ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2560
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF TEACHING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING USING PRODUCTIVE FAILURE METHOD ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Mr. Natchapon Photipjun

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2017

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ : ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECTS OF TEACHING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING USING PRODUCTIVE FAILURE METHOD ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม, 226 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 35 คน และกลุ่มควบคุม 35 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ใบกิจกรรม และแบบบันทึกหลังสอน วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2560

5783391027 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: PRODUCTIVE FAILURE METHOD / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

NATCHAPON PHOTIPJUN: EFFECTS OF TEACHING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING USING PRODUCTIVE FAILURE METHOD ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: PAIROT NOUMNOM, Ed.D., 226 pp.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical reasoning ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method between, before and after learning., 2) to compare mathematical reasoning ability of students being taught mathematical problem solving between by using productive failure method and by conventional approach., 3) to compare mathematical communication ability of the students being taught mathematical problem solving by using productive failure method between, before and after learning., 4) to compare mathematical communication ability of students being taught mathematical problem solving between by using productive failure method and by conventional approach., and 5) to study development of the mathematical reasoning and communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method. The subjects were eighth grade students of Takuapasenanukul school in the second semester of the academic year 2016. There were 35 students in the experimental group and 35 students in the control group. The instruments for data collection were mathematical reasoning ability tests, mathematical communication ability tests, work sheets and post instruction assessment. The quantitative data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, and t-test. The qualitative data were analyzed by content analysis.

The results of the study revealed that: 1) the mathematical reasoning ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method after learning were higher than those before at a .05 level of significance., 2) the mathematical reasoning ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method were higher than those of the students being taught mathematical problem solving by conventional approach at a .05 level of significance., 3) the mathematical communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method after learning were higher than those before at a .05 level of significance., 4) the mathematical communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method were higher than those of the students being taught mathematical problem solving by conventional approach at a .05 level of significance., and 5) the mathematical reasoning and communication ability of students being taught mathematical problem solving by using productive failure method were developed in positive direction.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2017

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาสละเวลา ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ครบถ้วน ผู้วิจัยมีความซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง และขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ด้วยความเคารพอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่าน ที่กรุณาสละเวลาตรวจพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครู และนักเรียนโรงเรียนเมืองถลาง จังหวัดภูเก็ต และโรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” จังหวัดพังงาเป็นอย่างยิ่ง ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษาสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ และเพื่อน ๆ ทุกท่านที่ให้กำลังใจและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัวและญาติพี่น้องทุกท่านที่ให้ความรัก ความอบอุ่น คอยเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา ทั้งยังให้การสนับสนุนการศึกษามาโดยตลอดจนกระทั่งประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฎ

สารบัญภาพ ..... ฒ

บทที่1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

คำถามการวิจัย 5

วัตถุประสงค์การวิจัย 5

สมมติฐานการวิจัย 6

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 9

ประโยชน์ที่ได้รับ 12

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13

1. การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure) 14

1.1. ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ 14

1.2. ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ 15

1.3. ขั้นตอนการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ 17

1.4. การออกแบบการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ 18

1.5. บทบาทครูและบทบาทนักเรียน 20

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 23

2.1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 23

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

2.2. ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 25
2.3. ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 26
2.4. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 31
2.5. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 34
3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 37
3.1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 38
3.2. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 39
3.3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 42
3.4. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 47
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 52
4.1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ 52
4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 53
4.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 54
5. กรอบแนวคิดในการวิจัย 56
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย 57
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 57
2. การออกแบบการวิจัย 58
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 59
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 60
4.1. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 60
4.2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 66
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 75
5.1. การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ 75

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

5.2. การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ 77
6. การวิเคราะห์ข้อมูล 77
6.1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 77
6.2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 78
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 78
7.1. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 79
7.2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 80
7.3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน 81
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 82
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 83
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 87
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 109
สรุปผลการวิจัย 113
อภิปรายผลการวิจัย 114
ข้อเสนอแนะ 124
รายการอ้างอิง 126
ภาคผนวก 132
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 133
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย 135
ภาคผนวก ค ผลการทดสอบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน 144
ภาคผนวก ง ผลการวิเคราะห์โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 146
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 149

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

ภาคผนวก ฉ ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 182

ภาคผนวก ช ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน 189

ภาคผนวก ซ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 192

ภาคผนวก ฌ ผลการทดสอบสมมติฐาน 221

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 226

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนตามระยะของการจัดกิจกรรม 20

ตารางที่ 2 ตัวชี้วัดของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ 36

ตารางที่ 3 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของ
กระทรวงศึกษาธิการ (2551ข: 138) 36

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคของ Suzzanne Lane, et al. 48

ตารางที่ 5 ตัวชี้วัดของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ 50

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย
ของกรมวิชาการ 50

ตารางที่ 7 แบบแผนการทดลอง 58

ตารางที่ 8 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 62

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 63

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 67

ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 68

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 71

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที
(t – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการ
ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) 83

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที
(t – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอน
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจาก
ความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
แบบปกติ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) 84

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน) 85

ตารางที่ 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 28 คะแนน) 86

ตารางที่ 17 ผลการทดสอบของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน) 145

ตารางที่ 18 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 147

ตารางที่ 19 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 147

ตารางที่ 20 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 148

ตารางที่ 21 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 148

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out) 183

ตารางที่ 23 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง) 184

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out) 185
ตารางที่ 25 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง) 185
ตารางที่ 26 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out) 186
ตารางที่ 27 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง) 187
ตารางที่ 28 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out) 188
ตารางที่ 29 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง) 188
ตารางที่ 30 ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) 190
ตารางที่ 31 ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน) 191
ตารางที่ 32 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) 222

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ตารางที่ 33 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 24 คะแนน) 223

ตารางที่ 34 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน) 224

ตารางที่ 35 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 28 คะแนน) 225

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 แสดงการเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจนและระบุคำตอบไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะก่อนเรียน 89

ภาพที่ 2 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1 90

ภาพที่ 3 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2 90

ภาพที่ 4 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ ได้ชัดเจน และระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3 91

ภาพที่ 5 แสดงการเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะหลังเรียน 92

ภาพที่ 6 แสดงการระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนยืนยันคำตอบโดยใช้หลักการ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน เขียนยืนยันคำตอบตามความเข้าใจของตนเองของ นักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน 92

ภาพที่ 7 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่ไม่สามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ ว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1 93

ภาพที่ 8 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน ว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2 94

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ภาพที่ 9 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ และสามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน ว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3 95

ภาพที่ 10 แสดงการระบุคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน ซึ่งยังไม่ครบถ้วนทำให้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควรของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน 95

ภาพที่ 11 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ แต่ไม่สามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน 96

ภาพที่ 12 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1 97

ภาพที่ 13 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2 98

ภาพที่ 14 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3 99

ภาพที่ 15 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน 99

ภาพที่ 16 แสดงร่องรอยในการเขียนอธิบายแนวคิดตามความเข้าใจของตนเองแต่ไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผลตามความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน 100

ภาพที่ 17 แสดงการตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหานั้นไม่ถูกต้อง และใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1 101

หน้า

ภาพที่ 18 แสดงการตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่ไม่มีความรอบคอบในการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ทำให้เกิดความไม่สมบูรณ์ในบางขั้นของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2 102

ภาพที่ 19 แสดงการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้และการดำเนินการแก้ปัญหามีความสอดคล้องกับความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง เขียนการใช้สมบัติการเท่ากันอย่างย่อในขั้นตอนแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3 .. 103

ภาพที่ 20 แสดงการเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วนเนื่องจากความผิดพลาดในการคำนวณของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน 103

ภาพที่ 21 แสดงขั้นตอนในการเขียนนำเสนอของนักเรียนไม่ครบถ้วน ที่มาของสมการที่นักเรียนได้ไม่มีความชัดเจน อีกทั้งขาดการเขียนขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน 104

ภาพที่ 22 แสดงการเขียนแสดงขั้นตอนของที่มาของตัวแปรและเอกนามไม่เป็นระบบไม่มีความชัดเจนและแสดงวิธีแก้ปัญหาได้ไม่ต่อเนื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1 105

ภาพที่ 23 แสดงการเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน การเขียนกำหนดตัวแปรและพหุนามเพื่อแทนข้อมูลสั้น ๆ ตามความเข้าใจของตนเองทำให้สื่อความได้ไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2 106

ภาพที่ 24 แสดงการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหาได้เป็นระบบ ระเบียบและเป็นขั้นตอนครบถ้วน ที่มาและลำดับขั้นของวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มีความชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3 107

ภาพที่ 25 แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน ขาดขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน 108

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เป้าหมายหลักของการพัฒนาการศึกษาของประเทศไทย คือ การพัฒนานักเรียนให้เป็นบุคคลที่มีคุณภาพด้วยกระบวนการเรียนรู้เพื่อความเจริญงอกงามของบุคคลและสังคม (พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2553) ซึ่งคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งสำหรับการพัฒนาคนเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเจริญในด้านต่างๆ เพราะคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

ถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญแต่การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยที่ผ่านมายังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งจะเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O – NET) ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ประจำปี พ.ศ.2558 คือ 32.40 คะแนน และ 26.59 คะแนนตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2559) แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศอื่น ๆ ผลการเรียนรู้ของนักเรียนไทยก็ยังไม่ดีนัก ยกตัวอย่างเช่น ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์โดยโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study : TIMSS) เมื่อปี ค.ศ.2015 โดยทำการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 431 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินที่กำหนดไว้ที่ 500 คะแนน ประเทศไทยอยู่ในลำดับที่ 26 จาก 39 ประเทศกับอีก 7 รัฐที่เข้าร่วมเปรียบเทียบ (สสวท., 2559) สอดคล้องกับผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) โดยโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Program for International Student Assessment : PISA) เมื่อปี ค.ศ.2015 โดยทำการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 415 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 490

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คะแนน ประเทศไทยอยู่ในลำดับที่ 55 จาก 72 ประเทศ/เขตเศรษฐกิจที่เข้าร่วม (สสวท., 2560) เมื่อพิจารณาจากผลการทดสอบ O – NET สะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ และจากผลการทดสอบทั้งโครงการ TIMSS และโครงการ PISA ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดทักษะการคิดทั้งทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะแบบทดสอบของโครงการดังกล่าว นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ ยกเหตุผลประกอบ และเขียนอธิบายคำตอบให้ชัดเจน จากการวิจัยต่างๆ พบว่าในรายวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนมีทักษะพื้นฐานไม่เพียงพอ ทั้งด้านการคิดวิเคราะห์ ด้านการให้เหตุผล และด้านภาษา รวมทั้งขาดแรงจูงใจในการเรียน ไม่เห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตจริง (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552)

จากผลการประเมินต่าง ๆ ข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอที่จะไปแข่งขันกับนานาชาติได้ ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นตามกรอบแนวคิดเพื่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ที่มีการผสมผสานองค์ความรู้ ทักษะเฉพาะด้าน ความชำนาญการ และความรู้เท่าทันด้านต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อความสำเร็จของนักเรียนทั้งด้านการทำงานและการดำเนินชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) การพัฒนานักเรียนให้มีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดนั้น นอกจากจะขึ้นอยู่กับตัวนักเรียน ครูผู้สอน และสภาพแวดล้อมของสถานศึกษาแล้ว ยังมีปัจจัยสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น คือ วิธีการสอน ครูผู้สอนจำเป็นจะต้องศึกษาและพัฒนาวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและตัวนักเรียน โดยเฉพาะเนื้อหาที่นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจยาก ดังเช่น วิชาคณิตศาสตร์ (สสวท., 2551)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สสวท., 2551: 46) การให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) ผลการวิจัยจำนวนมากยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า (สสวท., 2551) การเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต อีกทั้งความสามารถในการให้เหตุผลยังทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ และเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆได้ด้วยตนเอง (สสวท., 2547) การให้เหตุผลเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับชีวิตประจำวันและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์ที่หลากหลาย เป็นคนมีเหตุมีผล มีความมั่นใจในการตัดสินใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคิด ตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้ นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การตัดสินใจ การหาข้อสรุป อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานการคิดในขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (NCTM, 2000: 342) สำหรับแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียน ฝึกการคิด วิเคราะห์ และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดภายในห้องเรียน กระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น คาดการณ์ และค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนชี้แจงเหตุผลกัน (สสวท., 2544)

นอกจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้ว การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกทักษะหนึ่งที่มีความจำเป็น ซึ่งการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถ่ายทอดข้อมูล เรื่องราว และแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผ่านสื่อต่างๆ ด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อให้ผู้อื่นได้รับทราบและเข้าใจความหมายได้ตรงกัน (สสวท., 2555) การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการกิจกรรมกับการแก้ปัญหา รวมถึงการอภิปราย พูดคุย การมีปฏิสัมพันธ์กัน และการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน การสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถามด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง และการพูด (NCTM, 1989: 214) การสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังเป็นส่วนที่สำคัญและจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนแนวความคิดและการสร้างความเข้าใจที่ชัดเจนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลายท่านคงได้ยินคำกล่าวที่ว่า คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก ๆ มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้ หรือแม้แต่นักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์บางคนก็อาจบอกว่า “ตนเองเข้าใจแต่อธิบายเป็นคำพูดไม่ได้” สิ่งเหล่านี้แสดงถึงปัญหาในการสื่อสาร การพัฒนานักเรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจจึงมีความจำเป็น (อัมพร ม้าคนอง, 2553) โดยแนวทางในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น ครูควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิด เหตุผลของตนเองอย่างต่อเนื่อง ทั้งที่อยู่ในรูปของการใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน อีกทั้งสามารถทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา (สสวท., 2551: 74 – 75)

จากความหมายและความสำคัญของทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าการพัฒนาคุณภาพการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในปัจจุบันต้องเน้นไปที่ทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เพราะมีความจำเป็นต่อไปในอนาคต ประกอบกับการใช้วิธีสอนที่ดีจะเป็นส่วนช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการสอนที่จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอในการดำรงชีวิตประจำวันได้นั่นคือ วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure Method)

วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure Method) มีแนวคิดให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม โดยเน้นการตรวจสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน ด้วยการให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยและท้าทายความสามารถของนักเรียนด้วยตนเองก่อนโดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิม จากนั้นนักเรียนได้นำเสนอ อธิบาย และให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหานั้น ซึ่งการแก้ปัญหาอาจไม่สมบูรณ์เนื่องจากนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ แต่ความไม่สมบูรณ์เหล่านั้นจะนำมาเป็นแนวทางให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันผ่านการเปรียบเทียบและอภิปรายจนนำไปสู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อื่นได้อย่างหลากหลาย โดยครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง ประเมินความไม่สมบูรณ์ที่เกิดขึ้น และใช้คำถามนำนำเข้าสู่การอภิปราย วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาคุณภาพของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นได้ เพราะการจัดกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า “บทเรียนที่ดีที่สุดและกล้าหาญที่สุด มิใช่บทเรียนจากความสำเร็จ แต่คือ บทเรียนจากความผิดพลาด” (สมพงษ์ อยู่สุนทร, 2556) ดังจะเห็นได้จากคนที่ประสบความสำเร็จมักจะจดจำความผิดพลาดที่ตัวเองได้ก่อขึ้นในอดีต แล้วนำมาพัฒนา แก้ไข ปรับปรุง เพื่อไม่ให้ความผิดพลาดนั้นเกิดขึ้นซ้ำๆซากๆอีกครั้ง (พีร์ บุญชนะวิวัฒน์, 2553)

วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีการดำเนินการ 2 ระยะนั่นคือ ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (representations) และคิดหาวิธีแก้ปัญหา (solutions) ด้วยตนเอง และระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา เมื่อวิเคราะห์ 2 ระยะนี้แล้วพบว่า มีการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กล่าวคือ ในระยะที่ 1 นักเรียนจะสามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนนั้น นักเรียนจะต้องมีการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ จากปัญหาที่กำหนดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่คำตอบและในระยะที่ 2 นักเรียนจะต้องนำเสนอตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่ตัวเองสร้างขึ้นแสดงว่า นักเรียนต้องสามารถอธิบายคำตอบที่ได้

จากการใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของตนเองในการสนับสนุนคำตอบนั้นอย่างสมเหตุสมผล นอกจากทั้ง 2 ระยะจะส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกด้วย กล่าวคือ เมื่อนักเรียนสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนักเรียนจะต้องออกมานำเสนอการสร้างนั้นแสดงว่า นักเรียนต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา มีการเขียนอธิบายแนวคิด และมีการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมบูรณ์ ชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ อีกทั้งวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์เน้นให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันแสดงให้เห็นว่า นักเรียนจะต้องมีการอภิปราย แลกเปลี่ยน แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้เพื่อนได้รับรู้อีกด้วย

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ มาใช้ในการทดลองเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และเป็นเนื้อหาที่มีความสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนน่าจะเชื่อมโยงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

คำถามการวิจัย

การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วัตถุประสงค์การวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดวัตถุประสงค์ของการวิจัยไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ มีรายละเอียดดังนี้

Manu Kapur (2008) ได้ศึกษาผลของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์เกรด 11 จำนวน 309 คน ในประเทศอินเดีย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

Manu Kapur (2009) ได้ศึกษาผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 จำนวน 75 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการเข้าใจมโนทัศน์ (conceptual understanding) และการถ่ายโยงข้อมูล (transfer) ที่ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

Manu Kapur (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์โดยแบ่งการทดลองเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์แต่ไม่ได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรก กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรก และกลุ่มที่ได้รับการสอนการ

แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนเกรด 7 จำนวน 109 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์แต่ไม่ได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรกมีการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากกว่าสองกลุ่มที่เหลือ ซึ่ง Manu Kapur อธิบายเพิ่มเติมว่า เมื่อนักเรียนไม่ได้คำแนะนำ ความรู้เดิมของนักเรียนจะถูกกระตุ้นให้เกิดการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

Manu Kapur (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชายล้วนเกรด 9 จำนวน 133 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาได้ดีกว่าและมีความหลากหลายมากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการวิเคราะห์งานวิจัยที่กล่าวข้างต้นจะเห็นว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีได้นั้นต้องอาศัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีด้วยเพราะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ (Alice และ Shirel, 1999: 125 – 126) อีกทั้งต้องอาศัยการสื่อสารทางคณิตสาสตร์ที่ดีด้วยเพราะจะช่วยทำให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (Mumme and Shepherd, 1993: 7 – 11) นอกจากนี้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีการดำเนินการ 2 ระยะนั่นคือ ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง และระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา เมื่อวิเคราะห์ 2 ระยะนี้แล้วพบว่า มีการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ในระยะที่ 1 นักเรียนจะสามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนนั้นนักเรียนจะต้องมีการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ จากปัญหาที่กำหนดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่คำตอบ และในระยะที่ 2 นักเรียนจะต้องนำเสนอตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่ตัวเองสร้างขึ้น แสดงว่า นักเรียนต้องสามารถอธิบายคำตอบที่ได้ จากการใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของตนเองในการสนับสนุนคำตอบนั้นอย่างสมเหตุสมผล นอกจากทั้ง 2 ระยะจะส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้วยังส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกด้วย กล่าวคือ เมื่อนักเรียนสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนักเรียนจะต้องออกมานำเสนอการสร้างนั้นแสดงว่า นักเรียนต้องมีการใช้ภาษาและ สัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมายที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์

ข้อมูลจากปัญหา มีการเขียนอธิบายแนวคิด และมีการนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเอง เพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมบูรณ์ ชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ อีกทั้งวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์เน้นให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันแสดงให้เห็นว่านักเรียนจะต้องมีการอภิปราย แลกเปลี่ยน แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้เพื่อนได้รับรู้อีกด้วย

จากการวิเคราะห์งานวิจัยและแนวคิดของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 14 (จังหวัดภูเก็ต พังงา และระนอง) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1. ตัวแปรจัดกระทำ ได้แก่

3.1.1. การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

3.1.2. การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2. ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure Method) หมายถึง การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ตามแนวคิดของ Manu Kapur (2013: 341 – 355) ที่มีแนวคิดและหลักการให้นักเรียนมีความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องจากการเรียนรู้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและผู้อื่น จนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยได้ โดยการใช้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สามารถดึงความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนเพื่อเป็นบริบทการเรียนรู้ นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยกลุ่มของตนเองก่อนโดยอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน ครูใช้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ซึ่งอาจจะเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่วิเคราะห์และรวบรวมได้จากการลงมือแก้ปัญหาภายในกลุ่มและการนำเสนอของนักเรียน มาเป็นประเด็นในการร่วมกันอภิปรายและปรับแก้ด้วยวิธีการที่เหมาะสมจนนำไปสู่ความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยได้ การสอนโดยใช้วิธีนี้มีขั้นตอนในการดำเนินการ 2 ระยะคือ

ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (representations) และคิดหาวิธีแก้ปัญหา (solutions) ด้วยตนเอง

ในระยะนี้ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนไม่คุ้นเคยที่สามารถดึงความไม่สมบูรณ์ของความรู้และสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อแก้โจทย์ปัญหานั้นโดยการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาแล้วใช้ตัวแทนความคิดนั้นมาแสดงเป็นวิธีแก้ปัญหา โดยมีครูคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาแก้ปัญหาและไม่เสนอแนวทางเกี่ยวกับการสร้างตัวแทนความคิดและวิธีแก้ปัญหานั้น อีกทั้งครูต้องวิเคราะห์พร้อมกับบันทึกความรู้ที่นักเรียนนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่อาจจะมีโครงสร้างไม่สมบูรณ์ขณะนักเรียนแก้ปัญหาภายในกลุ่ม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย 2 ขั้นประกอบด้วย

2.1. ขั้นทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาถูกต้องสมบูรณ์

ในขั้นนี้ครูให้แต่ละกลุ่มนำเสนอพร้อมทั้งอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของกลุ่มจากระยะที่ 1 เพื่อจะได้วิเคราะห์และหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนเพิ่มเติม ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่ได้ลงมือแก้ปัญหาทั้งหมดทั้งลักษณะเด่นที่สำคัญ เปรียบเทียบความเหมือนและความต่าง ข้อดี ข้อจำกัด และความไม่สมบูรณ์ของความรู้จากการแก้ปัญหาของกลุ่มต่าง ๆ แล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสมจนครบทุกรูปแบบของความไม่สมบูรณ์ของความรู้ที่ครูรวบรวมได้ แล้วให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญของความรู้ที่ได้รับด้วยภาษาของนักเรียนเอง

2.2. ขั้นนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ไปแก้ปัญหา

ในขั้นนี้ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับระยะที่ 1 และกระตุ้นให้นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหาด้วยการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาแล้วใช้ตัวแทนความคิดนั้นไปสู่วิธีแก้ปัญหาตามความรู้ที่ได้สรุปจากขั้น 2.1. แล้วให้นักเรียนนำเสนอและแลกเปลี่ยนตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาโดยมีครูวิเคราะห์เพื่อหาความไม่สมบูรณ์และนำประเด็นความไม่สมบูรณ์ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้และสรุปให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสมอีกครั้ง

2. การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนหลักในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.1. ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความพร้อมที่จะเรียนรู้ อาจใช้การทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิม เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่การแก้ปัญหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่าง และอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เรียนผ่านมาแล้ว

2.2. ขั้นจัดกิจกรรม เป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่สอดคล้องกับหลักการทางคณิตศาสตร์ได้โดยใช้คำถาม การสาธิต และการอธิบายประกอบการยกตัวอย่าง

2.3. ขั้นสรุป เป็นการให้นักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการหาข้อสรุปหรือคำตอบที่ได้มาจากการใช้ความรู้คณิตศาสตร์มาคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่กำหนด ตลอดจนสามารถอธิบายข้อสรุปหรือคำตอบโดยให้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล โดยปรับปรุงจากแนวคิดของ O'Daffer (1990: 378) ซึ่งพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านดังนี้

1. ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์ และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำสิ่งเหล่านั้นมาหาข้อสรุปในรูปแบบทั่วไปหรือคำตอบที่ต้องการได้

2. ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง มาประกอบการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้นเพื่อมายืนยันและอธิบายข้อสรุปหรือคำตอบนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล

ซึ่งความสามารถนี้วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสื่อความหมายข้อความด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเขียนอธิบายแนวคิดและนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมบูรณ์ ชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบ โดยปรับปรุงจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ Romberg (1992: 325 – 327) ซึ่งพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเขียนสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง

3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจอย่างเป็นขั้นตอนที่ครบถ้วนและเป็นระบบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ซึ่งความสามารถนี้วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจนำการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในห้องเรียนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนา

2. เป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพโดยใช้ความไม่สมบูรณ์เป็นบทเรียนให้เกิดการเรียนการสอนในชั้นเรียนต่อไป

3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจนำการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ นอกเหนือจากความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. นำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องหรือเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังจะนำเสนอต่อไปนี้

1. การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
    1.1. ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
    1.2. ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
    1.3. ขั้นตอนการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
    1.4. การออกแบบการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
    1.5. บทบาทครูและบทบาทนักเรียน

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.2. ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.3. ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.4. แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.5. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.2. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.3. แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.4. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   4.1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์
   4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   4.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5. กรอบแนวคิดในการวิจัย

1. การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure)

1.1. ที่มาและแนวคิดของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ เป็นวิธีสอนที่ถูกออกแบบและพัฒนาโดย Manu Kapur (2013: 341 – 355) จุดเริ่มต้นของการออกแบบและพัฒนาคือ Kapur ได้สังเกตวิธีการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติที่เริ่มต้นด้วยครูทำหน้าที่นำเสนอและอธิบายรายละเอียดสำคัญๆของความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ตลอดจนการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาผ่านโจทย์คณิตศาสตร์ตัวอย่างหลายๆตัวอย่างควบคู่ไปกับการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหา หลังจากนักเรียนเข้าใจการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาแล้ว ครูจะให้การบ้านเพื่อเป็นการฝึกฝนและเป็นข้อมูลย้อนกลับเพื่อแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องนั้นๆมากน้อยเพียงใด ซึ่งกระบวนการดังกล่าวเป็นวงจรในลักษณะซ้ำๆนั่นคือ นักเรียนจดบรรยาย ฝึกฝนผ่านการบ้านแล้วให้ข้อมูลย้อนกลับ Kapur ได้สังเกตวิธีการสอนดังกล่าวแล้วนำมาวิเคราะห์ก็พบปัญหาหลักเกิดขึ้น 2 ข้อ นั่นคือ

1. เมื่อครูแสดงเนื้อหาหรือวิธีการหาคำตอบของบทเรียน นักเรียนมักขาดความรู้เดิมที่จำเป็นที่มีส่วนช่วยให้เข้าใจเนื้อหาหรือวิธีการหาคำตอบนั้นๆได้อย่างเข้าใจและต่อเนื่อง

2. เมื่อครูแสดงเนื้อหาหรือวิธีการหาคำตอบของบทเรียนอย่างเป็นขั้นตอนตามโครงสร้างอย่างดีแล้ว นักเรียนเกิดความไม่เข้าใจว่าเนื้อหาหรือวิธีการหาคำตอบนั้นมีที่มาอย่างไร

เมื่อทราบปัญหาแล้ว Kapur ได้พยายามคิดค้นวิธีสอนที่ช่วยแก้ปัญหานั้นทั้ง 2 ข้อคือ

1. วิธีสอนที่จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่มีอยู่อย่างหลากหลายและแตกต่างกันมาเชื่อมต่อกับความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการได้อย่างสัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ความรู้คณิตศาสตร์ใหม่ที่ต้องการได้อย่างเข้าใจมากยิ่งขึ้น

2. วิธีสอนที่ให้นักเรียนใส่ใจกับลักษณะสำคัญของความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการเพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์นั้นๆไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องตรงกับลักษณะของปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Kapur นึกถึงประสบการณ์ของตัวเอง ขณะที่เป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งชาติ (National University) ประเทศสิงคโปร์ ซึ่งในขณะนั้นอาจารย์ของ Kapur ได้มอบหมายงานให้แก้สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น (non – linear differential equation) 1 ข้อ โดยไม่ให้คำแนะนำเพิ่มเติม Kapur ได้ใช้เวลา 4 เดือนในการพยายามแก้สมการดังกล่าวแต่ไม่สำเร็จ สุดท้ายอาจารย์ได้ให้คำแนะนำว่า “การแก้สมการนี้ไม่สามารถแก้ได้โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวต้องอาศัยคอมพิวเตอร์เชิงคำนวณด้วย” หลังจากอาจารย์แนะนำ Kapur ได้ถามอาจารย์ว่า “ทำไมถึงปล่อยให้เขาเสียเวลามากขนาดนี้ถึงให้คำแนะนำ” อาจารย์ได้ตอบว่า “เวลาที่เสียไปไม่ไร้ประโยชน์หรอก” หลังจากนั้น Kapur ได้นำคำแนะนำประกอบกับคำตอบของอาจารย์มาเรียนรู้เพิ่มเติมก็ปรากฏว่า Kapur สามารถเข้าใจการแก้สมการข้อนี้ได้อย่างแท้จริง

จากประสบการณ์ของ Kapur ประกอบกับแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – based learning) ที่ใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนใฝ่หาความรู้เพื่อแก้ไขปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Howard, 1999) ทำให้ Kapur ได้ออกแบบวิธีสอนที่ช่วยแก้ปัญหาที่เกิดจากวิธีสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ 2 ข้อข้างต้นเรียกว่า “การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ (Productive Failure)”

Kapur ได้ศึกษาและทำการวิจัยเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ซึ่งตัวอย่างหนึ่งในงานวิจัยของ Kapur คือ การวิจัยกับนักเรียนเกรด 9 ในโรงเรียนแห่งหนึ่งของอินเดีย (Indian private school) เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งนักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2กลุ่มคือ กลุ่มที่ได้รับวิธีสอนแบบการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับกลุ่มที่ได้รับวิธีสอนแบบปกติ หลังจากนั้นใช้วิธีสอบ ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับวิธีสอนแบบการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถด้านการเข้าใจมโนทัศน์ (conceptual understanding) และการถ่ายโยงข้อมูล (transfer) มากกว่ากลุ่มที่ได้รับวิธีสอนแบบปกติ ทั้งนี้ Kapur ได้ศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์อีกมากมาย และได้สรุปว่า “การออกแบบการเรียนรู้โดยใช้ความไม่สมบูรณ์เป็นประสบการณ์ร่วมกับกระบวนการคิดของมนุษย์ช่วยให้การเรียนของนักเรียนดีขึ้น”

1.2. ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

จากที่มา แนวคิด และการพัฒนาผ่านงานวิจัยต่างๆของ Manu Kapur ทำให้สามารถสรุปความหมายของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ได้ดังนี้

การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ เป็นวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องจากการเรียนรู้ความไม่สมบูรณ์แล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ใหม่หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างเหมาะสม โดยมีขั้นตอนคือ นักเรียนใช้ความรู้เดิมสร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (representations) และวิธีแก้ปัญหา (solution methods) ที่หลากหลายในการแก้ปัญหาใหม่หรือปัญหาที่ซับซ้อนที่นักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อน โดยครูไม่ได้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาที่นำไปสู่วิธีแก้ปัญหาของนักเรียนในระยะแรกนั้นอาจมีความไม่สมบูรณ์เนื่องจากนักเรียนอาจมีความรู้คณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาด หลังจากนั้นนักเรียนนำเสนอสิ่งที่ได้สร้าง ครูก็จะประเมินและรวบรวมความไม่สมบูรณ์ของงานที่นักเรียนได้สร้างนั้นเพื่อนำมาให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความเหมือนและความต่าง จุดเด่นและจุดด้อย อีกทั้งข้อจำกัดแล้วมาอภิปราย ปรับปรุง ประมวลผลเพื่อสรุปเป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม อาจใช้เทคนิคกระบวนการแก้ปัญหาแบบกลุ่ม คู่หรือรายบุคคลตามความเหมาะสม ความไม่สมบูรณ์ที่เกิดขึ้นนั้นจะเป็นประโยชน์และมีความสำคัญในการเรียนรู้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องอย่างมาก

เมื่อพิจารณาความหมายของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์จะพบว่า วิธีนี้ประกอบด้วย 4 ลักษณะที่สำคัญดังนี้

a) การกระตุ้นและการแยกความแตกต่างของความรู้เดิมที่มีความสัมพันธ์กับความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการ

b) การให้ความสนใจกับจุดเด่นของความรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญที่เป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการ

c) การอธิบายและให้รายละเอียดเพิ่มเติมของจุดเด่นเหล่านั้น

d) การสร้างและรวบรวมจุดเด่นของความรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญต่างๆมาเป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากลักษณะสำคัญทั้ง 4 ข้างต้นสามารถปรับให้เป็นแนวทางสู่การปฏิบัติโดยเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมและใช้ได้จริงภายในห้องเรียน 3 ข้อดังนี้

1. สร้างสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาใหม่หรือมีความซับซ้อนที่ท้าทายนักเรียนซึ่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้เดิมมาเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ และให้นักเรียนสร้างการตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายตามความรู้ของตนเองที่มีอยู่ (ลักษณะสำคัญ a, b)

2. ให้นักเรียนได้อธิบายและให้รายละเอียดเพิ่มเติม (ลักษณะสำคัญ b, c)

3. ให้โอกาสนักเรียนเปรียบเทียบความเหมือนและความต่างของสิ่งที่นักเรียนสร้างมาได้ หาข้อจำกัดที่ทำให้สิ่งที่หาได้นั้นยังไม่ประสบความสำเร็จหรือไม่ใช่แนวทางที่ถูกต้องแล้วมารวบรวมเพื่อสร้างแนวทางในการหาคำตอบที่ถูกต้องที่ตรงกับความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการ (ลักษณะสำคัญ b – d)

ในกระบวนการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาที่นำไปสู่วิธีแก้ปัญหาของนักเรียนนั้นจะพบว่า ครูไม่ได้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา ในส่วนนี้ Kapur ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 ในประเทศสิงคโปร์โดยการเปรียบเทียบนักเรียนที่ได้รับวิธีสอนแบบการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์แต่แยกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่ได้ให้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาและกลุ่มที่ให้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้ให้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหามีประสิทธิภาพในด้านการเข้าใจมโนทัศน์ (conceptual understanding) สูงกว่ากลุ่มที่ให้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา Kapur ได้อภิปรายว่า การให้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาทำให้นักเรียนไม่ได้รับการกระตุ้นให้ใช้ความรู้เก่าในการสร้างทำให้ไม่ทราบความไม่สมบูรณ์ที่เกิดขึ้นอย่างแท้จริงของนักเรียน

1.3. ขั้นตอนการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

จากความหมายของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และแนวทางสู่การปฏิบัติโดยเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมและใช้ได้จริงภายในห้องเรียน 3 ข้อ สามารถนำมาสร้างเป็นระยะของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ได้ 2 ระยะที่มีความเหมาะสมในการนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้และสอดคล้องกับการนำไปใช้แก้ปัญหาหลัก 2 ข้อ ดังนี้

ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง (Generation and exploration of representations and methods) ระยะนี้นักเรียนได้ตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาใหม่หรือปัญหาที่ซับซ้อนที่นักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อน โดยมีขั้นตอนคือ ครูนำเสนอปัญหาใหม่หรือปัญหาซับซ้อนที่มีความยากเหมาะสมและนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อน แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาด้วยตนเองผ่านกระบวนการทำงานเป็นรายบุคคล คู่หรือกลุ่มตามความเหมาะสม โดยเน้นที่กระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม จะได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้ มีการอธิบาย วิจารณ์และประเมินงานซึ่งกันและกันซึ่งก่อให้เกิดงานที่ละเอียดและเพิ่มคุณค่าของงาน ครูไม่ได้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาแต่จะกำหนดพื้นที่ที่เหมาะสมที่จะเอื้ออำนวยต่อนักเรียนในการคิดและสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีหาคำตอบ อีกทั้งครูต้องสร้างบรรยากาศที่สนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่องและประเมินความไม่สมบูรณ์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา (Consolidation and knowledge assembly) ระยะนี้นักเรียนได้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยมีขั้นตอนคือ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนรวบรวมและนำเสนอสิ่งที่ได้สร้างไว้ในระยะที่ 1 โดยครูมีส่วนช่วยแปลความสิ่งที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจน เน้นให้นักเรียนใส่ใจกับลักษณะเด่นที่สำคัญจากการนำเสนอ อีกทั้งครูไม่ควรตัดสินหรือประเมินว่าตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสร้างนั้นถูกหรือผิด หลังจากนั้นครูใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความรู้ที่ได้แลกเปลี่ยนรวมถึงครูประเมินและบันทึกความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ขณะนักเรียนนำเสนอ ครูนำความไม่สมบูรณ์ที่ได้ประเมินและบันทึกให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของความรู้ที่ได้รับให้เป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องแล้วขยายไปสู่การแก้ปัญหาใหม่ต่อไป

1.4. การออกแบบการสอนตามวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

ในการนำวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะต้องดำเนินตามระยะของวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์โดยในแต่ละระยะจะมีการออกแบบภาระงาน กิจกรรมหรือการมีส่วนร่วมและสภาพสังคมสิ่งแวดล้อมรวมอยู่ด้วยเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้สูงสุดและมีประสิทธิภาพ

ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

การออกแบบภาระงาน

ภาระงานที่สร้างในระยะนี้ต้องมีความเหมาะสมกับรูปแบบของการมีส่วนร่วมในกิจกรรม กล่าวคือเป็นลักษณะงานรายบุคคล งานคู่หรืองานกลุ่มอีกทั้งยังต้องคำนึงถึง ความซับซ้อนของปัญหา ความรู้เดิมของนักเรียนและความน่าสนใจของปัญหา

ความซับซ้อนของปัญหาต้องมีความซับซ้อนพอเหมาะ ท้าทายความสามารถของนักเรียน กล่าวคือ ไม่ควรยากเกินไปเพราะจะทำให้นักเรียนรู้สึกท้อแท้ ผิดหวังและเบื่อหน่าย และถ้าง่ายเกินไปก็ไม่เกิดแรงจูงใจในการแก้ปัญหา ปัญหาควรมีลักษณะเป็นเรื่องราวที่มีความซับซ้อนแต่สามารถใช้ความรู้เดิมในการอภิปรายได้อย่างกว้างขวาง นั่นคือ มีหลายทางเลือกหรือหลายแนวทางในการสร้างตัวแทนของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา

ความรู้เดิมของนักเรียน การสร้างปัญหานั้นต้องดูถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวปัญหากับผู้แก้ปัญหาด้วย กล่าวคือ ปัญหาบางปัญหาอาจจะง่ายสำหรับนักเรียนบางกลุ่มแต่ยากสำหรับนักเรียนอีกกลุ่ม ดังนั้นจึงควรสร้างปัญหาที่มีความเหมาะสมกับสภาพของนักเรียน อีกทั้งถ้านักเรียนมีความรู้เดิมที่เพียงพอก็จะสามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ความน่าสนใจของปัญหา นักเรียนสนใจปัญหาที่มีลักษณะเป็นเรื่องเล่าบรรยายผ่านบทสนทนาแต่ที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดีคือ บทสนทนาการ์ตูน

การออกแบบกิจกรรมหรือการมีส่วนร่วม

กิจกรรมสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบกลุ่ม แบบคู่หรือรายบุคคลได้ตามความเหมาะสมของปัญหา แต่มีงานวิจัยที่สนับสนุนว่า การจัดกิจกรรมแบบทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มจะช่วยเพิ่มคุณค่าของตัวแทนของปัญหาและวิธีแก้ปัญหามากขึ้น (Schwartz, 1995 ; diSessa et al, 1991) ลักษณะกลุ่มควรเป็นกลุ่มขนาดเล็กเพราะจะทำให้ทุกคนได้มีส่วนร่วมในงานอย่างเต็มที่ อีกทั้งการจัดให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม จะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยน อธิบาย วิจารณ์ ประสานงาน และประเมินค่าของงานซึ่งกันและกันทำให้การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น

การออกแบบสภาพสังคม สิ่งแวดล้อม

ในระยะนี้ควรจัดห้องเรียนให้เอื้อต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูไม่ควรให้ความช่วยเหลือด้านความรู้หรือเนื้อหาที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาแต่ควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง ไม่น่าเบื่อ

ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา

การออกแบบภาระงาน

ภาระงานในระยะนี้คือการเปรียบเทียบความเหมือนและความต่าง จุดเด่นและจุดด้อย รวมถึงข้อจำกัดของสิ่งที่นักเรียนได้สร้างขึ้นในระยะที่ 1 กับรูปแบบตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องเหมาะสม ผ่านการอภิปรายร่วมกับครูและนักเรียนทุกคนในชั้นเรียน อีกทั้งให้นักเรียนใส่ใจและเข้าใจลักษณะเด่นที่สำคัญของมโนทัศน์ที่ต้องการเพื่อประมวลเป็นความรู้ในการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

การออกแบบกิจกรรมหรือการมีส่วนร่วม

การออกแบบกิจกรรมหรือการมีส่วนร่วมในระยะนี้จะมีประสิทธิภาพมากถ้าครูมีทักษะและกลยุทธ์ในการช่วยเหลือและควบคุมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากที่สุด ในส่วนนี้นักเรียนซึ่งอาจจะเป็นรายบุคคล คู่หรือกลุ่มจะนำเสนอสิ่งที่ได้สร้างไว้ในระยะที่ 1 ผ่านกระบวนการใช้คำถามของครูเพื่อให้เกิดการอธิบายให้ชัดเจนและให้รายละเอียดเพิ่มเติมที่มากขึ้น ครูต้องถอดความหรือแปลความสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายให้ชัดเจนและเน้นให้นักเรียนใส่ใจกับลักษณะเด่นที่สำคัญของมโนทัศน์ที่ต้องการ อีกทั้งต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายอาจอยู่ในรูปการถาม การอธิบายและการให้รายละเอียดเพิ่มเติมในงานของนักเรียนซึ่งกันและกันตามความเหมาะสม

การออกแบบสภาพสังคม สิ่งแวดล้อม

สภาพห้องเรียนเป็นส่วนสำคัญอย่างหนึ่งที่ทำให้การจัดกิจกรรมเป็นไปตามที่คาดหวังไว้ ดังนั้นในระยะนี้ห้องเรียนควรเอื้อต่อการมีส่วนร่วมและการอภิปรายร่วมกัน ครูไม่ควรตั้งความคาดหวังที่จะตัดสินหรือประเมินว่าตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสร้างนั้นถูกหรือผิดแต่ควรให้ความคาดหวังเกี่ยวกับกระบวนการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะเป็นส่วนสำคัญของแบบฝึกทางคณิตศาสตร์และควรให้นักเรียนเข้าใจว่าทำไมตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหานี้ถึงดีกว่าวิธีอื่นๆเพราะเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

1.5. บทบาทครูและบทบาทนักเรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความเด่นชัดในเรื่องระยะของการจัดกิจกรรม ดังนั้นบทบาทครูและบทบาทนักเรียนจึงปรากฏชัดตามระยะของการจัดกิจกรรมด้วย

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนตามระยะของการจัดกิจกรรม

ระยะของการจัดกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง (Generation and exploration of representations and methods	● สร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนเหมาะสม ไม่ยากจนนักเรียนรู้สึกเครียดในการแก้ปัญหา และควรเป็นปัญหาที่มีความท้าทายอีกทั้งสามารถสร้างวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย	● มีความกระตือรือร้นในการสร้างตัวแทนทางความคิดและวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย
	● สร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการทำกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง ไม่น่าเบื่อ	● มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง ให้ความสนใจต่อกิจกรรมที่ครูกำหนด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนตามระยะของการจัดกิจกรรม (ต่อ)

ระยะของการจัดกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	● เปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ● ไม่ช่วยเหลือนักเรียนในการสร้างตัวแทนทางความคิดและวิธีแก้ปัญหาแต่ใช้วิธีกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้เดิมในการสร้างให้มากที่สุด ● ให้เวลานักเรียนอย่างเหมาะสมในการทำกิจกรรม ● ครูเดินสังเกตการทำงานแล้วประเมินและบันทึกความไม่สมบูรณ์ของการแก้ปัญหาของนักเรียน	● แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม และช่วยเหลืองานกลุ่มอย่างเต็มที่ ● ใช้ความรู้เดิมที่มีของตัวเองในการสร้างตัวแทนทางความคิดและวิธีแก้ปัญหา ไม่ถามครูและเพื่อนต่างกลุ่ม ● ใช้เวลาอย่างเหมาะสมในการทำกิจกรรม
ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา (Consolidation and knowledge assembly)	● รวบรวมสิ่งที่นักเรียนได้สร้างในระยะที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนได้สังเกตสิ่งที่นักเรียนได้สร้างทั้งของกลุ่มตัวเองและต่างกลุ่ม ● ให้นักเรียนได้นำเสนอและอธิบายสิ่งที่ได้สร้างโดยครูต้องทำความเข้าใจและมีส่วนช่วยในการอธิบายเพิ่มเติม	● สังเกตสิ่งที่ได้สร้างทั้งของกลุ่มตัวเองและต่างกลุ่ม ● นำเสนอและอธิบายสิ่งที่ได้สร้างให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจและตอบคำถามเมื่อเพื่อนไม่เข้าใจ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนตามระยะของการจัดกิจกรรม (ต่อ)

ระยะของการจัดกิจกรรม	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
	● ขณะนักเรียนนำเสนอ ครูประเมินและบันทึกความไม่สมบูรณ์ของการแก้ปัญหาของนักเรียนอีกครั้ง	● ตอบคำถาม และอธิบายขั้นตอนที่ตัวเองทำตามความเข้าใจของตนเองให้มากที่สุด
	● นำความไม่สมบูรณ์ของการแก้ปัญหาที่ได้ประเมินและบันทึกประกอบกับคำถามที่เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและแก้ไขให้ถูกต้องได้อย่างเหมาะสม	● เปรียบเทียบความเหมือนและความต่าง จุดเด่นและจุดด้อยของสิ่งที่ได้สร้างทั้งของกลุ่มตัวเองและต่างกลุ่ม ถามคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัย อีกทั้งมีส่วนร่วมในการปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ให้มีความถูกต้อง
	● ใช้คำถามเพื่อแนะแนวทางและประมวลความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ตามความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้อง	● ประมวลความรู้ทั้งหมดที่ได้รับจากการทำกิจกรรมและสรุปเป็นความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้อง
	● จัดทำสื่อที่แสดงความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้องเพื่อเป็นการสรุปสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้หรือแสดงเพื่อให้นักเรียนใช้เปรียบเทียบในกรณีที่สิ่งที่นักเรียนสร้างไม่ตรงตามความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการและถูกต้อง	● สังเกตและเปรียบเทียบความเหมือนและความต่าง จุดเด่นและจุดด้อยของสิ่งที่ได้สร้างทั้งของกลุ่มตัวเอง ต่างกลุ่มและที่ครูกำหนดอีกทั้งถามคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กำหนดให้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพราะการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเป็นแนวทางให้นักเรียนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึงความหมายการคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ การหาสถานการณ์ร่วมของปัญหา เพื่อระบุข้อผิดพลาดหรือวิธีการใหม่ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ ซึ่งถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

O'Daffer และ Thormquist (1993: 43) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการค้นหาความสัมพันธ์ การทำความเข้าใจ การสร้างข้อสรุป และการตรวจสอบข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่งๆ

Krulik และ Rudnick (1993: 3) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด โดยการคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่

1. ขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2. ขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. ขั้นวิจารณญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูลเพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

4. ขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

Krulik และ Rudnick อธิบายเพิ่มเติมว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนไม่ได้แยกออกจากกันอย่างสิ้นเชิง โดยแต่ละขั้นจะมีส่วนที่เหลื่อมล้ำทับซ้อนกันบ้าง จะเห็นว่าการให้เหตุผล จะอยู่ในการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นวิจารณญาณ และขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจารณญาณ และการคิดอย่างสร้างสรรค์นั้น เรียกว่า เป็นการคิดระดับสูง (Higher – order Thinking)

Leighton (2004: 11) ได้อธิบายว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการในการสร้างข้อสรุป โดยทุกสิ่งทุกอย่างที่เราทำและคิดจะเกี่ยวข้องกับการสร้างข้อสรุป กล่าวคือ เมื่อเราเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ประเมิน เป็นต้น เราจะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อของเราเสมอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 46) ได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552: 42) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสังเกต วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์เพื่อหาแบบรูปทั่วไปของข้อมูล ข้อเท็จจริง สถานการณ์ ปรากฏการณ์จากตัวอย่างย่อยเฉพาะต่างๆ และนำแบบรูปดังกล่าวไปแก้ปัญหา คิดวิเคราะห์ อธิบายความสัมพันธ์ของสิ่งที่เห็นอย่างเป็นเหตุเป็นผล

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับข้ออ้างทั่วไปและการหาข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่างๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 30) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยการวิเคราะห์ ความคิดสร้างสรรค์ ตรึกตรองหาเหตุผล รวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อมูล/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และหาความสัมพันธ์ เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

2.2. ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

Baroody (1993: 58 – 60) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผลจึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่างๆในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997: 6) อธิบายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่า ส่วนปลีกย่อยต่างๆเข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

Alice และ Shirel (1999: 125 – 126) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Russell (1999: 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น โดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่างๆในทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นก่อนอนุบาล – มัธยมศึกษาปีที่ 6 (Prekindergarten throught Grade 12) ว่าการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้นักเรียนสามารถ

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นลักษณะพื้นฐานของคณิตศาสตร์ได้
2. สร้างและสืบสวน สอบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินค่าข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. เลือกและใช้การให้เหตุผล และวิธีการที่หลากหลายในการพิสูจน์ได้

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 91) ได้กล่าวถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้กำหนดความสำคัญของการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีตัวชี้วัดชั้นปี ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 คือ ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 45) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นปัจจัยสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์แบบเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody, 1993) การให้เหตุผลมีความสำคัญต่อมนุษย์ทุกวัย

ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์แบบเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

2.3. ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

O'Daffer (1990: 378) กล่าวว่ามีทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนมติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีหลายๆกรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือรูปแบบที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การ

ให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยามสัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลซึ่งใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะใช้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Baroody และ Coslick (1993: 2 - 59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลนั้นมี 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้ (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ ไม่ได้มีขอมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากวามรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป เป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุ สิ่งของ หรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่า เหตุ สามารถกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Cooney, Brown, Dossey, Schrage and Wittmann (1996) ได้เสนอการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากการสังเกตเห็นสิ่งที่ร่วมกันจากหลายๆตัวอย่าง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง แล้วสรุปออกมาอย่างมีเหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักการทั่วไปหรือหลักการใหญ่ๆ แล้วอ้างอิงไปยังที่ที่ต้องการ ที่มีความหมายเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบที่ได้มา

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีมิติเป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

Stiggins (1997: 260 - 262) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผล ประกอบด้วย

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาผ่านส่วนย่อยหรือส่วนประกอบซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ และให้เหตุผลว่าส่วนประกอบย่อยเหล่านั้นรวมกันอย่างไร

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งต่างๆ มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) ใช้เมื่อต้องการที่จะตัดสินค่าหรือพิจารณาสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผลในการพิจารณา

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งต่างๆ ว่าสิ่งใดควรจะถูกจัดกลุ่มอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ประกอบด้วย 2 ลักษณะ ได้แก่

6.1. การให้เหตุผลที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป

6.2. การให้เหตุผลที่ใช้การอ้างอิงกฎหรือหลักการทั่วไปที่มีอยู่แล้วเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาในกรณีเฉพาะ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 46 – 63) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบ ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้เดิมหรือสามัญสำนึก เช่น ถ้าวันพรุ่งนี้น้ำมันจะขึ้นราคา คนส่วนใหญ่มักเติมน้ำมันในวันนี้ เป็นต้น ซึ่งมนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ เช่น เมื่อน้ำตาลทรายจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติเพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า เป็นต้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกต หรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่าข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ เรายืนยันว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริงโดยการแสดงหรือการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าแสดงหรือพิสูจน์ได้ว่าข้อความคาดการณ์เป็นจริงในกรณีทั่วไป ข้อความคาดการณ์นั้นจะเป็นทฤษฎีบท ในทางตรงกันข้าม ถ้าสามารถยกตัวอย่างค้านได้แม้เพียงกรณีเดียว ข้อความคาดการณ์นั้นเป็นเท็จทันที

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่เรารู้ว่าเป็นจริง หรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างอิงสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปเพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ บทนิยาม คำอนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ อีกส่วนหนึ่งคือ ผลหรือข้อสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน โดยทั่วไปเหตุหรือสมมติฐานของการให้เหตุผลแบบนิรนัย มักประกอบด้วย เหตุกรณีทั่วไป และตามด้วยเหตุกรณีเฉพาะ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกรณีทั่วไปและเหตุกรณีเฉพาะก่อให้เกิดผลหรือผลสรุป ถ้าเหตุทำให้เกิดผลหรือผลสรุปเสมอเราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ในทางตรงกันขาม ถ้าเหตุไม่ทำให้เกิดผลหรือผลสรุปเสมอ เราเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2554: 51 – 54) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภทต่อไปนี้

1.1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเจจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจาก ข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อเท็จจริงหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง

1.2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปหรือที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุป ของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์เท่านั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้การคิดเกี่ยวกับสัดส่วนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1. การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม ซึ่งแบ่งเป็น 8 ประเภท ดังนี้

2.1.1. เมื่อตัวเศษและส่วนเท่าเพิ่มขึ้น ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

2.1.2. เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.3. เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.4. เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.5. เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.6. เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.7. เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.8. เมื่อตัวเศษและส่วนเท่าลดลง ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

การให้เหตุผลเชิงคุณภาพเป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่

1. การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหมดกระสอบภายใน 4 วัน วัวตัวที่สองกกินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดภายใน 5 วัน แสดงว่าวัวตัวแรกกินจุกว่าวัวตัวที่สอง

2. การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลง เป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง

2.2. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2. การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

2.3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพ เป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น (Zhan, 2002)

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การจัดประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาตาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดแยก ซึ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พบเห็นกันได้ค่อนข้างมาก คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการคิดจาดข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป นำไปสู่การหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการนั้น

2.4. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้เนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Sterngerg และ Baron (1985: 43) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญาทั้ง 5 ขั้น คือ การระบุสภาพปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพของปัญหา การจัดการทรัพยากรเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินวิธีแก้ปัญหา

Garofalo and Mtetwa (1993: 16 – 18) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว หากแต่ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลด้วยวาจา ด้วยการเขียนที่ใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

Baroody and Coslick (1998: 2 – 30) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรจัดการเรียนการสอนตามลักษณะดังต่อไปนี้

1. ควรบูรณาการการให้เหตุผลกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมการให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ และแบบอุปนัย เพื่อคาดการณ์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ
2. ควรมีการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นว่า มีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่างๆ
3. การใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกอย่างชัดเจน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินการคาดการณ์ และการนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผน

Malloy (1999: 20) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยใช้แนวทางในการสืบสอบ (Inquiry) ในการส่งเสริมการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ โดยจะช่วยทั้งครูและนักเรียนในการพัฒนาอย่างกระตือรือร้นและปราศจากการคุกคาม สภาพแวดล้อมสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนทุกคนพัฒนาและใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 345 – 346) กล่าวว่า ในการพัฒนาความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนควรทำเป็นประจำ ครูต้องมีความเข้าในในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ครูต้องจัดบรรยากาศในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูต้องแสดงให้เห็นความสำคัญของสิ่งที่รู้อย่างมีเหตุผลในเรื่องรูปแบบ และข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินความเหตุสมผลข้อเสนอที่ได้อภิปรายไว้ นักเรียนต้องพัฒนาความเชื่อมั่นในความสามารถของการให้เหตุผลที่มีต่อคำถามที่มีเหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่นๆ วิธีนี้ทำให้นักเรียนเชื่อว่าตรรกศาสตร์สำคัญกว่าอำนาจภายนอกในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นอื่นๆ ครูพยายามที่จะสร้างบรรยากาศอภิปรายการตั้งคำถามและการฟังในชั้นเรียน ครูคาดหมายว่านักเรียนจะค้นหา กำหนดและวิจารณ์คำอธิบายของเพื่อนในชั้นเรียนแบบสืบสวนสอบสวน ครูจะต้องช่วยนักเรียนอภิปรายถึงโครงสร้างทางตรรกศาสตร์ด้วยเหตุผลของนักเรียนเอง การวิจารณ์อย่างมีเหตุผลและการอภิปรายข้อคาดการณ์เป็นเนื้อหาสาระที่มีความละเอียดรอบคอบ การเดาอย่างมีเหตุผลสามารถอธิบายได้ด้วยคำแนะนำดังกล่าว นักเรียนจะพัฒนามาตรฐานระดับสูงของการยอมรับความคิดเห็น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2009: 11) ได้เสนอเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ให้งานที่ต้องการให้นักเรียนนึกภาพออกมาสำหรับตัวเอง
2. ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนบรรยายเป็นภาษาของตัวเอง รวมทั้งสมมติฐานต่างที่นักเรียนได้สร้างขึ้น
3. ให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สำรวจปัญหามากขึ้นโดยใช้แบบรูปและหลังจากนั้นดำเนินการต่อไปโดยวิธีการที่เป็นทางการ
4. หลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาและหาวิธีการอื่นๆ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ
5. ถามคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น นักเรียนรู้ได้อย่างไร
6. รอเวลาที่เหมาะสมหลังถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง
7. กระตุ้นให้นักเรียนถามคำถามที่ทำให้เกิดการค้นพบด้วยตนเองและผู้อื่น
8. คาดหวังให้นักเรียนสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอนโดยการพูดและเขียนในภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
9. เน้นการอธิบายที่เป็นตัวอย่างที่ดีและให้นักเรียนสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้ทำ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

10. กำหนดสภาพห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกสบายในการแบ่งปันข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และวิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนในลักษณะที่สร้างสรรค์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2547: 15 – 19) ได้ให้หลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีหลักการที่สำคัญดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น

2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน

4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆ แล้ว สิ่งที่ครูควรดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล มีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การนำไปใช้การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปรายถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2554: 50) ได้กล่าวโดยสรุปว่า การฝึกให้นักเรียนให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical context) เช่น ในขณะเรียนเนื้อหา

คณิตศาสตร์ ในขณะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหามโนทัศน์หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิด เพราะเหตุใด การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสอนความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

สรุปแนวทางในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์คือ ต้องฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่อง ผ่านการแลกเปลี่ยนความคิด พูดอธิบาย ชี้แจงด้วยเหตุผล จึงควรจัดกิจกรรมโดยใช้แนวทางการสืบสอบ เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป และครูควรจัดบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกกล้าที่จะแสดงความคิดในกรณีต่างๆ

2.5. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการวัดและประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik และ Rudnick (199: 8 – 9) อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2010: 9 – 10) ได้ระบุว่าการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรประเมินหลังจากได้พัฒนาและฝึกนักเรียนให้แสดงความสามารถที่ช่วยเอื้อต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จนเป็นนิสัยดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหา

- ระบุมโนทัศน์ กระบวนการหรือการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน ที่ซึ่งแสดงข้อมูลที่สำคัญเกี่ยวกับปัญหาและส่วนที่ทำให้นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาหรือผลเฉลย
- กำหนดตัวแปรและเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกันอย่างระมัดระวัง รวมถึงหน่วยที่ใช้อย่างเหมาะสม
- แสวงหารูปแบบและความสัมพันธ์ของข้อมูล
- หาโครงสร้างที่แอบแฝง

- พิจารณาทั้งกรณีที่พิเศษหรือที่มีความเรียบง่าย
- ประยุกต์ใช้มโนทัศน์ที่ได้เรียนมาแล้วสู่สถานการณ์ปัญหาใหม่ อาจจะปรับหรือขยายแล้วแต่ความจำเป็น
- สร้างข้อสรุปหรือข้อคาดเดาเบื้องต้น รวมถึงทำนายผลที่อาจจะเกิดขึ้นของปัญหา
- ตัดสินใจใช้วิธีการทางสถิติอย่างเหมาะสม

2. ดำเนินการตามกลยุทธ์ที่วางไว้
   - มีจุดประสงค์ในการใช้กระบวนการแต่ละขั้นตอน
   - สร้างวิธีการหาผลเฉลย รวมถึงการคำนวณ การจัดการทางพีชคณิตและการแสดงผลข้อมูล
   - สร้างข้อสรุปอย่างมีเหตุผลตามความก้าวหน้าในปัจจุบัน ตรวจสอบได้
   - ติดตามกระบวนการที่ใช้แก้ปัญหา รวมถึงการทบทวนกลยุทธ์ที่เลือกและกลวิธีอื่นๆที่เป็นไปได้ที่อาจสร้างด้วยตนเองหรือผู้อื่น
3. แสวงหา คิดค้นและเชื่อมโยงปัญหาที่พบ ไปสู่ขอบเขตของความรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์ บริบท และการนำเสนอที่แตกต่างกันออกไปได้
4. สะท้อนกลับผลเฉลยที่ได้จากปัญหา
   - ตีความผลเฉลยที่ได้และแสดงได้ว่ามันตอบปัญหาอย่างไร รวมถึงการสร้างการตัดสินใจภายใต้เงื่อนไขที่ไม่แน่นอน ไม่ชัดเจนได้
   - พิจารณาความสมเหตุสมผลของผลเฉลย
   - พิจารณาข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้อีกครั้ง
   - พิสูจน์หรือตรวจสอบผลเฉลยที่ได้
   - รับรู้และตระหนักถึงขอบเขตของการสรุปสำหรับผลเฉลยทางสถิติ
   - ยอมรับวิธีการ แนวคิดที่แตกต่างในการแก้ปัญหา
   - ปรับแต่งผลเฉลยที่ได้จากการแลกเปลี่ยนข้อมูลซึ่งกันและกันภายในชั้นเรียนเพื่อให้ได้ผลเฉลยที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น

   สรุปผลเฉลยทั่วไปของปัญหาภายในชั้นเรียนและเชื่อมโยงไปสู่ปัญหาอื่นๆในลำดับต่อไป

กรมวิชาการ (2551: 73) ได้กำหนดตัวชี้วัดของทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางให้เกิดการประเมินที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนดังตารางที่ 2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 2 ตัวชี้วัดของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

ตัวชี้วัดชั้นปี			ตัวชี้วัดช่วงชั้น
ป. 1 – 3	**ป. 4 – 6**	**ม. 1 – 3**	**ม. 4 – 6**
ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2551ข: 138) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้นๆ โดยทั่วไปอาจกำหนดดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของ กระทรวงศึกษาธิการ (2551ข: 138)

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่องเพียง 2 แห่ง
1 / ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0 / ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ / แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

อัมพร ม้าคนอง (2554: 176 – 178) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลจึงมักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยทั่วไป ผู้สอนมักประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ประเภท ต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการใช้ตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้น

1.1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างที่เหมือนกันหรือมีความสัมพันธ์แบบเดียวกัน จึงทำให้ได้ข้อสรุปที่มีเหตุผล

1.2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการใช้หลักหรือกฎทั่วไปอ้างอิงไปสู่สิ่งที่กำลังพิจารณา ในทางคณิตศาสตร์มักเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลโดยใช้การคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของปริมาณที่หายไปหรือที่เปลี่ยนด้วยการเพิ่มหรือการลด เช่น การให้เหตุผลว่าเศษส่วนที่กำหนดให้จะมีค่าลดลงถ้าตัวเศษลดลงในขณะที่ตัวส่วนมีค่าเท่ากัน

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ เช่น การให้เหตุผลเพื่ออธิบายความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันระหว่างภาพ 2 มิติของวัตถุชิ้นหนึ่งกับภาพที่แสดงวัตถุนั้นใน 3 มิติ

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือและประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจจะประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน และคำถามที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อหาเหตุผลมาอธิบายคำตอบ และเอื้อต่อการให้เหตุผลที่หลากหลาย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินจากการใช้แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ ซึ่งควรจะควบคู่ไปกับการใช้แบบทดสอบเขียนตอบ ซึ่งควรจะควบคู่ไปกับการใช้แบบทดสอบเขียนตอบ หรือใช้ปัญหา/สถานการณ์ปลายเปิด

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กำหนดให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication) เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพราะการสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่

สำคัญและจำเป็นที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนแนวความคิดและการสร้างความเข้าใจที่ชัดเจนซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป

3.1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Thurber (1976: 513) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งทำให้เกิดการพัฒนาที่ดีขึ้น เมื่อนักเรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น นักเรียนก็เกิดพลังในการคิดด้วยตนเองเพิ่มขึ้นด้วย

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 214) เสนอว่า การสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถามด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง และการพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM (60 – 62) ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Thomas (1991: 75) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด และการฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่างๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ ล้วนเป็นสิ่งสำคัญของการสร้างมโนทัศน์และสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอความคิดผ่านทางวัตถุ การวาดภาพ และการสร้างแผนภูมิ โอกาสในการสื่อสารเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟังความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

Baroody and Coslick (1993: 2 – 99) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่างๆให้มีความชัดเจน ถูกต้องและรัดกุม

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวว่า เป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการเสนอแนวคิด และเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Rey and other (2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ใช้รวบรวม แสดง และอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูดและการเขียน การสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม ขยายและแลกเปลี่ยนแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น โดยใช้การสื่อสารอย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟและแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการพูดและการเขียน

Prestege (2002: 26) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารคือ การที่นักเรียนสามารถกำหนดอภิปราย อธิบาย และนำเสนอข้อมูล ข้อบันทึกรวมถึงข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์และวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่นรวมถึงการทำความคิดของตนเองให้มีความชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2553: 56) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้โดยใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจนและเหมาะสม

จากการพิจารณาความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถ่ายทอดข้อมูล เรื่องราว และแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ผ่านสื่อต่างๆด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อให้ผู้อื่นได้รับทราบและเข้าใจความหมายได้ตรงกัน

3.2. ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ของนักเรียนสามารถเกิดขึ้นได้เมื่อนักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านการลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง เช่น การวาดภาพ การใช้สื่ออุปกรณ์ช่วยในการอธิบายการคำนวณ การนำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา การอธิบายเหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตนเอง เป็นต้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 26) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาทาง

คณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

Mumme and Shepherd (1993: 7 – 11) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสื่อสารช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่นๆจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างในสถานการณ์เดียวกันทำให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

2. การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบซึ่งกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าจากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกัน ย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนจะมาอธิบายได้ อีกทั้งยังทำให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3. การสื่อสารเป็นการเพิ่มความสามารถให้นักเรียนในฐานะที่เป็นนักเรียนรู้ กล่าวคือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและการเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิดหรือนักเรียนถามตอบกันเอง จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญเพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม ท้ายที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารช่วยส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนรู้ กล่าวคือ การจัดการเรียนรู้แบบกระบวนการกลุ่มให้นักเรียนได้พูดและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน เกิดความสนุกและอยากมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง

5. การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ในความคิดของนักเรียน กล่าวคือ ครูสามารถรับรู้ถึงความคิด ความเข้าใจของนักเรียนได้โดยการรับฟังสิ่งนักเรียนอธิบายหรือแสดงเหตุผลทำให้ทราบระดับความสามารถของนักเรียน

Kennedy and Tipps (1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น เนื่องจากสภาพสังคมแห่งเทคโนโลยีในปัจจุบันที่ต้องพึ่งพาคอมพิวเตอร์และเครื่องมืออื่นๆในการรับ จัดการ และส่งผ่านข้อมูลหรือความคิด ความเข้าใจให้แก่ผู้อื่น ประกอบกับคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีความหมายเป็นภาษาเฉพาะ รัดกุม สามารถสื่อสารและนำมาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันโดยใช้รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ และตัวอักษร

Bicknell (1999) ได้อธิบายถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกัน ระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร ดังนี้

1. ก่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างนักเรียน ทำให้เข้าใจงานที่ทำตรงกัน
2. ส่งเสริมบริบทของการเรียนรู้ที่เหมาะสมเนื่องจากเป็นบริบทของการพูดจากัน
3. เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับทั้งผู้ส่งสารและผู้รับสาร
4. ช่วยให้ครูมองเห็นความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งจะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 70) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิด ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้นด้วย

นอกจากนี้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆก็มีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิดและมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดอันเนื่องมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ดังที่ Hoyles (1985: 206 – 207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายทำให้เกิดการผสมผสานความรู้ได้อย่างดี แต่ละคนสามารถขยายแนวความคิดของกันและกัน ช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน

2. การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอย่างหนึ่งแต่ยังไม่ค่อยได้รับการฝึกฝนมากนักในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหา และช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น (Lappan and Schram, 1989: 16)

3. การอ่านนับว่าเป็นการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องประสบส่วนใหญ่อยู่ในรูปของหนังสือ เอกสารหรือสิ่งพิมพ์ต่างๆ นักเรียนจึงควรได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จัก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram, 1989: 17)

4. การนำเสนอแนวคิด (Representing) เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาและแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิ หรือกราฟ และในทางกลับกัน ให้มีการแปลงแผนภาพ แผนภูมิ หรือรูปภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะเมื่อนักเรียนได้สื่อสารเพื่อแสดงและอธิบายแนวคิด หรือแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น จะทำให้นักเรียนเข้าใจภาษาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง ก่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

3.3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ แนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการสื่อสารนั้น ควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิดเหตุผลของตนเองอย่างต่อเนื่อง ทั้งที่อยู่ในรูปของการใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน อีกทั้งสามารถทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

Thurber (1976: 514 – 534) ได้กล่าวถึงกิจกรรมด้านทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ควรจัด ดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้นักเรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์

2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้มีกิจกรรมดังนี้

2.1. การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้นๆที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามถามตอบจากเพื่อนในชั้น

2.2. พูดนำเสนอเมื่อได้รับฟัง หรือการอ่านหนังสือ หรือการดูภาพยนตร์ ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงานโดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3. การนำเสนอเป็นกลุ่ม เน้นการทำงานเป็นทีมของนักเรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูดและนำเสนออภิปราย

2.4. เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้นๆโดยการเขียนที่ให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาและให้คิดแก้ปัญหานั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

2.5. รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้นๆให้ และให้มีการนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยให้สนับสนุนการเขียนของนักเรียน อาจให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือการให้นักเรียนได้เขียนจากประสบการณ์โดยไม่จำเป็นต้องจำกัดหน้าในการเขียน

Rowan and Morrow (1993: 9 – 11) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นำเสนอด้วยสื่อรูปธรรม เช่น รูปภาพ ของจริง กราฟ ตาราง แผนภูมิ ภาพสัญลักษณ์ สื่อวัสดุอุปกรณ์ต่างๆแล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2. ควรใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความคิดของตนออกมาด้วยการพูด การเขียน ตลอดจนการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามและหาคำตอบด้วยตนเองตามความสนใจ

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง

4. กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาที่ใช้สาระการเรียนรู้หรืองานที่เกี่ยวข้องใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมสืบค้นซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้วิธีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และได้นำเสนอโดยตรง ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต

5. จัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เพื่อช่วยส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารในรูปแบบของการอธิบายแนวคิดและการอภิปรายในกลุ่ม

6. ให้การชี้แนะทางตรงและชี้แนะทางอ้อม เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนยิ่งขึ้นซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหา

Buschman (1995: 325 – 329) ได้แนะนำการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการสื่อสารไว้ดังนี้

1. เสนอปัญหาและคำตอบ และให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ

2. เสนอปัญหาที่แก้แบบผิดๆให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น

3. เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูล และเงื่อนไขของปัญหาให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่โดยมีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ

4. เสนอปัญหาและวิธีแก้ปัญหาบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาต่อให้สำเร็จและให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาแบบใหม่และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น

5. เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวกับคำตอบ นักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้นและเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

6. เสนอปัญหาให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาโดยสังเขป

7. หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างกันไป แต่ยังมีโครงสร้างปัญหาเหมือนเดิม

8. เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไป

9. เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่นำเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางนั้น

10. เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

11. ให้นักเรียนเขียนเรื่องราวใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลขอยู่ด้วยเพื่อใช้เป็นแหล่งในการสร้างโจทย์ปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4 – 5) กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ถามนั้นถือเป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่ง เช่น ปริศนาต่างๆที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับแนวคิดของคนอื่นๆ ให้นักเรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไปตรงมาในการเรียนรู้ การจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดของพวกเขาเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ NCTM ยังได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

1. จัดระบบและรวบรวมเหตุผลความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร

2. สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่นๆ

3. วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่นๆ

4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับซึ่งพฤติกรรมการปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

4.1. การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต

4.2. การใช้สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิดและข้อมูลเพื่อการสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา

4.3. สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

กรมวิชาการ (2551: 54 - 56) กล่าวว่า การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นการฝึกทักษะให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความเพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น การทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูช่วยชี้แนวทางในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอข้อมูล

3. การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 74 – 75) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (Active Participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไปหรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (Immediate Feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชม วิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจกับประสบการณ์ที่ทำสำเร็จ (Success Experience) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำด้วยตนเอง เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (Gradual Approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยียังได้เสนอบทบาทครูที่สำคัญในการจัดสถานการณ์และสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้เพื่อพัฒนานักเรียนดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้หลากหลายที่นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

2. จัดห้องเรียนให้มีบรรยากาศที่เหมาะสมต่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เช่น จัดป้ายนิเทศที่เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่เหมาะสมกับนักเรียน จัดบอร์ดแสดงผลงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ใช้คำถามที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดอภิปราย อธิบาย แสดงความคิดเห็น และให้เหตุผลที่แสดงถึงการเชื่อมโยงความรู้ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือปัญหา การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสม ชัดเจน พยายามช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันระหว่างนักเรียนและสามารถตรวจสอบความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันด้วย

4. ครูต้องเป็นทั้งผู้รับสารและผู้ส่งสารที่ดี ให้การสนับสนุนนักเรียนในการนำเสนอ พูด ฟัง เขียน และอ่านอย่างเหมาะสม

5. ใช้สื่ออุปกรณ์ แหล่งการเรียนรู้หรือภูมิปัญญาท้องถิ่นที่สอดคล้องเหมาะสมกับสาระการเรียนรู้และนักเรียน

6. กำหนดเกณฑ์วิธีวัดผลและประเมินผลให้หลากหลายเหมาะสม และนำผลการประเมินมาช่วยพัฒนาทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรใช้สื่อหรือสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นหรือแสดงออกด้วยวิธีการที่หลากหลายทั้งรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยหน้าชั้นเรียนโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง โดยมีลักษณะดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน และควรเป็นกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทั้งนี้เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน

2. จัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้สื่อสารแลกเปลี่ยนแนวความคิดภายในกลุ่ม

3. ใช้คำถามปลายเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและตอบสนองตลอดเวลา

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนเพื่อสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์

3.4. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรประเมินจากหลักฐานหรือผลที่ได้จากการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายและตรงตามความเป็นจริง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 214 – 217) ได้ระบุว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรหาหลักฐานที่นักเรียนแสดงความสามารถดังนี้

1. บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด เขียน สาธิตให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบการเขียน หรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปปากเปล่าได้
3. ใช้ภาษา เครื่องหมาย สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

Romberg (1992: 325 – 327) แบ่งเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้านได้แก่

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
   - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representation)
   - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
   - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
   - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
   - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
   - การนำเสนอชัดเจน สมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

Suzzanne Lane, et al. (1996: 238 – 246) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคทั่วๆไป (General Rubric) ซึ่งพัฒนาโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างรูบริคเฉพาะ (Specific Rubric)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการประเมินแบบภาพรวม (Holistics) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนนดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคของ Suzzanne Lane, et al

ระดับคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณอย่างสมบูรณ์ ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกตรงประเด็นตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์ เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบได้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบเพื่อชี้แจงผู้อ่านอย่างสมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
ระดับคะแนน 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกตรงประเด็นตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่วๆไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบได้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบเพื่อชี้แจงผู้อ่านอย่างสมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ แสดงการสนับสนุนการให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคของ Suzzanne Lane, et al. (ต่อ)

ระดับคะแนน 2	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณมีข้อผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาได้บ้างแต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
ระดับคะแนน 1	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความยาก
ระดับคะแนน 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิด พยายามแก้ปัญหาโดยลอกข้อความปัญหาของโจทย์
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดหมด

กรมวิชาการ (2551: 73) ได้กำหนดตัวชี้วัดของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางให้เกิดการประเมินที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ตัวชี้วัดของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

ตัวชี้วัดชั้นปี			**ตัวชี้วัดช่วงชั้น**
ป. 1 – 3	**ป. 4 – 6**	**ม. 1 – 3**	**ม. 4 – 6**
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

นอกจากนี้กรมวิชาการ (2546: 121 - 124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน / ความหมาย	**ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย**	**ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์**
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนเป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของกรมวิชาการ (ต่อ)

ระดับคะแนน / ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ แต่คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิหรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายๆโดยไม่ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ไม่ทำหรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551) กล่าวว่า การวัดและประเมินผลความสามารถในด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ควรประเมินความสามารถของนักเรียนในด้านต่อไปนี้

1. ใช้ทักษะการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน การดู การอธิบายหรือการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ และเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้อื่นนำเสนอ

2. ใช้ความรู้พื้นฐานของสาระที่เรียนมา แล้วมาช่วยอธิบายหรือแสดงแนวคิดในสาระการเรียนรู้ที่กำลังศึกษาค้นคว้าได้อย่างถูกต้อง ตรงประเด็น กระชับ และชัดเจน

3. เลือกและใช้รูปแบบการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมกับแต่ละสาระการเรียนรู้

4. พัฒนาตนเองในด้านการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ให้เป็นสากลและเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จากความหมาย และมโนทัศน์ที่นักเรียนแสดงออกมา สามารถประเมินได้หลายสถานการณ์ เมื่อมีการประเมินแล้วครูควรให้ข้อมูลป้อนกลับเพื่อให้นักเรียนแก้ไข ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ชัดเจน และเหมาะสมต่อไป

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

Manu Kapur (2008) ได้ศึกษาผลของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์เกรด 11 จำนวน 309 คน ในประเทศอินเดีย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

Manu Kapur (2009) ได้ศึกษาผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์เกรด 7 จำนวน 75 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการเข้าใจมโนทัศน์ (conceptual understanding) และการถ่ายโยงข้อมูล (transfer) ที่ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

Manu Kapur (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์โดยแบ่งการทดลองเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์แต่ไม่ได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรก กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรก และกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนเกรด 7 จำนวน 109 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมี

ประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์แต่ไม่ได้รับคำแนะนำจากครูเกี่ยวกับการสร้างวิธีการแก้ปัญหาในระยะแรกมีการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากกว่าสองกลุ่มที่เหลือ ซึ่ง Manu Kapur อธิบายเพิ่มเติมว่า เมื่อนักเรียนไม่ได้คำแนะนำ ความรู้เดิมของนักเรียนจะถูกกระตุ้นให้เกิดการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

Manu Kapur (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชายล้วนเกรด 9 จำนวน 133 คน ในประเทศสิงคโปร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สามารถสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาได้ดีกว่าและมีความหลากหลายมากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในกรเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นให้นักเรียนสังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล ตลอดจนหาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปและนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาต่อไป ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 76 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นาเดีย กองเป็ง (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยการเปลี่ยนผ่านจากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 99 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน สูงกว่าร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วรนารถ อยู่สุข (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ ซึ่งผู้วิจัยได้พัฒนาชุดกิจกรรมเพื่อใช้ในการทำกิจกรรม โดยนักเรียนจะใช้ทั้งความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการคิดเพื่อแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 และสูงกว่าก่อนใช้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนเป็นผู้หาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย สำรวจ ค้นหา ทำความเข้าใจ เพื่อสามารถอธิบายและลงข้อสรุปได้ อีกทั้งยังให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ความช่วยเหลือนักเรียนในรูปแบบต่างๆ ที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน อีกทั้งยังใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปราย

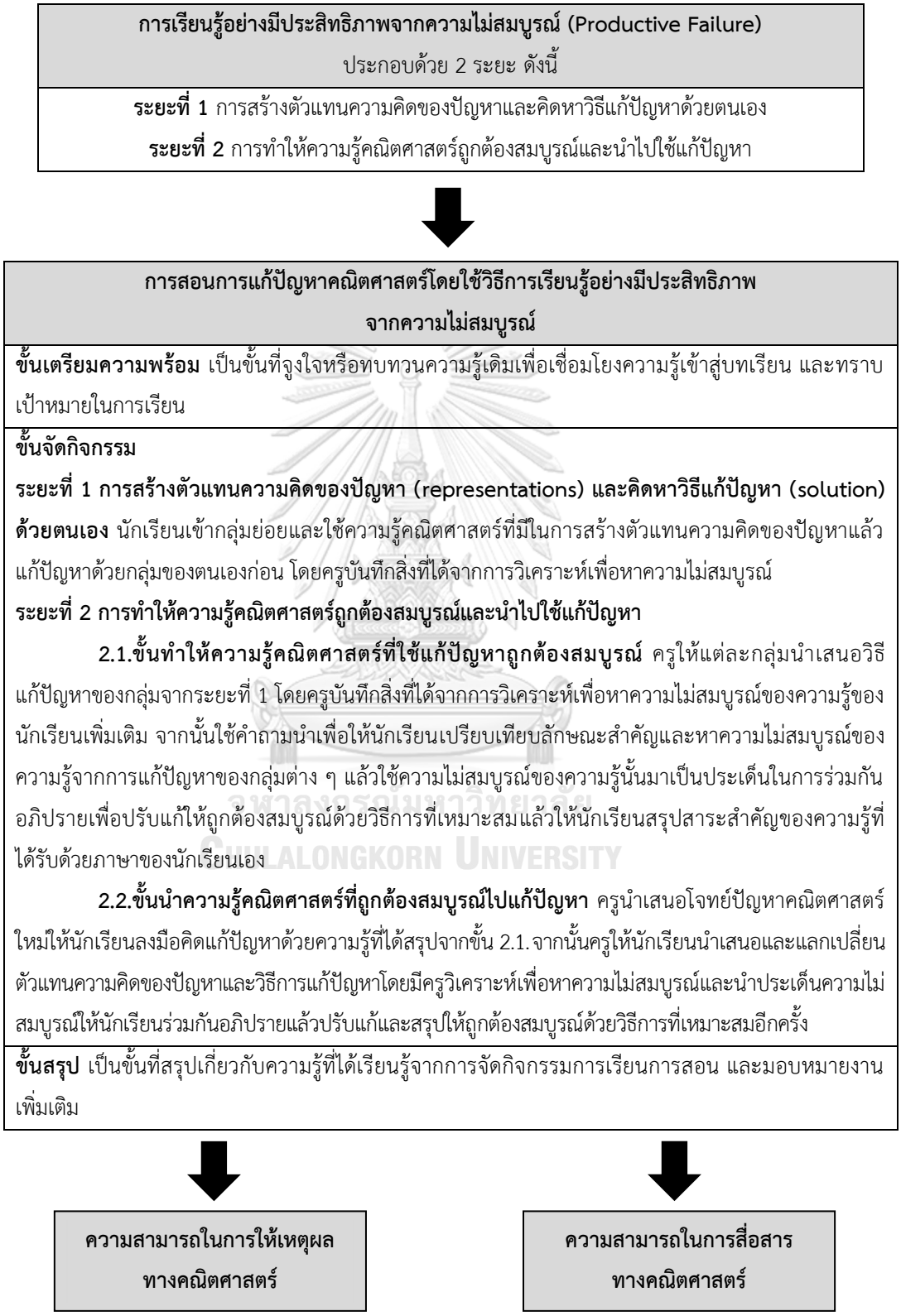
เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียน ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 98 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไป เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมุ่งเน้นให้ผู้เรียนสร้างข้อสรุปด้วยตนเอง โดยการหาความสัมพันธ์ของกรณีต่างๆ และพิสูจน์ ตรวจสอบ ขยายความสัมพันธ์ของกรณีต่างๆจนสามารถสร้างข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 79 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปมีความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

อลิสรา ชมชื่น (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 96 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหาการสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง พบว่ากระบวนการจัดกิจกรรมหรือกระบวนการเรียนการสอนของงานวิจัยต่างๆ มีลักษณะคล้ายกับการจัดกิจกรรมตามวิธีการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์คือ เน้นให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตัวเองเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งในส่วนนี้เองที่ทำให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปในทางที่ดีขึ้น

5. กรอบแนวคิดในการวิจัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
   4.1. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
   4.2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางและวางแผนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ

ช่วงชั้นที่ 3 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รวมไปถึงวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้ระเบียบวิธีวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ที่ประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 7 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

~X แทน การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 14 (จังหวัดภูเก็ต พังงา และระนอง) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” จำนวน 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 9 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (100 คะแนน) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ทั้งหมด 9 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*)

2. ผู้วิจัยพิจารณาห้องเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/8 และ ม.2/6 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 66.14 คะแนน และ 64.03 คะแนนตามลำดับ

3. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน 2 ห้องที่เลือกมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

4. ทำการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.2/8 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และนักเรียนห้อง ม.2/6 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิดคือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

1.2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

2.2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

2.3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

2.4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4.1. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวนอย่างละ 15 แผน ใช้เวลาการสอน 5 สัปดาห์

4.1.1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาดังนี้

1. ศึกษากรอบแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ จากเอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่างๆ

2. ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลอง

3. เลือกเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ซึ่งได้เนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และการแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

5. วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

6. วิเคราะห์ความรู้หรือมโนทัศน์ที่จำเป็นและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

7. วิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาด ในการแก้ปัญหาที่อาจเกิดขึ้นของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

8. เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบสำหรับกลุ่มทดลอง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 15 แผน 15 คาบ ซึ่งแต่ละแผนระบุรายละเอียดเกี่ยวกับ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

9. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

9.1. โจทย์ปัญหาจะต้องเอื้อให้นักเรียนได้แสดงความรู้

9.2. วิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์ที่ชัดเจนที่นักเรียนจะแสดงออกมาในการทำโจทย์ปัญหา

10. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4.1.2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการพัฒนาดังนี้

1. ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลอง โดยใช้เนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เช่นเดียวกับการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

2. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และการแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3. วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

4. เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบสำหรับกลุ่มควบคุม ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 15 แผน 15 คาบ ซึ่งแต่ละแผนระบุรายละเอียดเกี่ยวกับ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 8 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**เนื้อหา**	**ความรู้หรือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง**	**จำนวนคาบ**
1 – 2	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการหาคำตอบของสมการ	ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว, สมบัติของการเท่ากัน	2
3 – 4	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวน	2
5 – 6	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอายุ	2
7 – 8	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน	สมบัติของการเท่ากัน, การเปลี่ยนหน่วย, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราส่วน	2
9 – 10	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับร้อยละ	2
11	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเหรียญ	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเหรียญ	1
12 – 13	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราเร็ว	2
14 – 15	การแก้โจทย์ปัญหาระคน	สมบัติของการเท่ากัน, ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาแบบต่างๆ	2
		รวม	15

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์)	**กลุ่มควบคุม (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ขั้นเตรียมความพร้อม - ครูจูงใจความสนใจของนักเรียนเช่น ยกตัวอย่างสถานการณ์ เล่นเกม หรือใช้ปัญหาที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน - ครูทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยใช้การสนทนาซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมา หรือเพิ่มความรู้ที่จำเป็นเพื่อเป็นการเตรียมพร้อม - ครูสนทนาถึงสิ่งที่ได้จูงใจหรือทบทวนเพื่อให้นักเรียนเห็นเป้าหมายและจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบ	
ขั้นจัดกิจกรรม **ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง** 1. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยตามระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งครูจัดกลุ่มไว้ให้เรียบร้อยแล้ว 2. ครูนำเสนอปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย ท้าทายความสามารถแต่ไม่ยากเกินความรู้ความสามารถของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนอ่านและพิจารณา 3. นักเรียนลงมือแก้ปัญหานั้นด้วยกลุ่มของตนเองโดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิม ในการแก้ปัญหาดังกล่าวนักเรียนจะต้องสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและใช้ตัวแทนนั้นเชื่อมโยงไปสู่วิธีแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาอาจไม่สมบูรณ์เนื่องจากนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	**ขั้นจัดกิจกรรม** ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมคิด ร่วมกระทำ โดยมีครูเป็นผู้วางแผนการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและเอื้อต่อการที่นักเรียนจะได้พัฒนาตนเองตามความต้องการและเต็มศักยภาพของนักเรียน ดังนี้ 1. ครูนำเสนอปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย ท้าทายความสามารถแต่ไม่ยากเกินความรู้ความสามารถของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนอ่านและพิจารณา โดยใช้คำถามนำ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์)	**กลุ่มควบคุม (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ)**
หรือข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ 4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาแก้ปัญหา รวมถึงครูบันทึกสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ ขณะนักเรียนเขียนแสดงการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม **ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา** แบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอนย่อย คือ <u>2.1.ขั้นทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาถูกต้องสมบูรณ์</u> 5. ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอ แลกเปลี่ยน อธิบาย และให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่กลุ่มสร้างขึ้นโดยครูมีส่วนช่วยแปลความและอธิบายความสิ่งที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนยิ่งขึ้น อีกทั้งครูไม่ควรตัดสินหรือประเมินว่าตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของนักเรียนที่สร้างขึ้นนั้นถูกหรือผิด วิธีไหนดีกว่ากัน 6. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความรู้ที่ได้แลกเปลี่ยนรวมถึงบันทึกสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อหาความไม่สมบูรณ์	เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหานั้น 2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงมโนทัศน์ที่ใช้ วิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนและครูเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหาที่เกิดจากการอภิปรายร่วมกันบนกระดาน หลังจากนั้นนักเรียนบันทึกลงในสมุด 3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ได้ (ถ้ามี) และออกมานำเสนอ เพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง โดยมีครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาและแก้ไขให้ถูกต้อง นักเรียนบันทึกลงในสมุด 4. ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสิ่งที่ได้สรุปในสมุดอีกครั้ง จากนั้นครูนำเสนอปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับที่ได้เรียนรู้มาให้นักเรียนได้ใช้วิธีแก้ปัญหาที่ร่วมกันสรุปและอภิปรายแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบอย่างน้อย 2 – 3 ปัญหาตามความเหมาะสม 5. ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำ

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์)	**กลุ่มควบคุม (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ของความรู้คณิตศาสตร์ขณะนักเรียนนำเสนออีกครั้ง 7. ครูนำความไม่สมบูรณ์ที่รวบรวมได้ทั้งหมดให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม 8. ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนรวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้และร่วมกันสรุปสาระสำคัญของความรู้ที่ได้รับที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาด้วยภาษาของนักเรียนเอง <u>2.2.ขั้นนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ไปแก้ปัญหา</u> 9. ครูนำเสนอปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึงกับที่ได้เรียนรู้มาให้นักเรียนได้ลงมือคิดแก้ปัญหาตามความรู้ที่ได้สรุปจากขั้น 2.1. เพื่อหาคำตอบอย่างน้อย 2 – 3 ปัญหาตามความเหมาะสม 10. ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนนำเสนอและแลกเปลี่ยนตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง 11. ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์แล้วปรับแก้และสรุปให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสมอีกครั้ง	เท่าที่จำเป็น 6. ครูสุ่มนักเรียนมาแสดงวิธีแก้ปัญหาบนกระดานโดยมีครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาและแก้ไขให้ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 9 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์)	**กลุ่มควบคุม (การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ขั้นสรุป - ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับความรู้/วิธีการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย - ครูมอบหมายการบ้านหรือชิ้นงานเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลเพื่อทบทวนและเพิ่มเติมความรู้	

4.2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง โดยมีรายละเอียดในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือดังต่อไปนี้

4.2.1. การสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 2 ฉบับคือ ฉบับก่อนเรียน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับหลังเรียน เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบวัดแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที โดยมีวิธีดำเนินการสร้างและพัฒนาดังนี้

1. ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการและการวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

3. ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งผู้วิจัยปรับจากแนวคิดของแนวคิดของ O'Daffer (1990: 378) มี 2 ด้าน ได้แก่

5.1. ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์ และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำสิ่งเหล่านั้นมาหาข้อสรุปในรูปแบบทั่วไปหรือคำตอบที่ต้องการได้

5.2. ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง มาประกอบการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้นเพื่อมายืนยันและอธิบายข้อสรุปหรือคำตอบนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล

6. สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแต่ละฉบับเป็นแบบวัดชนิดอัตนัยจำนวน 12 ข้อ

7. สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ การให้คะแนนแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้ชัดเจน และระบุคำตอบได้ถูกต้อง
2	- เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง - เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้ชัดเจน แต่ระบุคำตอบไม่ถูกต้อง
1	- เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุคำตอบ - เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้อง แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย (ต่อ)

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
1	- ไม่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนด แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง
0	- เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้อง และระบุคำตอบไม่ถูกต้อง - ไม่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนด และไม่ระบุคำตอบหรือคำตอบไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	ระบุคำตอบได้ถูกต้องและเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้อย่างชัดเจน
2	- ระบุคำตอบได้ถูกต้อง และเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน - ระบุคำตอบไม่ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้ชัดเจน
1	- ระบุคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุคำตอบ แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน - ระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้อง - ระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบาย
0	- ระบุคำตอบไม่ถูกต้อง และเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจนหรือไม่ถูกต้อง - ระบุคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบาย

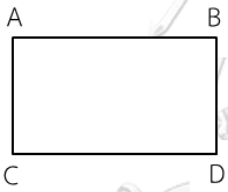
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

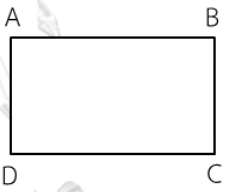
8. ผู้วิจัยนำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 2 ฉบับไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง หลังจากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

9. ผู้วิจัยนำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2ฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ความสอดคล้องของแบบวัดกับเกณฑ์การให้คะแนน ความสอดคล้องตามโครงสร้างตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง หลังจากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะดังนี้

<u>ฉบับก่อนเรียน</u>

- ปรับปรุงคำที่พิมพ์ผิด คือ คำว่า “พิจาณา” แก้ไขเป็น “พิจารณา”
- ปรับปรุงการตั้งชื่อรูปสี่เหลี่ยม ควรตั้งชื่อรูปสี่เหลี่ยมเวียนตามมุมประชิด

คือ รูปภาพเดิม 

แก้ไขเป็น 

10. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งไม่ใช่โรงเรียนของกลุ่มตัวอย่าง และเป็นนักเรียนที่เคยเรียนเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อนำมาใช้ตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดทั้งค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกและความเที่ยง

11. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ (B – index and 0 – 1 method Item Analysis Program) ได้แก่ หาค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หาค่าความยากง่ายของแบบวัดรายข้อ (p) โดยมีเกณฑ์ระหว่าง 0.20 – 0.80 และหาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดรายข้อ (r) โดยมีเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ผลการวิเคราะห์อยู่ในภาคผนวก ฉ)

12. ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์และมีความเหมาะสมมาฉบับละ 8 ข้อ เพื่อสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนสำหรับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	0.627
ค่าความยากง่าย (p)	0.30 – 0.63
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.22 – 0.85

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	0.833
ค่าความยากง่าย (p)	0.48 – 0.65
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.37 – 0.74

13. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

4.2.2. การสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 2 ฉบับคือ ฉบับก่อนเรียน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับหลังเรียน เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบวัดแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที โดยมีวิธีดำเนินการสร้างและพัฒนาดังนี้

1. ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการและการวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

2. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

3. ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ และกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งผู้วิจัยปรับจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ Romberg (1992: 325 – 327) มี 3 ด้าน ได้แก่

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

5.1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเขียนสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

5.2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง

5.3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจอย่างเป็นขั้นตอนที่ครบถ้วนและเป็นระบบ

6. สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยฉบับก่อนเรียนเป็นแบบวัดชนิดอัตนัยจำนวน 6 ข้อ และฉบับหลังเรียนเป็นแบบวัดชนิดอัตนัยจำนวน 7 ข้อ

7. สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ การให้คะแนนแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 7 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
2	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลได้ถูกต้องทั้งหมด
1	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลไม่ถูกต้อง - ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
2	เขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด
1	เขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
0	-เขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์

3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
3	มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด
2	- มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด - มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด - ไม่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด
1	- มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบไม่ชัดเจน - มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน แต่ไม่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ - มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด - ไม่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหา แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนเกือบทั้งหมด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
0	- มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบไม่ชัดเจน - มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน แต่ไม่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ - ไม่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาและเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบไม่ชัดเจน - ไม่มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาและไม่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ

8. ผู้วิจัยนำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 2 ฉบับไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง หลังจากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

9. ผู้วิจัยนำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ความสอดคล้องของแบบวัดกับเกณฑ์การให้คะแนน ความสอดคล้องตามโครงสร้างตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง หลังจากนั้นผู้วิจัยนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>ฉบับก่อนเรียน</u>

ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

- ข้อความเดิม “พรซื้อรถยนต์คันหนึ่ง จ่ายเงินมัดจำไป 175,000 บาท คิดเป็น 25% ของราคารถยนต์คันนี้” แก้ไขเป็น “พรซื้อรถยนต์คันหนึ่ง จ่ายเงินมัดจำไป<u>เป็นจำนวน</u> 175,000 บาท คิดเป็น 25% ของราคารถยนต์คันนี้”

- ข้อความเดิม “ซื้อของเหลวมา 2 ขวด ขวดแรกเป็นน้ำ 80% ที่เหลือเป็นน้ำมะนาว ขวดที่สองเป็นน้ำมะนาวล้วนๆ เทของเหลวในขวดทั้งสองรวมกันในขวด 2 ลิตรได้เต็มพอดี ปรากฏว่าได้น้ำและน้ำมะนาวปริมาตรเท่ากันพอดี” แก้ไขเป็น “ซื้อ<u>น้ำมะนาว</u>มา 2 ขวด ขวด

แรกเป็นน้ำ 80% ที่เหลือเป็นน้ำมะนาว ขวดที่สองเป็นน้ำมะนาวล้วนๆ เทน้ำมะนาวในขวดทั้งสองรวมกันในขวด 2 ลิตรได้เต็มพอดี ปรากฏว่าได้น้ำและน้ำมะนาวปริมาตรเท่ากันพอดี”

- ข้อความเดิม “ปัจจุบันบิดามีอายุ 66 ปี เมื่อ 6 ปีล่วงมาแล้ว บุตรมีอายุเป็น $\frac{5}{12}$ เท่าของอายุของบิดา” แก้ไขเป็น “ปัจจุบันบิดามีอายุ 66 ปี เมื่อ 6 ปีที่ผ่านมาแล้ว บุตรมีอายุเป็น $\frac{5}{12}$ เท่าของอายุของบิดา”

ฉบับหลังเรียน

ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในโจทย์ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

- ข้อความเดิม “ในกระเป๋าถือใบหนึ่งมีเงินทั้งสิ้น 473 บาท ประกอบด้วยเหรียญ 3 ชนิด คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ปรากฏว่ามีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ และมีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ” แก้ไขเป็น “ในกระเป๋าถือใบหนึ่งมีเงินทั้งสิ้น 473 บาท ประกอบด้วยเหรียญ 3 ชนิด คือ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ปรากฏว่ามีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ และมีเหรียญหนึ่งบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ”

- ข้อความเดิม “เลขสองจำนวน จำนวนมากมากกว่าจำนวนน้อยอยู่ 3 และ 5 เท่าของจำนวนน้อย มากกว่าจำนวนมากอยู่ 13” แก้ไขเป็น “เลขสองจำนวน จำนวนมากมากกว่าจำนวนน้อยอยู่ 3 และ ห้าเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าจำนวนมากอยู่ 13”

10. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งไม่ใช่โรงเรียนของกลุ่มตัวอย่าง และเป็นนักเรียนที่เคยเรียนเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อนำมาใช้ตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดทั้งค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกและความเที่ยง

11. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ (B – index and 0 – 1 method Item Analysis Program) ได้แก่ หาค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หาค่าความยากง่ายของแบบวัดรายข้อ (p) โดยมีเกณฑ์ระหว่าง 0.20 – 0.80 และหาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดรายข้อ (r) โดยมีเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ผลการวิเคราะห์อยู่ในภาคผนวก ฉ)

12. ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์และมีความเหมาะสมมาฉบับละ 4 ข้อ เพื่อสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนสำหรับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง 0.857

ค่าความยากง่าย (p) 0.48 – 0.68

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.29 – 0.59

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง 0.853

ค่าความยากง่าย (p) 0.44 – 0.65

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.29 – 0.63

13. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยแบ่งออกเป็นการเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ และการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

5.1. การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

5.1.1. ขั้นเตรียมการ

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์หรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม โดยใช้เนื้อหาเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

3. ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนที่ผู้วิจัยเลือกใช้ทำการทดลอง เพื่อขอความร่วมมือในการทำวิจัย

5.1.2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ซึ่งผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 11.26 คะแนนและ 3.052 คะแนนตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 10.66 คะแนนและ 3.235 คะแนนตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

2. ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนแล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ซึ่งผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 11.49 และ 4.182 ตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 10.69 และ 3.848 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

3. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยกลุ่มทดลองสอนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และกลุ่มควบคุมสอนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ ทำการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวม 15 คาบ (คาบละ 60 นาที) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

4. เมื่อดำเนินการสอนครบตามที่กำหนดไว้แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนตามลำดับ

5. ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้และทำการวิเคราะห์ข้อมูล

5.2. การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละด้านของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเก็บจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายกรณีเพื่อให้ได้ข้อมูลเพิ่มเติม โดยแบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ ระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียน (แบ่งออกเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5 ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10 และช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15) และระยะหลังเรียนตามลำดับ

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพดังนี้

6.1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนและหลังเรียนมาทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS) โดยวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) จากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังเรียน จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. วิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) จากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังเรียน จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

6.2.1. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนรู้

6.2.2. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้สถิติในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เพื่อให้การวิจัยมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น ซึ่งสถิติที่ใช้ในการวิจัยได้แก่

7.1. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน แบ่งเป็นการหาค่าความตรงจะใช้สูตรในการคำนวณ ส่วนการหาค่าความเที่ยง ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกจะใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ (B – index and 0 – 1 method Item Analysis Program) ซึ่งสูตรที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

7.1.1.ค่าความตรง (Validity)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 116)

7.1.2.ค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α : Alfa Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อสอบของแบบวัด

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

7.1.3.ค่าความยาก (p) โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{min})}{n_t(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

s_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

s_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

7.1.4.ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

$$r = \frac{s_h - s_l}{n_h(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

s_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

s_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

7.2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS) คำนวณหาค่าดังต่อไปนี้

7.2.1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean : $\bar{X}$)

7.2.2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation : *S.D.*)

7.3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS) ในการวิเคราะห์ความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) และวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – test)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ดังนี้

1.1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

1.2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

1.3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

1.4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอดังนี้

2.1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ชุมชน ครู และนักเรียน

2.2. พัฒนาการของความสามารถในการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3. พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละข้อมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	จำนวน (คน)	$\bar{x}$	*S.D.*	*t*	*Sig.*
ก่อนเรียน	35	11.26	3.052	– 25.767	0.000*
หลังเรียน	35	16.11	2.836		

*$p < .05$

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ก่อนเรียนเท่ากับ 11.26 คะแนน และ 3.052 คะแนนตามลำดับ หลังเรียนเท่ากับ 16.11 คะแนนและ 2.836 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน (คน)	$\bar{x}$	*S.D.*	*t*	*Sig.*
กลุ่มทดลอง	35	16.11	2.836	2.307	0.012*
กลุ่มควบคุม	35	14.46	3.165		

*$p < .05$

จากตารางที่ 14 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์เท่ากับ 16.11 คะแนน และ 2.836 คะแนนตามลำดับ และของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติเท่ากับ 14.46 คะแนนและ 3.165 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน แสดงผลดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	จำนวน (คน)	$\bar{x}$	*S.D.*	*t*	*Sig.*
ก่อนเรียน	35	11.49	4.182	– 16.493	0.000*
หลังเรียน	35	18.17	4.668		

*$p < .05$

จากตารางที่ 15 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ก่อนเรียนเท่ากับ 11.49 คะแนน และ 4.182 คะแนนตามลำดับ หลังเรียนเท่ากับ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) และค่าการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน (คน)	$\bar{x}$	*S.D.*	*t*	*Sig.*
กลุ่มทดลอง	35	18.17	4.668	2.227	0.015*
กลุ่มควบคุม	35	15.74	4.455		

*$p < .05$

จากตารางที่ 16 ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์เท่ากับ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ และของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติเท่ากับ 15.74 คะแนนและ 4.455 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1. ข้อมูลทั่วไป

2.1.1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยเลือกทำการทดลองเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่ประจำอำเภอ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเขต 14 (ภูเก็ต พังงา ระนอง) กระทรวงศึกษาธิการ โรงเรียนตั้งอยู่บริเวณชุมชนเทศบาลบางนายสี เยื้องโรงพยาบาลตะกั่วป่า มีพื้นที่ขนาดใหญ่ ประชาชนที่อาศัยอยู่ในชุมชนส่วนใหญ่มีอาชีพค้าขาย เกษตรกรรม และรับจ้าง ประชากรส่วนใหญ่นับถือศาสนาพุทธ โรงเรียนตั้งอยู่ใกล้วัดและสถานที่ราชการหลายแห่ง เช่น สถานีตำรวจ ที่ว่าการอำเภอ ที่ทำการไปรษณีย์ เป็นต้น โรงเรียนได้ผ่านการประเมินเป็นโรงเรียนต้นแบบ “การพัฒนาคุณธรรมนำวิชาการตามหลักความดีพื้นฐานสากล” ในโครงการพัฒนาคุณภาพโรงเรียนในฝันและโรงเรียนมาตรฐานสากล ปีการศึกษา 2556 เปิดทำการสอนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 6 จากการสำรวจปีการศึกษา 2559 พบว่า มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 1,830 คน เปิดทำการสอนให้นักเรียนจำนวน 51 ห้องเรียน แบ่งเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 27 ห้องเรียน และระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 24 ห้องเรียน แยกเป็นห้องเรียนทั่วไปจำนวน 40 ห้องเรียน และห้องเรียนพิเศษจำนวน 11 ห้องเรียน คือ ห้องเรียนพิเศษ MEP จำนวน 3 ห้องเรียน และห้องเรียนพิเศษวิทย์ – คณิต จำนวน 8 ห้องเรียน เนื่องจากโรงเรียนเป็นโรงเรียนประจำอำเภอที่มีคุณภาพ ทำให้มีนักเรียนบางส่วนมาจากอำเภอใกล้เคียง เช่น อำเภอคุระบุรี อำเภอกะปง อำเภอท้ายเหมือง เป็นต้น

2.1.2. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

จากการสำรวจปีการศึกษา 2559 โรงเรียนที่ใช้ในการวิจัยนี้มีจำนวนครูฝ่ายการสอนทั้งหมด 88 คน แบ่งเป็นชาย 28 คน หญิง 60 คน ภาระงานในการสอนโดยเฉลี่ย 18 คาบต่อสัปดาห์ โดยครูฝ่ายการสอนสอนตรงตามวิชาเอกของตนเอง ซึ่งครูฝ่ายการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์มีจำนวนทั้งสิ้น 13 คน แบ่งเป็นชาย 7 คน หญิง 6 คน ซึ่งสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี 9 คน และระดับปริญญาโท 4 คน ครูฝ่ายการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีประสบการณ์สอนมากกว่า 5 ปีขึ้นไป และสามารถสอนได้ทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย

2.1.3. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2559 นักเรียนที่ผู้วิจัยเลือกทำการทดลองคือ นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีจำนวนทั้งสิ้น 9 ห้องเรียน 311 คน แบ่งเป็นชาย 156 คน หญิง 155 คน กลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยนำมาทดลองคือ กลุ่มทดลองห้อง 2/8 จำนวน 35 คน และกลุ่มควบคุมห้อง 2/6 จำนวน 35 คน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง (เกรด 2 – 2.5) นักเรียน

ให้ความร่วมมือในการเรียนการสอนเป็นอย่างดี มีความประพฤติเรียบร้อย นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับผู้ปกครอง ซึ่งผู้ปกครองส่วนใหญ่ประกอบอาชีพค้าขายและทำสวน จากการสอบถามนักเรียนกลุ่มตัวอย่างพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้เรียนพิเศษคณิตศาสตร์นอกเวลาเรียน

2.2. พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

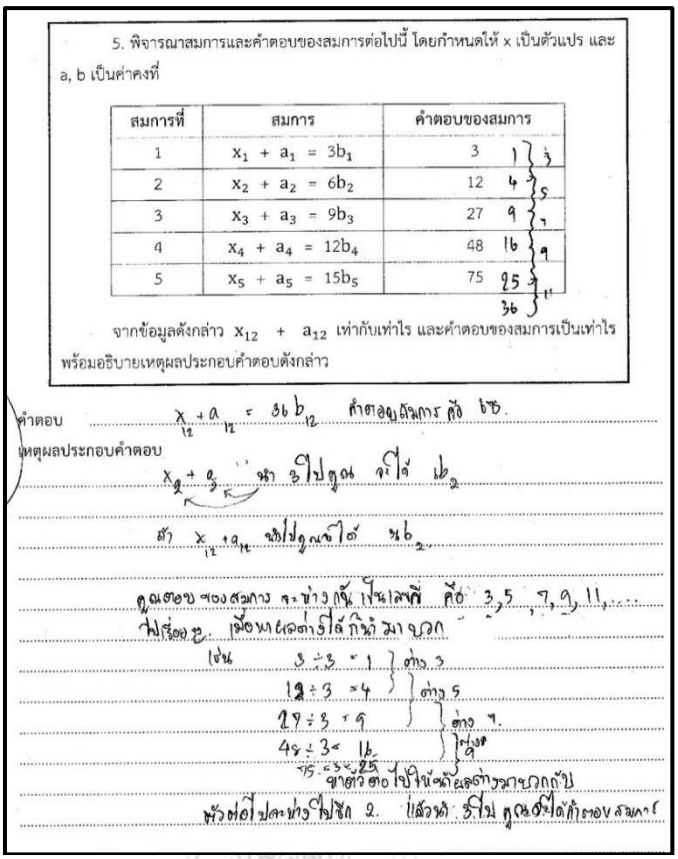
ผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมที่สะท้อนถึงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่แบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ ระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียน (แบ่งออกเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5 ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10 และช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15) และระยะหลังเรียนตามลำดับ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ระยะก่อนเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดการเรียนรู้ และระยะหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ตามลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านคือ ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย และด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย

<u>ระยะก่อนเรียน</u>

ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 1 คะแนนจาก 3 คะแนน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุคำตอบไม่ถูกต้อง จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนมีการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดแล้วนำมาเขียนอธิบายการวิเคราะห์นั้นด้วยวิธีการต่าง ๆ ในแบบวัดโดยใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการตามความเข้าใจของตนเองแต่ยังไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนไม่สามารถระบุคำตอบได้ถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



5. พิจารณาสมการและคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ x เป็นตัวแปร และ a, b เป็นค่าคงที่

สมการที่	สมการ	คำตอบของสมการ
1	$x_1 + a_1 = 3b_1$	3
2	$x_2 + a_2 = 6b_2$	12
3	$x_3 + a_3 = 9b_3$	27
4	$x_4 + a_4 = 12b_4$	48
5	$x_5 + a_5 = 15b_5$	75

จากข้อมูลดังกล่าว $x_{12} + a_{12}$ เท่ากับเท่าไร และคำตอบของสมการเป็นเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ $x_{12} + a_{12} = 36b_{12}$ คำตอบของสมการ คือ 36

เหตุผลประกอบคำตอบ

$x_2 + a_2$ หา ไปคูณ กับ 2

ถ้า $x_{12} + a_{12}$ ก็ไปคูณกับ 12

คุณสมบัติของสมการ จะต่างกันเป็นเลขคี่ คือ 3, 5, 7, 9, 11, ...

ที่เรียง เพื่อหาผลต่างที่ได้ก็นำมาบวก

เช่น $3 \div 3 = 1$ } ต่าง 3

$12 \div 3 = 4$ } ต่าง 5

$27 \div 3 = 9$ } ต่าง 7

$48 \div 3 = 16$ } ต่าง 9

$75 \div 3 = 25$

จากตัวอย่างไปให้เห็นผลต่างมาบวกกัน

พอต่อไปละต่างไปอีก 2 แล้วก็ 3 ไปคูณเพื่อได้คำตอบสมการ

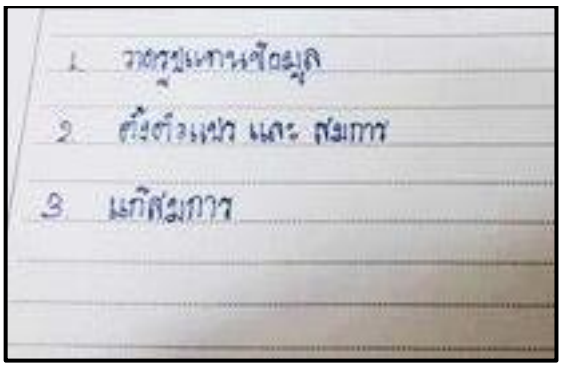
ภาพที่ 1 แสดงการเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนและระบุคำตอบไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ระยะระหว่างเรียน

ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5

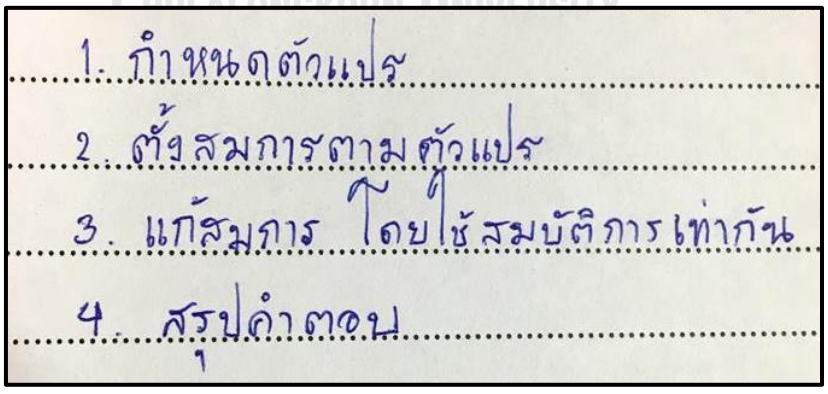
ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนไม่แตกต่างจากระยะก่อนเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุข้อสรุปไม่ถูกต้อง จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของแต่ละกลุ่ม แล้วนำมาหาความสัมพันธ์ให้ได้ข้อสรุปที่เป็นแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน ทำให้ไม่สามารถระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน และระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1

ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10

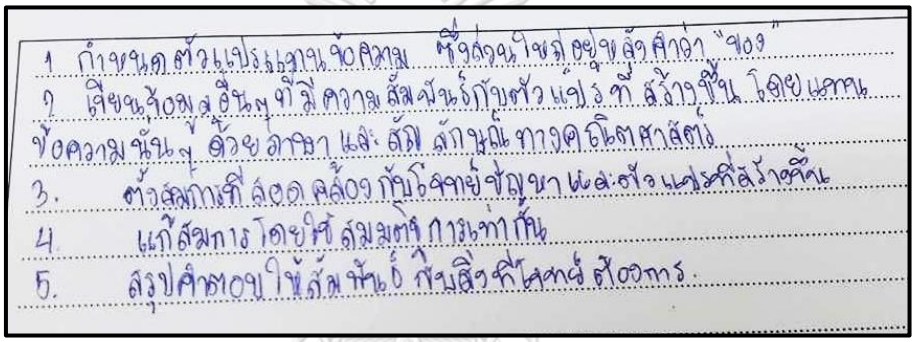
ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนแตกต่างจากช่วงที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่นักเรียนเริ่มระบุข้อสรุปได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของแต่ละกลุ่ม แล้วนำมาหาความสัมพันธ์ให้ได้ข้อสรุปที่เป็นแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่นักเรียนสามารถระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2

ช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากช่วงที่ 2 อย่างต่อเนื่อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 70 สามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้ชัดเจน และระบุข้อสรุปได้ถูกต้อง จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของแต่ละกลุ่ม แล้วนำมาหาความสัมพันธ์ให้ได้ข้อสรุปที่เป็นแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้ชัดเจน และนักเรียนสามารถระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 4

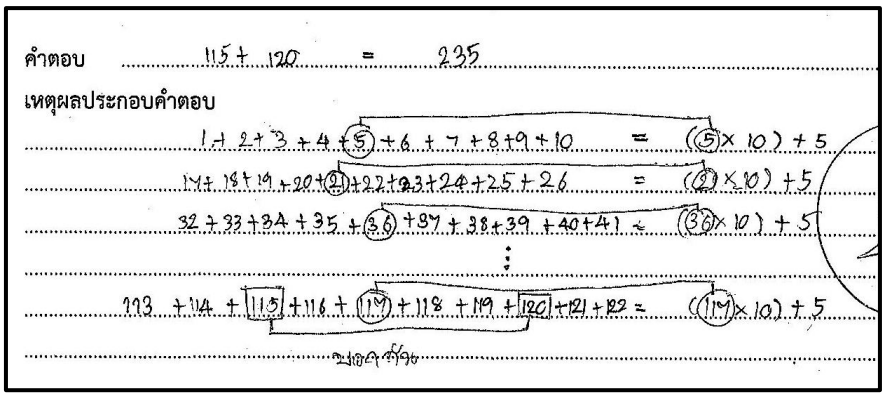


ภาพที่ 4 แสดงการเขียนความสัมพันธ์ของงานของแต่ละกลุ่มที่ได้จากการวิเคราะห์ได้ชัดเจน และระบุแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ระยะหลังเรียน

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากระยะก่อนเรียนอย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 80 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 2 คะแนนจาก 3 คะแนน แสดงว่า นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้อง จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนแสดงการวิเคราะห์โดยใช้เส้นเชื่อมให้เห็นความสัมพันธ์ของมูลได้แต่เขียนอธิบายการวิเคราะห์นั้นได้ยังไม่ชัดเจน แต่นักเรียนสามารถระบุคำตอบได้ถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 5 นอกจากนี้ยังพบว่า มีนักเรียนบางส่วนร้อยละ 20 สามารถเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้ชัดเจน และระบุคำตอบได้ถูกต้อง

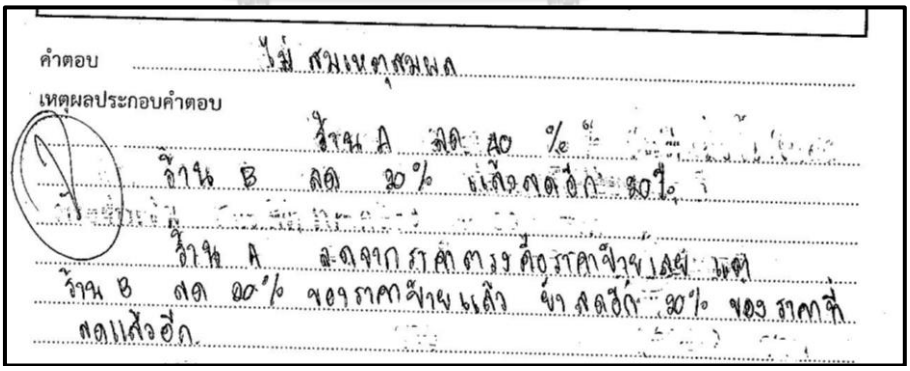


ภาพที่ 5 แสดงการเขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน แต่ระบุคำตอบได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน

ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ระยะก่อนเรียน

ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 50 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 1 คะแนนจาก 3 คะแนน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนมีการระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้นกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อเขียนยืนยันคำตอบได้อย่างชัดเจน นักเรียนเขียนยืนยันคำตอบตามความเข้าใจของตนเองดังแสดงในภาพที่ 6

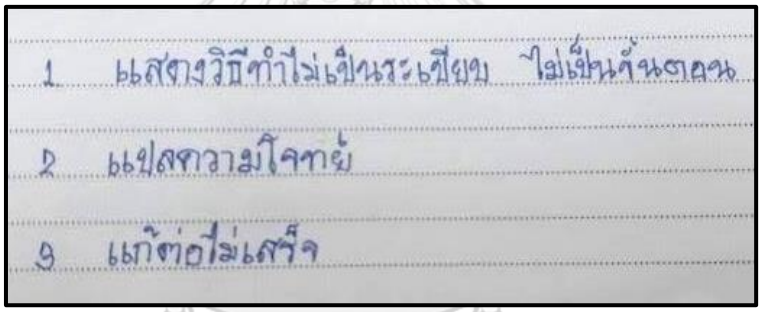


ภาพที่ 6 แสดงการระบุคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนยืนยันคำตอบโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน เขียนยืนยันคำตอบตามความเข้าใจของตนเองของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน

ระยะระหว่างเรียน

ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนไม่แตกต่างจากระยะก่อนเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถระบุข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่เขียนยืนยันข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มพร้อมการอธิบาย พบว่า นักเรียนสามารถสังเกตและระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่ไม่สามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไร ดังแสดงในภาพที่ 7 จากการรับฟังการตอบคำถามของนักเรียนขณะนำเสนอ พบว่า นักเรียนยังขาดความรอบคอบ ขาดการคิดอย่างเป็นระบบที่สมเหตุสมผล ไม่สามารถตอบคำถามหรือแสดงเหตุผลที่อาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนสิ่งที่นักเรียนนำเสนอได้อย่างชัดเจน



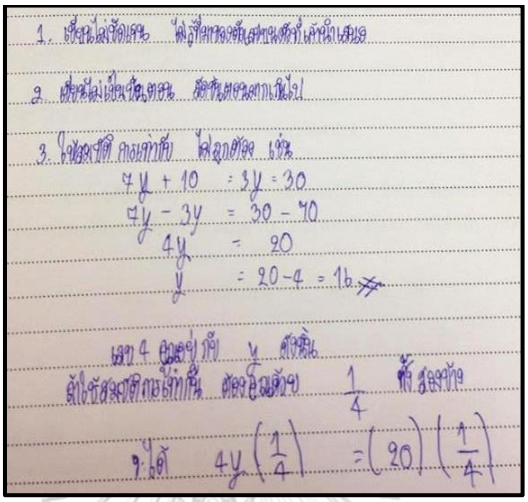
ภาพที่ 7 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่ไม่สามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนแตกต่างจากช่วงที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถระบุข้อสรุปได้ถูกต้อง นักเรียนเริ่มมีการเขียนยืนยันข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มพร้อมการอธิบายพบว่า นักเรียนสามารถสังเกตและระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรดังแสดงในภาพที่ 8 จากการรับฟังการตอบคำถามของนักเรียนขณะนำเสนอพบว่า นักเรียนมีความรอบคอบในการตอบคำถามมากขึ้น มีการคิด

อย่างระบบที่สมเหตุสมผลมากขึ้น สามารถแสดงเหตุผลที่อาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนสิ่งที่นักเรียนนำเสนอได้อย่างชัดเจนมากขึ้น แต่การแสดงเหตุผลที่นักเรียนตอบนั้นอาจจะเป็นการแสดงเหตุผลสั้น ๆ ตามความคิดของนักเรียนที่ต้องอาศัยการแปลความให้สมบูรณ์อีกครั้ง

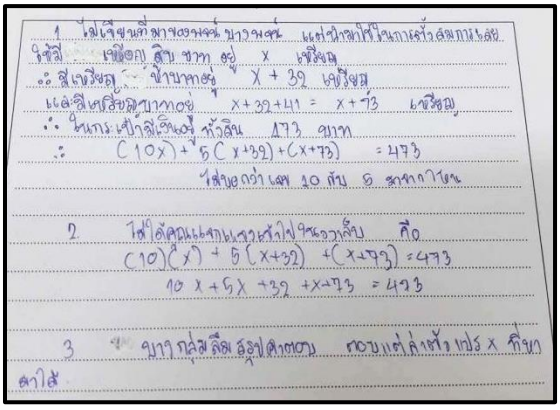


ภาพที่ 8 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2

<u>ช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากช่วงที่ 2 อย่างต่อเนื่อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 70 สามารถระบุข้อสรุปได้ถูกต้องและเขียนยืนยันข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้อย่างชัดเจน จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มพร้อมการอธิบายพบว่า นักเรียนสามารถสังเกตและระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้และสามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรดังแสดงในภาพที่ 9 จากการรับฟังการตอบคำถามของนักเรียนขณะนำเสนอพบว่า นักเรียนมีความรอบคอบในการตอบคำถามดีขึ้น มีการคิดอย่างระบบที่สมเหตุสมผล สามารถแสดงเหตุผลที่อาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนสิ่งที่นักเรียนนำเสนอได้อย่างชัดเจน นักเรียนมีความมั่นใจในการแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบ สามารถอธิบายขยายความในการให้เหตุผลนั้น ๆ มีความละเอียดและชัดเจนเพิ่มมากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

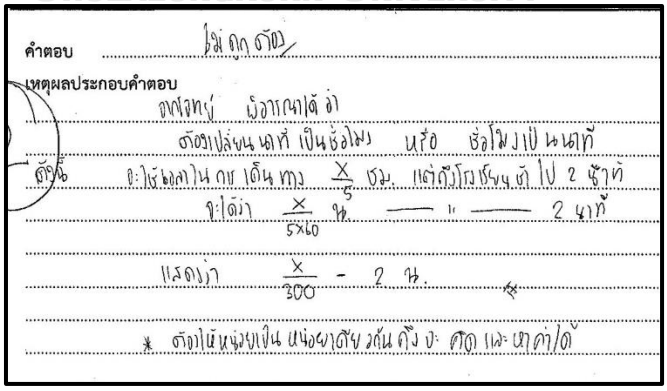


ภาพที่ 9 แสดงการระบุความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดของงานของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอได้ และสามารถอธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนว่าเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดอย่างไรของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3

<u>ระยะหลังเรียน</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากระยะก่อนเรียนอย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 70 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 2 คะแนนจาก 3 คะแนน แสดงว่า นักเรียนสามารถระบุคำตอบได้ถูกต้อง และเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนสามารถระบุคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน ซึ่งยังไม่ครบถ้วนทำให้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควรดังแสดงในภาพที่ 10 นอกจากนี้ยังพบว่า มีนักเรียนบางส่วนร้อยละ 20 สามารถระบุคำตอบได้ถูกต้องและเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้อย่างชัดเจน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 10 แสดงการระบุคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่อธิบายสนับสนุนโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน ซึ่งยังไม่ครบถ้วนทำให้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควรของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน

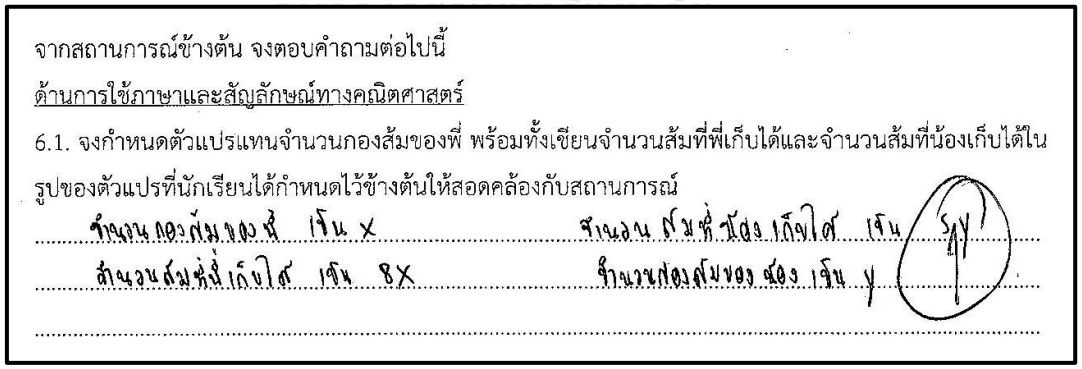
2.3. พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมที่สะท้อนถึงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่แบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ ระยะก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียน (แบ่งออกเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5 ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10 และช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15) และระยะหลังเรียนตามลำดับ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ระยะก่อนเรียนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ระยะระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดการเรียนรู้ และระยะหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ตามลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา และด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

<u>ระยะก่อนเรียน</u>

ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 1 คะแนนจาก 2 คะแนน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ แต่ไม่สามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันดังแสดงในภาพที่ 11


จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

<u>ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</u>

6.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนกองส้มของพี่ พร้อมทั้งเขียนจำนวนส้มที่พี่เก็บได้และจำนวนส้มที่น้องเก็บได้ในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

จำนวนกองส้มของพี่ เป็น x จำนวนส้มที่พี่เก็บได้ เป็น 5y

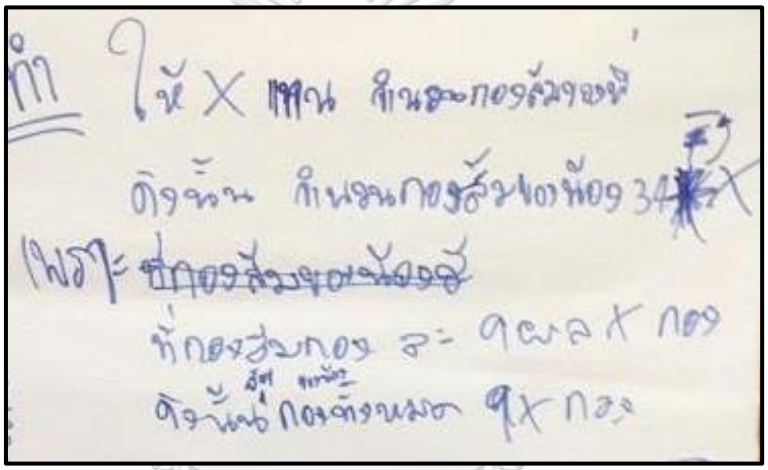
จำนวนส้มที่น้องเก็บได้ เป็น 8x จำนวนกองส้มของน้อง เป็น y

ภาพที่ 11 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ แต่ไม่สามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน

ระยะระหว่างเรียน

ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่แตกต่างจากระยะก่อนเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 12



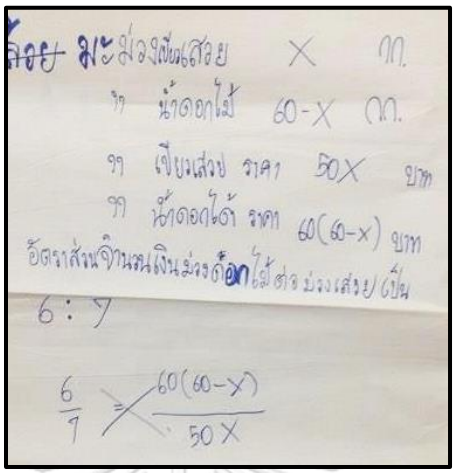
ภาพที่ 12 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างจากช่วงที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมด แต่นักเรียนแสดงเอกนามที่ประกอบด้วยค่าคงตัวและตัวแปรที่กำหนดเลยโดยไม่ได้

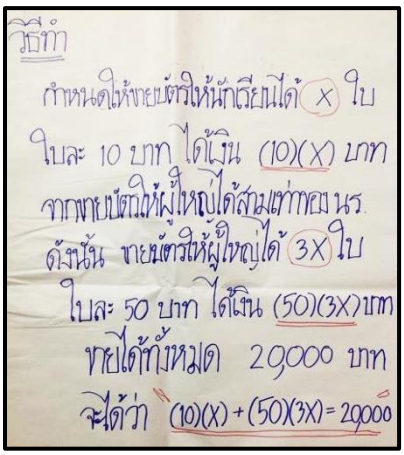
ระบุที่มาของค่าคงตัวนั้นดังแสดงในภาพที่ 13 ซึ่งครูต้องใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้อธิบายระหว่างนำเสนอหน้าชั้นเรียน แต่นักเรียนก็สามารถตอบได้อย่างถูกต้อง



ภาพที่ 13 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2

<u>ช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15</u>

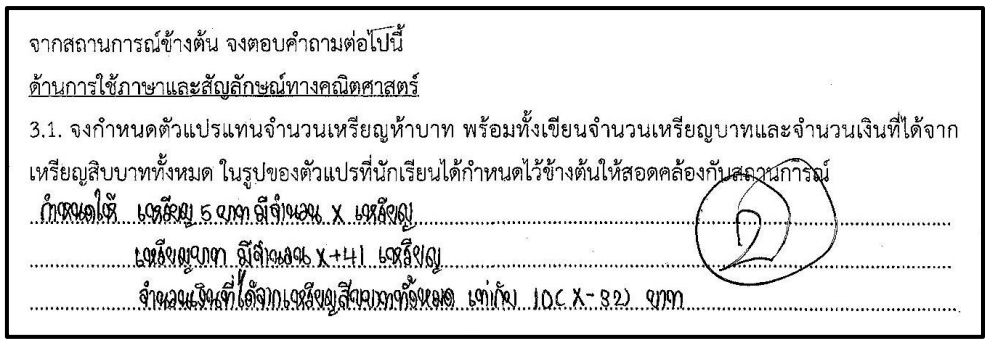
ในระยะนี้ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากช่วงที่ 2 อย่างต่อเนื่อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 70 สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้อย่างชัดเจน นักเรียนสามารถเขียนสื่อสารที่มาของภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดขึ้นได้อย่างชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 14



ภาพที่ 14 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3

ระยะหลังเรียน

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากระยะก่อนเรียนอย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 90 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 2 คะแนนจาก 3 คะแนน แสดงว่า นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องทั้งหมด จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนมีการกำหนดตัวแปรและนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้อย่างชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 15 แต่ก็มีนักเรียนบางส่วนประมาณร้อยละ 9 ที่ยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

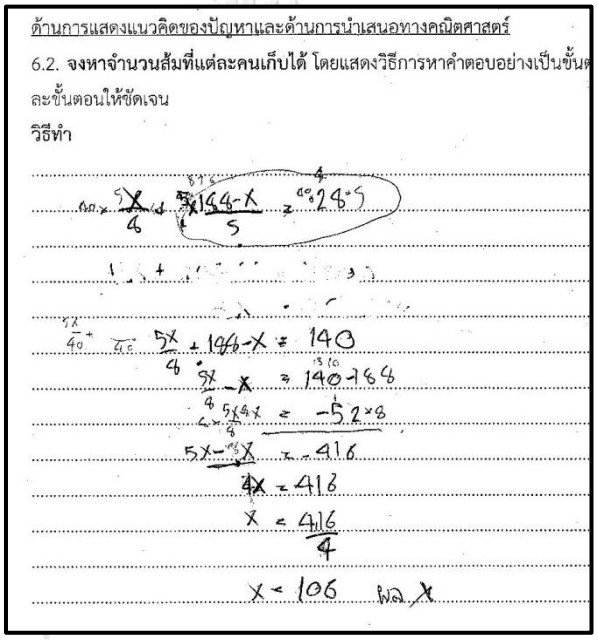


ภาพที่ 15 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ต้องการได้ และสามารถนำตัวแปรนั้นไปเขียนให้สอดคล้องกับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ถูกต้องทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา

ระยะก่อนเรียน

ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 50 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 0 คะแนนจาก 2 คะแนน โดยนักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นไม่ถูกต้อง จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนมีร่องรอยในการเขียนอธิบายแนวคิดตามความเข้าใจของตนเองแต่ไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผลตามความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในภาพที่ 16



Chulalongkorn University

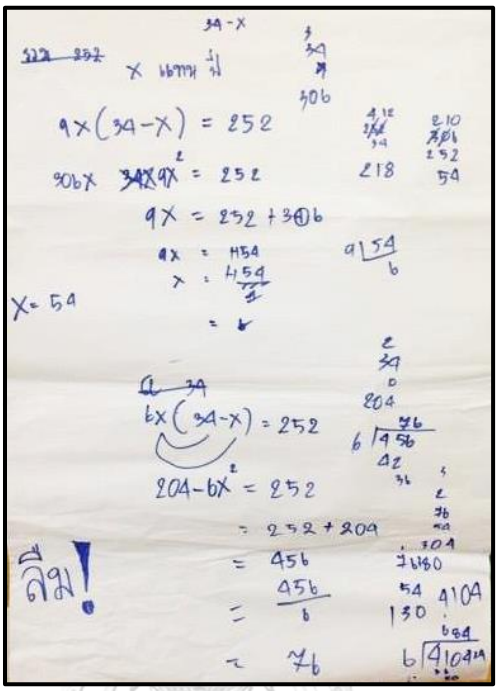
ภาพที่ 16 แสดงร่องรอยในการเขียนอธิบายแนวคิดตามความเข้าใจของตนเองแต่ไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผลตามความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน

ระยะระหว่างเรียน

ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาของนักเรียนไม่แตกต่างจากระยะก่อนเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 70 เขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นไม่ถูกต้อง จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนไม่สามารถนำตัวแปรที่กำหนดขึ้นไปเขียนให้สอดคล้อง

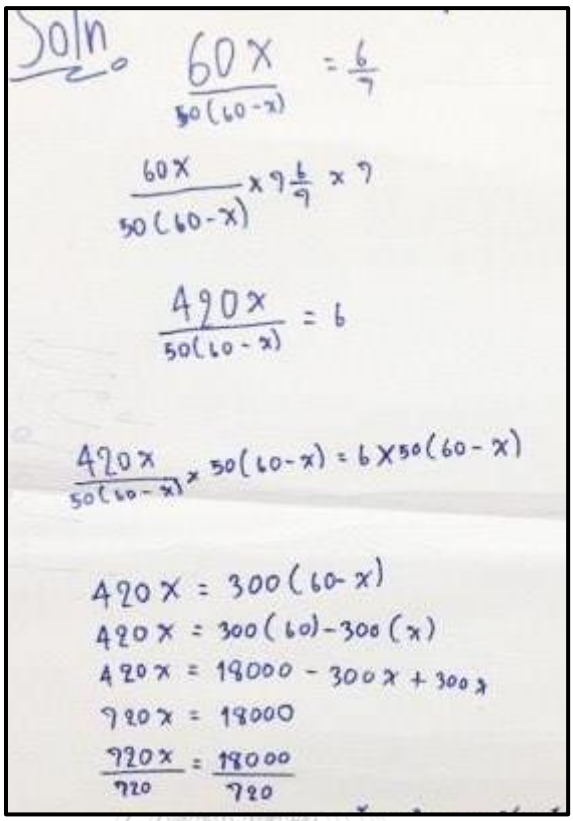
กับข้อความอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันได้ชัดเจนทำให้การตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหานั้นไม่ถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องดังแสดงในภาพที่ 17



ภาพที่ 17 แสดงการตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหานั้นไม่ถูกต้อง และใช้สมบัติการเท่ากันในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1

<u>ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาของนักเรียนแตกต่างจากช่วงที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 40 เริ่มมีการเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นได้ถูกต้องเป็นบางส่วน จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนสามารถตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหานั้นถูกต้อง สอดคล้องกับโจทย์ปัญหามากขึ้น สามารถใช้สมบัติการเท่ากันถูกต้องมากขึ้น แต่ก็ยังมีความไม่สมบูรณ์ของการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนเกิดขึ้นบ้าง ส่วนใหญ่เกิดจากความไม่รอบคอบในการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ดังแสดงในภาพที่ 18

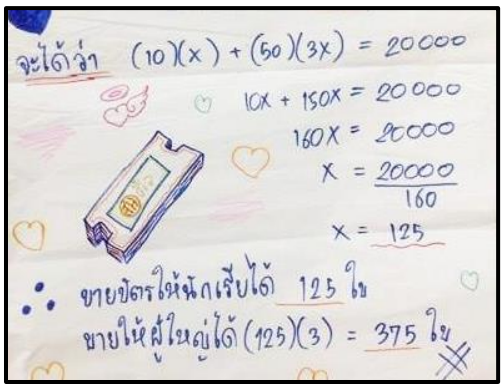


ภาพที่ 18 แสดงการตั้งสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่ไม่มีความรอบคอบในการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้ทำให้เกิดความไม่สมบูรณ์ในบางขั้นของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2

<u>ช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากช่วงที่ 2 อย่างต่อเนื่อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 60 สามารถเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นได้ถูกต้องทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนมีความรอบคอบในการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้และการดำเนินการแก้ปัญหามีความสอดคล้องกับความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนการใช้สมบัติการเท่ากันอย่างย่อในขั้นตอนแก้ปัญหา ดังแสดงในภาพที่ 19 แต่เมื่อครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนระหว่างนำเสนอพบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

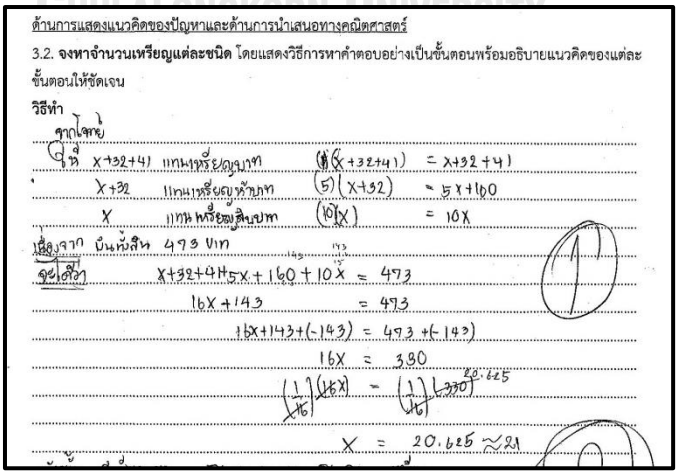
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 19 แสดงการนำสมบัติการเท่ากันไปใช้และการดำเนินการแก้ปัญหามีความสอดคล้องกับความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง เขียนการใช้สมบัติการเท่ากันอย่างย่อในขั้นตอนแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3

<u>ระยะหลังเรียน</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากระยะก่อนเรียนอย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 80 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 1 คะแนนจาก 2 คะแนน แสดงว่า นักเรียนสามารถเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นได้ถูกต้องเป็นบางส่วน จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนไม่รอบคอบในการทำงาน ทำให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณ ดังแสดงในภาพที่ 20 นอกจากนี้ยังพบว่า มีนักเรียนบางส่วนร้อยละ 10 เขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดกับแนวคิดนั้นได้ถูกต้องทั้งหมด

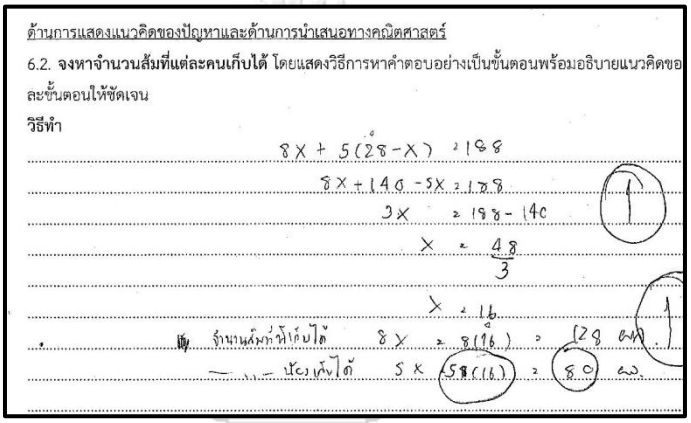


ภาพที่ 20 แสดงการเขียนอธิบายแนวคิดของปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วนเนื่องจากความผิดพลาดในการคำนวณของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน

ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

ระยะก่อนเรียน

ในระยะนี้นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 70 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 1 คะแนนจาก 3 คะแนน โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนลงมือทำแบบวัดทันทีที่ได้รับ โดยไม่ได้ศึกษาคำชี้แจงหรือตัวอย่างในการทำแบบวัดก่อนทำให้ขั้นตอนในการเขียนนำเสนอของนักเรียนไม่ครบถ้วน ที่มาของสมการที่นักเรียนได้ไม่มีความชัดเจน อีกทั้งนักเรียนขาดการเขียนขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบดังแสดงในภาพที่ 21



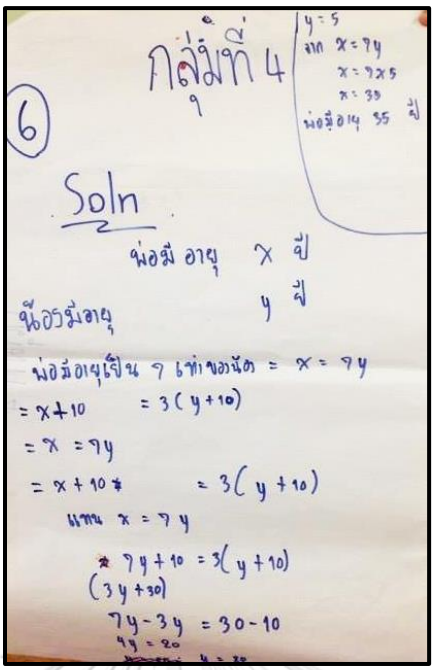
ภาพที่ 21 แสดงขั้นตอนในการเขียนนำเสนอของนักเรียนไม่ครบถ้วน ที่มาของสมการที่นักเรียนได้ไม่มีความชัดเจน อีกทั้งขาดการเขียนขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะก่อนเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ระยะระหว่างเรียน

ช่วงที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 5

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่แตกต่างจากระยะก่อนเรียน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 มีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วนและเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่า นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนของที่มาของตัวแปรและเอกนามไม่เป็นระบบ ไม่มีความชัดเจน ประกอบกับนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้สมบัติการเท่ากัน ทำให้นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาได้ไม่ต่อเนื่องดังแสดงในภาพที่ 22 นอกจากนี้เมื่อนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนและเป็นระบบ ทำให้นักเรียนไม่ค่อยกล้าออกมานำเสนอด้วยการพูดหน้าชั้นเรียนหรือเมื่อออกมานำเสนอนักเรียนก็ไม่มีความมั่นใจในการสื่อสาร เพราะนักเรียนกลัวถูกตำหนิหรือเพื่อนล้อ

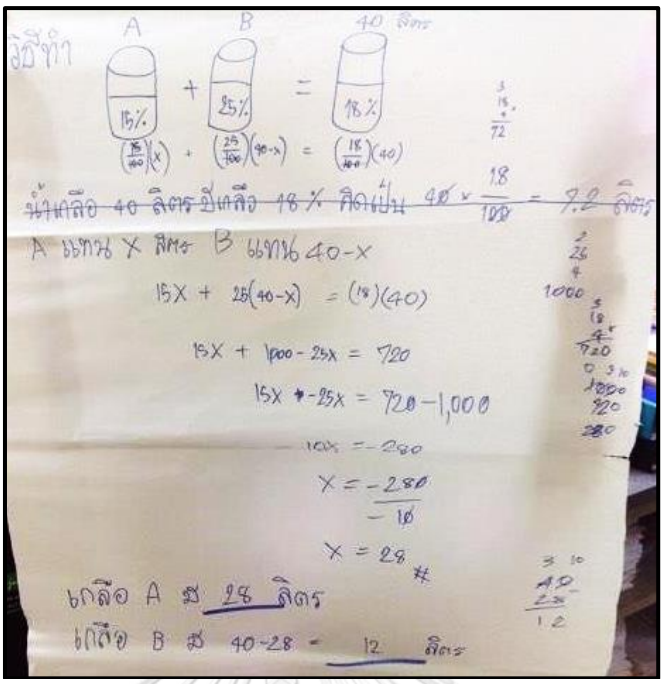


ภาพที่ 22 แสดงการเขียนแสดงขั้นตอนของที่มาของตัวแปรและเอกนามไม่เป็นระบบ ไม่มีความชัดเจนและแสดงวิธีแก้ปัญหาได้ไม่ต่อเนื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 1

<u>ช่วงที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 – 10</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างจากช่วงที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่ประมาณร้อยละ 60 เริ่มมีการเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบชัดเจนเกือบทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง พบว่า นักเรียนเขียนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน นักเรียนเขียนกำหนดตัวแปรและพหุนามเพื่อแทนข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องแต่มักเขียนสั้น ๆ ตามความเข้าใจของตนเองทำให้สื่อความได้ไม่ชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 23 แต่เมื่อครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนระหว่างนำเสนอพบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและชัดเจน นอกจากนี้นักเรียนมีความมั่นใจในการนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพิ่มมากขึ้นและนำเสนอได้อย่างเป็นขั้นตอน เป็นระบบมากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

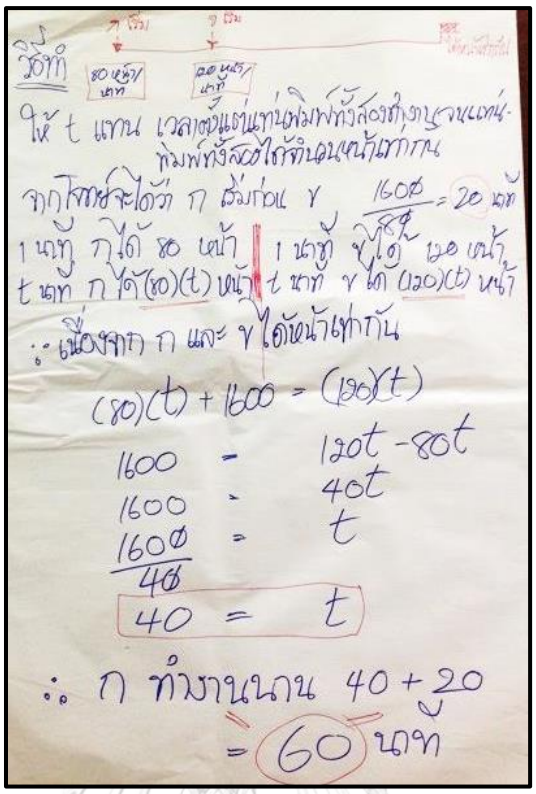


ภาพที่ 23 แสดงการเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน การเขียนกำหนดตัวแปรและพหุนามเพื่อแทนข้อมูลสั้น ๆ ตามความเข้าใจของตนเองทำให้สื่อความได้ไม่ชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 2

<u>ช่วงที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 – 15</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากช่วงที่ 2 อย่างต่อเนื่อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 70 มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด จากตัวอย่างใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองพบว่านักเรียนมีพัฒนาการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหาได้ดีขึ้น มีความเป็นระบบ ระเบียบ และเป็นขั้นตอนดีขึ้น ที่มาและลำดับขั้นของวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มีความชัดเจนดังแสดงในภาพที่ 24 นอกจากนี้ นักเรียนมีความมั่นใจในการนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพิ่มมากขึ้นอย่างต่อเนื่อง เมื่อครูถามนักเรียนสามารถอธิบายตามขั้นตอนได้อย่างชัดเจน

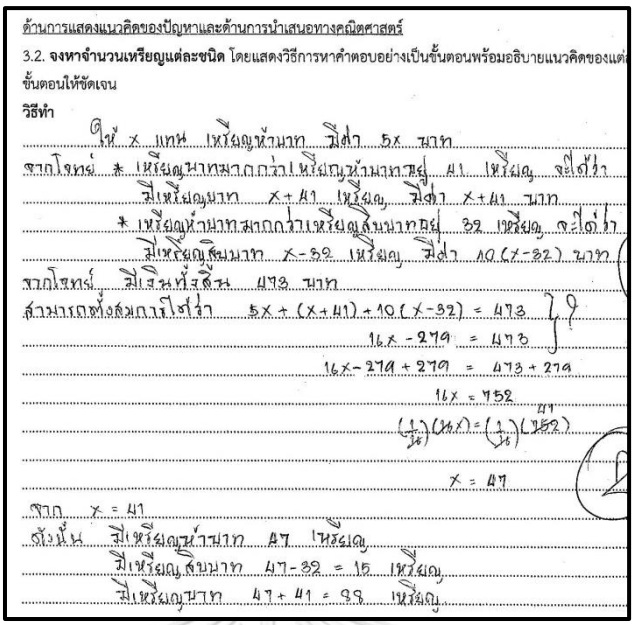
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 24 แสดงการเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีแก้ปัญหาได้เป็นระบบ ระเบียบ และเป็นขั้นตอนครบถ้วน ที่มาและลำดับขั้นของวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มีความชัดเจนของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะระหว่างเรียนช่วงที่ 3

<u>ระยะหลังเรียน</u>

ในระยะนี้ความสามารถในด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นจากระยะก่อนเรียนอย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 50 ได้ระดับคะแนนเฉลี่ย 2 คะแนนจาก 3 คะแนน แสดงว่า นักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด จากตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดพบว่า นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน ขาดขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด ดังแสดงในภาพที่ 25 นอกจากนี้ยังพบว่า มีนักเรียนบางส่วนร้อยละ 20 มีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมด


ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

3.2. **จงหาจำนวนเหรียญแต่ละชนิด** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ให้ x แทน เหรียญห้าบาท มีค่า 5x บาท
จากโจทย์ * เหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ จะได้ว่า
มีเหรียญบาท x+41 เหรียญ มีค่า x+41 บาท
* เหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ จะได้ว่า
มีเหรียญสิบบาท x-32 เหรียญ มีค่า 10(x-32) บาท
จากโจทย์ มีเงินทั้งสิ้น 473 บาท
สามารถตั้งสมการได้ว่า 5x + (x+41) + 10(x-32) = 473
16x - 279 = 473
16x - 279 + 279 = 473 + 279
16x = 752
$\frac{1}{16}(16x) = \frac{1}{16}(752)$
x = 47
ดังนั้น มีเหรียญห้าบาท 47 เหรียญ
มีเหรียญสิบบาท 47-32 = 15 เหรียญ
มีเหรียญบาท 47+41 = 88 เหรียญ

ภาพที่ 25 แสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน ขาดขั้นตอนหลักของวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ แต่เขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบอย่างชัดเจนทั้งหมดของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 14 (จังหวัดภูเก็ต พังงา และระนอง) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล” จังหวัดพังงา จำนวน 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 9 ห้องเรียน

ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยพิจารณาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

ของนักเรียนทั้ง 9 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) แล้วเลือกห้องที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง คือ ห้อง ม.2/8 และ ม.2/6 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 66.14 คะแนนและ 64.03 คะแนนตามลำดับ นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน 2 ห้องที่เลือกมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทำการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.2/8 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และนักเรียนห้อง ม.2/6 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง แบ่งเป็น

1.1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์

1.2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวนอย่างละ 15 แผน ใช้เวลาการสอน 5 สัปดาห์ โดยในแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองมีองค์ประกอบคือ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ สำหรับขั้นจัดกิจกรรมของกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยแบ่งเป็น 2 ระยะ คือ ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (representations) และคิดหาวิธีแก้ปัญหา (solutions) ด้วยตนเอง และระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.627 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.30 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.22 – 0.85

2.2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.833 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.48 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.37 – 0.74

2.3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.857 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.48 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 – 0.59

2.4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบวัดแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยง คือ 0.853 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.44 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 – 0.63

ในการวิจัยครั้งนี้ ก่อนทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) จากนั้นนำคะแนนดังกล่าวมาทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t–Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ผลปรากฏว่า ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

หลังจากนั้น ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ใช้เวลารวม 15 คาบ (คาบละ 60 นาที) ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์และกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ โดยขณะจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียน จดบันทึกหลังแผน และเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม เมื่อดำเนินการสอนครบ

ตามที่กำหนดไว้แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนตามลำดับ แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS) เพื่อสรุปผลการวิจัย ซึ่งมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) จากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังเรียน จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4. วิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) จากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

5. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังเรียน จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S.D.*) ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

7. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยศึกษาจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ร่องรอยการทำงาน การเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาจากใบกิจกรรม สมุดแบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน พฤติกรรมการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนระหว่างการดำเนินกิจกรรมในห้องเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่กำหนด เพื่อเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบ ตลอดจนสามารถอธิบายข้อสรุปหรือคำตอบโดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้นตามลำดับ และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูล เขียนอธิบายแนวคิดและนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมบูรณ์ชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบมากขึ้นตามลำดับ

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยที่ได้จากการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และข้อสังเกตจากการทดลองสามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ในช่วงก่อนเรียนนักเรียนไม่เคยได้ฝึกการทำกิจกรรมที่สนับสนุนให้ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบการเรียน แต่หลังจากนักเรียนได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มี 2 ระยะ ที่ส่งเสริมให้เกิดพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งในระยะที่ 1 และระยะที่ 2 นักเรียนได้ฝึกการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้จากการสังเกตงานของเพื่อนและของกลุ่มต่าง ๆ แล้วนำสิ่งเหล่านั้นมาอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปที่เป็นความรู้ที่สมบูรณ์ได้ ซึ่งเป็นองค์ประกอบด้านที่ 1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย และ นักเรียนได้ฝึกการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ประกอบการพิจารณาและอภิปรายเพื่อหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของกลุ่มต่าง ๆ แล้วปรับแก้ให้ถูกต้องเพื่อสรุปเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความสมบูรณ์อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นองค์ประกอบด้านที่ 2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 2 ระยะสอดคล้องกับการพัฒนาการคิดที่เป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผลของ Krulik and Rudnick (1993: 3) ที่กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปมากขึ้น

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ ได้ใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทุกระยะของการจัดกิจกรรม โดยนักเรียนได้สังเกตและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของงานกลุ่มต่าง ๆ อย่างหลากหลายแล้วนำมาสรุปเป็นความรู้ที่มีความสมบูรณ์ อีกทั้งสามารถยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปด้วยข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถและพัฒนาการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกตินั้น ส่วนใหญ่ครูจะมีส่วนช่วยนักเรียนในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา อธิบายแนวคิดและเริ่มต้นแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาก่อน ทำให้กลุ่มควบคุมไม่สามารถรู้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของตนเอง ไม่ได้ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ทำให้เมื่อเจอโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูล และหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้องด้วยตนเอง อีกทั้งไม่สามารถนำหลักการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบของตนเองได้อย่างชัดเจนและมั่นใจ ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดกิจกรรมของงานวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัยคือ มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล ตลอดจนหาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุปทั่วไปและนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาต่อไป อีกทั้งมีการใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอภิปรายเพื่อยืนยันคำตอบหรือข้อสรุปที่นักเรียนได้ โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 76 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความคงทนและความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยได้ฝึกการทำกิจกรรมที่สนับสนุนให้ใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ประกอบการเรียนมากเท่าที่ควร ส่วนใหญ่เป็นแค่การถามตอบและอภิปรายเพียงเล็กน้อยระหว่างครูกับนักเรียน แต่หลังจากนักเรียนได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มี 2 ระยะ ที่ส่งเสริมให้เกิดพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งในระยะที่ 1 และระยะที่ 2 นักเรียนได้ฝึกการเขียนสื่อความหมายข้อความที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นองค์ประกอบด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ใช้ความรู้และหลักการทาง

คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการเขียนและอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กลุ่มของตนเองได้ทำไว้ให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นองค์ประกอบด้านที่ 2 การแสดงแนวคิดของปัญหา และนักเรียนได้แสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจอย่างเป็นขั้นตอนที่ครบถ้วนและเป็นระบบ ซึ่งเป็นองค์ประกอบด้านที่ 3 การนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 70) กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิด ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้น

4. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ข้อที่ 4 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก นักเรียนที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ได้ใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทุกระยะของการจัดกิจกรรม โดยนักเรียนได้ฝึกการสื่อความหมายข้อความด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเขียนอธิบายแนวคิดและนำเสนอวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อถ่ายทอดให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจนและมีขั้นตอนที่เป็นระบบอย่างสม่ำเสมอ จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถและพัฒนาการของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกตินั้น ส่วนใหญ่ครูจะสาธิตการแก้ปัญหาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และทำอย่างเป็นขั้นตอนมาให้เรียบร้อยแล้ว อีกทั้งการมีส่วนร่วมในการสื่อสารหรืออภิปรายระหว่างครูกับนักเรียนมีน้อยมาก ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกการสื่อสารทั้งในรูปแบบการเขียนและการพูด นักเรียนจึงเกิดความไม่มั่นใจและไม่สามารถลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ที่ได้ทำการศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดกิจกรรมของงานวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัยคือ ให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือสรุปความรู้ด้วยตนเอง โดยครูจัดสถานการณ์ที่ก่อให้เกิดความน่าสนใจ เน้นให้นักเรียนสามารถอธิบายและลงข้อสรุปได้ อีกทั้งยังให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการฝึกให้นักเรียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการต่าง ๆ โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมี

ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสามารถแยกอภิปรายเป็น 2 ประเด็นตามพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1. ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ให้ความสำคัญกับคำตอบมากกว่าการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน ทำให้หาคำตอบไม่ถูกต้อง ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนไม่แตกต่างจากช่วงก่อนเรียน เพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการสอน นักเรียนไม่ทราบว่าจะต้องให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์ข้อมูลใดก่อน ทำให้เกิดความไม่ต่อเนื่องในการทำกิจกรรม แต่หลังจากช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 เป็นต้นมา นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น สามารถแยกแยะข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้น เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลร่วมกัน ทำให้ได้ข้อมูลที่มีความหลากหลายมากขึ้น มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น ส่งผลให้ในช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีการเขียนอธิบายวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ดีเพิ่มมากขึ้น ทำให้สามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้เป็นผลมาจากการทำกิจกรรม 2 ระยะที่สนับสนุนพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัย กล่าวคือ ในระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระยะนี้นักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองภายในกลุ่ม ซึ่งแต่ละคนภายในกลุ่ม บางครั้งก็มีการใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาที่นำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ทำให้สมาชิกแต่ละคนต้องมีการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการร่วมกันวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนความคิดและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นเพื่อเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่กลุ่มคิดว่าเหมาะสมที่สุด

ต่อมาในระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้หลังจากนักเรียนนำเสนอครบทุกกลุ่มแล้ว ครูจะรวบรวมสิ่งที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาทั้งหมดมาให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะเด่นที่สำคัญ แล้วเปรียบเทียบความเหมือน

และความต่าง ข้อดี ข้อจำกัดเพื่อใช้ในการอภิปรายในลำดับต่อไป จะเห็นได้ว่ากิจกรรมนี้นักเรียนจะได้เห็นข้อมูลหรือตัวแทนความคิดและวิธีแก้ปัญหาของกลุ่มต่าง ๆ ที่มีความหลากหลาย จากนั้นนักเรียนจะได้ใช้ความคิดประกอบเหตุผลในการพิจารณาเปรียบเทียบเพื่อวิเคราะห์หาข้อสรุปที่เป็นแนวทางที่มีประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาใหม่ที่ไม่คุ้นเคยได้ ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดีที่สอดคล้องกับแนวคิดของ Stiggins (1997: 6) ที่อธิบายว่า ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่า ส่วนปลีกย่อยต่างๆเข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

5.2. ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับเหตุผลที่นำมายืนยันคำตอบมากนักทำให้นักเรียนระบุคำตอบได้ถูกต้องแต่เขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 ความสามารถในด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัยของนักเรียนไม่แตกต่างจากช่วงก่อนเรียน เพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการสอน และไม่สามารถดึงความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องที่เคยเรียนมาแล้วมาปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้อย่างเหมาะสม แต่หลังจากช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 เป็นต้นมา นักเรียนนำความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาประกอบการอธิบายเพิ่มมากขึ้น ทำให้สามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้ทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม มีโอกาสอภิปรายและแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการยืนยันคำตอบให้มีความสมเหตุสมผลอย่างหลากหลาย ส่งผลให้ช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุคำตอบได้ถูกต้อง และสามารถเขียนยืนยันคำตอบโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายได้ชัดเจนมากขึ้น ทั้งนี้เป็นผลมาจากการทำกิจกรรม 2 ระยะที่สนับสนุนพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย กล่าวคือ ในระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระยะนี้นักเรียนจะได้ใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ซึ่งอาจจะไม่สมบูรณ์สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาด้วยตัวเอง แสดงให้เห็นว่า ในการคิดแต่ละครั้งของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาเพื่อหาคำตอบนั้น นักเรียนจะต้องอาศัยหลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาช่วยยืนยันสิ่งที่นักเรียนสร้างว่ามีความสอดคล้องและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง อีกทั้งในการแสดงวิธีแก้ปัญหา เช่น การแก้สมการ นักเรียนก็ต้องใช้หลักการแก้สมการที่ถูกต้องเพื่อใช้ยืนยันคำตอบที่นักเรียนได้อย่างสมเหตุสมผล

ต่อมาในระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้ครูจะใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้จากการแก้ปัญหาของกลุ่มต่าง ๆ แล้วใช้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้นั้นมาเป็นประเด็นในการร่วมกันอภิปรายเพื่อปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม จะเห็นได้ว่าการที่นักเรียนจะหาความไม่สมบูรณ์ของ

ความรู้ของกลุ่มอื่น ๆ ได้ นักเรียนต้องอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องที่จะช่วยยืนยันและสนับสนุนความคิดของนักเรียนว่า สิ่งที่เพื่อนทำนั้นเป็นความรู้ที่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ อีกทั้งการที่นักเรียนช่วยกันปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ก็เป็นส่วนหนึ่งของการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมายืนยันและเติมแต่งสิ่งที่ไม่สมบูรณ์ให้มีความสมบูรณ์พร้อมที่จะนำไปใช้งานในลำดับต่อไป

กระบวนการจัดกิจกรรมนอกจากนักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองแล้ว ครูยังมีส่วนช่วยสนับสนุนนักเรียนให้เกิดพัฒนาการของพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เช่นกัน กล่าวคือ ในการทำกิจกรรมในระยะที่ 1 นั้นครูไม่ได้แนะนำหรือชี้แนะส่วนที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2009: 11) ที่สรุปได้ว่า การให้เวลานักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหาและการหลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเป็นเคล็ดลับในการพัฒนาการให้เหตุผล และในการทำกิจกรรมในระยะที่ 2 นั้น นักเรียนได้นำเสนอพร้อมทั้งอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของตนเอง โดยมีครูคอยช่วยแปลความและใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลหรืออธิบายแนวทางในการสร้างสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของตนเองให้ได้มากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Alice and Shirel (1999: 125 – 126) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ และยังสอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนของ Garofalo and Mtetwa (1993: 16 – 18) ที่ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล สนับสนุน ส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลด้วยวาจา ด้วยการเขียนที่ใช้ภาษาง่าย ๆ จะเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

นอกจากนี้ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนออยู่นั้น ครูจะไม่ตัดสินหรือประเมินว่าตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนสร้างนั้นถูกหรือผิด แสดงว่า ครูไม่ได้คำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องแต่ให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น หรือนักเรียนมีโครงสร้างความรู้ตรงจุดไหนที่ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ อัมพร ม้าคนอง (2554: 50) และสอดคล้องกับแนวคิดของ Greenwood (1993: 144) ที่สรุปได้ว่า การสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลควรเป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ หลังจากที่นักเรียนได้นำเสนอแล้ว ครูจะใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของความรู้ที่ได้แลกเปลี่ยน ซึ่งยังมีความไม่สมบูรณ์ แล้วนำความไม่สมบูรณ์นั้นมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม วิธีการนี้สอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า การที่ครูจัดให้มี

การอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี แนวคิดนี้เป็นหลักการในการพัฒนาการให้เหตุผลของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2547: 15 – 19) อีกด้วย

6. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสามารถแยกอภิปรายเป็น 3 ประเด็นตามพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.1. ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่เคยทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มาก่อนหรือเคยทำมาแล้วแต่ไม่ได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่แตกต่างจากช่วงก่อนเรียน เพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการสอน และยังเคยชินกับการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของตนเอง แต่หลังจากช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 เป็นต้นมา นักเรียนมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการแปลความ ตีความ และวิเคราะห์ข้อมูลได้ดีขึ้น เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนมีโอกาสได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเห็นตัวอย่างความไม่สมบูรณ์ของความรู้หรือข้อผิดพลาดของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในกรณีต่าง ๆ มาอย่างต่อเนื่อง ทำให้เกิดความรอบคอบในการใช้มากขึ้น ส่งผลให้ช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงข้อมูลที่ได้จากการตีความ แปลความ และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด ทั้งนี้เป็นผลมาจากการทำกิจกรรม 2 ระยะที่สนับสนุนพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ในระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระยะนี้นักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเองภายในกลุ่ม ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น นักเรียนต้องอาศัยการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลด้วยภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การ

สร้างตัวแทนความคิดของปัญหา และวิธีแก้ปัญหาต่อไป ถ้านักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้สัมพันธ์กับข้อมูล นักเรียนก็จะปรับโครงสร้างของข้อมูลที่มีความซับซ้อนให้กลายเป็นโครงสร้างที่ง่ายขึ้น

ต่อมาในระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้หลังจากนักเรียนได้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องสมบูรณ์แล้ว นักเรียนต้องนำความรู้ที่ได้ไปแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่คล้ายคลึง ทำให้ได้ฝึกการตีความ แปลความ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง

6.2. ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มากนัก เพราะส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการทำแบบวัดแบบปรนัย 4 ตัวเลือก ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 ความสามารถในด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาของนักเรียนไม่แตกต่างจากช่วงก่อนเรียน เพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการสอน และยังมีความไม่สมบูรณ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นำมาใช้ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง แต่หลังจากช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 เป็นต้นมา นักเรียนเกิดความรอบคอบในการเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาได้มากขึ้น มีความถูกต้องเพิ่มขึ้นตามลำดับ เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้เรียนรู้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ อีกทั้งมีการปรับแก้ความไม่สมบูรณ์นั้นให้ถูกต้องด้วยการอภิปรายร่วมกันอย่างต่อเนื่อง ส่งผลให้ช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น ทั้งนี้เป็นผลมาจากการทำกิจกรรม 2 ระยะที่สนับสนุนพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านความสามารถในการแสดงแนวคิดของปัญหา กล่าวคือ ในระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระยะนี้นักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาด้วยการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาภายในกลุ่ม ซึ่งกิจกรรมนี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนภายในกลุ่มได้ร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด ความรู้ซึ่งกันและกัน นักเรียนมีโอกาสพูด และรับฟังความคิดเห็นต่าง ๆ ที่หลากหลาย หลังจากนั้นก็ร่วมกันสรุปแนวคิดต่าง ๆ ที่ได้แลกเปลี่ยนเพื่อให้ได้แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาแล้วเขียนแนวทางที่ได้สรุปนั้นอย่างเป็นขั้นตอนตามแนวคิดที่ถูกต้อง แล้วนำมาเสนอและอภิปรายต่อในระยะที่ 2

ต่อมาในระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้ครูให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนพร้อมทั้งอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความรู้ที่ได้แลกเปลี่ยนรวมถึงครูวิเคราะห์และบันทึกความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ขณะนักเรียนนำเสนอ จากนั้นครูนำความไม่สมบูรณ์ที่ได้วิเคราะห์และบันทึก

ให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดและหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญของความรู้ที่ได้รับด้วยภาษาของนักเรียนเอง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4 – 5) ที่กล่าวไว้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ถามนั้นถือเป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่งเพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับแนวคิดของคนอื่น ๆ ให้นักเรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไปตรงมาในการเรียนรู้ การจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดของพวกเขาเข้าด้วยกัน

6.3. ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ในช่วงก่อนเรียน นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกทำแบบวัดในลักษณะเช่นนี้มากนัก เพราะส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการทำแบบวัดแบบปรนัย 4 ตัวเลือกทำให้นักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเกือบครบถ้วน และเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบเกือบชัดเจนทั้งหมด ต่อมาในช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 ความสามารถในด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่แตกต่างจากช่วงก่อนเรียน เพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการสอน ไม่ชอบการเขียนในลักษณะที่มีหลาย ๆ ขั้น และคุ้นชินกับการเขียนในลักษณะที่มีแต่ตนเองเข้าใจ แต่หลังจากช่วงระหว่างเรียนช่วงที่ 1 เป็นต้นมา นักเรียนมีการเขียนที่เป็นระบบมากขึ้น สามารถเขียนเป็นขั้นตอนที่เข้าใจได้ตรงกันเพิ่มมากขึ้น เพราะระหว่างทำกิจกรรม นักเรียนได้ฝึกการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ทั้งในรูปแบบการเขียนและการพูด มีการปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้อย่างต่อเนื่องโดยมีครูคอยชี้แนะผ่านคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถนำเสนอได้อย่างชัดเจน เข้าใจตรงกัน ส่งผลให้ช่วงหลังเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น และสามารถเขียนแสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบได้อย่างชัดเจน ทั้งนี้เป็นผลมาจากการทำกิจกรรม 2 ระยะที่สนับสนุนพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านความสามารถในการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ในระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในระยะนี้หลังจากนักเรียนได้สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาเพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหาลงในกระดาษที่ครูเตรียมไว้ให้อย่างเป็นขั้นตอนที่เป็นระบบเพื่อใช้สำหรับนำเสนอวิธีนั้น ๆ ให้เพื่อนต่างกลุ่มเข้าใจได้ตรงกัน นักเรียนจะได้ฝึกการทำกิจกรรมในลักษณะนี้อย่างต่อเนื่องจนเกิดความเคยชิน และสามารถกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ล่วงหน้า

ต่อมาในระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา ในระยะนี้นักเรียนจะได้ฝึกการนำเสนอหน้าชั้นเรียนโดยใช้ภาษาพูด และนักเรียนจะได้ฝึกการอภิปรายเกี่ยวกับความไม่สมบูรณ์ของความรู้ ซึ่งการนำเสนอและการอภิปรายนั้น นักเรียนจะต้อง

ผ่านกระบวนการคิดและเรียบเรียงการพูดนั้นให้ผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ตรงกัน พูดลำดับขั้นตอนได้อย่างเป็นระบบ

กระบวนการจัดกิจกรรมนอกจากนักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองแล้ว ครูยังมีส่วนช่วยสนับสนุนนักเรียนให้เกิดพัฒนาการของพฤติกรรมที่แสดงออกในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เช่นกัน กล่าวคือ ในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมในระยะที่ 1 และระยะที่ 2 นั้น ครูจะคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหาและการอภิปรายเกี่ยวกับความไม่สมบูรณ์ของความรู้อย่างสม่ำเสมอซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9 – 11) ที่ได้นำเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความคิดของตนออกมาด้วยการพูด การเขียน ตลอดจนการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามและหาคำตอบด้วยตนเองตามความสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดของตนเองเพื่อช่วยส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารในรูปแบบของการอธิบายแนวคิดและการอภิปรายในกลุ่ม และควรชี้แนะทางตรงและชี้แนะทางอ้อม เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนยิ่งขึ้นซึ่งจะนำไปสู่การแก้ปัญหา

นอกจากนี้ในระหว่างที่นักเรียนนำเสนอนั้น ครูมีส่วนช่วยในการแปลความและเรียบเรียงคำพูดและภาษาในการนำเสนอของนักเรียนให้เป็นขั้นตอน และเป็นระบบมากยิ่งขึ้น ซึ่งวิธีการดังกล่าวสอดคล้องกับบทบาทครูที่สำคัญในการจัดสถานการณ์และสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2551: 74 – 75) ที่กล่าวโดยสรุปว่า ครูควรพยายามช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันระหว่างนักเรียนและสามารถตรวจสอบความเข้าใจที่ถูกต้องตรงกันด้วยและครูต้องเป็นทั้งผู้รับสารและผู้ส่งสารที่ดี ให้การสนับสนุนนักเรียนในการนำเสนอ พูด ฟัง เขียน และอ่านอย่างเหมาะสม

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะในการทำวิจัยโดยแบ่งออกเป็น ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ครูจะต้องวางแผนเลือกเนื้อหาที่นักเรียนมีโครงสร้างของความรู้ไม่สมบูรณ์ และโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ต้องสามารถดึงความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนให้ได้มากที่สุด เพราะการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนี้ ครูต้องใช้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนที่ตรงกับสภาพความจริงมาเป็นประเด็นหลักในการร่วมกันอภิปรายเพื่อปรับแก้ให้ถูกต้อง ยิ่งถ้าเนื้อหาและโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหานั้นสามารถดึงความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนได้มากเท่าไหร่ นักเรียนก็สามารถเรียนรู้และต่อเติมโครงสร้างของความรู้ให้มีความสมบูรณ์มากขึ้นจนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่อได้อย่างถูกต้องมากขึ้นเท่านั้น การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จเพิ่มมากขึ้น

2. ครูจะต้องมีการวิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของนักเรียนและหาวิธีการแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้นั้นก่อนการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีนี้ เนื่องจาก ครูได้เตรียมความพร้อมในการใช้คำถามนำเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนร่วมกันปรับแก้ความไม่สมบูรณ์ของความรู้นั้นให้ถูกต้องด้วยตนเอง อีกทั้งการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในบางครั้งนักเรียนอาจจะมีความไม่สมบูรณ์ของความรู้ไม่หลากหลาย ทำให้นักเรียนเรียนรู้และต่อเติมโครงสร้างความรู้นั้นได้ไม่สมบูรณ์ ซึ่งส่งผลให้เมื่อนำความรู้นั้นไปใช้ในอีกสถานการณ์หนึ่งอาจจะไม่ถูกต้อง ดังนั้นถ้าครูมีการวิเคราะห์ความไม่สมบูรณ์ของความรู้ก่อน ครูจะได้นำเสนอความไม่สมบูรณ์ของความรู้เพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความหลากหลายและต่อเติมโครงสร้างของความรู้นั้นให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

3. ครูควรมีการวางแผนและเตรียมความพร้อมของนักเรียนในด้านการทำงานกลุ่มและการสื่อสารก่อนนำการสอนนี้ไปใช้ เพราะกระบวนการเรียนการสอนนี้จะเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำงานเป็นกลุ่ม และเน้นให้นักเรียนออกมานำเสนอและอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนได้ลงมือทำ ยิ่งนักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายมากเท่าไหร่ก็ยิ่งเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้มากขึ้น และครูควรจัดสรรเวลาในการสอนให้มีความเหมาะสม จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับเวลาในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

4. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้มีการสะท้อนเกี่ยวกับความไม่สมบูรณ์ของความรู้ของตนเอง กล่าวคือ หลังจากนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแล้วในระยะที่ 1 ครูควรให้นักเรียนได้สะท้อนและอธิบายตัวแทนความคิดและวิธีแก้ปัญหานั้น ๆ เพราะในบางครั้งนักเรียนอาจจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ถูกต้องแต่ความเข้าใจในหลักการยังไม่ถูกต้อง หรือวิธีการถูกต้องด้วยความบังเอิญ การเปิดโอกาสให้นักเรียนสะท้อนในขั้นนี้จะช่วยให้ครูตั้งคำถามกลับต่อนักเรียนเพื่อให้

นักเรียนเกิดกระบวนการคิดต่ออย่างมีเหตุผลและปรับแก้ให้ได้โครงสร้างที่สมบูรณ์ อีกทั้งครูควรให้นักเรียนได้มีการสะท้อนอีกครั้งหลังจากนักเรียนได้เรียนรู้ระยะที่ 2 ผ่านไปแล้ว เพราะจะทำให้ครูทราบว่าสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้นั้นเป็นโครงสร้างที่สมบูรณ์ครบถ้วนหรือไม่ สามารถนำไปใช้ต่อในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ถูกต้องหรือไม่ อีกทั้งครูไม่ควรประเมินหรือตัดสินสิ่งที่นักเรียนสะท้อนว่าถูกหรือผิด เพราะจะทำให้นักเรียนเกิดความกังวลและไม่กล้าสะท้อนต่อไปในที่สุด

5. ก่อนช่วงที่ให้นักเรียนได้ออกมานำเสนองานของตัวเองนั้น ครูควรได้วิเคราะห์และบันทึกลักษณะงาน และรูปแบบการตอบของนักเรียนแล้ว เพราะจะทำให้ครูทราบความไม่สมบูรณ์ของแต่ละกลุ่ม ดังนั้นเมื่อถึงตอนนำเสนอ ครูควรเลือกตัวแทนกลุ่มที่มีความไม่สมบูรณ์ที่สำคัญและแตกต่างกัน เพื่อลดเวลาในการนำเสนอให้มีความกระชับและไม่น่าเบื่อ

6. คำถามที่ใช้ในแบบทดสอบควรเป็นคำถามที่ไม่กว้างเกินไป นักเรียนสามารถอ่านคำถามและตีความได้อย่างเข้าใจ สามารถดำเนินการหาคำตอบได้ตรงตามคำถาม

<u>ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป</u>

1. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพราะการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์มีระยะที่สนับสนุนให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน และยังสนับสนุนให้นักเรียนสร้างตัวแทนความคิดที่หลายหลายซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รวมไปถึงควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้กับเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ด้วย

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน เพื่อศึกษาความเหมาะสมและข้อจำกัดของนักเรียนที่สามารถนำการสอนนี้ไปใช้ให้เกิดผลประโยชน์มากที่สุด

3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ไปใช้ในการพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์หรือเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน และมีความตั้งใจในการแก้ปัญหาให้สำเร็จ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

รายการอ้างอิง

กรมวิชาการ. (2551). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551.* กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

_____. (2553). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ 2553.* กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงหทัย กาศวิบูลย์. (2552). กลยุทธ์การส่งเสริมทักษะการสื่อสารในชั้นเรียนคณิตศาสตร์. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา,* 38 – 51.

ทิศนา แขมมณี. (2542). *วิทยาการด้านการคิด.* กรุงเทพมหานคร : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

_____. (2551). *รูปแบบการเรียนการสอน ทางเลือกที่หลากหลาย*. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นาเดีย กองเป็ง. (2555). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พีร์ บุญชนะวิวัฒน์. (2553). *การให้เหตุผล*. กรุงเทพมหานคร : สถาบันราชภัฏพระนคร.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

พีชาณิกา เพชรสังข์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ฟาฏินา วงศ์เลขา. (2553). *การเรียนคณิตศาสตร์ ความจำเป็นที่ไม่ควรมองข้าม*. สืบค้นจาก http://social.obec.go.th/node/22.

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วรนารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2559*. สืบค้นจาก http : //www.niets.or.th.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

_____. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร : เอส. พี. เอ็น. การพิมพ์.

_____. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร : ส. เจริญการพิมพ์.

_____. (2551). *รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนากระบวนการคิดระดับสูง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.* กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

_____. (2555). *คู่มือการจัดค่ายคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพมหานคร : Intereducation Supplies.

_____. (2559). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส จำกัด.

_____. (2560). *สรุปผลการวิจัย PISA 2015*. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส จำกัด.

สมพงษ์ อยู่สุนทร. (2556). *ความจำมนุษย์*. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). *ผลของใช้เทคนิค Think – Talk – Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). *การจัดการเรียนรู้แบบส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์*. กรุงเทพมหานคร : สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา.

หทัยรัตน์ ยศแผ่น. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น* (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาษาอังกฤษ

Alice, A. and Shirel, Y. F. (1999). Mathematical reasoning during small group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 125 – 126.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8 : Helping children think mathematically*. Prentice Hall.

_____. and Coslick, R. T. (1998). *Fostering children mathematical power : An investigating approach to K – 8 mathematics instruction*. New Jersey : Lawrence Erlbaum Association.

Bellanca, J., & Brandt, R. (2010). 21st century skills: *Rethinking how student learn*. Bloomington, IN: Solution Tree Press.

Bicknell. (1999). *Teaching Strategies : A Guide to better Struction*. Boston : Houghton Mifflin.

Bushman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, *1*(6), 324 – 329.

California State Department of Education. (1989). *California Generalized Rubric for Math*. Retrieved from http://lawatschalgebra.wikispaces.com/file/view/ witing+Graphing+Rubric+and+PIE.pdf.

Cooney, T. J. and others. (1996). *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education*. New Hamshire : Heinemann.

Fraivillig, J., Murphy, L., & Fuson, K. (1999). Advancing Children's Mathematical Thinking in everyday Mathematics Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(2), 148-170.

Garofalo and Mtetwa. (1993). *Teaching the Gifted Child*. London : Allyn and Bacon.

Greenwood, j. (1993). On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematic Thinking". *Arithemetic Teacher, 41*, 144 – 152.

Hirza, B., Kusumah, Y., Darhim, & Zulkadi,. (2014). Improving Intuition Skills with Realistic Mathematics Educations. *IndoMS-JME, 5*(1), 27 – 34.

Jeffrey S. Hall. (2012). A CASE STUDY OF HOW NINTH GRADE MATHEMATICS STUDENTS CONSTRUCCT KNOWLEDGE DURING A PRODUCTIVE FAILURE MODEL. *Educational research Journal*.

Johanning. (2000). An analysis of ruriting and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. *School Science and Mathematic, 10*(3), 151 – 160.

Kapur, Manu and Dickson, Leigh. (2006). *Productive Failure in Mathematical Problem Solving*. Nanyang Technological University, Singapore.

_____, and Lee, June. (2008). *Productive Failure in Mathematical Problem Solving*. Nanyang Technological University, Singapore.

_____, and Katerine Bielaczyc. (2008). *Designing for Productive Failure*. Nanyang Technological University, Singapore.

_____. (2010). *Productive Failure in Learning the Concept of Variancel*. Nanyang Technological University, Singapore.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

_____, and Pee Li Leslie Toh. (2013). Productive Failure : From an Experimental Effect to a Learning Design. *Educational design research*. Enschead, the Netherlands, 341 – 355.

_____. (2015). Learning from productive failure. *Learning : Research and Practicce*,*1*(1), 51 – 65.

Kennedy, L., & Tipps, S. (1994). *Guiding Children's learning of mathematics*. Belmont, Ca: Wadsworth Pub. Co.

Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.

Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). *Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. New Directions for Elementary school Mathematics 1989 Yearbook*. Virginia: The National council of Teacher of Mathematics, 14-30.

Leighton, N. C. and Sternberg, R. G. (2004). *The Nature of Reasoning*. Cambridge, MA : Cambridge University Press.

Molloy, C. E. (1999). Developing math : mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity. *Developing mathematical reasoning in grade K – 12*. Reston Virginia : NCTM.

Mumme and Shepherd. (1993). *Communication in mathematics in implementing the K – 8 curriculum and evaluation standard*. Reston Virginia : NCTM.

Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.

_____. (2009). *Principles and standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.

_____. (2010). *Focus in High School Mathematics : Reasoning and Sense Making*. Reston, VA : NCTM.

O'Daffer, P. G. (1990). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematics Teacher*, *83*(5), 378-384.

O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical Thinking, Mathematics Reasoning and Proof, in Reasearch Ideas for the classroom, *High school Mathematics*, 39-56.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Pretage, S. (2002). Mathematics 11 – 16. In Haggarty, L. (ed.), *Aspects of teaching secondary mathematics : Perspectives on practice*. London : Routledge Falmer.

Rey, C. L. and other. (2001). A comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Question in Students : *Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two – Non – Directive High School Chemistry Classroom*. Dissertation Abstracts International.

Romberg, Thomas A. (1992: 325 – 327). *MATHEMATICS ASSESSMENT AND EVALUATION : Imperatives for Mathematics Educators*, State Univesity of New York Press, Albany.

Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*, MA:Ally and Bacon.

Russell, D. H. (1999). *Children's Thinking*. Boston : Ginn and Company.

Sheffield, L. J., & Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. New York: John Wiley & Sons.

Sternberg, R. J. and Baron. (1985). A Statewide Approach to Measuring Critical Thinking Skills. *Educational Leadership*, *43*(2), 40 – 43.

Stiggins, R. J. (1997). *Student – centered classroom assessment*. New Jersey : Macmillan College Publishing Company.

_____. (2001). *An Introduction to Student-Involved Assessment for Learning, 4*. Upper Sadde River, NJ: Pearson Merrill Prentice Hall.

Streumer, B. (2007). Inferential and Non-Inferential Reasoning. *Inferential and Non-Inferential Reasoning*, *74*(1), 1-29.

Thomas, D. (1991). *Children Teacher and Mathematics*, Ma: Atlyn and Bacon.

Thurber, W. A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston : Allyn and Bacon.

Wu, M. (2010). *Comparing the Similarities and Differences of PISA 2003 and TIMSS*. Paris: OECD Publishing.

Zulkardi, Z. (1999). *How to Design Mathematics lessons based on the Realistic Appproach.* Retrieved from www.reocities.com/ratuilma/rme.html.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำเนาภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

1. อาจารย์อนุวัตร จิรวัฒน์พาณิช อาจารย์คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต
2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช อาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์ปราโมทย์ วิศุภกาญจน์ ครูค.ศ.3 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล”

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

1. อาจารย์อนุวัตร จิรวัฒน์พาณิช อาจารย์คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต
2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช อาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์มาลี ทองเสน ครูค.ศ.3 โรงเรียนตะกั่วป่า “เสนานุกูล”

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-**0272** **วันที่** 31 มกราคม 2560
เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยมและรองคณบดี

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-**0273** **วันที่** 31 มกราคม 2560
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 0274

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์อนุวัตร จิรวัฒน์พาณิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์อนุวัตร จิรวัฒน์พาณิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- **0275**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์อนุวัตร จิรวัฒน์พาณิช

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 0276

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตะกั่วป่า "เสนานุกูล"

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญ อาจารย์ปราโมทย์ วิศุภกาญจน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ปราโมทย์ วิศุภกาญจน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 0277

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ปราโมทย์ วิศุภกาญจน์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 0278

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตะกั่วป่า "เสนานุกูล" จังหวัดพังงา

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-0280

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

31 มกราคม 2560

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองถลาง จังหวัดภูเก็ต

ด้วย นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพจากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 08 6278 7462 E-mail: boom.natchapon@gmail.com

ภาคผนวก ค
ผลการทดสอบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนก่อนเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง = คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

H_1 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง ≠ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 17 ผลการทดสอบของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

Group Statistics

	GROUP	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
SCORE	ทดลอง	35	66.14	11.183	1.890
	ควบคุม	35	64.03	8.992	1.520

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
SCORE	Equal Variances assumed	2.041	.158	.872	68	.386	2.11	2.426	-2.726	6.954
	Equal Variances not assumed			.872	65.003	.387	2.11	2.426	-2.730	6.958

จากตารางที่ 17 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มทดลองเท่ากับ 66.14 คะแนนและ 11.183 คะแนนตามลำดับ และของนักเรียนกลุ่มควบคุมเท่ากับ 64.03 คะแนนและ 8.992 คะแนนตามลำดับ เมื่อนำมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ
- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 18 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)			
	การให้เหตุผลแบบอุปนัย		การให้เหตุผลแบบนิรนัย	
	ทดลองใช้	ใช้จริง	ทดลองใช้	ใช้จริง
อัตราส่วนและร้อยละ	3	2	3	2
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	2	3	2
รวม	**6**	**4**	**6**	**4**

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 19 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)	
	ทดลองใช้	ใช้จริง
อัตราส่วนและร้อยละ	3	2
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	2
รวม	**6**	**4**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 20 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ลักษณะของการให้เหตุผล	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)	
	ทดลองใช้	ใช้จริง
การให้เหตุผลแบบอุปนัย	6	4
การให้เหตุผลแบบนิรนัย	6	4
รวม	**12**	**8**

โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 21 แสดงจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)	
	ทดลองใช้	ใช้จริง
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อายุ และเหรียญ	3	2
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	2	1
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วและโจทย์ปัญหาระคน	2	1
รวม	**7**	**4**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

<u>ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน</u>

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้มีทั้งหมด 9 หน้า (รวมหน้านี้) ซึ่งเป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีทั้งหมด 8 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน
2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้ นักเรียนจะต้องตอบคำถามและแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบนั้นอย่างชัดเจนและสัมพันธ์กับคำตอบ โดยแบบวัดนี้วัดลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านคือ
   - ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ
   - ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 4 ข้อ
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัดนี้ 60 นาที
4. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ชั้น และเลขที่ ในตัวแบบวัดนี้ให้ชัดเจน
5. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้ออย่างเต็มความสามารถเพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
6. ถ้าเนื้อที่ในการให้เหตุผลในแต่ละข้อไม่เพียงพอ นักเรียนสามารถให้เหตุผลเพิ่มเติมได้โดยใช้เนื้อที่ด้านหลังของกระดาษแผ่นที่นักเรียนให้เหตุผลนั้น ๆ อยู่ โดยเขียนเลขข้อกำกับให้ชัดเจนด้วย
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดกับครูผู้คุมสอบ
9. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องลงในแบบทดสอบชุดนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

อัตราส่วนและร้อยละ

1. ร้านค้าแห่งหนึ่งขายเสื้อยี่ห้อหนึ่งราคาตัวละ 500 บาท ซึ่งร้านค้านี้ได้จำกัดส่วนลดให้ลูกค้าได้มากสุด 50% โดยมีส่วนลดที่เป็นเงื่อนไขตามตาราง

จำนวนเสื้อที่ซื้อ (ตัว)	1	2	3	4	5
ส่วนลด (บาท)	0	10	30	60	100

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าลูกค้าซื้อเสื้อยี่ห้อนี้จำนวน 15 ตัว จะได้ส่วนลดกี่เปอร์เซ็นต์ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. พิจารณาสมการและคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ x เป็นตัวแปร และ a, b เป็นค่าคงที่

สมการที่	สมการ	คำตอบของสมการ
1	$x_1 + a_1 = 3b_1$	3
2	$x_2 + a_2 = 6b_2$	12
3	$x_3 + a_3 = 9b_3$	27
4	$x_4 + a_4 = 12b_4$	48
5	$x_5 + a_5 = 15b_5$	75

จากข้อมูลดังกล่าว $x_{12} + a_{12}$ เท่ากับเท่าไร และคำตอบของสมการเป็นเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>การให้เหตุผลแบบนิรนัย</u>

อัตราส่วนและร้อยละ

5. จงพิจาณาข้อความต่อไปนี้

ข้อมูล : นักเรียนห้อง ม. 2/5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายเป็น 3 : 2 ต่อมามีนักเรียนลาออกไปศึกษาต่อที่โรงเรียนอื่นเป็นนักเรียนชาย 2 คนและนักเรียนหญิง 2 คน

ข้อสรุป : อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายยังคงเท่าเดิมคือ 3 : 2

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

7. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ข้อมูล : ปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี

: เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา

: ปัจจุบันบิดามีอายุ x ปี

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของบิดาคือ $5 = (\frac{1}{6})(x)$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างเฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

อัตราส่วนและร้อยละ

1. ร้านค้าแห่งหนึ่งขายเสื้อยี่ห้อหนึ่งราคาตัวละ 500 บาท ซึ่งร้านค้านี้ได้จำกัดส่วนลดให้ลูกค้าได้มากสุด 50% โดยมีส่วนลดที่เป็นเงื่อนไขตามตาราง

จำนวนเสื้อที่ซื้อ (ตัว)	1	2	3	4	5
ส่วนลด (บาท)	0	10	30	60	100

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าลูกค้าซื้อเสื้อยี่ห้อนี้จำนวน 15 ตัว จะได้ส่วนลดกี่เปอร์เซ็นต์ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ถ้าลูกค้าซื้อเสื้อยี่ห้อนี้จำนวน 15 ตัว จะได้ส่วนลด 14 %

เหตุผลประกอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางและข้อมูลที่กำหนดให้จะได้ว่า

จำนวนเสื้อที่ซื้อ (ตัว)	1	2	3	4	5
ราคาเสื้อยังไม่ลด (บาท)	500	1,000	1,500	2,000	2,500
ลดราคา (บาท)	0	10	30	60	100
แสดงว่าลดไป	0 %	$\frac{(10)(100)}{1000} = 1\ \%$	$\frac{(30)(100)}{1500} = 2\ \%$	$\frac{(60)(100)}{2000} = 3\ \%$	$\frac{(100)(100)}{2500} = 4\ \%$

CHULALONGKORN UNIVERSITY

เมื่อพิจารณาส่วนลดที่ลดไปจะพบว่า ถ้าให้ m แทนจำนวนเสื้อที่ซื้อไป จะได้รับส่วนลด (m – 1) % ดังนั้น ถ้าลูกค้าซื้อเสื้อยี่ห้อนี้จำนวน 15 ตัว จะได้ส่วนลด 14 %

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. พิจารณาสมการและคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ x เป็นตัวแปร และ a, b เป็นค่าคงที่

สมการที่	สมการ	คำตอบของสมการ
1	$x_1 + a_1 = 3b_1$	3
2	$x_2 + a_2 = 6b_2$	12
3	$x_3 + a_3 = 9b_3$	27
4	$x_4 + a_4 = 12b_4$	48
5	$x_5 + a_5 = 15b_5$	75

จากข้อมูลดังกล่าว $x_{12} + a_{12}$ เท่ากับเท่าไร และคำตอบของสมการเป็นเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ $x_{12} + a_{12} = 36b_{12}$ และคำตอบของสมการคือ 432

เหตุผลประกอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางและข้อมูลที่กำหนดให้จะได้ว่า สมการทั้งหมดจะอยู่ในรูป $x_n + a_n = (3)(n)(b_1)$ และคำตอบของสมการคือ (3n)(n) เมื่อ n คือลำดับสมการ

ดังนั้นจาก $x_{12} + a_{12}$ จะได้ว่า n = 12 นั่นคือ

$x_{12} + a_{12} = (3)(12)(b_1) = 36b_{12}$ และคำตอบของสมการคือ (3)(12)(12) = 432

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

อัตราส่วนและร้อยละ

5. จงพิจาณาข้อความต่อไปนี้

ข้อมูล : นักเรียนห้อง ม. 2/5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายเป็น 3 : 2 ต่อมามีนักเรียนลาออกไปศึกษาต่อที่โรงเรียนอื่นเป็นนักเรียนชาย 2 คนและนักเรียนหญิง 2 คน

ข้อสรุป : อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายยังคงเท่าเดิมคือ 3 : 2

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล

เหตุผลประกอบคำตอบ

ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผลกล่าวคือ ถ้าให้ m แทนจำนวนบวกใดๆ จากอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายคือ 3 : 2 จะได้ว่า

โรงเรียนแห่งนี้เดิมมีนักเรียนหญิง 3m คน และ มีนักเรียนชาย 2m คน เมื่อนักเรียนชาย 2 คนและนักเรียนหญิง 2 คนลาออกไปศึกษาต่อที่โรงเรียนอื่น แสดงว่า นักเรียนหญิงเหลือ 3m – 2 คน และนักเรียนชายเหลือ 2m – 2 คน จะแสดงว่า $\frac{3m-2}{2m-2} = \frac{3}{2}$ หรือไม่

$$\frac{3m-2}{2m-2} = \frac{3}{2}$$

$$2(3m-2) = 3(2m-2)$$

$$6m-4 = 6m-6$$

$$6m-4-6m = 6m-6-6m$$

$$-4 = -6$$ (ไม่เป็นความจริง)

ดังนั้นเมื่อนักเรียนชาย 2 คนและนักเรียนหญิง 2 คนลาออกไปศึกษาต่อที่โรงเรียนอื่น อัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายจะไม่เท่าเดิมที่ 3 : 2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

7. จงพิจาณาข้อความต่อไปนี้

ข้อมูล : ปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี

: เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา

: ปัจจุบันบิดามีอายุ x ปี

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของบิดาคือ $5 = (\frac{1}{6})(x)$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล

เหตุผลประกอบคำตอบ

ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล กล่าวคือ ข้อมูลให้ข้อความเมื่อ 3 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา แสดงว่า บุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดาเมื่อ 3 ปีที่แล้วด้วย นั่นคือ

ถ้าให้ปัจจุบัน บิดามีอายุ x ปี บุตรมีอายุ 8 ปี

ดังนั้น เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บิดามีอายุ $x - 3$ ปี บุตรมีอายุ $8 - 3 = 5$ ปี

ซึ่งเมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา แสดงว่า

สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของบิดาคือ $5 = (\frac{1}{6})(x - 3)$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

<u>ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน</u>

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้มีทั้งหมด 6 หน้า (รวมหน้านี้) ซึ่งเป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีทั้งหมด 4 ข้อ ข้อละ 7 คะแนน
2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนนี้ นักเรียนจะต้องตอบคำถามโดยแสดงขั้นตอนและแนวคิดอย่างเป็นระบบที่สัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา โดยแบบวัดนี้วัดลักษณะของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ
   - ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
   - ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา
   - ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัดนี้ 60 นาที
4. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ชั้น และเลขที่ ในตัวแบบวัดนี้ให้ชัดเจน
5. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้ออย่างเต็มความสามารถเพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
6. ถ้าเนื้อที่ในการแสดงวิธีทำในแต่ละข้อไม่เพียงพอ นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำเพิ่มเติมได้โดยใช้เนื้อที่ด้านหลังของกระดาษแผ่นที่นักเรียนแสดงวิธีทำนั้น ๆ อยู่ โดยเขียนเลขข้อกำกับให้ชัดเจนด้วย
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดกับครูผู้คุมสอบ
9. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องลงในแบบทดสอบชุดนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่างในการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

สถานการณ์ 0 จำนวนคู่สามจำนวนเรียงกันรวมกันได้ 60

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

0.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนคู่ตัวแรก พร้อมทั้งเขียนจำนวนคู่อีกสองจำนวนในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ x เป็นตัวแปรแทนจำนวนคู่ตัวแรก
- จำนวนคู่ตัวที่สองที่ถัดจากตัวแรกคือ $x + 2$
- จำนวนคู่ตัวที่สามที่ถัดจากตัวที่สองคือ $(x + 2) + 2$ หรือ $x + 4$

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

0.2. **จงหาจำนวนคู่ทั้งสามจำนวนนั้น** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนตัวเลขในสถานการณ์

ให้ x แทน จำนวนคู่ตัวแรก

จะได้ จำนวนคู่ตัวที่สองที่ถัดจากตัวแรกคือ $x + 2$

จำนวนคู่ตัวที่สามที่ถัดจากตัวที่สองคือ $(x + 2) + 2$ หรือ $x + 4$

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ $x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ $x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

$$\begin{aligned} x + x + 2 + x + 4 &= 60 \\ 3x + 6 &= 60 \\ 3x + 6 - 6 &= 60 - 6 \\ 3x &= 54 \\ (3x)(\tfrac{1}{3}) &= (54)(\tfrac{1}{3}) \\ x &= 18 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก $x = 18$

ดังนั้น จำนวนคู่ตัวแรกคือ 18

จำนวนคู่ตัวที่สองคือ $18 + 2 = 20$

จำนวนคู่ตัวที่สามคือ $18 + 4 = 22$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

อัตราส่วนและร้อยละ

> **สถานการณ์ 2** พรซื้อรถยนต์คันหนึ่ง จ่ายเงินมัดจำไปเป็นจำนวนเงิน 175,000 บาท คิดเป็น 25 % ของราคารถยนต์คันนี้

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2.1. จงกำหนดตัวแปรแทนราคาของรถยนต์คันนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนเงินมัดจำที่พรจ่ายไปในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

.....

.....

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

2.2. **จงหาราคาของรถยนต์คันนี้** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

> **<u>สถานการณ์ 3</u>** ชาวนาเลี้ยงไก่กับสุนัข เขานับหัวสุนัขกับหัวไก่ได้รวมกัน 36 หัว แต่เมื่อนับขาสัตว์ทั้งสองพบว่า มีจำนวนขาเท่ากันพอดี

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

<u>ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</u>

3.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนไก่ที่ชาวนาเลี้ยง พร้อมทั้งเขียนจำนวนขาของไก่และจำนวนขาของสุนัขในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

.....

.....

.....

<u>ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์</u>

3.2. **จงหาว่าชาวนาเลี้ยงไก่มากกว่าสุนัขกี่ตัว** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างเฉลยแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

อัตราส่วนและร้อยละ

> **สถานการณ์ 2** พรซื้อรถยนต์คันหนึ่ง จ่ายเงินมัดจำไป 175,000 บาท คิดเป็น 25 % ของราคารถยนต์คันนี้

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2.1. จงกำหนดตัวแปรแทนราคาของรถยนต์คันนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนเงินมัดจำที่พรจ่ายไปในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ a เป็นตัวแปรแทนราคาของรถยนต์คันนี้
- เงินมัดจำที่พรจ่ายไปเป็นจำนวน $(\frac{25}{100})(a)$ บาท

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

2.2. **จงหาราคาของรถยนต์คันนี้** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนราคาในสถานการณ์

ให้ a แทน ราคาของรถยนต์คันนี้

จะได้ เงินมัดจำที่พรจ่ายไปเป็นจำนวน $(\frac{25}{100})(a)$ บาท

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ $(\frac{25}{100})(a) = 175,000$

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ $(\frac{25}{100})(a) = 175,000$

$$(\frac{25}{100})(a) = 175,000$$

$$(\frac{25}{100})(a)(100) = (175,000)(100)$$

$$(25a)(\frac{1}{25}) = (17,500,000)(\frac{1}{25})$$

$$a = 700,000$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก a = 700,000

ดังนั้น รถยนต์คันนี้ราคา 700,000 บาท

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

<u>สถานการณ์ 3</u> ชาวนาเลี้ยงไก่กับสุนัข เขานับหัวสุนัขกับหัวไก่ได้รวมกัน 36 หัว แต่เมื่อนับขาสัตว์ทั้งสองพบว่า มีจำนวนขาเท่ากันพอดี

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

<u>ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</u>

3.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนไก่ที่ชาวนาเลี้ยง พร้อมทั้งเขียนจำนวนขาของไก่และจำนวนขาของสุนัขในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ d เป็นตัวแปรแทนจำนวนไก่ที่ชาวนาเลี้ยง
- ขาของไก่มีจำนวนทั้งหมด 2d ขา
- ขาของสุนัขมีจำนวนทั้งหมด 4(36 – d) ขา

<u>ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์</u>

3.2. **จงหาว่าชาวนาเลี้ยงไก่มากกว่าสุนัขกี่ตัว** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนปริมาณในสถานการณ์

ให้ d แทนจำนวนไก่ที่ชาวนาเลี้ยง

จะได้ เขาเลี้ยงสุนัขไว้ 36 – d ตัว

ขาของไก่มีจำนวนทั้งหมด 2d ขา

ขาของสุนัขมีจำนวนทั้งหมด 4(36 – d) ขา

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ 2d = 4(36 – d)

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ 2d = 4(36 – d)

$$2d = 4(36 - d)$$

$$2d = 144 - 4d$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$2d + 4d = 144 - 4d + 4d$$

$$6d = 144$$

$$(6d)(\frac{1}{6}) = (144)(\frac{1}{6})$$

$$d = 24$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก d = 24 จะได้ เขาเลี้ยงไก่ 24 ตัว และเลี้ยงสุนัข 36 – 24 = 12 ตัว

ดังนั้น ชาวนาเลี้ยงไก่มากกว่าสุนัข 24 – 12 = 12 ตัว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

<u>ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน</u>

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนนี้มีทั้งหมด 9 หน้า (รวมหน้านี้) ซึ่งเป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีทั้งหมด 8 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน
2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนนี้ นักเรียนจะต้องตอบคำถามและแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบนั้นอย่างชัดเจนและสัมพันธ์กับคำตอบ โดยแบบวัดนี้วัดลักษณะของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ด้านคือ
   - ด้านการให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 4 ข้อ
   - ด้านการให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 4 ข้อ
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัดนี้ 60 นาที
4. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ชั้น และเลขที่ ในตัวแบบวัดนี้ให้ชัดเจน
5. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้ออย่างเต็มความสามารถเพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
6. ถ้าเนื้อที่ในการให้เหตุผลในแต่ละข้อไม่เพียงพอ นักเรียนสามารถให้เหตุผลเพิ่มเติมได้โดยใช้เนื้อที่ด้านหลังของกระดาษแผ่นที่นักเรียนให้เหตุผลนั้นๆ อยู่ โดยเขียนเลขข้อกำกับให้ชัดเจนด้วย
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดกับครูผู้คุมสอบ
9. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องลงในแบบทดสอบชุดนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. ให้นักเรียนพิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปเหลี่ยมต่างๆกับผลบวกของมุมภายในของรูปเหลี่ยมนั้นๆ แล้วตอบคำถาม

รูป	ผลบวกของมุมภายใน
3 เหลี่ยม	$1 \times 180° = 180°$
4 เหลี่ยม	$2 \times 180° = 360°$
5 เหลี่ยม	$3 \times 180° = 540°$
6 เหลี่ยม	$4 \times 180° = 720°$
⋮	⋮

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าผลบวกของมุมภายในเป็น 3,240° อยากทราบว่าผลบวกของมุมภายในดังกล่าวเป็นของรูปกี่เหลี่ยม พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนพิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

จำนวนน้อย	...	1	2	3	4	...
จำนวนมาก	...	5	9	13	17	...
ผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมาก	...	6	11	16	21	...

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมากเท่ากับ 161 แล้วจำนวนมากเท่ากับเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

6. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

ข้อมูล : ปัจจุบันสมศรีมีอายุแก่กว่าสมชายอยู่ 23 ปี

: อีก 5 ปีข้างหน้า อายุของสมศรีจะเป็นสองเท่าของอายุของสมชาย

: ปัจจุบันสมชายมีอายุ x ปี

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของสมชาย คือ $(x + 23) + 5 = 2x$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

8. .ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

ข้อมูล : ถังใบหนึ่งมีน้ำผึ้งผสมอยู่ 20 ลิตร

: น้ำผึ้งผสมในถังนั้นเป็นน้ำผึ้งแท้ 55 เปอร์เซ็นต์ที่เหลือเป็นน้ำ

: บอยเติมน้ำผึ้งแท้จำนวน x ลิตรลงไปในถังใบนั้น

: ถังใบนั้นกลายเป็นน้ำผึ้งผสมที่มีน้ำผึ้งแท้ 85 เปอร์เซ็นต์

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาจำนวนน้ำผึ้งแท้ที่บอยเติมลงไปคือ

$$(\frac{55}{100})(20) + x = (\frac{85}{100})(20)$$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ

.....

เหตุผลประกอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างเฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. ให้นักเรียนพิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปเหลี่ยมต่างๆกับผลบวกของมุมภายในของรูปเหลี่ยมนั้นๆ แล้วตอบคำถาม

รูป	**ผลบวกของมุมภายใน**
3 เหลี่ยม	$1 \times 180° = 180°$
4 เหลี่ยม	$2 \times 180° = 360°$
5 เหลี่ยม	$3 \times 180° = 540°$
6 เหลี่ยม	$4 \times 180° = 720°$
⋮	⋮

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าผลบวกของมุมภายในเป็น 3,240° อยากทราบว่าผลบวกของมุมภายในดังกล่าวเป็นของรูปกี่เหลี่ยม พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ผลบวกของมุมภายในเป็น 3,240° เป็นของรูป 20 เหลี่ยม

เหตุผลประกอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางและข้อมูลที่กำหนดให้จะได้ว่า

รูป n เหลี่ยม จะมีผลบวกของมุมภายในเป็น $(n - 2) \times 180°$

ดังนั้น ถ้าผลบวกของมุมภายในเป็น 3,240° แสดงว่า

$$(n - 2) \times 180^\circ = 3{,}240^\circ$$

$$(n - 2) \times 180^\circ \times \frac{1}{180^\circ} = 3{,}240^\circ \times \frac{1}{180^\circ}$$

$$(n - 2) = 18$$

$$n - 2 + 2 = 18 + 2$$

$$n = 20$$

2. ให้นักเรียนพิจารณาตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

จำนวนน้อย	...	1	2	3	4	...
จำนวนมาก	...	5	9	13	17	...
ผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมาก	...	6	11	16	21	...

จากข้อมูลดังกล่าว ถ้าผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมากเท่ากับ 161 แล้วจำนวนมากเท่ากับเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ถ้าผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมากเท่ากับ 161 แล้วจำนวนมากเท่ากับ 129

เหตุผลประกอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางและข้อมูลที่กำหนดให้จะได้ว่า

ถ้ากำหนดให้ x คือ จำนวนน้อย
จะได้ จำนวนมาก คือ 4x + 1
ดังนั้น ผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมากคือ (x) + (4x + 1) = 5x + 1

ดังนั้น ถ้าผลบวกของจำนวนน้อยกับจำนวนมากเท่ากับ 161 แสดงว่า $5x + 1 = 161$

จาก
$$\begin{aligned} 5x + 1 &= 161 \\ 5x + 1 - 1 &= 161 - 1 \\ 5x &= 160 \\ (5x)\left(\frac{1}{5}\right) &= (160)\left(\frac{1}{5}\right) \\ x &= 32 \end{aligned}$$

จะได้ $x = 32$ ดังนั้น จำนวนมาก คือ $(4)(32) + 1 = 128 + 1 = 129$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

6. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

ข้อมูล : ปัจจุบันสมศรีมีอายุแก่กว่าสมชายอยู่ 23 ปี

: อีก 5 ปีข้างหน้า อายุของสมศรีจะเป็นสองเท่าของอายุของสมชาย

: ปัจจุบันสมชายมีอายุ x ปี

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของสมชาย คือ $(x + 23) + 5 = 2x$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล

เหตุผลประกอบคำตอบ

ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล กล่าวคือ ข้อมูลให้ข้อความ “อีก 5 ปีข้างหน้า อายุของสมศรีจะเป็นสองเท่าของอายุของสมชาย” แสดงว่า อายุของสมศรีในอีกห้าปีข้างหน้าจะเท่ากับสองเท่าของอายุของสมชายในอีกห้าปีข้างหน้าด้วย นั่นคือ

<u>ถ้าให้ปัจจุบัน</u>	สมชายมีอายุ x ปี	สมศรีมีอายุ $x + 23$ ปี
<u>ดังนั้น อีก 5 ปีข้างหน้า</u>	สมชายมีอายุ $x + 5$ ปี	สมศรีมีอายุ $(x + 23) + 5$ ปี

จากข้อมูล “อีก 5 ปีข้างหน้า อายุของสมศรีจะเป็นสองเท่าของอายุของสมชาย” แสดงว่า

สมการที่ใช้หาอายุปัจจุบันของสมชายคือ $(x + 23) + 5 = 2(x + 5)$

CHULALONGKORN UNIVERSITY

8. .ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม

ข้อมูล : ถังใบหนึ่งมีน้ำผึ้งผสมอยู่ 20 ลิตร

: น้ำผึ้งผสมในถังนั้นเป็นน้ำผึ้งแท้ 55 เปอร์เซ็นต์ที่เหลือเป็นน้ำ

: บอยเติมน้ำผึ้งแท้จำนวน x ลิตรลงไปในถังใบนั้น

: ถังใบนั้นกลายเป็นน้ำผึ้งผสมที่มีน้ำผึ้งแท้ 85 เปอร์เซ็นต์

ข้อสรุป : สมการที่ใช้หาจำนวนน้ำผึ้งแท้ที่บอยเติมลงไปคือ

$$(\frac{55}{100})(20) + x = (\frac{85}{100})(20)$$

จงพิจารณาว่า ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบดังกล่าว

คำตอบ ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล

เหตุผลประกอบคำตอบ

ข้อสรุปข้างต้นไม่สมเหตุสมผล กล่าวคือ เมื่อบอยเติมน้ำผึ้งแท้ลงไปในถังใบนั้นแล้วจำนวนของน้ำผึ้งผสมในถังต้องเพิ่มขึ้นด้วย นั่นคือ เดิมถังใบนั้นมีน้ำผึ้งผสม 20 ลิตร เติมน้ำผึ้งแท้ลงไป x ลิตร แสดงว่าถังใบนั้นต้องมีน้ำผึ้งผสม 20 + x ลิตร

ดังนั้น จากข้อมูล “ถังใบนั้นกลายเป็นน้ำผึ้งผสมที่มีน้ำผึ้งแท้ 85 เปอร์เซ็นต์” แสดงว่า ถังใบนั้นมีน้ำผึ้งแท้ 85 เปอร์เซ็นต์ จากน้ำผึ้งผสมทั้งหมด 20 + x ลิตร นั่นคือ

สมการที่ใช้หาจำนวนน้ำผึ้งแท้ที่บอยเติมลงไปคือ $(\frac{55}{100})(20) + x = (\frac{85}{100})(20 + x)$

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

<u>ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน</u>

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนนี้มีทั้งหมด 6 หน้า (รวมหน้านี้) ซึ่งเป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีทั้งหมด 4 ข้อ ข้อละ 7 คะแนน
2. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนนี้ นักเรียนจะต้องตอบคำถามโดยแสดงขั้นตอนและแนวคิดอย่างเป็นระบบที่สัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา โดยแบบวัดนี้วัดลักษณะของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ
   - ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
   - ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหา
   - ด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัดนี้ 60 นาที
4. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ชั้น และเลขที่ ในตัวแบบวัดนี้ให้ชัดเจน
5. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้ออย่างเต็มความสามารถเพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน
6. ถ้าเนื้อที่ในการแสดงวิธีทำในแต่ละข้อไม่เพียงพอ นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำเพิ่มเติมได้โดยใช้เนื้อที่ด้านหลังของกระดาษแผ่นที่นักเรียนแสดงวิธีทำนั้นๆ อยู่ โดยเขียนเลขข้อกำกับให้ชัดเจนด้วย
7. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
8. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดกับครูผู้คุมสอบ
9. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องลงในแบบทดสอบชุดนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างในการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

สถานการณ์ 0 จำนวนคู่สามจำนวนเรียงกันรวมกันได้ 60

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

0.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนคู่ตัวแรก พร้อมทั้งเขียนจำนวนคู่อีกสองจำนวนในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ x เป็นตัวแปรแทนจำนวนคู่ตัวแรก
- จำนวนคู่ตัวที่สองที่ถัดจากตัวแรกคือ $x + 2$
- จำนวนคู่ตัวที่สามที่ถัดจากตัวที่สองคือ $(x + 2) + 2$ หรือ $x + 4$

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

0.2. **จงหาจำนวนคู่ทั้งสามจำนวนนั้น** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนตัวเลขในสถานการณ์

ให้ x แทน จำนวนคู่ตัวแรก

จะได้ จำนวนคู่ตัวที่สองที่ถัดจากตัวแรกคือ $x + 2$

จำนวนคู่ตัวที่สามที่ถัดจากตัวที่สองคือ $(x + 2) + 2$ หรือ $x + 4$

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ $x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ $x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

$$\begin{aligned} x + x + 2 + x + 4 &= 60 \\ 3x + 6 &= 60 \\ 3x + 6 - 6 &= 60 - 6 \\ 3x &= 54 \\ (3x)(\tfrac{1}{3}) &= (54)(\tfrac{1}{3}) \\ x &= 18 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก $x = 18$

ดังนั้น จำนวนคู่ตัวแรกคือ 18

จำนวนคู่ตัวที่สองคือ $18 + 2 = 20$

จำนวนคู่ตัวที่สามคือ $18 + 4 = 22$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

> **สถานการณ์ 2** ในกระเป๋าถือใบหนึ่งมีเงินทั้งสิ้น 473 บาท ประกอบด้วยเหรียญ 3 ชนิด คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ปรากฏว่ามีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ และมีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนเหรียญห้าบาท พร้อมทั้งเขียนจำนวนเหรียญบาทและจำนวนเงินที่ได้จากเหรียญสิบบาททั้งหมด ในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

.....

.....

.....

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

2.2. **จงหาจำนวนเหรียญแต่ละชนิด** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>สถานการณ์ 4</u> โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแสดงละครหารายได้ช่วยเหลือเด็กยากจน ขายบัตรสำหรับผู้ใหญ่ใบละ 200 บาท บัตรสำหรับนักเรียนใบละ 100 บาท ปรากฏว่า มีผู้มาชมละคร 1,000 คน และได้เงินทั้งหมด 120,000 บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

<u>ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</u>

4.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนนักเรียนที่เข้าชมละคร พร้อมทั้งเขียนจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมละคร และจำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรให้นักเรียน ในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

.....

.....

.....

<u>ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์</u>

4.2. **จงหาจำนวนนักเรียนและผู้ใหญ่ที่เข้าชมละคร** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน พร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างเฉลยแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สถานการณ์ 2 ในกระเป๋าถือใบหนึ่งมีเงินทั้งสิ้น 473 บาท ประกอบด้วยเหรียญ 3 ชนิด คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ปรากฏว่ามีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ และมีเหรียญบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนเหรียญห้าบาท พร้อมทั้งเขียนจำนวนเหรียญบาทและจำนวนเงินที่ได้จากเหรียญสิบบาททั้งหมด ในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ b เป็นตัวแปรแทนจำนวนเหรียญห้าบาท
- จำนวนเหรียญบาทคือ $b + 41$ เหรียญ
- จำนวนเหรียญสิบบาทคือ $b - 32$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $(10)(b - 32) = 10b - 320$ บาท

ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

2.2. **จงหาจำนวนเหรียญแต่ละชนิด** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนในสถานการณ์

ให้ b แทน จำนวนเหรียญห้าบาท

จะได้ จำนวนเหรียญบาทคือ $b + 41$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $b + 41$ บาท

จำนวนเหรียญห้าบาทคือ b เหรียญ คิดเป็นเงิน $(5)(b) = 5b$ บาท

จำนวนเหรียญสิบบาทคือ $b - 32$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $(10)(b - 32) = 10b - 320$ บาท

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ $(b + 41) + (5b) + (10b - 320) = 473$

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ $(b + 41) + (5b) + (10b - 320) = 473$

$$\begin{aligned}(b + 41) + (5b) + (10b - 320) &= 473\\ b + 41 + 5b + 10b - 320 &= 473\\ 16b - 279 &= 473\\ 16b - 279 + 279 &= 473 + 279\end{aligned}$$

$$16b = 752$$

$$(16b)\left(\frac{1}{16}\right) = (752)\left(\frac{1}{16}\right)$$

$$b = 47$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก $b = 47$

ดังนั้น จำนวนเหรียญห้าบาทคือ 47 เหรียญ

จำนวนเหรียญบาทคือ $47 + 41 = 88$ เหรียญ

จำนวนเหรียญสิบบาทคือ $47 - 32 = 15$ เหรียญ

<u>สถานการณ์ 4</u> โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแสดงละครหารายได้ช่วยเหลือเด็กยากจน ขายบัตรสำหรับผู้ใหญ่ใบละ 200 บาท บัตรสำหรับนักเรียนใบละ 100 บาท ปรากฏว่า มีผู้มาชมละคร 1,000 คน และได้เงินทั้งหมด 120,000 บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

<u>ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</u>

4.1. จงกำหนดตัวแปรแทนจำนวนนักเรียนที่เข้าชมละคร พร้อมทั้งเขียนจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมละครและจำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรให้นักเรียน ในรูปของตัวแปรที่นักเรียนได้กำหนดไว้ข้างต้นให้สอดคล้องกับสถานการณ์

- กำหนดให้ z เป็นตัวแปรแทนจำนวนนักเรียนที่เข้าชมละคร
- จำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมละครคือ $1,000 - z$ คน
- จำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรให้นักเรียนคือ $(100)(z)$ บาท

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>ด้านการแสดงแนวคิดของปัญหาและด้านการนำเสนอทางคณิตศาสตร์</u>

4.2. **จงหาจำนวนนักเรียนและผู้ใหญ่ที่เข้าชมละคร** โดยแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนพร้อมอธิบายแนวคิดของแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรแทนจำนวนในสถานการณ์

ให้ z แทน จำนวนนักเรียนที่เข้าชมละคร

จะได้ จำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรให้นักเรียนคือ $(100)(z) = 100z$ บาท

จำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมละครคือ $1,000 - z$ คน

จำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรให้ผู้ใหญ่คือ $(200)(1,000 - z) = 200,000 - 200z$ บาท

ขั้นที่ 2 สร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์และคำถาม

จากสถานการณ์และคำถามจะได้สมการ $(200{,}000 - 200z) + 100z = 120{,}000$

ขั้นที่ 3 หาค่าตัวแปรในสมการ

จากสมการ $(200{,}000 - 200z) + 100z = 120{,}000$

$$\begin{aligned}
(200{,}000 - 200z) + 100z &= 120{,}000 \\
200{,}000 - 200z + 100z &= 120{,}000 \\
200{,}000 - 100z &= 120{,}000 \\
200{,}000 - 100z - 200{,}000 &= 120{,}000 - 200{,}000 \\
-100z &= -80{,}000 \\
100z &= 80{,}000 \\
(100z)\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}}\right) &= (80{,}000)\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}}\right) \\
z &= 800
\end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จาก $z = 800$

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่เข้าชมละครคือ 800 คน

จำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมละครคือ $1{,}000 - 800 = 200$ คน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ฉ

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ
- แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.39	0.41	0.666
2	0.63	0.52	
3	0.43	0.70	
4	0.37	0.52	
5	0.41	0.37	
6	0.52	0.22	
7	0.35	0.19	
8	0.57	0.33	
9	0.57	0.78	
10	0.28	0.33	
11	0.50	0.11	
12	0.59	0.30	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากตารางที่ 22 ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมทั้งหมด 8 ข้อโดยใช้เกณฑ์ในการเลือกข้อสอบของแบบวัดคือ ค่าความยากง่าย (p) มีค่าระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และความเที่ยงของแบบวัดต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบของแบบวัดข้อที่ 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10 และ 12 แล้วนำมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 23 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
2	0.63	0.59	0.627
3	0.46	0.78	
5	0.35	0.33	
6	0.48	0.22	
8	0.57	0.33	
9	0.57	0.85	
10	0.30	0.30	
12	0.61	0.26	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.61	0.37	0.895
2	0.69	0.33	
3	0.33	0.60	
4	0.71	0.32	
5	0.63	0.33	
6	0.48	0.54	

จากตารางที่ 24 ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมทั้งหมด 4 ข้อโดยใช้เกณฑ์ในการเลือกข้อสอบของแบบวัดคือ ค่าความยากง่าย (p) มีค่าระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และความเที่ยงของแบบวัดต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบของแบบวัดข้อที่ 1, 2, 5 และ 6 แล้วนำมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.61	0.37	0.857
2	0.68	0.29	
5	0.63	0.37	
6	0.48	0.59	

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 26 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.57	0.56	0.868
2	0.35	0.19	
3	0.57	0.26	
4	0.67	0.37	
5	0.50	0.33	
6	0.54	0.85	
7	0.65	0.56	
8	0.72	0.56	
9	0.56	0.52	
10	0.50	0.48	
11	0.48	0.30	
12	0.69	0.41	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากตารางที่ 26 ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมทั้งหมด 8 ข้อโดยใช้เกณฑ์ในการเลือกข้อสอบของแบบวัดคือ ค่าความยากง่าย (p) มีค่าระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และความเที่ยงของแบบวัดต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบของแบบวัดข้อที่ 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10 และ 12 แล้วนำมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 27 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.59	0.59	0.833
3	0.56	0.37	
5	0.48	0.52	
6	0.56	0.74	
7	0.63	0.52	
9	0.61	0.48	
10	0.50	0.41	
12	0.65	0.48	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 28 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Try out)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.63	0.48	0.904
2	0.47	0.59	
3	0.64	0.24	
4	0.45	0.37	
5	0.33	0.35	
6	0.37	0.32	
7	0.62	0.38	

จากตารางที่ 28 ผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมทั้งหมด 4 ข้อโดยใช้เกณฑ์ในการเลือกข้อสอบของแบบวัดคือ ค่าความยากง่าย (p) มีค่าระหว่าง 0.2 ถึง 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และความเที่ยงของแบบวัดต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบของแบบวัดข้อที่ 2, 3, 4 และ 7 แล้วนำมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดใหม่ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 29 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้จริง)

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
2	0.48	0.63	0.853
3	0.65	0.29	
4	0.44	0.33	
7	0.61	0.37	

ภาคผนวก ช
ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

<u>สมมติฐานการทดสอบ</u> คือ

H_0 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง = คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

H_1 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง ≠ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 30 ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

Group Statistics

	GROUP	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
REA	ทดลอง	35	11.26	3.052	.516
PRE	ควบคุม	35	10.66	3.235	.547

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
REA PRE	Equal Variances assumed	.320	.574	.798	68	.428	.60	.752	-.900	2.100
	Equal Variances not assumed			.798	67.770	.428	.60	.752	-.900	2.100

จากตารางที่ 30 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 11.26 คะแนนและ 3.052 คะแนน ตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 10.66 คะแนนและ 3.235 คะแนนตามลำดับ เมื่อนำมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง = คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

H_1 : คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง ≠ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 31 ผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

Group Statistics

	GROUP	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
COM PRE	ทดลอง	35	11.49	4.182	.707
	ควบคุม	35	10.69	3.848	.650

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
COM PRE	Equal Variances assumed	1.265	.265	.833	68	.408	.80	.961	-1.117	2.717
	Equal Variances not assumed			.833	67.534	.408	.80	.961	-1.117	2.717

จากตารางที่ 31 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 11.49 คะแนนและ 4.182 คะแนนตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 10.69 คะแนนและ 3.848 คะแนนตามลำดับ เมื่อนำมาทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยการทดสอบเอฟ (F – test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ซ
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้รายคาบ

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ **วิชา** คณิตศาสตร์พื้นฐาน **ระดับชั้น** มัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว **จำนวน** 1 ชั่วโมง
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (1) **ครูผู้สอน** นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.2/1 : แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.1 – 3/1 : ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.1 – 3/2 : ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.1 – 3/3 : ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.1 – 3/4 : ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ม.1 – 3/5 : เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

<u>ด้านความรู้</u> : นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการแทนโจทย์ปัญหาได้
2. ใช้สมบัติของการเท่ากันในการคำนวณหาคำตอบจากสมการได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้
2. ให้เหตุผลประกอบวิธีการที่เลือกใช้ ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา และความสมเหตุสมผลของคำตอบได้
3. นำเสนอการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน
2. มีความตั้งใจ กระตือรือร้น และสนใจในการเรียน
3. มีความรับผิดชอบ
4. มีความรอบคอบ ทำงานอย่างเป็นระบบ

สาระสำคัญ

1. ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา
2. สมบัติของการเท่ากัน
3. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว

สาระการเรียนรู้

โจทย์ที่น่าสนใจ ชายคนหนึ่งออกเดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลา 9.00 น. อีก 2 ชั่วโมงต่อมาชายอีกคนหนึ่งออกเดินตามมาด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลาเท่าไรชายทั้งสองจึงจะเดินทางทันกันพอดี

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

$$v = \frac{s}{t}$$

โดยที่ v คือ อัตราเร็ว

s คือ ระยะทาง

t คือ เวลา

ตัวอย่างที่ 1 โชติขี่รถจักรยานยนต์ออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีกหนึ่งชั่วโมงต่อมา ธีระขี่รถจักรยานยนต์ออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเช่นเดียวกัน และไปตามถนนสายเดียวกับที่โชติไป ด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่าเป็นเวลานานเท่าไร ธีระจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตัวแปรและสมการ

แนวตอบที่ 1 ให้ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน x ชั่วโมง

โชติขี่รถออกจากจุดตั้งต้นก่อนธีระหนึ่งชั่วโมง

ดังนั้น โชติขี่รถออกจากจุดตั้งต้นเป็นเวลานาน $x + 1$ ชั่วโมง

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ในเวลา x ชั่วโมง ธีระขี่รถเป็นระยะทาง $50x$ กิโลเมตร

ในเวลา $x + 1$ ชั่วโมง โชติจะขี่รถเป็นระยะทาง $40(x + 1)$ กิโลเมตร

เนื่องจากธีระขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} 50x - 40(x + 1) &= 10 \\ 50x - 40x - 40 &= 10 \\ 10x &= 10 + 40 \\ 10x &= 50 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แนวตอบที่ 2 ให้โชติขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน x ชั่วโมง

ธีระขี่รถออกจากจุดตั้งต้นหลังโชติหนึ่งชั่วโมง

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากจุดตั้งต้นเป็นเวลานาน $x - 1$ ชั่วโมง

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ในเวลา x ชั่วโมง โชติขี่รถเป็นระยะทาง $40x$ กิโลเมตร

ในเวลา $x - 1$ ชั่วโมง ธีระจะขี่รถเป็นระยะทาง $50(x - 1)$ กิโลเมตร

เนื่องจากธีระขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

จะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} 50(x - 1) - 40x &= 10 \\ 50x - 50 - 40x &= 10 \\ 10x &= 10 + 50 \\ 10x &= 60 \end{aligned}$$

$x = 6$

จะได้ โชติขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 6 ชั่วโมง

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 6 – 1 = 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

แนวตอบที่ 3 ให้โชติขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน x ชั่วโมง

ธีระขี่รถออกจากจุดตั้งต้นหลังโชติหนึ่งชั่วโมง

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากจุดตั้งต้นเป็นเวลานาน $x - 1$ ชั่วโมง

ให้โชติขี่รถได้ระยะทาง y กิโลเมตร

ธีระขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

ดังนั้น ธีระขี่รถได้ระยะทาง $y + 10$ กิโลเมตร

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของโชติ จะได้ว่า

$$40 = \frac{y}{x}$$

$$x = \frac{y}{40} \quad \text{.....} \quad (1)$$

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของธีระ จะได้ว่า

$$50 = \frac{y+10}{x-1}$$

$$50(x - 1) = y + 10$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

$$50x - 50 = y + 10$$

$$50x = y + 10 + 50$$

$$50x = y + 60$$

$$x = \frac{y+60}{50} \quad \text{.....} \quad (2)$$

(1) = (2) ;

$$\frac{y}{40} = \frac{y+60}{50}$$

$$50y = 40(y + 60)$$

$$50y = 40(y + 60)$$

$$50y = 40y + 2400$$

$$50y - 40y = 2400$$

$$10y = 2400$$

$$y = 240$$

จะได้ โชติขี่รถได้ระยะทาง 240 กิโลเมตร

ธีระขี่รถได้ระยะทาง 240 + 10 = 250 กิโลเมตร

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน $\frac{\mathbf{250}}{\mathbf{50}}$ = 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

แนวตอบที่ 4 ให้ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน x ชั่วโมง

ธีระขี่รถออกจากจุดตั้งต้นหลังโชติหนึ่งชั่วโมง

ดังนั้น โชติขี่รถออกจากจุดตั้งต้นเป็นเวลานาน $x + 1$ ชั่วโมง

ให้ธีระขี่รถได้ระยะทาง y กิโลเมตร

ธีระขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

ดังนั้น โชติขี่รถได้ระยะทาง $y - 10$ กิโลเมตร

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของธีระ จะได้ว่า

$$50 = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}}$$

$$50x = y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของโชติ จะได้ว่า

$$40 = \frac{\boldsymbol{y - 10}}{\boldsymbol{x + 1}}$$

$$40(x + 1) = y - 10$$

$$40x + 40 = y - 10$$

$$40x + 40 + 10 = y$$

$$40x + 50 = y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(1) = (2) ; $50x = 40x + 50$

$$50x - 40x = 50$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

ดังนั้น ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตาราง

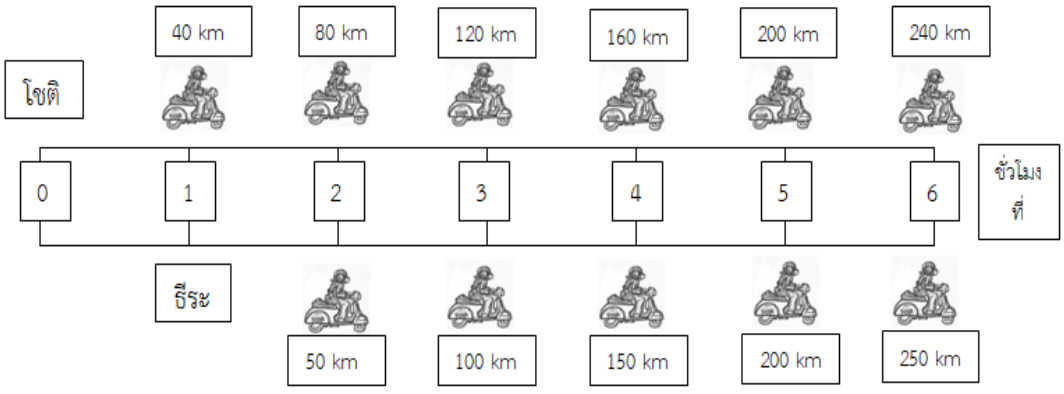
เวลา	ระยะทางที่โชติขี่ได้	ระยะทางที่ธีระขี่ได้
1 ชั่วโมงผ่านไป	40 กิโลเมตร	0 กิโลเมตร
2 ชั่วโมงผ่านไป	80 กิโลเมตร	50 กิโลเมตร
3 ชั่วโมงผ่านไป	120 กิโลเมตร	100 กิโลเมตร
4 ชั่วโมงผ่านไป	160 กิโลเมตร	150 กิโลเมตร
5 ชั่วโมงผ่านไป	200 กิโลเมตร	200 กิโลเมตร
6 ชั่วโมงผ่านไป	240 กิโลเมตร	250 กิโลเมตร

ธีระขี่รถเป็นเวลานาน 5 ชั่วโมง

จากตารางจะได้ว่า ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

จุดที่ธีระขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป แผนภาพ



จากแผนภาพจะได้ว่า ธีระขี่รถออกจากศาลาหน้าหมู่บ้านเป็นเวลานาน 5 ชั่วโมงจึงจะขี่รถนำหน้าโชติไป 10 กิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 2 ก และ ข อยู่ห่างกัน 45 ไมล์ เดินทางเข้าหากัน ก เดินเร็วชั่วโมงละ 5 ไมล์ ข เดินเร็วชั่วโมงละ 4 ไมล์ เขาทั้งสองจะพบกันเมื่อผ่านไปกี่ชั่วโมง

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตัวแปรและสมการ

แนวตอบที่ 1 ให้ ก เดินได้ระยะทาง x ไมล์

ก และ ข อยู่ห่างกัน 45 ไมล์

ดังนั้น ข เดินได้ระยะทาง $45 - x$ ไมล์

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ก เดินได้ระยะทาง x ไมล์ ใช้เวลา $\frac{x}{5}$ ชั่วโมง

ข เดินได้ระยะทาง $45 - x$ ไมล์ ใช้เวลา $\frac{45-x}{4}$ ชั่วโมง

เขาทั้งสองพบกันแสดงว่าทั้ง ก และ ข ใช้เวลาเดินทางเท่ากัน

จะได้ว่า
$$\frac{x}{5} = \frac{45-x}{4}$$
$$4x = 5(45 - x)$$
$$4x = 225 - 5x$$
$$4x + 5x = 225$$
$$9x = 225$$
$$x = 25$$

ดังนั้น ก เดินได้ระยะทาง 25 ไมล์ ข เดินได้ระยะทาง $45 - 25 = 20$ ไมล์ ซึ่งเขาทั้งสองจะพบกันเมื่อผ่านไป $\frac{25}{5} = 5$ ชั่วโมง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แนวตอบที่ 2 เขาทั้งสองพบกันแสดงว่า ก และ ข ใช้เวลาเดินทางเท่ากัน

ดังนั้นให้ ก และ ข ใช้เวลาเดินทาง x ชั่วโมง

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ก เดินทาง x ชั่วโมง ได้ระยะทาง $5x$ ไมล์

ข เดินทาง x ชั่วโมง ได้ระยะทาง $4x$ ไมล์

ก และ ข อยู่ห่างกัน 45 ไมล์ เดินเข้าหากัน

จะได้สมการเป็น
$$5x + 4x = 45$$
$$9x = 45$$
$$x = 5$$

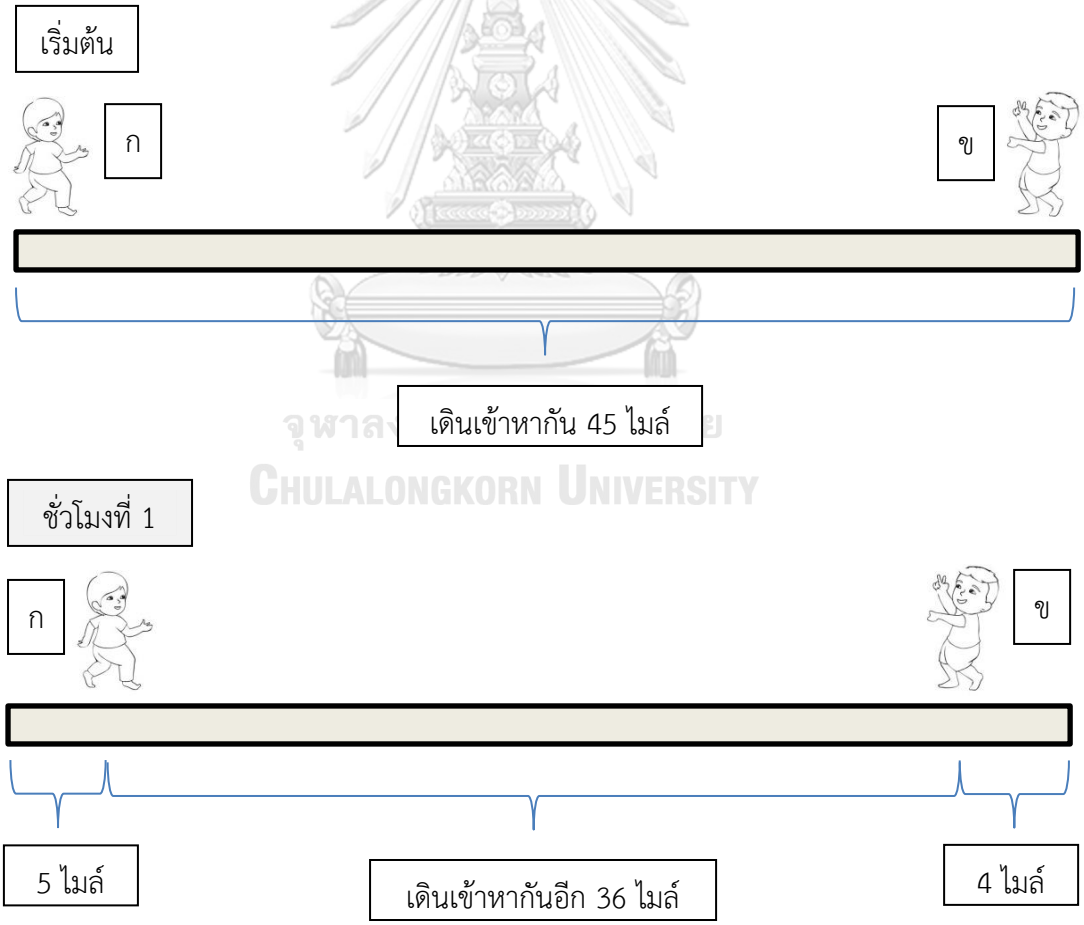
ดังนั้น ก และ ข จะพบกันเมื่อผ่านไป 5 ชั่วโมง

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตาราง

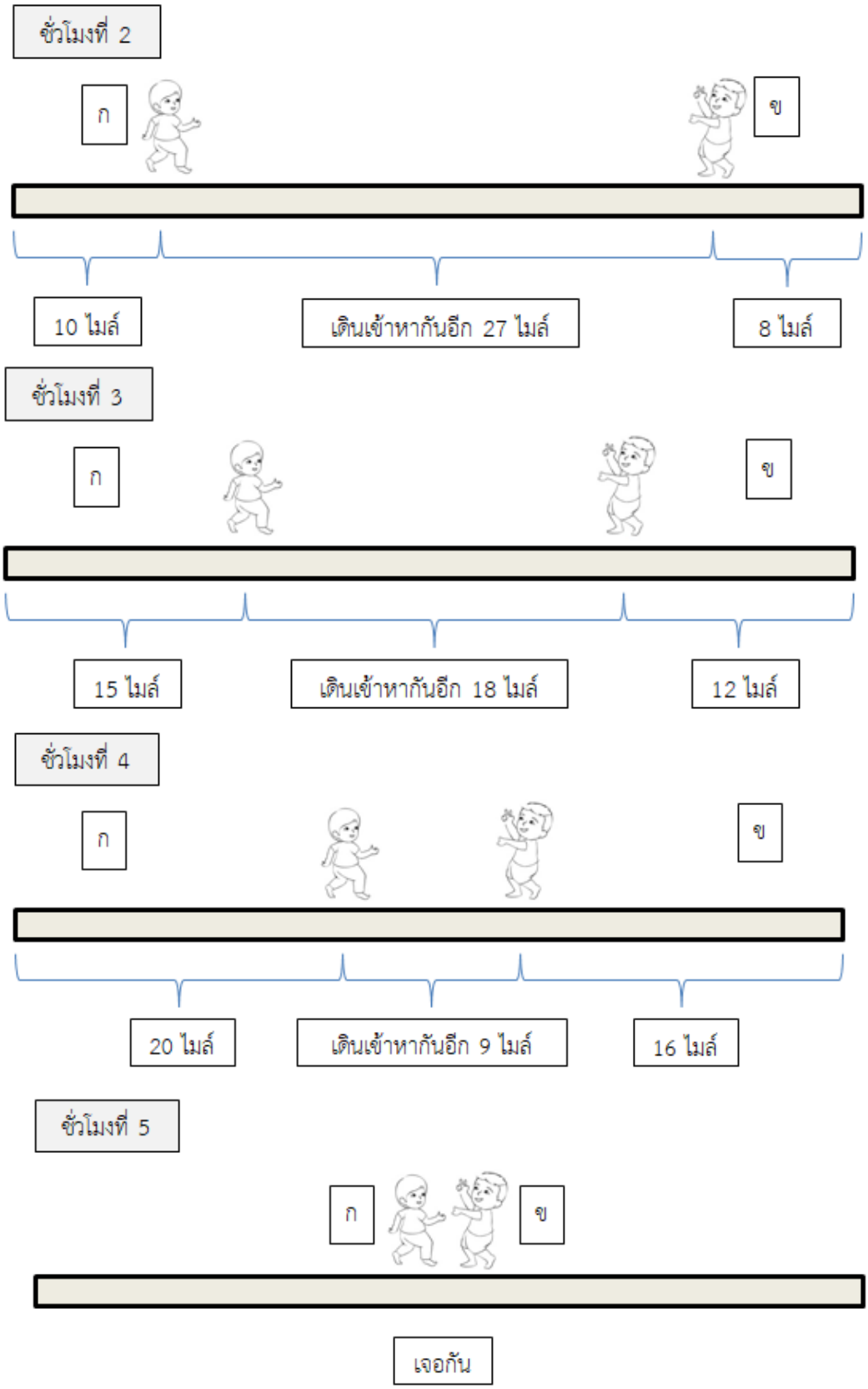
เวลา	ระยะทางที่ ก เดินได้	ระยะทางที่ ข เดินได้	ระยะทางรวม
1 ชั่วโมงผ่านไป	5 ไมล์	4 ไมล์	9 ไมล์
2 ชั่วโมงผ่านไป	10 ไมล์	8 ไมล์	18 ไมล์
3 ชั่วโมงผ่านไป	15 ไมล์	12 ไมล์	27 ไมล์
4 ชั่วโมงผ่านไป	20 ไมล์	16 ไมล์	36 ไมล์
5 ชั่วโมงผ่านไป	25 ไมล์	20 ไมล์	45 ไมล์

จากตารางจะได้ว่า ก และ ข จะพบกันเมื่อผ่านไป 5 ชั่วโมง → จุดที่ ก และ ข จะพบกัน

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป แผนภาพ



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



จากแผนภาพจะได้ว่า ก และ ข จะพบกันเมื่อผ่านไป 5 ชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 3 นาย ก เดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และขับรถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รวมระยะทางที่เขาเดินและขับรถได้ระยะทาง 55 กิโลเมตร ใช้เวลา 4 ชั่วโมง จงหาว่าเขาเดินเป็นระยะทางเท่าไร

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตัวแปรและสมการ

แนวตอบที่ 1 ให้นาย ก เดินเป็นระยะทาง x กิโลเมตร

รวมระยะทางที่เขาเดินและขับรถเป็นระยะทาง 55 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ระยะทาง x กิโลเมตร นาย ก เดินใช้เวลา $\frac{x}{5}$ ชั่วโมง

ระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร นาย ก ขับรถใช้เวลา $\frac{55-x}{40}$ ชั่วโมง

เนื่องจากนาย ก เดินทางทั้งหมดใช้เวลา 4 ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $\frac{x}{5} + \left(\frac{55-x}{40}\right) = 4$

$$\frac{8x}{40} + \left(\frac{55-x}{40}\right) = 4$$

$$\frac{8x+55-x}{40} = 4$$

$$7x + 55 = 4(40)$$

$$7x = 160 - 55$$

$$7x = 105$$

$$x = 15$$

ดังนั้น นาย ก เดินเป็นระยะทาง 15 กิโลเมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แนวตอบที่ 2 ให้นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง x กิโลเมตร

รวมระยะทางที่เขาเดินและขับรถเป็นระยะทาง 55 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก เดินเป็นระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร

จากความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะได้ว่า

ระยะทาง x กิโลเมตร นาย ก ขับรถใช้เวลา $\frac{x}{40}$ ชั่วโมง

ระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร นาย ก ขับรถใช้เวลา $\frac{55-x}{5}$ ชั่วโมง

เนื่องจากนาย ก เดินทางทั้งหมดใช้เวลา 4 ชั่วโมง

จะได้สมการเป็น $\frac{x}{40} + \left(\frac{55-x}{5}\right) = 4$

$$\frac{x}{40} + \left(\frac{440-8x}{40}\right) = 4$$

$$\frac{x+440-8x}{40} = 4$$

$$-7x + 440 = 4(40)$$

$$-7x = 160 - 440$$

$$7x = -280$$

$$x = 40$$

จะได้ นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง 40 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก เดินได้ระยะทาง $55 - 40 = 15$ กิโลเมตร

แนวตอบที่ 3 ให้นาย ก เดินเป็นระยะทาง x กิโลเมตร

รวมระยะทางที่เขาเดินและขับรถเป็นระยะทาง 55 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร

ให้นาย ก เดินใช้เวลา y ชั่วโมง

นาย ก เดินทางทั้งหมดใช้เวลา 4 ชั่วโมง

ดังนั้น นาย ก เดินใช้เวลา $4 - y$ ชั่วโมง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของนาย ก ในการเดินจะได้ว่า

$$5 = \frac{x}{y}$$

$$5y = x \quad \text{..... (1)}$$

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของนาย ก ในการขับรถจะได้ว่า

$$40 = \frac{55-x}{4-y}$$

$$40(4-y) = 55 - x$$

$$160 - 40y = 55 - x$$

$$160 - 40y - 55 = -x$$

$$105 - 40y = -x$$

$$40y - 105 = x \quad \text{..... (2)}$$

$$(1) = (2) ; \quad 5y = 40y - 105$$
$$5y - 40y = -105$$
$$-35y = -105$$
$$y = 3$$

จะได้ นาย ก เดินใช้เวลา 3 ชั่วโมง

ดังนั้น นาย ก เดินเป็นระยะทาง 5(3) = 15 กิโลเมตร

แนวตอบที่ 4 ให้นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง x กิโลเมตร

รวมระยะทางที่เขาเดินและขับรถเป็นระยะทาง 55 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก เดินเป็นระยะทาง $55 - x$ กิโลเมตร

ให้นาย ก ขับรถใช้เวลา y ชั่วโมง

นาย ก เดินทางทั้งหมดใช้เวลา 4 ชั่วโมง

ดังนั้น นาย ก เดินใช้เวลา $4 - y$ ชั่วโมง

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของนาย ก ในการขับรถจะได้ว่า

$$40 = \frac{x}{y}$$
$$y = \frac{x}{40} \quad \text{..... (1)}$$

พิจารณาความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาของนาย ก ในการขับรถจะได้ว่า

$$5 = \frac{55 - x}{4 - y}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

$$5(4 - y) = 55 - x$$
$$20 - 5y = 55 - x$$
$$20 - 5y - 55 = -x$$
$$-35 - 5y = -x$$
$$-5y = -x + 35$$
$$5y = x - 35$$
$$y = \frac{x - 35}{5} \quad \text{..... (2)}$$

$$(1) = (2) ; \quad \frac{x}{40} = \frac{x - 35}{5}$$
$$5x = 40(x - 35)$$

$$\begin{aligned} 5x &= 40x - 1400 \\ 5x - 40x &= -1400 \\ -35x &= -1400 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

จะได้ นาย ก ขับรถเป็นระยะทาง 40 กิโลเมตร

ดังนั้น นาย ก เดินเป็นระยะทาง 55 – 40 = 15 กิโลเมตร

แนวตอบที่ใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาในรูป ตาราง

แนวตอบที่ 1

เดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง		**ขับรถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง**		**ระยะทางรวมที่ได้**
เวลาที่ใช้	**ระยะทางที่ได้**	**เวลาที่ใช้**	**ระยะทางที่ได้**	
4 ชม.	20 กม.	0 ชม.	0 กม.	20 กม.
3 ชม.	15 กม.	1 ชม.	40 กม.	55 กม.
2 ชม.	10 กม.	2 ชม.	80 กม.	90 กม.
1 ชม.	5 กม.	3 ชม.	120 กม.	125 กม.
0 ชม.	0 กม.	4 ชม.	160 กม.	160 กม.

จากตารางจะได้ว่า ถ้าระยะทางรวมที่เขาเดินและขับรถได้ 55 กิโลเมตร เขาเดินเป็นระยะทาง 15 กิโลเมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แนวตอบที่ 2

เดินด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง	**4 ชม.**	20 กม.				
	3 ชม.	15 กม.	55 กม.			
	2 ชม.	10 กม.	50 กม.	90 กม.		
	1 ชม.	5 กม.	45 กม.	85 กม.	125 กม.	
	0 ชม.	0 กม.	40 กม.	80 กม.	120 กม.	160 กม.
	เวลาที่ใช้	**0 ชม.**	**1 ชม.**	**2 ชม.**	**3 ชม.**	**4 ชม.**
	ขับรถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง					

จากตารางจะได้ว่า ถ้าระยะทางรวมที่เขาเดินและขับรถได้ 55 กิโลเมตร เขาเดินเป็นระยะทาง 15 กิโลเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นเตรียมความพร้อม
1. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนและนำความไม่สมบูรณ์ที่ได้จากการตรวจการบ้านมาให้นักเรียนอภิปรายผ่านกระบวนการใช้คำถามของครู อีกทั้งสุ่มนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อนตอบคำถามบ้างตามความเหมาะสม
2. ครูแสดงโจทย์คณิตศาสตร์ที่น่าสนใจซึ่งเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและสามารถใช้ความรู้ที่ได้รับภายในคาบมาแก้ปัญหาได้เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ ทราบแนวทางและจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้
3. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตอบจนได้สูตร $v = \frac{s}{t}$</td></tr>
<tr><td>ขั้นจัดกิจกรรม
ระยะที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง
1. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่า “กิจกรรมการเรียนการสอนในวันนี้จะดำเนินการตามขั้นตอนเหมือนในคาบที่ผ่านมา”
2. ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มตามความสามารถของนักเรียนกลุ่มละ 3 คนตามที่จัดไว้ล่วงหน้าแล้วพร้อมทั้งครูแจกกระดาษบรู๊ฟ กลุ่มละ 1 แผ่น
3. ครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนอ่านและพิจารณาเพื่อหาคำตอบ
4. ครูให้เวลานักเรียน 15 นาที ในการลงมือแก้ปัญหาโจทย์นั้นโดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิม ด้วยการสร้างตัวแทน</td><td>ขั้นจัดกิจกรรม
1. ครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้นักเรียนอ่านและพิจารณา โดยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหานั้น
2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการแก้ปัญหาของตัวอย่างที่ 1 เพื่อหาคำตอบโดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนและครูเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหาที่เกิดจากการอภิปรายร่วมกันบนกระดาน หลังจากนั้นนักเรียนบันทึกลงในสมุด
3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจได้ซักถาม จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น
4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันหาวิธีการหรือกลยุทธ์อื่นที่สามารถนำมาใช้</td></tr>
</table>

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ความคิดของปัญหาแล้วใช้ตัวแทนนั้นเชื่อมโยงไปสู่วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่สร้างและวิธีแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบในกระดาษที่ครูแจกให้ โดยครูไม่บอกคำตอบหรือแนวทางในการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา 5. ครูเดินสังเกตการทำงานของนักเรียนและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาแก้ปัญหา รวมถึงครูบันทึกสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ขณะนักเรียนเขียนแสดงการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม **ระยะที่ 2 การทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์และนำไปใช้แก้ปัญหา** <u>2.1. ขั้นทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาถูกต้องสมบูรณ์</u> 6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้บันทึกสิ่งที่ได้รับจากการนำเสนอของเพื่อนแต่ละกลุ่ม 7. ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอ แลกเปลี่ยน อธิบาย และให้รายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่กลุ่มสร้างขึ้นโดยครูมีส่วนช่วยแปลความและอธิบายความสิ่งที่นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจนยิ่งขึ้นรวมถึงบันทึกสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์เพื่อหาความไม่สมบูรณ์ของความรู้คณิตศาสตร์ขณะนักเรียนนำเสนออีกครั้ง	แก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์นี้ได้ (ถ้ามี) และออกมานำเสนอ เพื่อแสดงวิธีการคิดและการแก้ปัญหาของตนเอง โดยมีครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาแก้ไขให้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น หลังจากนั้นนักเรียนบันทึกลงในสมุด 5. ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสิ่งที่ได้สรุปในสมุดอีกครั้ง จากนั้นครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 2 และ 3 พร้อมกันให้นักเรียนได้ใช้วิธีแก้ปัญหาที่ร่วมกันอภิปรายและสรุปแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ 6. ครูเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นหรือให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น 7. ครูสุ่มนักเรียน 2 คนแสดงวิธีทำคนละข้อบนกระดานพร้อมกัน 8. ครูให้นักเรียนที่เหลือพิจารณาการแสดงวิธีแก้ปัญหานั้น พร้อมตรวจสอบความถูกต้อง ถ้ายังไม่ถูกต้องก็ให้นักเรียนร่วมกันแก้ไขให้ถูกต้องทีละขั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
8. เมื่อนำเสนอครบทุกกลุ่ม ครูนำกระดาษที่นักเรียนได้แสดงวิธีแก้ปัญหามาติดบนกระดานเพื่อให้นักเรียนทุกคนสังเกตและพิจารณาวิธีทำที่แสดงวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ตัวอย่างที่ 1 ที่แตกต่างกันออกไปว่า มีคำตอบวิธีแก้ปัญหา และตัวแทนความคิดของปัญหาสมบูรณ์แล้วหรือไม่ ถ้ายังไม่สมบูรณ์ก็ให้นักเรียนร่วมกันแก้ไขให้สมบูรณ์ 9. ครูนำความไม่สมบูรณ์ที่รวบรวมได้ทั้งหมดให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วปรับแก้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยวิธีการที่เหมาะสม 10. ถ้าครูพิจารณาแล้วเห็นว่า ตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีหาคำตอบของนักเรียนทั้งหมดนั้นเข้าใจยาก ไม่สมเหตุสมผล ครูจะนำกระดาษที่แสดงตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาที่เตรียมไว้ให้นักเรียนได้พิจารณา อภิปราย และเปรียบเทียบด้วย 11. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการเขียนสรุปวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน 12. ครูให้นักเรียนประมวลสิ่งที่ได้จากการพิจารณา อภิปราย และเปรียบเทียบ แล้วสรุปเป็นวิธีแก้ปัญหาที่มีตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีหาคำตอบที่สัมพันธ์กับโจทย์คณิตศาสตร์และถูกต้องสมบูรณ์ โดยครูช่วยเรียบเรียงแล้วให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญของความรู้ที่ได้รับที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาด้วยภาษาของนักเรียนเอง	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>2.2. ขั้นขยายผลการแก้ปัญหา</u> 13. ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสิ่งที่ได้สรุปในใบกิจกรรมที่ 2 อีกครั้ง หลังจากนั้นครูแสดงโจทย์ตัวอย่างที่ 2 และ 3 พร้อมกันเพื่อให้นักเรียนใช้วิธีแก้ปัญหาที่ได้สรุปไว้แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบลงในใบกิจกรรม 14. ครูสุ่มนักเรียน 2 คนแสดงวิธีทำคนละข้อบนกระดานพร้อมกัน 15. ครูให้นักเรียนที่เหลือพิจารณาการแสดงวิธีแก้ปัญหานั้น พร้อมตรวจสอบความสมบูรณ์ ถ้ายังไม่สมบูรณ์ ก็ให้นักเรียนร่วมกันแก้ไขให้สมบูรณ์ทีละขั้นทีละข้อ 16. ถ้าครูสังเกตพบความไม่สมบูรณ์ระหว่างครูเดินสังเกตการฝึกการสร้างตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของนักเรียน ครูก็นำความไม่สมบูรณ์นั้นมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดและสรุปให้สมบูรณ์	
ขั้นสรุป 1. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 2. ครูแสดงโจทย์คณิตศาสตร์ที่น่าสนใจอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษสมุดที่ครูเตรียมไว้ให้ (ครูนำไปตรวจนอกเวลาเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน) 3. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปวิธีแก้โจทย์คณิตศาสตร์เกี่ยวกับอัตราเร็วอีกครั้ง 4. ครูแจกเอกสารแบบฝึกหัดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วเพื่อให้นักเรียนฝึกหัดทำลงในสมุดเป็นการบ้านและส่งก่อนถึงคาบถัดไป	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สื่อการเรียน

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท.)
2. หนังสือแบบฝึกหัดรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 (THE BOOKS)
3. กระดาษแสดงโจทย์คณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและโจทย์ตัวอย่างที่ 1 – 3
4. เอกสารแบบฝึกหัดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว
5. กระดาษแสดงวิธีทำของโจทย์ตัวอย่างที่ 1 – 3 และใบกิจกรรมที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 2
6. กระดาษบรู๊ฟที่นักเรียนเขียนแสดงตัวแทนความคิดของปัญหาและวิธีแก้ปัญหาของโจทย์ตัวอย่างที่ 1

(หมายเหตุ สื่อการเรียน 1 – 6 เป็นของกลุ่มทดลองและสื่อการเรียน 1 – 4 เป็นของกลุ่มควบคุม)

แหล่งเรียนรู้

1. ห้องสมุดหมวดวิชาคณิตศาสตร์ และห้องสมุดโรงเรียน
2. อินเตอร์เน็ต โดยศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้				
1. เขียนสมการแทนโจทย์ปัญหาได้	การทำโจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	โจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	- นักเรียนที่สุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานได้ถูกต้อง - นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในสมุดได้ถูกต้องตั้งแต่ 80% ของจำนวนข้อในแบบฝึกหัด	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
2. ใช้สมบัติของการเท่ากันในการคำนวณหาคำตอบจากสมการได้	การทำโจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	โจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	- นักเรียนที่สุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานได้ถูกต้อง - นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในสมุดได้ถูกต้องตั้งแต่ 80% ของจำนวนข้อในแบบฝึกหัด	

ด้านทักษะ/กระบวนการ				
1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	การทำโจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	โจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	- นักเรียนที่สุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานได้ถูกต้อง - นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในสมุดได้ถูกต้องตั้งแต่ 80% ของจำนวนข้อในแบบฝึกหัด	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
2. ให้เหตุผลประกอบวิธีการที่เลือกใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้	การตอบคำถาม	คำถามระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน	นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลได้ถูกต้อง	
3. นำเสนอการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	การทำโจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	โจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	- นักเรียนที่สุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานได้ถูกต้อง - นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในสมุดได้ถูกต้องตั้งแต่ 80% ของจำนวนข้อในแบบฝึกหัด	
4. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วได้	การตอบคำถาม	คำถามระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน	นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านคุณลักษณะ				
1. มีความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	การทำงานภายในห้องเรียน	บันทึกหลังการสอน	นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม	
2. มีความตั้งใจกระตือรือร้นและสนใจในการเรียน	การตอบคำถาม	บันทึกหลังการสอน	นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจ และสนใจในการเรียน	
3. มีความรับผิดชอบ	การส่งการบ้าน	แบบตรวจการส่งงาน	นักเรียนส่วนใหญ่ส่งการบ้านตรงเวลา	
4. มีความรอบคอบทำงานอย่างเป็นระบบ	การทำโจทย์ตัวอย่างและแบบฝึกหัดในสมุด	แบบฝึกหัดในสมุด	นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานรอบคอบและเป็นระบบ	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ลงชื่อ .....

(นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์)

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

ใบกิจกรรมที่ 1

1. จากขั้นตอนการแก้ปัญหาที่กลุ่มต่าง ๆ ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนคิดว่า แต่ละกลุ่มมีความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยอย่างไรบ้าง จงอธิบาย

ความเหมือน	**ความต่าง**
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

จุดเด่น	**จุดด้อย**
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

2. จากการพิจารณาความเหมือน ความต่าง จุดเด่น และจุดด้อยของแต่ละกลุ่มแล้ว นักเรียนสามารถสรุปเป็นแนวทางที่เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างไร จงอธิบาย

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. นักเรียนคิดว่าในแต่ละกลุ่มเกิดความไม่สมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดใดบ้างในการแก้ปัญหา จงอธิบาย

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ชื่อ ..... **นามสกุล** ..... **ชั้น** ..... **เลขที่** .....

ใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาจากโจทย์ปัญหาในกิจกรรมอย่างเป็นขั้นตอน

โจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>เอกสารแบบฝึกหัดโจทย์เกี่ยวกับอัตราเร็ว</u>

1. ต่อและติ๊กนัดพบกันที่หน้าตลาดสด ซึ่งอยู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างบ้านของต่อและติ๊กพอดี ต่อขี่รถจักรยานยนต์ส่วนติ๊กขับรถอีแต๋น ซึ่งอัตราเร็วของรถจักรยานยนต์ของต่อมากกว่าอัตราเร็วของรถอีแต๋นของติ๊ก 24 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าต่อใช้เวลาเดินทาง 12 นาที และติ๊กใช้เวลาเดินทาง 20 นาที จงหาระยะทางระหว่างบ้านของทั้งสองคน

2. เด็กคนหนึ่งขี่รถจักรยานได้ระยะทาง 60 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วในช่วงแรก 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ช่วงต่อไปใช้อัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาตลอดทางรวม 5 ชั่วโมง จงหาระยะทางและเวลาที่ขี่จักรยานของแต่ละช่วง

3. นักกีฬาขี่จักรยานทางไกลในระยะทาง 57 กิโลเมตร โดยใช้อัตราเร็วช่วงแรก 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงต่อไป 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาในการขี่จักรยานตลอดทางรวม 4 ชั่วโมง จงหาระยะทางและเวลาที่ขี่จักรยานของแต่ละช่วง

4. นักปั่นจักรยานผู้หนึ่งขี่จักรยานด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จาก A ไป B เมื่อเขาขี่เลยกึ่งกลางทางไปได้ 3 กิโลเมตร ก็พบนักปั่นจักรยานอีกผู้หนึ่ง ซึ่งขี่จักรยานจาก B ไปยัง A นักปั่นจักรยานคนหลังขี่จักรยานด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางหลังคนแรก 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางจาก A ไป B

5. ก และ ข อยู่ห่างกัน 72 กิโลเมตร เขาทั้งสองขี่จักรยานไปหากันโดยออกจากบ้านพร้อมกัน โดยที่ ก ขี่ด้วยความเร็วเป็น 2 เท่าของ ข ถ้าเขาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของ ก

Chulalongkorn University

6. ก และ ข อยู่ห่างกัน 45 ไมล์ เดินทางเข้าหากัน ก เดินเร็วชั่วโมงละ 5 ไมล์ ข เดินเร็วชั่วโมงละ 4 ไมล์ เขาทั้งสองจะพบกันเมื่อผ่านไปกี่ชั่วโมง

7. รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 64 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์อีกคันหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ระยะทางรวมกัน 480 กิโลเมตร ในเวลากี่ชั่วโมง

8. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งจากเมือง ก ไปเมือง ข เมื่อเพิ่มอัตราเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงเร็วขึ้น 1 ชั่วโมง แต่ถ้าลดอัตราเร็วลง 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงช้าลง 1 ชั่วโมง จงหาระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข

แบบประเมินความไม่สมบูรณ์ของการแก้ปัญหาของนักเรียน

กลุ่มที่	ประเภทของความไม่สมบูรณ์	คำอธิบาย
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ความไม่สมบูรณ์ของการแก้ปัญหาของนักเรียนอาจเกิดขึ้นมาจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือข้อผิดพลาด

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อ้างอิงตามแนวคิดของ Graeber (1992: 4 – 51) และ Wylie and Ciofalo (2008: 1 – 2) แบ่งออกเป็น 4 ประเภทดังนี้

1. อ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (Overgeneralizations) เป็นการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยามไปใช้ในกรณีอื่นทั่วไป ซึ่งเกินกว่าขอบเขตหรือเงื่อนไขที่ได้ระบุไว้

2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจากสัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

3. การตีความผิด (Mistranslations) เป็นการแปลความหมายหรือสื่อความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีมโนทัศน์เพียงบางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

ข้อผิดพลาด อ้างอิงตามแนวคิดของ Ashlock (1994: 4 – 5), Backman (1978: 177 – 195), Carpmail and others (2013: 2 – 7), Engelhardt (1977: 149 – 154), Morshovitz and others (1987: 3 – 12) และ Radatz (1979: 163 – 170) แบ่งประเภทของข้อผิดพลาดได้เป็น 4 ประเภทดังนี้

1. การใช้ข้อมูลที่ผิด (Misused data) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเลือกใช้ข้อมูลที่ไม่เหมาะสม ใช้ข้อมูลอื่นที่ไม่สอดคล้องต่อการใช้แก้ปัญหา ไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน เลือกใช้หน่วยของตัวแปรผิด หรือการลอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ผิด โดยข้อผิดพลาดอาจเกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มต้น หรืออาจเกิดขึ้นในช่วงระหว่างการดำเนินการกับข้อมูล

2. ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ (Errors in language and symbols) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษา สัญลักษณ์ หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตาราง หรือกราฟไม่ถูกต้อง

3. ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ (Errors in operation and computation) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา

4. การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม (Distorted theorem or definition) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจงผิดไปจากความเป็นจริง

ภาคผนวก ณ
ผลการทดสอบสมมติฐาน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 32 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
เหตุผล ก่อนเรียน	11.26	35	3.052	.516
หลังเรียน	16.11	35	2.836	.479

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
เหตุผล ก่อนเรียน – หลังเรียน	-4.86	1.115	.189	-5.24	-4.47	-25.767	34	.000

จากตารางที่ 32 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนคือ 11.26 คะแนน และ 3.052 คะแนนตามลำดับ และหลังเรียนคือ 16.11 คะแนนและ 2.836 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 33 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

Group Statistics

GROUP		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
REA	ทดลอง	35	16.11	2.836	.479
POST	ควบคุม	35	14.46	3.165	.535

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
REA POST	Equal Variances assumed	.806	.372	2.307	68	.024	1.66	.718	.224	3.091
	Equal Variances not assumed			2.307	67.197	.024	1.66	.718	.223	3.091

จากตารางที่ 33 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 16.11 คะแนน และ 2.836 คะแนนตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 14.46 คะแนนและ 3.165 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

<u>สมมติฐานการทดสอบ</u> คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 34 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสาร ก่อนเรียน	11.49	35	4.182	.707
หลังเรียน	18.17	35	4.668	.789

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper			
สื่อสาร ก่อนเรียน – หลังเรียน	-6.69	2.398	.405	-7.51	-5.86	-16.493	34	.000

จากตารางที่ 34 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนคือ 11.49 คะแนนและ 4.182 คะแนนตามลำดับ และหลังเรียนคือ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Paired Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $\leq$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลอง $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 35 แสดงผลการทดสอบของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)

Group Statistics

GROUP		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
COM POST	ทดลอง	35	18.17	4.668	.789
	ควบคุม	35	15.74	4.455	.753

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
COM POST	Equal Variances assumed	.293	.590	2.227	68	.029	2.43	1.091	.252	4.605
	Equal Variances not assumed			2.227	67.851	.029	2.43	1.091	.252	4.605

จากตารางที่ 35 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 18.17 คะแนนและ 4.668 คะแนนตามลำดับ และกลุ่มควบคุมคือ 15.74 คะแนนและ 4.455 คะแนนตามลำดับ และจากการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t – Independent Samples Test) พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .0

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ เกิดเมื่อวันที่ 28 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2531 บ้านเลขที่ 4/1 ถนนหลวงพ่อวัดฉลอง ตำบลตลาดใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต สำเร็จการศึกษาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษาวิทยาศาสตร์ เอกคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2557

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University