ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก

นางสาวราตรี จรัสมาธุสร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ   ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-1531-1

CONFIDENCE INTERVALS FOR ODDS RATIO IN LOGISTIC REGRESSION MODEL

Miss Ratree Jaratmathusorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2004

ISBN 974-53-1531-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก
โดย	นางสาวราตรี จรัสมาธุสร
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง)

....อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์)

....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง)

ราตรี จรัสมาธุสร : ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก (CONFIDENCE INTERVALS FOR ODDS RATIO IN LOGISTIC REGRESSION MODEL)
อ.ที่ปรึกษา : รศ.ร.อ. มานพ วราภักดิ์ : 109 หน้า. ISBN 974-53-1531-1

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก โดยทำการเปรียบเทียบวิธีแบบฉบับ (CLASSIC) วิธีปริมาณหลัก (PIVOT) และวิธีเบส์ (BAYES) ซึ่งเกณฑ์การเปรียบเทียบคือ ค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ในการวิจัยครั้งนี้มีตัวแปรอิสระเพียง 1 ตัว ที่มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลีและการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ค่าพารามิเตอร์ β_0 เท่ากับ 1.0 และ β_1 เท่ากับ 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 สำหรับวิธี BAYES กำหนดให้ β_1 มีการแจกแจงก่อนแบบยูนิฟอร์ม ($\beta_1 \sim U(0,1)$) ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90, 0.95 และ 0.99 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองและใช้วิธีมอนติคาร์โลในการหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ระดับความเชื่อมั่น

ในทุกสถานการณ์ทดลอง ค่าระดับความเชื่อมั่นของทั้ง 3 วิธีการประมาณ ให้ค่าไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นในทุกระดับที่กำหนด (0.90, 0.95, 0.99)

2. ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ในทุกสถานการณ์ทดลอง วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ขณะที่วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ในทุกสถานการณ์ทดลอง เมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้ง 3 วิธีการประมาณให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ภาควิชา……… ..สถิติ……… ลายมือชื่อนิสิต………………………………………….
สาขาวิชา……..…สถิติ……… ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา…………………………….
ปีการศึกษา……..2547…….

#4482373026 : MAJOR STATISTICS

KEYWORD : ODDS RATIO / CLASSIC METHOD / PIVOT METHOD / BAYES METHOD

RATREE JARATMATHUSORN : CONFIDENCE INTERVALS FOR ODDS RATIO IN LOGISTIC REGRESSION MODEL. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF.CAPT. MANOP VARAPHAKDI,109 pp.ISBN 974-53-1531-1

The objective of this research is to compare the estimation methods of confidence intervals for odds ratio in logistic regression model. The estimation methods are Classical Method (CLASSIC), Pivotal Quantity Method (PIVOT) and Bayesian Method (BAYES). The criterion of comparison is confidence levels and average lengths of confidence interval. There are one independent variable, Bernolli and Exponential distribution. Levels of parameters β_0 is 1.0 and β_1 are 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 and 1.5. For BAYES method, pior distribution of β_1 is Uniform distribution ($\beta_1 \sim U(0,1)$). The given confidence coefficient values 0.90, 0.95 and 0.99. The sample sizes are 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 and 100. The study used data from simulation and used the Monte Carlo method to compute the average lengths of confidence intervals. The experiment was repeated 1,000 times under each situations.

The results of this research are as follows:

1. The confidence levels.

For all situations , the confidence levels for all estimation methods are not lower than the given confidence coefficients values (0.90, 0.95, 0.99)

2. The average lengths of confidence interval.

For all situations, the average lengths of confidence interval of PIVOT method is shortest. Whereas the average lengths of confidence interval of CLASSIC method and BAYES method are nearly the same.

For all situations, large sample sizes, the average lengths of confidence interval for all estimation methods are nearly the same.

Department………....Statistics…….. Student's signature……..……………..……

Field of study..........…Statistics…….. Advisor's signature…….……………………….

Academic year…………2004……….

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ร้อยเอกมานพ วราภักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ในความกรุณาของท่านไว้ ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง และผู้ช่วยศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง ในฐานะประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ครู-อาจารย์ ทุกท่านที่ได้ประสิทธิประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัยตลอดมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดาและมารดาเป็นอย่างสูงรวมทั้งขอขอบคุณ พี่ น้อง และเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจเสมอมา

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

ในปัจจุบันการตัดสินใจในด้านต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นองค์กรธุรกิจเอกชนหรือของหน่วยงานต่างๆ ของรัฐบาล รัฐวิสาหกิจ จะใช้ข้อมูลสถิติช่วยในการตัดสินใจ เพื่อช่วยให้การตัดสินใจถูกต้องมากยิ่งขึ้น อีกทั้งการนำความรู้ทางด้านสถิติไปประยุกต์ใช้ในงานสาขาต่าง ๆ ก็มีมากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากวิธีทางสถิติเป็นระเบียบวิธีดำเนินการอย่างมีระบบภายใต้เหตุและผล การนำวิธีการทางสถิติไปประยุกต์ใช้ เพื่อการวิเคราะห์ วิจัย และการนำเสนอ จำเป็นต้องอาศัยวิธีทางสถิติที่เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของงาน และเหมาะสมกับข้อมูลของสาขานั้นๆ ข้อมูลอาจเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data) หรือข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data)

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น เป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่มีผู้นิยมนำไปใช้กับข้อมูลเชิงปริมาณที่มีตัวแปรหนึ่งตัวหรือมากกว่าเป็นตัวแปรอิสระ (Independent Variable) หรือตัวแปรอธิบาย (Explanatory Variable) ซึ่งมีผลต่อค่าของตัวแปรตาม (Dependent Variable) ความสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระกำหนดไว้ในรูปสมการเชิงเส้น เรียกว่า ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้น (Linear Regression Model) แต่การวิจัยในหลายสาขา เช่น โรคระบาดวิทยา การวิจัยทางด้านการแพทย์ ทางการศึกษา ทางสังคมศาสตร์ ทางด้านสาธารณสุข ทางเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น มักจะพบตัวแปรตามเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพที่มีค่าเป็นไปได้เพียง 2 ค่า (Dichotomous Dependent Variable) เช่น อาการเกิดโรค (เกิด ไม่เกิด) การตัดสินใจซื้อสินค้า (ซื้อ ไม่ซื้อ) เป็นต้น ดังนั้นจึงเป็นการไม่เหมาะสมที่จะแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระด้วยการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น เนื่องจากตัวแปรตามมีค่าเป็นไปได้ 2 ค่า ซึ่งไม่ใช่การแจกแจงปกติตรงตามข้อสมมติพื้นฐานทั่วไปของสมการถดถอยเชิงเส้น และทำให้ค่าคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงปกติด้วย จึงจำเป็นต้องเลือกใช้วิธีการอื่นและวิธีการหนึ่งที่นิยมใช้กันมาก คือ การวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติก (Logistic Regression Analysis) มาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลประเภทนี้แทน

ในการวิเคราะห์การถดถอยเมื่อตัวแปรตาม Y มีการแจกแจงแบบ Bernoulli ;Y$\sim$ b$(1,\pi(\underline{x}))$ ซึ่ง Y มีค่าเป็นไปได้ คือ 0 หรือ 1 และ P(Y=1) = $\pi(\underline{x})$ = $E(Y|\underline{x})$ และ P(Y=0) = 1- $\pi(\underline{x})$ ซึ่งในกรณีนี้ไม่อาจจะใช้ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นทั่วไปข้างล่างนี้ในการพยากรณ์ค่าของ Y

$$Y = E(Y|\underline{x}) + \varepsilon = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_m x_m + \varepsilon$$

โดยที่ $E(Y|\underline{x}) = E(Y|x_1, x_2, \ldots, x_m)$

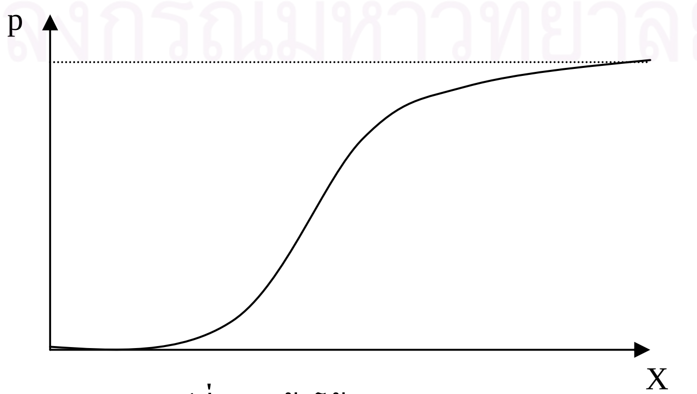
$x_1, x_2, \ldots, x_m$ เป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรที่ 1 ,2 ,.., m

$\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m$ เป็นสัมประสิทธิ์การถดถอย

ε เป็นความคลาดเคลื่อน มีข้อสมมติคือการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนคงที่

เพราะว่า ตัวแบบดังกล่าวไม่อาจจะรับประกันได้ว่า จะได้ค่าของ $E(Y|\underline{x})$ คือ $\pi(\underline{x})$ (เมื่อกำหนดค่าของตัวแปรอิสระ $\underline{x}$) ซึ่งเป็นค่าพยากรณ์ของ Y จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 เพราะว่าโดยปกติทั่วไป จะไม่มีข้อจำกัดของค่าพารามิเตอร์ $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$ และไม่จำกัดขอบเขตค่าของตัวแปรอิสระ $x_1, x_2, \ldots, x_m$ ดังนั้นโดยทั่วไป $E(Y|\underline{x})$ จะเป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่จำเป็นต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

จากตัวแบบถดถอย $Y_i = E(Y_i|\underline{x_i}) + \varepsilon_i$ โดยที่ $E(Y_i|\underline{x_i}) = \pi(\underline{x_i}) = P(Y_i = 1|\underline{x_i}) \in [0,1]$ รูปแบบของฟังก์ชันของ $E(Y_i|\underline{x_i})$ ที่นิยมใช้กันคือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function) ของการแจกแจงความน่าจะเป็นซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่นิยมใช้กันมากฟังก์ชันหนึ่ง คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงโลจิสติก (Logistic Distribution) เพราะว่ามักจะพบรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่าง $\pi(\underline{x})$ และ $\underline{x}$ มีรูปร่างเป็นเส้นโค้งรูปตัว S (S-curve) ดังเช่นรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 เส้นโค้ง S (S-curve)

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงโลจิสติก มีรูปแบบดังนี้

$$\pi(\underline{x}_i) = E(Y_i|\underline{x}_i) = F[h(\underline{x}_i)] = P[Z \le h(\underline{x}_i)]$$

$$= \frac{e^{h(\underline{x}_i)}}{1+e^{h(\underline{x}_i)}}$$

และเลือก $h(\underline{x}_i)$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (ในเทอมของพารามิเตอร์) ของ $x_1, x_2, ..., x_m$ นั่นคือ ให้

$$h(\underline{x}_i) = \underline{x}'_i \underline{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + ... + \beta_m x_{im}$$

โดยที่ $\underline{x}'_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{im})$ และ $\underline{\beta} = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_m)'$

เพราะฉะนั้น เราได้ตัวแบบการถดถอยโลจิสติก (Logistic Regression Model) คือ

$$\pi(\underline{x}_i) = \frac{\exp(\underline{x}'_i \underline{\beta})}{1+\exp(\underline{x}'_i \underline{\beta})}$$

$$= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_m x_{im})}{1+\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_m x_{im})} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

โดยที่ค่า $\pi(\underline{x}_i)$ คือ ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ที่น่าสนใจ เมื่อทราบค่าปัจจัย $x_1, x_2, ..., x_m$ ที่เกี่ยวข้อง หรือเป็นค่าพยากรณ์ $E(Y_i|\underline{x}_i)$ นั่นเอง และเนื่องจาก $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_m$ เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ ซึ่งจะทำให้ค่าประมาณของ $\pi(\underline{x})$ คือ

$$\hat{\pi}(\underline{x}) = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + ... + \hat{\beta}_m x_m)}{1+\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + ... + \hat{\beta}_m x_m)}$$

ในการวิเคราะห์การถดถอยจะมีวัตถุประสงค์ หลัก 2 วัตถุประสงค์ที่สำคัญ คือ การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม และการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามที่เราสนใจศึกษา นอกจากวัตถุประสงค์หลักนี้มักจะมีการศึกษาถึงผลกระทบ

เพิ่มเติมด้วย ในการวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติกมักจะใช้ odds ratio (OR) ซึ่งเป็นอัตราส่วนความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ กับความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจ โดยจะมีนิยามดังนี้

$$OR = \frac{\pi(\underline{x})}{1-\pi(\underline{x})}$$

โดยที่
$$\pi(\underline{x}) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_m x_m)}{1+\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_m x_m)}$$

เพราะฉะนั้น ถ้า OR = 3 จะมีความหมายว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีความน่าจะเป็นในการเกิดขึ้น 3 เท่าของความน่าจะเป็นในการไม่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจ หรือหมายความว่า อัตราส่วนระหว่างความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจกับการไม่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจ มีค่าเป็น 3 : 1

จากอัตราส่วนความน่าจะเป็น OR เมื่อใส่ ln จะได้

$$\ln(\mathrm{OR}) = \ln\left(\frac{\pi(\underline{x})}{1-\pi(\underline{x})}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_m x_m$$

โดยเรียกว่า “log odds ratio” ซึ่งถือว่าเป็นตัวแบบโลจิสติกอีกรูปแบบหนึ่ง เรียกว่า รูปแบบโลจิสติก (logit form) และมีความหมายว่าถ้าเพิ่มค่าของ x_i ขึ้น 1 หน่วย ขณะที่ค่า x_i อื่นๆ คงที่ จะได้ค่า $\ln(\mathrm{OR}) = \ln\left(\frac{\pi(\underline{x})}{1-\pi(\underline{x})}\right)$ เพิ่มขึ้น β_i ถ้า $\beta_i > 0$ หรือ ลดลง β_i ถ้า $\beta_i < 0$ แสดงว่า odds ratio (OR) = e^{β_i} จะเปลี่ยนแปลงเมื่อค่า x_i เปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย ขณะที่ค่า x_i อื่นๆคงที่ ซึ่งได้พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เช่น ภิญโญ วรรณสุข (1997) ได้ทำการศึกษาการประยุกต์ใช้การวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติก และการวิเคราะห์อิทธิพลร่วมกัน ในการสร้างและตรวจสอบความตรงของโมเดลความคาดหวังในการศึกษาต่อของนักเรียนชั้นประถมศึกษา เพื่อเปรียบเทียบความเหมาะสมของการวิเคราะห์อิทธิพล ระหว่างการใช้ค่าลอการิทึมของอัตราส่วนแต้มต่อกับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเป็นตัวแปรผลในโมเดล และศึกษาว่าตัวแปรที่เป็นสาเหตุในโมเดลแต่ละตัว พยากรณ์ความน่าจะเป็นของความคาดหวังในการศึกษาต่อในรูปอัตราส่วนแต้มต่อได้มากน้อยต่างกันอย่างไร กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 500 คน สุ่มเลือกมาจากประชากรในเขตการศึกษา 11 เก็บข้อมูลโดยใช้แบบสอบถาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม SPSS/PC+ โปรแกรม PRELIS 2.10 และโปรแกรม LISREL 8.10 ผลการวิจัยสรุปได้ว่า โมเดลความคาดหวังในการศึกษาต่อที่พัฒนาขึ้น

สามารถอธิบายความแปรปรวนในตัวแปร ความคาดหวังในการศึกษาต่อของนักเรียนได้ร้อยละ 90.9 มีความตรงและกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์อย่างสมบูรณ์ด้วยค่าไค-สแควร์ เท่ากับ 2.139 ความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.343 ที่องศาอิสระ 2 ค่าดัชนีวัดความกลมกลืนเท่ากับ 0.999 ตัวแปรความมุ่งหวังของผู้ปกครองที่จะให้บุตรได้รับการศึกษาขั้นสูง ระดับการศึกษาของผู้ปกครอง รายได้ของผู้ปกครอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีอิทธิพลทางตรงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติต่อตัวแปรความคาดหวังในการศึกษาต่อของนักเรียน และตัวแปรพยากรณ์ทุกตัวมีอิทธิพลทางอ้อมและผลรวมอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ การวิเคราะห์อิทธิพลโดยใช้ค่าลอการิทึมของอัตราส่วนแต้มต่อ มีความเหมาะสมมากกว่าการใช้ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ ตัวแปรที่สามารถพยากรณ์อัตราส่วนแต้มต่อของความคาดหวังในการศึกษาต่อของนักเรียน เรียงลำดับความสำคัญจากมากไปหาน้อย ได้แก่ ตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายได้ของผู้ปกครองมากกว่า 60,000 บาท ผู้ปกครองอาชีพเกษตรกรรม ความมุ่งหวังของผู้ปกครองที่จะให้บุตรได้รับการศึกษาขั้นสูง และระดับการศึกษาของผู้ปกครอง ตามลำดับ

สำหรับค่าประมาณแบบจุดของ OR คือ $O\hat{R} = e^{\beta_i}$ ซึ่งอาจมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์หรือไม่เท่าก็ได้ และมีโอกาสคลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ได้มาก แต่การประมาณค่าแบบช่วงจะทำให้มั่นใจในระดับหนึ่งว่า ค่าพารามิเตอร์ที่สนใจอยู่ในช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงนั้นมีหลายวิธี วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันทั่วไป คือวิธีแบบฉบับ (Classical Method) อย่างเช่นในงานวิจัยของ วิศาล สุทธิพัฒนางกูร (2001) เป็นการวิจัยเชิงวิเคราะห์แบบ unmatched case-control มีวัตถุประสงค์เพื่อหาอัตราและปัจจัยเสี่ยงของการเกิดพิษต่อตับในผู้ป่วยในโรงพยาบาลจุฬาลงกรณ์ ที่ใช้ยาต้านวัณโรค 3 ชนิด คือ isoniazid, rifampicin และ/ หรือ pyrazinamide โดยเก็บข้อมูลย้อนหลังจากแฟ้มประวัติผู้ป่วย ระยะเวลา 3 ปี ระหว่างปี พ.ศ. 2541-2543 มีผู้ป่วย 664 ราย จากผู้ป่วยในวัณโรค 1,062 ราย ที่เข้าเกณฑ์คัดเลือก ผู้ป่วยพบเกิดพิษต่อตับจากยาต้านวัณโรค 61 ราย (ร้อยละ 9.2) เป็นเพศชาย 42 ราย (ร้อยละ 68.9) เพศหญิง 19 ราย (ร้อยละ 31.1) อายุเฉลี่ยของผู้ที่เกิดพิษต่อตับ 48.3 ± 20.7 ปี ระยะเวลาเฉลี่ยในการเริ่มเกิดพิษต่อตับ 20.92 ± 18.51 วัน และค่าการทำงานของตับกลับเป็นปกติหลังหยุดยาภายใน 18.7 ± 14.1 วัน พบปัจจัยเสี่ยงต่อการเกิดพิษต่อตับ 6 ปัจจัย ได้แก่ ผู้ป่วยมีอายุ ≥ 35 ปี (odds ratio (OR) = 2.5, 95% CI = 1.33-4.85 ปี) มีระดับ albumin < 3.5 กรัมต่อลิตร (OR) = 3.1, 95% CI = 1.01-5.48) มีโรคเรื้อรัง ≥ 2 โรค (OR = 2.2, 95% CI = 1.16-4.03) ได้รับ rifampicin เกินขนาดปกติ (OR = 2.0, 95% CI = 1.04-3.95) และได้รับ pyrazinamide เกินขนาดปกติ (OR = 4.0, 95% CI = 1.04-15.71)

การสร้างช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้ปริมาณหลัก (Pivotal Quantity) ก็เป็นวิธีหนึ่งที่น่าสนใจ เนื่องจากช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างนั้นเป็นฟังก์ชันของตัวสถิติ และมักจะเป็นตัวสถิติพอเพียง (Ferentinos, 1990) แต่ช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างโดยใช้ปริมาณหลักนั้น ช่วงที่ประมาณได้จะขึ้นอยู่

กับปริมาณหลักที่ถูกเลือกและมักจะอยู่ในรูปเชิงเส้น ในการหาปริมาณหลักอื่นๆ อาจจะนำไปสู่ช่วงที่ประมาณได้นั้นสั้นกว่า ต่อมา David Wilson P. (1999) ได้พัฒนาช่วงของการประมาณของอัตราส่วนความน่าจะเป็น (OR) โดยใช้ปริมาณหลัก (Pivotal Quantity) นั้นให้สั้นที่สุด และยังได้เสนอวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นตามแนวความคิดแบบเบส์ (Bayesian Approach) ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ได้มีความสนใจว่าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น (OR) 3 วิธี วิธีการใดจะให้การประมาณค่าที่เหมาะสมในสถานการณ์ใดบ้าง

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. ศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็น e^{β_1} (OR) ในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ที่ประกอบด้วยตัวแปรอิสระ 1 ตัว ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ

วิธีที่ 1 วิธีแบบฉบับ (Classical Method : CLASSIC)

วิธีที่ 2 วิธีปริมาณหลัก (Pivotal Quantity Method : PIVOT) (David, 1999)

วิธีที่ 3 วิธีเบส์ (Bayesian Method : BAYES) (David, 1999)

2. เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกใช้วิธีการประมาณช่วงที่เหมาะสม ในแต่ละสถานการณ์

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัยมีดังนี้

ช่วงการประมาณของ e^{β_1} ที่ได้จากวิธี PIVOT ที่ขนาดตัวอย่าง N = 20, 30 และ 40 จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด และวิธี CLASSIC ที่ขนาดตัวอย่าง N = 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีขอบเขตสำหรับการดำเนินงานวิจัย ดังนี้

1. ตัวแบบการถดถอยโลจิสติก (Logistic Regression Model) อยู่ในรูปแบบ

$$\pi(x_i) = \frac{e^{\beta_o+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \qquad , i = 1, 2, \dots , N$$

โดยที่ $\pi(x_i)$ เป็น ความน่าจะเป็นที่ y = 1 ณ ระดับ x_i

x_i เป็น ตัวแปรอิสระค่าสังเกตุที่ i

β_0, β_1 เป็น พารามิเตอร์ของตัวแบบ

N เป็น ขนาดตัวอย่าง

2. ตัวแปรตาม y เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพที่มี 2 ค่า คือ 1 และ 0

3. ค่าของตัวแปรอิสระ x_i ให้เป็นค่าเชิงปริมาณชนิดไม่ต่อเนื่องและต่อเนื่อง ซึ่งกำหนดค่า x_i มาจากการแจกแจง ดังนี้

3.1 กรณี x_i เป็นค่าไม่ต่อเนื่อง จะมาจากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution) โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$f(x) = p^x (1-p)^{1-x} \qquad ; \; x = 0,1 \;\; \text{และ} \;\; 0 < p < 1$$

โดยที่ p เป็นค่าคงที่ใดๆ ในช่วง (0,1) สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ p = 0.5

3.2 กรณี x_i เป็นค่าต่อเนื่อง จะมาจากการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad ; \; x > 0$$

โดยที่ $\lambda > 0$ สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ $\lambda = 2$

4. กำหนดขนาดตัวอย่าง (N) เท่ากับ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100

5. กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta_0 =$ 1.0 และ $\beta_1 =$ 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5

6. สำหรับวิธี BAYES กำหนดให้ β_1 มีการแจกแจงก่อนแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution) ฟังก์ชันความหนาแน่นของ β_1 อยู่ในรูปของ

$$p(\beta_1) = \frac{1}{b-a} \qquad ; \; a < \beta_1 < b$$

สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ a = 0 และ b = 1

7. กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ เท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99

8. ในการวิจัยครั้งนี้สร้างแบบการจำลองข้อมูล เขียนด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนและใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ในการหาผลลัพธ์ ทดลองซ้ำ 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

1.5 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น

ในการประเมินประสิทธิภาพหรือคุณภาพของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธี จะประเมินด้วยความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งจะเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ในแต่ละสถานการณ์ทดลอง วิธีใดให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าจะมีประสิทธิภาพมากกว่า

ในการเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธี จะเปรียบเทียบเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นที่มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าที่กำหนด ซึ่งวิธีการตรวจสอบสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จะใช้วิธีทดสอบสมมติฐานด้วยการทดสอบทวินาม (Binomial Test) โดยมีรายละเอียดการตรวจสอบดังนี้

1. การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เพื่อตรวจสอบว่าวิธีการประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ซึ่งกล่าวได้ว่าอยู่ภายใต้การควบคุม สามารถใช้วิธีการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบทวินาม ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z มีรูปแบบดังนี้

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \geq p_0$$
$$H_1 : p < p_0$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{p^* - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n^*}}}$$

จะได้ว่า

$$P\left[-Z_\gamma < \frac{p^* - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n^*}}}\right] = 1-\gamma$$

หรือ

$$P\left[p_0 - Z_\gamma\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n^*}} < p^*\right] = 1-\gamma$$

ดังนั้น ช่วงในการยอมรับสมมติฐานหลัก H_0 คือ

$$\left[p_0 - Z_{\gamma}\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n^*}} \ \ , 1 \right]$$

โดยที่ γ คือ ระดับนัยสำคัญหรือความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1(Type I error) ที่กำหนดในการทดสอบสมมติฐาน เท่ากับ 0.05

p^* คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง

p_0 คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในการศึกษามี 3 ระดับ คือ 0.90 ,0.95 และ 0.99

n^* คือ จำนวนรอบของการทดลอง เท่ากับ 1,000 รอบ

Z_{γ} คือ ค่าคะแนนมาตรฐานเมื่อกำหนด $\gamma = 0.05$ จะได้ $Z_{\gamma} = 1.645$

2. เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า วิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงจะนำไปเปรียบเทียบ ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่อไป โดยทำการพิจารณาเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ ว่าวิธีการประมาณใดสามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จะสรุปว่าวิธีการประมาณนั้นได้ช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้น ๆ

1.6 ประโยชน์ของการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับในการวิจัยครั้งนี้

1. เพื่อได้ทราบประสิทธิภาพหรือคุณภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น ของอัตราส่วนความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่างๆ

2. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น ของอัตราส่วนความน่าจะเป็นที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ ในการนำไปใช้ในทางปฏิบัติต่อไป

3. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นอื่น ๆ ของอัตราส่วนความน่าจะเป็นของตัวแบบถดถอยโลจิสติก ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ต่อไป

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของตัวแบบการถดถอยโลจิสติก วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความน่าจะเป็นด้วยวิธีแบบฉบับ (CLASSIC) วิธีปริมาณหลัก (PIVOT) และวิธีเบส์ (BAYES)

2.1 ข้อสมมติทั่วไปของตัวแบบการถดถอยโลจิสติก

งานวิจัยในครั้งนี้ เป็นการศึกษาตัวแบบการถดถอยกรณีตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลีโดยใช้การแปลงแบบโลจิสติกมาช่วย

พิจารณาข้อมูลที่อยู่ในรูปของ (x_i, y_i) ; $i = 1,2,...,N$ ตัวแปรตาม y_i มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution) [$y_i \sim b(1, \pi(x_i))$] ซึ่ง x_i (i = 1,2,…,N) แทนค่าสังเกตของ x ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ คือ $\pi(x_i) = P(y_i = 1 | x_i)$ นั่นคือ

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{ด้วยความน่าจะเป็น } \pi(x_i) \\ 0 & \text{ด้วยความน่าจะเป็น } 1\text{-}\ \pi(x_i) \end{cases}$$

ให้ฟังก์ชันการแปลงโลจิสติกของ $\pi(x_i)$ อยู่ในรูป

$$\text{logit}\ (\pi(x_i)) = \ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right)$$

ซึ่งเป็นการแปลงค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ $\pi(x_i)$ ที่มีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ให้เป็นค่าของ $\text{logit}(\pi(x_i)) = \ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right)$ ที่อยู่ในช่วง $(-\infty, \infty)$

กำหนดให้ตัวแบบเชิงเส้นโลจิสติก (Logistic Linear Model) สำหรับ $\pi(x_i)$ ณ ระดับที่ i คือ

$$\log it(\pi(x_i)) = \beta_0 + \beta_1 x_i \qquad \text{…(2.1)}$$

จากฟังก์ชันการแปลงโลจิสติกและตัวแบบเชิงเส้นโลจิสติก จะได้ว่า

$$\ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

$$\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right) = e^{\beta_0+\beta_1 x_i}$$

$$\pi(x_i) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}$$

สามารถเขียนสมการการถดถอยโลจิสติกเชิงเส้น ในรูปของเมทริกซ์ ดังนี้

$$\underline{G}(X) = X\underline{B}$$

เมื่อ

$$\underline{G}(X) = \begin{bmatrix} \log it(\pi(x_1)) \\ \log it(\pi(x_2)) \\ \vdots \\ \log it(\pi(x_N)) \end{bmatrix}_{N\ x\ 1}$$

$$\mathrm{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_N \end{bmatrix}_{N\ x\ 2}$$

และ

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\ x\ 1}$$

2.2 ลอการิทึมธรรมชาติของฟังก์ชันความควรจะเป็น (Log Likelihood Function)

ฟังก์ชันความควรจะเป็นของ $\pi(x_i)$ คือ

$$l(\underline{B}) = \prod_{i=1}^{N} (\pi(x_i))^{y_i} (1-\pi(x_i))^{1-y_i}$$

$$L(\underline{B}) = \ln l(\underline{B})$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \{y_i \ln \pi(x_i) + (1-y_i)\ln(1-\pi(x_i))\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \{y_i \ln \pi(x_i) + \ln(1-\pi(x_i)) - y_i \ln(1-\pi(x_i))\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \{y_i \{\ln \pi(x_i) - \ln(1-\pi(x_i))\} + \ln(1-\pi(x_i))\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i \ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)}\right) + \ln(1-\pi(x_i)) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i \ln\left(\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \cdot \frac{1}{1-\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}} \right) + \ln\left(1-\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}\right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i \ln\left(e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) + \ln\left(\frac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}\right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i \ln\left(e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) + \ln 1 - \ln\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i(\beta_0 + \beta_1 x_i) - \ln\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) \right\} \qquad \ldots(2.2)$$

2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)

ตามหลักการของวิธีความควรจะเป็นสูงสุด จะต้องทำให้ $L(\underline{B})$ มีค่ามากที่สุด (Maximize) โดยการหาอนุพันธ์ (Differentiate) เทียบกับ β_0, β_1 แล้วให้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ได้สมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น 2 สมการ ซึ่งสามารถหาค่าของ β_0, β_1 ได้จากวิธีของ ฟิชเชอร์ *(Fisher's Method)* หรือจากวิธี *Newton-Raphson* หรือจากวิธีทำซ้ำ *(Iterative Method (McCullagh และ Nelder (1981)))* ในการวิจัยนี้จะใช้วิธี *Newton-Raphson*

ตามวิธี *Newton-Raphson* จะหาอนุพันธ์ย่อย (Patial Derivative) ของลอการิทึมธรรมชาติของฟังก์ชันความควรจะเป็น $L(\underline{B})$ เทียบกับ β_0, β_1 เรียกว่า efficient scores แล้วนำมาเป็นสมาชิกของเวกเตอร์ $\underline{U}(\underline{B})$ มิติ 2×1

$$\underline{U}(\underline{B}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L(B)}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial L(B)}{\partial \beta_1} \end{bmatrix}$$

กำหนดเมทริกซ์ H($\underline{B}$) มิติ 2×2 มีสมาชิกเป็นอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง (second patial derivative) ของ $L(\underline{B})$ ซึ่งเรียกเมทริกซ์ H($\underline{B}$) ว่า Hessian matrix

โดยสมาชิกตัวที่ (j,k) คือ $\dfrac{\partial^2 L(B)}{\partial \beta_j \partial \beta_k}$; $j,k = 0,1$

สามารถหาเวกเตอร์ $\underline{U}(\hat{B})$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ ที่ประมาณด้วยความควรจะเป็นสูงสุดของ $\underline{U}(\underline{B})$ โดยใช้ Taylor series กระจาย $\underline{U}(\underline{B})$ รอบ $\underline{B}^*$ จะได้

$$\underline{U}(\hat{\underline{B}}) \approx \underline{U}(\underline{B}^*) + H(\underline{B}^*)(\hat{\underline{B}} - \underline{B}^*)$$

โดยนิยามของตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุดของ $\underline{B}$ จะได้ว่า

$$\left. \frac{\partial L(\underline{B})}{\partial \beta_j} \right|_{\hat{\underline{B}}} = 0 \qquad \text{สำหรับ} \quad j = 0,1$$

และ $\underline{U}\left(\hat{\underline{B}}\right) = 0$

ดังนั้น $\hat{\underline{B}} = \underline{B}^* - H^{-1}\left(\underline{B}^*\right)\underline{U}\left(\underline{B}^*\right)$

ซึ่งชี้นำไปให้มีการประมาณ $\hat{\underline{B}}$ โดยการคำนวณซ้ำๆ ซึ่งค่าประมาณ $\hat{\underline{B}}$ ณ รอบที่ $r+1$ คือ

$$\hat{\underline{B}}_{r+1} = \hat{\underline{B}}_r - H^{-1}\left(\underline{B}_r\right)\underline{U}\left(\underline{B}_r\right) \qquad \ldots(2.3)$$

สำหรับ $r = 0,1,2,\ldots$ ซึ่งเวกเตอร์ $\hat{\underline{B}}_0$ เป็นเวกเตอร์ของตัวประมาณเริ่มต้น ในที่นี้กำหนดค่าตัวประมาณเริ่มต้นจากค่า $\hat{\underline{B}}$ ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS)

ถ้าผลต่างระหว่าง $\hat{\underline{B}}$ ในรอบที่ r กับรอบที่ r+1 มีค่าน้อยมากจนถือว่าไม่แตกต่างกัน ซึ่งในที่นี้กำหนดเกณฑ์ว่า $\left|\hat{\underline{B}}_{r+1} - \hat{\underline{B}}_r\right| < 0.0001$ ค่า $\hat{\underline{B}}_{r+1}$ นั้นจะเป็นค่าที่ยอมรับได้

วิธี Newton-Raphson สำหรับตัวแปรอิสระ 1 ตัว มีรายละเอียดดังนี้

ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตที่เป็นอิสระ N ค่า คือ $\left(x_i, y_i\right)$, $y_i = 0,1 \quad \mathrm{i} = 1,2,\ldots,\mathrm{N}$ สมการถดถอยโลจิสติก คือ

$$\log it\left(\pi\left(x_i\right)\right) = \ln\left(\frac{\pi\left(x_i\right)}{1-\pi\left(x_i\right)}\right)$$

$$= \beta_0 + \beta_1 x_i$$

เมื่อ $\pi\left(x_i\right) =$ ความน่าจะเป็นที่ $y_i = 1$ ณ ระดับ x_i

$$\pi\left(x_i\right) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}$$

หาค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 จากการคำนวณซ้ำ ด้วยวิธี *Newton-Raphson* ด้วยสมการ

$$\hat{\underline{B}}_{r+1} = \hat{\underline{B}}_r - H^{-1}\left(\underline{B}_r\right)\underline{U}\left(\underline{B}_r\right)$$

เมื่อ $\underline{B} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$, $\underline{U}(\underline{B}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L(\underline{B})}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial L(\underline{B})}{\partial \beta_1} \end{bmatrix}$

และ $$H(\underline{B}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_0^2} & \dfrac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} \\ \dfrac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \dfrac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_1^2} \end{bmatrix} \qquad \ldots(2.4)$$

สมาชิกในเวกเตอร์ $\underline{U}(\underline{B})$ และในเมทริกซ์ $H(\underline{B})$ หาได้จากการหาอนุพันธ์ของ $L(\underline{B})$ เทียบกับ β_0 และ β_1 ดังนี้

จาก (2.2) และสำหรับตัวแปรอธิบาย 1 ตัว

$$L(\underline{B}) = \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i(\beta_0 + \beta_1 x_i) - \ln\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\right) \right\}$$

$$\frac{\partial L(\underline{B})}{\partial \beta_0} = \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i - \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \left(e^{\beta_0 + \beta_1 x_i} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \{ y_i - \pi(x_i) \}$$

$$\frac{\partial L(\underline{B})}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{N} \left\{ x_i y_i - \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}} \left(x_i e^{\beta_0 + \beta_1 x_i} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} x_i \{ y_i - \pi(x_i) \}$$

$$\frac{\partial^2 L(B)}{\partial \beta_0^2} = \sum_{i=1}^{N} \left\{ 0 - \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\right) - e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\left(0 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\right)}{\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\right)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ \frac{-\left(e^{\beta_0 + \beta_1 x_i} + e^{2(\beta_0 + \beta_1 x_i)} - e^{2(\beta_0 + \beta_1 x_i)} \right)}{\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}\right)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \left(\frac{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i} - e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \left(1 - \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \right) \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{N} \pi(x_i)\left(1-\pi(x_i)\right)$$

$$\frac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{N} \left\{ 0 - \left(\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i} x_i \left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) - e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\left(0+e^{\beta_0+\beta_1 x_i} x_i\right)}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{x_i e^{\beta_0+\beta_1 x_i} + x_i e^{2(\beta_0+\beta_1 x_i)} - x_i e^{2(\beta_0+\beta_1 x_i)}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{x_i e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{N} x_i \pi(x_i)\left(1-\pi(x_i)\right)$$

$$\frac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} = \frac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1}$$

$$\frac{\partial^2 L(\underline{B})}{\partial \beta_1^2} = \sum_{i=1}^{N} x_i \left\{ 0 - \left(\frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i} x_i \left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right) - e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\left(0+e^{\beta_0+\beta_1 x_i} x_i\right)}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} x_i \left\{ -\left(\frac{x_i e^{\beta_0+\beta_1 x_i} + x_i e^{2(\beta_0+\beta_1 x_i)} - x_i e^{2(\beta_0+\beta_1 x_i)}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right) \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left\{ -\frac{x_i^2 e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \right\}$$

$$= -\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \pi(x_i)(1-\pi(x_i))$$

นำสมาชิกของเวกเตอร์ $\underline{U}(\underline{B})$ และในเมทริกซ์ $H(\underline{B})$ ที่หาได้ ไปแทนในสมการ (2.4) ดังนั้นคำนวณหาค่า $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ ได้สมการ

$$\underline{\hat{B}}_{r+1} = \underline{\hat{B}}_r - H^{-1}(\underline{B}_r)\underline{U}(\underline{B}_r)$$

เมื่อ $$\underline{B} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{U}(\underline{B}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i - \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1-e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \right\} \\ \sum_{i=1}^{N} x_i \left\{ y_i - \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{1-e^{\beta_0+\beta_1 x_i}} \right\} \end{bmatrix}$$

และ $$H(\underline{B}) = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{N} \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} & -\sum_{i=1}^{N} x_i \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \\ -\sum_{i=1}^{N} x_i \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} & -\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_i}}{\left(1+e^{\beta_0+\beta_1 x_i}\right)^2} \end{bmatrix}$$

ถ้าผลต่างระหว่าง $\underline{\hat{B}}$ ในรอบที่ r กับรอบที่ r + 1 มีค่าน้อยมากจนถือว่าไม่แตกต่างกัน โดยกำหนดเกณฑ์ว่า $\left|\underline{\hat{B}}_{r+1} - \underline{\hat{B}}_r\right| < 0.0001$ ค่า $\underline{\hat{B}}_{r+1}$ นั้นจะเป็นค่าที่ยอมรับได้

คำนวณหาค่าพยากรณ์ $\hat{\pi}(x_i)$ จาก $\hat{\pi}(x_i) = \dfrac{e^{\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x_i}}{1+e^{\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x_i}}$

เมื่อ $\hat{\pi}(x_i)$ คือความน่าจะเป็นที่ $y_i = 1$ ณ ระดับ x_i

การประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_0 , \hat{\beta}_1$

ก่อนที่จะทำการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์ ขอเสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องเพื่อความเข้าใจง่ายขึ้น ดังนี้

<u>ทฤษฎีบท</u> ให้ $y_1, y_2, ..., y_N \sim f(y|\underline{\theta})$ และให้ $I(\underline{\theta}) = -E\left[\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \ln f(y|\underline{\theta})\right]$ เป็นข้อสนเทศของฟิชเชอร์ (Fisher information) สำหรับ $\underline{\theta}$ ภายใต้เงื่อนไขทั่วไปและสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ ได้ว่าตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด $\underline{\hat{\theta}}$ ของพารามิเตอร์ $\underline{\theta}$ ซึ่งมีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{\theta}$ และค่าความแปรปรวน I^{-1}

$$\underline{\hat{\theta}} \sim N\left(\underline{\theta}, I^{-1}\right)$$

จากทฤษฎีบทข้างต้นสามารถประยุกต์ใช้กับตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ในกรณีที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบทวินาม นั่นคือ $\underline{\hat{B}}$ เป็นตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุดของ $\underline{B}$ มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{B}$ และค่าความแปรปรวน I^{-1} เมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ และสามารถหาเมทริกซ์ข้อสนเทศ (information matrix) ซึ่งเป็นเมทริกซ์ค่าลบของอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของ $L(\underline{B})$ ที่มีขนาดเมทริกซ์ 2×2 ได้ดังนี้

$$I(\underline{\beta}) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} \pi(x_i)(1-\pi(x_i)) & \sum_{i=1}^{N} x_i\, \pi(x_i)(1-\pi(x_i)) \\ \sum_{i=1}^{N} x_i\, \pi(x_i)(1-\pi(x_i)) & \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \pi(x_i)(1-\pi(x_i)) \end{bmatrix}$$

ซึ่งเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_0 , \hat{\beta}_1$ ได้จากการคำนวณหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ข้อสนเทศ คือ $Var(\underline{\hat{\beta}}) = \hat{I}^{-1}(\underline{\hat{\beta}})$

<u>กรณีตัวแปรอิสระ 1 ตัว</u>

จะได้เมทริกซ์ข้อสนเทศ คือ

$$\hat{I}\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{N}\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i)) & \sum_{i=1}^{N}x_i\,\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i)) \\ \sum_{i=1}^{N}x_i\,\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i)) & \sum_{i=1}^{N}x_i^2\,\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\end{bmatrix}$$

ถ้ากำหนดให้

$$X=\begin{bmatrix}1 & x_1\\ 1 & x_2\\ \vdots & \vdots\\ 1 & x_N\end{bmatrix}$$

และ

$$V=\begin{bmatrix}\hat{\pi}(x_1)(1-\hat{\pi}(x_1)) & 0 & \ldots & 0\\ 0 & \hat{\pi}(x_2)(1-\hat{\pi}(x_2)) & \ldots & 0\\ 0 & 0 & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \ldots & \hat{\pi}(x_N)(1-\hat{\pi}(x_N))\end{bmatrix}$$

ดังนั้น $\hat{I}\left(\underset{\sim}{\hat{\beta}}\right)=X'VX$

จากนั้นหาค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยการคำนวณหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ข้อสนเทศ

จะได้ความแปรปรวนของตัวประมาณ $\hat{\beta}_0$ คือ

$$V(\hat{\beta}_0)=\hat{\sigma}_0^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))}{\left[\sum_{i=1}^{N}\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right]\left[\sum_{i=1}^{N}x_i^2\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right]-\left[\sum_{i=1}^{N}x_i\hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right]^2}$$

และจะได้ความแปรปรวนของตัวประมาณ $\hat{\beta}_1$ คือ

$$V(\hat{\beta}_1) = \hat{\sigma}_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))}{\left[\sum_{i=1}^{n} \hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right]\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right] - \left[\sum_{i=1}^{n} x_i \hat{\pi}(x_i)(1-\hat{\pi}(x_i))\right]^2}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_0^2, \hat{\sigma}_1^2$ เป็นความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ ตามลำดับ

และ $\hat{\sigma}_0, \hat{\sigma}_1$ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ ตามลำดับ

จากตัวประมาณ $\hat{\beta}_1$ เป็นตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator : MLE) และตัวอย่างขนาดใหญ่ ดังนั้น

$$\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \hat{\sigma}_1^2) \quad \text{โดยประมาณ}$$

2.4 วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น (OR)

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น (OR) ทั้ง 3 วิธี มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.4.1 การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ OR ด้วยวิธีแบบฉบับ (Classical Method : CLASSIC)

จากตัวประมาณ ML ที่ได้ คือ $\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \hat{\sigma}_1^2)$ โดยประมาณ

และ $\dfrac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_1} \sim N(0,1)$ โดยประมาณ และจาก

$$P\left[-Z_{1-\alpha/2} \le Z \le Z_{1-\alpha/2}\right] = 1-\alpha \quad \text{เมื่อ } Z \sim N(0,1)$$

ได้ว่า

$$P\left[-Z_{1-\alpha/2} \le \frac{\hat{\beta}_1-\beta_1}{\sigma_1} \le Z_{1-\alpha/2}\right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[-Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1 \le \hat{\beta}_1-\beta_1 \le Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[\hat{\beta}_1-Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1 \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1+Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[\exp\left(\hat{\beta}_1-Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right) \le \exp(\beta_1) \le \exp\left(\hat{\beta}_1+Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right)\right] \approx 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ OR ด้วยวิธีแบบฉบับ

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1+Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1-Z_{1-\alpha/2}\cdot\hat{\sigma}_1\right)$

2.4.2 การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ OR ด้วยวิธีปริมาณหลัก (Pivotal Quantity Method : PIVOT)

จากตัวประมาณ ML ที่ได้ คือ $\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \hat{\sigma}_1^2)$ โดยประมาณ

กำหนดให้ $Q_1(\hat{\beta}_1;\beta_1) = \dfrac{\hat{\beta}_1-\beta_1}{\hat{\sigma}_1}$

ได้ว่า

$$E(Q_1) = E\left(\frac{\hat{\beta}_1-\beta_1}{\hat{\sigma}_1}\right) = \frac{E(\hat{\beta}_1)-\beta_1}{\hat{\sigma}_1} = \frac{\beta_1-\beta_1}{\hat{\sigma}_1} = 0$$

$$V(Q_1) = V\left(\frac{\hat{\beta}_1-\beta_1}{\hat{\sigma}_1}\right) = \frac{V(\hat{\beta}_1)}{\hat{\sigma}_1^2} = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_1^2} = 1$$

จะเห็นว่า $Q_1 = \dfrac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_1} \sim N(0,1)$ ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับค่า β_1

ดังนั้น $Q_1(\hat{\beta}_1 ; \beta_1) = \dfrac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_1}$ เป็นปริมาณหลักของ β_1

ถ้าสมมติช่วงการประมาณของ $Q_1(\hat{\beta}_1;\beta_1)$ อยู่ในช่วง (q_1, q_2)

จาก
$$P\left[\ q_1 \le Q_1\left(\hat{\beta}_1;\beta_1\right) \le q_2\ \right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[q_1 \le \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\hat{\sigma}_1} \le q_2\right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[\ q_1 \cdot \hat{\sigma}_1 \le \hat{\beta}_1 - \beta_1 \le q_2 \cdot \hat{\sigma}_1\ \right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[\ \hat{\beta}_1 - q_2 \cdot \hat{\sigma}_1 \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 - q_1 \cdot \hat{\sigma}_1\ \right] \approx 1-\alpha$$

$$P\left[\ \exp(\hat{\beta}_1 - q_2 \cdot \hat{\sigma}_1) \le \exp(\beta_1) \le \exp(\hat{\beta}_1 - q_1 \cdot \hat{\sigma}_1)\ \right] \approx 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ OR ด้วยวิธีปริมาณหลัก
หาค่า q_1, q_2 ที่ทำให้ $\left[\ \exp(-q_1 \cdot \hat{\sigma}_1)\ \text{-}\exp(-q_2 \cdot \hat{\sigma}_1)\ \right]$ มีค่าน้อยที่สุด ภายใต้ข้อจำกัด $P(Z \le q_2) - P(Z \le q_1) \approx 1-\alpha$, $Z \sim N(0,1)$ ซึ่งขั้นตอนการคำนวณค่า q_1, q_2 จะกล่าวในบทที่ 3

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 - q_1 \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 - q_2 \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

2.4.3 การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของ OR ด้วยวิธีเบส์ (Bayesian Method : BAYE'S)

จากตัวประมาณ ML ที่ได้ คือ $\hat{\beta}_1 \big| \beta_1 \sim N(\beta_1, \hat{\sigma}_1^2)$ โดยประมาณ สมมติให้ β_1 มีการแจกแจงก่อนแบบยูนิฟอร์ม (0,1)
จะได้การแจกแจงภายหลังของ β_1 คือ

$$f(\beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\hat{\sigma}_1} \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2\hat{\sigma}_1^2}\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)^2 \right\} \quad \sim N(\beta_1, \hat{\sigma}_1^2)$$

หรือ $\beta_1 - \hat{\beta}_1 = Y \quad \sim \quad N(0, \hat{\sigma}_1^2)$

และได้ว่า $U = \exp(Y) \quad \sim \quad LN(0, \hat{\sigma}_1^2)$

ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นดังนี้

$$g(u) = \frac{1}{u\hat{\sigma}_1\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\hat{\sigma}_1^2}\{\ln(u)\}^2 \right] \qquad , u > 0$$

สมมติให้ช่วงของการประมาณอยู่ในช่วงของ (u_1, u_2)

$$P\left[\ u_1 \le U \le u_2\ \right] \quad \approx \quad 1-\alpha$$

$$P\left[\ u_1 \le \exp(Y) \le u_2\ \right] \quad \approx \quad 1-\alpha$$

$$P\left[\ \ln(u_1) \le Y \le \ln(u_2)\ \right] \quad \approx \quad 1-\alpha$$

$$P\left[\ \ln(u_1) \le \beta_1 - \hat{\beta}_1 \le \ln(u_2)\ \right] \quad \approx \quad 1-\alpha$$

$$P\left[\ \hat{\beta}_1 + \ln(u_1) \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + \ln(u_2)\ \right] \qquad \approx \qquad 1-\alpha$$

$$P\left[\ \exp(\hat{\beta}_1 + \ln(u_1)) \le \exp(\beta_1) \le \exp(\hat{\beta}_1 + \ln(u_2))\ \right] \qquad \approx \qquad 1-\alpha$$

$$P\left[\ \exp\left(\hat{\beta}_1\right) u_1 \le \exp\left(\beta_1\right) \le \exp\left(\hat{\beta}_1\right) u_2\ \right] \qquad \approx \qquad 1-\alpha$$

นั่นคือ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ OR ด้วยวิธีเบส์
โดยที่การหาค่า u_1, u_2 จะหาได้จาก $\ln(u_2)/\hat{\sigma}_1 = -\ln(u_1)/\hat{\sigma}_1 - 2\hat{\sigma}_1$ และภายใต้ค่า
$P\left[Z \le \ln(u_2)/\hat{\sigma}_1\ \right] - P\left[Z \le \ln(u_1)/\hat{\sigma}_1\ \right] \approx 1-\alpha$ ซึ่งขั้นตอนการคำนวณหาค่า u_1, u_2 จะกล่าวในบทที่ 3

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1\right) u_2$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1\right) u_1$

2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงของอัตราส่วนความน่าจะเป็นของทั้ง 3 วิธีนั้น จะทำการตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากแต่ละสถานการณ์ทดลองในการทดลองซ้ำ 1,000 รอบ การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เพื่อตรวจสอบว่า วิธีการประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดซึ่งกล่าวได้ว่าอยู่ภายใต้การควบคุม สามารถใช้วิธีการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ การทดสอบทวินาม ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z มีรูปแบบดังนี้
สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \ge p_0$$
$$H_1 : p < p_0$$

ช่วงในการยอมรับสมมติฐานหลัก คือ

$$\left[p_0 - Z_\gamma \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n^*}} \;\;, 1 \right]$$

1. ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.90$

$$H_0 : p \le 0.90$$
$$H_1 : p > 0.90$$

จะได้

$$\left(0.90 - 1.645\sqrt{\frac{0.90(0.10)}{1,000}} \;, 1 \right)$$

$$(0.8844 \;, 1)$$

2. ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.95$

$$H_0 : p \le 0.95$$
$$H_1 : p > 0.95$$

จะได้

$$\left(0.95 - 1.645\sqrt{\frac{0.95(0.05)}{1,000}} \;, 1 \right)$$

$$(0.9387 \;, 1)$$

3. ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.99$

$$H_0 : p \le 0.99$$
$$H_1 : p > 0.99$$

จะได้

$$\left(0.99 - 1.645\sqrt{\frac{0.99(0.01)}{1,000}} \;, 1 \right)$$

$$(0.9848 \;, 1)$$

นั่นคือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองจะต้องมีค่าอยู่ในช่วงของการยอมรับ ดังต่อไปนี้

- กรณีที่ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.90$
  ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองจะต้องมีค่าอยู่ในช่วง (0.8844 , 1)
- กรณีที่ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.95$
  ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองจะต้องมีค่าอยู่ในช่วง (0.9387 , 1)
- กรณีที่ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $p_0 = 0.99$
  ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองจะต้องมีค่าอยู่ในช่วง (0.9848 , 1)

ในการวิจัยครั้งนี้ มีวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก 3 วิธี เพราะฉะนั้นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีประมาณใน แต่ละสถานการณ์จะมี 3 ค่า โดยจะนำค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 ค่า มาหาค่าเฉลี่ย แล้วจึงนำค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมาเปรียบเทียบกับค่า 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ที่ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ ถ้าวิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าดังกล่าว จะถือว่าวิธีประมาณช่วงนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งกล่าวได้ว่าอยู่ภายใต้การควบคุม ขั้นต่อไปจะหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากการคำนวณผลบวกสะสมของผลต่างระหว่างขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง หารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด 1,000 ครั้ง แล้วพิจารณาเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ว่าวิธีการประมาณใดสามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จะสรุปว่าวิธีการประมาณนั้นได้ช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดสำหรับสถานการณ์นั้นๆ ทั้งนี้ในการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะเปรียบเทียบเฉพาะในกรณีที่วิธีการประมาณนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่านั้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยต้องการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบถดถอยโลจิสติก ระหว่างวิธีแบบฉบับ วิธีปริมาณหลัก และวิธีเบส์ เพื่อศึกษาว่าวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นวิธีการใดจะให้ค่าช่วงความเชื่อมั่นโดยเฉลี่ยสั้นที่สุด ที่เหมาะสมในสถานการณ์ใดบ้าง โดยในขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของแต่ละวิธีการประมาณ ว่าวิธีการประมาณวิธีใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีการประมาณในแต่ละสถานการณ์ต่อไป โดยทำการศึกษา ณ ระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

การวิจัยครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Mote Carlo Simulation Method) ในการจำลองกรณีต่างๆ สำหรับแผนการทดลองและขั้นตอนในการทดลอง จะนำเสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต้องการศึกษา ดังนี้

(1) กำหนดค่าของ x_i ของตัวแปรอิสระ x ให้เป็นค่าเชิงปริมาณชนิดไม่ต่อเนื่องและต่อเนื่อง ซึ่งกำหนดค่า x_i มาจากการแจกแจงดังต่อไปนี้

ก. กรณี x_i เป็นค่าไม่ต่อเนื่อง จะมาจากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution) กำหนดให้ p = 0.5

ข. กรณี x_i เป็นค่าต่อเนื่อง จะมาจากการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) กำหนดให้ $\lambda = 2$

(2) กำหนดค่าพารามิเตอร์ คือ $\beta_0 = 1.0$ และ $\beta_1 =$ 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5

(3) กำหนดขนาดตัวอย่าง (N) คือ 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 และ 100

(4) สำหรับวิธี BAYES กำหนดให้ β_1 มีการแจกแจงก่อนแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution) $\beta_1 \sim U(0,1)$

(5) กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

3.2 ขั้นตอนในการศึกษาวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้ คือ

(1) กำหนดลักษณะการแจกแจงของตัวแปรอิสระ x ค่าพารามิเตอร์ β_0 , β_1 ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ตามแผนการทดลองข้างต้น

(2) สร้างตัวแปรอิสระ x ให้มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา

(3) สร้างข้อมูลตัวแปรตาม y จากตัวแปรอิสระที่สร้างขึ้นด้วยค่าพารามิเตอร์ β_0 , β_1 ต่างๆ ตามที่กำหนดในขอบเขตการวิจัย

(4) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย β_0, β_1 ด้วยความควรจะเป็นสูงสุดโดยใช้วิธี *Newton-Raphson* และความแปรปรวนของค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอย ด้วยข้อสนเทศของฟิชเชอร์

(5) คำนวณช่วงการประมาณค่าที่ต้องการศึกษาทั้ง 3 วิธี

(6) คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงที่ประมาณได้ในขั้นตอนที่ (5) ของแต่ละวิธีการประมาณ

(7) คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีการประมาณ

(8) เปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงที่ประมาณได้ ที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดในขั้นตอนที่ (7)

(9) สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

สำหรับรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ (1) การกำหนดลักษณะต่าง ๆ</u>

กำหนดลักษณะการแจกแจงของตัวแปรอิสระ x ค่าพารามิเตอร์ β_0 , β_1 ขนาดตัวอย่าง และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จะกำหนดตามแผนการทดลองที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น

<u>ขั้นตอนที่ (2) การสร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ x</u>

การสร้างค่า x_i ของตัวแปรอิสระ x ที่มีการแจกแจงที่ต้องการศึกษาแบบต่าง ๆ นั้น จะต้องใช้ตัวเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$ เป็นพื้นฐานในการสร้าง ซึ่งหาเลขสุ่มได้จากสมการ

$$R_i = (aR_{i-1}) \bmod M \ , i = 1,2,3,...$$

เมื่อ R_i เป็นเลขสุ่มตัวที่ i

R_0 เป็นตัวเลขค่าเริ่มต้น ที่มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวกไม่เกิน M

M เป็นค่าคงที่ โดยที่ $M = 2^{31} - 1 = 2147483647$

และ a เป็นตัวคูณคงที่ (constant multiplier) โดยที่ $a = 7^5 = 16807$

โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่ม คือ FUNCTION RAND(IX) เมื่อสร้างตัวเลขสุ่มได้แล้ว นำตัวเลขสุ่มที่ได้มาสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงตามที่สนใจศึกษา ดังนี้

ก) การแจกแจงแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution) (มานพ, 2547)

สร้างค่า x_i ของตัวแปรอิสระ x โดยที่ i = 1 , 2 ,..., N ให้มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี (Bernoulli Distribution) ด้วยพารามิเตอร์ p = 0.5 วิธีการจำลองข้อมูลโดยใช้วิธีการแปลงผกผัน มีขั้นตอนดังนี้

(1) จำลองเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$

(2) ถ้าเลขสุ่ม $R \leq$ p ให้ $x_i = 1$

$R >$ p ให้ $x_i = 0$

ข) การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) (มานพ, 2547)

สร้างค่า x_i ของตัวแปรอิสระ x โดยที่ i = 1 , 2 ,..., N มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ วิธีการจำลองข้อมูลโดยใช้วิธีการแปลงผกผัน มีขั้นตอนดังนี้

(1) จำลองเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$

(2) แทนค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และเลขสุ่ม R ในตัวแบบการจำลองที่ได้จากวิธีการแปลงผกผัน $x_i = \dfrac{-1}{\lambda}\ln(R_i)$

<u>ขั้นตอนที่ (3) การสร้างตัวแปรตาม y</u>

หลังจากที่ได้ค่า x_i ของตัวแปรอิสระ x ที่มีการแจกแจงตามที่กำหนด และกำหนดค่า β_0, β_1 แล้ว การสร้างค่า y_i ตัวแปรตาม y โดยที่ i = 1 , 2 ,..., N ให้มีค่าเพียง 2 ค่า คือ 1 , 0 มีขั้นตอนดังนี้

(1) จำลองเลขสุ่ม $R \sim U(0,1)$

(2) คำนวณค่า $\pi(x_i) = \dfrac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_i}}$

(3) ถ้าเลขสุ่ม $R \leq \pi(x_i)$ ให้ $y_i = 1$

$R > \pi(x_i)$ ให้ $y_i = 0$

<u>ขั้นตอนที่ (4) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย</u>

หลังจากที่ได้ข้อมูลตัวแปรอิสระ x และตัวแปรตาม y แล้ว ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย β_0, β_1 ด้วยความควรจะเป็นสูงสุดโดยใช้วิธี *Newton-Raphson* และความแปรปรวนของค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอย ด้วยข้อสนเทศของฟิชเชอร์

โดยให้ $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ เป็นค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอย β_0, β_1 ตามลำดับ

และ $\hat{\sigma}_0^2, \hat{\sigma}_1^2$ เป็นค่าความแปรปรวนโดยประมาณของ $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ ตามลำดับ

<u>ขั้นตอนที่ (5) การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธี</u>

คำนวณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นทั้ง 3 วิธี ดังนี้

ก) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีแบบฉบับ

ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น ด้วยวิธีแบบฉบับ มีสูตรการประมาณดังนี้

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 + Z_{1-\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 - Z_{1-\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

ข) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีปริมาณหลัก

ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น ด้วยวิธีปริมาณหลัก มีสูตรการประมาณดังนี้

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 - q_1 \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1 - q_2 \cdot \hat{\sigma}_1\right)$

โดยที่หาค่า (q_1, q_2) ที่ทำให้ $\left[\ \exp(-q_1 \cdot \hat{\sigma}_1) - \exp(-q_2 \cdot \hat{\sigma}_1)\ \right]$ มีค่าน้อยที่สุด จากภายใต้ค่า $P(Z \le q_2) - P(Z \le q_1) = 1 - \alpha$

ค) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีเบส์

ในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น ด้วยวิธีเบส์ มีสูตรการประมาณดังนี้

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1\right)\cdot u_2$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง คือ $\exp\left(\hat{\beta}_1\right)\cdot u_1$

โดยที่หาค่า u_1, u_2 จากสมการ

$$P\left[\ Z \le \ln(u_2)/\hat{\sigma}_1\ \right] - P\left[\ Z \le \ln(u_1)/\hat{\sigma}_1\ \right] = 1-\alpha$$

และ $\qquad \ln(u_2)/\hat{\sigma}_1 \quad = \quad -\ln(u_1)/\hat{\sigma}_1 - 2\hat{\sigma}_1$

หรือ $\qquad a \quad = \quad -b - 2\hat{\sigma}_1$

เมื่อ $a = \ln\left(u_2\right)/\hat{\sigma}_1$, $b = \ln\left(u_1\right)/\hat{\sigma}_1$ และ $C = 1-\alpha$ จะได้ $P\left[Z \le a\right] - P\left[Z \le b\right] = 1-\alpha$

หาค่าประมาณของ a,b โดยใช้วิธีการนิวตัน-ราฟสัน (ภัทราทิพย์, 2545) ซึ่งมีสูตรกระทำซ้ำหรือสูตรเวียนบังเกิด สำหรับคำนวณหาค่ารากของสมการดังนี้

$$a_i = a_{i-1} - \frac{f\left(a_{i-1}\right)}{f'\left(a_{i-1}\right)}\ ,\ \ i = 1,2,\ldots$$

ฉะนั้นวิธีนี้นอกจากจะต้องกำหนดค่าเริ่มต้นแล้ว จะต้องหาฟังก์ชัน f' ด้วย ดังขั้นตอนต่อไปนี้

1) กำหนดค่า a เริ่มต้นให้เป็น a_0

2) คำนวณค่าความน่าจะเป็น $p_1 = \Phi\left(a\right) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy$ และ $p_2 = \Phi\left(b\right) = \int_{-\infty}^{b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy$ เมื่อ $b = -a - 2\hat{\sigma}_1$

จะได้ว่า $f(a) = \Phi(a) - \Phi(b) - C = 0$

$$f(a_0) = \int_{-\infty}^{a_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy - \int_{-\infty}^{b_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy - C = 0$$

3) คำนวณค่า $f'(a_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \exp\left(\frac{-a_0^2}{2}\right) - \exp\left(\frac{-b_0^2}{2}\right) \right\}$

4) คำนวณค่า $f(a_0)$ จากนั้นทำการแทนค่าที่คำนวณได้ในสมการข้างล่าง จะได้ค่าของ a ในรอบแรก นั่นคือ

$$a = a_0 - \frac{f(a_0)}{f'(a_0)}$$

5) คำนวณค่า $err = |a - a_0|$ ถ้าได้ค่า $err \le 0.001$ ผลลัพธ์ที่ได้ คือ $a = a_0$ แต่ถ้า $err > 0.001$ จะย้อนกลับไปทำในขั้นตอนที่ 3

6) คำนวณค่า $b = -a - 2\hat{\sigma}_1$

7) คำนวณค่า u_2 จาก $u_2 = \exp(a\hat{\sigma}_1)$

8) คำนวณค่า u_1 จาก $u_1 = \exp(b\hat{\sigma}_1)$

<u>ขั้นตอนที่ (6) การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงที่ประมาณได้</u>

ในแต่ละสถานการณ์จากวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี เมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นที่แต่ละระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียบร้อยแล้ว จะทำการตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้นั้นคลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่กำหนดไว้หรือไม่ หากช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการใดคลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น จะทำการนับจำนวนครั้งและบวกสะสมไว้ โดยที่ในแต่ละสถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน 1,000 รอบ ค่าบวกสะสมที่ได้คือจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นคลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น และนำมาหารด้วย 1,000 ค่าที่ได้นั้นคือค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีการประมาณ

<u>ขั้นตอนที่ (7) การคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น</u>

การคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ทำได้โดยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีการประมาณได้แล้ว จะหาผลต่างระหว่างขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (U_i) และขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (L_i) และบวกสะสมผลต่างนั้นเอาไว้ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

จะนำผลต่างของช่วงความเชื่อมั่นนั้นมาหาค่าเฉลี่ย เมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นครบ 1,000 รอบ มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$LENGH = \frac{\sum_{i=1}^{1000}(U_i - L_i)}{1000}$$

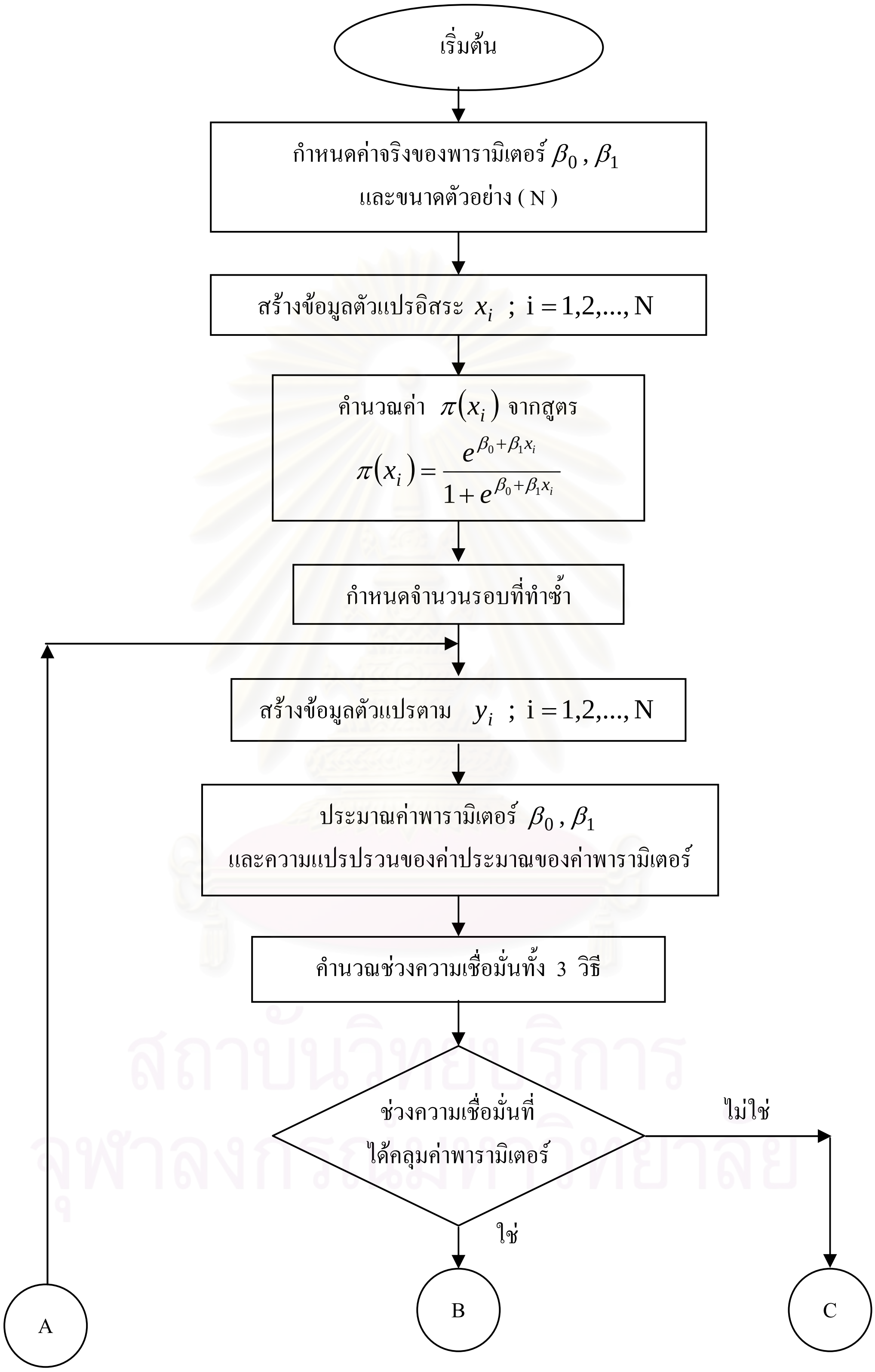
ขั้นตอนที่ (8) เปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงที่ประมาณได้

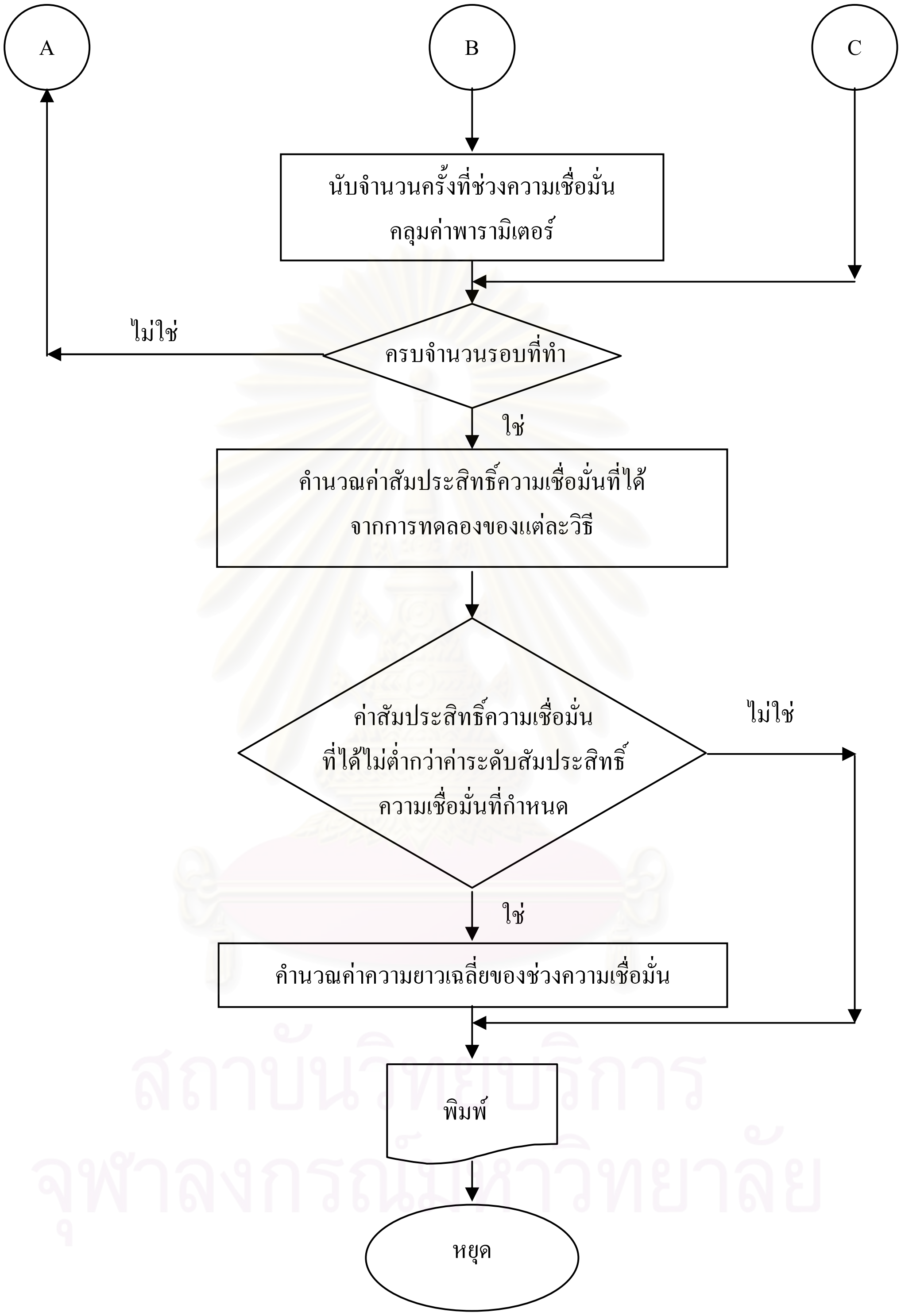
ในการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น เกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง มีค่าไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จะอาศัยจากการทดสอบสมมติฐาน โดยใช้ตัวสถิติ Z ดังนั้นที่ค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 0.90 , 0.95 และ 0.99 หากวิธีการประมาณใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และถ้าวิธีการใดมีค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ก็จะนำไป ทำการคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่อไป

ขั้นตอนที่ (9) สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

ในกรณีที่วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธี วิธีใดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ก็จะทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ว่าในแต่ละสถานการณ์ วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นวิธีใดที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยสั้นที่สุด จะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

ผังแสดงขั้นตอนในการวิจัย




A
B
C
นับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่น
คลุมค่าพารามิเตอร์
ไม่ใช่
ครบจำนวนรอบที่ทำ
ใช่
คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้
จากการทดลองของแต่ละวิธี
ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
ที่ได้ไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์
ความเชื่อมั่นที่กำหนด
ไม่ใช่
ใช่
คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น
พิมพ์
หยุด

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของค่าอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก 3 วิธี คือ

(1) วิธีแบบฉบับ (Classical Method : CLASSIC)

(2) วิธีปริมาณหลัก (Pivotal Quantity Method : PIVOT)

(3) วิธีเบส์ (Bayesian Method : BAYES)

ในการหาผลสรุปว่าวิธีการประมาณใดมีประสิทธิภาพที่สุด ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด จะพิจารณาคัดเลือกวิธีการประมาณแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ในขั้นตอนแรก จะพิจารณาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธีการประมาณก่อน คือได้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ และคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด อีกทีหนึ่งในขั้นตอนที่สอง แล้วจึงเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นในสถานการณ์ต่างๆ ว่าช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณใดที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

การนำเสนอผลการวิจัยนี้ได้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปแบบตารางและรูปกราฟ เพื่อความสะดวกในการอธิบาย จึงใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้ เพื่อแทนความหมายต่างๆ

β_1	หมายถึง	ค่าพารามิเตอร์
N	หมายถึง	ขนาดตัวอย่าง
CLASSIC	หมายถึง	การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีแบบฉบับ
PIVOT	หมายถึง	การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีปริมาณหลัก
BAYES	หมายถึง	การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีเบส์

4.1 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจง 2 แบบ คือ

4.1.1 ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

ผู้วิจัยทำการศึกษาที่ค่าพารามิเตอร์ $\beta_1 = 0.3,\ 0.5,\ 0.7,\ 0.9,\ 1.0$ และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5,0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	**ขนาดตัวอย่าง N**	**ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง**								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.3	**20**	0.922	0.911	0.964	0.954	0.964	0.977	0.996	0.995	0.997
	30	0.902	0.895	0.939	0.950	0.940	0.969	0.994	0.990	0.995
	40	0.896	0.889	0.936	0.941	0.940	0.956	0.991	0.986	0.992
	50	0.898	0.891	0.944	0.947	0.944	0.973	0.992	0.989	0.995
	60	0.887	0.889	0.926	0.949	0.940	0.965	0.987	0.986	0.988
	70	0.890	0.886	0.925	0.943	0.941	0.950	0.989	0.986	0.993
	80	0.889	0.888	0.933	0.941	0.942	0.954	0.987	0.986	0.988
	90	0.897	0.890	0.938	0.945	0.946	0.965	0.991	0.990	0.995
	100	0.889	0.889	0.925	0.942	0.942	0.957	0.989	0.987	0.990

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.5	**20**	0.924	0.889	0.960	0.980	0.960	0.988	0.997	0.994	0.997
	30	0.912	0.908	0.945	0.967	0.945	0.975	0.995	0.989	0.996
	40	0.916	0.889	0.948	0.961	0.948	0.970	0.992	0.987	0.993
	50	0.907	0.901	0.945	0.961	0.946	0.983	0.996	0.990	0.997
	60	0.895	0.887	0.940	0.956	0.941	0.970	0.987	0.986	0.989
	70	0.897	0.891	0.932	0.956	0.943	0.971	0.989	0.987	0.990
	80	0.897	0.913	0.941	0.951	0.949	0.971	0.988	0.986	0.989
	90	0.900	0.906	0.948	0.950	0.950	0.971	0.993	0.989	0.993
	100	0.897	0.895	0.936	0.951	0.945	0.964	0.987	0.986	0.990

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.7	**20**	0.923	0.903	0.962	0.967	0.962	0.974	0.995	0.992	0.995
	30	0.925	0.907	0.947	0.966	0.947	0.971	0.992	0.990	0.993
	40	0.920	0.892	0.943	0.975	0.943	0.981	0.992	0.988	0.993
	50	0.920	0.908	0.958	0.964	0.958	0.980	0.993	0.993	0.994
	60	0.915	0.894	0.946	0.958	0.946	0.971	0.990	0.988	0.992
	70	0.912	0.906	0.942	0.958	0.942	0.968	0.993	0.988	0.993
	80	0.914	0.912	0.949	0.953	0.949	0.970	0.990	0.987	0.990
	90	0.918	0.913	0.953	0.961	0.959	0.973	0.997	0.993	0.997
	100	0.912	0.898	0.934	0.962	0.944	0.971	0.994	0.987	0.994

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
0.9	**20**	0.940	0.929	0.956	0.976	0.956	0.984	0.997	0.994	0.997
	30	0.937	0.904	0.951	0.977	0.951	0.979	0.994	0.993	0.994
	40	0.931	0.905	0.949	0.973	0.950	0.977	0.994	0.991	0.994
	50	0.935	0.922	0.964	0.981	0.964	0.987	0.992	0.993	0.993
	60	0.918	0.915	0.944	0.969	0.954	0.974	0.993	0.989	0.993
	70	0.935	0.907	0.951	0.967	0.951	0.972	0.992	0.990	0.992
	80	0.929	0.914	0.958	0.970	0.964	0.978	0.997	0.991	0.997
	90	0.941	0.910	0.961	0.973	0.961	0.982	0.996	0.991	0.996
	100	0.927	0.901	0.943	0.959	0.948	0.965	0.995	0.991	0.995

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
	20	0.944	0.932	0.967	0.979	0.967	0.983	0.997	0.993	0.997
	30	0.950	0.922	0.962	0.978	0.962	0.979	0.994	0.992	0.995
	40	0.946	0.933	0.957	0.975	0.957	0.977	0.996	0.990	0.996
	50	0.940	0.923	0.962	0.979	0.964	0.986	0.992	0.993	0.993
1.0	**60**	0.936	0.918	0.948	0.969	0.952	0.971	0.994	0.989	0.994
	70	0.935	0.907	0.950	0.968	0.950	0.970	0.994	0.990	0.994
	80	0.940	0.917	0.962	0.969	0.963	0.978	0.995	0.992	0.995
	90	0.939	0.920	0.959	0.972	0.959	0.980	0.997	0.993	0.997
	100	0.929	0.913	0.942	0.964	0.952	0.966	0.993	0.990	0.993

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
1.5	**20**	0.961	0.942	0.967	0.993	0.967	0.994	0.998	0.999	0.998
	30	0.959	0.926	0.962	0.981	0.962	0.982	0.997	0.995	0.997
	40	0.962	0.912	0.964	0.990	0.967	0.990	0.998	0.996	0.998
	50	0.957	0.924	0.960	0.986	0.960	0.987	0.998	0.995	0.998
	60	0.954	0.913	0.957	0.976	0.957	0.976	0.995	0.990	0.995
	70	0.956	0.915	0.958	0.971	0.958	0.971	0.994	0.990	0.994
	80	0.948	0.919	0.953	0.979	0.953	0.981	0.996	0.990	0.996
	90	0.958	0.911	0.963	0.990	0.963	0.990	0.998	0.996	0.998
	100	0.948	0.908	0.948	0.966	0.958	0.966	0.990	0.987	0.990

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

จากตารางที่ 4.1 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

<u>ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90</u>

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.8844

<u>ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95</u>

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.9387

<u>ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99</u>

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.9848

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.1 ทุกค่าจริงพารามิเตอร์ β_1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และทุกขนาดตัวอย่าง N ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของการประมาณช่วงความเชื่อมั่นวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ตามลำดับ

4.1.2 ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

ผู้วิจัยทำการศึกษาที่ค่าพารามิเตอร์ $\beta_1 = 0.3,\ 0.5,\ 0.7,\ 0.9,\ 1.0$ และ 1.5 และค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5,0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
0.3	20	0.895	0.892	0.911	0.968	0.954	0.971	0.998	0.993	0.998
	30	0.895	0.890	0.904	0.944	0.942	0.949	0.989	0.988	0.989
	40	0.894	0.889	0.899	0.945	0.941	0.952	0.990	0.989	0.990
	50	0.895	0.890	0.902	0.944	0.842	0.956	0.990	0.988	0.990
	60	0.893	0.889	0.901	0.944	0.941	0.952	0.989	0.987	0.989
	70	0.896	0.890	0.899	0.945	0.941	0.953	0.990	0.987	0.990
	80	0.892	0.887	0.897	0.948	0.943	0.950	0.990	0.988	0.990
	90	0.893	0.889	0.899	0.952	0.946	0.955	0.989	0.987	0.989
	100	0.895	0.890	0.898	0.953	0.949	0.952	0.989	0.988	0.989

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.5	**20**	0.901	0.895	0.913	0.969	0.951	0.970	0.998	0.993	0.998
	30	0.897	0.890	0.905	0.946	0.942	0.956	0.988	0.987	0.988
	40	0.892	0.890	0.903	0.948	0.944	0.953	0.990	0.987	0.990
	50	0.897	0.889	0.904	0.946	0.943	0.956	0.989	0.988	0.989
	60	0.896	0.890	0.902	0.949	0.945	0.958	0.991	0.989	0.991
	70	0.896	0.892	0.901	0.949	0.943	0.956	0.990	0.989	0.990
	80	0.893	0.890	0.903	0.951	0.943	0.956	0.989	0.988	0.989
	90	0.894	0.892	0.905	0.955	0.945	0.959	0.990	0.989	0.990
	100	0.896	0.892	0.903	0.956	0.947	0.958	0.990	0.989	0.990

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.7	**20**	0.908	0.899	0.918	0.961	0.948	0.961	0.998	0.994	0.998
	30	0.899	0.892	0.905	0.947	0.942	0.955	0.989	0.987	0.989
	40	0.895	0.890	0.902	0.945	0.942	0.956	0.990	0.987	0.990
	50	0.899	0.891	0.903	0.947	0.943	0.953	0.990	0.988	0.990
	60	0.902	0.892	0.906	0.947	0.944	0.957	0.992	0.990	0.992
	70	0.911	0.896	0.915	0.951	0.946	0.957	0.990	0.989	0.990
	80	0.906	0.891	0.916	0.949	0.945	0.955	0.992	0.990	0.992
	90	0.909	0.898	0.915	0.955	0.947	0.959	0.991	0.989	0.991
	100	0.913	0.903	0.916	0.957	0.949	0.956	0.991	0.989	0.991

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.9	**20**	0.917	0.898	0.924	0.965	0.944	0.965	0.998	0.994	0.998
	30	0.901	0.894	0.901	0.945	0.942	0.952	0.989	0.987	0.989
	40	0.904	0.895	0.905	0.946	0.943	0.955	0.989	0.988	0.989
	50	0.918	0.895	0.919	0.949	0.945	0.953	0.989	0.987	0.989
	60	0.922	0.892	0.923	0.952	0.947	0.953	0.990	0.990	0.990
	70	0.933	0.903	0.933	0.957	0.945	0.957	0.989	0.990	0.989
	80	0.927	0.902	0.933	0.950	0.944	0.956	0.991	0.989	0.991
	90	0.922	0.896	0.929	0.953	0.948	0.960	0.990	0.990	0.990
	100	0.933	0.908	0.933	0.950	0.948	0.961	0.992	0.989	0.992

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
1.0	**20**	0.922	0.893	0.927	0.966	0.949	0.966	0.998	0.995	0.998
	30	0.908	0.889	0.909	0.952	0.947	0.952	0.990	0.987	0.990
	40	0.906	0.898	0.907	0.955	0.948	0.955	0.989	0.987	0.989
	50	0.919	0.894	0.920	0.956	0.947	0.956	0.990	0.988	0.990
	60	0.937	0.901	0.937	0.954	0.949	0.954	0.991	0.989	0.991
	70	0.936	0.898	0.936	0.958	0.948	0.958	0.992	0.990	0.992
	80	0.929	0.892	0.929	0.954	0.949	0.954	0.993	0.989	0.993
	90	0.939	0.893	0.939	0.956	0.948	0.956	0.994	0.988	0.994
	100	0.938	0.896	0.938	0.958	0.949	0.958	0.994	0.990	0.994

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
1.5	**20**	0.952	0.909	0.952	0.971	0.952	0.971	0.998	0.995	0.998
	30	0.937	0.918	0.937	0.952	0.947	0.952	0.990	0.988	0.990
	40	0.939	0.901	0.939	0.955	0.949	0.955	0.992	0.988	0.992
	50	0.951	0.910	0.951	0.971	0.951	0.971	0.991	0.987	0.991
	60	0.947	0.911	0.947	0.974	0.950	0.974	0.992	0.990	0.992
	70	0.954	0.909	0.954	0.975	0.955	0.975	0.994	0.991	0.994
	80	0.939	0.902	0.939	0.960	0.952	0.960	0.996	0.993	0.996
	90	0.953	0.906	0.953	0.971	0.954	0.971	0.998	0.993	0.998
	100	0.930	0.904	0.930	0.961	0.951	0.961	0.998	0.994	0.998

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการทดลองต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

จากตารางที่ 4.2 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.8844

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.9387

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ของการประมาณวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของช่วงความเชื่อมั่น ไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.9848

ข้อสรุป

จากตารางที่ 4.2 ทุกค่าจริงพารามิเตอร์ β_1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และทุกขนาดตัวอย่าง N ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของการประมาณช่วงความเชื่อมั่น วิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ตามลำดับ

4.2 การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการศึกษาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจง 2 แบบ คือ

4.2.1 ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

ทำการศึกษาที่ค่าพารามิเตอร์ $\beta_1 = 0.3,\ 0.5,\ 0.7,\ 0.9,\ 1.0$ และ 1.5 และค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.3 และรูปที่ 4.1 - 4.3

ตารางที่ 4.3 การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5,0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
0.3	20	17.3373	11.2461*	17.6531	25.9525	17.6535*	26.1716	56.7865	41.5126*	56.8945
	30	9.4440	6.8582*	9.7964	13.1074	9.8128*	13.3699	24.3968	19.1898*	24.5451
	40	6.0281	4.7051*	6.3602	8.0262	6.3906*	8.2852	13.6430	11.2385*	13.8028
	50	4.8918	3.9951*	5.2244	6.3596	5.2675*	6.6265	10.2472	8.7010*	10.4210
	60	4.1156	3.4645*	4.4327	5.2716	4.4848*	5.5311	8.2127	7.1204*	8.3884
	70	3.5281	3.0337*	3.8221	4.4744	3.8797*	4.7187	6.8144	5.9971*	6.9845
	80	3.2836	2.8760*	3.5743	4.1298	3.6410*	4.3745	6.1703	5.5034*	6.3453
	90	2.8681	2.5524*	3.1341	3.5819	3.2038*	3.8085	5.2649	4.7523*	5.4306
	100	2.8943	2.5794*	3.1632	3.6130	3.2353*	3.8423	5.3050	4.7933*	5.4732

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
0.5	20	22.2418	14.2495*	22.6117	33.5853	22.6106*	33.8396	74.8185	54.2731*	74.9416
	30	12.1805	8.7031*	12.5935	17.0766	12.6096*	17.3813	32.4840	25.2886*	32.6530
	40	7.9803	6.1284*	8.3852	10.7211	8.4178*	11.0337	18.5884	15.1514*	18.7776
	50	6.3935	5.1615*	6.8063	8.3606	6.8552*	8.6893	13.6488	11.4999*	13.8597
	60	5.3871	4.4817*	5.7830	6.9400	5.8425*	7.2615	10.9541	9.4193*	11.1685
	70	4.5940	3.9067*	4.9618	5.8567	5.0279*	6.1599	9.0268	7.8815*	9.2350
	80	4.2407	3.6825*	4.6060	5.3542	4.6839*	5.6598	8.0711	7.1536*	8.2870
	90	3.7227	3.2881*	4.0608	4.6647	4.1438*	4.9510	6.9091	6.2009*	7.1162
	100	3.8234	3.3728*	4.1688	4.7940	4.2536*	5.0863	7.1121	6.3768*	7.3234

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
0.7	20	29.9621	18.8141*	30.3945	45.9157	30.3915*	46.2092	105.4622	75.5108*	105.6010
	30	15.9539	11.1745*	16.4338	22.6550	16.4485*	23.0048	44.2968	34.0483*	44.4865
	40	10.5688	7.9736*	11.0572	14.3416	11.0908*	14.7145	25.4179	20.4838*	25.6388
	50	8.1795	6.5217*	8.6782	10.7645	8.7316*	11.1583	17.8243	14.8954*	18.0731
	60	6.9589	5.7191*	7.4449	9.0187	7.5113*	9.4102	14.4289	12.3043*	14.6859
	70	5.9040	4.9673*	6.3578	7.5645	6.4324*	7.9358	11.7927	10.2200*	12.0439
	80	5.3907	4.6379*	5.8407	6.8351	5.9295*	7.2091	10.4041	9.1599*	10.6649
	90	4.7490	4.1601*	5.1698	5.9723	5.2661*	6.3265	8.9206	7.9575*	9.1738
	100	4.9253	4.2993*	5.3563	6.2045	5.4530*	6.5665	9.3048	8.2779*	9.5625

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.9	**20**	36.3667	22.5633*	36.8447	56.2134	36.8400*	56.5349	131.3775	93.3793*	131.5267
	30	19.8892	13.7208*	20.4315	28.5181	20.4442*	28.9094	56.9060	43.3362*	57.1141
	40	13.6046	10.0821*	14.1748	18.6550	14.2081*	19.0856	33.8253	26.9496*	34.0752
	50	10.2320	8.0630*	10.8215	13.5481	10.8787*	14.0100	22.7381	18.8574*	23.0256
	60	8.6238	7.0112*	9.1984	11.2365	9.2702*	11.6960	18.1943	15.4032*	18.4917
	70	7.3770	6.1371*	7.9191	9.5030	8.0004*	9.9432	14.9971	12.8966*	15.2905
	80	6.6912	5.7020*	7.2311	8.5215	7.3293*	8.9671	13.1024	11.4576*	13.4090
	90	5.9051	5.1300*	6.4148	7.4540	6.5234*	7.8804	11.2303	9.9569*	11.5314
	100	6.2964	5.4316*	6.8264	7.9742	6.9341*	8.4157	12.1067	10.6787*	12.4159

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
1.0	**20**	56.2134	36.8400*	56.5349	66.4574	43.0479*	66.7967	158.7672	111.8024*	158.9227
	30	28.5181	20.4442*	28.9094	32.2277	22.9462*	32.6417	65.0184	49.2695*	65.2362
	40	18.6550	14.2081*	19.0856	20.6698	15.6634*	21.1269	37.7519	29.9692*	38.0150
	50	13.5481	10.8787*	14.0100	15.2399	12.1669*	15.7386	25.7775	21.2860*	26.0852
	60	11.2365	9.2702*	11.6960	12.4010	10.1816*	12.8925	20.2055	17.0428*	20.5213
	70	9.5030	8.0004*	9.9432	10.5595	8.8445*	11.0338	16.7708	14.3649*	17.0846
	80	8.5215	7.3293*	8.9671	9.6416	8.2484*	10.1312	14.9195	12.9918*	15.2537
	90	7.4540	6.5234*	7.8804	8.3255	7.2578*	8.7926	12.5992	11.1360*	12.9271
	100	7.9742	6.9341*	8.4157	8.9162	7.7124*	9.3965	13.6211	11.9640*	13.9548

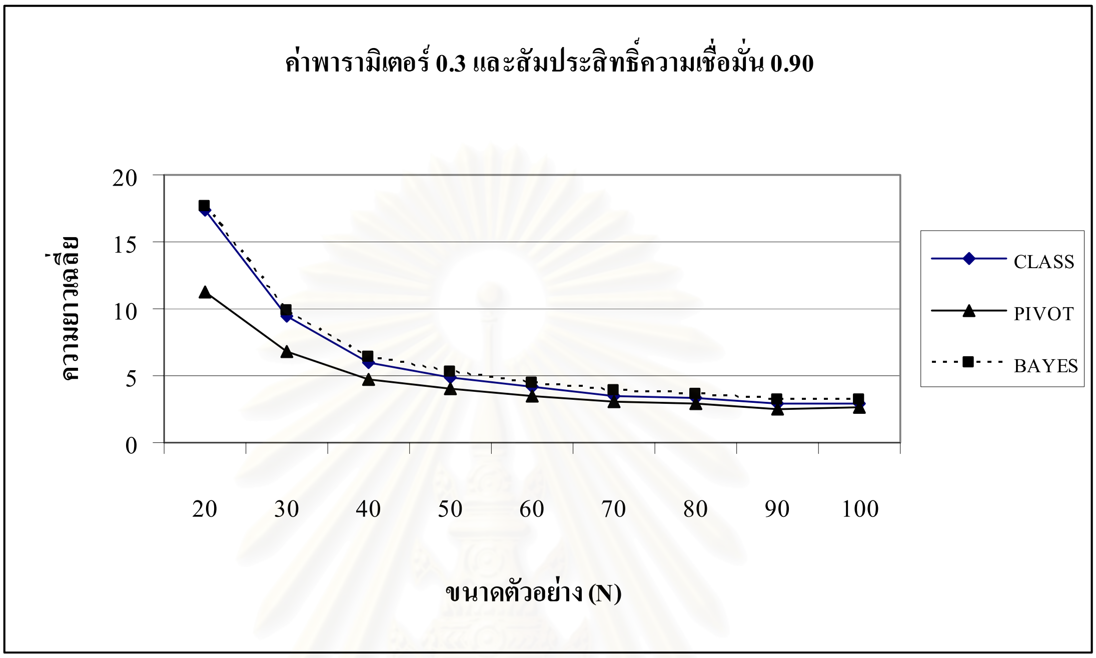
* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

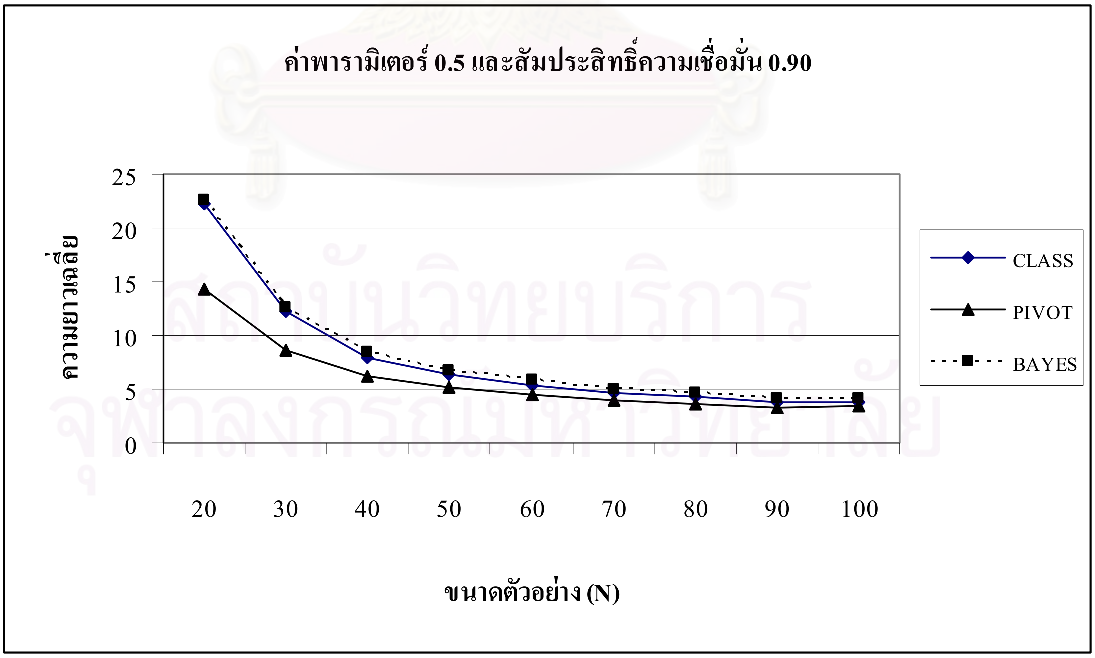
ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
1.5	20	64.9371	38.6790*	65.5533	103.4552	65.5432*	103.8567	256.8548	178.0211*	257.0303
	30	34.5654	22.9562*	35.2877	50.7956	35.2917*	51.3018	106.6133	79.3829*	106.8674
	40	23.3637	16.7058*	24.1525	32.7117	24.1805*	33.2922	61.9852	48.3373*	62.3053
	50	17.7504	13.5331*	18.6133	23.9215	18.6746*	24.5826	41.7250	33.8892*	42.1186
	60	14.6601	11.5492*	15.5029	19.4096	15.5833*	20.0694	32.5622	27.0071*	32.9718
	70	12.7249	10.2576*	13.5404	16.6481	13.6344*	17.2961	27.1997	22.9023*	27.6140
	80	11.8488	9.7923*	12.6960	15.3110	12.8154*	15.9955	24.3299	20.8308*	24.7818
	90	10.3794	8.7907*	11.1984	13.2549	11.3385*	13.9277	20.5067	17.8574*	20.9652
	100	10.9741	9.1781*	11.7978	14.1003	11.9265*	14.7714	22.1212	19.0932*	22.5715

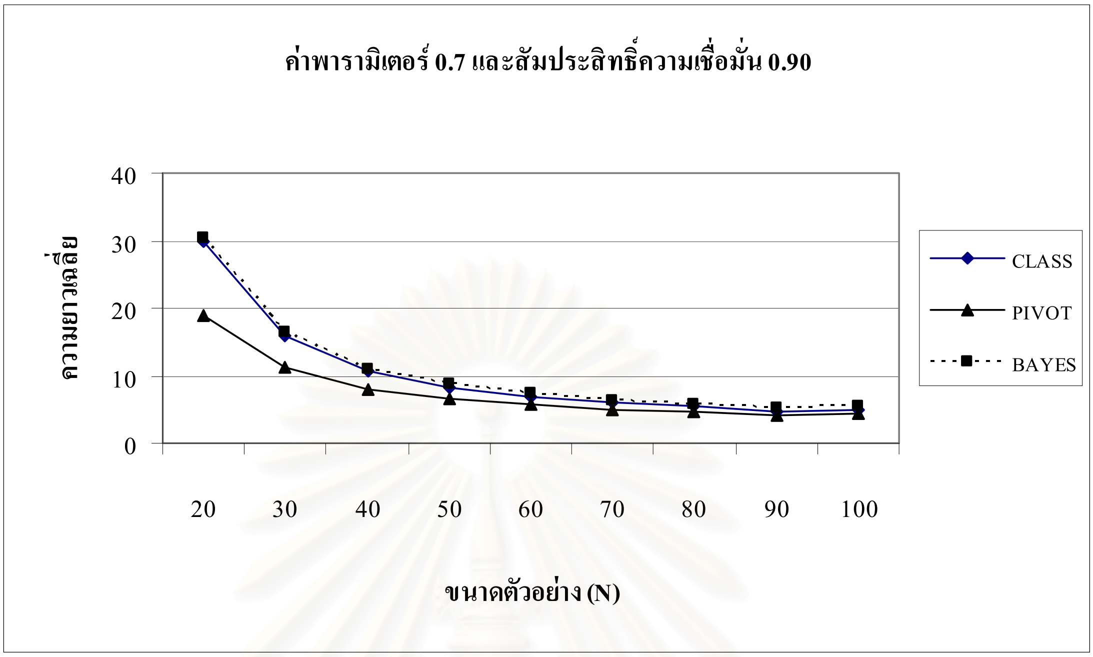
* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

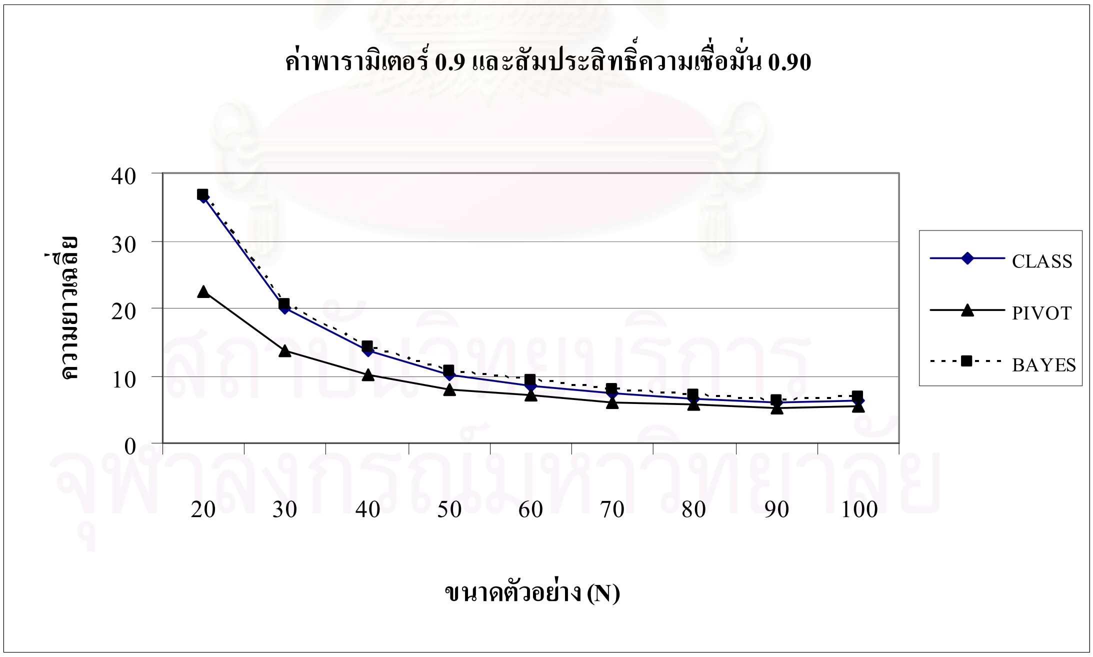
รูปที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี



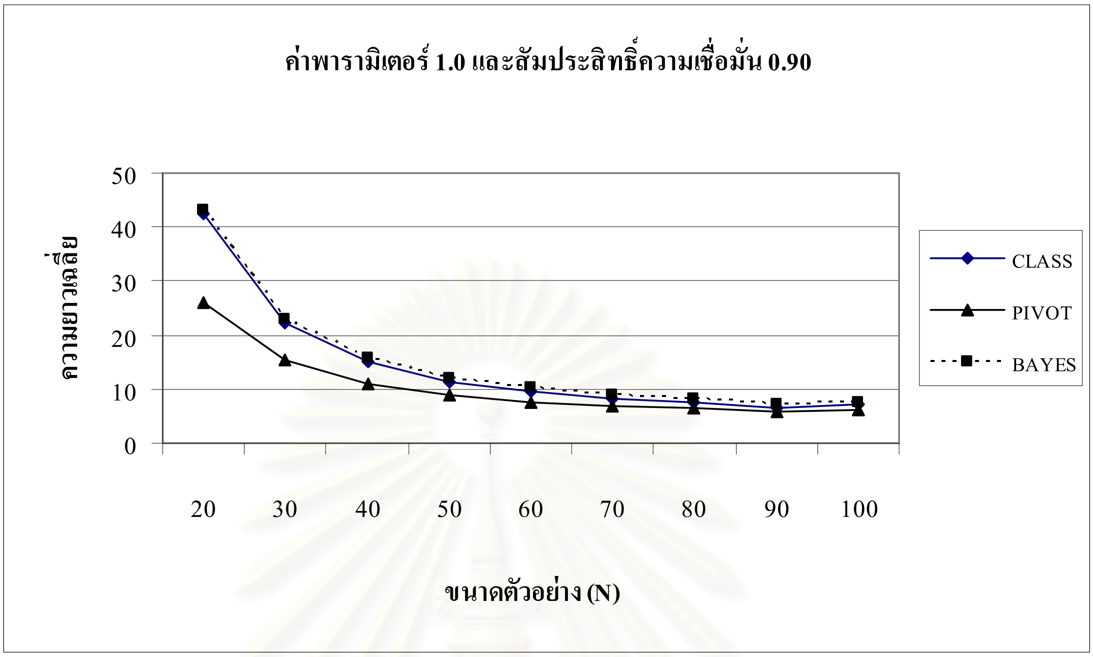


รูปที่ 4.1 (ต่อ)

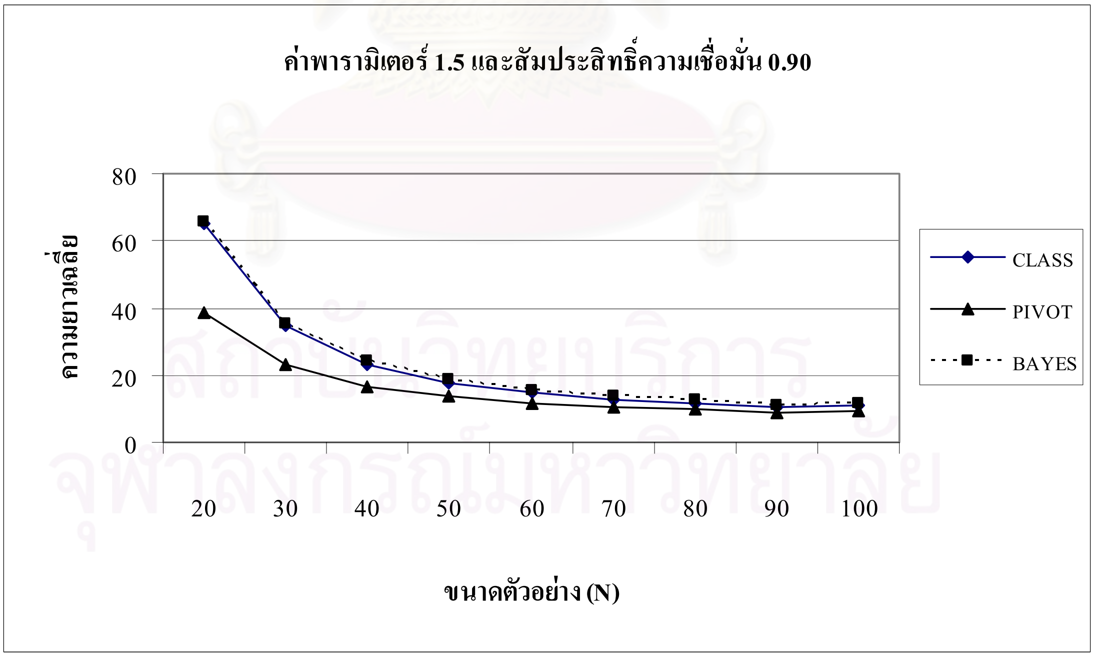

ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
40
30
20
10
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES


ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
40
30
20
10
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

รูปที่ 4.1 (ต่อ)

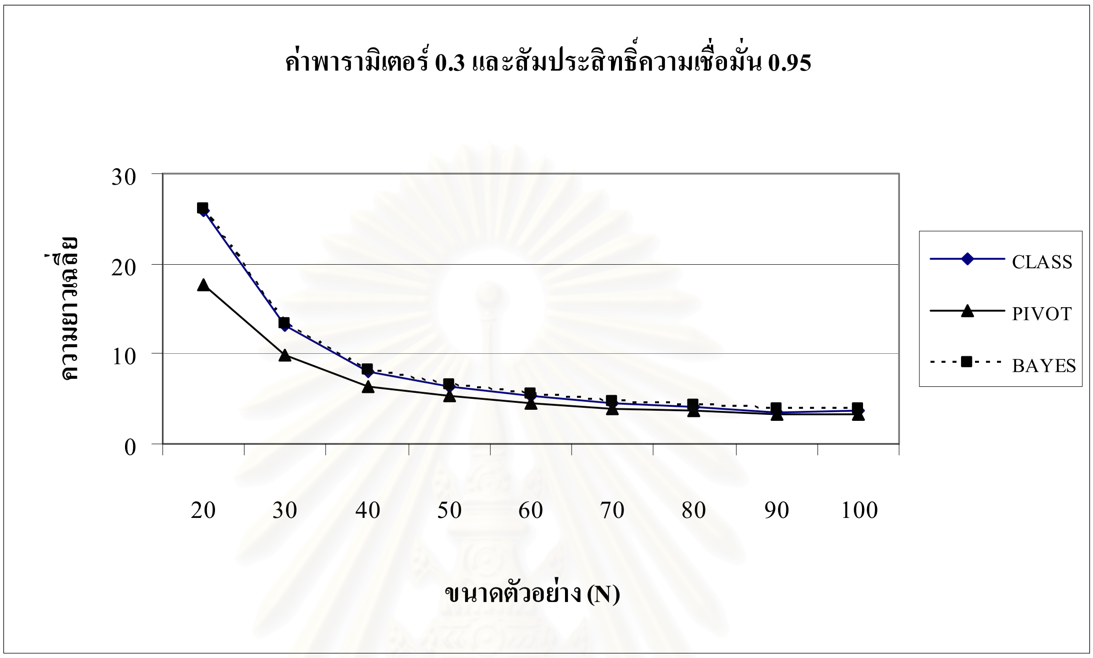


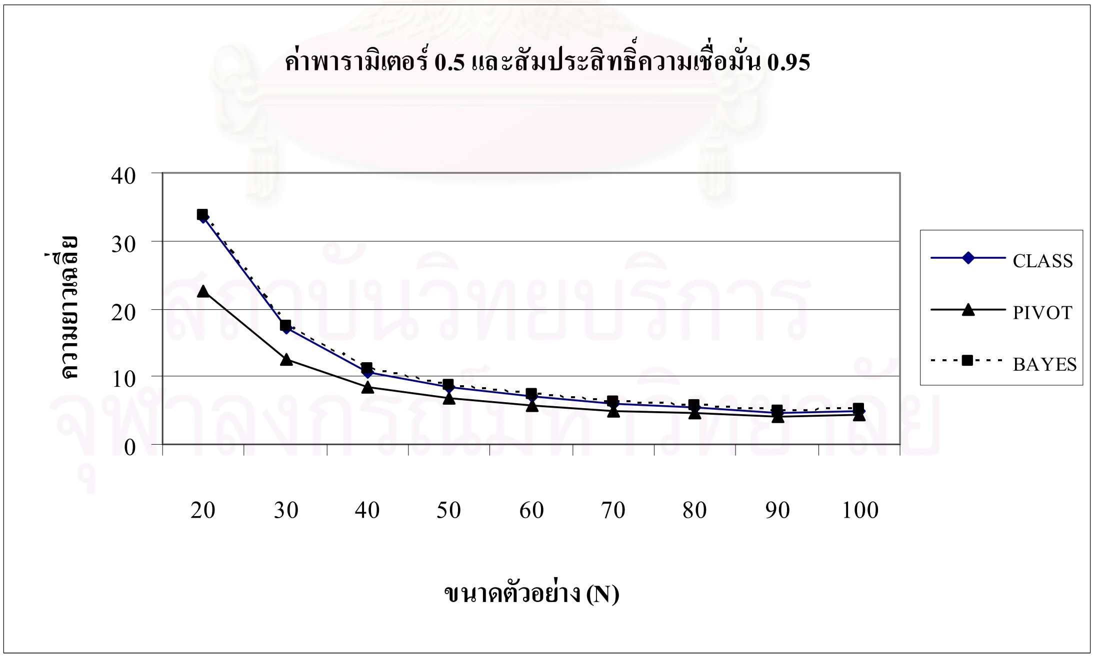
ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
0
10
20
30
40
50
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES



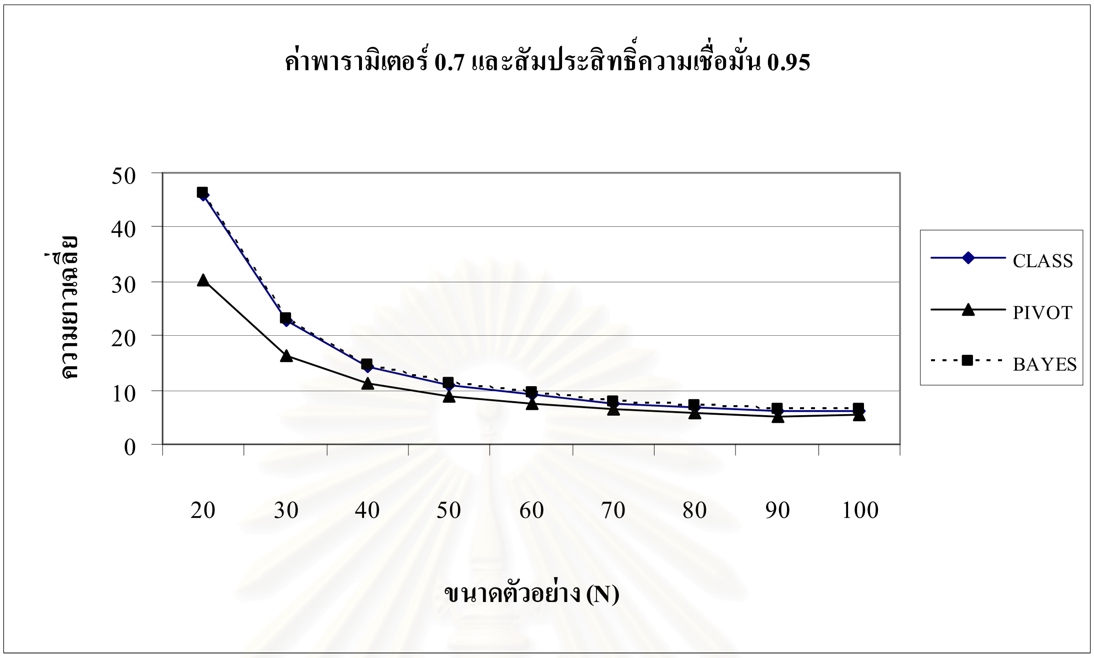
ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
0
20
40
60
80
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

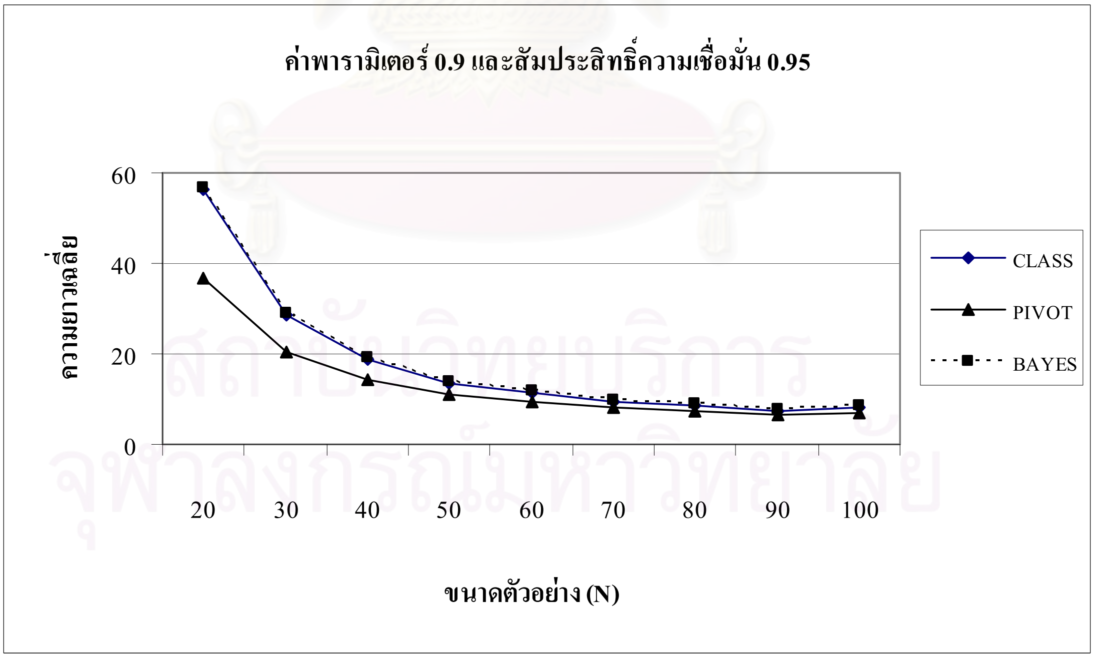
รูปที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี



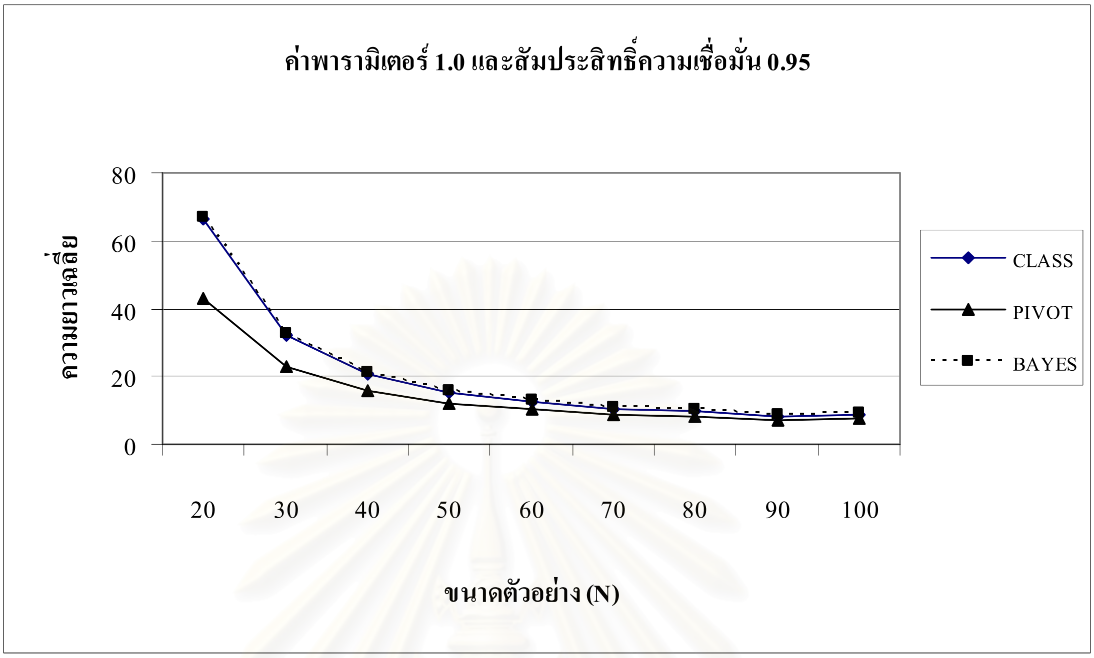


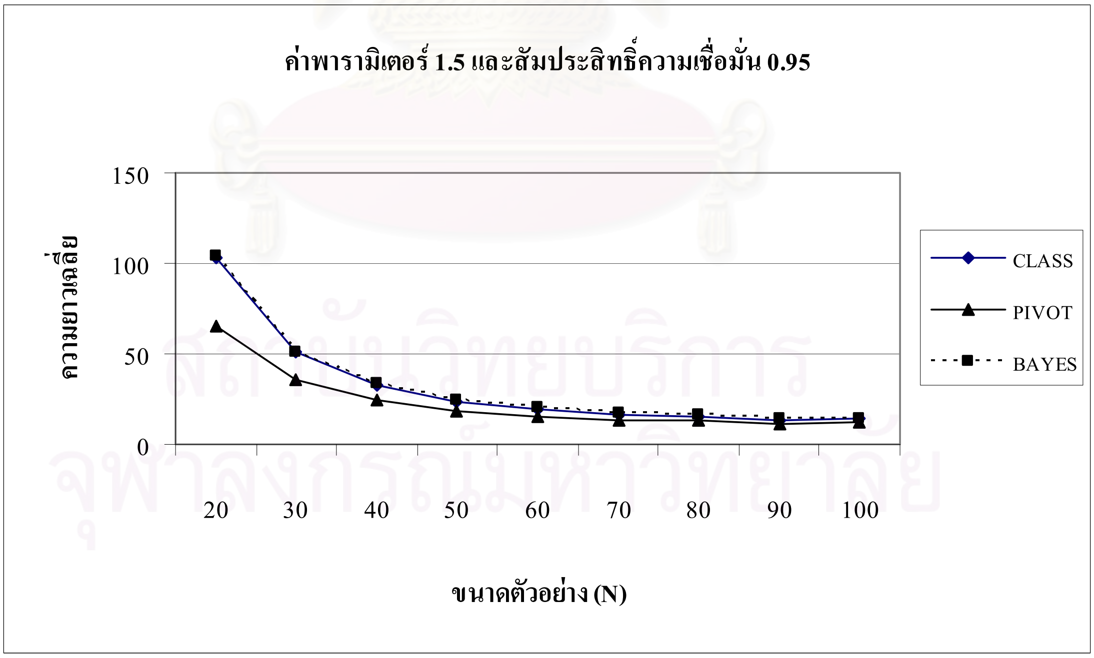
รูปที่ 4.2 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
50
40
30
20
10
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

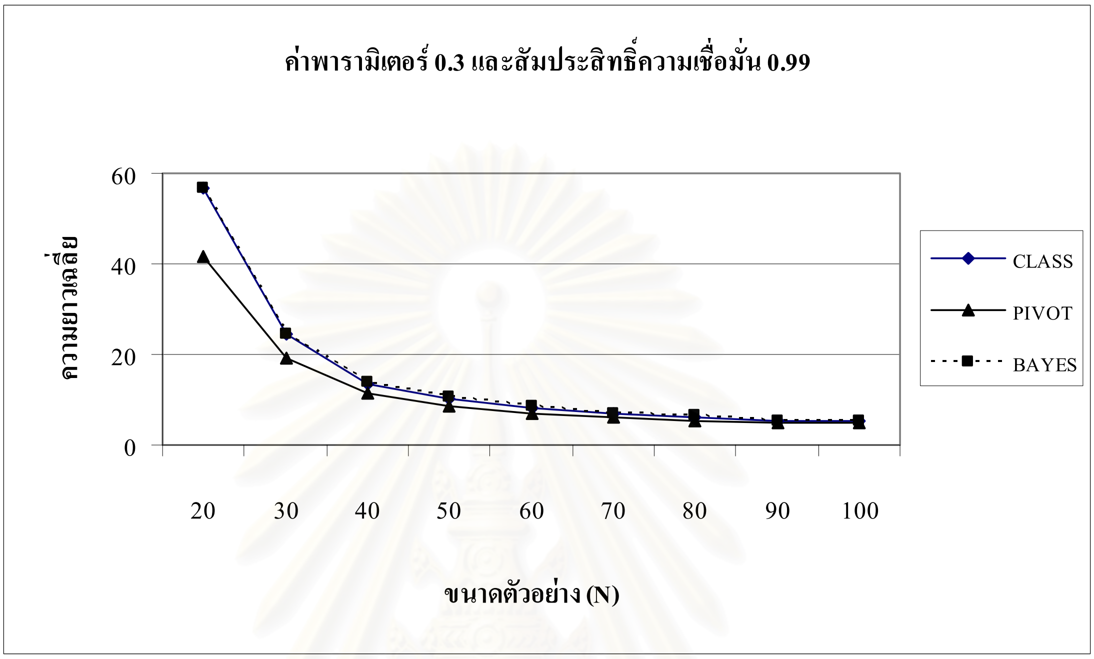

ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
60
40
20
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

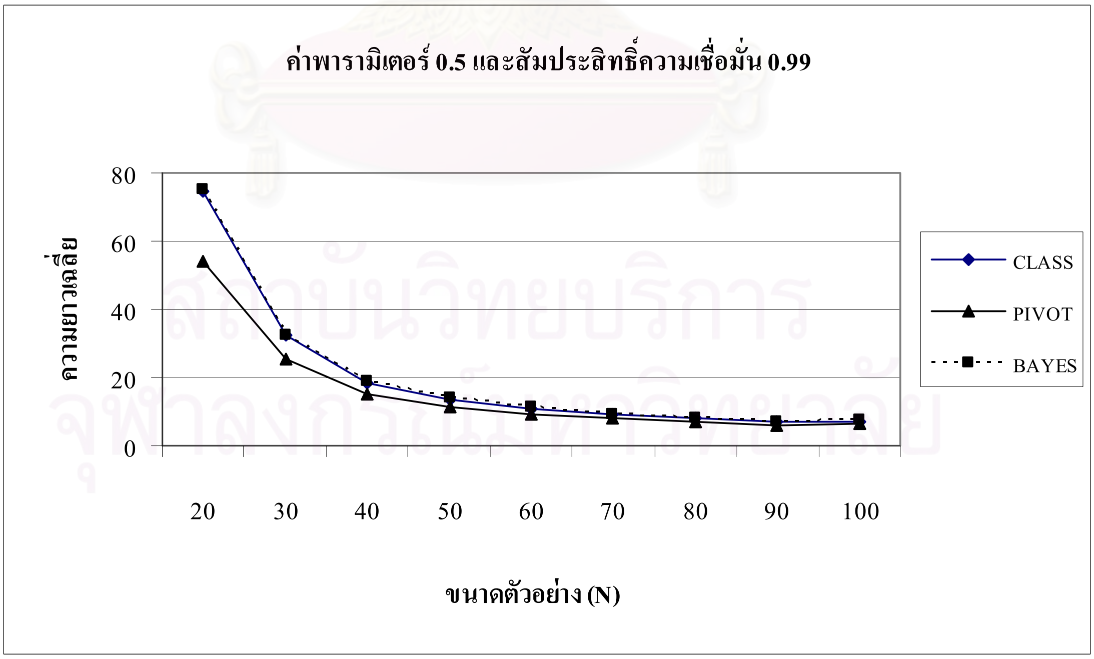
รูปที่ 4.2 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
0
20
40
60
80
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

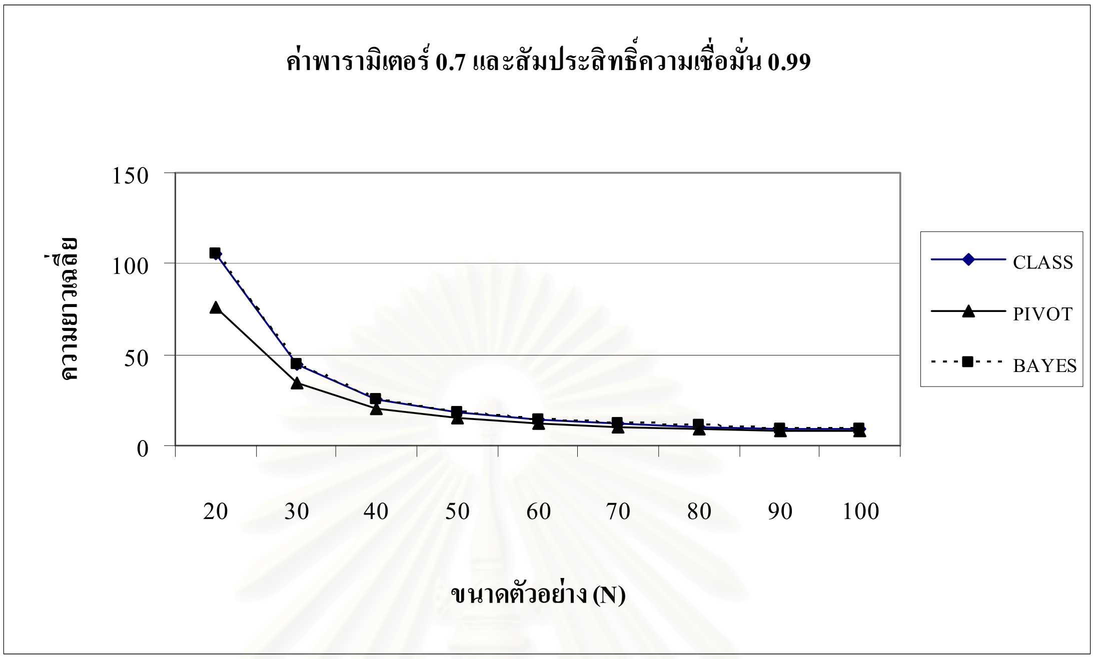

ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
0
50
100
150
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

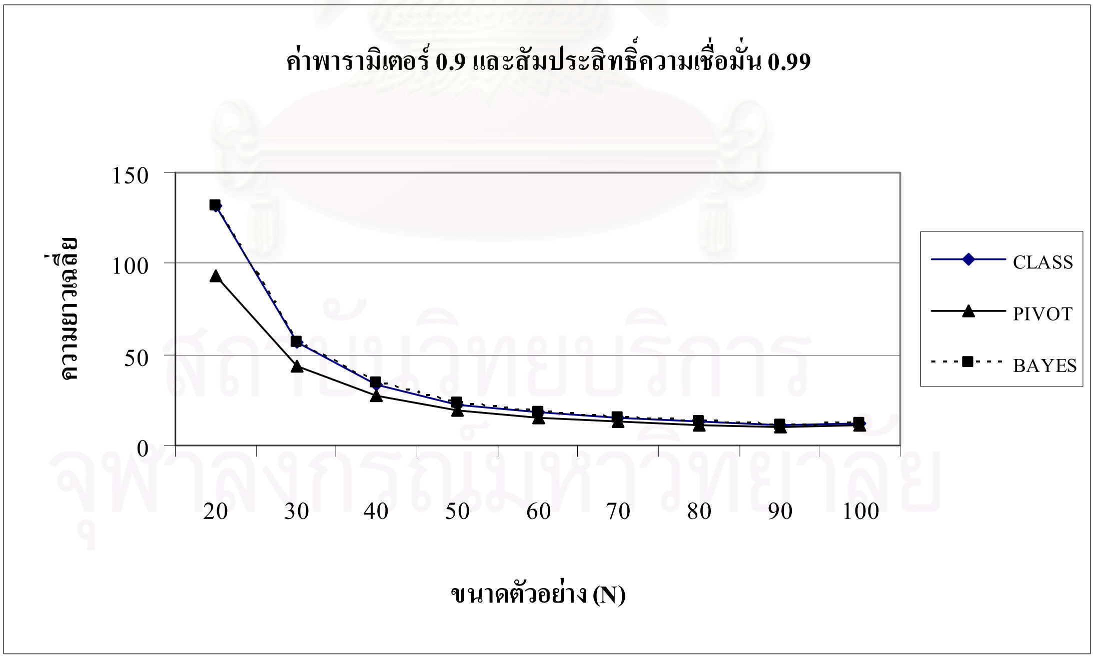
รูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี



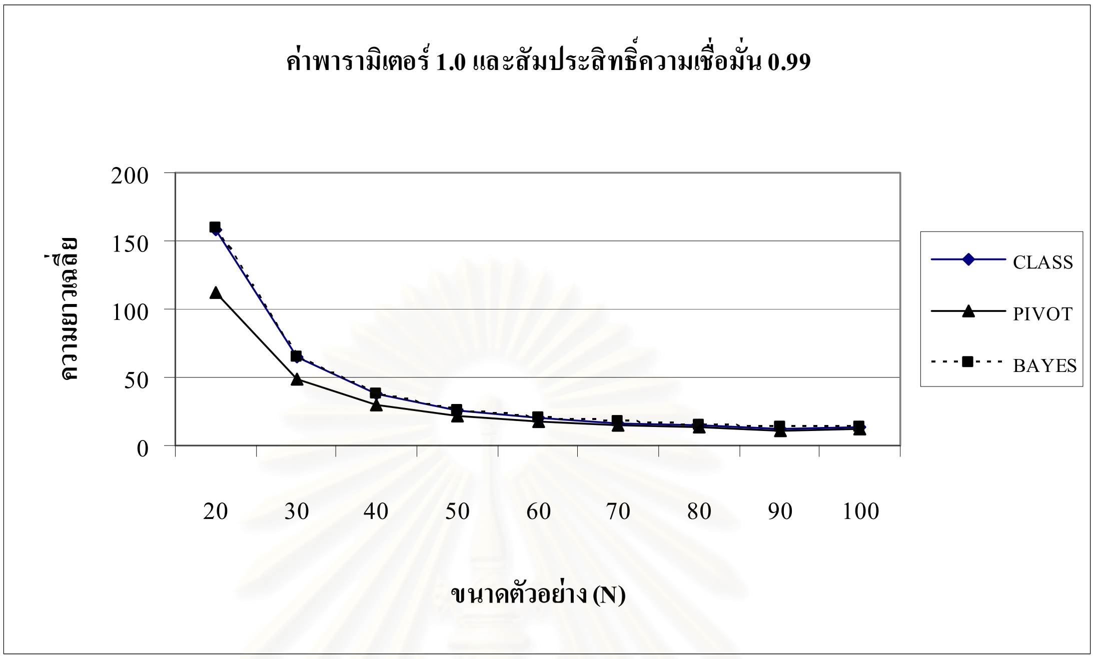


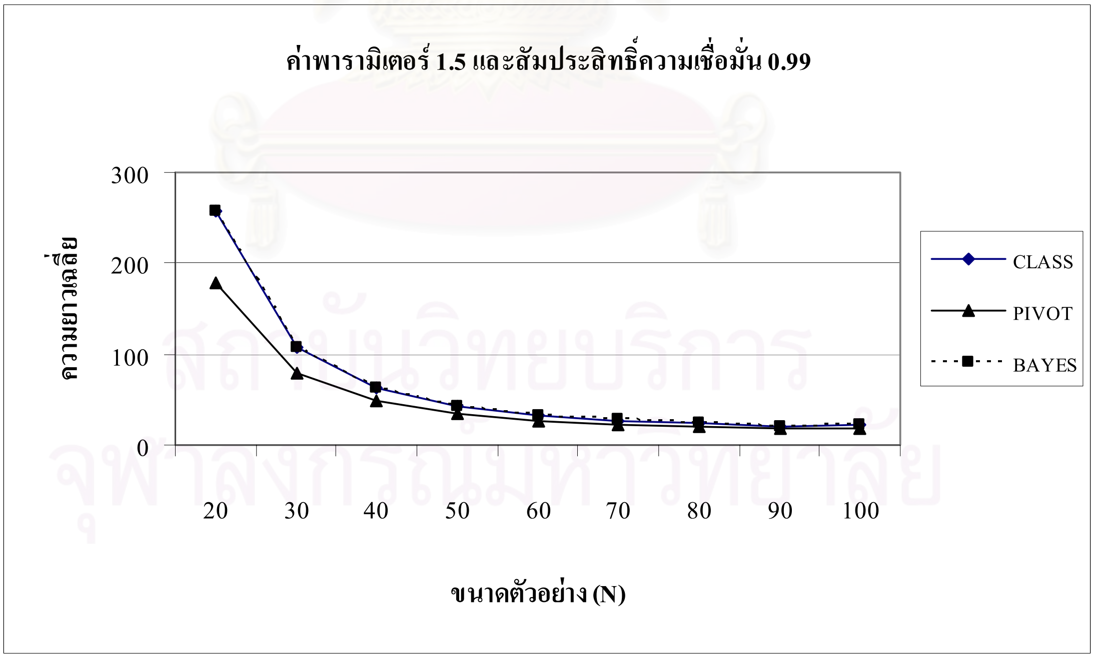
รูปที่ 4.3 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
150
100
50
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES


ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
150
100
50
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

รูปที่ 4.3 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
200
150
100
50
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES


ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
300
200
100
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

จากตารางที่ 4.3 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1 =0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.1

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1 =0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 70, 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.2

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1 =0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 60, 70, 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.3

ข้อสรุป

ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ β_1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และทุกขนาดตัวอย่าง N วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ทั้ง 3 วิธีการประมาณให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

เมื่อค่าพารามิเตอร์ β_1 เพิ่มขึ้น ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างคงที่

เมื่อขนาดตัวอย่าง N เพิ่มขึ้น ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลง เมื่อค่าพารามิเตอร์ β_1 คงที่

4.2.2 ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

ทำการศึกษาที่ค่าพารามิเตอร์ $\beta_1 = 0.3,\ 0.5,\ 0.7,\ 0.9,\ 1.0$ และ 1.5 และค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้ได้นำเสนอในตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.4 - 4.6

ตารางที่ 4.4 การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5,0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	**ขนาดตัวอย่าง N**	**ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น**								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.3	**20**	54.7347	29.2506*	54.9722	95.3922	54.9680*	95.5381	123.4873	87.7421*	123.6237
	30	15.3942	9.8398*	15.6739	23.4162	15.6814*	23.6152	42.7165	32.7806*	42.8973
	40	9.4061	6.7119*	9.7308	13.2348	9.7473*	13.4769	25.4456	19.7211*	25.5830
	50	8.6737	6.2193*	8.9849	12.1842	9.0049*	12.4185	18.8537	15.6181*	19.0913
	60	7.4227	5.6094*	7.7692	10.0647	7.7938*	10.3297	14.6803	12.4934*	14.9358
	70	6.1480	4.7743*	6.4786	8.2139	6.5099*	8.4718	11.8127	10.2163*	12.0592
	80	4.4454	3.6418*	4.7504	5.7821	4.7986*	6.0293	9.3421	7.9323*	9.5069
	90	3.9853	3.3453*	4.2879	5.1157	4.3399*	5.3636	8.0136	6.9284*	8.1821
	100	3.5816	3.0578*	3.8704	4.5615	3.9284*	4.8011	7.0196	6.1414*	7.1864

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.5	**20**	70.6388	36.9056*	70.8943	125.4421	70.8898*	125.5966	285.2448	182.9881*	285.3022
	30	20.0792	12.5153*	20.3827	31.0858	20.3879*	31.2978	53.2416	38.2904*	53.3462
	40	12.5233	8.7366*	12.8983	17.8636	12.9124*	18.1386	31.7147	25.0715*	31.9285
	50	11.9774	8.3442*	12.3379	17.1227	12.3548*	17.3889	23.3634	18.1385*	23.4995
	60	10.0173	7.4058*	10.4319	13.7576	10.4560*	14.0705	17.8120	14.3660*	17.9696
	70	8.1262	6.1797*	8.5185	10.9816	8.5491*	11.2833	14.0760	11.5489*	14.2352
	80	6.2845	5.0215*	6.6713	8.2755	6.7208*	8.5836	10.7319	9.4047*	10.9890
	90	5.5187	4.5424*	5.9059	7.1507	5.9625*	7.4637	9.1841	8.1499*	9.4327
	100	4.9075	4.1090*	5.2759	6.3075	5.3389*	6.6089	8.9784	7.9962*	9.2296

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.7	**20**	96.0996	48.9346*	96.3776	174.2729	96.3729*	174.4378	389.4613	246.0383*	389.5208
	30	27.4673	16.6276*	27.7957	43.4012	27.7977*	43.6249	73.2582	51.8816*	73.3657
	40	16.0926	10.9603*	16.5053	23.3115	16.5162*	23.6094	35.3325	27.0228*	35.4839
	50	15.3004	10.4060*	15.6946	22.2086	15.7080*	22.4949	34.0581	25.9897*	34.2071
	60	13.1728	9.5374*	13.6554	18.3157	13.6776*	18.6748	25.0355	19.9119*	25.2168
	70	10.4126	7.7564*	10.8620	14.2380	10.8908*	14.5788	19.2936	15.6215*	19.4750
	80	8.3382	6.4929*	8.7925	11.1290	8.8395*	11.4847	13.7399	11.4779*	13.9385
	90	7.2324	5.8421*	7.7004	9.4601	7.7591*	9.8337	11.4404	9.7603*	11.6475
	100	6.4625	5.3043*	6.9102	8.3858	6.9749*	8.7472	9.9092	8.5523*	10.1136

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
0.9	**20**	116.4005	58.4953*	116.6938	213.3107	116.6892*	213.4820	703.5793	433.7897*	703.6403
	30	32.9322	19.5183*	33.2641	52.8517	33.2642*	53.0739	133.7035	91.9216*	133.8074
	40	19.9699	13.3363*	20.4167	29.2971	20.4242*	29.6149	61.4165	45.7576*	61.5814
	50	19.2416	12.8138*	19.6691	28.3056	19.6785*	28.6109	59.7102	44.3696*	59.8702
	60	16.3677	11.6564*	16.9092	22.9838	16.9287*	23.3819	43.8449	34.0865*	44.0642
	70	13.0025	9.4881*	13.5017	17.9964	13.5275*	18.3701	33.2989	26.2699*	33.5122
	80	10.5443	8.0388*	11.0598	14.2326	11.1031*	14.6301	24.9425	20.2245*	25.1832
	90	9.0180	7.1704*	9.5606	11.8888	9.6194*	12.3170	19.7670	16.4837*	20.0375
	100	8.1784	6.5858*	8.6998	10.7138	8.7640*	11.1292	17.5663	14.7687*	17.8336

* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			**0.95**			**0.99**		
		CLASSIC	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**	**CLASSIC**	**PIVOT**	**BAYES**
1.0	**20**	128.5040	63.9233*	128.8016	237.5194	128.7968*	237.6919	796.8610	487.9198*	796.9218
	30	36.4292	21.3534*	36.7653	58.9541	36.7646*	59.1772	151.6402	103.5376*	151.7427
	40	22.2502	14.7066*	22.7129	32.8667	22.7184*	33.1931	69.8721	51.7371*	70.0388
	50	21.1836	13.9591*	21.6208	31.3832	21.6283*	31.6928	67.1711	49.5951*	67.3308
	60	18.2975	12.9098*	18.8686	25.8431	18.8863*	26.2603	49.9105	38.5795*	50.1375
	70	14.2821	10.3287*	14.8019	19.8731	14.8260*	20.2598	37.1913	29.1799*	37.4093
	80	11.5186	8.7168*	12.0596	15.6083	12.1011*	16.0232	27.5814	22.2657*	27.8297
	90	9.9195	7.8292*	10.4956	13.1270	10.5540*	13.5794	22.0091	18.2664*	22.2920
	100	9.0594	7.2333*	9.6150	11.9194	9.6784*	12.3595	19.7317	16.4969*	20.0117

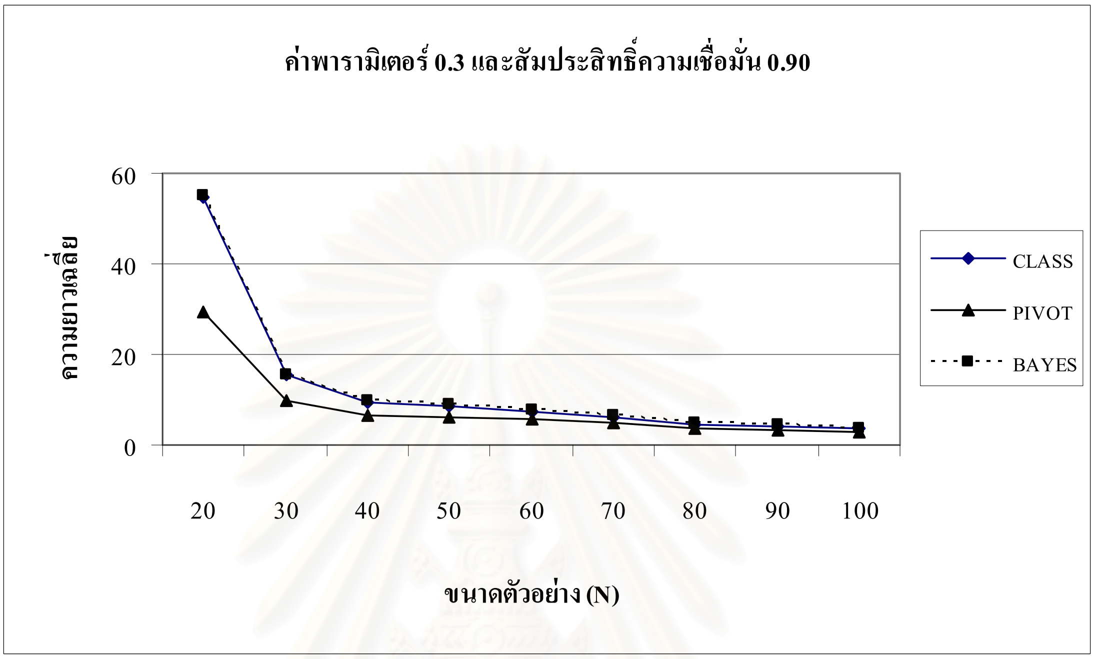
* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

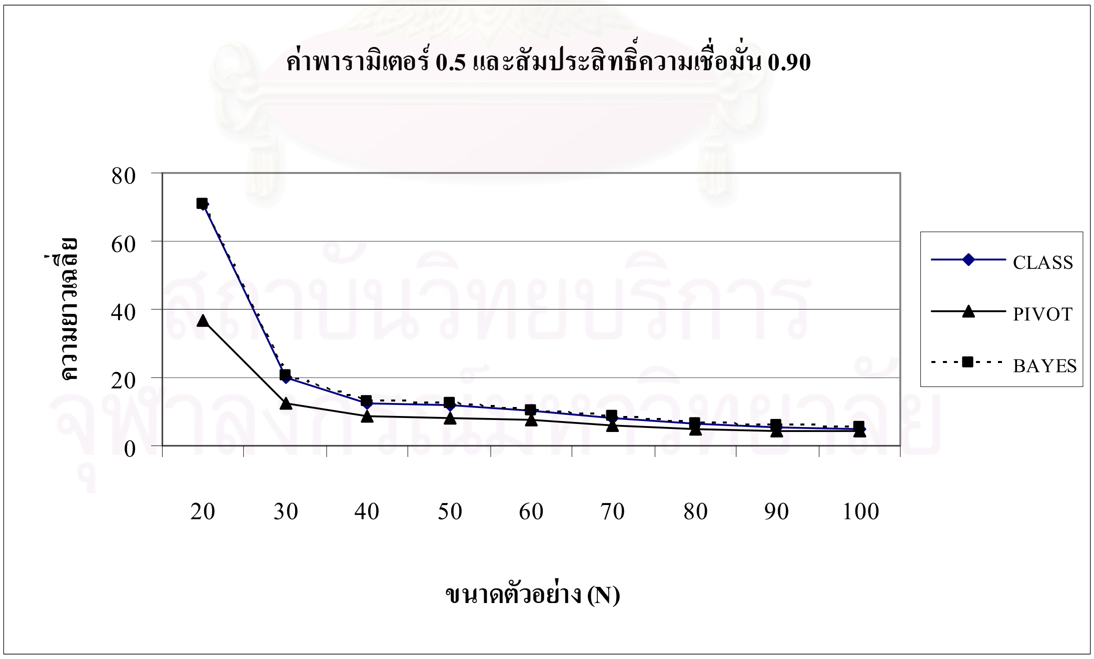
ตารางที่ 4.4 (ต่อ)

ค่าจริงของพารามิเตอร์ β_1	ขนาดตัวอย่าง N	ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น								
		0.90			0.95			0.99		
		CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES	CLASSIC	PIVOT	BAYES
1.5	**20**	190.1104	91.2291*	190.4249	361.9763	190.4206*	362.1526	835.875	569.4582*	835.934
	30	51.9356	29.1478*	52.2643	86.8763	52.2607*	87.0861	168.5075	128.5447*	168.5965
	40	32.9597	20.9090*	33.4639	50.0750	33.4617*	50.4191	92.7254	61.4301*	92.8900
	50	30.5581	19.3244*	31.0202	46.5572	31.0196*	46.8733	75.4607	55.9824*	75.6130
	60	27.2553	18.5403*	27.9219	39.3945	27.9302*	39.8685	54.8389	45.3723*	55.0834
	70	21.1318	14.7294*	21.7388	30.0626	21.7531*	30.5016	43.9223	35.2346*	44.1564
	80	16.4798	11.9930*	17.0986	22.8298	17.1280*	23.2909	32.2889	28.3385*	32.5496
	90	14.9232	11.3780*	15.6487	20.1115	15.7006*	20.6674	27.0804	23.4924*	27.4117
	100	13.5688	10.4426*	14.2623	18.1964	14.3180*	18.7317	25.4062	19.6538*	25.7299

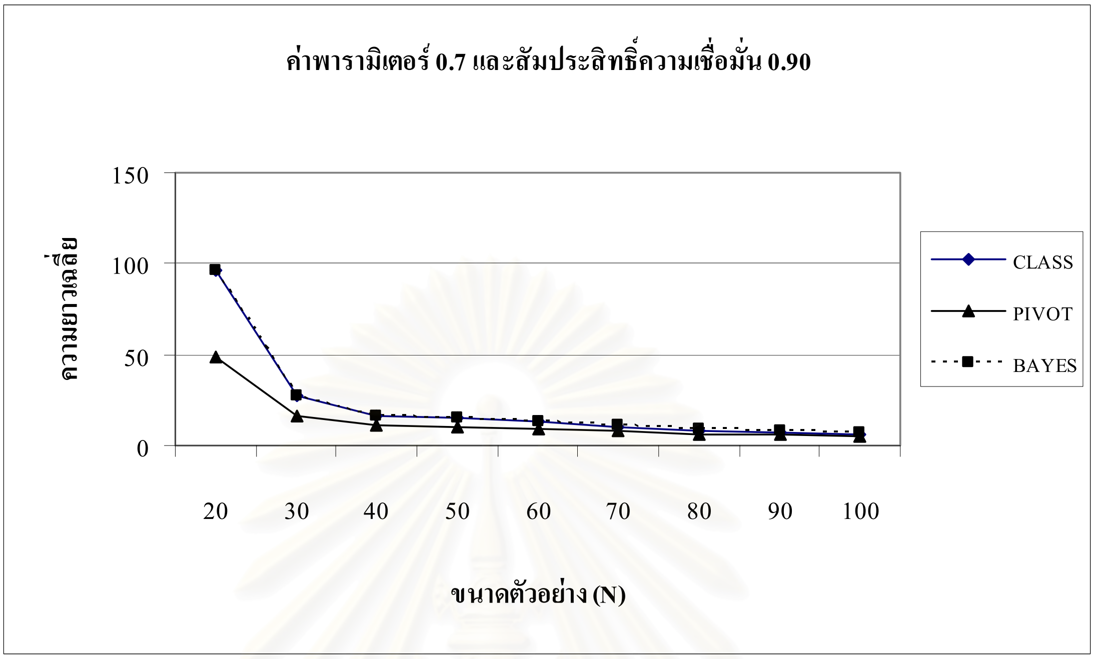
* หมายถึง กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

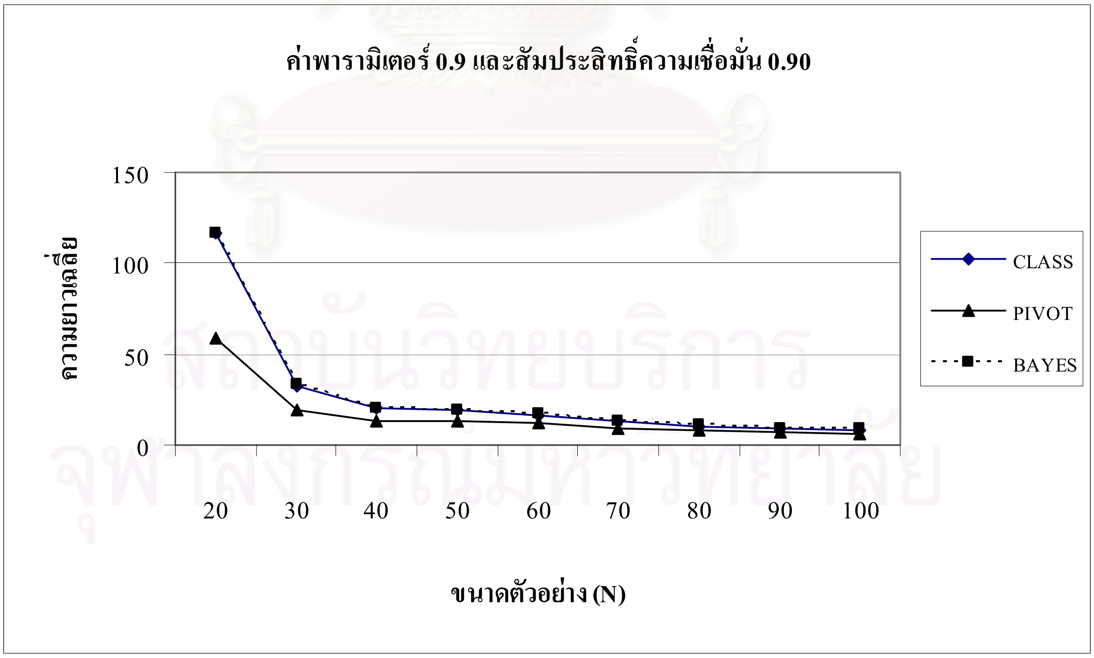
รูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง



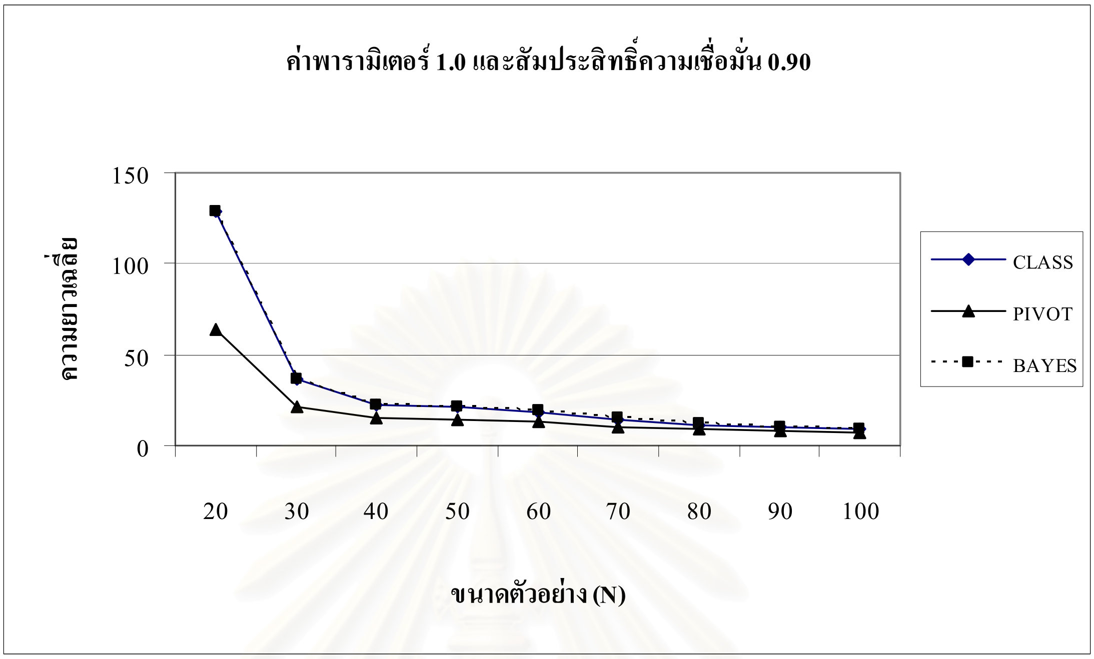


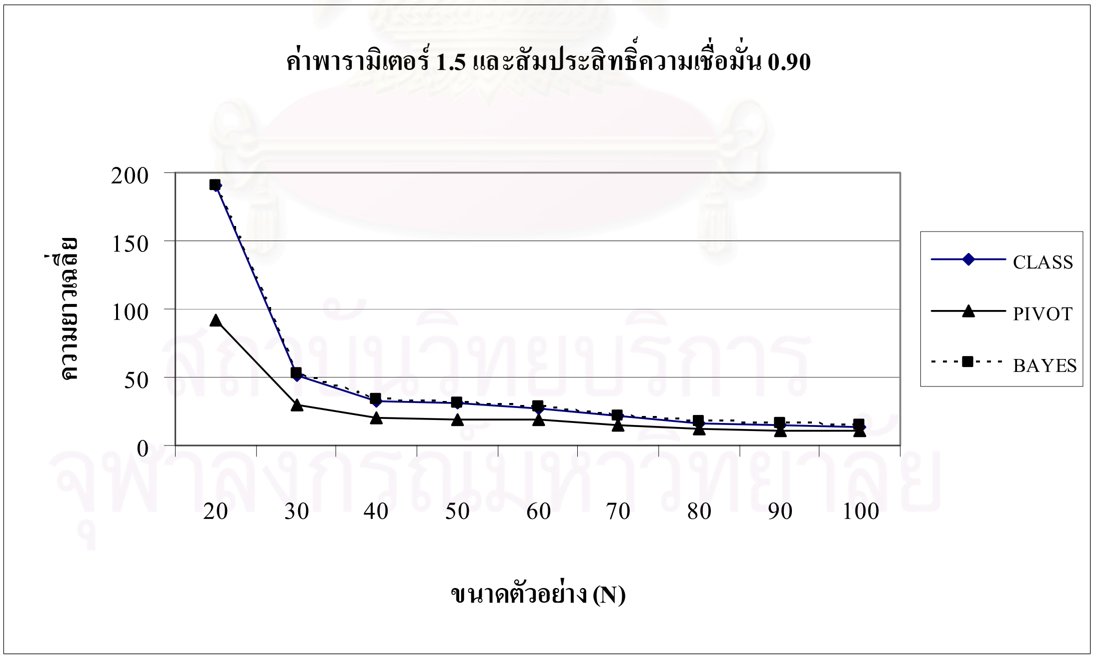
รูปที่ 4.4 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
150
100
50
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

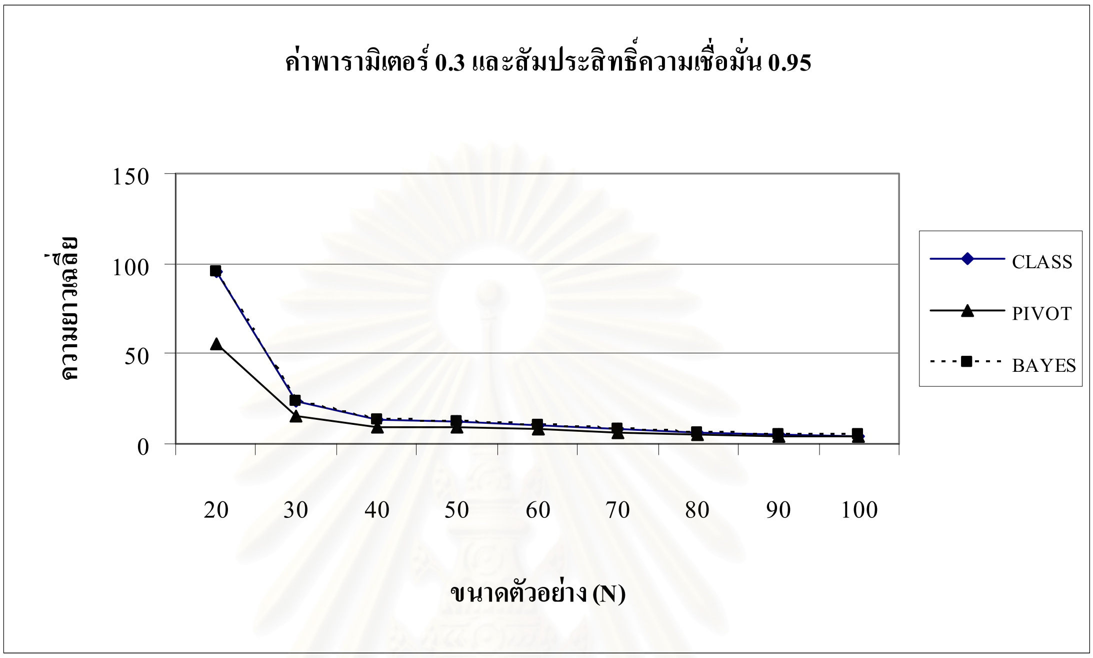

ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
150
100
50
0
ความยาวเฉลี่ย
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

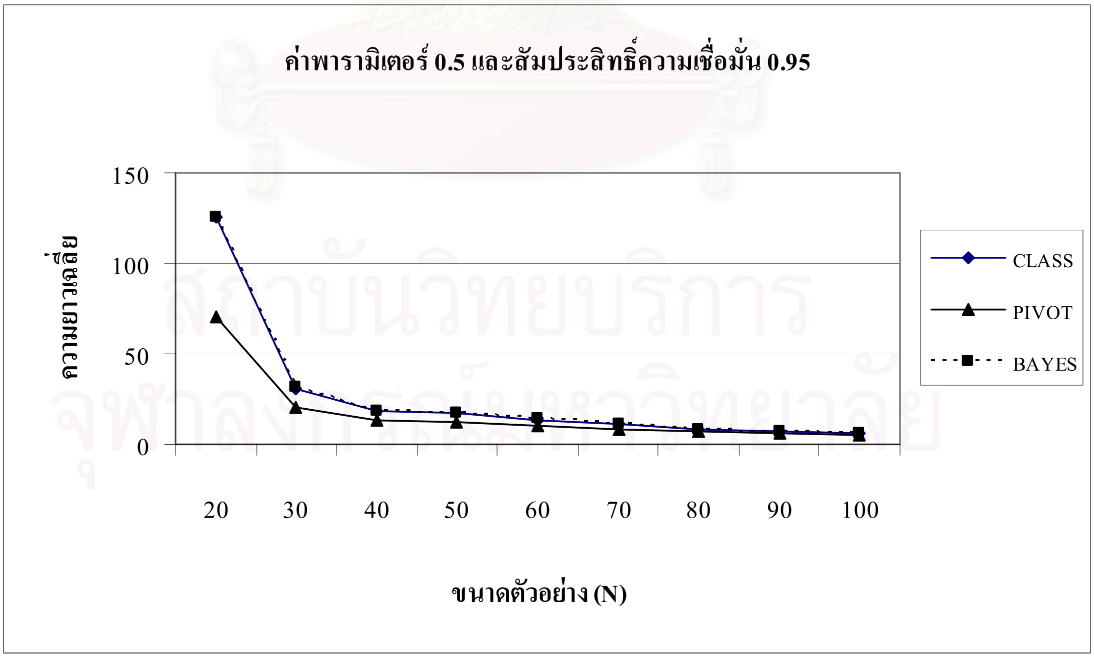
รูปที่ 4.4 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

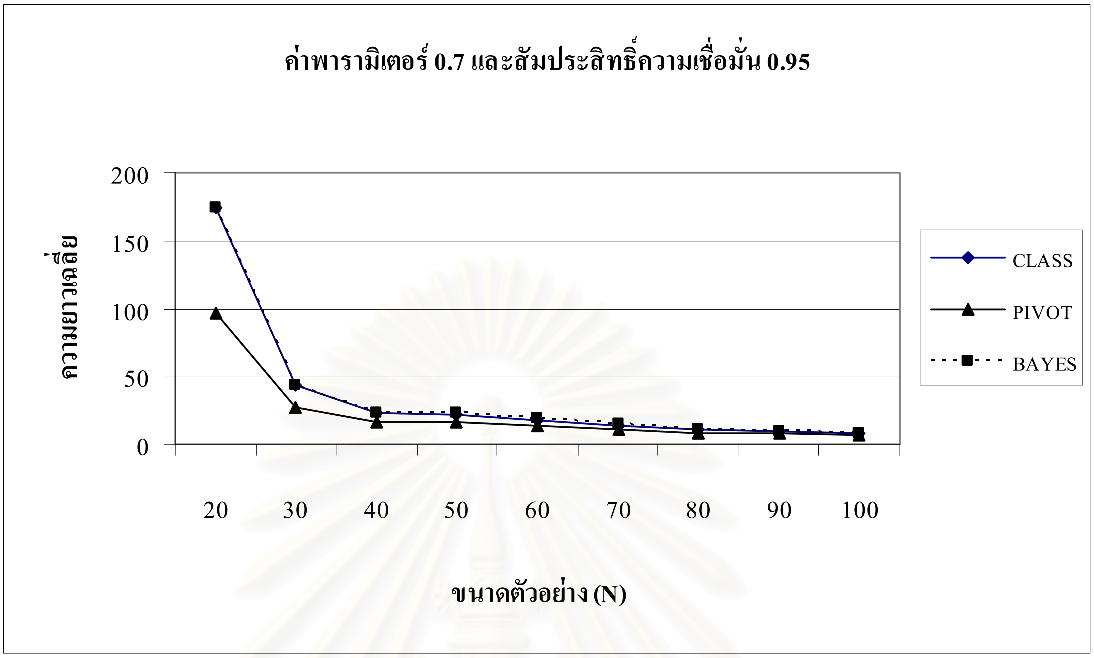

ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90
ความยาวเฉลี่ย
200
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

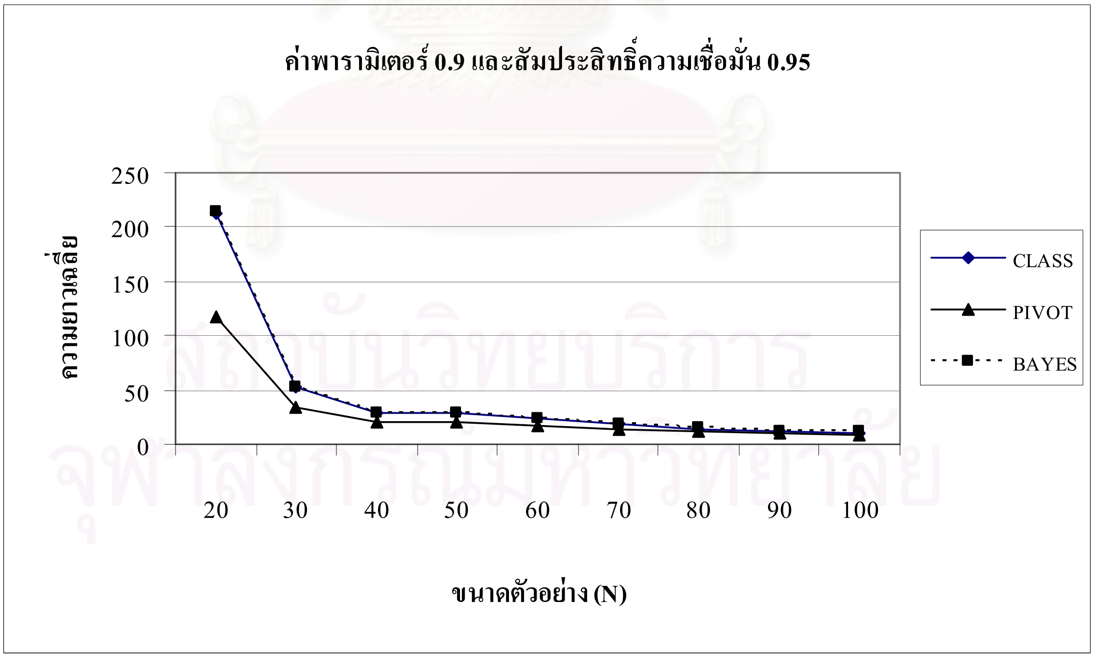
รูปที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง



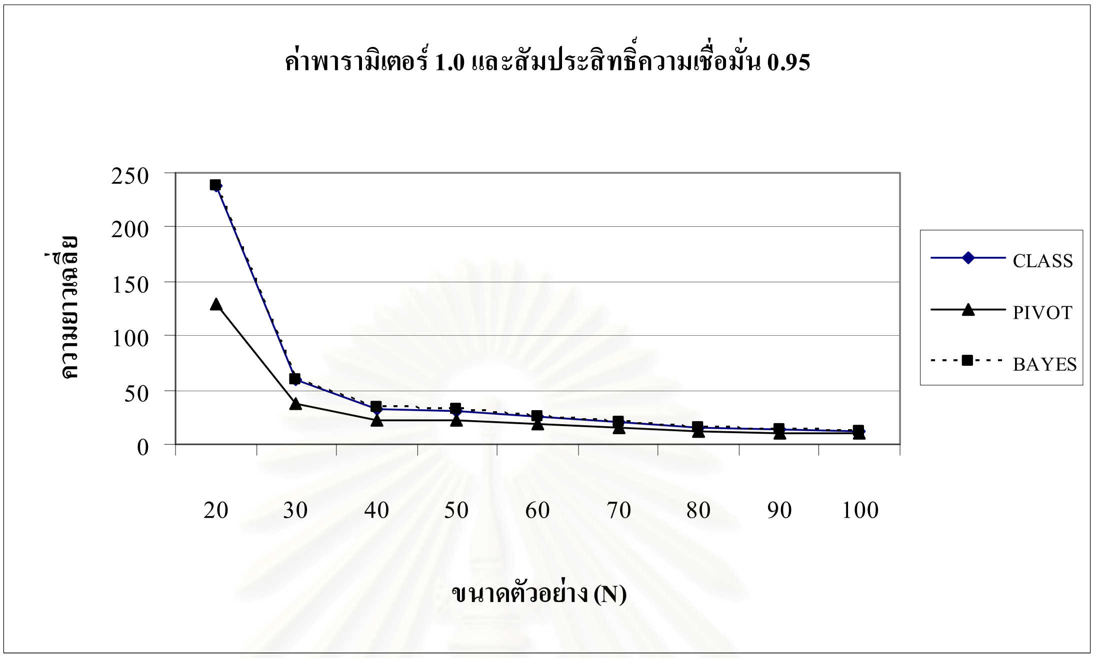


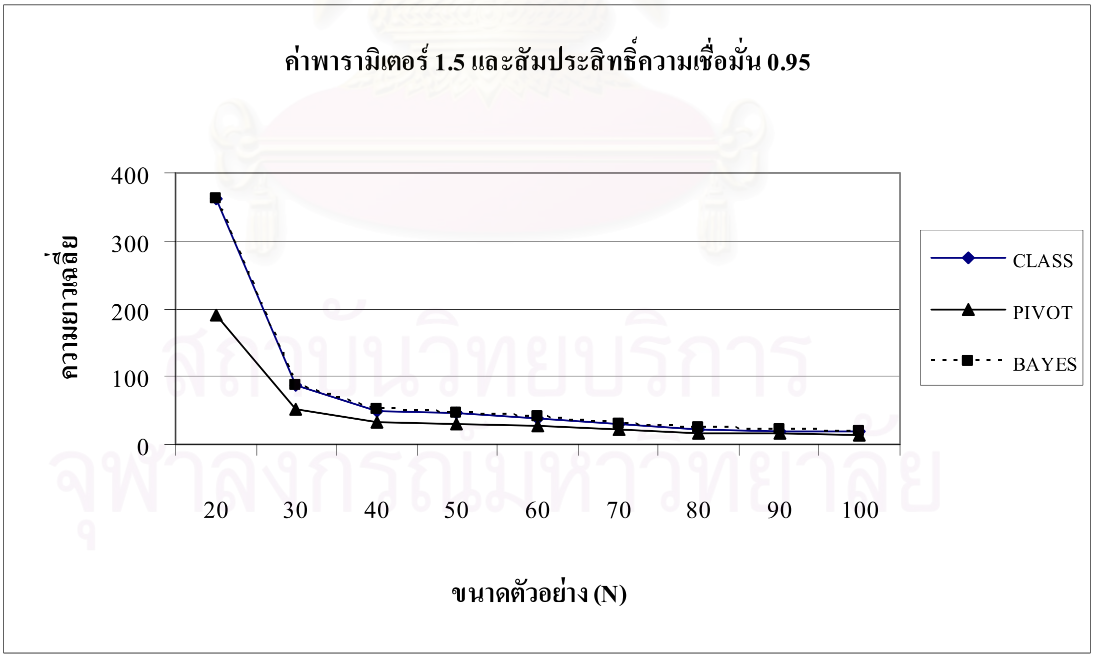
รูปที่ 4.5 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
200
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

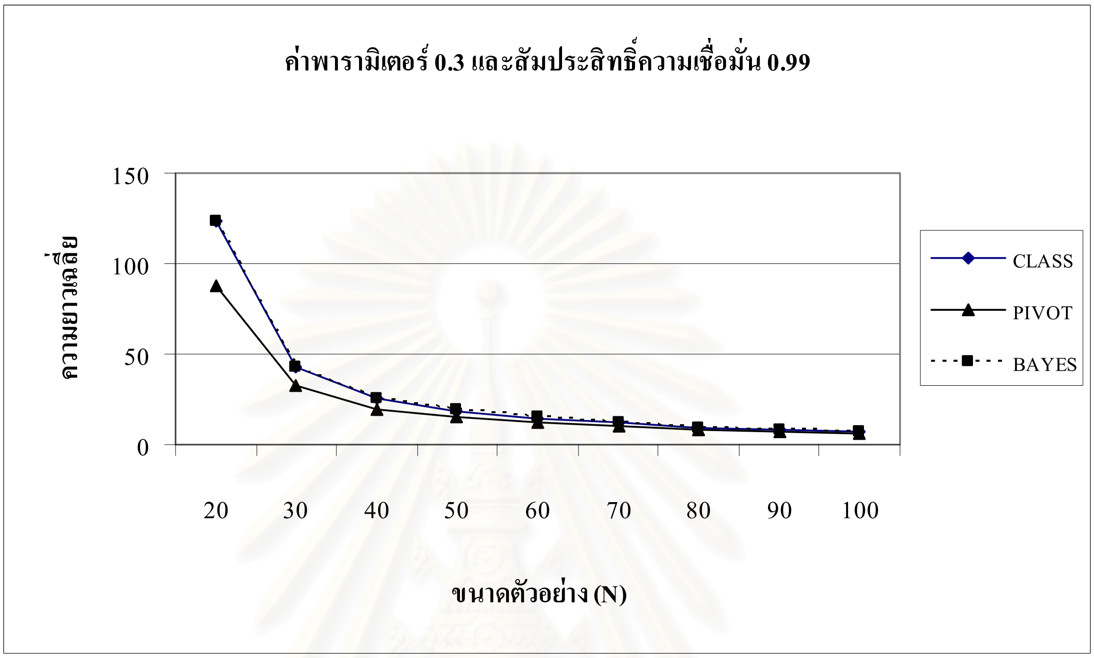

ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
250
200
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

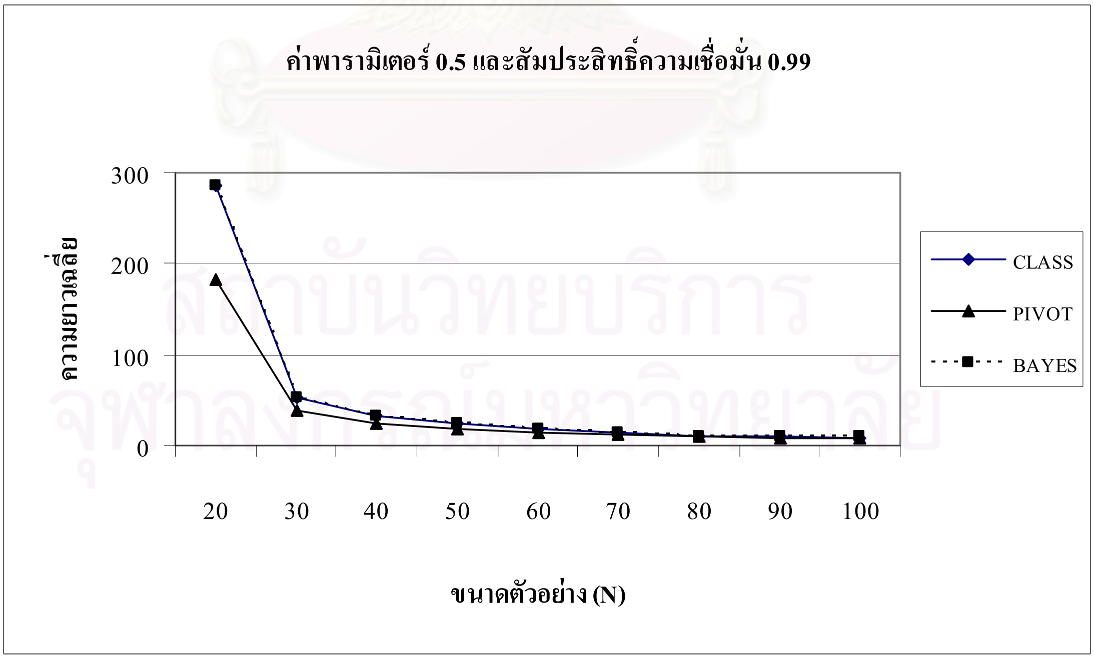
รูปที่ 4.5 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
250
200
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

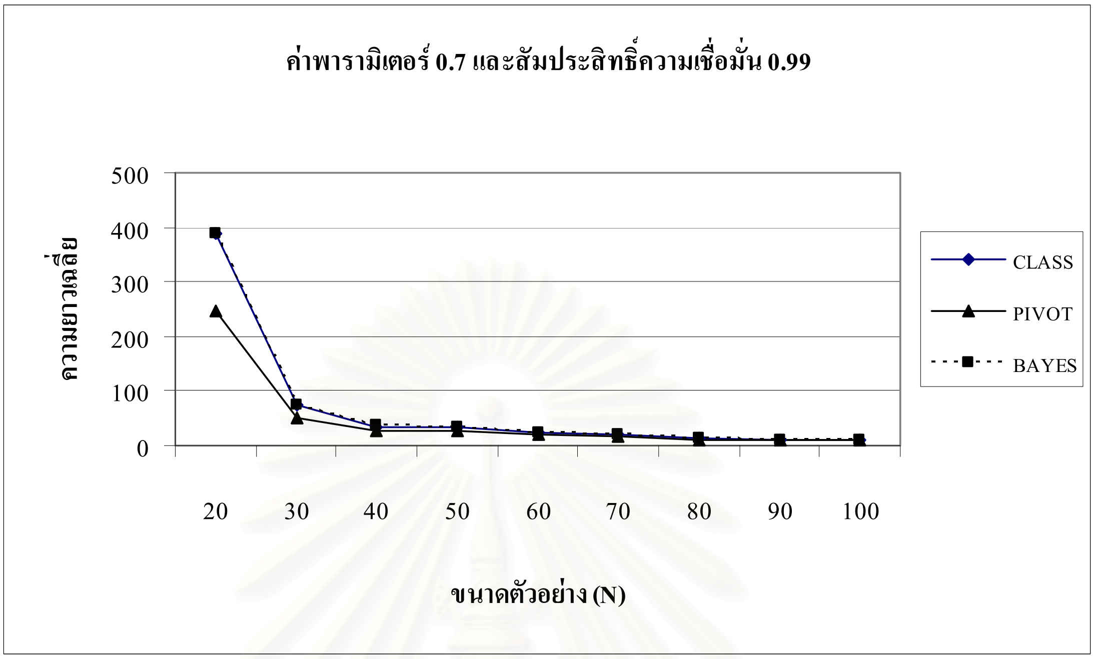

ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95
ความยาวเฉลี่ย
400
300
200
100
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

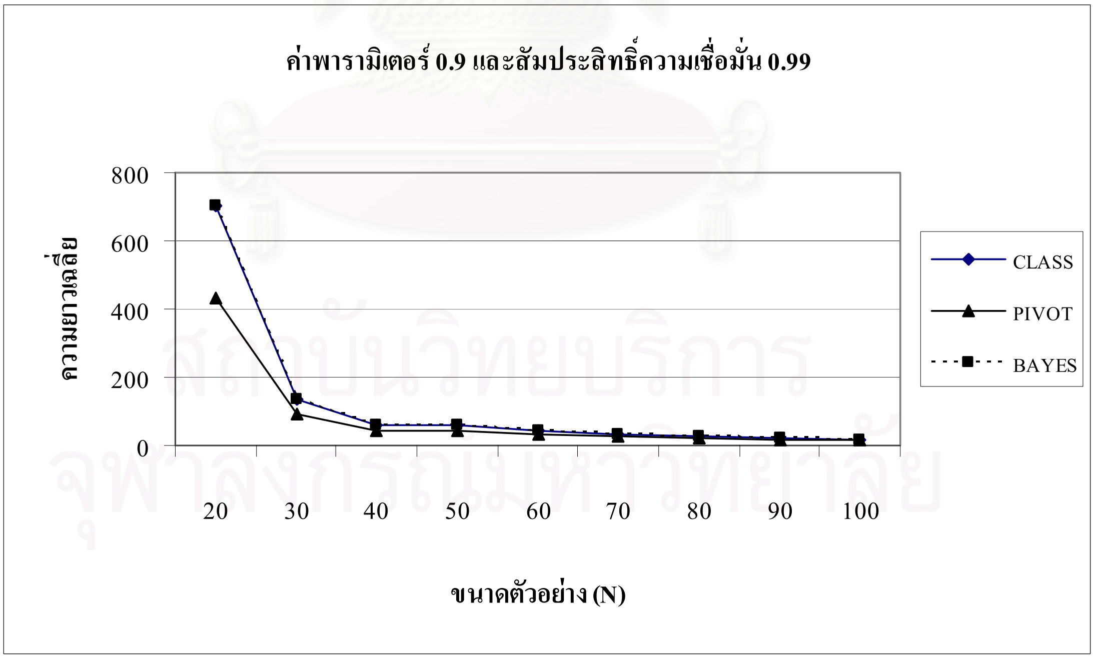
รูปที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่ค่าพารามิเตอร์ β_1 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง



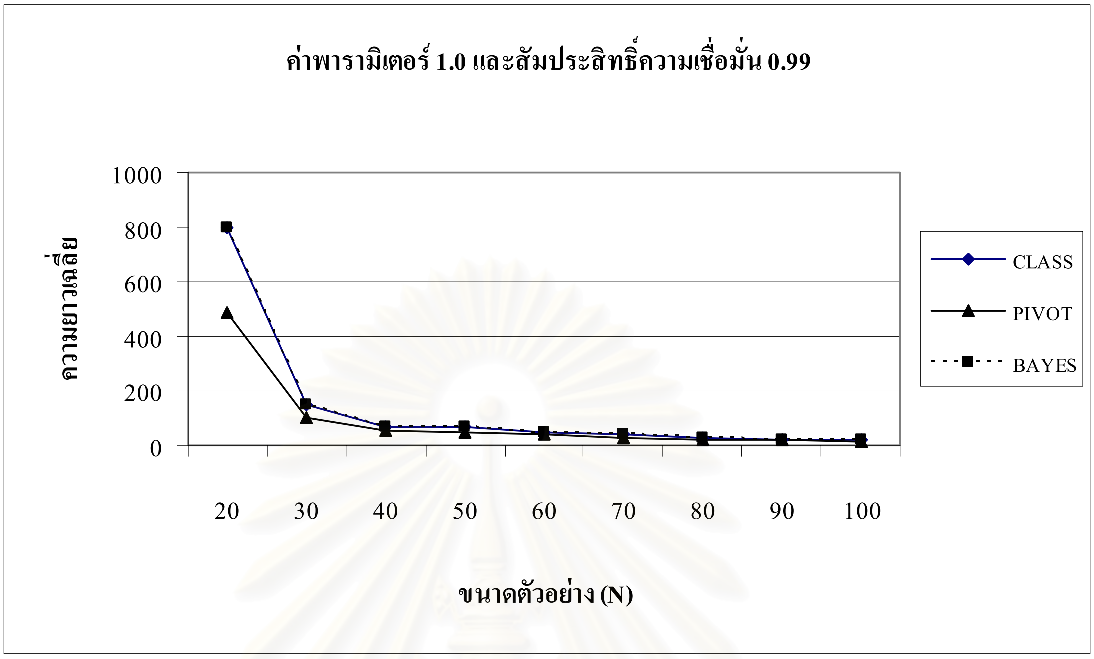


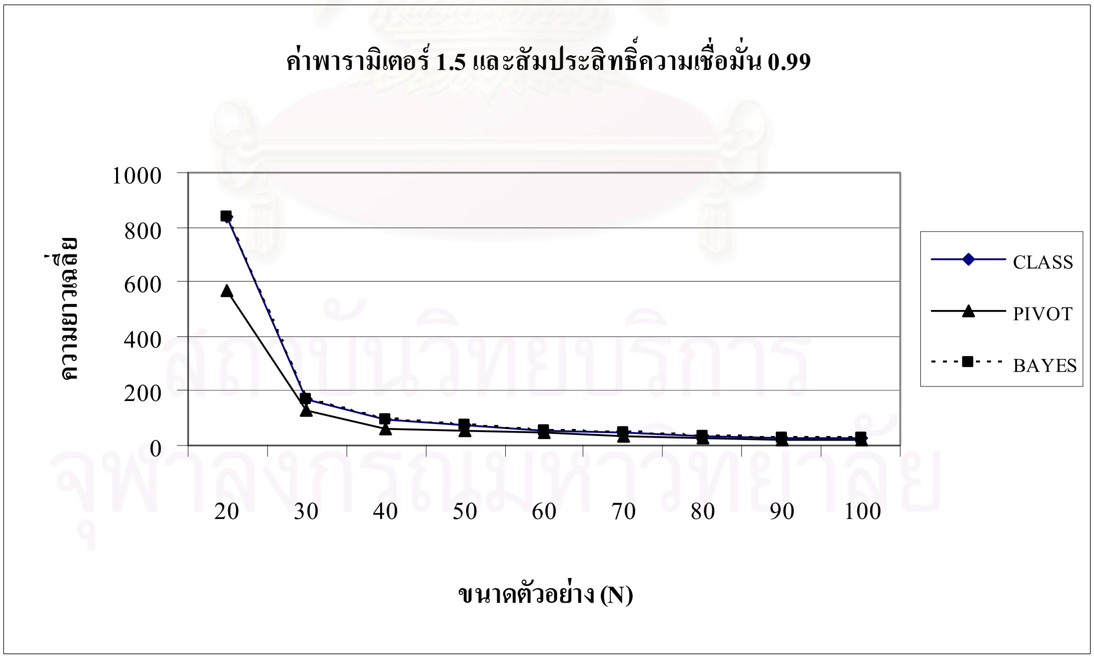
รูปที่ 4.6 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 0.7 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
ความยาวเฉลี่ย
500
400
300
200
100
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES


ค่าพารามิเตอร์ 0.9 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
ความยาวเฉลี่ย
800
600
400
200
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

รูปที่ 4.6 (ต่อ)


ค่าพารามิเตอร์ 1.0 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
ความยาวเฉลี่ย
1000
800
600
400
200
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES


ค่าพารามิเตอร์ 1.5 และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99
ความยาวเฉลี่ย
1000
800
600
400
200
0
20
30
40
50
60
70
80
90
100
ขนาดตัวอย่าง (N)
CLASS
PIVOT
BAYES

จากตารางที่ 4.4 เราสามารถสรุปผลการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 เมื่อตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังนี้

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.4

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 70, 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.5

ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ (β_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0 และ 1.5) และทุกขนาดตัวอย่าง คือ N = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 พบว่าวิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (N = 60, 70, 80, 90 และ 100) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ดังรูปที่ 4.6

ข้อสรุป

ที่ทุกค่าพารามิเตอร์ β_1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และทุกขนาดตัวอย่าง N วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ทั้ง 3 วิธีการประมาณให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

เมื่อค่าพารามิเตอร์ β_1 เพิ่มขึ้น ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างคงที่

เมื่อขนาดตัวอย่าง N เพิ่มขึ้น ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีแนวโน้มลดลง เมื่อค่าพารามิเตอร์ β_1 คงที่

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก 3 วิธี ดังต่อไปนี้

1) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีแบบฉบับ (CLASSIC)
2) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีปริมาณหลัก (PIVOT)
3) การประมาณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีเบส์ (BAYES)

โดยการพิจารณาคัดเลือกวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น ในขั้นตอนแรกจะศึกษาถึงค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองในแต่ละวิธีการประมาณ จากนั้นจึงคัดเลือกวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง ไม่ต่ำกว่าค่าระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด มาทำการเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น โดยทำการเปรียบเทียบในสถานการณ์ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1) ตัวแปรอิสระที่มีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี และการแจกแจงแบบชี้กำลัง
2) ค่าพารามิเตอร์ $\beta_1 =$ 0.3 , 0.5 , 0.7 , 0.9, 1.0 และ 1.5
3) ขนาดตัวอย่าง N เท่ากับ 20 , 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100
4) ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 0.90 , 0.95 และ 0.99

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาวิเคราะห์ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน เพื่อสร้างข้อมูลให้มีลักษณะตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยทำการทดลองซ้ำ 1,000 รอบ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่น โดยจะพิจารณาจากค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วจึงพิจารณาคัดเลือกวิธีการประมาณที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ก็จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุดในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยดังนี้

5.1.1 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง

จากการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์ช่วงความเชื่อมั่น ที่ได้จากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 3 วิธี ได้ผลการวิจัยตามกรณีต่างๆ ดังนี้

(1) ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

พบว่าทุกค่าพารามิเตอร์ β_1 และขนาดตัวอย่าง วิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์ที่กำหนด คือ 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ที่ระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ

(2) ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

พบว่าทุกค่าพารามิเตอร์ β_1 และขนาดตัวอย่าง วิธี CLASSIC วิธี PIVOT และวิธี BAYES ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์ที่กำหนด คือ 0.8844 , 0.9387 และ 0.9848 ที่ระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 , 0.95 และ 0.99 ตามลำดับ

5.1.2 การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ในทุกสถานการณ์ทดลองของแต่ละวิธีการประมาณ สามารถให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ได้ผลการวิจัยตามกรณีต่างๆ ดังนี้

(1) ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี

พบว่าทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ค่าพารามิเตอร์ β_1 และขนาดตัวอย่าง วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ส่วนวิธี CLASSIC และวิธี BAYES จะให้ค่าใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 เมื่อขนาดตัวอย่าง ตั้งแต่ 80 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีประมาณจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 เมื่อขนาดตัวอย่าง ตั้งแต่ 70 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีการประมาณจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 เมื่อขนาดตัวอย่าง ตั้งแต่ 60 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีการประมาณจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

(2) ตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

พบว่าทุกค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ทุกค่าพารามิเตอร์ β_1 และทุกขนาดตัวอย่าง N วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ส่วนวิธี CLASSIC และวิธี BAYES จะให้ค่าใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90 เมื่อขนาดตัวอย่าง N ตั้งแต่ 80 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีการประมาณจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 เมื่อขนาดตัวอย่าง N ตั้งแต่ 70 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีการประมาณให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

ที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99 เมื่อขนาดตัวอย่าง N ตั้งแต่ 60 ขึ้นไป ทั้ง 3 วิธีการประมาณจะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

1. ทั้งนี้ถ้าการแจกแจงก่อน (Pior Distribution) ของพารามิเตอร์ β_1 มีข้อมูลไม่ชัดเจน (Non-informative) การเลือกใช้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ไม่ว่าขนาดตัวอย่างที่ใช้จะมีขนาดตัวอย่างเล็กหรือขนาดตัวอย่างใหญ่ก็ตาม ควรเลือกใช้วิธี PIVOT เพราะเป็นวิธีมีประสิทธิภาพมากที่สุด คือ ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุดในทุกสถานการณ์

2. การเลือกใช้วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นอัตราส่วนความน่าจะเป็น ในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ถ้าขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาดตัวอย่างใหญ่มาก เช่น ขนาดตัวอย่าง 70 ขึ้นไป เลือกใช้วิธีการประมาณวิธีใดก็ได้เนื่องจากทั้ง 3 วิธี สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ทั้งนี้ควรเลือกใช้วิธี CLASSIC เพราะเป็นวิธีที่คำนวณได้ง่ายที่สุด และเป็นวิธีที่สะดวก สามารถคำนวณได้ด้วยมือ โดยไม่จำเป็นต้องใช้เครื่องคำนวณอิเลคโทรนิค

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม เพื่อเป็นการขยายผลการวิจัยออกไปให้เกิดประโยชน์มากยิ่งขึ้น

1. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีเพียง 1 ตัวเท่านั้น ซึ่งเป็นที่น่าสนใจที่จะทำการศึกษาต่อในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีมากกว่า 1 ตัว และมีการแจกแจงแบบอื่นๆ

2. ควรศึกษาต่อในวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็น ด้วยวิธี BAYES ซึ่งเป็นวิธีการประมาณที่น่าสนใจ ถ้าการแจกแจงก่อน (Pior Distribution) ของพารามิเตอร์ β_1 ให้ข้อมูลที่ชัดเจน (Informative) มากกว่าที่ศึกษานี้ หรือมีการแจกแจงแบบอื่นๆ

3. ควรศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการทางสถิติวิธีอื่น สำหรับการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ต่อไป

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ภัทราทิพย์ อินปุระ. การเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

ภิญโญ วรรณสุข. การประยุกต์ใช้การวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติกและการวิเคราะห์อิทธิพลในการศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อความคาดหวังในการศึกษาต่อของนักเรียนชั้นประถมศึกษาในเขตการศึกษา 11. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและการประเมินผล บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

มานพ วราภักดิ์. การจำลองเบื้องต้น.กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2547.

วิศาล สุทธิพัฒนางกูร. การเกิดพิษต่อตับจากยาต้านวัณโรคในผู้ป่วยในโรงพยาบาลจุฬาลงกรณ์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาเภสัชกรรมคลินิก บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ภาษาอังกฤษ

Ferentinos, K.K. Shortest Confidence Intervals For Families of Distributions Involving Truncation Parameter. The American Statistician., 44, 167-168, 1990.

Wilson P.D., Langenberg P. Usaul And Shortest Confidence Interval On Odds Ratios From Logistic Regression. The American Statistician., 53, No.4, 332-335, 1999.

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

กาญจนา พานิชการ. การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติกด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและฟังก์ชันจำแนกประเภท. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

มานพ วราภักดิ์. ทฤษฎีความน่าจะเป็น. กรุงเทพมหานคร:ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2545.

วนิดา เลิศพิพัฒนานนท์. การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบถดถอยโลจิสติก. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, .

อโนทัย ตรีวานิช . ทฤษฎีการอนุมานทางสถิติ. โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา, 2539.

ภาษาอังกฤษ

Box G.E.P.,Tiao G.C. Bayesian inference in statistical analysis. Philippines : Addison-wesley, 1973.

Daniel W.W. Biostatistics : A foundation for analysis in the health sciences. 7th edition. 1999.

David W., Jr., Stanley. Applied logistic regression. 2th edition. New York : John Wiley & Sons, 2000.

Menard, Scott W. Applied logistic regression analysis. Sage University paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-106. Thousan Oaks, CA:Sage, 1995.

ภาคผนวก

```
!**************************************************!
!***************** MAIN PROGRAM1 ****************!
!**************************************************!
        REAL BET0,BET1VALL,MINI,MEANL1,MEANL2,MEANL3,QQ1,QQ2,Q1,Q2,
        REAL ZU1,ZU2,U1,UU1,UU2,EU1,FU1,BE,EERU,LOW1,LOW2,LOW3
        REAL LENGH1,LENGH2,LENGH3,MUL,P1,P2,PY1,PY2,X,Y
        REAL EP,EEP,PI,PII,H(2,2),HI(2,2),HIU(2,2),U(2,1),BETA0,BETA1,SQ
        REAL*8 X0,PX,FX,DIF_FX,XZ
        INTEGER N,IX
        DIMENSION BE(7),MINI(180),QQ1(180),QQ2(180),N(10)
        DIMENSION VALL(200),X(200),Y(200),XE(200),XB(200),EQ1(180),EQ2(180)
        DIMENSION PI(200),XX(2,2),XXI(2,2),XY(2,1),XXY(2,1)
        COMMON/SEED/IX

!***** SET INNITIAL *****!
        DATA(BE(IB1),IB1=1,7)/0.3,0.5,0.7,0.9,1.0,1.2,1.5/
        DATA(N(IIN),IIN=1,10)/20,20,30,40,50,60,70,80,90,100/
        OPEN(1,FILE='C:\CLASS.XLS')
        OPEN(2,FILE='C:\PIVOT.XLS')
        OPEN(3,FILE='C:\BAYE.XLS')
        OPEN(4,FILE='C:\TEST.XLS')
        OPEN(5,FILE='C:\BETA1.XLS')
        OPEN(6,FILE='C:\SB1.XLS')
        OPEN(7,FILE='C:\LENGH.XLS')

!*************************************!
        WRITE(*,*)'** PLEASE KEY ISEED **'
        WRITE(*,*)'*********************'
        WRITE(*,*)'** CHOOSE BINOMIAL OR EXPONENTIAL DISTRIBUTION **'
        WRITE(*,*)'PLEASE KEY NUMBER 1 OR 2 -->'
        READ(*,*) NUM
```

```
      DO 1 IIN=1,1
            CALL BI(P1,XB)
1     CONTINUE
      DO 2 IIN=2,10
      DO 2 IB1=7,7
      NN=N(IIN)
      ALPHA=0.1
      SUML1=0.0
      SUML2=0.0
      SUML3=0.0
      SBET1=0.0
      SBETA1=0.0
      TEST1=0.0
      TEST2=0.0
      TEST3=0.0
      BE0=1.0
      BE1=BE(IB1)
      P1=0.5
      P2=2.0
      IF(NUM.EQ.1) THEN
            DO 4 IN=1,NN
            CALL BI(P1,XB)
            X(IN)=XB(IN)
            EEP=BE0+BE1*X(IN)
            EP=EXP(EEP)
            PI(IN)=EP/(1+EP)
4           CONTINUE
      ELSE
            DO 5 IN=1,NN
            CALL EXE(P2,XE)
            X(IN)=XE(IN)
            EEP=BE0+BE1*X(IN)
```

```
                EP=EXP(EEP)
                PI(IN)=EP/(1+EP)
5               CONTINUE
        ENDIF
        LOOP=1000
        DO 6 L1=1,LOOP
                P1=0.5
                P2=2.0
                ICOUNT=0
                VAL1=0.0
        DO 8 I=1,2
                U(I,1)=0.0
        DO 8 J=1,2
                H(I,J)=0.0
8       CONTINUE
100     DO 10 IN=1,NN
                RU=RAND2(IX2)
                IF(RU.LE.PI(IN)) THEN
                        Y(IN)=1.0
                ELSE
                        Y(IN)=0.0
                END IF
10      CONTINUE
        DO 12 IN=1,NN
        DO 14 I=1,2
        DO 14 J=1,2
                IF((I.EQ.1).AND.(J.EQ.1)) THEN
                        XX(I,J)=XX(I,J)+1.0
                ELSE IF((I.EQ.1).AND.(J.EQ.2)) THEN
                        XX(I,J)=XX(I,J)+X(IN)
                ELSE IF((I.EQ.2).AND.(J.EQ.1)) THEN
                        XX(I,J)=XX(I,J)+X(IN)
```

```
                ELSE
                        XX(I,J)=XX(I,J)+X(IN)**2
                ENDIF
14      CONTINUE
        DO 16 I=1,2
                IF(I.EQ.1) THEN
                        XY(I,1)=XY(I,1)+Y(IN)
                ELSE
                        MUL=X(IN)*Y(IN)
                        XY(I,1)=XY(I,1)+MUL
                ENDIF
16      CONTINUE
12      CONTINUE
        CALL INV(XX,XXI)
        CALL MULTI(XXI,XY,XXY)
        DO 18 I=1,2
        IF(I.EQ.1) THEN
                BET0=XXY(I,1)
        ELSE
                BET1=XXY(I,1)
        ENDIF
18      CONTINUE
        TEST=EXP(BE1)
111     DO 22 IN=1,NN
                EEP=BET0+BET1*X(IN)
                EP=EXP(EEP)
                PII=EP/(1+EP)
                DELU1=Y(IN)-PII
                DELU2=X(IN)*DELU1
                DELH1=PII*(1-PII)
                DELH2=X(IN)*DELH1
                DELH4=(X(IN)**2)*DELH1
```

```
      DO 24 I=1,2
          IF(I.EQ.1) THEN
              U(I,1)=U(I,1)+DELU1
          ELSE
              U(I,1)=U(I,1)+DELU2
          ENDIF
24    CONTINUE
      DO 26 I=1,2
      DO 26 J=1,2
          IF((I.EQ.1).AND.(J.EQ.1)) THEN
              H(I,J)=H(I,J)+((-1)*DELH1)
          ELSE IF((I.EQ.1).AND.(J.EQ.2)) THEN
              H(I,J)=H(I,J)+((-1)*DELH2)
          ELSE IF((I.EQ.2).AND.(J.EQ.1)) THEN
              H(I,J)=H(I,J)+((-1)*DELH2)
          ELSE
              H(I,J)=H(I,J)+((-1)*DELH4)
          ENDIF
26    CONTINUE
22  CONTINUE
      CALL INV(H,HI)
      CALL MULTI(HI,U,HIU)
      BETA0=BET0-HIU(1,1)
      BETA1=BET1-HIU(2,1)
      SBETA1=SBETA1+BETA1
      DO 28 I=1,2
          U(I,1)=0.0
      DO 28 J=1,2
          H(I,J)=0.0
28    CONTINUE
      EER0=ABS(BETA0-BET0)
      EER1=ABS(BETA1-BET1)
```

```
        IF((EER0.LT.0.001).AND.(EER1.LT.0.001)) THEN
                GOTO 222
        ELSE
                DO 30 I=1,2
                        U(I,1)=0.0
                DO 30 J=1,2
                        H(I,J)=0.0
30      CONTINUE
                BET0=BETA0
                BET1=BETA1
                BETA0=0.0
                BETA1=0.0
                GOTO 111
        ENDIF

!*********************************************************************!
!******************* STANDARD DEVIATION OF B1 **********************!
!*********************************************************************!
        VB1=0.0
        SUMV1=0.0
        SUMV2=0.0
        SUMV3=0.0
        DO 32 IN=1,NN
                EEP=BETA0+BETA1*X(IN)
                EP=EXP(EEP)
                PII=EP/(1+EP)
                DEL1=PII*(1-PII)
                DEL2=(X(IN)**2)*DEL1
                DEL3=(X(IN)*DEL1)
                SUMV1=SUMV1+DEL1
                SUMV2=SUMV2+DEL2
                SUMV3=SUMV3+DEL3
```

```
32      CONTINUE
        DEVIDE=(SUMV1*SUMV2)-(SUMV3**2)
        VB1=SUMV1/DEVIDE
        SB1=SQRT(VB1)
        WRITE(6,*) SB1

!*******************************************************************!
!*********************** CLASSICAL METHOD *************************!
!*******************************************************************!
        IF(ALPHA.EQ.0.01) THEN
                ZZ1=2.575
        ELSE IF(ALPHA.EQ.0.05) THEN
                ZZ1=1.96
        ELSE
                ZZ1=1.645
        ENDIF
        LOW1=BETA1-ZZ1*SB1
        UPP1=BETA1+ZZ1*SB1
        CLASS1=EXP(LOW1)
        CLASS2=EXP(UPP1)
        LENGH1=CLASS2-CLASS1
        SUML1=SUML1+LENGH1
        IF((TEST.LT.CLASS1).OR.(TEST.GT.CLASS2)) THEN
                TEST1=TEST1+1
        ENDIF

!*******************************************************************!
!*********************** PIVOTAL QUANTITY *************************!
!*******************************************************************!
        DATA(QQ1(IQ),IQ=1,101)/-2.326667,-2.33,-2.333333,-2.336667,-2.34,-2.345,-2.35,-
2.353333,-2.356667,-2.36,-2.365,-2.37,-2.375,-2.38,-2.383333,-2.386667,-2.39,-2.395,-2.4,-
2.405,-2.41,-2.415,-2.42,-2.423333,-2.426667,-2.43,-2.435,-2.44,-2.445,-2.45,-2.455,-2.46,-2.47,-
```

2.475,-2.48,-2.485,-2.49,-2.495,-2.5,-2.505,-2.51,-2.52,-2.525,-2.53,-2.535,-2.54,-2.55,-2.555,-2.56,-2.57,-2.575,-2.58,-2.59,-2.6,-2.605,-2.61,-2.62,-2.63,-2.635,-2.64,-2.65,-2.66,-2.67,-2.68,-2.69,-2.7,-2.71,-2.72,-2.73,-2.74,-2.75,-2.76,-2.77,-2.78,-2.79,-2.81,-2.82,-2.83,-2.85,-2.86,-2.88,-2.89,-2.91,-2.93,-2.94,-2.96,-2.98,-3.0,-3.03,-3.05,-3.08,-3.11,-3.14,-3.18,-3.22,-3.27,-3.33,-3.39,-3.49,-3.62,-3.9/

DATA(QQ2(IQ),IQ=1,101)/3.9,3.62,3.49,3.39,3.33,3.27,3.22,3.18,3.14,3.11,3.08,3.05,3.03,3.0,2.98,2.96,2.94,2.93,2.91,2.89,2.88,2.86,2.85,2.83,2.82,2.81,2.79,2.78,2.77,2.76,2.75,2.74,2.73,2.72,2.71,2.7,2.69,2.68,2.67,2.66,2.65,2.64,2.635,2.63,2.62,2.61,2.605,2.6,2.59,2.58,2.575,2.57,2.56,2.555,2.55,2.54,2.535,2.53,2.525,2.52,2.51,2.505,2.5,2.495,2.49,2.485,2.48,2.475,2.47,2.46,2.455,2.45,2.445,2.44,2.435,2.43,2.426667,2.423333,2.42,2.415,2.41,2.405,2.4,2.395,2.39,2.386667,2.383333,2.38,2.375,2.37,2.365,2.36,2.356667,2.353333,2.35,2.345,2.34,2.336667,2.333333,2.33,2.3266667/

DATA(QQ1(IQ),IQ=1,173)/-1.645,-1.646,-1.647,-1.648,-1.649,-1.65,-1.651,-1.652,-1.653,-1.654,-1.655,-1.656,-1.657,-1.658,-1.659,-1.66,-1.661,-1.662,-1.663,-1.664,-1.665,-1.666,-1.667,-1.668,-1.669,-1.67,-1.671,-1.672,-1.673,-1.674,-1.675,-1.676,-1.677,-1.678,-1.679,-1.68,-1.681,-1.682,-1.683,-1.684,-1.685,-1.686,-1.687,-1.688,-1.689,-1.69,-1.69111,-1.69222,-1.69333,-1.69444,-1.69556,-1.69667,-1.69778,-1.69889,-1.70,-1.701,-1.702,-1.703,-1.704,-1.705,-1.706,-1.707,-1.708,-1.709,-1.71,-1.71111,-1.71222,-1.71333,-1.71444,-1.71556,-1.71667,-1.71778,-1.71889,-1.72,-1.72111,-1.72222,-1.72333,-1.72444,-1.72556,-1.72667,-1.72778,-1.72889,-1.73,-1.73111,-1.73222,-1.73333,-1.73444,-1.73556,-1.73667,-1.73778,-1.73889,-1.74,-1.74125,-1.7425,-1.74375,-1.745,-1.74625,-1.7475,-1.74875,-1.75,-1.75111,-1.75118,-1.75176,-1.75235,-1.75294,-1.75353,-1.75412,-1.75471,-1.76,-1.76588,-1.76647,-1.76706,-1.76765,-1.76824,-1.76882,-1.76941,-1.77,-1.77111,-1.77222,-1.77333,-1.77444,-1.77556,-1.77667,-1.77778,-1.77889,-1.78,-1.78125,-1.7825,-1.78375,-1.785,-1.78625,-1.7875,-1.78875,-1.79,-1.79125,-1.7925,-1.79375,-1.795,-1.79625,-1.7975,-1.79875,-1.80,-1.80125,-1.8025,-1.80625,-1.81143,-1.81714,-1.8225,-1.8275,-1.83286,-1.83857,-1.84429,-1.85125,-1.85625,-1.86286,-1.86857,-1.87667,-1.88429,-1.89143,-1.89857,-1.90667,-1.91429,-1.92333,-1.93167,-1.94167,-1.95,-1.96,-1.97,-1.98167,-1.992,-2.0333,-2.016,-2.028/

DATA(QQ2(IQ),IQ=1,173)/3.9,3.62,3.49,3.39,3.33,3.27,3.22,3.18,3.14,3.11,3.08,3.05,3.03,3.0,2.98,2.96,2.94,2.93,2.91,2.89,2.88,2.86,2.85,2.83,2.82,2.81,2.79,2.78,2.77,2.76,2.75,2.74,2.73,2.72,2.71,2.7,2.69,2.68,2.67,2.66,2.65,2.64,2.635,2.63,2.62,2.61,2.605,2.6,2.59,2.58,2.575,2.57,2.56,2.555,2.55,2.54,2.535,2.53,2.525,2.52,2.51,2.505,2.5,2.495,2.49,2.485,2.48,2.475,2.47,2.4

```
6,2.455,2.45,2.445,2.44,2.435,2.43,2.426667,2.423333,2.42,2.415,2.41,2.405,2.4,2.395,2.39,2.38
6667,2.383333,2.38,2.375,2.37,2.365,2.36,2.356667,2.353333,2.35,2.345,2.34,2.336667,2.33333
3,2.33,2.3266667,2.323333,2.32,2.315,2.31,2.306667,2.303333,2.3,2.296667,2.293333,2.29,2.28
6667,2.283333,2.28,2.276667,2.273333,2.27,2.266667,2.263333,2.26,2.256667,2.253333,2.25,2.
246667,2.243333,2.24,2.2375,2.235,2.2325,2.23,2.226667,2.223333,2.22,2.2175,2.215,2.2125,2.
21,2.206667,2.203333,2.20,2.1975,2.195,2.1925,2.19,2.18,2.17,2.16,2.15,2.14,2.13,2.12,2.11,2.1,
2.09,2.08,2.07,2.06,2.05,2.04,2.03,2.02,2.01,2.0,1.99,1.98,1.97,1.96,1.95,1.94,1.93,1.92,1.91,1.9/
      DATA(QQ1(IQ),IQ=1,101)/-1.281667,-1.282222,-1.282778,-1.283333,-1.283889,-
1.284444,-1.285,-1.285556,-1.286111,-1.286667,-1.287222,-1.287778,-1.288333,-1.288889,-
1.289444,-1.29,-1.290588,-1.291176,-1.291765,-1.292353,-1.292941,-1.293529,-1.294118,-
1.294706,-1.295294,-1.295882,-1.296471,-1.297059,-1.297647,-1.298235,-1.298824,-1.299412,-
1.3,-1.300588,-1.301176,-1.301765,-1.302353,-1.302941,-1.303529,-1.304118,-1.304706,-
1.305294,-1.305882,-1.306471,-1.307059,-1.307647,-1.308235,-1.308824,-1.309412,-1.31,-
1.310588,-1.311176,-1.311765,-1.312353,-1.312941,-1.313529,-1.314118,-1.314706,-1.315294,-
1.315882,-1.316471,-1.317059,-1.317647,-1.318235,-1.318824,-1.319412,-1.32,-1.320625,-
1.32125,-1.321875,-1.3225,-1.323125,-1.323750,-1.324375,-1.325,-1.325625,-1.32625,-
1.326875,-1.3275,-1.328125,-1.32875,-1.329375,-1.33,-1.330588,-1.331176,-1.331765,-
1.332353,-1.332941,-1.333529,-1.334118,-1.334706,-1.335294,-1.335882,-1.336471,-1.337059,-
1.337647,-1.338235,-1.338824,-1.339412,-1.34,-1.340625/
      DATA(QQ2(IQ),IQ=1,101)/3.9,3.62,3.49,3.39,3.33,3.27,3.22,3.18,3.14,3.11,3.08,3.05,3.
03,3.0,2.98,2.96,2.94,2.93,2.91,2.89,2.88,2.86,2.85,2.83,2.82,2.81,2.79,2.78,2.77,2.76,2.75,2.74,2
.73,2.72,2.71,2.7,2.69,2.68,2.67,2.66,2.65,2.64,2.635,2.63,2.62,2.61,2.605,2.6,2.59,2.58,2.575,2.5
7,2.56,2.555,2.55,2.54,2.535,2.53,2.525,2.52,2.51,2.505,2.5,2.495,2.49,2.485,2.48,2.475,2.47,2.4
6,2.455,2.45,2.445,2.44,2.435,2.43,2.426667,2.423333,2.42,2.415,2.41,2.405,2.4,2.395,2.39,2.38
6667,2.383333,2.38,2.375,2.37,2.365,2.36,2.356667,2.353333,2.35,2.345,2.34,2.336667,2.33333
3,2.33,2.3266667/
      IF(ALPHA.EQ.0.01) THEN
            NQ=101
      ELSE IF(ALPHA.EQ.0.05) THEN
            NQ=173
      ELSE
            NQ=101
```

```
      ENDIF
      DO 34 IQ=1,NQ
          EQ1(IQ)=EXP(-QQ1(IQ)*SB1)
          EQ2(IQ)=EXP(-QQ2(IQ)*SB1)
          MINI(IQ)=EQ1(IQ)-EQ2(IQ)
34    CONTINUE
      QMIN=MINI(1)
      DO 36 IQ=1,NQ
          IF(MINI(IQ).LE.QMIN) THEN
              QMIN=MINI(IQ)
              Q1=QQ1(IQ)
              Q2=QQ2(IQ)
          ENDIF
36    CONTINUE
      LOW2=BETA1-Q2*SB1
      UPP2=BETA1-Q1*SB1
      PIVOT1=EXP(LOW2)
      PIVOT2=EXP(UPP2)
      LENGH2=PIVOT2-PIVOT1
      SUML2=SUML2+LENGH2
      IF((TEST.LT.PIVOT1).OR.(TEST.GT.PIVOT2)) THEN
          TEST2=TEST2+1
      ENDIF

!*********************************************************************!
!********************** BAYESIAN APPROACH ************************!
!*********************************************************************!
      IF(ALPHA.EQ.0.01) THEN
          X0=2.575
      ELSE IF(ALPHA.EQ.0.05) THEN
          X0=1.96
      ELSE
```

```
            X0=1.645
        ENDIF
        C=1-ALPHA
        I=0
38      I=I+1
        A0=X0
        B0=-A0-(2*SB1)
        CALL CAL_P(X0,PX)
        PX_A=PX
        X0=B0
        CALL CAL_P(X0,PX)
        PX_B=PX
        FX=PX_A-PX_B-C
        SQ=2*22/7
        DIF_FX=(1/SQRT(SQ))*(EXP((-A0**2)/2) -EXP((-B0**2)/2)
        XZ=A0-(FX/DIF_FX)
        X0=XZU1
        EER_X=ABS(XZ-X0)
        IF(EER_X.GT.0.001) THEN
            X0=XZ
            GOTO 38
        ELSE
            GOTO 40
        ENDIF
40      B0= -XZ-(2*SB1)
        UU2=EXP(XZ*SB1)
        UU1= EXP(B0*SB1)
        LOW3=EXP(BETA1)*UU1
        UPP3=EXP(BETA1)*UU2
        LENGH3=UPP3-LOW3
        SUML3=SUML3+LENGH3
        IF((TEST.LT.LOW3).OR.(TEST.GT.UPP3)) TEST3=TEST3+1
```

```
6       CONTINUE
        ABET1=SBET1/LOOP
        ABETA1=SBETA1/LOOP
        MEANL1=SUML1/LOOP
        MEANL2=SUML2/LOOP
        MEANL3=SUML3/LOOP
2       CONTINUE
        END

!*************************************************************************!
!****************** COMPUTE RANDOM VARIBLE**************************!
!*************************************************************************!
        FUNCTION RAND(IX)
        INTEGER IX
        REAL FLT
            IX=IX*16807
        IF(IX.LE.0.0) THEN
            IX=IX+2147483647+1
        ENDIF
            FLT=IX
            RAND=FLT*0.4654413E-9
        RETURN
        END

!*************************************************************************!
!*****************COMPUTER BERNUOLLI  VARIABLE*********************!
!*************************************************************************!
        FUNCTION   BER(P1,IX)
        INTEGER   IX
        REAL      P1,BER
        VALUE=RAND(IX)
        IF(VALUE.LE.P1)THEN
```

```
        BER=1.0
    ELSE
        BER=0.0
    END IF
    END

!************************************************************************!
!********************COMPUTER BINOMIAL VARIABLE********************!
!************************************************************************!
    SUBROUTINE  BI(P1,XB)
    COMMON/SEED/IX
    INTEGER IX,BN
    REAL P1,XB(200)
    BN=BER(P1,IX)
    IF(BN.EQ.1.0)THEN
        XB=1.0
    ELSE
        XB=0.0
    END IF
    RETURN
    END

!************************************************************************!
!*******************COMPUTER EXPONENTIAL VARIABLE******************!
!************************************************************************!
    SUBROUTINE EXE(P2,XE)
    COMMON/SEED/IX
    REAL P2,XE(200),VALUE2
    VALUE2=RAND(IX)
    XE=(-1/P2)*ALOG(VALUE2)
    RETURN
    END
```

```
!***********************************************************************!
!******************** SUBPROGRAM INVERSE METRIX *******************!
!***********************************************************************!
        SUBROUTINE  INV(A,C)
        REAL A(2,2),C(2,2)
        DETA=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
        IF(DETA.EQ.0.0) THEN
                DETA=1.5
        ENDIF
        A(1,2)=-A(1,2)
        A(2,1)=-A(2,1)
        T=A(1,1)
        A(1,1)=A(2,2)
        A(2,2)=T
        DO 3 I=1,2
        DO 3 J=1,2
                C(I,J)=A(I,J)/DETA
3       CONTINUE
        RETURN
        END

!***********************************************************************!
!******************** SUBPROGRAM MULTIPLICATION *******************!
!***********************************************************************!
        SUBROUTINE  MULTI(AA,BB,CC)
        REAL AA,BB,CC
        DIMENSION AA(2,2),BB(2,1),CC(2,1)
        DO 5 I=1,2
        DO 5 J=1,1
                CC(I,J)=0.0
5       CONTINUE
        DO 7 I=1,2
```

```
      DO 7 J=1,1
      DO 7 K=1,2
          CC(I,J)=CC(I,J)+AA(I,K)*BB(K,J)
7     CONTINUE
      RETURN
      END

!**************************************************************************!
!******************** SUBPROGRAM STANDARD NORMAL *******************!
!**************************************************************************!
      SUBROUTINE  CAL_P(X0,PX)
      REAL*8 X0,PX,B,F,A(6),SUM_A,MUL
      DATA(A(IA),IA=1,6)/0.0705230784,0.0422820123,0.0092705272,0.0001520143,0.000
2765672,0.0000430638/
      SUM_A=0.0
      DO 11 IA=1,6
          MUL=ABS(X0)/SQRT(2.0)
          SUM_A=SUM_A+(A(IA)*MUL)
11    CONTINUE
      B=1+SUM_A
      F=B**(-16)
      IF(X0.GT.0.0) THEN
          PX=1-(F/2)
      ELSE
          PX=F/2
      ENDIF
      RETURN
      END
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวราตรี จรัสมาธุสร เกิดเมื่อวันที่ 19 มกราคม 2521 ที่จังหวัดราชบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ) สาขาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544