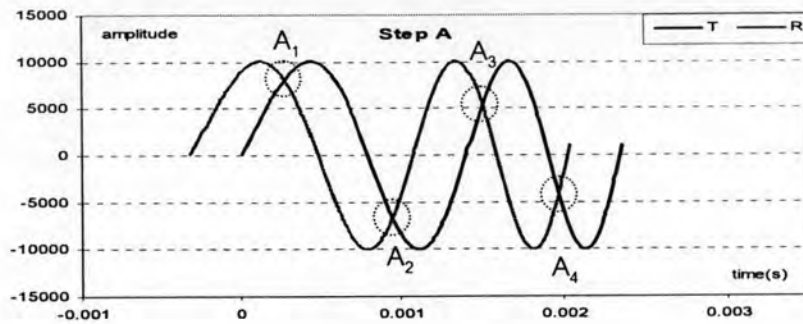
วิธีการ correlation ก็คือการหาความสัมพันธ์ของสัญญาณคลื่นจากสองสัญญาณ และจากความสัมพันธ์เราจะได้สัญญาณใหม่ขึ้นมา 1 สัญญาณ หลักการของกระบวนการ correlation สามารถเข้าใจได้ง่ายโดยการอธิบายจากรูปภาพ จากรูปที่ 2.15 $X(n)$ คือสัญญาณรับ (receiver signal) $t(n)$ คือ สัญญาณส่ง (transmitter signal) $Y(n)$ คือสัญญาณที่ได้จากการคอร์เรชัน (cross-correlation) โดยตำแหน่งต่าง ๆ ของ $Y(n)$ แต่ละตำแหน่ง ได้จากการเคลื่อนที่สัญญาณ $t(n)$ ไปทางซ้ายและขวา บนสัญญาณ $X(n)$ โดยในการเคลื่อนที่แต่ละครั้ง ตรงตำแหน่งที่ทับกันให้นำค่าความสูงคลื่น ของคลื่น $X(n)$ และ $t(n)$ มาคูณกัน และรวมผลคูณทั้งหมดได้เป็นค่าความสูงคลื่น ของสัญญาณ $Y(n)$ หนึ่งตำแหน่ง ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า $Y(n) = \sum(X(n) \times t(n))$

ค่าความสูงของคลื่น ของตำแหน่งบนสัญญาณ $Y(n)$ จะเป็นตัวบอกถึงความเหมือนกันของรูปร่างของสัญญาณ $X(n)$ กับ $t(n)$ นั้นเอง ตรงตำแหน่งที่มีรูปร่างของสัญญาณคลื่น $X(n)$ เหมือนกับคลื่น $t(n)$ มากที่สุด ณ ตำแหน่งนี้จะได้ค่าความสูงคลื่นสูงสุด ในสัญญาณ $Y(n)$ จุดทุกจุดบนสัญญาณนี้จะเป็นตัวบอกตำแหน่งของสัญญาณรับ อย่างไรก็ตามตรงตำแหน่งที่เป็นสัญญาณรบกวนในสัญญาณตัวรับ หลังจากผ่านกระบวนการ correlation แล้วก็ยังคงอาจเป็นสัญญาณรบกวนอยู่เหมือนเดิม ในกรณีนี้จะต้องเลือกตำแหน่งที่สัญญาณถูกต้องแท้จริง แต่ก็ไม่เสมอไปที่สัญญาณที่อยู่กึ่งกลาง และมีค่าสูงสุด จะเป็นตำแหน่งที่แท้จริง ขึ้นอยู่กับสัญญาณคลื่นตัวรับด้วย



รูปที่ 2.15 แสดงสัญญาณคลื่นตัวรับ $X(n)$, สัญญาณตัวส่ง $t(n)$, cross-correlation $Y(n)$

รูปที่ 2.16 แสดงตัวอย่างกระบวนการ correlation และวิธีการคำนวณ โดยได้ทำการเคลื่อนที่คลื่น R ไปบนคลื่น T ซึ่งในการเคลื่อนที่แต่ละครั้ง จะมีตำแหน่งที่ทับกันของสัญญาณ ดังรูปจะเห็นว่า Step A มีทับกันสี่ตำแหน่งคือ A_1, A_2, A_3 และ A_4 ค่าความสูงคลื่นในสัญญาณ cross-correlation ที่ตำแหน่งนี้คือ $\sum[(A_{1T} \cdot A_{1R}) + (A_{2T} \cdot A_{2R}) + (A_{3T} \cdot A_{3R}) + (A_{4T} \cdot A_{4R})]$ จากนั้นก็เคลื่อนที่ต่อไปเรื่อย ๆ เมื่อคลื่น T และคลื่น R ทับกันพอดี ตามรูปคือ Step C ผลรวมของผลคูณจากตำแหน่งที่ทับกันก็จะเป็นค่าที่มากที่สุด ในสัญญาณ cross-correlation



รูปที่ 2.16 แสดงตัวอย่างกระบวนการ correlation ของสัญญาณคลื่น

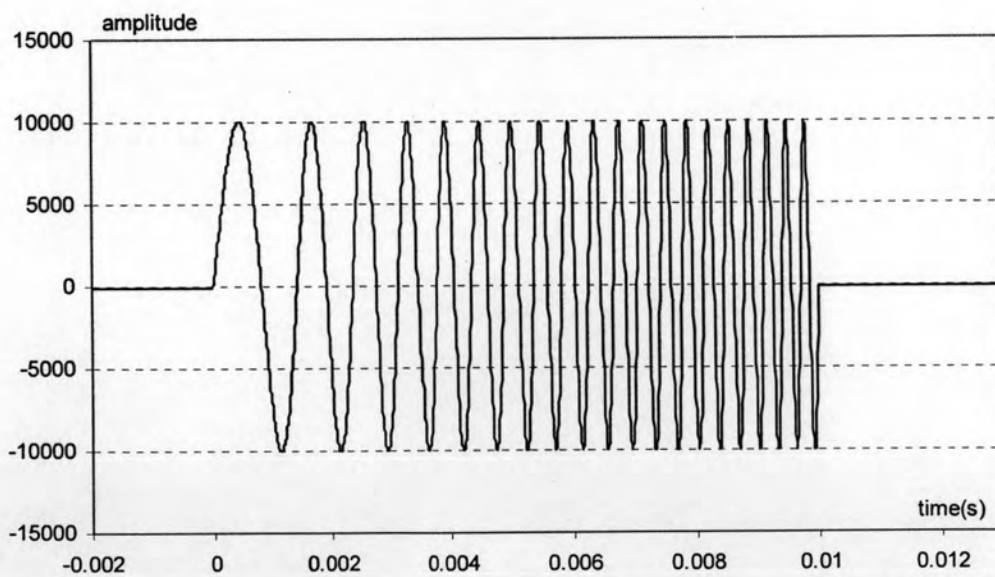
2.1.6 ขบวนการคลื่นรูปไซน์แปรความถี่

ขบวนการคลื่นรูปไซน์แปรความถี่ เป็นสัญญาณคลื่นความถี่ต่อเนื่องที่มีความถี่เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งสามารถกำหนดค่าความถี่เริ่มต้นและขนาดความกว้างแถบความถี่ได้ รูปแบบของขบวนการคลื่นรูปไซน์แปรความถี่ แสดงในรูปที่ 2.17 ซึ่งสมการของคลื่นรูปไซน์แปรความถี่สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y = A \sin(\omega, t) \quad (2.6)$$

$$\omega = f_o + \frac{t}{t_i} \Delta f \quad (2.7)$$

- เมื่อ
- f_o - ความถี่เริ่มต้น
 - Δf - ความกว้างแถบความถี่ (bandwidth)
 - A - ความสูงคลื่น
 - ω - angular frequency
 - t - เวลาที่พิจารณา
 - t_i - เวลาทั้งหมด



รูปที่ 2.17 แสดงรูปแบบสัญญาณของขบวนการคลื่นรูปไซน์แปรความถี่

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โดยทั่วไปแล้วคุณลักษณะพฤติกรรมของดินส่วนใหญ่แล้วขึ้นอยู่กับความเค้นและเครียดที่เกิดขึ้นภายในมวลดินนั้น ซึ่งสามารถเขียนในรูปของโมดูลัสเฉือนที่ระดับค่าความเครียดต่างๆ และสามารถเขียนความสัมพันธ์ในรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์หรือกราฟความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถนำมาหาค่าโมดูลัสเฉือนได้จากค่าความชันของเส้นโค้งความสัมพันธ์นั้น ซึ่งมีประโยชน์ต่อการจำลองพฤติกรรมของมวลดิน เช่น การทรุดตัวของดิน หรือ เสถียรภาพความชันของมวลดิน ซึ่งการหาค่าโมดูลัสเฉือนนั้นอาจมีผลกระทบหลายอย่างจากกระบวนการอื่นๆ ที่เกิดขึ้นพร้อม ๆ กันได้

Hardin & Richart (1963) ได้เสนอความสัมพันธ์ของค่าโมดูลัสเฉือนโดยใช้ทราายเป็นตัวอย่างและการทดสอบด้วยวิธี Resonant Column ได้สมการดังนี้

$$G_{\max} = Af(e) \left(\frac{P}{P_r} \right)^m \quad (2.8)$$

เมื่อ p = Mean Effective Pressure
 p_r = Reference Pressure
 A, m = Constant
 $f(e)$ = function of void ratio

ถ้าใช้ Reference Pressure เท่ากับ 98.1 kPa สามารถเขียนสมการใหม่ได้ว่า

$$G_{\max} = \frac{6900(2.17 - e)^2}{(1 + e) \left(\frac{P}{98.1} \right)^{0.5}} \quad (2.9)$$

Hardin & black (1968) ได้สร้างสมการความสัมพันธ์ของโมดูลัสเฉือนของตัวอย่างดินเหนียวที่ทำการ Remolded สำหรับดินที่เป็น Normal Consolidation และมีค่า Plastic Index = 21 ได้สมการดังนี้

$$G_{\max} = 3270 \left(\frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \right) \sqrt{\sigma'_v} \quad (2.10)$$

Humphries and Wahls (1968) ได้สร้างสมการความสัมพันธ์ของโมดูลัสเฉือนของตัวอย่างดินเหนียวที่ทำการ Remolded ที่มีค่า Compressible สูง และมีค่า Plastic Index = 60 ในรูปของอัตราส่วนช่องว่าง ได้สมการดังนี้

$$G_{\max} = 35000 - 13000e \quad (2.11)$$

ในการทดลองหาค่าโมดูลัสเฉือนภายใต้สภาพหน่วยแรงดันประสิทธิผลที่แตกต่างกัน (Effective confining pressure) ค่า อัตราส่วนช่องว่างจะมีผลกระทบต่อค่าโมดูลัสเฉือนมากที่สุด Hardin & Richart (1963) เสนอผลกระทบของอัตราส่วนช่องว่างอยู่ในรูปฟังก์ชัน $F(e)$ ซึ่งมีลักษณะของสมการดังนี้

$$F(e) = \frac{(2.17 - e)^2}{(1 + e)} \quad \text{หรือ} \quad F(e) = \frac{(2.97 - e)^2}{(1 + e)} \quad (2.12)$$

Kokusho (1980) ได้ทำการทดลองหาค่าโมดูลัสเฉือนของดินทรายที่ Toyoura ด้วยเครื่องทดสอบแบบวัฏจักร คุณสมบัติของตัวอย่างเป็นดินทรายอิมตัว ได้ความสัมพันธ์ของโมดูลัสเฉือนกับหน่วยแรงประสิทธิผล สามารถหาความสัมพันธ์อยู่ในรูปของสมการดังนี้

$$G_0 = AF(e)(\sigma'_0)^n \quad (2.13)$$

G_0 = ค่าโมดูลัสเฉือนเริ่มต้น (Initial shear modulus) (kPa)

σ'_0 = หน่วยแรงประสิทธิผลที่กระทำต่อดิน (kPa)

A, n = ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับระดับของความเครียด และชนิดของดิน

$F(e)$ = ฟังก์ชันของอัตราส่วนช่องว่าง

ในการทดลองดังกล่าว Kokusho (1980) สามารถหาความสัมพันธ์ของโมดูลัสเฉือนกับหน่วยแรงประสิทธิผลของดินทรายที่ Toyoura ที่ระดับความเครียดต่ำ ($\gamma = 10^{-5}$) ได้สมการดังนี้

$$G_0 = 8400 \frac{(2.17 - e)^2}{(1 + e)} (\sigma'_0)^{0.5} \quad (\text{kPa}) \quad (2.14)$$

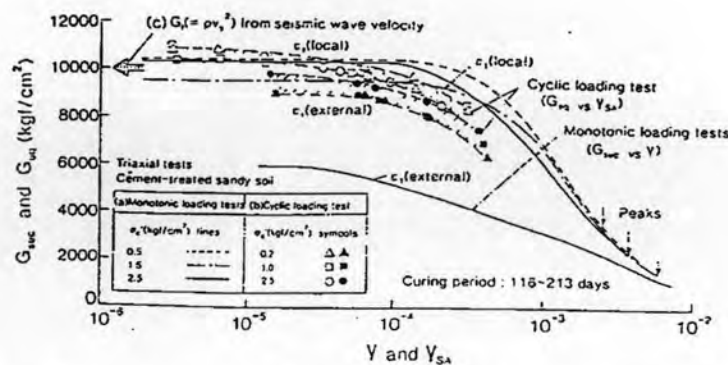
Hardin และ Blandford (1989) ได้ปรับปรุงสมการหาค่า G_{max} โดยพิจารณาทิศทางของความเค้น และทิศทางของการเคลื่อนตัวของอนุภาคของดิน ได้สมการดังนี้

$$G_{max} = \frac{S}{F(e)} \frac{P_a^{1-n}}{2(1+V)} (\sigma'_v \cdot \sigma'_h)^{n/2} \quad (2.15)$$

โดย

- S = dimensionless elastic stiffness coefficient
- $F(e)$ = $0.3 + 0.7 e^2$, e = void ratio
- P_a = atmospheric pressure
- V = elastic poisson's ratio
- n = elastic constant
- σ'_v = vertical effective stress
- σ'_h = horizontal effective stress

Hardin & Drnevich, (1972) เสนอว่าการเปลี่ยนแปลงค่าโมดูลัสเฉือนในดินเหนียวและในทรายที่ระดับความเครียดต่ำกว่า 10^{-3} % ค่าของค่าโมดูลัสเฉือนจะมีค่าคงที่และจะลดลงเมื่อค่าความเครียดเพิ่มขึ้น และเมื่อค่าของอัตราส่วนช่องว่างมีค่าลดลงจะทำให้ค่าโมดูลัสเฉือนเพิ่มขึ้นแต่จะมีผลกระทบน้อยมากที่ความเครียดน้อยกว่า 1 % และ ยังมีผลกระทบจากหน่วยแรงประสิทธิผลที่ทำให้ค่าโมดูลัสเฉือนเพิ่มขึ้น ตามรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.18 อิทธิพลของ Parameter ต่างๆ ต่อ Shear Modulus (Shibuya et al, 1992)

Affifi and Richart,(1973) และ Hryciw et al ,(1993) แสดงให้เห็นถึงผลของกระทบของความเค้นในอดีตที่มีผลต่อค่าโมดูลัสเฉือน เมื่อมีค่าเฉลี่ยของขนาดอนุภาคน้อยกว่า 0.04 มิลลิเมตร

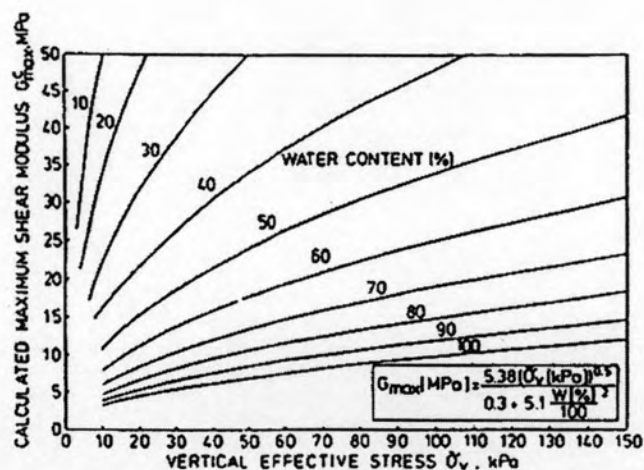
Hardin,(1978) ได้สร้างสมการประมาณค่าโมดูลัสเฉือนในลักษณะ Semi-Empirical ไว้ดังนี้

$$G_{\max} = \frac{625}{0.3 + 0.7e} (OCR)^k (\sigma_0 P_a)^{0.5} \quad (2.16)$$

และสำหรับ Normal Consolidated Clay สามารถเขียนใหม่ได้ ดังนี้

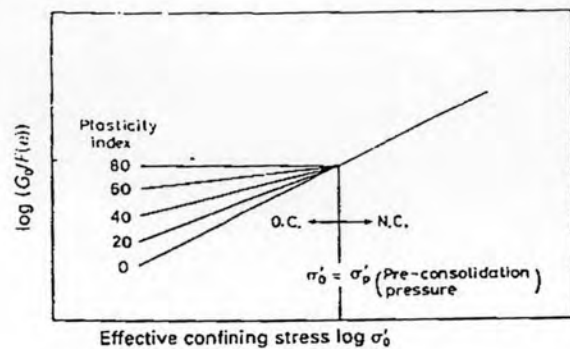
$$G_{\max} = \frac{86281}{0.3 + 5.1(w)^2} (\sigma_0)^{0.5} \quad (2.17)$$

และเพื่อให้ง่ายขึ้น Hardin ได้เขียนความสัมพันธ์ในลักษณะของกราฟโดยใช้รูปแบบของสมการที่ 2.15 ตามรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 Max Shear modulus for Normal Consolidated

Ishihara, (1996) ทำการทดสอบ kaolinite & bentonite Clay ซึ่งมีค่าพลาสติกสูงตามรูปที่ 2.20 ทำให้สรุปได้ว่าค่าของ Stiffness จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าของดัชนีพลาสติกและอัตราส่วนการยุบตัว



รูปที่ 2.20 อิทธิพลของค่า PI และค่า OCR

จากผลกระทบต่อค่าโมดูลัสเฉือนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนีพลาสติกและอัตราส่วนการยุบตัว Hardin & Black, (1968) จึงได้ศึกษาและเสนอสมการการหาค่าโมดูลัสเฉือนซึ่งได้อธิบายไว้ค่าโมดูลัสเฉือนที่การอัดตัวแบบปกติมีค่าแปรผันตามสมการ ดังนี้

$$G_{CO} = A_{CO} (\sigma'_0)^{n_0} f(e) \quad (2.18)$$

เมื่อ A_{CO} และ n_0 เป็นค่าคงที่เมื่อ Confining Stress (σ'_0) มีค่าต่ำกว่ากำลังรับแรงเบกทานในอดีต (σ'_p) และมีความสัมพันธ์กันดังนี้

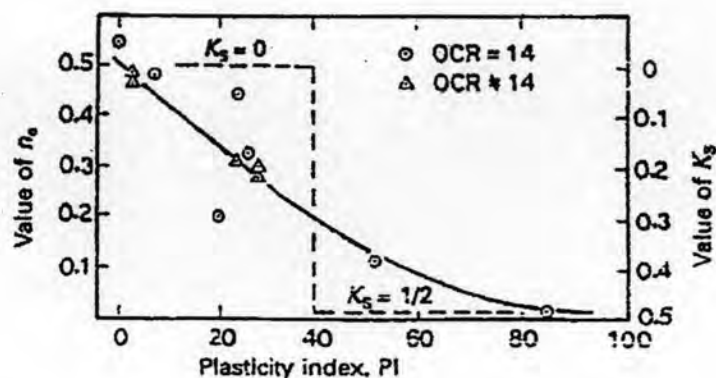
$$A_{CO} = A(\sigma'_p)^{0.5-n_0} = A(\sigma'_0)^{k_s} (OCR) \quad (2.19)$$

$$k_s = \frac{1}{2} - n$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.19) กลับไปที่สมการที่ (2.18) จะได้ว่า

$$G_{CO} = A (OCR)^{k_s} (\sigma'_0)^{0.5} f(e) \quad (2.20)$$

และแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า n_o และ K_s ไว้ดังรูป ที่ 2.20



รูปที่ 2.21 ความสัมพันธ์ระหว่าง K_s และ n_o กับ Plasticity Index

ดังนั้นสำหรับดินที่มีค่าดัชนีพลาสติกสูง ($PI > 40$) ค่า n_o จะมีค่าเท่ากับศูนย์และสำหรับดินที่มีค่า ดัชนีพลาสติกต่ำ ($PI < 40$) ค่า n_o จะมีค่าเท่ากับ 0.5 ทำให้ค่า K_s มีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้รูปสมการใหม่ว่า

$$G_{CO} = A (\sigma'_p)^{0.5} f(e) \quad (2.21)$$

ซึ่งแสดงว่าดินที่มีค่าดัชนีพลาสติกสูงๆนั้นสามารถใช้ค่า (σ'_p) แทนค่าของ (σ'_0) ในสมการที่ (2.20) ในช่วงที่หน่วยแรงมีค่าต่ำกว่าหน่วยแรงกำลังรับแรงแบกทานในอดีต จึงสรุปได้ว่าค่าดัชนีพลาสติกมีผลต่อค่าโมดูลัสแรงเฉือนในช่วงของ Over Consolidate

Bolton & Wilson, (1985) ได้ทำการศึกษารูปแบบพลศาสตร์ในทรายแห้ง (Dry Sand) โดยการใช้ Resonant Column พบว่าในทรายแห้งนั้นค่าความถี่ไม่มีผลกระทบต่อค่าโมดูลัสเฉือน ต่อมา Pane & Burghignolli, (1988) มีรายงานผลการทดสอบแบบพลศาสตร์ของดินเหนียวอ่อน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ในช่วงกว้าง โดยชี้ได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียดนั้น มีผลกระทบน้อยกว่าค่าของความเครียด ในการวัดค่าโมดูลัสเฉือน

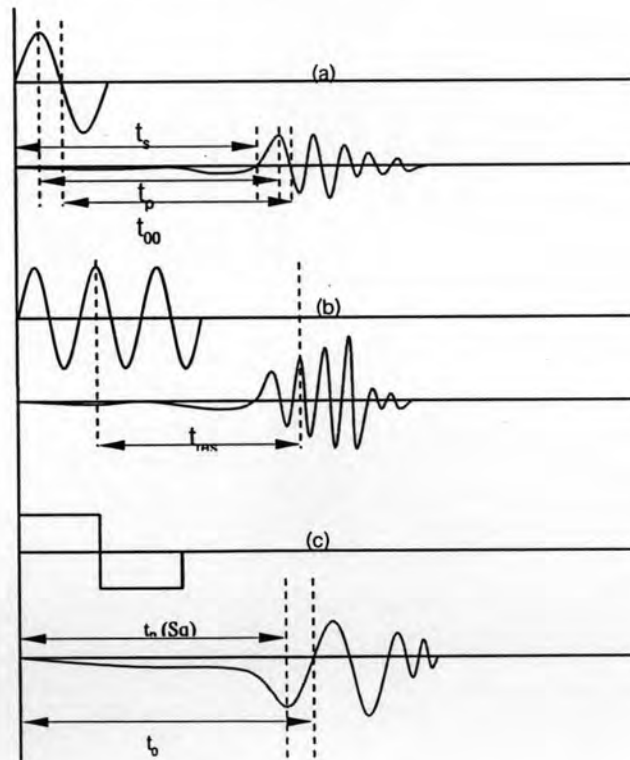
Tatsuoka, (1992) ได้ศึกษาถึงผลกระทบของอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดที่ระดับความเครียดต่ำในการทดสอบแบบ Consolidation Undrain Triaxial Compression Test โดยการทดสอบครั้งนี้พบว่าค่าของโมดูลัสเฉือนเริ่มต้น ของดินเหนียวไม่ขึ้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียด แต่ค่าของโมดูลัสเฉือนจะมีการเปลี่ยนแปลงที่ความเครียดมาก ๆ

Zavoral, Dan Z. & Campanella, (1994) ได้ทำการทดสอบการหาค่าโมดูลัสเฉือนในตัวอย่างดินเหนียวที่ไม่ถูกรบกวนโดยวิธี Resonant Column ด้วยความถี่ที่ต่างกัน ซึ่งให้ผลปรากฏออกมาว่าค่าโมดูลัสเฉือนจะเพิ่มขึ้นแต่น้อยมาก ๆ

Lohani & Imai และ Shibuya (1999) ได้ทำการทดสอบโดยใช้เบนเดอริจิลิเมนต์และทำการทดสอบ โดยการส่งคลื่นออกเป็น 3 แบบ และใช้ช่วงเวลาที่แตกต่างกันในการวัดค่าเวลาตามลักษณะของแหล่งกำเนิดคลื่น ตามรูปที่ 2.22

1. คลื่นดรูปร่างไซน์
2. คลื่นรูปไซน์แบบต่อเนื่อง (Continues Sine Wave)
3. คลื่นรูปสี่เหลี่ยม (Square wave)

จากผลการทดสอบพบว่าเมื่อเพิ่มค่าความถี่ขึ้น เวลาการเดินทางของคลื่นมีเวลาการเคลื่อนที่ลดลงเป็นส่วนมากของการทดลอง แต่ในช่วงเวลา t_{00} มีการเพิ่มขึ้นเมื่อความถี่เพิ่มขึ้นด้วย และได้ให้ข้อแนะนำในการทดสอบว่าการวัดช่วงเวลาของการเคลื่อนที่ ของคลื่นเฉือนที่ดีที่สุดคือช่วง t_{00} เฉพาะกับการทดสอบแบบคลื่นดรูปร่างไซน์เท่านั้น



รูปที่ 2.22 คำจำกัดความของช่วงเวลา (a) Sine pulse wave (b)

Continues Sine wave (c) Square wave