

การควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว



นาย ธเนศ ธีรศักดิ์านนท์

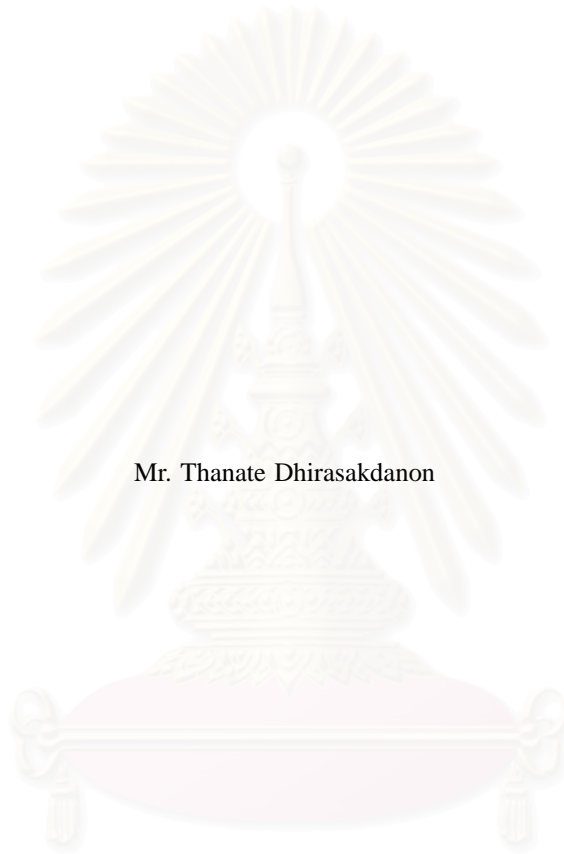
สถาบันวิทยบริการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2543

ISBN 97H-13-053H-6

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ADAPTIVE NONLINEAR CONTROL OF ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARMS



Mr. Thanate Dhirasakdanon

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering  
Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2000  
ISBN 97H-13-053H-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบ อ่อนตัว
โดย	นาย ธเนศ ธีรศักดิ์านนท์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร. วัชรพงษ์ ไชวิฑูรกิจ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตาม หลักสูตรปริญญาโทมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. วราภรณ์ เชาว์วิศิษฐ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัชรพงษ์ ไชวิฑูรกิจ)

..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ธเนศ วีระศักดิ์ตานนท์ : การควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว (Adaptive nonlinear control of one-link flexible robot arms)  
อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร. วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ, 91 หน้า, ISBN 97H-13-053H-6.

วิทยานิพนธ์นี้เสนอกฎการควบคุมสำหรับระบบไม่เชิงเส้นเฟสไม่ต่ำสุด ที่มีความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์ของระบบ ตัวควบคุมที่เสนอเป็นการดัดแปลงตัวควบคุมแบบคงที่ ที่มีผู้เคยเสนอไว้ ให้เป็นตัวควบคุมแบบปรับตัว โดยการเพิ่มตัวประมาณพารามิเตอร์ และได้พิสูจน์เสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดที่ได้

เมื่อนำตัวควบคุมที่เสนอขึ้นไปประยุกต์ใช้กับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว พบว่าสามารถใช้ควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวเพื่อให้ตำแหน่งปลายแขนตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้เป็นอย่างดี และสามารถปรับตัวให้เข้ากับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนได้อย่างรวดเร็ว

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

##4170318321 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: NONLINEAR CONTROL, ADAPTIVE CONTROL, ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARM

THANATE DHIRASAKDANON : ADAPTIVE NONLINEAR CONTROL OF ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARMS. THESIS ADVISOR : WATCHARAPONG KHOVIDHUNGIJ, Ph.D. 91 pp., ISBN 97H-13-053H-6.

This thesis proposes a control law for nonminimum phase nonlinear plants with parameter uncertainties. The proposed controller is an adaptive version of a fixed controller suggested in previous work, obtained by incorporating parameter estimators. A mathematical proof showing stability of the close-loop system is also provided.

An application of the proposed controller to control a one-link flexible robot arm gives good tracking results and fast adaptations despite uncertain parameters in the system.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างมากจาก ผศ.ดร. วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณ รศ.ดร. วราภรณ์ เชาววิศิษฐ์ และ อ.ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่ง รวมถึงคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุมที่ได้ให้ความรู้แก่ข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณบิดามารดาที่ได้สนับสนุนด้านการเงินและกำลังใจแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ พี่น้อง พี่ๆ น้องๆ ในสาขาระบบควบคุมที่ข้าพเจ้าได้พูดคุยทำให้ได้ข้อคิดที่เป็นประโยชน์

ท้ายนี้ขอขอบคุณโครงการศิษย์ก้นกุฏิ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า และศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTEC) ที่ได้สนับสนุนทุนการวิจัย



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย.....	4
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	5
กิตติกรรมประกาศ .....	6
สารบัญ.....	8
สารบัญภาพ .....	10
<b>1 บทนำ.....</b>	<b>11</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	11
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ .....	11
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ .....	12
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน .....	12
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	12
1.6 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์ .....	12
<b>2 แขนงหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว.....</b>	<b>14</b>
2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนงหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว .....	14
2.2 งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการควบคุมแขนงหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว .....	18
2.3 สรุป .....	19
<b>3 การควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว.....</b>	<b>21</b>
3.1 การควบคุมก้ำวถอยกลับแบบปรับตัว.....	21
3.2 การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบตามรอยโดยประมาณสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด ..	27
3.3 การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด .....	32
3.3.1 ตัวประมาณพารามิเตอร์ .....	32
3.3.2 ตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว .....	36
3.4 สรุป .....	39
<b>4 ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์.....</b>	<b>40</b>
4.1 การออกแบบตัวควบคุม .....	40
4.2 กรณีที่ใช้ในการจำลองแบบ.....	41
4.3 ผลการจำลองแบบ .....	43
4.3.1 กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน .....	43
4.3.2 กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% .....	45
4.3.3 กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% .....	51
4.3.4 กรณีที่ความยาวแขนเพิ่มขึ้น 11% .....	57
4.3.5 กรณีที่ความยาวแขนลดลง 22% .....	63
4.4 วิเคราะห์ผลและสรุป .....	69

<b>5 ผลการทดลองกับระบบจริง .....</b>	<b>70</b>
5.1 ผลการทดลอง .....	72
5.1.1 กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน .....	72
5.1.2 กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg .....	74
5.1.3 กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m .....	78
5.1.4 กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ..	82
5.2 วิเคราะห์ผลและสรุป .....	86
<b>6 บทสรุปและสิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป.....</b>	<b>87</b>
6.1 บทสรุป .....	87
6.2 สิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป .....	87
<b>รายการอ้างอิง.....</b>	<b>88</b>
<b>ประวัติผู้วิจัย .....</b>	<b>91</b>



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญรูป

2.1	แขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัว .....	14
3.1	ระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบตามรอยโดยประมาณสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด .....	32
3.2	ระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด .....	39
4.1	กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอนและไม่มีการปรับตัว .....	44
4.2	กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และไม่มีการปรับตัว .....	46
4.3	กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	47
4.4	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	48
4.5	กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	49
4.6	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	50
4.7	กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และไม่มีการปรับตัว .....	52
4.8	กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	53
4.9	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	54
4.10	กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	55
4.11	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	56
4.12	กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และไม่มีการปรับตัว .....	58
4.13	กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	59
4.14	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	60
4.15	กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	61
4.16	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	62
4.17	กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และไม่มีการปรับตัว .....	64
4.18	กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	65
4.19	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ .....	66

4.20	กรณีที่มีความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสอง น้อยสุด .....	67
4.21	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มีความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัว ประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด .....	68
5.1	ชุดทดลองแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว .....	70
5.2	กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน และไม่มีการปรับตัว .....	73
5.3	กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว .....	75
5.4	กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว .....	76
5.5	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200 .....	77
5.6	กรณีที่มีความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว .....	79
5.7	กรณีที่มีความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว .....	80
5.8	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มีความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 .....	81
5.9	กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่ วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว .....	83
5.10	กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่ วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว .....	84
5.11	ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความ ยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 .....	85

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แขนหุ่นยนต์ (robot arm) ได้กลายเป็นส่วนประกอบที่สำคัญในอุตสาหกรรมสมัยใหม่ เช่น อุตสาหกรรมประกอบชิ้นส่วนรถยนต์ อุตสาหกรรมประกอบชิ้นส่วนอิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น ซึ่งทำให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพ ลดเวลาและต้นทุนในการผลิต

แขนหุ่นยนต์ที่มีการใช้งานในอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ เป็นแขนหุ่นยนต์แบบแข็งเกร็ง (rigid robot arm) ซึ่งมีน้ำหนักของตัวแขนมาก ทำให้เคลื่อนที่ได้ช้าและต้องใช้พลังงานในการขับเคลื่อนมาก สาเหตุที่ในอุตสาหกรรมมีการใช้แขนหุ่นยนต์แบบแข็งเกร็งแทนที่จะใช้แขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว (flexible robot arm) ซึ่งมีน้ำหนักเบาทำให้ใช้พลังงานน้อยและเคลื่อนที่ได้รวดเร็วกว่า ก็เนื่องมาจากความอ่อนตัวของแขนหุ่นยนต์ทำให้เกิดการแกว่งของแขนเมื่อแขนหุ่นยนต์มีการเคลื่อนที่ ทำให้ตัวควบคุมซึ่งให้สมรรถนะที่ดีกับแขนหุ่นยนต์แบบแข็งเกร็ง ไม่สามารถให้สมรรถนะที่ดีกับแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว [1, 2] ดังนั้นจึงได้มีความสนใจพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมที่สามารถให้สมรรถนะที่ดีกับแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว

ในช่วงประมาณ 20 ปีที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นไปเป็นอย่างมาก ดังที่ได้มีการสรุปไว้ใน [3, 4, 5, 6] ซึ่งพบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบได้สามารถให้สมรรถนะที่ดีมากกับระบบหลายๆแบบ รวมทั้งระบบแขนหุ่นยนต์แบบแข็งเกร็ง [7, 8] ซึ่งเป็นระบบไม่เชิงเส้นแบบหนึ่ง

นอกจากนี้ในการใช้งานจริง แขนหุ่นยนต์จะมีค่าพารามิเตอร์ไม่คงที่ เนื่องจากสาเหตุหลายประการเช่น น้ำหนักของสิ่งของที่หยิบจับเปลี่ยนแปลง หรือสภาวะการทำงานเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นตัวควบคุมที่มีสมรรถนะดีจึงควรที่จะสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมเอง เพื่อชดเชยการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแขนหุ่นยนต์ เพื่อให้สมรรถนะโดยรวมไม่เปลี่ยนแปลงหรือเปลี่ยนแปลงแต่น้อย จึงได้มีความสนใจนำเอาวิธีการควบคุมแบบปรับตัว (adaptive control) [9, 10] มาประยุกต์ใช้ในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ [11, 12, 13, 14, 15]

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสนใจศึกษาเทคนิคการควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว (adaptive nonlinear control) มาใช้ควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว โดยจะศึกษาเฉพาะแขนหุ่นยนต์แบบข้อต่อเดียว

### 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

ศึกษาความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้วิธีการควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

### 1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

- ศึกษาถึงความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้วิธีการควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว ในการควบคุมระบบแขนกลข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว โดยใช้การจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์
- ออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว เพื่อใช้ในการควบคุมระบบแขนกลข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวที่มีใช้ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม

### 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

- ศึกษาลักษณะสมบัติของแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว
- ศึกษาวิธีการควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว
- ออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว
- ทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ (computer simulation) เพื่อทดสอบสมรรถนะของตัวควบคุมที่ออกแบบได้
- ทำการทดลองกับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ทำให้ทราบถึงความเป็นไปได้ ในการประยุกต์ใช้วิธีการออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว ในการควบคุมระบบแขนกลข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว และสมรรถนะของวิธีการควบคุมวิธีนี้

### 1.6 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 6 บท

บทที่ 1 กล่าวถึงความจำเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงลักษณะทั่วไปของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับวิธีการควบคุมระบบดังกล่าว

บทที่ 3 กล่าวถึงวิธีการควบคุมระบบไม่เชิงเส้น และได้เสนอการเพิ่มตัวประมาณพารามิเตอร์เพื่อทำให้ตัวควบคุมที่ได้ยังคงมีสมรรถนะที่ดีเมื่อค่าพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง รวมทั้งได้แสดงการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบวงปิดที่ได้

บทที่ 4 แสดงผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์กับแบบจำลองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เพื่อแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะของระบบควบคุมวงปิดที่ได้

บทที่ 5 แสดงผลการทดลองกับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

บทที่ 6 เป็นบทสรุปและสิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป



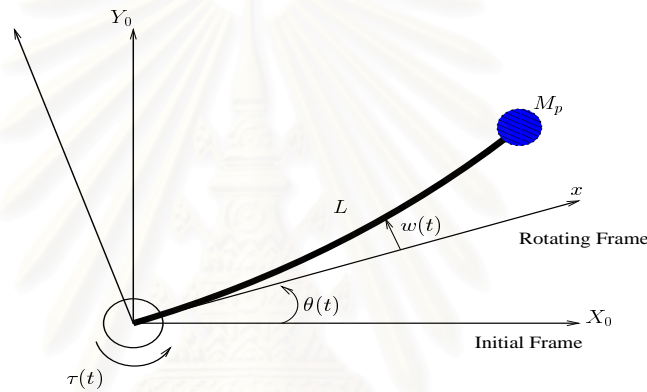
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 2

### แขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

ในบทนี้กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว และงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับวิธีการควบคุมระบบดังกล่าว

#### 2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว



รูปที่ 2.1: แขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

รูป 2.1 แสดงลักษณะอย่างง่ายของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว พฤติกรรมเชิงพลวัตของระบบนี้สามารถอธิบายได้ด้วยสมการผสมระหว่างสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (mixed partial differential equation and ordinary differential equation) โดยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยจะอธิบายพลวัตของส่วนแขน และสมการอนุพันธ์สามัญจะอธิบายพลวัตของส่วนฐาน สมการดังกล่าวคือ [17]

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + x \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right) = 0 \quad (2.1)$$

$$\tau - J \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \mu = 0 \quad (2.2)$$

เมื่อ

$$\mu = \rho \int_0^L x \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx + M_p L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_L \quad (2.3)$$

$$J = J_0 + \frac{1}{3} \rho L^3 + M_p L^2 \quad (2.4)$$

และมีเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) คือ

$$w|_0 = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0 = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_L = 0, \quad (2.7)$$

$$EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_L = M_p \left( L \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_L \right) \quad (2.8)$$

พารามิเตอร์ต่างๆมีความหมายดังนี้

$L$  คือ ความยาวของแขน

$J_0$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของฐาน

$\rho$  คือ มวลต่อหน่วยความยาวของแขน

$M_p$  คือ มวลที่ปลายแขน

$E$  คือ มอดูลัสของยังของแขน

$I$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงพื้นที่หน้าตัดของแขน

และ  $\tau$  คือ แรงบิดที่ฐาน

เมื่อใช้วิธีการแยกตัวแปร (separation of variables method) จะได้ผลเฉลยของสมการ (2.1) เป็น

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(x) \delta_i(t) \quad (2.9)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \psi_i(x) &= A_i \sin \beta_i x + B_i \cos \beta_i x + C_i \sinh \beta_i x + D_i \cosh \beta_i x + F_i x \\ &= \tilde{\psi}_i(x) + F_i x \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$F_i = \frac{1}{J_0} \left( \rho \int_0^L x \tilde{\psi}_i dx + M_p L \tilde{\psi}_i|_L \right) \quad (2.11)$$

$$\delta_i(t) = \cos \omega_i t \quad (2.12)$$

$$EI \beta_i^4 = \rho \omega_i^2 \quad (2.13)$$

และ  $\beta_i$  สอดคล้องกับสมการลักษณะเฉพาะ

$$c sh - s ch - 2 \frac{M_p}{\rho} \beta_i s sh - \frac{J_0}{\rho} \beta_i^3 (1 + c ch) - \frac{J_0 M_p}{\rho^2} \beta_i^4 (c sh - s ch) = 0 \quad (2.14)$$

เมื่อ  $s = \sin \beta_i L$ ,  $c = \cos \beta_i L$ ,  $sh = \sinh \beta_i L$  และ  $ch = \cosh \beta_i L$

เพื่อที่จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มิติอันตะ (finite dimension) จะใช้เฉพาะผลเฉลย  $N$  ชุดแรกของสมการ (2.9) ในการหาแบบจำลอง วิธีนี้เรียกว่า วิธีการสมมุติโหมด (assumed modes method)



ทำให้สามารถเขียนพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ และงานที่ให้แก่ระบบได้เป็น

$$T = \frac{1}{2}J\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{d\theta}{dt} \sum_{i=1}^N \mu_i \frac{d\delta_i}{dt} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \frac{d\delta_i}{dt} \frac{d\delta_j}{dt} + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \delta_i \delta_j \quad (2.15)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \delta_i^2 \quad (2.16)$$

$$W = \tau \left( \theta + \sum_{i=1}^N \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \Big|_0 \delta_i \right) \quad (2.17)$$

เมื่อ

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 + \frac{\mu_i \mu_j}{J} & i = j \\ \frac{\mu_i \mu_j}{J} & i \neq j \end{cases} \quad (2.18)$$

$$k_i = EI \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.19)$$

ซึ่งจะได้สมการพลวัตของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัวเป็น

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Kq = f\tau \quad (2.20)$$

เมื่อ

$$B = \begin{bmatrix} J + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \delta_i \delta_j & \mu_1 & \cdots & \mu_N \\ \mu_1 & m_{11} & \cdots & m_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_N & m_{N1} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \delta_i \dot{\delta}_j & \dot{\theta} \sum_{i=1}^N m_{i1} \delta_i & \cdots & \dot{\theta} \sum_{i=1}^N m_{iN} \delta_i \\ -\dot{\theta} \sum_{i=1}^N m_{1i} \delta_i & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\dot{\theta} \sum_{i=1}^N m_{Ni} \delta_i & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_N \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \theta \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_N \end{bmatrix}$$

เนื่องจากตามปกติระยะเบี่ยงเบนของแขนจะมีค่าน้อย ดังนั้นถ้าต้องการสมการพลวัตเชิงเส้นสามารถละเลยพจน์ไม่เชิงเส้นใน (2.20) ทำให้ได้สมการพลวัตเชิงเส้นเป็น

$$B_L \ddot{q} + Kq = f\tau \quad (2.21)$$



เมื่อ

$$B_L = \begin{bmatrix} J & \mu_1 & \cdots & \mu_N \\ \mu_1 & m_{11} & \cdots & m_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_N & m_{N1} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix}$$

แรงบิดที่ฐาน ( $\tau$ ) มาจากมอเตอร์กระแสตรง ซึ่งมีความสัมพันธ์กับแรงดันที่ให้แก่มอเตอร์คือ

$$\tau = K_t \left( \frac{V - K_b \dot{\theta}}{R_m} \right) \quad (2.22)$$

เมื่อ

$V$  คือแรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

$R_m$  คือความต้านทานของมอเตอร์

$K_t$  คือค่าคงตัวแรงบิดของมอเตอร์

$K_b$  คือ ค่าคงตัวแรงดันของมอเตอร์

เมื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) จากแรงดันที่ให้แก่มอเตอร์หรือแรงบิดที่ฐานไปยังตำแหน่งปลายแขน จะพบว่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้มีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุด (nonminimum phase property) ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้การควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัวเพื่อให้ได้สมรรถนะที่ดีเป็นไปได้ยากกว่าการควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบแข็งเกร็ง

แบบจำลองอย่างง่ายอีกแบบหนึ่งของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ได้จากการการประมาณความอ่อนตัวของแขนเป็นความอ่อนตัวของข้อต่อ ซึ่งจะได้แบบจำลองดังนี้ [18]

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{d} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_{stiff}}{J_0 L} & -\frac{K_t K_b}{R J_0} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{stiff}(J_{load} + J_0)}{J_0 J_{load}} & \frac{L K_t K_b}{R J_0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ d \\ \dot{\theta} \\ \dot{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{R J_0} \\ -\frac{L K_t}{R J_0} \end{bmatrix} V \quad (2.23)$$

เมื่อ  $\theta$  คือมุมของมอเตอร์  $d$  คือส่วนเบี่ยงเบนของปลายแขน และ  $V$  คือแรงดันไฟฟ้าที่ให้แก่มอเตอร์ และ

$$J_{load} = \frac{1}{3} \rho L^3 + M_p L^2$$

$K_{stiff}$  คือความแข็งเกร็ง (stiffness) ของแขน

ส่วนพารามิเตอร์อื่นๆมีความหมายเช่นเดียวกับใน (2.1), (2.2) และ (2.22)

สังเกตว่าแบบจำลอง (2.23) เป็นแบบจำลองเชิงเส้นอันดับ 4 และเป็นระบบเฟสต่ำสุด ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีความถูกต้องตรงกับลักษณะของระบบจริงน้อยกว่า (2.20) หรือ (2.21)

## 2.2 งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

งานวิจัยเกี่ยวกับการควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัวแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆคือ งานวิจัยที่ทำการออกแบบตัวควบคุมโดยพิจารณาแบบจำลองมิตอนันต์ซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย กับงานวิจัยที่ทำการออกแบบตัวควบคุมโดยพิจารณาแบบจำลองมิตอนันต์ที่ได้ทำการประมาณโดยใช้วิธีการสมมุติโมดหรือวิธีการขึ้นประกอบอันตะ ทำให้ได้สมการพลวัตที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเท่านั้น ทั้งนี้ Bontsema และ Curtain [19] ได้แสดงให้เห็นไว้ว่าตัวควบคุมที่ออกแบบกับแบบจำลองมิตอนันต์ จะสามารถนำไปใช้ควบคุมระบบจริงที่เป็นระบบมิตอนันต์ได้ดี ถ้าตัวควบคุมที่ได้มีความคงทน (robustness) เพียงพอต่อความผิดพลาดในการประมาณของแบบจำลอง

สำหรับงานวิจัยที่ใช้แบบจำลองมิตอนันต์ที่น่าสนใจได้แก่

Ding, Tarn และ Bejczy [20] ได้ทำการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นในแง่สัญญาณเข้า สัญญาณออก (input/output linearization) สำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวโดยใช้แรงบิดเป็นสัญญาณเข้าและมุมของฐานเป็นสัญญาณออก พบว่าถ้าแขนหุ่นยนต์มีการหน่วง (damping) พลวัตภายใน (internal dynamic) จะเสถียร

Luo [21] และ Luo และ Guo [22] พบว่าการใช้การป้อนกลับความเครียดของแขน (strain feedback) สามารถเพิ่มพจนการหน่วงเข้าไปในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่อธิบายพลวัตของแขน ซึ่งทำให้ลดการสั่นของแขนและระบบจะมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง (exponentially stable) อย่างไรก็ตาม การพิสูจน์เสถียรภาพดังกล่าวได้พิจารณาเฉพาะพลวัตของแขนหุ่นยนต์หนึ่งแขนเท่านั้นไม่ได้นำเอาพลวัตของมอเตอร์มาพิจารณาด้วย

Ge, Lee และ Zhu [23] ได้เสนอการป้อนกลับความเครียดของแขนแบบไม่เชิงเส้น และได้พิสูจน์ว่าการใช้กฎการควบคุมที่เสนอร่วมกับตัวควบคุมแบบพีดี ในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวจะทำให้ได้ระบบวงปิดที่มีเสถียรภาพ

สำหรับงานวิจัยวิธีการควบคุมแบบปรับตัวที่พิจารณาระบบมิตอนันต์ มีเช่น Luo และ Sakawa [24] ได้เสนอกฎการปรับตัวแบบง่ายสำหรับตัวควบคุมที่เสนอใน [21] เพื่อชดเชยผลของการเปลี่ยนแปลงมวลที่ปลายแขน de Queiroz, Dawson, Agarwal และ Zhang [25] เสนอกฎการควบคุมแบบปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวโดยต้องมีการใช้ตัวขับเคลื่อนที่ปลายแขน เพื่อชดเชยการเปลี่ยนแปลงมวลที่ปลายแขนและความอ่อนตัวของแขน

สำหรับงานวิจัยที่ใช้แบบจำลองมิตอนันต์ที่น่าสนใจได้แก่

Cannon และ Schmitz [1] ได้ทำการออกแบบตัวควบคุมแบบ Linear-Quadratic-Gaussian (LQG) สำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว โดยใช้สัญญาณออกเป็นตำแหน่งปลายของแขนและความเร็วของมอเตอร์ พบว่าสามารถได้ผลตอบสนองที่ดีถ้าแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมมีความถูกต้องพอ Sakawa, Matsuno และ Fukushima [2] ได้ทำการออกแบบตัวควบคุมแบบ Linear-Quadratic-Regulator (LQR) และใช้ตัวสังเกตสถานะ (state observer) สำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว โดยใช้สัญญาณออกเป็นความเครียดของแขนและตำแหน่งของมอเตอร์ พบว่าสามารถได้ผลตอบสนองที่ดีเช่นกัน

Bayo และ Moulin [26] ได้เสนอวิธีการคำนวณหาแรงบิดที่ต้องใช้ในการทำให้ปลายแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวตามรอยสัญญาณที่ต้องการ ซึ่งพบว่าต้องให้แรงบิดก่อนที่ปลายแขนจะเริ่มเคลื่อนที่ นั่นคือตัวควบคุมที่ได้เป็นตัวควบคุมแบบ non-causal Yang, Krishnan และ Ang [27] ได้เสนอวิธีการคำนวณหาโมเมนต์ของมอเตอร์ที่ทำให้ปลายแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวเคลื่อนที่จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งในเวลาจำกัด

Wang และ Vidyasagar [28] และ Rossi, Zuo และ Wang [29] ได้แสดงให้เห็นว่าสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ถ้าเปลี่ยนสัญญาณออกจากระบบจากตำแหน่งปลายแขนที่แท้จริงไปเป็นตำแหน่งอื่นของแขน จะสามารถทำให้การส่ง (mapping) จากแรงบิดของมอเตอร์ไปยังอนุพันธ์เชิงเวลาของสัญญาณออกที่กำหนดใหม่เป็นการส่งแบบกสาคติ (passive mapping) ซึ่งทำให้ออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพได้ง่าย

Geniele, Patel และ Khorasani [30] ได้ทำการออกแบบตัวชดเชยแบบป้อนไปข้างหน้า (feed-through compensator) เพื่อวางตำแหน่งศูนย์ (zero) ของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ไว้ในตำแหน่งที่เสถียรแล้วใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี ในการควบคุมระบบที่ได้

สำหรับงานวิจัยวิธีการควบคุมแบบปรับตัวที่พิจารณาระบบมิติอันดับ มีเช่น Feliu, Rattan และ Brown [12] ได้เสนอกฎการปรับตัวสำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวเพื่อชดเชยการเปลี่ยนแปลงมวลที่ปลายแขน Amin และ Morris [14] ได้เสนอวิธีการควบคุมแบบ Model Reference Adaptive Control เพื่อควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์สำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว และได้เพิ่มตัวชดเชยความอ่อนตัวเพื่อลดการแกว่งของแขน Rossi และ Wang [15] ได้เสนอวิธีการควบคุมแบบปรับตัวอ้างอิงแบบจำลอง (model reference adaptive control) กับระบบที่ได้มีการกำหนดสัญญาณออกใหม่ดังใน [29]

ใน ธเนศ วีระศักดิ์ และ วัชรพงษ์ ไชวิศุรกิจ [31] ได้นำเสนอการควบคุมฟัซซีแบบปรับตัว (adaptive fuzzy control) สำหรับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายที่มีสมบัติเฟสต่ำสุด โดยใช้ทฤษฎีที่เสนอใน Wang [32] แต่เนื่องจากแบบจำลองที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้นของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวจะมีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้วิธีที่เสนอใน [32] กับแบบจำลองที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้นได้ จึงมีการเสนอตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด เพื่อเป็นพื้นฐานในการทำตัวควบคุมฟัซซีแบบปรับตัวต่อไป ซึ่งได้รายงานไว้ใน ธเนศ วีระศักดิ์ และ วัชรพงษ์ ไชวิศุรกิจ [33] และ วัชรพงษ์ ไชวิศุรกิจ มานพ วงศ์สายสุวรรณ และ เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย [34]

## 2.3 สรุป

แขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เป็นระบบที่อธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย และสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ซึ่งในการวิเคราะห์เพื่อออกแบบตัวควบคุมจะต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง ดังนั้นงานวิจัยส่วนใหญ่จะพิจารณาแบบจำลองโดยประมาณ ซึ่งประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเท่านั้น

งานวิจัยที่ผ่านมาสำหรับการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวมีอยู่เป็นจำนวนมาก และแนวทางที่ใช้ในการควบคุมก็แตกต่างกันไป รวมทั้งมีการวิจัยการประยุกต์ใช้การควบคุมแบบปรับตัว เพื่อควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ปัญหาสำคัญสำหรับการควบคุมแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัวเกิดจากการเป็นระบบเฟสไม่ต่ำสุดทำให้การควบคุมเพื่อให้ได้สมรรถนะที่ดีเป็นไปได้ยาก และวิธีการควบคุมที่ใช้อยู่ทั่วไปไม่สามารถใช้ได้หรือไม่สามารถใช้ได้ดี



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 3

### การควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว

ในบทนี้กล่าวถึง วิธีการออกแบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว โดยในตอน 3.1 กล่าวถึงการควบคุมก้าวถอยกลับแบบปรับตัว (adaptive backstepping control) ในตอน 3.2 กล่าวถึงการควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบในรูปแบบหนึ่ง ที่มีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุด ซึ่งเป็นสมบัติของแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว โดยการมองปัญหาเป็นการออกแบบตัวควบคุมแบบตามรอยโดยประมาณ (approximate output tracking) กล่าวคือความผิดพลาดในการตามรอยมีขนาดจำกัด และในตอน 3.3 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบแบบเดียวกับที่พิจารณาในตอน 3.1.2

#### 3.1 การควบคุมก้าวถอยกลับแบบปรับตัว

การควบคุมก้าวถอยกลับแบบปรับตัว (adaptive backstepping control) [6] เป็นวิธีการควบคุมแบบปรับตัวที่มีพื้นฐานอยู่บนการสร้างฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function) โดยมีการออกแบบตัวควบคุมแบบเป็นขั้นตอน (recursive design procedure) ในที่นี้จะแสดงวิธีการออกแบบตัวควบคุมโดยการป้อนกลับสัญญาณออก (output feedback)

การออกแบบจะเริ่มจากระบบที่จะควบคุมในรูปแบบ observable canonical form:

$$\dot{x}_1 = x_2 - a_{n-1}y \quad (3.1)$$

⋮

$$\dot{x}_{\rho-1} = x_{\rho} - a_{m+1}y \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_{\rho} = x_{\rho+1} - a_m y + b_m u \quad (3.3)$$

⋮

$$\dot{x}_{n-1} = x_n - a_1 y + b_1 u \quad (3.4)$$

$$\dot{x}_n = -a_0 y + b_0 u \quad (3.5)$$

$$y = x_1 \quad (3.6)$$

หรือ

$$\dot{x} = Ax - ya + \begin{bmatrix} 0_{(\rho-1) \times 1} \\ b \end{bmatrix} u \quad (3.7)$$

$$y = e_1^T x \quad (3.8)$$

เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, a = \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_m \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix}, e_i = \begin{bmatrix} 0_{(i-1) \times 1} \\ 1 \\ 0_{(n-i) \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

ระบบที่จะควบคุมจะต้องเป็นระบบเฟสต่ำสุด และรู้เครื่องหมายของ  $b_m$

เราจะเริ่มจากการออกแบบตัวประมาณสถานะ [6] โดยเขียน (3.7),(3.8) เป็น

$$\dot{x} = Ax + F(y, u)^T \theta \quad (3.10)$$

$$y = e_1^T x \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$F(y, u)^T = \left[ \begin{array}{c|c} 0_{(\rho-1) \times (m+1)} & -I_n y \\ \hline I_{m+1} & \end{array} \right] u, \theta = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

ตัวประมาณสถานะที่เราใช้คือ

$$\dot{\xi} = A_0 \xi + ky \quad (3.13)$$

$$\dot{\Omega} = A_0 \Omega + F(y, u)^T \quad (3.14)$$

เมื่อเลือก  $k = [k_1, \dots, k_n]^T$  เพื่อให้เมทริกซ์

$$A_0 = A - ke_1^T \quad (3.15)$$

เป็นเมทริกซ์เฮอริวิตซ์ ซึ่งเราจะได้อัตราประมาณสถานะเป็น

$$\hat{x} = \xi + \Omega^T \theta \quad (3.16)$$

และสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า ค่าความผิดพลาดในการประมาณสถานะ

$$\epsilon = x - \hat{x} \quad (3.17)$$

สอดคล้องตาม

$$\dot{\epsilon} = A_0 \epsilon \quad (3.18)$$

เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสถานะและค่าพารามิเตอร์ ( $\theta$ ) ได้เป็น

$$x = \xi + \Omega^T \theta + \epsilon \quad (3.19)$$

เราสามารถลดอันดับของตัวประมาณสถานะได้ โดยการใส่ประโยชน์จากโครงสร้างของ  $F(y, u)$  และ  $A_0$  ทำให้เราสามารถเขียนตัวประมาณสถานะได้เป็น

$$\dot{\eta} = A_0 \eta + e_n y \quad (3.20)$$

$$\dot{\lambda} = A_0 \lambda + e_n u \quad (3.21)$$

$$\xi = -A_0^n \eta \quad (3.22)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} v_m & \dots & v_0 & \Xi \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

เมื่อ

$$v_j = A_0^j \lambda, \quad j = 0, \dots, m \quad (3.24)$$

$$\Xi = - \begin{bmatrix} A_0^{n-1} \eta & \dots & A_0 \eta & \eta \end{bmatrix} \quad (3.25)$$



การออกแบบตัวควบคุมจะเริ่มจาก

$$\dot{y} = x_2 - a_{n-1}y = x_2 - ye_1^T a \quad (3.26)$$

จาก (3.19) เราจะได้ว่า

$$x_2 = \xi_2 + \Omega_{(2)}^T \theta + \epsilon_2 \quad (3.27)$$

$$= \xi_2 + \begin{bmatrix} v_{m,2} & v_{m-1,2} & \dots & v_{0,2} & \Xi_{(2)} \end{bmatrix} \theta + \epsilon_2 \quad (3.28)$$

$$= b_m v_{m,2} + \xi_2 + \begin{bmatrix} 0 & v_{m-1,2} & \dots & v_{0,2} & \Xi_{(2)} \end{bmatrix} \theta + \epsilon_2 \quad (3.29)$$

จาก (3.26),(3.29) จะได้ว่า

$$\dot{y} = \xi_2 + \omega^T \theta + \epsilon_2 \quad (3.30)$$

$$= b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \epsilon_2 \quad (3.31)$$

เมื่อ

$$\omega = \begin{bmatrix} v_{m,2} & v_{m-1,2} & \dots & v_{0,2} & \Xi_{(2)} - ye_1^T \end{bmatrix}^T \quad (3.32)$$

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & v_{m-1,2} & \dots & v_{0,2} & \Xi_{(2)} - ye_1^T \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

จาก (3.24) เราสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า

$$\dot{v}_m = A_0 v_m + e_\rho u \quad (3.34)$$

ดังนั้นระบบที่เราจะทำการออกแบบตัวควบคุมคือ

$$\dot{y} = b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \epsilon_2 \quad (3.35)$$

$$\dot{v}_{m,2} = v_{m,3} - k_2 v_{m,1} \quad (3.36)$$

⋮

$$\dot{v}_{m,\rho-1} = v_{m,\rho} - k_{\rho-1} v_{m,1} \quad (3.37)$$

$$\dot{v}_{m,\rho} = v_{m,\rho+1} - k_\rho v_{m,1} + u \quad (3.38)$$

ซึ่งเป็นระบบที่ตัวแปรสถานะสามารถวัดได้ วัตถุประสงค์ในการออกแบบตัวควบคุมคือต้องการให้ระบบมีเสถียรภาพ และสัญญาณออกของระบบ  $y$  ตามรอยสัญญาณอ้างอิง  $y_r$

เมื่อเปลี่ยนตัวแปรสถานะ โดยให้

$$z_1 = y - y_r \quad (3.39)$$

$$z_i = v_{m,i} - \hat{\rho} y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, \dots, \rho \quad (3.40)$$

โดย  $\hat{\rho}$  คือค่าประมาณของ  $\rho = \frac{1}{b_m}$ ,  $\alpha_{i-1}$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะที่ได้จากการออกแบบตัวควบคุม เราจะออกแบบตัวควบคุมเพื่อทำให้  $z = [z_1, \dots, z_\rho]^T$  มีค่าเข้าสู่ 0 ซึ่งจะทำให้เราได้ว่า  $y$  ตามรอย  $y_r$

**ขั้นที่ 1** เราจะเริ่มจาก

$$\dot{z}_1 = b_m v_{m,2} + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \epsilon_2 - \dot{y}_r \quad (3.41)$$

$$= b_m z_2 + b_m \alpha_1 + b_m \hat{\rho} \dot{y}_r + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \epsilon_2 - \dot{y}_r \quad (3.42)$$

$$= b_m \alpha_1 + \xi_2 + \bar{\omega}^T \theta + \epsilon_2 - b_m \hat{\rho} \dot{y}_r + b_m z_2 \quad (3.43)$$

เมื่อ  $\tilde{\rho} = \rho - \hat{\rho}$  และให้

$$\alpha_1 = \hat{\rho} \bar{\alpha}_1 \quad (3.44)$$

$$\bar{\alpha}_1 = -c_1 z_1 - d_1 z_1 - \xi_2 - \bar{\omega}^T \hat{\theta} \quad (3.45)$$

เราจะได้ว่า

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 - d_1 z_1 + \epsilon_2 + \bar{\omega}^T \tilde{\theta} - b_m (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) \tilde{\rho} + b_m z_2 \quad (3.46)$$

$$= -c_1 z_1 - d_1 z_1 + \epsilon_2 + \bar{\omega}^T \tilde{\theta} - b_m (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) \tilde{\rho} + \tilde{b}_m z_2 + \hat{b}_m z_2 \quad (3.47)$$

$$= -c_1 z_1 - d_1 z_1 + \epsilon_2 + \bar{\omega}^T \tilde{\theta} - b_m (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) \tilde{\rho} + (v_{m,2} - \hat{\rho} \dot{y}_r - \alpha_1) e_1^T \tilde{\theta} + \hat{b}_m z_2 \quad (3.48)$$

$$= -c_1 z_1 - d_1 z_1 + \epsilon_2 - b_m (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) \tilde{\rho} + (\omega - \hat{\rho} (\dot{y}_r - \bar{\alpha}_1) e_1)^T \tilde{\theta} + \hat{b}_m z_2 \quad (3.49)$$

กำหนดฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \frac{|b_m|}{2\gamma} \tilde{\rho}^2 + \frac{1}{4d_1} \epsilon^T P \epsilon \quad (3.50)$$

เมื่อ  $PA_0 + A_0^T P = -I$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 z_1^2 + \hat{b}_m z_1 z_2 - |b_m| \tilde{\rho} \frac{1}{\gamma} \left[ \gamma \operatorname{sgn}(b_m) (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) z_1 + \dot{\rho} \right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \left[ \Gamma (\omega - \hat{\rho} (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) e_1) z_1 - \dot{\theta} \right] - d_1 z_1^2 + z_2 \epsilon_2 - \frac{1}{4d_1} \epsilon^T \epsilon \end{aligned} \quad (3.51)$$

เลือก

$$\dot{\rho} = -\gamma \operatorname{sgn}(b_m) (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) z_1 \quad (3.52)$$

และ

$$\tau_1 = (\omega - \hat{\rho} (\dot{y}_r + \bar{\alpha}_1) e_1) z_1 \quad (3.53)$$

เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 z_1^2 - d_1 \left( z_1 - \frac{1}{2d_1} \epsilon_2 \right)^2 - \frac{1}{4d_1} (\epsilon_1^2 + \epsilon_3^2 + \dots + \epsilon_n^2) + \hat{b}_m z_1 z_2 \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \left( \tau_1 - \Gamma^{-1} \dot{\theta} \right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\leq -c_1 z_1^2 + \hat{b}_m z_1 z_2 + \tilde{\theta}^T \left( \tau_1 - \Gamma^{-1} \dot{\theta} \right) \quad (3.55)$$

ขั้นที่ 2 หาคอนุพันธ์ของ (3.40) สำหรับ  $i = 2$  จะได้ว่า

$$\dot{z}_2 = \dot{v}_{m,2} - \hat{\rho} \ddot{y}_r - \dot{\rho} \dot{y}_r - \dot{\alpha}_1 \quad (3.56)$$

$$= v_{m,3} - \beta_2 - \hat{\rho} \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\rho}} \dot{\rho} \quad (3.57)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \beta_2 &= k_2 v_{m,1} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} (\xi_2 + \omega^T \tilde{\theta}) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \eta} (A_0 \eta + e_n y) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \\ &\quad + \sum_{j=1}^{m+1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \lambda_j} (-k_j \lambda_1 + \lambda_{j+1}) + \left( \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\rho}} \right) \dot{\rho} \end{aligned} \quad (3.58)$$



เนื่องจาก  $v_{m,3} - \hat{\rho}\ddot{y}_r = z_3 + \alpha_2$  เราจะได้ว่า

$$\dot{z}_2 = \alpha_2 - \beta_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + z_3 \quad (3.59)$$

ให้

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - d_2 \left( \frac{\partial\alpha_1}{\partial y} \right)^2 z_2 - \hat{b}_m z_1 + \beta_2 + \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_2 \quad (3.60)$$

$$\tau_2 = \tau_1 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial y} \omega z_2 \quad (3.61)$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{4d_2} \epsilon^T P \epsilon \quad (3.62)$$

จะได้ว่า

$$\dot{V}_2 \leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \tilde{\theta}^T (\tau_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}) + z_2 \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}}) \quad (3.63)$$

ขั้นที่ 3 หาอนุพันธ์ของ (3.40) สำหรับ  $i = 3$  จะได้ว่า

$$\dot{z}_3 = \dot{v}_{m,3} - \hat{\rho}\ddot{y}_r - \dot{\hat{\rho}}\dot{y}_r - \dot{\alpha}_2 \quad (3.64)$$

$$= v_{m,4} - \beta_3 - \hat{\rho}y_r^{(3)} - \frac{\partial\alpha_2}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial\alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (3.65)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \beta_3 &= k_3 v_{m,1} + \frac{\partial\alpha_2}{\partial y} (\xi_2 + \omega^T \hat{\theta}) + \frac{\partial\alpha_2}{\partial \eta} (A_0 \eta + e_{ny}) + \frac{\partial\alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial\alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \ddot{y}_r \\ &+ \sum_{j=1}^{m+2} \frac{\partial\alpha_2}{\partial \lambda_j} (-k_j \lambda_1 + \lambda_{j+1}) + \left( \ddot{y}_r + \frac{\partial\alpha_2}{\partial \hat{\rho}} \dot{\hat{\rho}} \right) \dot{\hat{\rho}} \end{aligned} \quad (3.66)$$

เนื่องจาก  $v_{m,4} - \hat{\rho}y_r^{(3)} = z_4 + \alpha_3$  เราจะได้ว่า

$$\dot{z}_3 = \alpha_3 - \beta_3 - \frac{\partial\alpha_3}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial\alpha_3}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + z_4 \quad (3.67)$$

ให้

$$\alpha_3 = -c_3 z_3 - d_3 \left( \frac{\partial\alpha_2}{\partial y} \right)^2 z_3 - z_2 + \beta_3 + \frac{\partial\alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_3 - z_2 \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \frac{\partial\alpha_2}{\partial y} \quad (3.68)$$

$$\tau_3 = \tau_2 - \frac{\partial\alpha_2}{\partial y} \omega z_3 \quad (3.69)$$

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{4d_3} \epsilon^T P \epsilon \quad (3.70)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_3 z_4 + \tilde{\theta}^T (\tau_3 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}) \\ &+ \left( z_2 \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}} + z_2 \frac{\partial\alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma \tau_3 - \dot{\hat{\theta}}) \end{aligned} \quad (3.71)$$

ขั้นที่  $i = 4, \dots, \rho - 1$  หาอนุพันธ์ของ (3.40) จะได้ว่า

$$\dot{z}_i = \dot{v}_{m,i} - \hat{\rho}y_r^{(i)} - \dot{\hat{\rho}}y_r^{(i-1)} - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (3.72)$$

$$= v_{m,i+1} - \beta_i - \hat{\rho}y_r^{(i)} - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (3.73)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \beta_i &= k_i v_{m,1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} (\xi_2 + \omega^T \hat{\theta}) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \eta} (A_0 \eta + e_n y) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j-1)}} y_r^{(j)} \\ &+ \sum_{j=1}^{m+i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \lambda_j} (-k_j \lambda_1 + \lambda_{j+1}) + \left( y_r^{(i-1)} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\rho}} \right) \dot{\hat{\rho}} \end{aligned} \quad (3.74)$$

เนื่องจาก  $v_{m,i+1} - \hat{\rho} y_r^{(i)} = z_{i+1} + \alpha_i$  เราจะได้ว่า

$$\dot{z}_i = \alpha_i - \beta_i - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + z_{i+1} \quad (3.75)$$

ให้

$$\alpha_i = -c_i z_i - d_i \left( \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \right)^2 z_i - z_{i-1} + \beta_i + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_i - \left( \sum_{k=2}^{i-1} z_k \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) \Gamma \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \omega \quad (3.76)$$

$$\tau_i = \tau_{i-1} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y} \omega z_i \quad (3.77)$$

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{4d_i} \epsilon^T P \epsilon \quad (3.78)$$

จะได้ว่า

$$\dot{V}_i \leq - \sum_{k=1}^i -c_k z_k^2 + z_i z_{i+1} + \tilde{\theta}^T (\tau_i - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}) + \left( \sum_{k=2}^i z_k \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) (\Gamma \tau_i - \dot{\hat{\theta}}) \quad (3.79)$$

ขั้นที่  $\rho$  หาอนุพันธ์ของ (3.40) สำหรับ  $i = \rho$  จะได้ว่า

$$\dot{z}_\rho = \dot{v}_{m,\rho} - \hat{\rho} y_r^{(\rho)} - \dot{\hat{\rho}} y_r^{(\rho-1)} - \dot{\alpha}_{\rho-1} \quad (3.80)$$

$$= u + v_{m,\rho+1} - \beta_\rho - \hat{\rho} y_r^{(\rho)} - \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y} (\omega^T \tilde{\theta} + \epsilon_2) - \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (3.81)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \beta_\rho &= k_\rho v_{m,\rho} + \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y} (\xi_2 + \omega^T \hat{\theta}) + \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial \eta} (A_0 \eta + e_n y) + \sum_{j=1}^{\rho-1} \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y_r^{(j-1)}} y_r^{(j)} \\ &+ \sum_{j=1}^{m+\rho-1} \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial \lambda_j} (-k_j \lambda_1 + \lambda_{j+1}) + \left( y_r^{(\rho-1)} + \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial \hat{\rho}} \right) \dot{\hat{\rho}} \end{aligned} \quad (3.82)$$

ให้

$$\begin{aligned} u &= -c_\rho z_\rho - d_\rho \left( \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y} \right)^2 z_\rho - z_{\rho-1} + \beta_\rho + \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_\rho \\ &- \left( \sum_{k=2}^{\rho-1} z_k \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \hat{\theta}} \right) \Gamma \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y} \omega - v_{m,\rho+1} + \hat{\rho} y_r^{(\rho)} \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\tau_\rho = \tau_{\rho-1} - \frac{\partial \alpha_{\rho-1}}{\partial y} \omega z_\rho \quad (3.84)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_\rho \quad (3.85)$$

$$V_\rho = V_{\rho-1} + \frac{1}{2} z_\rho^2 + \frac{1}{4d_\rho} \epsilon^T P \epsilon \quad (3.86)$$

จะได้ว่า

$$\dot{V}_\rho \leq -\sum_{k=1}^{\rho} -c_k z_k^2 \quad (3.87)$$

จาก (3.87) และข้อกำหนดที่ระบบต้องเป็นระบบเฟสต่ำสุด ทำให้สามารถสรุปได้ว่าระบบวงปิดมีเสถียรภาพ และ  $z \rightarrow 0$

อย่างไรก็ดี ข้อจำกัดของวิธีนี้คือใช้ได้กับระบบเฟสต่ำสุดเท่านั้น ทำให้สามารถใช้กับแบบจำลอง (2.23) แต่ไม่สามารถใช้กับแบบจำลอง (2.20) หรือ (2.21) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีความถูกต้องแม่นยำกว่าได้ จึงต้องมีการศึกษาวิธีการควบคุมที่เหมาะสมกับระบบไม่เชิงเส้นเฟสไม่ต่ำสุด ซึ่งจะกล่าวถึงในตอน 3.2 ต่อไป

### 3.2 การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบตามรอยโดยประมาณสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด

ตัวอย่างของงานวิจัยเกี่ยวกับการควบคุมระบบไม่เชิงเส้นเฟสไม่ต่ำสุดเพื่อตามรอยสัญญาณอ้างอิง ได้แก่ Isidori และ Byrnes [35] ได้เสนอวิธีการควบคุมแบบตามรอยสำหรับกรณีที่มีสัญญาณอ้างอิงได้มาจากระบบพลวัตไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาและไม่มีสัญญาณเข้าอื่นๆ (time-invariant autonomous system) และ Devasia, Paden และ Chen [36] ได้เสนอวิธีการหาสัญญาณควบคุมเพื่อทำให้ระบบตามรอยสัญญาณที่กำหนดให้ล่วงหน้า

ส่วนในกรณีที่ไม่มีทราบสัญญาณอ้างอิงล่วงหน้า เช่นในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ไปตามคำสั่งของผู้ควบคุม Grizzle, Di Benedetto และ Lamnabhi-Lagarrigue [37] ได้แสดงให้เห็นว่า เงื่อนไขจำเป็นเพื่อที่จะสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้อย่างไม่มีความผิดพลาด คือระบบที่ทำการควบคุมจะต้องมีสมบัติเฟสต่ำสุด

ดังนั้นในกรณีที่ระบบที่จะควบคุมมีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุด ได้มีการเสนอวิธีการควบคุมเพื่อให้ได้การตามรอยโดยประมาณ (approximate tracking) กล่าวคือระบบสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงโดยมีความผิดพลาดในการตามรอยอยู่บ้าง เช่น Hauser, Sastry และ Kokotović [38] ได้เสนอวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นในแง่สัญญาณเข้าสัญญาณออกโดยประมาณ (approximate input/output linearization) และ Getz [16] ได้เสนอวิธีการควบคุมเพื่อทำให้พลวัตภายในเสถียรและสัญญาณออกจะตามรอยสัญญาณอ้างอิงโดยประมาณ

ในตอนนี้จะได้อธิบายรายละเอียดของวิธีการออกแบบตัวควบคุมที่เสนอใน [16]

พิจารณาระบบหนึ่งสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณออก (single input, single output system) ที่มีอันดับ

$n = \rho + \mu$  ในรูปแบบ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \end{aligned} \tag{3.88}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_\rho &= f_x(x, w) + g_x(x, w)u \\ \dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= w_3 \\ &\vdots \end{aligned} \tag{3.89}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_\mu &= f_w(x, w) + g_w(x, w)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{3.90}$$

เมื่อ

$(x, w) = [x_1, \dots, x_\rho, w_1, \dots, w_\mu]^T$  คือ สถานะของระบบ  
 $y$  คือ สัญญาณออกของระบบ  
 $u$  คือ สัญญาณควบคุม  
 $f_x, f_w, g_x, g_w$  เป็น ฟังก์ชันที่ทราบค่า

ระบบย่อย (3.88) คือส่วนพลวัตภายนอก (external dynamics) และระบบย่อย (3.89) คือส่วนพลวัตภายใน (internal dynamics) ของระบบ [3]

สังเกตว่าระบบในรูปแบบ (3.88)–(3.89) อาจเป็นระบบที่มีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุดก็ได้

วัตถุประสงค์ในการควบคุมคือ การทำให้สัญญาณออกของระบบ  $y$  ตามรอยสัญญาณอ้างอิง  $y_d$  โดยประมาณ เมื่อ  $y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n)}$  มีขนาดจำกัด

การออกแบบตัวควบคุมจะเริ่มจากการพิจารณาระบบ (3.88) โดยถ้าใช้กฎการควบคุม

$$u_x = \frac{-f_x + v_x}{g_x} \tag{3.91}$$

$$v_x = y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y_d^{(i-1)} - x_i) \tag{3.92}$$

และเลือก  $\gamma_1, \dots, \gamma_\rho$  เพื่อให้  $s^\rho + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i s^{i-1}$  เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์ (Hurwitz polynomial) จะได้ระบบวงปิดในส่วนของ (3.88) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_\rho &= y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y_d^{(i-1)} - x_i) \end{aligned} \tag{3.93}$$

หรือ เมื่อให้  $e_x = x - [y_d, \dots, y_d^{(\rho-1)}]^T$  จะได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_{x_1} &= e_{x_2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{x_\rho} &= -\sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i e_{x_i} \end{aligned} \quad (3.94)$$

ถ้าระบบ (3.88)–(3.89) เป็นระบบเฟสต่ำสุด เมื่อมีการใช้กฎการควบคุม (3.91) กับระบบ (3.89) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= w_3 \\ &\vdots \\ \dot{w}_\mu &= f_w(x, w) + g_w(x, w)u_x \end{aligned} \quad (3.95)$$

ซึ่งเป็นระบบที่มีเสถียรภาพและจะบรรลู่วัตถุประสงค์ในการควบคุม แต่เนื่องจากระบบที่พิจารณาอาจเป็นระบบเฟสไม่ต่ำสุด ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้กฎการควบคุม (3.91) กับระบบจริงได้เสมอไป

พิจารณาระบบ (3.89) เมื่อใช้กฎการควบคุม (3.91) จะสามารถหาจุดสมดุล (equilibrium point)  $w_e$  (ซึ่งอาจไม่เสถียร) ได้โดยการแก้สมการ

$$\begin{aligned} 0 &= w_{e_2} \\ &\vdots \\ 0 &= f_w(x, w_e) + g_w(x, w_e)u_x|_{w=w_e} \end{aligned} \quad (3.96)$$

หรือ

$$f_w(x, w_e)g_x(x, w_e) + g_w(x, w_e)(-f_x(x, w_e) + v_x) = 0 \quad (3.97)$$

ซึ่งจะได้ผลเฉลยเป็น  $w_e = [w_{e_1}, 0, \dots, 0]^T$  และ  $w_{e_1}$  เป็นฟังก์ชันของ  $x, y_d, \dots, y_d^{(\rho)}$

จาก (3.97) จะได้ว่า

$$-\frac{f_w(x, w_e)}{g_w(x, w_e)} = \frac{-f_x(x, w_e) + v_x}{g_x(x, w_e)} \quad (3.98)$$

นิยามสนามเวกเตอร์ (vector field)

$$N = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_\rho \\ y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y_d^{(i-1)} - x_i) \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

กฎการควบคุมที่ใช้จริงคือ

$$u = \frac{-f_w + v_w}{g_w} \quad (3.100)$$

$$v_w = L_N^\mu w_{e_1} + \sum_{i=1}^{\mu} \beta_i (L_N^{i-1} w_{e_1} - w_i) \quad (3.101)$$

เมื่อ  $L_N^i$  คือ Lie derivative อันดับที่  $i$  ตามสนามเวกเตอร์  $N$  และเลือก  $\beta_1, \dots, \beta_\mu$  เพื่อให้  $s^\mu + \sum_{i=1}^\mu \beta_i s^{i-1}$  เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์

เมื่อใช้กฎการควบคุม (3.100) กับระบบ (3.89) จะได้ระบบวงปิดของ (3.89) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= w_2 \\ &\vdots \\ \dot{w}_\mu &= L^\mu w_{e_1} + \sum_{i=1}^\mu \beta_i (L^{i-1} w_{e_1} - w_i) \end{aligned} \quad (3.102)$$

หรือ เมื่อให้  $e_w = w - [w_{e_1}, \dots, w_{e_1}^{(\mu-1)}]^T$  จะได้

$$\begin{aligned} \dot{e}_{w_1} &= e_{w_2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{w_\mu} &= - \sum_{i=1}^\mu \beta_i e_{w_i} + p_w \end{aligned} \quad (3.103)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} p_w &= \sum_{i=0}^{\mu-1} (L^i w_{e_1} - w_{e_1}^{(i)}) = \mathcal{O}(\|y_d^{(0,n)}\|_2, \|e_x\|_2, \|e_w\|_2) \\ y_d^{(0,n)} &= [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n)}] \end{aligned}$$

จากกฎการควบคุม (3.100) และระบบ (3.88) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_\rho &= f_x + \frac{g_x}{g_w} (-f_w + v_w) \end{aligned} \quad (3.104)$$

จาก (3.88), (3.98) และ (3.100) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_\rho &= y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y^{(i-1)} - x_i) + p_x \end{aligned} \quad (3.105)$$

หรือ

$$\begin{aligned} \dot{e}_{x_1} &= e_{x_2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{x_\rho} &= - \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i e_{x_i} + p_x \end{aligned} \quad (3.106)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} p_x &= g_x \left[ \frac{f_x(x, w) - v_x}{g_x(x, w)} - \frac{f_x(x, w_e) - v_x}{g_x(x, w_e)} + \frac{f_w(x, w_e)}{g_w(x, w_e)} - \frac{f_w(x, w) - v_w}{g_w(x, w)} \right] \\ &= \mathcal{O}(\|y_d^{(0,n)}\|_2, \|e_x\|_2, \|e_w\|_2) \end{aligned} \quad (3.107)$$

กำหนดฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function)

$$V = \frac{1}{2}e_x^T P_x e_x + \frac{1}{2}e_w^T P_w e_w \quad (3.108)$$

เมื่อ  $P_x$  และ  $P_w$  สอดคล้องตามสมการ

$$\Lambda_x^T P_x + P_x \Lambda_x = -I, \quad \Lambda_w^T P_w + P_w \Lambda_w = -I$$

โดยที่

$$\Lambda_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\gamma_1 & -\gamma_2 & \cdots & -\gamma_\rho \end{bmatrix}, \quad \Lambda_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & \cdots & -\beta_\mu \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}e_x^T e_x - \frac{1}{2}e_w^T e_w + e_x^T P_x b_0 p_x + e_w^T P_w b_0 p_w \quad (3.109)$$

ใน [16] ได้อธิบายว่า  $p_x, p_w$  เป็นพจน์เพอร์เทอร์เบชัน (perturbation term) ของ (3.106),(3.103) และเป็นฟังก์ชันลิปส์ชิตซ์ (Lipschitz function) ใน  $y_d^{(0,n)}, e_x$  และ  $e_w$  จากเงื่อนไขความต่อเนื่องของพจน์ต่างๆในระบบ (3.88)–(3.90) จะได้ว่ามี  $k_1, k_2$  ซึ่งทำให้

$$\|P_x b_0 p_x, P_w b_0 p_w\|_2 \leq k_1 + k_2 \|e_x, e_w\|_2 \quad (3.110)$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\dot{V} \leq -\left(\frac{1}{2} - k_2\right) \|e_x, e_w\|_2^2 + k_1 \|e_x, e_w\|_2 \quad (3.111)$$

ซึ่งในกรณีที่  $k_2 < \frac{1}{2}$  จะได้ว่า<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\left(\frac{1}{4} - \frac{k_2}{2}\right) \|e_x, e_w\|_2^2 - \left(\frac{1}{4} - \frac{k_2}{2}\right) \left[ \|e_x, e_w\|_2^2 - \frac{k_1}{\frac{1}{4} - \frac{k_2}{2}} \|e_x, e_w\|_2 \right] \\ &\leq -\left(\frac{1}{4} - \frac{k_2}{2}\right) \|e_x, e_w\|_2^2 + \frac{k_1^2}{1 - 2k_2} \end{aligned} \quad (3.112)$$

และจะสามารถพิสูจน์ได้ว่า [6]  $e_x, e_w$  จะลู่เข้าสู่เขต

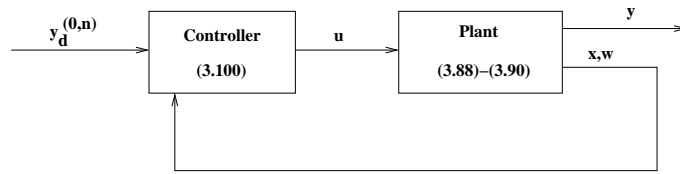
$$\|e_x, e_w\|_2 \leq \frac{2k_1}{1 - 2k_2} \quad (3.113)$$

แสดงว่า ความผิดพลาดในการตามรอยจะมีขนาดจำกัด นั่นคือระบบวงปิดสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้โดยประมาณ

สามารถแสดงแผนภาพกรอบของระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบตามรอยโดยประมาณสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุดได้ดังรูป 3.2

<sup>1</sup>ใน [16] ได้อธิบายเกี่ยวกับเงื่อนไข  $k_2 < \frac{1}{2}$  ว่า “There is nothing intrinsic to the form of our controller which allows us to guarantee that a sufficiently small  $k_2$  exists for each problem one might encounter. If necessary one could estimate an upper bound on  $k_2$  using a computer. ... By choosing  $\beta_i$  and  $\gamma_i$  such that the closed-loop system has a stable linearization, however, we know that for an arbitrarily small region about the origin, the origin is exponentially stable. So in the worst case, we have good regulation in a neighborhood of the origin irrespective of  $k_2$ .”





รูปที่ 3.1: ระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบตามรอยโดยประมาณสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด

### 3.3 การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด

ใน [16] ได้เสนอตัวควบคุมแบบคงที่ (fixed controller) ซึ่งอาจใช้ได้ไม่ดีนักหรือใช้ไม่ได้ ถ้าระบบมีพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า หรือพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะเสนอตัวควบคุมแบบปรับตัว (adaptive controller) โดยการเพิ่มตัวประมาณพารามิเตอร์เข้าไป และพิสูจน์เสถียรภาพของระบบวงปิดในทำนองเดียวกันกับผลลัพธ์ในตอนที่ 3.1

ในตอนนี้เราจะพิจารณาระบบ (3.88)–(3.90) เมื่อ

$$\begin{aligned} f_x(x, w) &= \bar{f}_x(x, w) + \phi_{f_x}(x, w)^T \theta_{f_x}, \\ g_x(x, w) &= \bar{g}_x(x, w) + \phi_{g_x}(x, w)^T \theta_{g_x}, \\ f_w(x, w) &= \bar{f}_w(x, w) + \phi_{f_w}(x, w)^T \theta_{f_w}, \\ g_w(x, w) &= \bar{g}_w(x, w) + \phi_{g_w}(x, w)^T \theta_{g_w} \end{aligned} \quad (3.114)$$

โดยที่

$\bar{f}_x, \bar{f}_w, \bar{g}_x, \bar{g}_w, \phi_{f_x}, \phi_{f_w}, \phi_{g_x}$  และ  $\phi_{g_w}$  เป็น ฟังก์ชันที่ทราบค่า ส่วน  $\theta_{f_x}, \theta_{f_w}, \theta_{g_x}$  และ  $\theta_{g_w}$  เป็น พารามิเตอร์คงที่ที่ไม่ทราบค่า

#### 3.3.1 ตัวประมาณพารามิเตอร์

เนื่องจาก  $\theta_{f_x}, \theta_{g_x}, \theta_{f_w}$  และ  $\theta_{g_w}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงจำเป็นต้องออกแบบตัวประมาณพารามิเตอร์ ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้มี 2 แบบคือ ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ (Lyapunov-based parameter estimator) และตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด (least square parameter estimator)

ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ มีข้อดีคือสามารถใช้กับระบบต่างๆได้กว้างขวาง โดยเฉพาะระบบทางกล เช่น เพนดูลัมผกผัน หรือแขนหุ่นยนต์ [39] แต่มีข้อด้อยคือสมรรถนะของระบบที่ได้อาจจะไม่สู้ดีนัก เพราะในการออกแบบจะคำนึงถึงเสถียรภาพเป็นหลัก ส่วนตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด เป็นวิธีที่พยายามทำให้ความผิดพลาดในการทำนายค่ามีน้อยสุด นั่นคือมีการคำนึงถึงสมรรถนะประกอบด้วย อีกทั้งเป็นวิธีการที่เป็นที่รู้จักแพร่หลาย และมีการศึกษาสมบัติต่างๆอย่างกว้างขวาง [9] ดังนั้นในที่นี้จึงจะใช้วิธีการทั้ง 2 แบบเพื่อเปรียบเทียบกัน



## ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ

ตัวประมาณพารามิเตอร์ในที่นี้คือ

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A_x(\hat{x} - x) + b_x(\hat{f}_x + \hat{g}_x u + \chi_x) + \Lambda_{x_0} x \\ \dot{\hat{w}} &= A_w(\hat{w} - w) + b_w(\hat{f}_w + \hat{g}_w u + \chi_w) + \Lambda_{w_0} w\end{aligned}\quad (3.115)$$

และ

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}}_{f_x} &= \alpha_{f_x} \epsilon_x^T P_x b_x \phi_{f_x} \\ \dot{\hat{\theta}}_{g_x} &= \alpha_{g_x} \epsilon_x^T P_x b_x \phi_{g_x} u \\ \dot{\hat{\theta}}_{f_w} &= \alpha_{f_w} \epsilon_w^T P_w b_w \phi_{f_w} \\ \dot{\hat{\theta}}_{g_w} &= \alpha_{g_w} \epsilon_w^T P_w b_w \phi_{g_w} u\end{aligned}\quad (3.116)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\hat{f}_x &= \bar{f}_x + \phi_{f_x}^T \hat{\theta}_{f_x}, \\ \hat{g}_x &= \bar{g}_x + \phi_{g_x}^T \hat{\theta}_{g_x}, \\ \hat{f}_w &= \bar{f}_w + \phi_{f_w}^T \hat{\theta}_{f_w}, \\ \hat{g}_w &= \bar{g}_w + \phi_{g_w}^T \hat{\theta}_{g_w}, \\ \epsilon_x &= x - \hat{x}, \\ \epsilon_w &= w - \hat{w}\end{aligned}\quad (3.117)$$

โดยที่

$\hat{x}$  และ  $\hat{w}$  คือ สถานะของตัวประมาณพารามิเตอร์

$\hat{\theta}_{f_x}, \hat{\theta}_{g_x}, \hat{\theta}_{f_w}$  และ  $\hat{\theta}_{g_w}$  คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์

$\chi_x$  และ  $\chi_w$  คือ normalization terms [10]

$\alpha_{f_x}, \alpha_{g_x}, \alpha_{f_w}$  และ  $\alpha_{g_w}$  คือ เมทริกซ์อัตราการเรียนรู้

$A_x \in \mathbb{R}^{\rho \times \rho}$  และ  $A_w \in \mathbb{R}^{\mu \times \mu}$  เป็นเมทริกซ์เฮอริวิตซ์

$$b_x = [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^\rho$$

$$b_w = [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^\mu$$

$$\Lambda_{x_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\rho \times \rho}$$

$$\Lambda_{w_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\mu \times \mu}$$

นิยาม

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_{f_x} &= \theta_{f_x} - \hat{\theta}_{f_x}, \\ \tilde{\theta}_{g_x} &= \theta_{g_x} - \hat{\theta}_{g_x}, \\ \tilde{\theta}_{f_w} &= \theta_{f_w} - \hat{\theta}_{f_w}, \\ \tilde{\theta}_{g_w} &= \theta_{g_w} - \hat{\theta}_{g_w}\end{aligned}\quad (3.118)$$

จะสามารถเขียน (3.115) ได้ในรูป

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_x &= A_x \epsilon_x + b_x [\tilde{\theta}_{f_x}^T \phi_{f_x} + \tilde{\theta}_{g_x}^T \phi_{g_x} u + \chi_x] \\ \dot{\epsilon}_w &= A_w \epsilon_w + b_w [\tilde{\theta}_{f_w}^T \phi_{f_w} + \tilde{\theta}_{g_w}^T \phi_{g_w} u + \chi_w]\end{aligned}\quad (3.119)$$

เลือก  $\chi_x$  และ  $\chi_w$  ดังนี้

$$\begin{aligned}\chi_x &= -\kappa_x (\|\phi_{f_x}\|_2^2 + \|\phi_{g_x} u\|_2^2) b_x^T P_x \epsilon_x \\ \chi_w &= -\kappa_w (\|\phi_{f_w}\|_2^2 + \|\phi_{g_w} u\|_2^2) b_w^T P_w \epsilon_w\end{aligned}\quad (3.120)$$

เมื่อ  $\kappa_x > 0$  และ  $\kappa_w > 0$  เป็นค่าคงตัว และ เมทริกซ์  $P_x > 0$  กับ  $P_w > 0$  สอดคล้องตามสมการ

$$\begin{aligned}A_x^T P_x + P_x A_x &= -I \\ A_w^T P_w + P_w A_w &= -I\end{aligned}$$

กำหนดฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function)

$$V = \frac{1}{2} \epsilon_x^T P_x \epsilon_x + \frac{1}{2} \epsilon_w^T P_w \epsilon_w + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{f_x}^T \alpha_{f_x}^{-1} \tilde{\theta}_{f_x} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{g_x}^T \alpha_{g_x}^{-1} \tilde{\theta}_{g_x} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{f_w}^T \alpha_{f_w}^{-1} \tilde{\theta}_{f_w} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{g_w}^T \alpha_{g_w}^{-1} \tilde{\theta}_{g_w} \quad (3.121)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2} \epsilon_x^T \epsilon_x - \frac{1}{2} \epsilon_w^T \epsilon_w \\ &\quad - \kappa_x (\|\phi_{f_x}\|_2^2 + \|\phi_{g_x} u\|_2^2) \epsilon_x^T P_x b_x b_x^T P_x \epsilon_x - \kappa_w (\|\phi_{f_w}\|_2^2 + \|\phi_{g_w} u\|_2^2) \epsilon_w^T P_w b_w b_w^T P_w \epsilon_w\end{aligned}\quad (3.122)$$

ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่า [10]

$$\begin{aligned}\epsilon_x, \epsilon_w &\in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty \\ \tilde{\theta}_{f_x}, \tilde{\theta}_{g_x}, \tilde{\theta}_{f_w}, \tilde{\theta}_{g_w} &\in \mathcal{L}_\infty \\ \dot{\tilde{\theta}}_{f_x}, \dot{\tilde{\theta}}_{g_x}, \dot{\tilde{\theta}}_{f_w}, \dot{\tilde{\theta}}_{g_w} &\in \mathcal{L}_2\end{aligned}$$

และค่าประมาณพารามิเตอร์จะลู่เข้าสู่ค่าจริงเมื่อสัญญาณในระบบมีสมบัติ persistently exciting

**ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด**

การออกแบบตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด จะเริ่มจากการเขียนระบบ (3.88) และ (3.89) เป็น

$$\dot{x} = F_x(x, w, u) + \Phi_x^T(x, w, u) \theta_x \quad (3.123)$$

$$\dot{w} = F_w(x, w, u) + \Phi_w^T(x, w, u) \theta_w \quad (3.124)$$

เมื่อ

$$F_x = \Lambda_{x_0} x + b_x (\bar{f}_x + \bar{g}_x u)$$

$$F_w = \Lambda_{w_0} w + b_w (\bar{f}_w + \bar{g}_w u)$$

$$\Phi_x^T = b_x \begin{bmatrix} \phi_{f_x}^T & \phi_{g_x}^T u \end{bmatrix}$$

$$\Phi_w^T = b_w \begin{bmatrix} \phi_{f_w}^T & \phi_{g_w}^T u \end{bmatrix}$$

$$\theta_x = \begin{bmatrix} \theta_{f_x} \\ \theta_{g_x} \end{bmatrix}$$

$$\theta_w = \begin{bmatrix} \theta_{f_w} \\ \theta_{g_w} \end{bmatrix}$$

$$b_x = [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^\rho$$

$$b_w = [0, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^\mu$$

$$\Lambda_{x_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\rho \times \rho}$$

$$\Lambda_{w_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\mu \times \mu}$$

กำหนด

$$\dot{\Omega}_x^T = A_x \Omega_x^T + \Phi_x^T \quad (3.125)$$

$$\dot{\Omega}_w^T = A_w \Omega_w^T + \Phi_w^T \quad (3.126)$$

$$\dot{\Omega}_{0_x} = A_x (x + \Omega_{0_x}) - F_x \quad (3.127)$$

$$\dot{\Omega}_{0_w} = A_w (w + \Omega_{0_w}) - F_w \quad (3.128)$$

และ

$$\mathcal{Y}_x = x + \Omega_{0_x} \quad (3.129)$$

$$\mathcal{Y}_w = w + \Omega_{0_w} \quad (3.130)$$

เมื่อ

$A_x \in \mathbb{R}^{\rho \times \rho}$  และ  $A_w \in \mathbb{R}^{\mu \times \mu}$  เป็นเมทริกซ์เฮอริวิตซ์

จะได้ว่า

$$\mathcal{Y}_x = \Omega_x^T \theta_x + \tilde{\epsilon}_x \quad (3.131)$$

$$\mathcal{Y}_w = \Omega_w^T \theta_w + \tilde{\epsilon}_w \quad (3.132)$$

เมื่อ

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_x = A_x \tilde{\epsilon}_x \quad (3.133)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_w = A_w \tilde{\epsilon}_w \quad (3.134)$$

ซึ่ง  $\tilde{\epsilon}_x, \tilde{\epsilon}_w$  จะเข้าสู่ศูนย์แบบเลขชี้กำลัง

เนื่องจาก  $\mathcal{Y}_x$  และ  $\mathcal{Y}_w$  มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงสามารถออกแบบตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยที่สุดในเวลาต่อเนื่อง (continuous time) ได้เป็น

$$\epsilon_x = \mathcal{Y}_x - \Omega_x^T \hat{\theta}_x \quad (3.135)$$

$$\epsilon_w = \mathcal{Y}_w - \Omega_w^T \hat{\theta}_w \quad (3.136)$$

$$\dot{\Gamma}_x = \lambda_x \Gamma_x - \Gamma_x \Omega_x^T \Omega_x \Gamma_x, \quad \Gamma_x(0) > 0 \quad (3.137)$$

$$\dot{\Gamma}_w = \lambda_w \Gamma_w - \Gamma_w \Omega_w^T \Omega_w \Gamma_w, \quad \Gamma_w(0) > 0 \quad (3.138)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_x = \Gamma_x \Omega_x^T \epsilon_x \quad (3.139)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_w = \Gamma_w \Omega_w^T \epsilon_w \quad (3.140)$$

หรือในเวลาเต็มหน่วย (discrete time) ได้เป็น

$$\epsilon_x(n) = \mathcal{Y}_x - \Omega_x^T \hat{\theta}_x(n) \quad (3.141)$$

$$\epsilon_w(n) = \mathcal{Y}_w - \Omega_w^T \hat{\theta}_w(n) \quad (3.142)$$

$$\Gamma_x(n+1) = (I - K_x(n) \Omega_x^T) \Gamma_x(n) / \lambda_x, \quad \Gamma_x(0) > 0 \quad (3.143)$$

$$\Gamma_w(n+1) = (I - K_w(n) \Omega_w^T) \Gamma_w(n) / \lambda_w, \quad \Gamma_w(0) > 0 \quad (3.144)$$

$$\hat{\theta}_x(n+1) = \hat{\theta}_x(n) + K_x(n) \epsilon_x(n) \quad (3.145)$$

$$\hat{\theta}_w(n+1) = \hat{\theta}_w(n) + K_w(n) \epsilon_w(n) \quad (3.146)$$

$$K_x(n) = \Gamma_x(n) \Omega_x (\lambda_x + \Omega_x^T \Gamma_x(n) \Omega_x)^{-1} \quad (3.147)$$

$$K_w(n) = \Gamma_w(n) \Omega_w (\lambda_w + \Omega_w^T \Gamma_w(n) \Omega_w)^{-1} \quad (3.148)$$

เมื่อ

$\hat{\theta}_x, \hat{\theta}_w$  เป็นค่าประมาณพารามิเตอร์

$\epsilon_x, \epsilon_w$  เป็นค่าความผิดพลาดในการประมาณ

$\lambda_x, \lambda_w$  เป็น forgetting factor

$\Gamma_x, \Gamma_w$  เป็นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance matrix)

### 3.3.2 ตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว

เนื่องจาก  $\theta_{f_x}, \theta_{g_x}, \theta_{f_w}$  และ  $\theta_{g_w}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นการหากฎการควบคุมที่ใช้ในกรณีนี้เริ่มจาก

$$u_x = \frac{-\hat{f}_x + v_x}{\hat{g}_x} \quad (3.149)$$

$$v_x = y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y_d^{(i-1)} - x_i) \quad (3.150)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \hat{f}_x &= \bar{f}_x + \phi_{f_x}^T \hat{\theta}_{f_x}, \\ \hat{g}_x &= \bar{g}_x + \phi_{g_x}^T \hat{\theta}_{g_x}, \\ \hat{f}_w &= \bar{f}_w + \phi_{f_w}^T \hat{\theta}_{f_w}, \\ \hat{g}_w &= \bar{g}_w + \phi_{g_w}^T \hat{\theta}_{g_w} \end{aligned} \quad (3.151)$$

โดยที่

$\hat{\theta}_{f_x}, \hat{\theta}_{g_x}, \hat{\theta}_{f_w}$  และ  $\hat{\theta}_{g_w}$  คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์

และเลือก  $\gamma_1, \dots, \gamma_\rho$  เพื่อให้  $s^\rho + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i s^{i-1}$  เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์ จะได้ระบบวงปิดของ (3.88) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_\rho &= y_d^{(\rho)} + \sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i (y_d^{(i-1)} - x_i) + \phi_{f_x}^T \tilde{\theta}_{f_x} + \phi_{g_x}^T \tilde{\theta}_{g_x} u_x \end{aligned} \quad (3.152)$$

พิจารณาระบบ (3.89) เมื่อใช้กฎการควบคุม (3.149) จะสามารถหาจุดสมดุล  $w_e$  (ซึ่งอาจไม่เสถียร) ได้โดยการแก้สมการ

$$\begin{aligned} 0 &= w_{e2} \\ &\vdots \\ 0 &= f_w(x, w_e) + g_w(x, w_e)u_x|_{w=w_e} \end{aligned} \quad (3.153)$$

หรือ

$$f_w(x, w_e)\hat{g}_x(x, w_e) + g_w(x, w_e)(-\hat{f}_x(x, w_e) + v_x) = 0 \quad (3.154)$$

ซึ่งจะได้คำตอบเป็น  $w_e = [w_{e1}, 0, \dots, 0]^T$  แต่เนื่องจาก  $f_w$  และ  $g_w$  เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นสมการที่ใช้ในการหา  $w_e$  คือ

$$\hat{f}_w(x, w_e)\hat{g}_x(x, w_e) + \hat{g}_w(x, w_e)(-\hat{f}_x(x, w_e) + v_x) = 0 \quad (3.155)$$

ซึ่งจะได้  $w_{e1}$  เป็นฟังก์ชันของ  $x, y_d, \dots, y_d^{(\rho)}, \hat{\theta}_{f_x}, \hat{\theta}_{g_x}, \hat{\theta}_{f_w}, \hat{\theta}_{g_w}$

จาก (3.155) จะได้ว่า

$$\frac{\hat{f}_w(x, w_e)}{\hat{g}_w(x, w_e)} = \frac{-\hat{f}_x(x, w_e) + v_x}{\hat{g}_x(x, w_e)} \quad (3.156)$$

กฎการควบคุมที่ใช้จริงคือ

$$u = \frac{-\hat{f}_w + v_w}{\hat{g}_w} \quad (3.157)$$

$$v_w = L_N^\mu w_{e1} + \sum_{i=1}^{\mu} \beta_i (L_N^{i-1} w_{e1} - w_i) \quad (3.158)$$

เมื่อ

$$e_{w_e} = \begin{bmatrix} w_1 - w_{e1} \\ w_2 - L_N w_{e1} \\ \vdots \\ w_\mu - L_N^{\mu-1} w_{e1} \end{bmatrix}, \quad b_w = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

และ  $P_w$  สอดคล้องกับสมการ

$$\Lambda_w^T P_w + P_w \Lambda_w = -I$$

โดยที่

$$\Lambda_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & \cdots & -\beta_\mu \end{bmatrix}$$

และเลือก  $\beta_1, \dots, \beta_\mu$  เพื่อให้  $s^\mu + \sum_{i=1}^{\mu} \beta_i s^{i-1}$  เป็นพหุนามเฮอริวิตซ์

เมื่อใช้กฎการควบคุม (3.157) กับระบบ (3.89) และให้  $e_w = w - [w_{e_1}, \dots, w_{e_1}^{(\mu-1)}]^T$  จะได้จะได้ระบบวงปิดของ (3.89) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{e}_{w_1} &= e_{w_2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{w_\mu} &= -\sum_{i=1}^{\mu} \beta_i e_{w_i} + \bar{p}_w \end{aligned} \quad (3.159)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \bar{p}_w &= \mathcal{O}(\|y_d^{(0,n)}\|_2, \|e_x\|_2, \|e_w\|_2, \|\tilde{\theta}\|_2, \|\epsilon_x\|_2, \|\epsilon_w\|_2) \\ \tilde{\theta} &= [\tilde{\theta}_{f_x}, \tilde{\theta}_{g_x}, \tilde{\theta}_{f_w}, \tilde{\theta}_{g_w}], \quad y_d^{(0,n)} = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n)}] \end{aligned}$$

จากกฎการควบคุม (3.157) และระบบ (3.88) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_\rho &= f_x + \frac{g_x}{\hat{g}_w} (-\hat{f}_w + v_w) \end{aligned} \quad (3.160)$$

จาก (3.88), (3.156), (3.157) และให้  $e_x = x - [y_d, \dots, y_d^{(\rho)}]^T$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{e}_{x_1} &= e_{x_2} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{x_\rho} &= -\sum_{i=1}^{\rho} \gamma_i e_{x_i} + \bar{p}_x \end{aligned} \quad (3.161)$$

เมื่อ

$$\bar{p}_x = \mathcal{O}(\|y_d^{(0,n)}\|_2, \|e_x\|_2, \|e_w\|_2, \|\tilde{\theta}\|_2, \|\epsilon_x\|_2, \|\epsilon_w\|_2) \quad (3.162)$$

กำหนดฟังก์ชันเลียปูนอฟ

$$V = \frac{1}{2} e_x^T P_x e_x + \frac{1}{2} e_w^T P_w e_w \quad (3.163)$$

เมื่อ  $P_x$  และ  $P_w$  สอดคล้องตามสมการ

$$\Lambda_x^T P_x + P_x \Lambda_x = -I, \quad \Lambda_w^T P_w + P_w \Lambda_w = -I$$

โดยที่

$$\Lambda_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\gamma_1 & -\gamma_2 & \cdots & -\gamma_\rho \end{bmatrix}, \quad \Lambda_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\beta_1 & -\beta_2 & \cdots & -\beta_\mu \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e_x^T e_x + e_x^T P_x b_0 \bar{p}_x - \frac{1}{2}e_w^T e_w + e_w^T P_w b_0 \bar{p}_w \quad (3.164)$$

จากเงื่อนไขความต่อเนื่องของพจน์ต่างๆ ในระบบ (3.88)–(3.90) และในตัวประมาณพารามิเตอร์ จะได้ว่ามี  $c_1, c_2$  ซึ่งทำให้

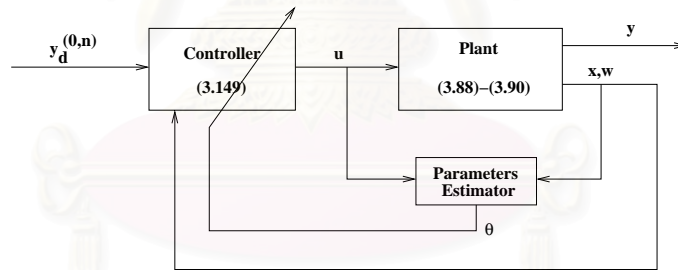
$$\dot{V} \leq -\left(\frac{1}{2} - c_2\right)\|e_x, e_w\|_2^2 + c_1\|e_x, e_w\|_2 \quad (3.165)$$

ซึ่งในกรณีที่  $c_2 < \frac{1}{2}$  จะพิสูจน์ได้ในทำนองเดียวกันกับกรณีที่รู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอนว่า  $e_x, e_w$  จะลู่เข้าสู่เซต

$$\|e_x, e_w\|_2 \leq \frac{2c_1}{1 - 2c_2} \quad (3.166)$$

แสดงว่า ความผิดพลาดในการตามรอยจะมีขนาดจำกัด นั่นคือระบบวงปิดสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้โดยประมาณ

สามารถแสดงแผนภาพกรอบของระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุดได้ ดังรูป 3.3.2



รูปที่ 3.2: ระบบควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด

### 3.4 สรุป

ในบทนี้กล่าวถึง การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัว สำหรับระบบไม่เชิงเส้นที่มีสมบัติเฟสไม่ต่ำสุด และไม่ทราบค่าพารามิเตอร์แน่นอน โดยใช้วิธีการควบคุมแบบตามรอยโดยประมาณ และเพิ่มตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยพิจารณาตัวประมาณพารามิเตอร์สองชนิดคือ ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ และตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่าภายใต้เงื่อนไขหนึ่ง ระบบควบคุมวงปิดจะมีเสถียรภาพและความผิดพลาดในการตามรอยมีขนาดจำกัด

## บทที่ 4

### ผลการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบตัวควบคุมจะทำการออกแบบกับแบบจำลองอย่างง่ายของระบบแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวโดยจำลองโมดอ่อนตัว (flexible mode) เพียงหนึ่งโหมด ( $N = 1$ ) และใช้สมมติฐานที่ว่าระยะเบี่ยงเบนของปลายแขนมีค่าน้อย ซึ่งจาก (2.21) และ (2.22) จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวเป็น

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_4 \\ 0 \\ \theta_8 \end{bmatrix} u \quad (4.1)$$

เมื่อ

$x = [y, \dot{y}, w, \dot{w}]^T$  คือ สถานะของระบบ  
 $y$  คือ ตำแหน่งปลายแขน  
 $w$  คือ ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน  
 $u$  คือ แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

และ  $\theta_1, \dots, \theta_8$  คือพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ซึ่งในที่นี้ถือว่าไม่รู้ค่าแน่นอนและต้องทำการประมาณ

ในการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์จะใช้แบบจำลองที่มีความละเอียดสูงขึ้นโดยจำลองโมดอ่อนตัวสี่โหมด ( $N = 4$ ) เพื่อแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบกับแบบจำลองอย่างง่ายสามารถใช้ควบคุมระบบที่มีความถูกต้องมากขึ้นได้ และสาเหตุที่เลือกใช้โมดอ่อนตัวสี่โหมดเนื่องจากขนาดของตัวแปรสถานะที่เป็นโมดอ่อนตัวอันดับสูงขึ้นไปจะมีค่าน้อยมากและจะมีผลน้อยมากต่อลักษณะของระบบโดยรวม

ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวที่ใช้ในที่นี้ได้จากคู่มือของชุดทดลองแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว [18] ซึ่งเป็นครุภัณฑ์ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งมีค่าต่างๆดังนี้

- มอดูลัสของยังของแขน  $E = 200 \times 10^9 \text{ Nm}^{-1}$
- โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงพื้นที่หน้าตัดของแขน  $I = 8.226 \times 10^{-13} \text{ m}^4$
- มวลต่อหน่วยความยาวของแขน  $\rho = 0.1333 \text{ kgm}^{-1}$
- โมเมนต์ความเฉื่อยของฐาน  $J_0 = 2 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$
- ความยาวของแขน (เปลี่ยนแปลงได้)  $L = 0.45 \text{ m}$



- มวลที่ปลายแขน (เปลี่ยนแปลงได้)  $M_p = 0.05 \text{ kg}$
- ความต้านทานของมอเตอร์  $R_m = 2.6 \ \Omega$
- ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์  $K_\tau = 70 \times 7.67 \times 10^{-3} \text{ NmA}^{-1}$
- ค่าคงที่แรงดันของมอเตอร์  $K_b = 70 \times 7.67 \times 10^{-3} \text{ Vs}$

## 4.2 กรณีที่ใช้ในการจำลองแบบ

การจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์จะแสดงใน 5 กรณีคือ

1. กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน
2. กรณีที่มวลที่ปลายแขน ( $M_p$ ) เพิ่มขึ้น 100% เป็น 0.10 kg
3. กรณีที่มวลที่ปลายแขน ( $M_p$ ) ลดลง 50% เป็น 0.025 kg
4. กรณีที่ความยาวของแขน ( $L$ ) เพิ่มขึ้น 11% เป็น 0.50 m
5. กรณีที่ความยาวของแขน ( $L$ ) ลดลง 22% เป็น 0.35 m

ส่วนตัวควบคุมที่ใช้จะเลือกใช้ตัวควบคุม 3 แบบ คือ

1. แบบไม่มีการปรับตัว
2. แบบมีการปรับตัว โดยใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ
3. แบบมีการปรับตัว โดยใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด

การเลือกพารามิเตอร์ในตัวควบคุม (3.100) โดยทั่วไปยังไม่มีหลักเกณฑ์ที่แน่นอน แต่ใน [16] ได้แนะนำวิธีการหนึ่ง คือการหาระบบที่เป็นการประมาณเชิงเส้น (linearized system) ของ (3.104) และ (3.102) จากนั้นจึงเลือกค่า  $\gamma_1, \dots, \gamma_\rho$  และ  $\beta_1, \dots, \beta_\mu$  เพื่อให้ขั้วของ (3.104) และ (3.102) อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม ซึ่งในที่นี้จะให้ขั้วดังกล่าวอยู่ที่

$$-25.44 \pm j6.548$$

$$-4.674 \pm j1.910$$

และจะได้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ใช้คือ

$$\gamma_1 = 27.09, \quad \gamma_2 = 9.679, \quad \beta_1 = 1.199 \times 10^3, \quad \beta_2 = 63.66$$

ในกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ การหาเมทริกซ์อัตราการปรับตัว  $\alpha_{f_x}, \alpha_{g_w}, \alpha_{f_w}$  และ  $\alpha_{g_w}$  ใน (3.116) ก็ยังไม่มีหลักเกณฑ์ที่แน่นอนเช่นกัน ในที่นี้จะใช้วิธีที่จะอธิบายต่อไป ซึ่งพบว่าทำให้ได้ผลตอบสนองที่ดี

ในตอนแรกจะให้  $\alpha_{f_x}, \alpha_{g_w}, \alpha_{f_w}$  และ  $\alpha_{g_x}$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ไปก่อน แล้วทำการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์  $\theta_i$  แต่ละตัวในแต่ละคาบของผลตอบสนอง แล้วพยายามปรับค่าสมาชิกในเมทริกซ์อัตราการเรียนรู้ เพื่อให้ให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์แต่ละตัวในแต่ละคาบมีขนาดใกล้เคียงกัน โดยถ้าพารามิเตอร์ตัวใดเปลี่ยนแปลงมาก ก็ลดอัตราการปรับตัวของพารามิเตอร์ตัวนั้นลง (และกลับกัน) จนได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์แต่ละตัวใกล้เคียงกัน จากวิธีดังกล่าว ค่าพารามิเตอร์ของตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟที่ใช้ในการจำลองแบบคือ

$$A_x = A_w = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{f_x} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20000 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{g_x} = 90$$

$$\alpha_{f_w} = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 0 & 20000 & 0 \\ 0 & 0 & 400 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{g_w} = 180$$

ในกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้คือ

$$A_x = A_w = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_x = \lambda_w = 0.1$$

$$\Gamma_x(0) = \Gamma_w(0) = 10^4 I$$

โดย  $\Gamma_x(0)$  และ  $\Gamma_w(0)$  คือค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวเริ่มต้นของค่าประมาณพารามิเตอร์ซึ่งในที่นี้ถือว่าไม่ทราบค่า ส่วน  $\lambda_x$  และ  $\lambda_w$  คือค่า forgetting factor ซึ่งจะมีผลต่ออัตราการเรียนรู้

เนื่องจากเราถือว่าพารามิเตอร์ของระบบไม่ทราบค่า จึงให้ค่า  $\Gamma_x(0), \Gamma_w(0)$  มีค่ามากไว้ก่อน ในกรณีของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวในงานวิจัยนี้ ได้ลองใช้  $\Gamma_x(0) = \Gamma_w(0) = 10I, 10^2I, 10^4I, 10^6I, 10^8I$  พบว่า ค่า  $\Gamma_x(0), \Gamma_w(0)$  ที่มากกว่า  $10^4I$  ไม่ทำให้ผลตอบสนองเปลี่ยนแปลงไปจากการใช้ค่า  $\Gamma_x(0), \Gamma_w(0)$  เท่ากับ  $10^4I$  อย่างเห็นเด่นชัด ดังนั้นในที่นี้จึงเลือกใช้  $\Gamma_x(0) = \Gamma_w(0) = 10^4I$  ส่วนที่ไม่ใช้ค่าที่มากกว่านี้เนื่องจากการทดลองจริงค่าที่มากเกินไปจะทำให้สัญญาณรบกวนส่งผลต่อค่าประมาณพารามิเตอร์มาก

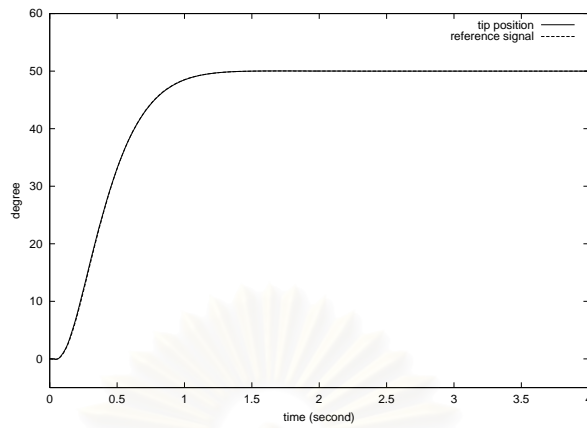
## 4.3 ผลการจำลองแบบ

### 4.3.1 กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน

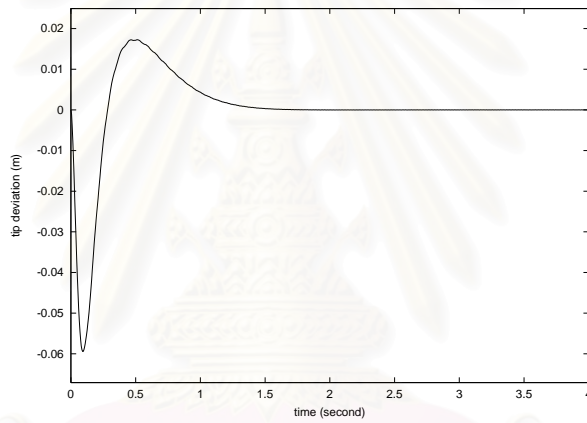
รูป 4.1 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน และไม่มีการปรับตัว



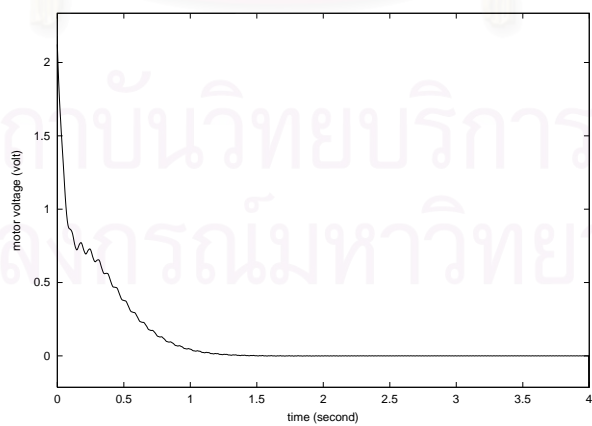
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน



(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.1: กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอนและไม่มี การปรับตัว

### 4.3.2 กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100%

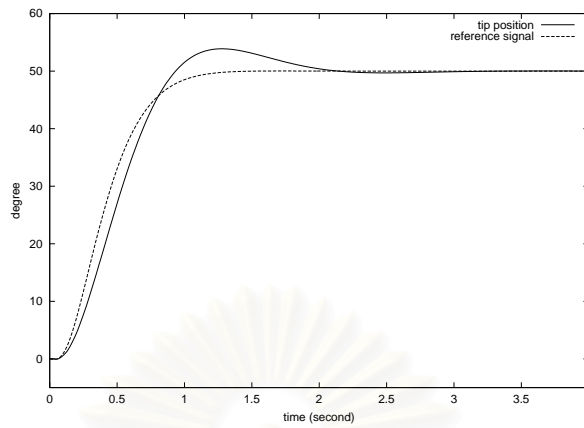
รูป 4.2 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัว เมื่อมวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และไม่มีการปรับตัว

รูป 4.3 และ 4.4 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ โดยรูป 4.3 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 48 วินาที และ รูป 4.4 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว

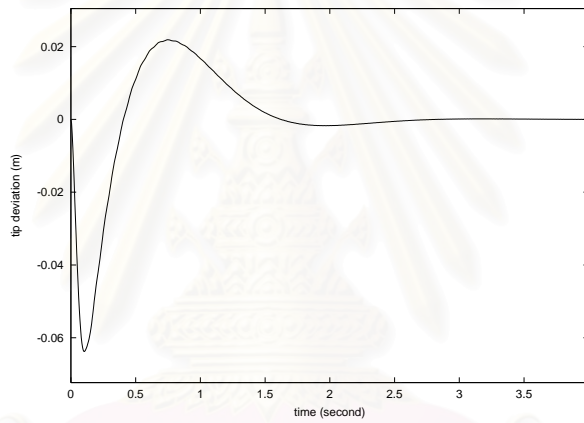
รูป 4.5 และ 4.6 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด โดยรูป 4.5 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 24 วินาที และ รูป 4.6 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



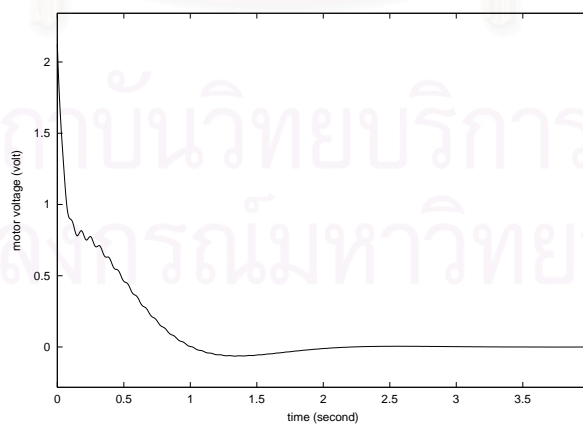
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

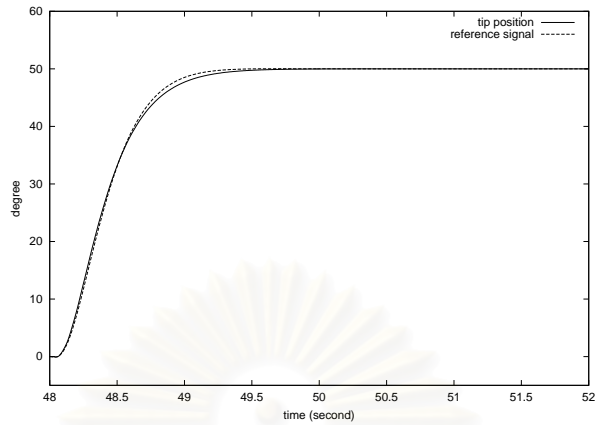


(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน

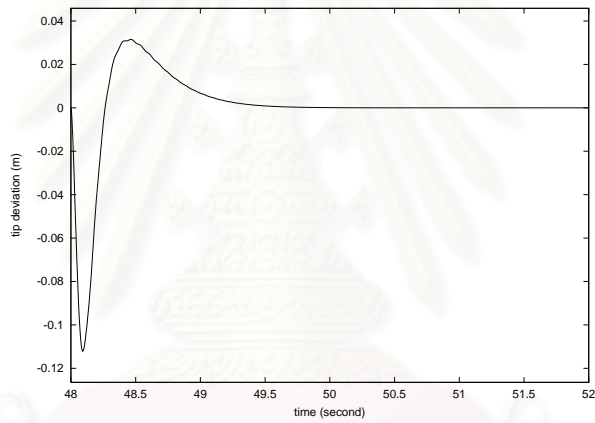


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

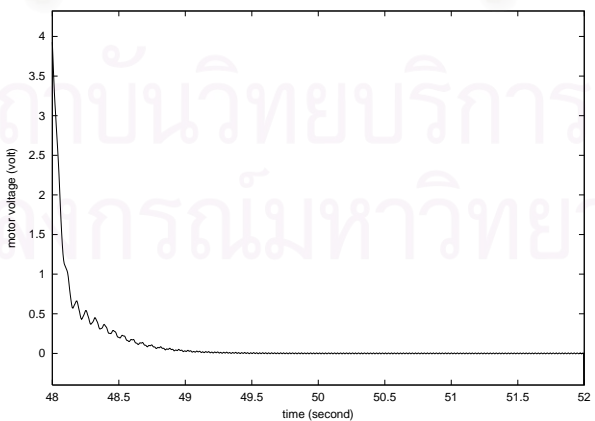
รูปที่ 4.2: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน



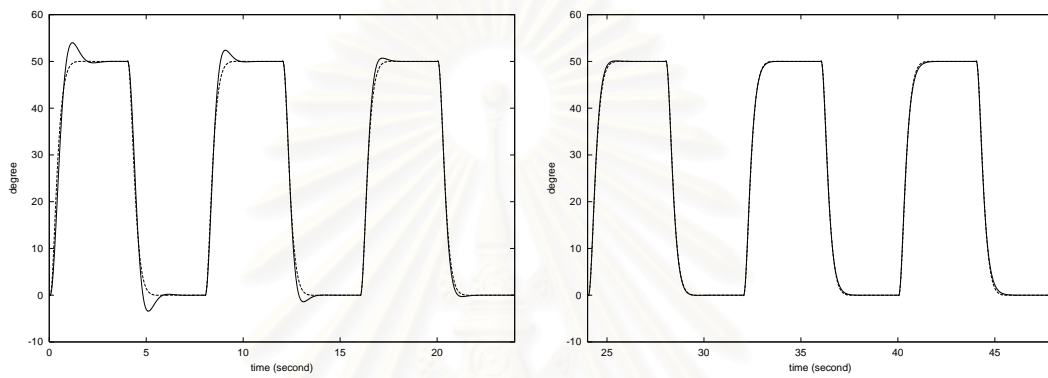
(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน



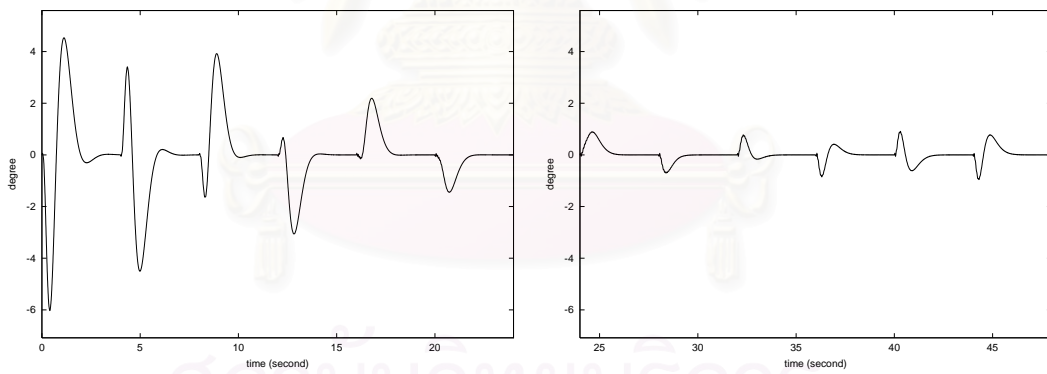
(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.3: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ



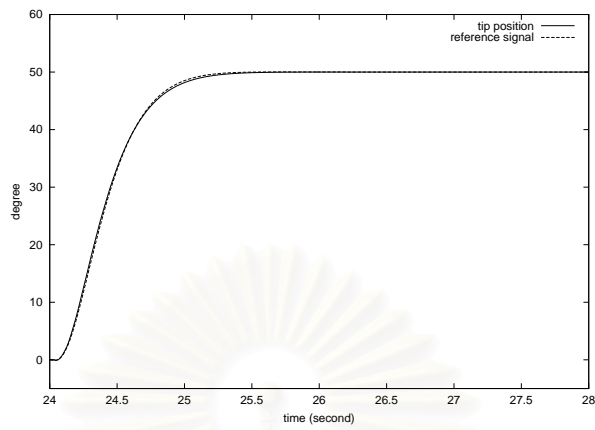


(a) ตำแหน่งปลายแขน

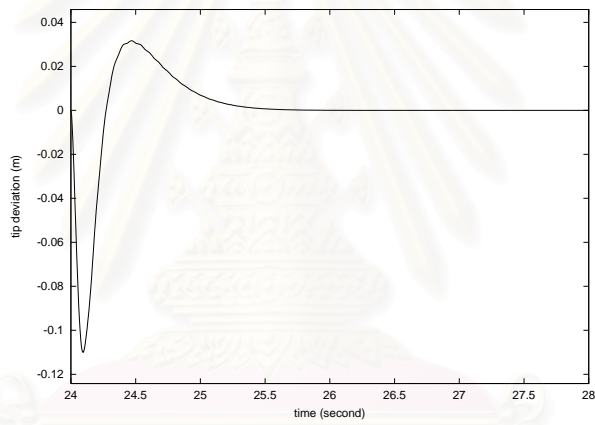


(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

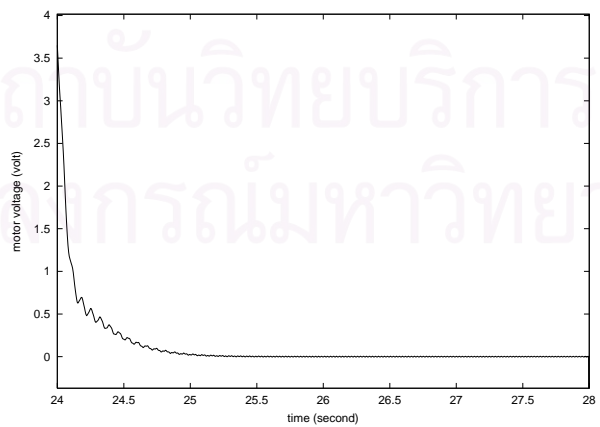
รูปที่ 4.4: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ



(a) ตำแหน่งปลายแขน

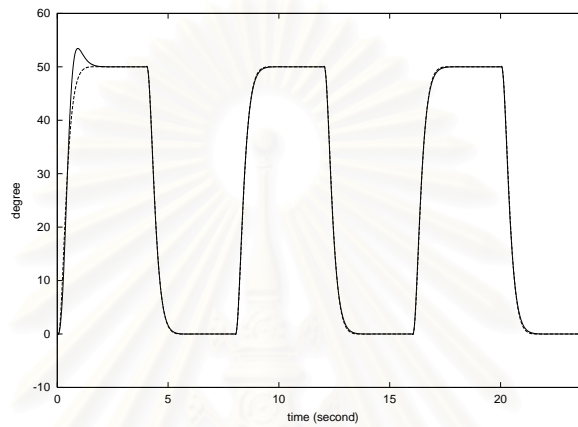


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

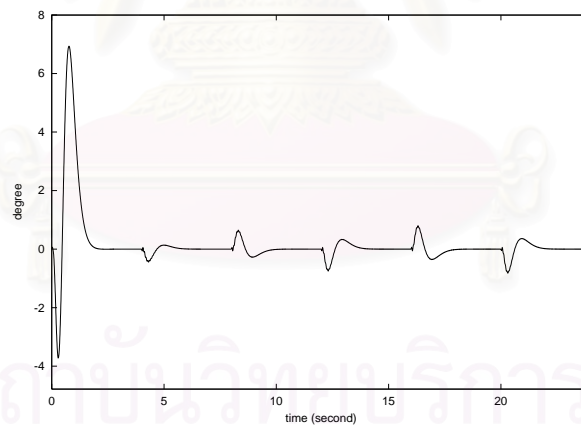


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.5: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 4.6: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด

### 4.3.3 กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50%

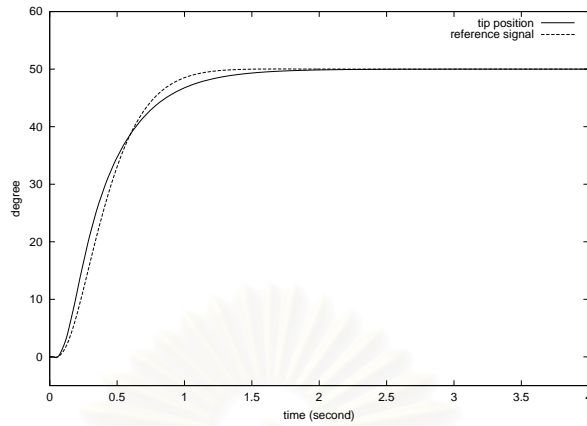
รูป 4.7 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัว เมื่อมวลที่ปลายแขนลดลง 50% และไม่มีการปรับตัว

รูป 4.8 และ 4.9 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ โดยรูป 4.8 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 48 วินาที และ รูป 4.9 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว

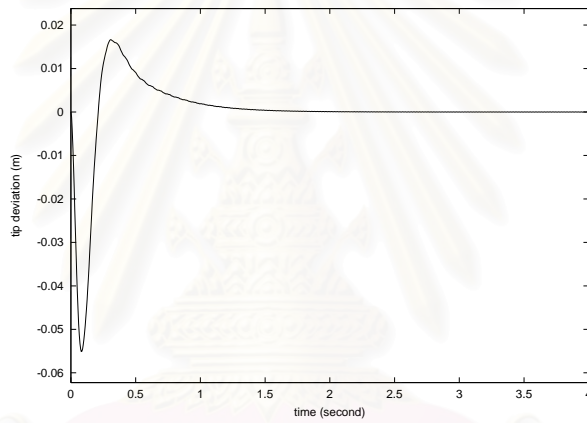
รูป 4.10 และ 4.11 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด โดยรูป 4.10 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 24 วินาที และ รูป 4.11 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



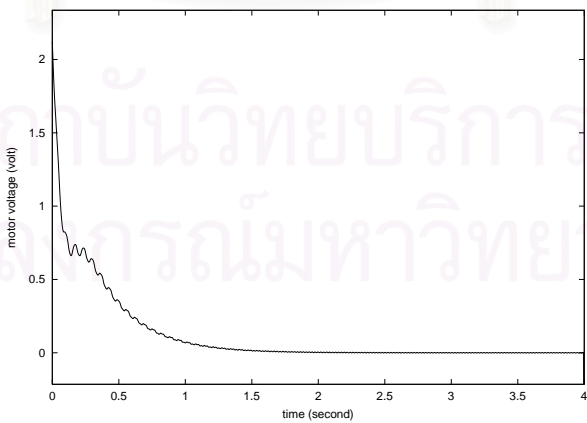
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

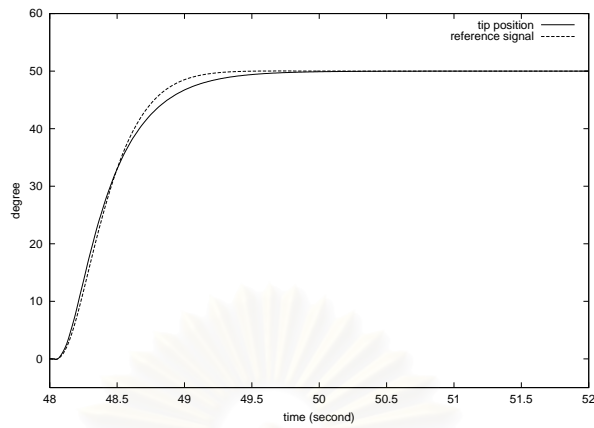


(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน

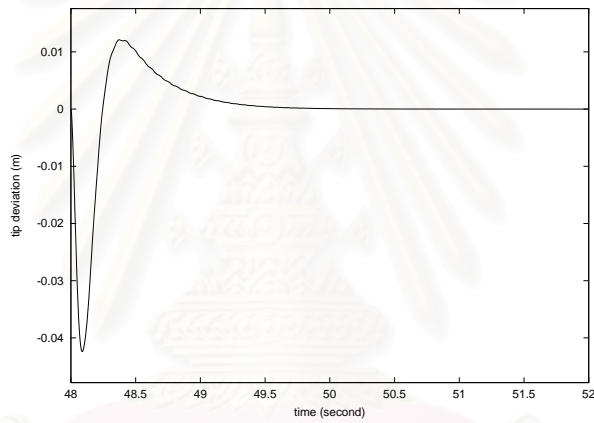


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

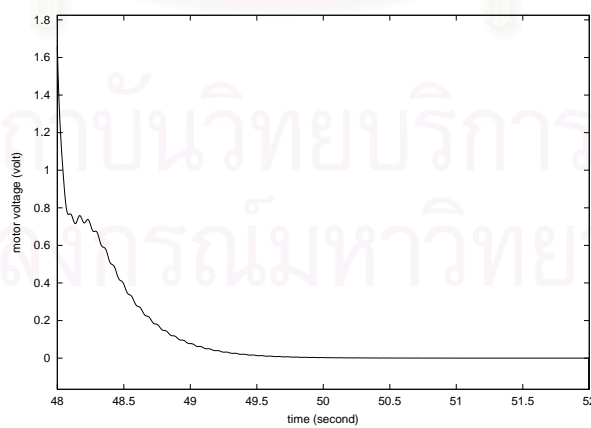
รูปที่ 4.7: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน

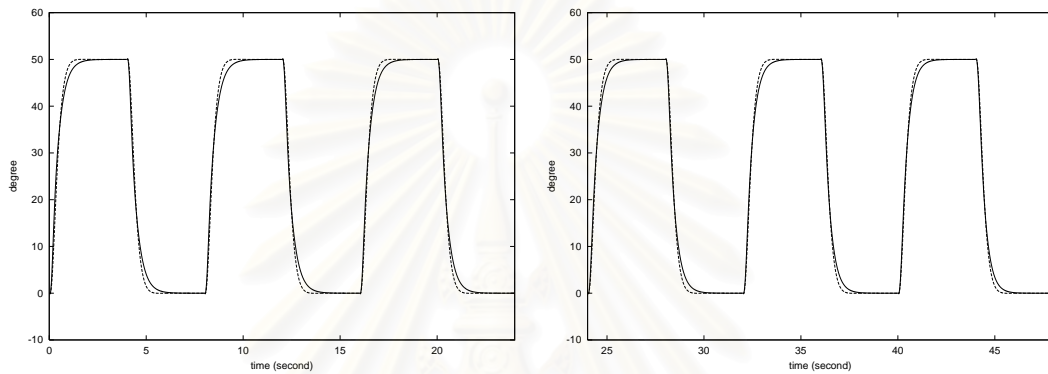


(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน

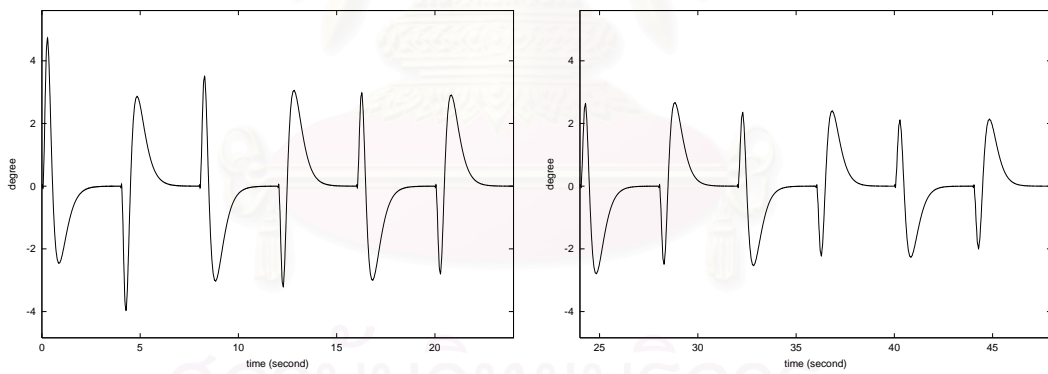


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.8: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ



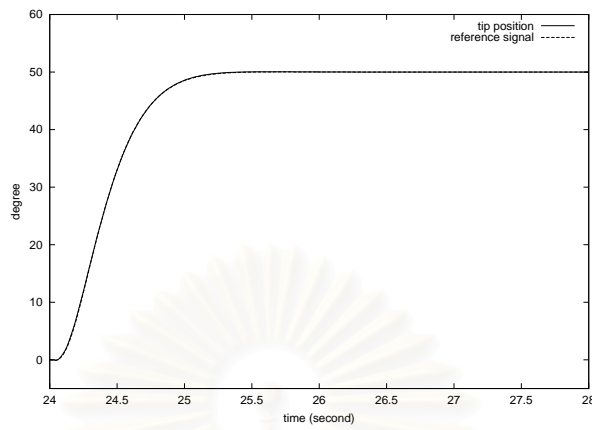
(a) ตำแหน่งปลายทาง



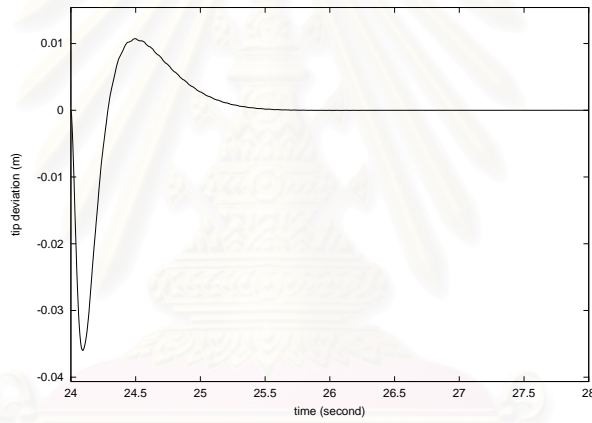
(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 4.9: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ

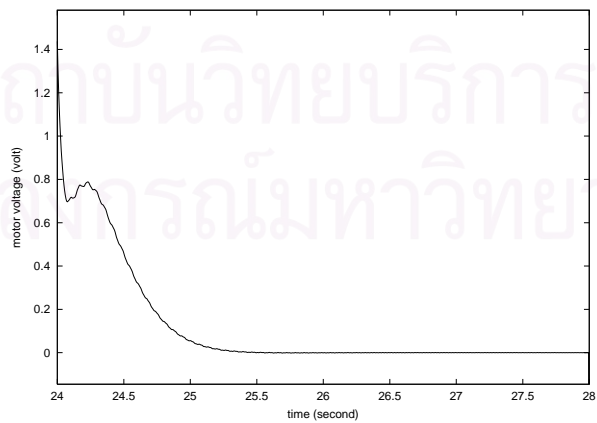




(a) ตำแหน่งปลายแขน

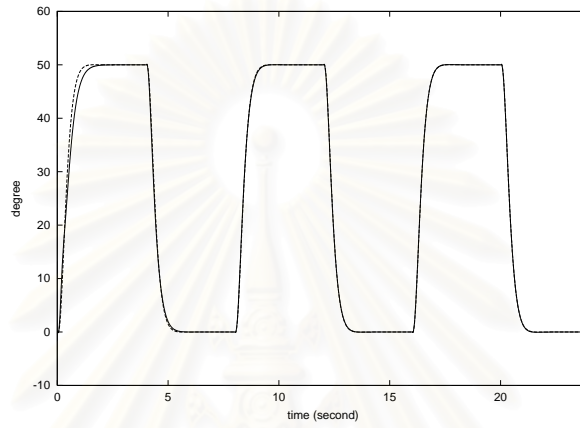


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

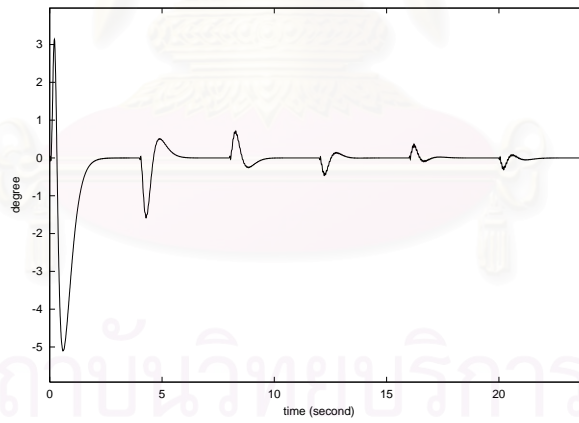


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.10: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 4.11: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด

#### 4.3.4 กรณีที่ความยาวแขนเพิ่มขึ้น 11%

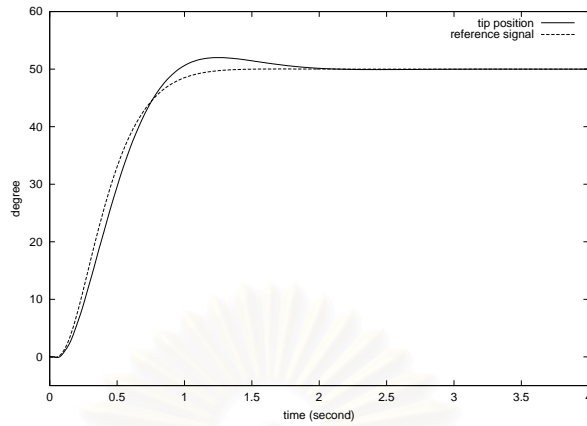
รูป 4.12 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และไม่มีการปรับตัว

รูป 4.13 และ 4.14 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ โดยรูป 4.13 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 48 วินาที และ รูป 4.14 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว

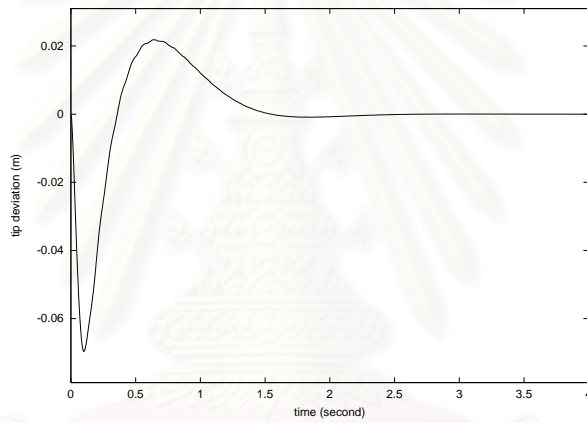
รูป 4.15 และ 4.16 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด โดยรูป 4.15 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 24 วินาที และ รูป 4.16 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



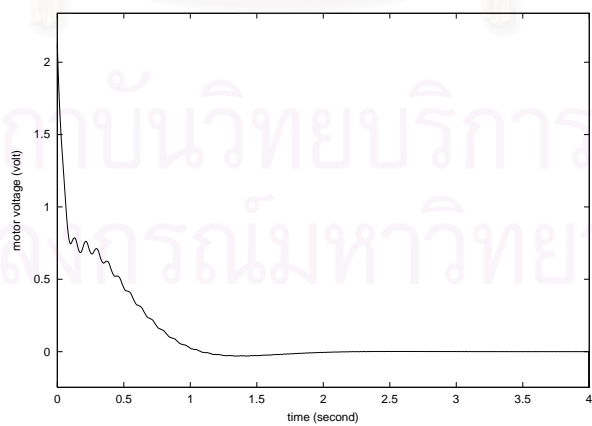
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

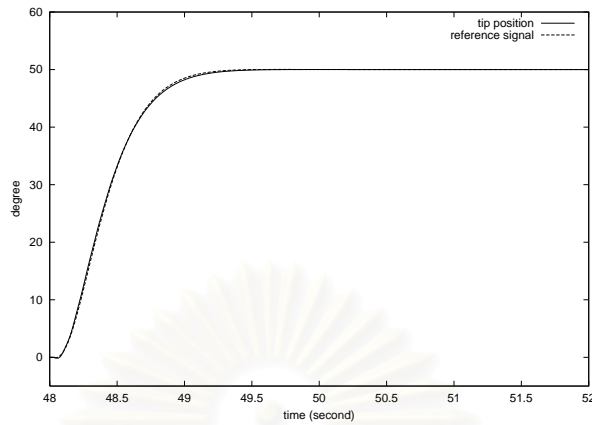


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

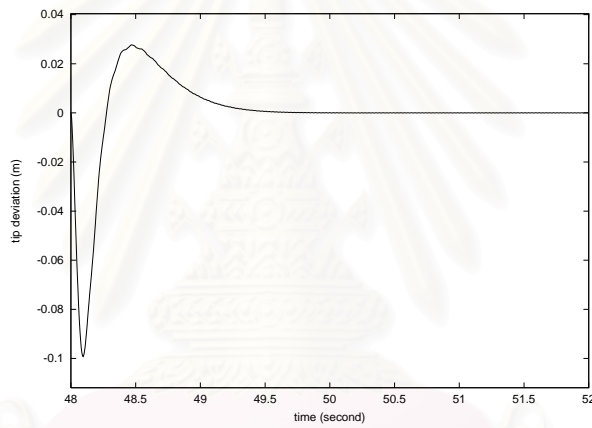


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

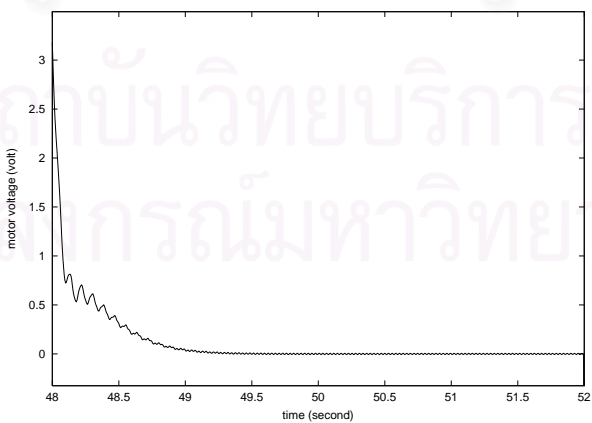
รูปที่ 4.12: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน

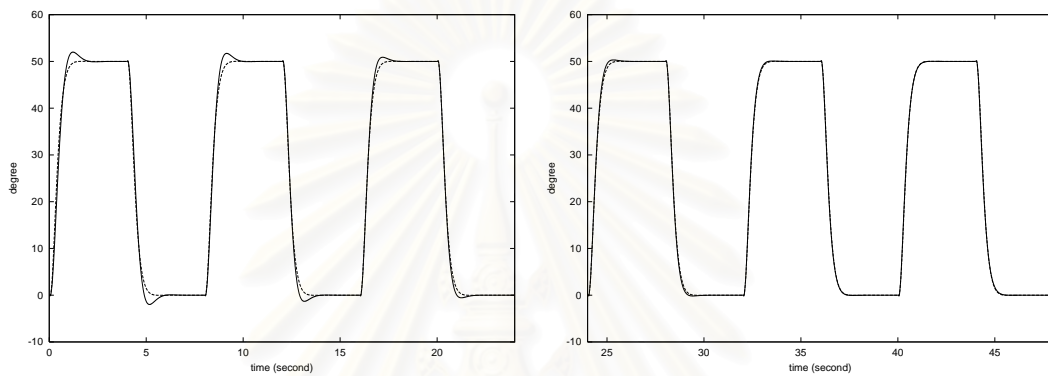


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

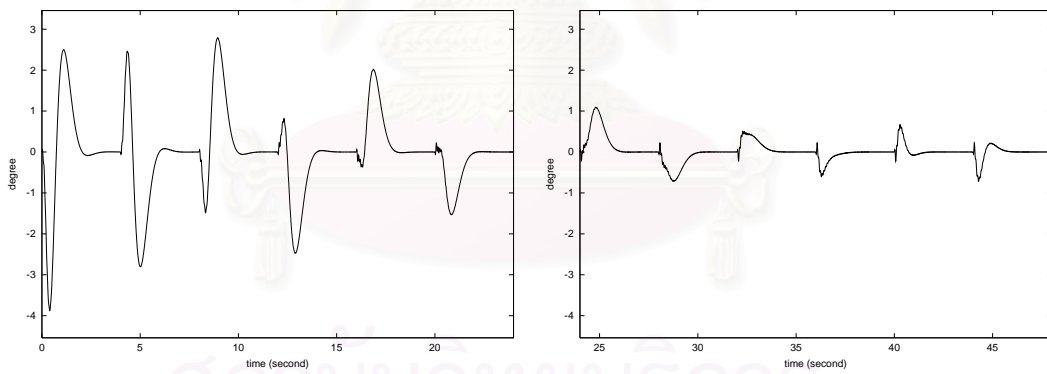


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.13: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ

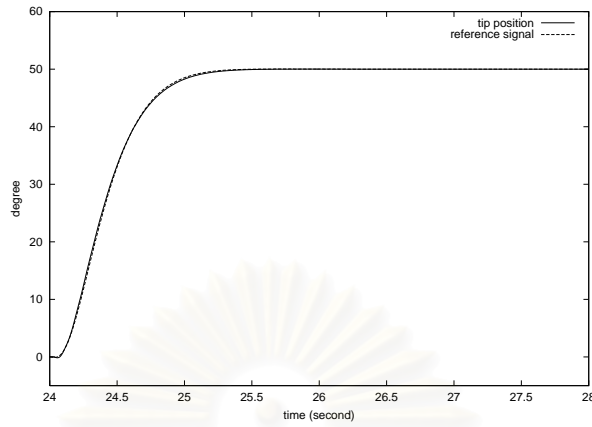


(a) ตำแหน่งปลายแขน

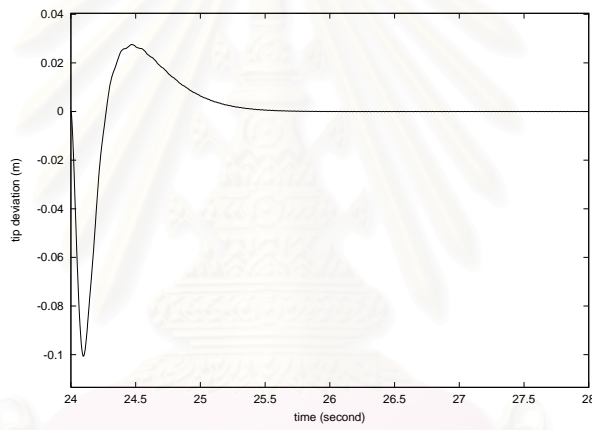


(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

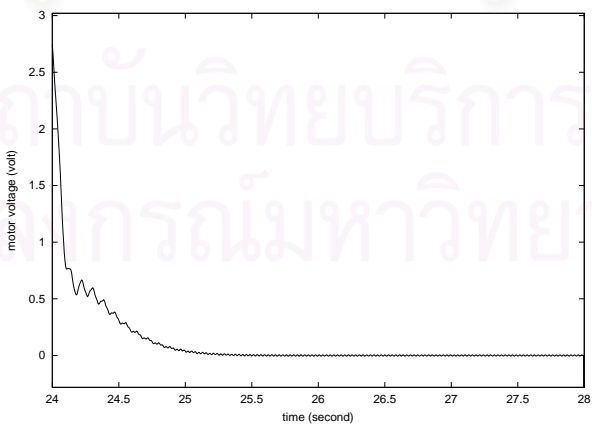
รูปที่ 4.14: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ



(a) ตำแหน่งปลายแขน



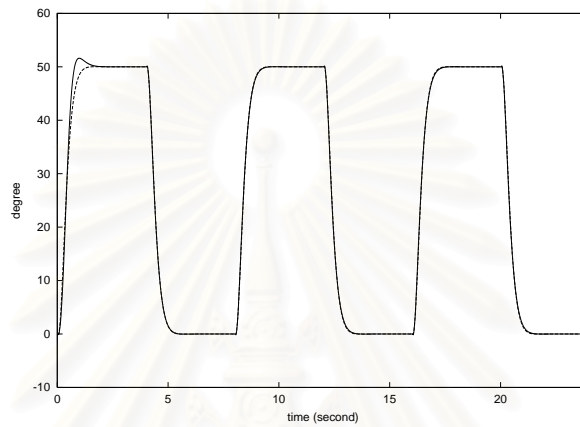
(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน



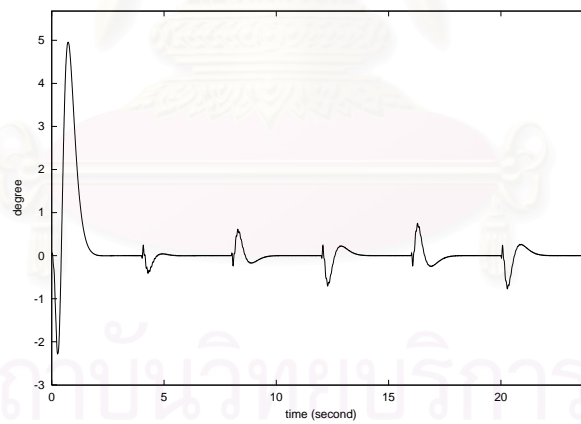
(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.15: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด





(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 4.16: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนเพิ่มขึ้น 11% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด

#### 4.3.5 กรณีที่ความยาวแขนลดลง 22%

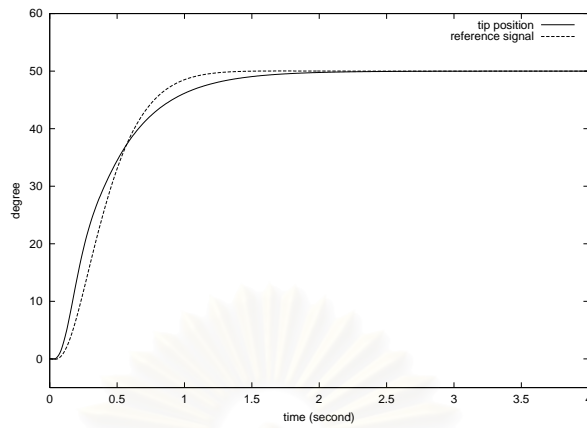
รูป 4.17 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อความยาวของแขนลดลง 22% และไม่มีการปรับตัว

รูป 4.18 และ 4.19 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ โดยรูป 4.18 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 48 วินาที และ รูป 4.19 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว

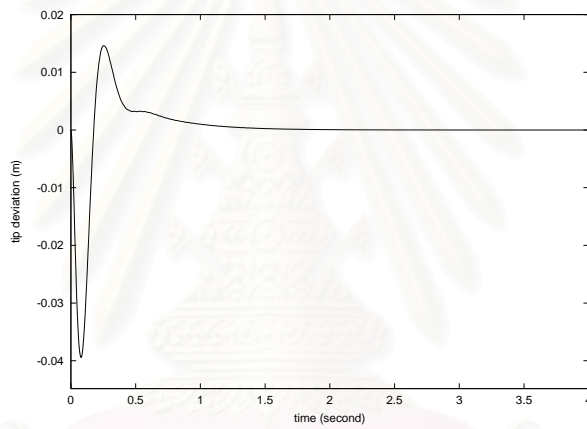
รูป 4.20 และ 4.21 แสดงผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด โดยรูป 4.20 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 24 วินาที และ รูป 4.21 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



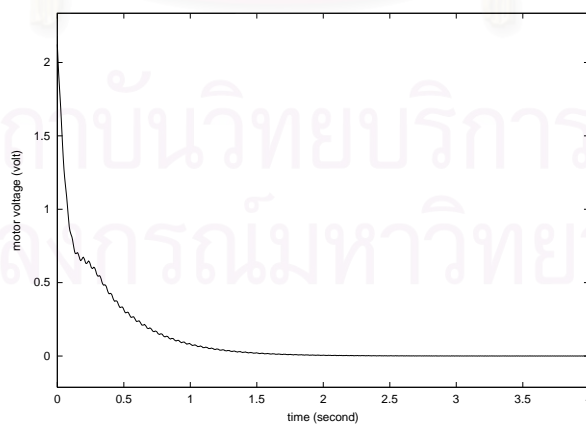
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

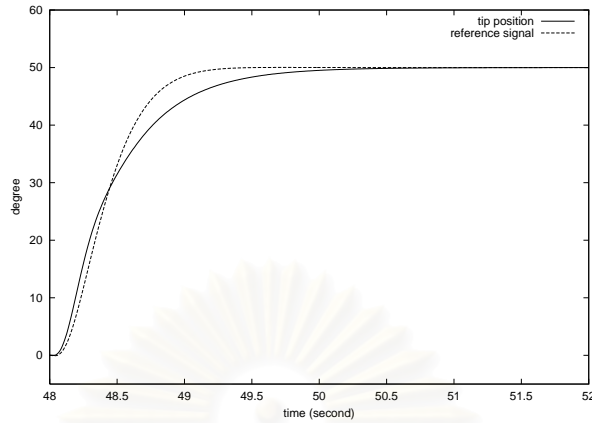


(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน

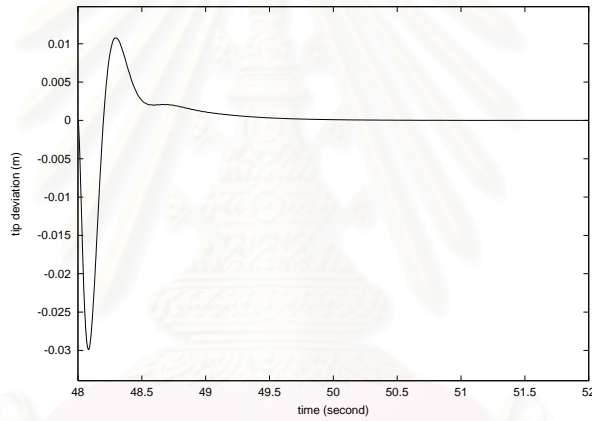


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

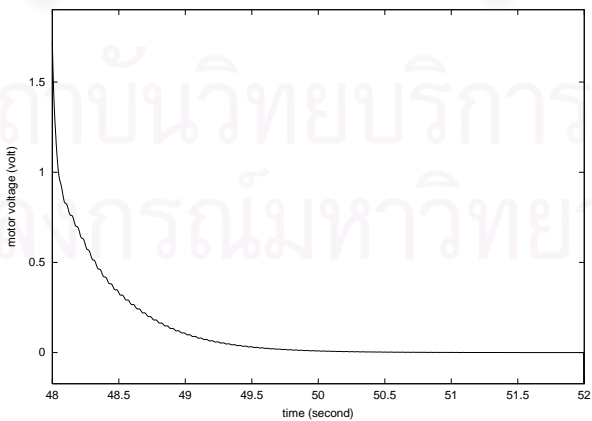
รูปที่ 4.17: กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน

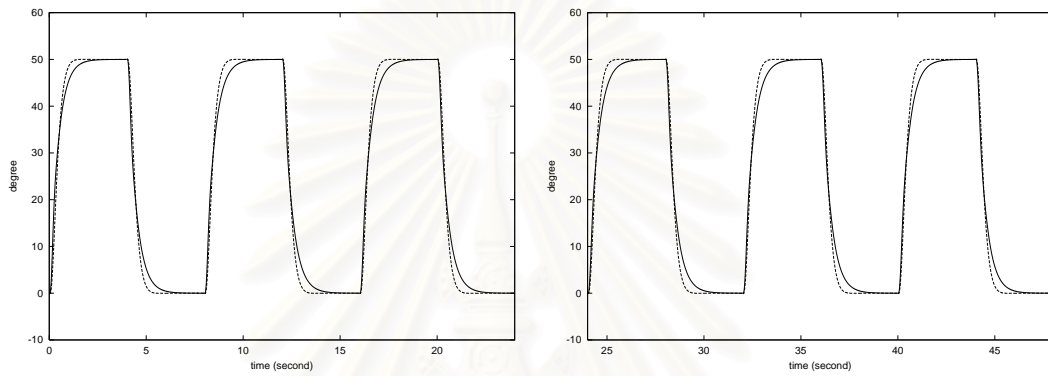


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

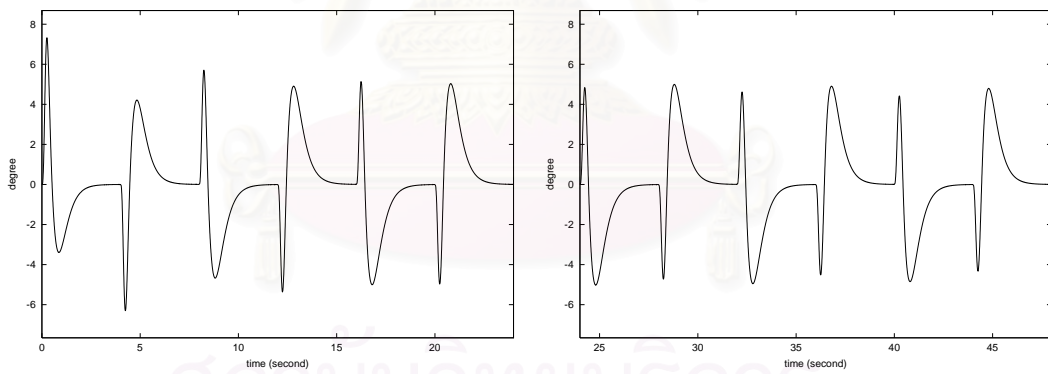


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.18: กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ

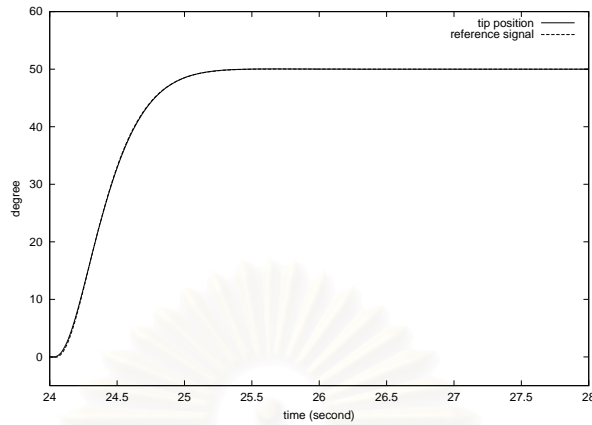


(a) ตำแหน่งปลายแขน

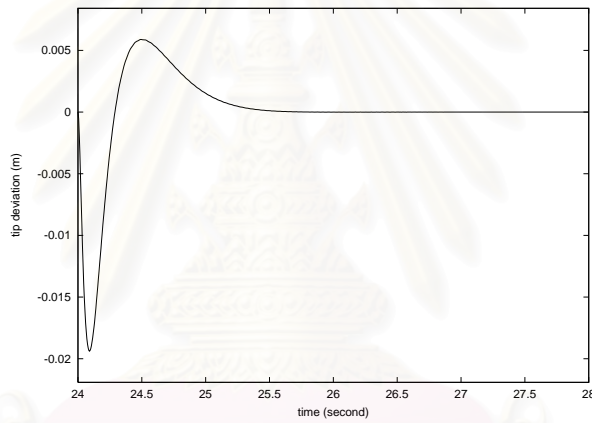


(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

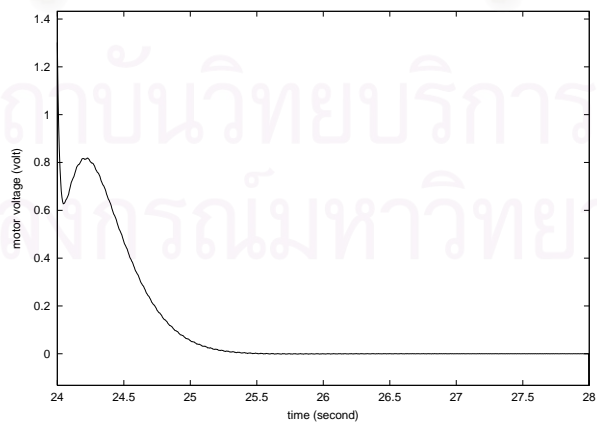
รูปที่ 4.19: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ



(a) ตำแหน่งปลายแขน

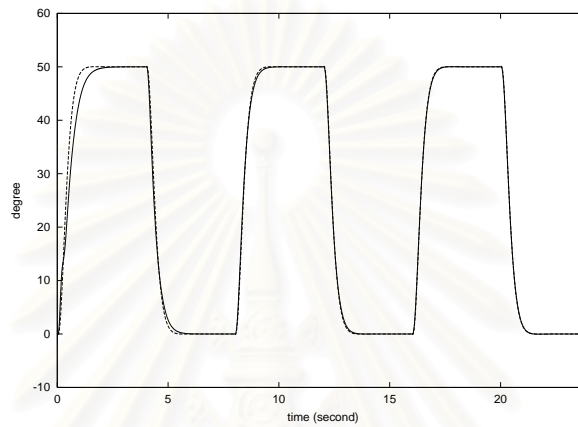


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

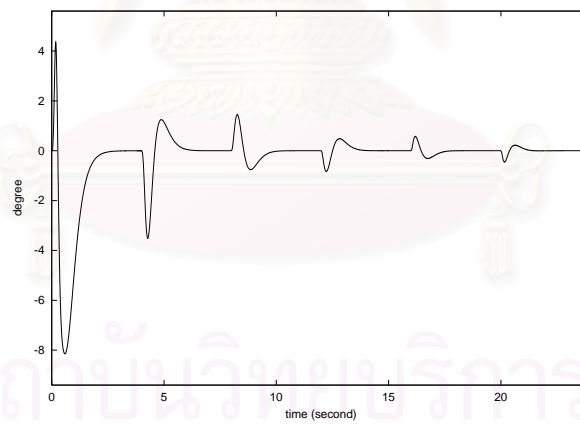


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 4.20: กราฟที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 4.21: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขนลดลง 22% และใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด



#### 4.4 วิเคราะห์ผลและสรุป

จากรูป 4.1 พบว่าในกรณีที่รู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน ตัวควบคุมสามารถทำให้ตำแหน่งปลายแขนตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้ดีมาก โดยมีความผิดพลาดในการตามรอยเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

จากรูป 4.2–4.6 พบว่าในกรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 100% เมื่อไม่มีการปรับตัวจะมีความผิดพลาดในการตามรอย และจะเกิดส่วนพุ่งเกินของผลตอบสนอง ส่วนเมื่อการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์จะทำให้ความผิดพลาดในการตามรอยลดลง และจะไม่มีส่วนพุ่งเกิน การใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด จะมีการปรับตัวที่เร็วกว่าการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ โดยกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ จะใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 40 วินาที ส่วนกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด จะใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 20 วินาที

จากรูป 4.7–4.11 พบว่าในกรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง 50% การใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุดสามารถทำให้ความผิดพลาดในการตามรอยลดลงอย่างรวดเร็ว โดยใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 20 วินาที ส่วนการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟพบว่าสามารถลดความผิดพลาดในการตามรอยได้ในช่วงแรกของการเคลื่อนที่ได้ดี แต่ในช่วงปลายของการเคลื่อนที่พบว่าสามารถลดความผิดพลาดในการตามรอยได้ไม่มากนัก

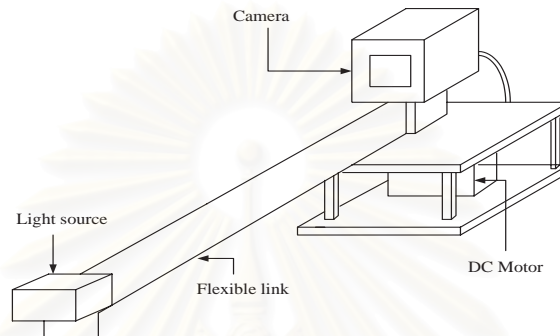
จากรูป 4.12–4.16 พบว่าในกรณีที่ความยาวแขนเพิ่มขึ้น 11% ผลที่ได้จะคล้ายกับกรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น นั่นคือ จะเกิดส่วนพุ่งเกินเมื่อไม่มีการปรับตัว และการปรับตัวจะทำให้ความผิดพลาดในการตามรอยลดลง และจะไม่มีส่วนพุ่งเกิน โดยกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ จะใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 40 วินาที ส่วนกรณีที่ใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด จะใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 20 วินาที

จากรูป 4.17–4.21 พบว่าในกรณีที่ความยาวแขนลดลง 22% ผลที่ได้จะคล้ายกับกรณีที่มวลที่ปลายแขนลดลง นั่นคือ การใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุดสามารถทำให้ความผิดพลาดในการตามรอยลดลงอย่างรวดเร็ว โดยใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 20 วินาที ส่วนการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ พบว่าสามารถลดความผิดพลาดในการตามรอยได้ไม่มากนัก

สรุปได้ว่าตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุดที่ได้เสนอในบทที่ 3 สามารถควบคุมระบบแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน ได้เป็นอย่างดี เมื่อนำพื่อใจ เมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด โดยพบว่า สามารถปรับตัวให้เข้ากับค่าพารามิเตอร์ของระบบได้อย่างรวดเร็ว ส่วนเมื่อใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟพบว่าในบางกรณีไม่สามารถทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้นได้ และการปรับตัวจะช้ากว่าการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองต่ำสุด

## บทที่ 5

### ผลการทดลองกับระบบจริง



รูปที่ 5.1: ชุดทดลองแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว

ชุดทดลองแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวแสดงในรูปที่ 5.1 ซึ่งในที่นี้ใช้ชุดทดลอง FLEX-CAM ของ Quanser Consulting ซึ่งเป็นครุภัณฑ์ในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญญาณออกจากระบบนี้คือมุมของมอเตอร์ซึ่งใช้โพเทนชิโอมิเตอร์ในการวัด และระยะเบี่ยงเบนของปลายแขนซึ่งใช้แหล่งกำเนิดแสงที่ปลายแขนและกล้องที่ฐานในการวัด ส่วนตำแหน่งของปลายแขนจะต้องคำนวณจากข้อมูลตำแหน่งของมอเตอร์และระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

ตัวควบคุมที่ใช้เป็นซอฟต์แวร์บนเครื่องคอมพิวเตอร์ Pentium-133MHz ที่ใช้ระบบปฏิบัติการ rt-Linux ซึ่งเชื่อมต่อกับชุดทดลองผ่าน A/D,D/A converter card ของ MultiQ ที่มีความละเอียด 12 บิตและใช้ความถี่ซีกตัวอย่าง 200 Hz

เนื่องจากตัวควบคุมที่ได้ออกแบบ ต้องการใช้ข้อมูลอนุพันธ์เชิงเวลาของสัญญาณออก ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่าอนุพันธ์เชิงเวลาจาก

$$dY(s) = \frac{2\pi f_c s}{s + 2\pi f_c} Y(s) \quad (5.1)$$

เมื่อ

$Y(s)$  คือผลการแปลงลาปลาซของสัญญาณออกของระบบ

$dY(s)$  คือผลการแปลงลาปลาซของสัญญาณค่าประมาณอนุพันธ์เชิงเวลาของสัญญาณออกของระบบ

ซึ่งเมื่อประมาณ (5.1) ให้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเวลาเต็มหน่วยโดยใช้วิธีของออยเลอร์

$$s = \frac{z - 1}{h}$$

เมื่อ  $h$  คือคาบเวลาการซัดตัวอย่าง จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเวลาเต็มหน่วยเป็น

$$dY(z) = \frac{2\pi f_c(z-1)}{z-1+2\pi f_c h} Y(z) \quad (5.2)$$

เมื่อ

$Y(z)$  คือผลการแปลง Z ของสัญญาณออกของระบบ

$dY(z)$  คือผลการแปลง Z ของสัญญาณค่าประมาณอนุพันธ์เชิงเวลาของสัญญาณออกของระบบ

ในที่นี้จะใช้  $f_c = 5$  Hz เนื่องจากการใช้ค่า  $f_c$  มากกว่านี้จะทำให้สัญญาณรบกวนจากการวัดส่งผลต่อผลตอบสนองของระบบมาก

จากการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ พบว่าการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด มีสมรรถนะดีกว่าตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ใช้ทฤษฎีบทของเลียปูนอฟ และเลือกพารามิเตอร์ของตัวประมาณพารามิเตอร์ได้ง่ายกว่ามาก รวมทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุดยังมีวิธีการปรับพารามิเตอร์ในเวลาเต็มหน่วย ทำให้ไม่ต้องทำการประมาณสมการเชิงอนุพันธ์ของกฎการปรับพารามิเตอร์เมื่อนำมาใช้ในการทดลองจริง ดังนั้นในการทดลองจริงจึงใช้เฉพาะตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุดเท่านั้น และใช้การปรับค่าพารามิเตอร์ในเวลาเต็มหน่วย

การทดลองจะทำใน 4 กรณี คือ

1. กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน
2. กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg (เพิ่มขึ้น 100%) ที่วินาทีที่ 200
3. กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m (ลดลง 22%) ที่วินาทีที่ 200
4. กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200

ส่วนตัวควบคุมที่จะเลือกใช้จะใช้ตัวควบคุม 2 แบบ คือ

1. แบบไม่มีการปรับตัว
2. แบบมีการปรับตัว โดยใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยสุด

เนื่องจากชุดทดลองที่ใช้ได้ผ่านการใช้งานมานาน ทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงอาจมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจากที่ให้ไว้ในคู่มือของครุภัณฑ์ ดังนั้นจึงทำการหาเอกลักษณ์ (identification) กับชุดทดลองจริง ซึ่งจะได้ค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง (4.1) เป็น

$$\theta_1 = 2.051 \times 10^{-2}, \theta_2 = -2.979 \times 10^2, \theta_3 = 1.483, \theta_4 = 6.908 \times 10^{-1}, \\ \theta_5 = 5.723, \theta_6 = -2.596 \times 10^2, \theta_7 = -15.70, \theta_8 = -8.628$$

และจากการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมตามวิธีเดียวกับที่อธิบายในบทที่ 3 โดยให้ขั้วของระบบอยู่ที่

$$-5.735 \pm j13.96 \\ -6.360 \pm j2.509$$

จะได้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมคือ

$$\gamma_1 = 44.16, \gamma_2 = 12.25, \beta_1 = 4.317 \times 10^2, \beta_2 = 23.75$$

ค่าพารามิเตอร์ของตัวประมาณพารามิเตอร์แบบกำลังสองน้อยที่สุดคือ

$$A_x = A_w = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_x = \lambda_w = 0.9993$$

$$\Gamma_x(0) = \Gamma_w(0) = 10^4 I$$

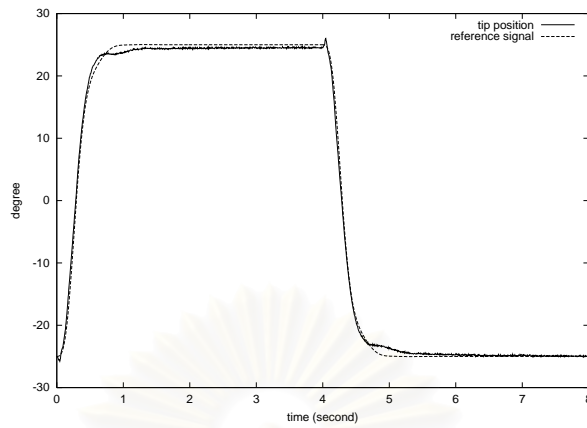
## 5.1 ผลการทดลอง

### 5.1.1 กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน

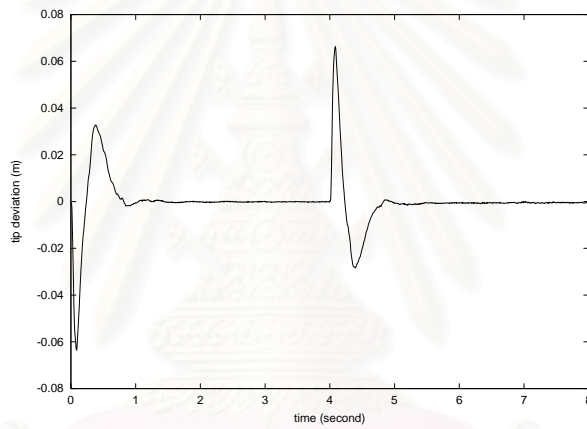
รูป 5.2 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน และไม่มีการปรับตัว



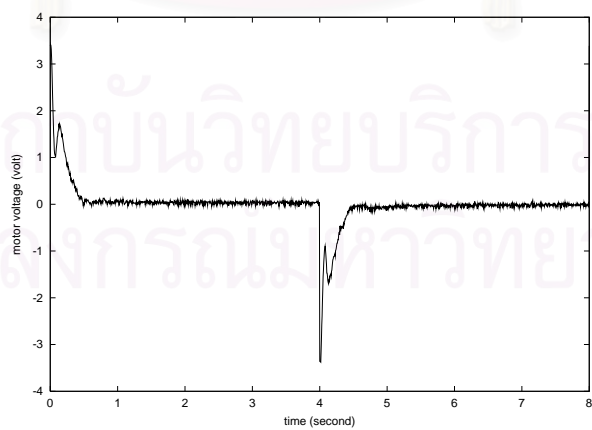
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ระยะเวลาเบี่ยงเบนของปลายแขน



(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

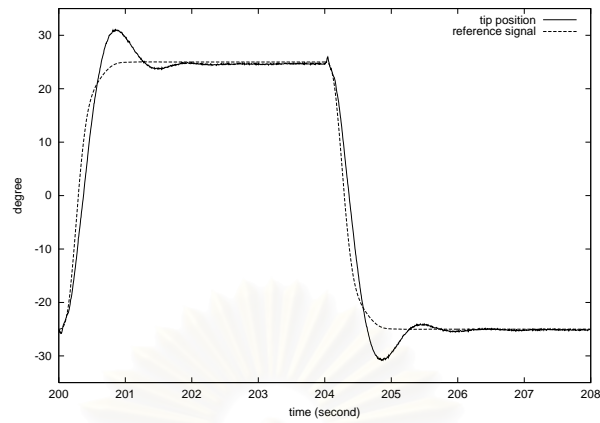
รูปที่ 5.2: กรณีรู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน และไม่มีการปรับตัว

### 5.1.2 กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg

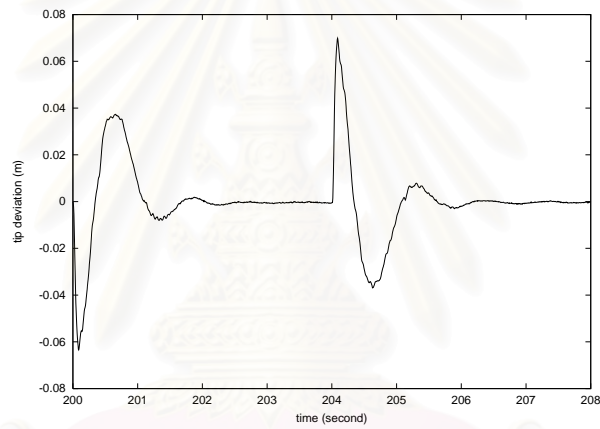
รูป 5.3 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อมวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 0.05 kg และไม่มีการปรับตัว รูป 5.4 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 20 วินาที และรูป 5.5 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



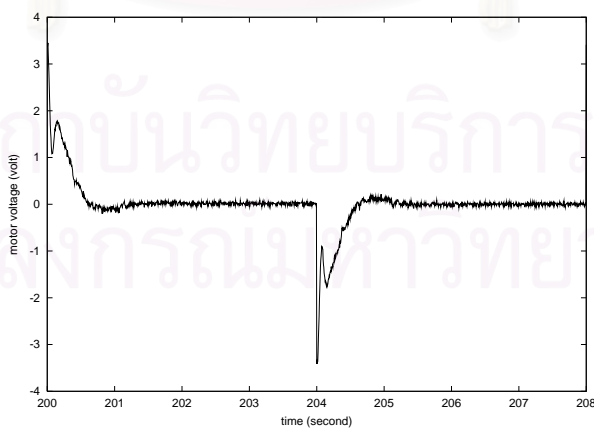
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

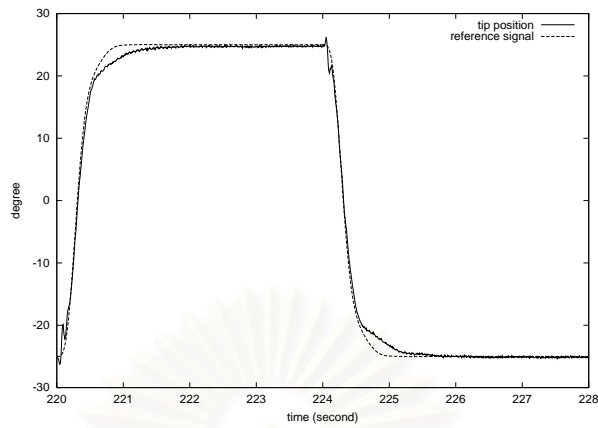


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

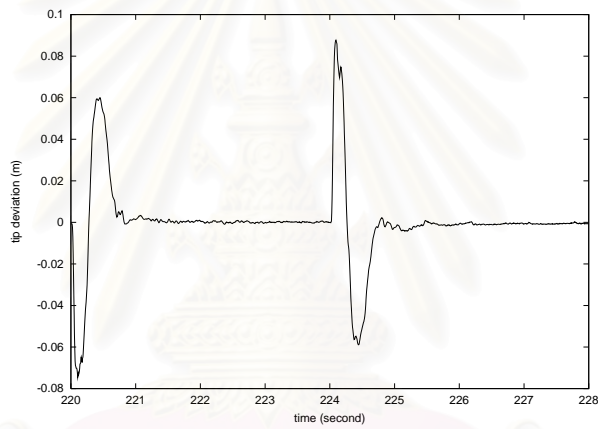


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

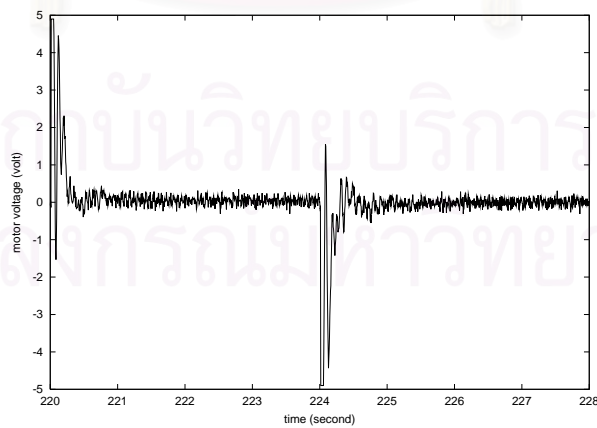
รูปที่ 5.3: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน



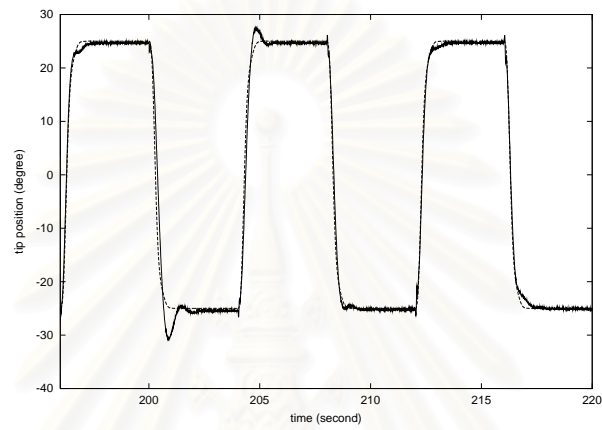
(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน



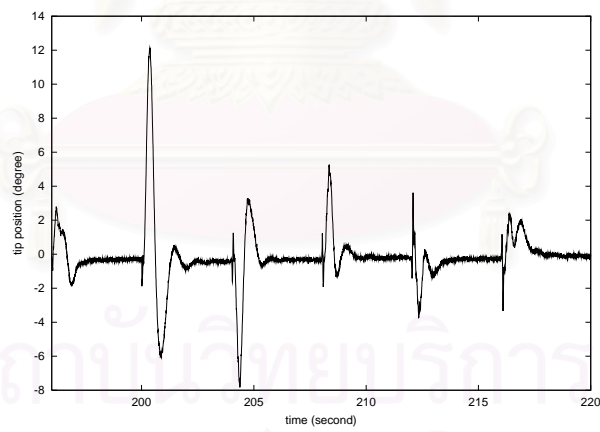
(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 5.4: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว





(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

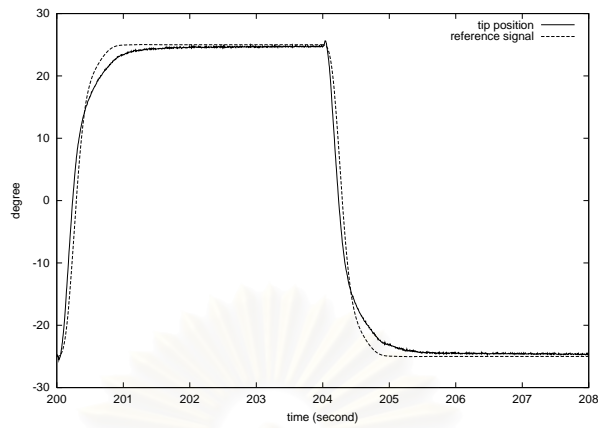
รูปที่ 5.5: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg ที่วินาทีที่ 200

### 5.1.3 กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m

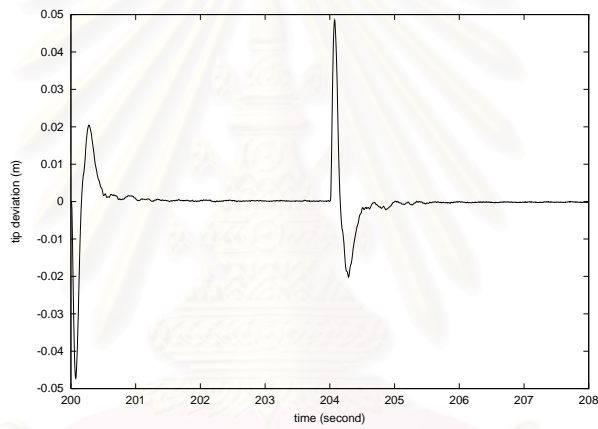
รูป 5.6 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว เมื่อความยาวของแขน ลดลง 0.10 m และไม่มีการปรับตัว รูป 5.7 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 20 วินาที และรูป 5.8 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



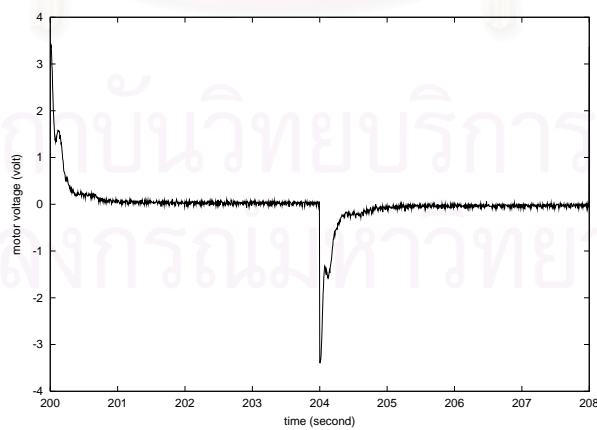
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

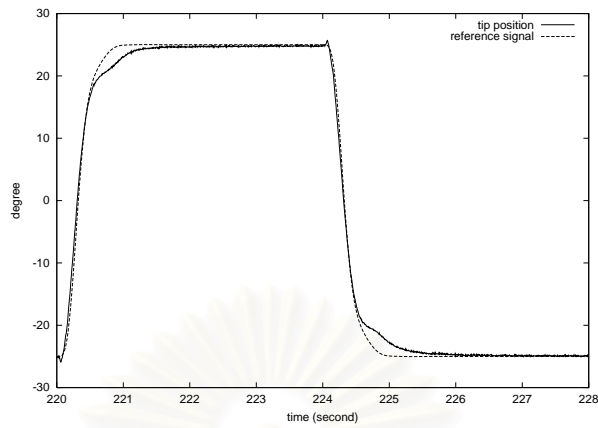


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

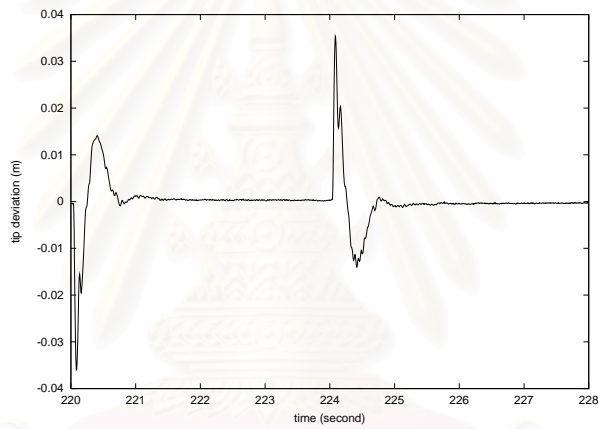


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

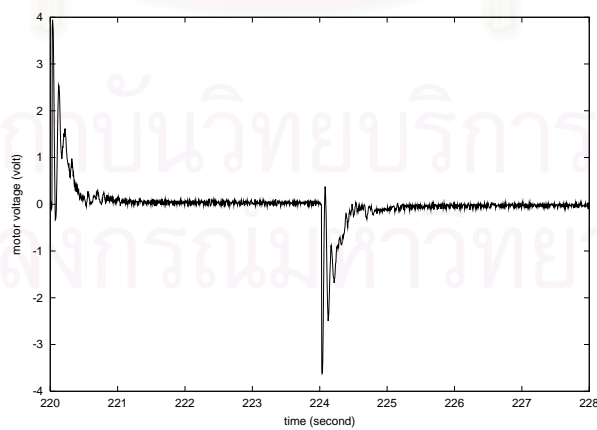
รูปที่ 5.6: กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน

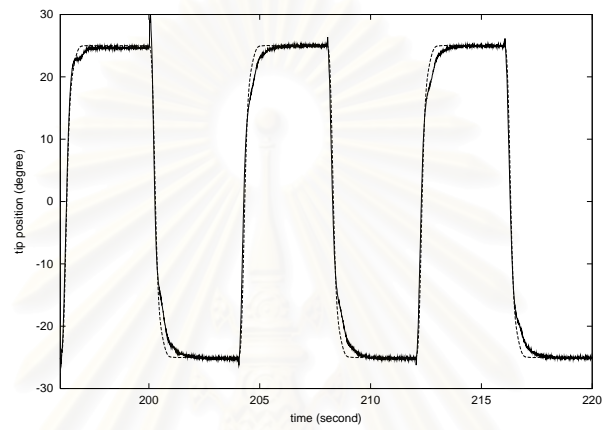


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

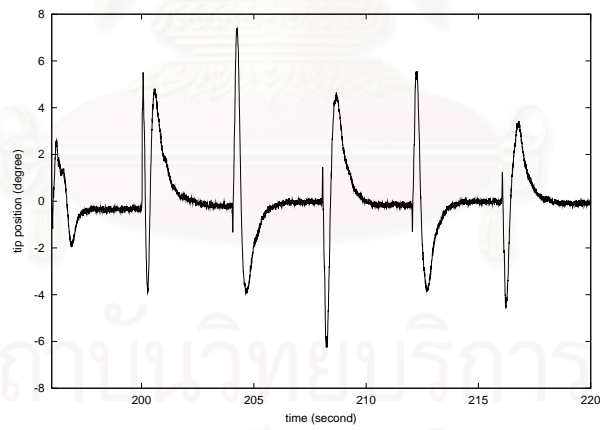


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 5.7: กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

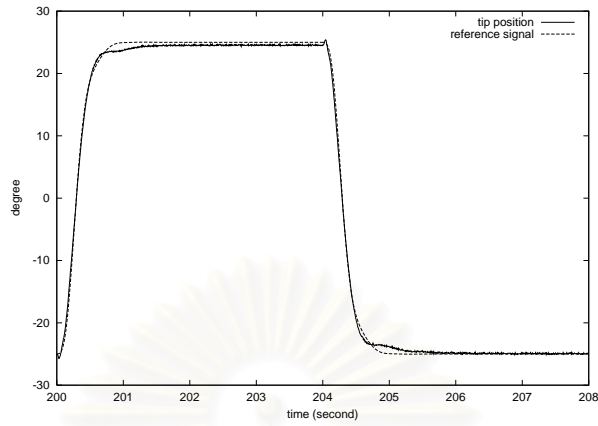
รูปที่ 5.8: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200

#### 5.1.4 กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m

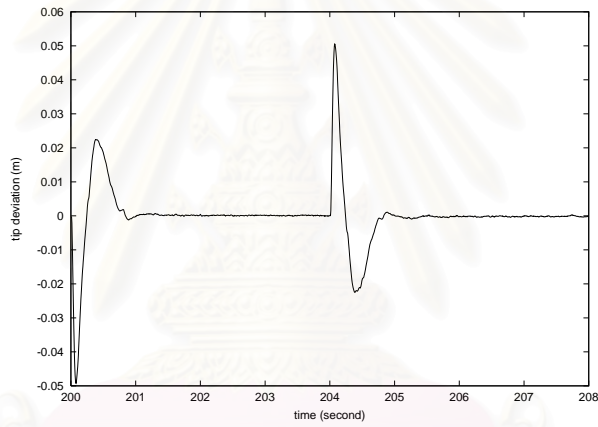
รูป 5.9 แสดงผลตอบสนองของแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัว เมื่อมวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m และไม่มีการปรับตัว รูป 5.10 แสดงผลตอบสนองเมื่อมีการปรับตัวไปแล้ว 20 วินาที และ รูป 5.11 แสดงผลตอบสนองในระหว่างการปรับตัว



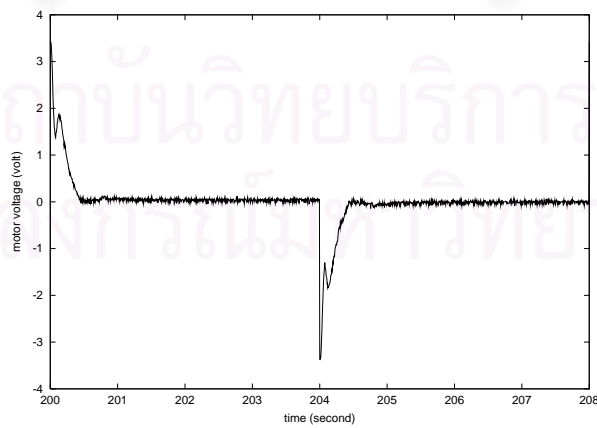
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(a) ตำแหน่งปลายแขน

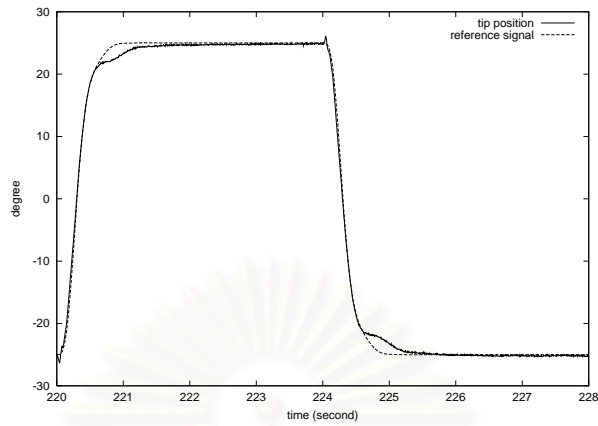


(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน

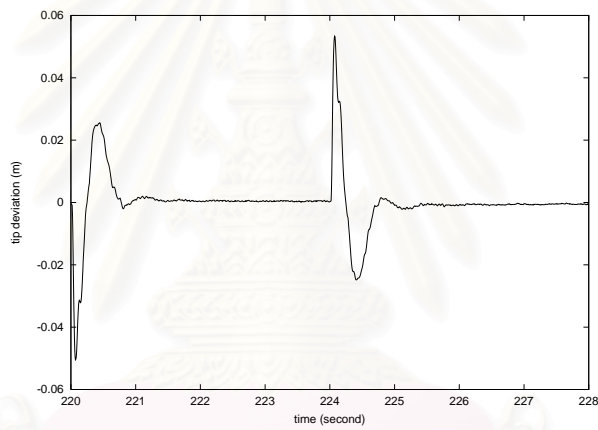


(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

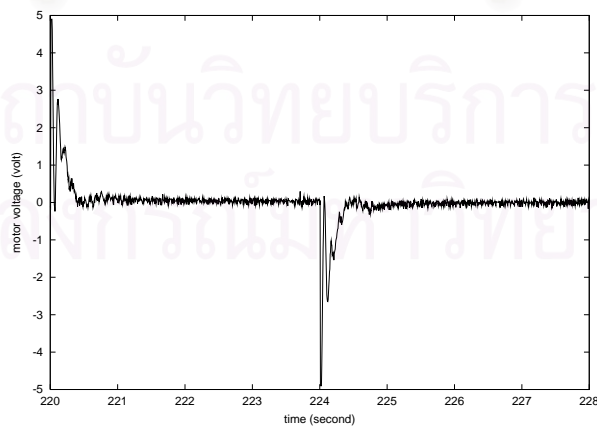
รูปที่ 5.9: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และไม่มีการปรับตัว



(a) ตำแหน่งปลายแขน



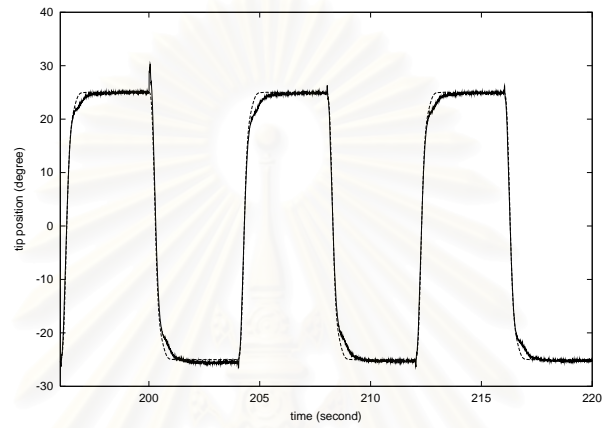
(b) ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขน



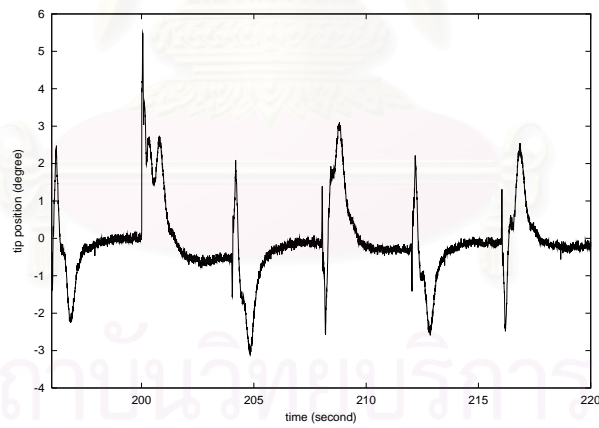
(c) แรงดันที่ให้แก่มอเตอร์

รูปที่ 5.10: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200 และมีการปรับตัว





(a) ตำแหน่งปลายแขน



(b) ความผิดพลาดในการตามรอย

รูปที่ 5.11: ผลตอบสนองระหว่างการปรับตัว: กรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ที่วินาทีที่ 200

## 5.2 วิเคราะห์ผลและสรุป

จากรูปที่ 5.2 พบว่าในกรณีที่รู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอนพบว่าสามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้เป็นอย่างดีโดยมีความผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวเล็กน้อย เนื่องจากมอเตอร์มีช่วงไร้ผลตอบสนอง (dead zone) อยู่บ้าง

จากรูปที่ 5.3 พบว่าในกรณีที่มวลที่ปลายแขนเพิ่มขึ้น 0.05 kg และไม่มี การปรับตัว จะเกิดส่วนพุ่งเกิน (overshoot) ของตำแหน่งปลายแขน และระยะเบี่ยงเบนของปลายแขนจะแกว่งกว่ากรณีที่รู้ค่าพารามิเตอร์แน่นอน ส่วนจากรูปที่ 5.4 พบว่าเมื่อมีการปรับตัวความผิดพลาดในการตามรอยจะลดลงอย่างมาก และจะไม่มีส่วนพุ่งเกินของตำแหน่งปลายแขน โดยใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 15 วินาที

จากรูปที่ 5.6 และ 5.7 พบว่าในกรณีที่ความยาวของแขน ลดลง 0.10 m การปรับตัวสามารถลดความผิดพลาดในการตามรอยได้ดี โดยเฉพาะในช่วงเริ่มการเคลื่อนที่ โดยใช้เวลาในการปรับตัวประมาณ 15 วินาที

จากรูปที่ 5.9 และ 5.10 พบว่าในกรณีที่มวลที่ปลายแขน เพิ่มขึ้น 0.05 kg และความยาวของแขน ลดลง 0.10 m ความผิดพลาดในการตามรอยเมื่อไม่มี การปรับตัวจะมีค่าไม่มาก และการปรับตัวจะทำให้ความผิดพลาดในการตามรอยลดลงอีกเล็กน้อย

สรุปได้ว่าจากการทดลองกับระบบจริงพบว่าตัวควบคุมที่เสนอในบทที่ 3 สามารถควบคุมชุดทดลองแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดี่ยวแบบอ่อนตัวได้ดีพอสมควร และสามารถปรับตัวให้เข้ากับระบบที่เปลี่ยนแปลงไปได้อย่างรวดเร็ว โดยผลตอบสนองมีลักษณะโดยรวมคล้ายกับผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบสามารถนำไปใช้ในทางปฏิบัติ

## บทที่ 6

### บทสรุปและสิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไป

#### 6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ทำการศึกษาถึงการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมไม่เชิงเส้นในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว โดยในเบื้องต้นได้เสนอการใช้เทคนิคการควบคุมก้ำวถอยกลับแบบปรับตัวในการควบคุม แต่เนื่องจากวิธีการดังกล่าวมีข้อจำกัดทำให้ไม่สามารถใช้ควบคุมระบบจริงได้ จึงได้เสนอเทคนิคการควบคุมระบบไม่เชิงเส้นอีกแบบหนึ่ง ในการควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว และได้ศึกษาการใช้ตัวประมาณพารามิเตอร์เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบที่จะควบคุม โดยวิทยานิพนธ์จะเริ่มจากการอธิบายรายละเอียดของแขนหุ่นยนต์แบบอ่อนตัว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการควบคุมระบบดังกล่าว จากนั้นได้อธิบายวิธีการออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นเพื่อทำให้สัญญาณออกของระบบตามรอยสัญญาณอ้างอิงได้โดยประมาณ และอธิบายวิธีการประมาณพารามิเตอร์ของระบบไม่เชิงเส้น รวมทั้งได้ทำการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบวงปิดที่ได้สุดท้ายได้นำเอาตัวควบคุมที่เสนอไปทดสอบกับแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ทั้งการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์และการทดลองกับระบบจริง พบว่าสามารถควบคุมระบบได้ดี และสามารถปรับตัวให้เข้ากับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนของระบบได้อย่างรวดเร็ว

#### 6.2 สิ่งที่ต้องทำการวิจัยต่อไป

- เนื่องจากในการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบควบคุมที่ได้ พบว่าระบบจะมีเสถียรภาพโดยมีเงื่อนไข ดังนั้นจึงควรจะมีการศึกษาวิเคราะห์เงื่อนไขดังกล่าวให้ชัดเจนยิ่งขึ้น เช่นศึกษาถึงวิธีที่ใช้ทดสอบเงื่อนไขดังกล่าวได้อย่างง่าย ๆ ในทางปฏิบัติ
- เนื่องจากวิธีการควบคุมที่นำเสนอสามารถใช้กับระบบไม่เชิงเส้นได้ ดังนั้นจึงควรมีการทดสอบวิธีที่นำเสนอกับระบบไม่เชิงเส้นอื่นๆ เช่นระบบแขนหุ่นยนต์หลายข้อต่อแบบอ่อนตัว หรือระบบอื่นที่มีวัตถุประสงค์การควบคุมในการตามรอยสัญญาณ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

1. Cannon, R. H. and Schmitz, E. Initial Experiment on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot. *The International Journal of Robotics Research*. Vol. 3, No. 3, (1984): 62–75.
2. Sakawa, Y.; Matsuno, F. and Fukushima, S. Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm. *Journal of Robotic Systems*. Vol. 2, No. 4, (1985): 453–472.
3. Isidori, A. *Nonlinear Control Systems, An Introduction*. second edition. Springer-Verlag, 1989.
4. Nijmeijer, H. and van der Schaft, A. *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer-Verlag, 1990.
5. Marino, R. and Tomei, P. *Nonlinear Control Design, Geometric, Adaptive and Robust*. Prentice Hall, 1995.
6. Krstić, M.; Kanellakopoulos, I. and Kokotović, P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 1995.
7. Su, C. Y.; Stepanenko, Y. and Dost, S. Hybrid Integrator Backstepping Control of Robotic Manipulators Driven by Brushless DC Motors. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. Vol. 1, No. 4, (December 1996): 266–277.
8. Oh, J. H. and Lee, J. S. Control of Flexible Joint Robot System by Backstepping Design. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (April 1997): 3435–3440.
9. Aström, K. J. and Wittenmark, B. *Adaptive Control*. Second edition. Addison-Wesley, 1995.
10. Ioannou, P. A. and Sun, J. *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall, 1996.
11. Koivo, A. J. and Lee, K. S. Self-Tuning Control of Planar Two-Link Manipulator With Non-Rigid Arm. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (May 1989): 1030–1035.
12. Feliu, V.; Rattan, S. and Brown, H. B., Jr. Adaptive Control of a Single-Link Flexible Manipulator. *IEEE Control Systems Magazine* (February 1990): 29–33.
13. Lucibello, P. and Bellezza, F. Nonlinear Adaptive Control of a Two Link Flexible Robot Arm. *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*. (December 1990): 2545–2550.
14. Amin, S. H. M. and Morris, A. S. A MRAC Scheme to Control Lightweight Flexible Robot Manipulators. *Proc. Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*. (October 1991): 1246–1250.
15. Rossi, M. and Wang, D. Hybrid Passive/Adaptive Control of a Single Flexible Link Manipulator with a Payload. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (April 1996): 2109–2116.
16. Getz, N. H. *Dynamic Inversion of Nonlinear Maps with Applications to Nonlinear Control and Robotics*. Doctoral dissertation, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, Graduate Division, University of California at Berkeley, 1995.

17. Bellezza, F.; Lanari, L. and Ulivi, G. Exact modeling of the flexible slewing link. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (May 1990): 734–739.
18. Apkarian, J. *A Comprehensive and Modular Laboratory for Control Systems Design and Implementation*. Quanser Consulting, 1995.
19. Bontsema, J. and Curtain, R.F. A note on spillover and robustness for flexible systems *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 33, NO. 6, (June 1988): 567–569.
20. Ding, X.; Tarn, T. J. and Bejczy, A. K. A Novel Approach to the Modelling and Control of Flexible Robot Arms. *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*. (December 1998): 52–57.
21. Luo, Z-H. Direct Strain Feedback Control of Flexible Robot Arms: New Theoretical and Experimental Results. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 38, No. 11, (November 1993): 1610–1622.
22. Luo, Z-H. and Guo, B. Further Theoretical Results on Direct Strain Feedback Control of Flexible Robot Arms. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 40, No. 4, (April 1995): 747–751.
23. Ge, S.; Lee, T. H. and Zhu, G. Improving Regulation of a Single-Link Flexible Manipulator with Strain Feedback. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol. 14, No. 1, (February 1998): 179–185.
24. Luo, Z-H. and Sakawa, Y. Gain Adaptive Direct Strain Feedback Control of Flexible Robot Arms. *Proc. IEEE Region 10 Conference on Computer, Communication, Control and Power Engineering*. (October 1993): 199–202.
25. de Queiroz, M. S.; Dawson, D. M.; Agarwal, M. and Zhang, F. Adaptive Nonlinear Boundary Control of a Flexible Link Robot Arm. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol. 15, No. 4, (August 1999): 779–787.
26. Bayo, E. and Moulin, H. An Efficient Computation of the Inverse Dynamics of Flexible Manipulators in the Time Domain. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (May 1989): 710–715.
27. Yang, H.; Krishnan H. and Ang Jr., M. H. A Simple Rest-to-Rest Control Command for a Flexible Link Robot. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (April 1997): 3312–3317.
28. Wang, D. and Vidyasagar, M. Passive Control of a Stiff Flexible Link. *Internal Journal of Robotic Research*. (1992): 572–578.
29. Rossi, M.; Zuo, K. and Wang, D. Issues in the Design of Passive Controllers for Flexible Link Robots. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (May 1994): 321–326.
30. Geniele, H.; Patel, R. V. and Khorasani, K. Control of a Flexible-Link Manipulator. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. (May 1995): 1217–1222.

31. ธเนศ ชีรศักดิ์านนท์ และ วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ. การควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัวด้วยตัวควบคุมฟัซซี่ปรับตัวเอง : 1. การออกแบบตัวควบคุมฟัซซี่ปรับตัวเองโดยตรง. *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 20*. (พฤศจิกายน 2540): 185–192.
32. Wang, L-X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control*. Prentice-Hall, 1994.
33. ธเนศ ชีรศักดิ์านนท์ และ วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ. การออกแบบตัวควบคุมไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวสำหรับระบบเฟสไม่ต่ำสุด. *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 23*. (พฤศจิกายน 2543): 573–576.
34. วัชรพงษ์ โขวิฑูรกิจ; มานพ วงศ์สายสุวรรณ และ เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย. การควบคุมแขนหุ่นยนต์ข้อต่อเดียวแบบอ่อนตัว ด้วยเทคนิคการควบคุมขั้นสูง. *รายงานการวิจัย พัฒนาและวิศวกรรมฉบับสมบูรณ์*. ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์ และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ. 2544.
35. Isidori, A. and Byrnes, C. I. Output Regulation of Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 35, No. 2, (February 1990) : 131–140.
36. Devasia, S.; Chen. D. and Paden, B. Nonlinear Inversion-Based Output Tracking. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 41, No. 7, (July 1996) : 930–942.
37. Grizzle, J. W.; Di Benedetto, M. D. and Lamnabhi-Lagarrigue, F. Necessary Conditions for Asymptotic Tracking in Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 39, No. 9, (September 1994) : 1782–1794.
38. Hauser, J.; Sastry, S. and Kokotović P. Nonlinear Control Via Approximate Input-Output Linearization: The Ball and Beam Example. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 37, No. 3, (March 1992) : 392–398.
39. Slotine, J-J. E. and Li, W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.



### ประวัติผู้วิจัย

นายธเนศ วีระศักดิ์ดำนนท์ เกิดเมื่อวันที่ 28 กรกฎาคม พ.ศ. 2519 ที่กรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายธีระ วีระศักดิ์ดำนนท์ และ นางจรรยา วีระศักดิ์ดำนนท์ สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2539 และศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม เมื่อ พ.ศ. 2540 ระหว่างทำงานวิจัยได้รับทุนสนับสนุนจากโครงการศิษย์ก้นกุฏิ ของภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และจากศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (NECTEC)



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย