

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการ
ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2561
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING STEIN'S MODEL
ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF NINTH GRADE
STUDENTS



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2018

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	น.ส.ทรรศมน วินัยโกศล
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

.....	คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ประธานกรรมการ
.....	
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม)	
.....	กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์)	

CHULALONGKORN UNIVERSITY

พรรณสมน วินัยโกศล : ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และ
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS
 OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING STEIN'S MODEL
 ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF NINTH GRADE
 STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาหลัก : ผศ. ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลัง
 ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 2) เปรียบเทียบความสามารถ
 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ตามโมเดลของสไตน์ และ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ อำเภอเมือง จังหวัด
 ยโสธร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน
 46 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ เครื่องมือที่ใช้ใน
 การเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความรู้ทาง
 คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม
 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มี
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 CHULALONGKORN UNIVERSITY

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อนิสิต

ปีการศึกษา 2561

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

5983324227 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORD: STEIN'S MODEL, MATHEMATICAL KNOWLEDGE, MATHEMATICAL REASONING ABILITY
 Thassamon Winaikosol : EFFECTS
 OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING STEIN'S MODEL
 ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS.
 Advisor: Asst. Prof. Dr. PAIROT NOUMNOM, Ed.D.

The purposes of this research were: 1) to compare the mathematical knowledge of ninth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model with the criteria of 60% 2) to compare the mathematical reasoning abilities of ninth grade students before and after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model and 3) to compare the mathematical reasoning ability of ninth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model with the criteria of 60%.

The subjects were ninth grade students of extra-large school in muang district, Yasothon province. In Secondary Educational Service Area Office 28 who studied in first semester of academic year 2018. There were 46 students. The instruments used in the experiment were lesson plans using STEIN's model. The research instrument for data collection were mathematical knowledge test and mathematical reasoning abilities tests. The data were analyzed by arithmetic mean, percentage, standard deviation and t-test.

The results of the study revealed that: 1) the mathematical knowledge of ninth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model was higher than minimum criteria of 60 percent at .05 level of significance. 2) the mathematical reasoning abilities of ninth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model higher than those of student before being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model at a .05 level of significance and 3) the mathematical reasoning abilities of ninth grade students after being taught by organizing mathematics learning activities using STEIN's model were higher than minimum criteria of 60 percent at .05 level of significance.

Field of Study: Mathematics Education Student's Signature

Academic Year: 2018 Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูง ยิ่งจากการดูแลของอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ นุ่มนุ่ม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งอาจารย์ได้สละเวลาอันมีค่าของอาจารย์ในการให้คำปรึกษาและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ มีคุณค่าต่อการทำวิทยานิพนธ์ และได้ตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดี จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจารย์คอยให้แนวคิด ให้ประสบการณ์และทักษะต่างๆ ในหลายๆ ด้าน และให้กำลังใจในการทำงานแก่ผู้วิจัยตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ รองศาสตราจารย์ ดร.ปุณชญา พัฒนางกูร อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช คุณครูพรชัย ตั้งยิ่งยง ที่ได้กรุณาสละเวลาให้คำแนะนำในการตรวจสอบและแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ จนได้เป็นเครื่องมือที่ถูกต้องสมบูรณ์ ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลวิจัยในครั้งนี้ รวมทั้งคณะครูอาจารย์ที่ให้ความช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการทำวิจัย ตลอดจนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนนยโสธรพิทยาคม จังหวัดยโสธร ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่ชาย ครอบครัววินัยโกศล เป็นอย่างสูง ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับมหาบัณฑิต คอยดูแล ห่วงใย ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจสำคัญในการทำงานตลอดมา และเพื่อนๆ ที่เรียนสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและให้คำปรึกษาในการเรียนและทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณทุกท่านที่คอยสนับสนุน ให้กำลังใจจนผ่านพ้นอุปสรรคต่างๆ ด้วยดี คุณประโยชน์อันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณของบิดา มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์ที่เป็นผู้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้กับผู้วิจัย

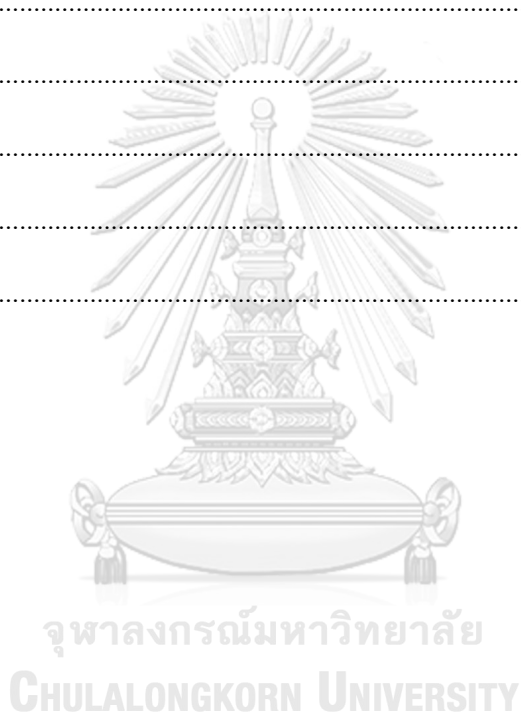
ทรรศมน วินัยโกศล

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฅ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
คำถามการวิจัย	6
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการศึกษา.....	9
คำจำกัดความในการวิจัย	9
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	11
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	12
1 โมเดลของสไตน์	13
1.1 ที่มาของโมเดลของสไตน์.....	13
1.2 ความหมายและลักษณะสำคัญของโมเดลของสไตน์	13
1.3 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์	18
1.4 อุปสรรคหรือความท้าทายและข้อเสนอแนะในการนำโมเดลของสไตน์ไปใช้	20
2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์	22
2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....	22

2.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์	24
2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์	25
2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์	29
3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	30
3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	30
3.2 ความสำคัญการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	32
3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	35
3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	38
3.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	40
4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	42
4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์	43
4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์	44
4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	45
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	48
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	48
2. การออกแบบการวิจัย	49
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่าง	49
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	50
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	50
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	55
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	63
6. การวิเคราะห์ข้อมูล	65
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย	66
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	67

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	73
สรุปผลการวิจัย.....	76
อภิปรายผลการวิจัย.....	76
ข้อเสนอแนะ	82
ภาคผนวก.....	84
ภาคผนวก ก	85
ภาคผนวก ข	87
ภาคผนวก ค	92
ภาคผนวก ง.....	106
บรรณานุกรม.....	126
ประวัติผู้เขียน.....	133



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 แสดงรายละเอียดของระดับงานทางคณิตศาสตร์พร้อมตัวอย่าง.....	16
ตารางที่ 2 แสดงความสอดคล้องระหว่างขั้นการปฏิบัติและระยะการจัดกิจกรรม	18
ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการการให้เหตุผลของกรม วิชาการ	40
ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของ ผู้เรียนด้านการให้เหตุผล	41
ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	41
ตารางที่ 6 รูปแบบการวิจัย.....	49
ตารางที่ 7 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ สารการเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย	51
ตารางที่ 8 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง.....	53
ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	60
ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ทั้งหมด 46 คน.....	68
ตารางที่ 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของ นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ทั้งหมด 46 คน.....	69
ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลัง เรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดล ของสไตน์ ทั้งหมด 46 คน	71

ตารางที่ 13 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง	107
ตารางที่ 14 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ	108
ตารางที่ 15 โครงสร้างของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง	112
ตารางที่ 16 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 30 ข้อ.....	113
ตารางที่ 17 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง	119
ตารางที่ 18 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ.....	120



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล มีระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) สอดคล้องกับคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2545) ที่ว่าคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่องิการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จึงได้กำหนดเป้าหมายในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 นั่นคือ ให้ผู้เรียนมีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาเยาวชนของชาติ แต่ในปัจจุบันการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินต่าง ๆ เช่น การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติในโครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study 2015) ที่ให้ความสำคัญกับพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการแก้ปัญหา โดยทำการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 431 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนน เมื่อเปรียบเทียบกับย้อนหลังกับคะแนนเฉลี่ยในปี 2007 พบว่าลดลง และเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในปี 2011 โดยเมื่อปี 2007 นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 441 คะแนน และปี 2011 นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน เมื่อพิจารณาใน

ภาพรวมถูกจัดอยู่ในกลุ่มระดับแย่ (poor) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2559) สอดคล้องกับผลการประเมินการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของนักเรียนร่วมกับนานาชาติ ในโครงการ PISA 2015 (Programme for International Student Assessment) โดยทำการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี ในการใช้ความรู้และทักษะที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง พบว่านักเรียนไทยทำคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 415 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 490 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) นอกจากนี้ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test : O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 26.30 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งเมื่อเทียบกับคะแนนเฉลี่ยของวิชาอื่นๆ นั้น พบว่าวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ และเป็นอันดับสุดท้ายจากวิชาทั้งหมดที่มีการจัดสอบ รวมถึงเมื่อพิจารณาข้อมูลเกี่ยวกับเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 ของจังหวัดศรีสะเกษและยโสธร พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 26.55 คะแนน ซึ่งลดลงจากปีที่แล้ว 2.98 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2560)

จากผลการประเมินทั้งระดับชาติและนานาชาติที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า นักเรียนไทยส่วนใหญ่ยังมีปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญที่ทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาตนเอง เพื่อให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ (National Council of Teachers of Mathematics, 1989) เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยความรู้เชิงมโนทัศน์ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด นิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร สมบัติทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณโดยใช้สูตร การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เห็นได้จากการที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า เมื่อผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) อีกทั้งในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่ผู้เรียนจะ

เชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และนำไปใช้ได้อย่างไร (อัมพร ม้าคนอง, 2554)

นอกจากความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้ว ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญเช่นเดียวกัน โดยเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น (O'Daffer, 1993) เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิคนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2546) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” (National Council of Teachers of Mathematics, 1989) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตของมนุษย์ (Baroody & Coslick, 1993) บุคคลที่สามารถคิดและวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะสามารถมองเห็นรูปแบบ โครงสร้าง หรือลักษณะของสถานการณ์ทั้งในโลกแห่งความจริงและสิ่งของที่เป็นสัญลักษณ์ คนที่คิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะตั้งคำถามเมื่อพบรูปแบบที่มีความคลาดเคลื่อน หรือเมื่อเกิดข้อสงสัย ต้องการเหตุผล บุคคลผู้นี้ก็จะคาดคะเนและพิสูจน์ข้อคาดคะเนนั้น จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ดังนั้นการให้เหตุผลจึงจำเป็นต่อทั้งการเรียนคณิตศาสตร์และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

จากปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนข้างต้น มีสาเหตุที่อาจทำให้เกิดปัญหาจากหลายประการ อาทิ ธรรมชาติของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม (อัมพร ม้าคนอง, 2557) โดยเฉพาะรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง โดยเน้นการบรรยายมากเกินไป การอธิบายที่ไม่ชัดเจน ขาดเทคนิคการสอน ทำให้นักเรียนนอกจากเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ทำความเข้าใจได้ยากอยู่แล้ว นักเรียนยังไม่ได้รับโอกาสในการสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองมากนัก จึงคาดว่าน่าจะเป็นเหตุให้นักเรียนไม่มีความเข้าใจมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และไม่ได้รับการฝึกกระบวนการคิดต่างๆ ทั้งการคิดวิเคราะห์

สังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นระบบแบบแผน ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์สำคัญของการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยในต่างประเทศของ Watson Todd (2006) ที่พบว่าลักษณะปัญหาและอุปสรรคของการสอนมีดังนี้ คือ

1. การจัดการชั้นเรียน /การจัดการกิจกรรม เช่น การขาดการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอน การสอนโดยใช้วิธีการบรรยายเพียงอย่างเดียว การที่ผู้สอนไม่มีกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมสูง
2. อุปสรรคด้านอารมณ์ และสังคม เช่น ความห่างเหินระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ไม่รู้สึกเป็นส่วนร่วมของกลุ่ม ขาดการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ ขาดการรู้จักผู้เรียนและการจำชื่อ
3. ปัญหาด้านปฏิสัมพันธ์ คือ มีโอกาสพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันน้อย
4. ปัญหาการให้ข้อมูลป้อนกลับและการประเมินผล เช่น การติดตามผลและช่วยในการเรียน ภาระในการตรวจงานและประเมินผลงาน

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเป็นไปได้ คือ การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์

การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ หมายถึง การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น (5 Practices) ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ 5 ขั้นการปฏิบัติ ดังนี้ (Larsson, 2015)

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นนี้ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นนี้ครูนำเสนอ งานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายนักเรียนให้มีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นนี้นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นใน 3 เรื่อง ได้แก่ (1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการแก้ไข (2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ (3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ขั้นนี้ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความเหมาะสม รวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบ เพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) ขั้นนี้นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่างๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

โดยจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่ามีหลายงานได้นำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์มาใช้ ผ่านการอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยใช้ 5 การปฏิบัติ ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์ ดังนี้ Cartier และคณะ (2013) ใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ พบว่า ช่วยส่งเสริมความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น รวมถึงมีความสามารถในการให้เหตุผล สอดคล้องกับ Danielowski (2016) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลของสไตน์ พบว่า การที่นักเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แบ่งปันกลยุทธ์หรือวิธีการ

ทำให้ความรู้เชิงจำนวนของนักเรียนเพิ่มมากขึ้น รวมถึงนักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเลือกเนื้อหาสาระที่ใช้ในการวิจัยเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย ซึ่งผลการวิจัยนี้จะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์สำหรับครูและผู้เกี่ยวข้องในการนำกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงได้แนวทางในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาผลการเรียนรู้ของนักเรียนต่อไป

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์จะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้หรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ มีลักษณะสำคัญคือ เน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสปฏิบัติสัมพันธ์ต่อกัน แสดงความคิดเห็นและอธิบายความคิดของตนเองต่อผู้อื่น พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความรู้และชี้แจงเหตุผล โดยผ่านการอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับผลงานของตนเอง รวมถึงมีการสรุปความรู้ที่ได้จากการอภิปรายด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจน ซึ่งลักษณะสำคัญดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โดยลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้หลังจากการอภิปรายจะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจน สอดคล้องกับ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ว่านักเรียนต้อง เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังสอดคล้องกับ Shurkry (2003 อ้างถึงใน วัชรภรณ์ ปราณิธรรม, 2549: 4) ที่กล่าวว่าการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เพราะการเรียนด้วยความเข้าใจจะทำให้ นักเรียนสามารถจดจำเนื้อหาได้ดีกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ

ลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้และชี้แจงเหตุผลจะส่งผลให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล สอดคล้องกับ Lappan (1989) ที่กล่าวว่าแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทำได้โดยการสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่เน้นการอธิบาย แลกเปลี่ยนความรู้ ชี้แจงเหตุผลและร่วมกันแก้ปัญหา ดังนั้นจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ ค้นหา พิสูจน์ สังเกตแบบรูป รวมถึงชี้แจงเหตุผลของแนวคิดนั้น และยังสอดคล้องกับ Rowan และ Morrow (1993) ที่กล่าวว่า บรรยากาศในห้องเรียนเป็นสิ่งสำคัญ โดยครูต้องจัดบรรยากาศในห้องเรียนแสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้องซึ่งเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ โดยไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกกลัวที่จะเสนอเหตุผลของตนเอง

นอกจากนี้ยังพบว่ามีความและงานวิจัยที่นำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การอภิปรายที่มีประสิทธิภาพตามโมเดลของสไตน์ไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้เห็นว่าการสอนที่เน้นการอภิปรายที่มีประสิทธิภาพตามโมเดลของสไตน์ จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น ดังนี้

Cartier และคณะ (2013) ได้ทำการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้โมเดลของสไตน์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยสอนเกี่ยวกับเรื่องการเจริญเติบโตของพืช โดยให้นักเรียนจับกลุ่มแล้วออกแบบการนำเสนอเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืช ซึ่งแต่ละกลุ่มมีการใช้ความรู้และวิธีที่แตกต่างกันในการนำเสนอ เช่น กราฟ รูปภาพ แผนภูมิ เป็นต้น แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยน แสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกันเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืชใน 1 สัปดาห์และวิธีการนำเสนอที่แต่ละกลุ่มใช้ ซึ่งผู้วิจัยให้ข้อสังเกตว่า การใช้โมเดลของส

ไต้หวันในการจัดการเรียนการสอนสามารถช่วยให้ครูกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียน จนไปสู่การอภิปรายในชั้นเรียน และช่วยส่งเสริมความรู้และความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียนให้ถูกต้องและชัดเจน ช่วยให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น รวมถึงมีความสามารถในการให้เหตุผลที่ดียิ่งขึ้น

Young (2015) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนำโมเดลของสไตน์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการปฏิบัติสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยการวิจัยนี้ได้ทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยทำการศึกษา วิเคราะห์ การปฏิบัติงานของครูผู้สอนในแต่ละขั้นตอนจากการใช้โมเดลของสไตน์และผลของการใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า โมเดลของสไตน์สามารถช่วยให้ครูผู้สอนกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนได้ดีขึ้น ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมทำงาน มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า คุณภาพของงานหรือปัญหาที่เลือกมาให้ให้นักเรียนได้ทำเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา

Danielowski (2016) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการส่งเสริมความรู้เชิงจำนวน (number sense) ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลของสไตน์ซึ่งทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บข้อมูลจากการบันทึกข้อมูลของครูในระหว่างการทำงานของนักเรียน และการประเมินตนเองของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยระบุว่า การตั้งคำถาม การพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันกลยุทธ์หรือวิธีการทำให้ความรู้เชิงจำนวน (number sense) ของนักเรียนเพิ่มมากขึ้น รวมถึงนักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น

จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ผู้วิจัยจึงใช้เป็นแนวทางในการกำหนดสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โมเดลของสไตน์มีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ขอบเขตของการศึกษา

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) จังหวัดศรีสะเกษและยโสธร กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น คือ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์

3.2 ตัวแปรตาม คือ

3.2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัย

1) **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้ชั้นการปฏิบัติ 5 ชั้น (5 Practices) ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ 5 ชั้นการปฏิบัติ ดังนี้ (Larsson, 2015)

ชั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ชั้นนี้ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ชั้นนี้ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายนักเรียนให้มีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นนี้นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นใน 3 เรื่อง ได้แก่ (1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการแก้ไข (2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ (3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ขั้นนี้ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความเหมาะสม รวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) ขั้นนี้นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่างๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยความรู้ทางคณิตศาสตร์วัดจากพฤติกรรมที่แสดงออกในการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้แก่

2.1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอน การคำนวณหรือการดำเนินการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ในงานวิจัยนี้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และยืนยันข้อสรุป โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยวัดความสามารถใน 2 ด้าน ดังนี้

3.1) ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

3.2) ด้านการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อสรุป เป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุป โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อสรุป

ในงานวิจัยนี้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและทำให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน

2. ครูและผู้เกี่ยวข้องได้แนวทางในการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ไปใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ นอกเหนือจากความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆ ต่อไป

3. นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาจากโมเดลของสไตน์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาประกอบในการวิจัย และได้ นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 โมเดลของสไตน์

- 1.1 ที่มาของโมเดลของสไตน์
- 1.2 ลักษณะสำคัญของโมเดลของสไตน์
- 1.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์
- 1.4 ความท้าทายสำหรับครูและการสนับสนุนจากโมเดลของสไตน์

ตอนที่ 2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ความสำคัญการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายที่มีประสิทธิภาพตามโมเดลของสไตน์
- 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1 โมเดลของสไตน์

1.1 ที่มาของโมเดลของสไตน์

เกิดการปฏิรูปทางการศึกษาที่มุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้ครูเกิดความยากลำบากเพิ่มขึ้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เผชิญกับความท้าทาย เกิดการเรียนรู้ การคิดค้น การสร้างความรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้ โดยสิ่งที่เป็ความกังวลหลักสำหรับครูคือการปฏิบัติที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญและเน้นให้นักเรียนได้ความรู้ที่จำเป็นอย่างครบถ้วน แนวทางหนึ่งที่ครูสามารถนำไปใช้ในห้องเรียนเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งแนวทางดังกล่าวเอื้อให้นักเรียนได้มีโอกาสเป็นผู้สร้างความรู้ รวมถึงเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่หลากหลายได้ด้วยตนเอง

5 การปฏิบัติ (5 Practices) ถูกคิดค้นขึ้นโดย Stein Smith Engle และ Hughes (2008) โดยเป็นวิธีการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนได้เป็นผู้สร้างความรู้และนำความรู้ไปใช้งานได้ด้วยตนเอง โดยมีฐานแนวคิดมาจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry-based) ซึ่งเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

โมเดลของสไตน์ถูกพัฒนาขึ้นโดย Larsson (2015) เพื่อตอบสนองต่อแนวทางการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน Larsson ได้นำ 5 การปฏิบัติ (5 Practices) ที่คิดค้นขึ้นโดย Stein และคณะ (2008) มาใช้เป็นแนวทางในการนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพพร้อมกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ LEADS เพื่อเอื้อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็น และเหตุผล ร่วมค้นคว้า และสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งนอกจากการใช้ 5 การปฏิบัตินี้แล้ว ยังขึ้นอยู่กับงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องมีเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจนและต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้การตอบสนองได้อย่างหลากหลาย

1.2 ความหมายและลักษณะสำคัญของโมเดลของสไตน์

โมเดลของสไตน์ คือ รูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติในการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง โดยครูใช้ 5 การปฏิบัติ (5 Practices) ซึ่งได้แก่ 1. การคาดการณ์ (Anticipating) 2. การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) 3. การติดตาม (Monitoring) 4. การคัดเลือกและจัดลำดับ (Selecting and Sequencing) และ 5. การเชื่อมโยง (Connecting) เพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับผลงานหรือแนวคิดของนักเรียนเองและสรุปเป็นความรู้ใหม่อย่างมีประสิทธิภาพ

ลักษณะสำคัญของโมเดลของสไตน์เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงผ่านการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับการอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1.2.1) การเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry-based) ตามรูปแบบ LEADS (Launch-Explore-Discuss-Summarize)

การเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้ และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนได้ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบ LEADS ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (Launch) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้น โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อระบุสิ่งที่งานต้องการทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญ รวมถึงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การสำรวจ (Explore) เป็นขั้นที่นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากงานเพื่อกำหนดวิธีการ แนวทางหรือกลยุทธ์ที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน พร้อมกับครูใช้การพูดคุย ซักถาม เพื่อช่วยเหลือและชี้แนะให้นักเรียนสามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ได้และให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลและตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ แนวทางหรือกลยุทธ์ของตนเอง

ขั้นที่ 3 การอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และเหตุผลที่หลากหลายที่ใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ พร้อมกับคอยช่วยเหลือโดยใช้คำถามให้นักเรียนสามารถนำความรู้และเหตุผลที่หลากหลายมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ได้

1.2.2) 5 การปฏิบัติ (5 Practices)

5 การปฏิบัติ ถูกคิดค้นขึ้นโดย Stein และคณะ (2008) โดยเป็นวิธีการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ พัฒนาความคิด ความรู้ความเข้าใจ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงสามารถเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายเหล่านั้นไปสู่เป้าหมายการเรียนรู้ได้อย่างราบรื่นด้วยตนเอง ประกอบด้วย 5 การปฏิบัติ ได้แก่

การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะคาดการณ์ การตอบสนองของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียม คำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

การปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะให้ นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย และใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ พร้อมกับจดบันทึกแนวคิดเหล่านั้นลงในแบบบันทึก

การปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะเลือกแนวคิดที่ ได้จากการติดตามการตอบสนองของนักเรียนมาใช้เป็นประเด็นอภิปรายเพื่อให้เกิดการพูดคุย ถกเถียง แสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน

การปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะจัดลำดับการ อภิปรายจากแนวคิดที่ได้เลือกไว้ เพื่อให้การอภิปรายมีความสอดคล้องและเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปหรือ คำตอบได้ง่ายขึ้น โดยพิจารณาจาก 1) ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 2) แนวคิดหรือกลวิธีที่ต้องสมบูรณ์ 3) ความหลากหลายของการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 4) แนวคิดหรือ กลวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ และ 5) แนวคิดหรือกลวิธีที่ทำให้ปัญหาง่าย เพื่ออำนวยความสะดวกใน การเชื่อมโยงการอภิปราย

การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่เปิดโอกาสให้ นักเรียนได้สร้างความเห็นร่วมกันและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือกลวิธีของผู้อื่น ผ่านการ โต้แย้ง แสดงความคิดเห็นและเหตุผล โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้น ให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่ กำหนดไว้

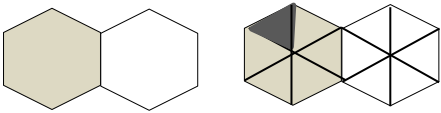
ต่อมา Larsson ได้นำ 5 การปฏิบัติข้างต้นมาปรับให้เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้ ได้แก่ ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 4 การ คัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) และขั้นตอนการ ปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) โดยแสดง รายละเอียดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมในหัวข้อที่ 1.3

1.2.3) งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task)

งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task) เป็นงานที่ถูกออกแบบโดยครูเพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นกิจกรรม ปัญหาหรือสถานการณ์ ที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดปัญหาหรือข้อสงสัยก่อนจะลงมือแก้ปัญหา (Henningsen & Stein, 1997) โดยงานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task) ที่ถูกนำมาใช้ในโมเดลของสไตน์นั้น Maria ได้กล่าวไว้ว่า โมเดลของสไตน์เน้นให้ความสำคัญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาใช้ ซึ่งจะต้องเป็นงานระดับสูง (Higher-level demands) ที่ให้นักเรียนได้สำรวจ รวมถึงใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ได้ โดย Larsson ได้นำแนวคิดของ Stein และคณะ (2008) มาใช้เป็นกรอบแนวคิดของระดับของงานทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงรายละเอียดของระดับงานทางคณิตศาสตร์พร้อมตัวอย่าง

ระดับ	ตัวอย่าง
<p>Lower-level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะการท่องจำเพื่อใช้ในการหาคำตอบ</p>	<p>โจทย์: กฎสำหรับการคูณเศษส่วนคืออะไร?</p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน: นำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และนำตัวส่วนคูณกับตัวส่วน หรือ คูณจำนวนสองจำนวนด้านบน และคูณจำนวนสองจำนวนด้านล่าง</p>
<p>Lower-level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ขั้นตอนที่ปราศจากความเข้าใจหรือวิธีการที่เฉพาะในการหาคำตอบ</p>	<p>โจทย์: 1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ 2) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$ 3) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$</p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน:</p> <p>1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$ 2) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$ 3) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$</p>

ระดับ	ตัวอย่าง
<p>Higher-level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ ขั้นตอนที่อาศัยความเข้าใจในการหาคำตอบ</p>	<p>โจทย์: คำนวณ $\frac{1}{6}$ ของ $\frac{1}{2}$ โดยใช้รูปแบบ บล็อก จงวาดรูปเพื่อแสดงคำตอบและอธิบาย วิธีการของตนเอง</p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน:</p>  <p>อันดับแรกให้คุณนำทั้งหมดมาแบ่งครึ่ง ซึ่งจะทำ ให้กลายเป็นรูปหกเหลี่ยมสองรูป แล้วฉันจะแบ่ง รูปหกเหลี่ยมรูปแรกออกเป็น 6 ชิ้น ซึ่งจะทำให้ ได้รูปสามเหลี่ยม 6 อัน คิดเป็น $\frac{1}{6}$ แล้วนำมา คิดรวมกับรูปสามเหลี่ยมที่แบ่งได้ในรูปที่สอง จะได้ว่า $\frac{1}{6}$ ของ $\frac{1}{2}$ คือ $\frac{1}{12}$</p>
<p>Higher-level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการหา คำตอบ</p>	<p>โจทย์: สร้างสถานการณ์ในโลกแห่งความจริง สำหรับปัญหาต่อไปนี้</p> $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ <p>แก้ปัญหาที่คุณสร้างโดยไม่ใช้กฎและอธิบาย วิธีการของคุณ</p> <p>หนึ่งสิ่งที่เป็นไปได้สำหรับการตอบสนองของ นักเรียน: สำหรับมือกลางวันแม่ให้พิชซ่าแก่ฉัน $\frac{3}{4}$ ของพิชซ่าที่เราสั่งซื้อมา ซึ่งฉันทานได้แค่ $\frac{2}{3}$ ของพิชซ่าที่แม่ให้ ดังนั้นฉันทานพิชซ่า ทั้งหมดเท่าไร?</p> <p>ฉันวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อแสดงพิชซ่า ทั้งหมด จากนั้นฉันก็ตัดมันออกเป็น 4 ส่วนแล้ว แรงเงา 3 ส่วนของทั้งหมดเพื่อแสดงส่วนที่แม่ให้ ฉัน แต่เนื่องจากฉันกินเพียง 2 ใน 3 ของพิชซ่า ที่แม่ให้ ซึ่งเป็นเพียง 2 ส่วนที่แรงเงาเท่านั้น</p>

ระดับ	ตัวอย่าง
	<p>นี่เป็นสิ่งที่ฉันทาน ตอนกลางวัน ดังนั้น 2/3 ของ 3/4 คือ ครึ่งหนึ่ง ของพิชชา</p> <p>พิชชา</p>

1.3 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์

Larsson (2015) ได้นำ 5 การปฏิบัติ (5 Practices) ที่เป็นแนวคิดของ Stein และคณะ (2008) มาพัฒนาเป็น 5 การปฏิบัติใหม่เพื่อให้เหมาะสำหรับการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดย 5 การปฏิบัติใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกับระยะการจัดกิจกรรม ซึ่งสรุปได้ดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงความสอดคล้องระหว่างขั้นการปฏิบัติและระยะการจัดกิจกรรม

ขั้นการปฏิบัติ	ระยะการจัดกิจกรรม (Phase)
การคาดการณ์ (Anticipating)	การวางแผน (Plan)
การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)	การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launch)
การติดตาม (Monitoring)	การสำรวจ (Explore)
การคัดเลือกและจัดลำดับ (Selecting and Sequencing)	
การเชื่อมโยง (Connecting)	การอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize)

พร้อมทั้งได้อธิบายรายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น (5 Practices) ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุป

เป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับ 5 ขั้นตอนการปฏิบัติ ดังนี้ (Larsson, 2015)

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นนี้ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิถีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นนี้ครูนำเสนอ งานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายนักเรียนให้มีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นนี้นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมเรียนรู้ต่างๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นใน 3 เรื่อง ได้แก่ (1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการแก้ไข (2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ (3) พฤติกรรมเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออก ต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่างๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ขั้นนี้ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการ ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็น ความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความเหมาะสม รวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบ เพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) ขั้นนี้นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยน ความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณา เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่างๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึง

เปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของของสไตน์ ข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของของสไตน์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนการปฏิบัติ ดังนี้ ขั้นตอนปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นการคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ของนักเรียน ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เป็นขั้นที่ครูนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์โดยกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเงื่อนไขต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ก่อนให้นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) เป็นขั้นที่ครูจะกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) เป็นขั้นที่ครูการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนเพื่อใช้ในการอภิปราย และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน โดยครูจะคอยช่วยเหลือให้นักเรียนได้พิจารณาเชื่อมโยงข้อสรุปของแนวคิดหรือวิธีการต่างๆ เหล่านั้นไปสู่ข้อสรุปที่เป็นเป้าหมายการเรียนรู้

1.4 อุปสรรคหรือความท้าทายและข้อเสนอแนะในการนำโมเดลของสไตน์ไปใช้

Larsson (2015) ได้นำเสนอลักษณะของอุปสรรคหรือความท้าทายสำหรับครูในการจัดการอภิปรายทั้งชั้นเรียน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า รวมถึงสิ่งที่น่าจะเป็นความเข้าใจผิดหรือความสับสนของนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลายและเป็นไปตามที่ครูคาดการณ์ไว้

2. การคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ในโมเดลของสไตน์เน้นงานระดับสูง (Higher-level demands) เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ทั้งนี้การเลือกงานทางคณิตศาสตร์อาจใช้กรอบแนวคิดจากตารางที่ 1

3. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง เพื่อที่ครูจะได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานและความเข้าใจของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและเพียงพอในการทำงานทางคณิตศาสตร์หรือไม่ หากพบว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานหรือความเข้าใจที่ผิดพลาด ครูจะดำเนินการแก้ไขให้ถูกต้อง

4. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่าง มากกว่าที่จะเป็นการบอกคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดในการคำตอบได้ด้วยตนเอง

5. ครูควรตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีคัดเลือกและจัดลำดับวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเพื่อที่จะใช้ในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยคัดเลือกและจัดลำดับผลงานของนักเรียนเพื่อใช้ในการอภิปราย ดังนี้
1) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ 2) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ซึ่งใช้วิธีการ แนวทางหรือกลวิธีที่แตกต่างจากข้อ 1 และ 3) ผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิด หากปริมาณผลงานมีจำนวนมาก ครูจะต้องเลือกผลงานที่สำคัญเพื่อให้เหมาะสมกับเวลา เช่น เป็นผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่ หรือเป็นผลงานที่สามารถเปรียบเทียบความเหมือน/ต่างของแนวคิดหรือกลวิธีการแก้ปัญหาได้

6. ครูควรตั้งประเด็นคำถามที่ซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด เหตุผลและความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้อธิบายที่มาหรือเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำมาใช้มากกว่าที่จะให้ความสำคัญกับขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือคำตอบเพียงอย่างเดียว

8. ครูควรช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยนำเสนอแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาจากง่ายไปยาก รูปธรรมไปนามธรรม หรือหากมีหลายแนวคิด หลายเหตุผล ครูควรช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความเหมือน ความต่างเหล่านั้น จนนักเรียนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง

9. ครูควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อให้นักเรียนเกิดการโต้เถียงกันในการอภิปรายในชั้นเรียน

10. ครูควรคัดเลือกเนื้อหาและออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุด

จากอุปสรรคหรือความท้าทายสำหรับครูและข้อเสนอแนะในการนำโมเดลของสไตน์ไปใช้สรุปได้ว่า ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนจะนำมาใช้คัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างเป็นลำดับ และตัดสินใจเลือกและจัดลำดับงานที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ถกเถียง ใช้ความรู้ความคิด เหตุผล โดยควรให้ความสำคัญเกี่ยวกับวิธีคิดหรือเหตุผลของนักเรียนมากกว่าขั้นตอนการคำนวณหรือคำตอบ รวมถึงเลือกเนื้อหาหรืองานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับเวลาที่จะให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาได้อย่างเต็มที่

2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบายใน 2 ส่วน คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละประเภท มีรายละเอียดดังนี้

ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ มีนักวิชาการทางการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Wilson (1971) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน

Cooney, Davis และ Henderson (1983) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถเข้าใจความหมายและเผยแพร่ความรู้ที่ได้ออกมา โดยวิธีการอธิบาย หรือบรรยาย และสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม หรือความหมายของเรื่องนั้นๆ เช่น ความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยม นั่นคือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของรูปสามเหลี่ยมได้

Toumasis (1995) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ในขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการทำความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อการกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ โดยนักเรียนต้องสามารถจำแนกประเภทความเหมือน ความแตกต่างของสิ่งต่างๆได้

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2523) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการหาความคิดรวบยอดของสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

สุรัชย์ ขวัญเมือง (2522) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง การสร้างความคิดที่เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อความคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัมพร ม้าคอง (2554) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้ง

ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีนักวิชาการทางการศึกษาให้ความหมายไว้มากมาย ดังนี้

Reber (1995) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้ที่สามารถตรวจสอบองค์ประกอบของปรากฏการณ์บางอย่าง

Howe และคณะ (2004) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการประกอบด้วยขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการอ่านและเขียนแสดงออกมาในรูปแบบกราฟ ตาราง การดำเนินการทางเรขาคณิต ทักษะที่ไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ เช่น การหมุน และลำดับ เป็นต้น

Clark, Lyons และ Hoover (2004) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ หมายถึง แนวทางในการทำงานเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

Lauritzen (2012) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับกระบวนการดำเนินการ สามารถนำเสนอรูปแบบของกระบวนการได้หลายรูปแบบ ซึ่งเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ และไม่ต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ใช้หรือเป็นที่มาของกระบวนการ

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ แนวทางในการคิดคำนวณตามขั้นตอนที่มีแสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของวิชาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2554) ได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอน การคำนวณหรือการดำเนินการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่าน สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับ

เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการสร้างหรือจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสามารถแบ่งออกเป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณ การดำเนินการโดยใช้สูตรคณิตศาสตร์ และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ โดยกำหนดความสามารถของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. มีความรู้และความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และทักษะการคิดคำนวณ สามารถเลือกหลักการ กฎ หรือสูตร มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้
2. มีเหตุผลในการคิดเชิงตรรกะ สามารถถ่ายทอดความคิดได้อย่างถูกต้องชัดเจน
3. มีความพอใจ มองเห็นความสำคัญ และประโยชน์ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. มีความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีทักษะในการเรียนรู้ และมีความสามารถในการเลือกใช้ความรู้ไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดจุดมุ่งหมาย วิสัยทัศน์เกี่ยวกับคุณภาพ และมาตรฐานของผู้เรียน สามารถสรุปได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์จะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

สุนิดา เรื่องสิริเศรษฐ์ (2552) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่งทีนักเรียนจะได้เรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด ได้แก่ ข้อเท็จจริง กฎ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะใช้สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2554) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำความรู้ไปใช้งาน ในการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดๆ ผู้เรียนควรได้รับความรู้นั้น และผู้สอนควรถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์และความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างความรู้ทั้งสองประเภท และรู้ถึงแนวทางการนำความรู้นั้นไปใช้

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงขั้นตอนวิธีการมีความสำคัญต่อนักเรียน เมื่อนักเรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน รวมถึงพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งในการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์นี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ และแนวทางพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยแนวทางดังต่อไปนี้

De Cecco และ Crawford (1974) ได้เสนอแนวทางในการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ ไว้เป็นขั้นตอน ดังนี้

1. การสัมผัส (sensation) ผู้เรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัส
2. การรับรู้ (perception) เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้นเพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น
3. การจำ (memory) หลังจากผู้เรียนรับรู้ถึงสิ่งเร้านั้นแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร
4. การจำแนกแยกแยะ (discrimination) เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้านั้นได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนกสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร
5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย (generalization) หลังจากทีผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และแผ่จำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้วก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้า

Lasley และ Matczynski (1997 อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2547) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept formation model) ที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data generation) เป็นขั้นตอนในการผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นโดยผู้สอนจะต้องกลั่นกรองข้อมูลซึ่งอาจได้จากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอนว่าข้อมูลที่ได้นั้นครบถ้วนหรือไม่ ต้องเพิ่มเติมหรือตัดสิ่งใด และเพียงพอในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 การจัดข้อมูล (Data generation) ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนควรกำหนดเกณฑ์ก่อนดำเนินการจัดกลุ่ม จากนั้นผู้สอนต้องแนะนำให้ผู้เรียนให้นิยาม หรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์ หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ และกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the category) เมื่อใช้ข้อมูลจากผู้เรียนที่ได้จัดไว้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานเพื่อจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนกโดยผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆมีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะของข้อมูล หลังจากการอธิบายของนักเรียน ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) เป็นขั้นตอนการใช้ความคิดวิเคราะห์ระดับสูงของผู้เรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งจนสามารถสร้างความรู้ หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ภายในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกับข้อข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์การดำเนินการต่างๆ

พนัส หันนาคินทร์ (2514) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ว่า ครูควรดำเนินการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดประสบการณ์จริงจะทำให้การอธิบายมโนทัศน์ชัดเจน ซึ่งการอธิบายนั้นสัมพันธ์กับสิ่งที่เข้าใจอยู่ก่อนแล้ว โดยเฉพาะถ้าเป็นประสบการณ์ตรง จะช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง แกลงกฎต่างๆอย่างชัดเจน ประสบการณ์ที่เป็นจริงเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่แก่ผู้เรียน และเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจน

2. การให้คำอธิบายแจ่มแจ้ง ครูจะต้องให้หลักการในการติดต่อสื่อสารความคิด เช่น ใช้คำพูดที่นักเรียนคุ้นเคย ใช้ประโยคง่าย ๆ เน้นจุดสำคัญด้วยการอธิบายซ้ำ ชี้ให้เห็นความสำคัญของเรื่องย่อยๆ ที่มีอยู่ในเรื่องใหญ่ และใช้คำถามที่เป็นหัวใจของเรื่องนั้น

อัมพร ม้าคนอง (2546) ได้อธิบายถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอนซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้ เชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สำคัญ และไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึงกัน คำถาม และทิศทางที่ควรเน้นสื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้

ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงต่อไปนี้ การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้ผู้เรียนซักถามและการประเมินระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน

ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญๆ ในลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ ความสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์

แนวทางการพัฒนาขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยแนวทางดังต่อไปนี้

Hiebert (1989 อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2546) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการว่า การพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการจะต้องพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์ ในขั้นนี้จะเป็นขั้นตอนของการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบเป็นประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้แทนในทางคณิตศาสตร์ จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหญ่ๆ คือ ตัวเลข เช่น 1, 2, 4 และเครื่องหมายแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น +, -, ×, ÷ เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎและการดำเนินการ เป็นขั้นของการพัฒนาความหมายของสิ่งที่กลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ประโยคสัญลักษณ์ $65 - 27 = 38$ นั้น แทนการหัก 27 ออกจาก 65 โดยหัก 10 ออกจาก 60 และหัก 7 ออกจาก 5 แต่หัก 7 ออกจาก 5 ไม่ได้จึงใช้วิธีใหม่ คือ แบ่ง 60 ออกเป็น 50 กับ 10 แล้วให้ 10 กับ 5 รวมเป็น 15 ซึ่งจะทำให้สามารถหักได้ โดยหัก 20 ออกจาก 50 และหัก 7 ออกจาก 15 ซึ่งจะเหลือ 30 และ 8 ตามลำดับ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น 38

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้จากการใช้ความหมายในขั้นที่ 1 เช่น หากนักเรียนทราบความหมายของ 4 หมายถึง จำนวนของที่รวมกันแล้วได้ 4 นักเรียนสามารถคาดคะเนได้ว่าคำตอบที่ได้ต้องมากกว่า 4 เพราะ $\frac{2}{3}$ มีค่าไม่ถึง 1 คำตอบจึงเป็น 5 หรือ 6 หรือ 7

Usiskin (1998) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยให้หลักการพื้นฐานสำหรับการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงความสำคัญของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จากเทคโนโลยี โดยเทคโนโลยีทำให้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น บางอย่างมีความสำคัญน้อยลงแต่มีขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างที่ไม่มีมีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญ

2. สำหรับปัญหาใดๆ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ชนิดที่ทำได้โดยใช้สมองคิด ชนิดที่ทำได้ด้วยปากกาและดินสอ และชนิดที่ทำได้ด้วยการช่วยเหลือของครู

3. ไม่ว่าจะสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร จะมีนักเรียนที่ทำวิธีที่แตกต่างไปจากที่ครูสอนเสมอ

4. การจะใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูต้องมีการเตรียมตัวและหาวิธีการสำหรับดำเนินการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างเหมาะสม

5. ครูควรตั้งจุดมุ่งหมายในการสอน ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดเป็นการค้ำค่าต่อการสอน

ศุภลักษณ์ ครูชคง (2556) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการว่า ครูต้องทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่นักเรียนได้พบเจอในชีวิตประจำวัน และเข้าใจความหมายของกฎและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

จากแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การสร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน ให้นักเรียนได้พิจารณาและสังเกตลักษณะร่วม จัดกลุ่มความเหมือนและความต่างของความรู้จากตัวอย่างหลายตัวอย่าง จนไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ได้ ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ คือ การที่ครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการดำเนินการและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับการดำเนินการดังกล่าว โดยต้องทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่ง

ที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกฎ และการดำเนินการ เพื่อที่นักเรียนจะสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไปได้

2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยมีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Fray, Fredrick และ LKlausmeier (1969) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการประเมินแล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

National Council of Teachers of Mathematics (1989) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์มีการประเมินใน 2 องค์ประกอบ คือ การประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการประเมินความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนและการประเมินความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา

Wilson (1971) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนรู้อตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้อมาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บารุงสงฆ์ (2520) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ประเมินตามองค์ประกอบของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยมีการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะได้ทราบว่า ผู้เรียนมีความเข้าใจในขั้นตอนกระบวนการและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใดตั้งนั้น ข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการจึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์และการประเมินความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และประเมินความรู้

เกี่ยวกับการคำนวณ การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนหรือกระบวนการที่นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา

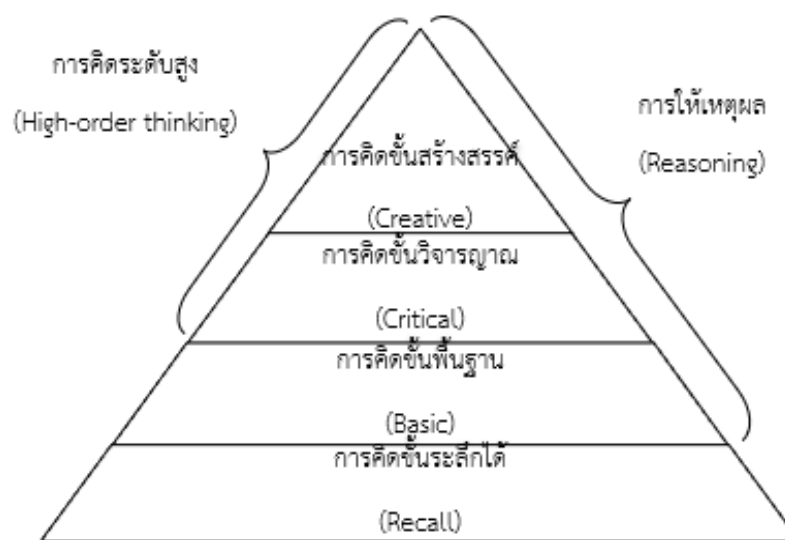
3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

Krulik และ Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) ส่วนการให้เหตุผล Krulik และ Rudnick ได้จัดการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือระดับระลึกได้ (recall) ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ของครูลิคและรูดนิค

Krulik และ Rudnick อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจจะคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะ

เห็นว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่าเป็นภาคีระดับสูง (Higher order thinking)

O'Daffer (1993) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหลักการ การสรุป แนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Greenwood (1993) ได้กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเข้าใจ รูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ Greenwood ยังกล่าว ย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ใน เนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Haggarty (2003) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นการที่นักเรียนสามารถ ค้นหาคำตอบ และตัดสินใจถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

ซัชชัย คุ่มทวพร (2534) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ลักษณะหนึ่งของการคิดที่ พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการให้หลักฐานการสังเกตหรือข้อความต่างๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิตินา แคมมณี (2542) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อ เข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและ พิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยซึ่งประกอบด้วย ทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัย หรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

อลิสรา ชมชื่น (2550) สรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของเหตุและผล จำแนก

ข้อเท็จจริงในการตัดสินความถูกต้อง หรือสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผลและขยายไปสู่ความคิดอื่น

โสมรศม์ ดาหลาย (2551) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด ท้ายสุดคือแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

พรณทิพา พรหมรักษ์ (2552) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

วรนารถ อยู่สุข (2555) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลประกอบไปด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ และใช้เหตุผลในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

3.2 ความสำคัญการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

Baroody and Coslick (1993) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลจำเป็นต่อการทำงานทางคณิตศาสตร์เพราะ

- การให้เหตุผลสามารถส่งเสริมอำนาจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความเป็นเหตุเป็นผลและสามารถทำความเข้าใจได้
- การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนการสอนและการใช้ชีวิต การค้นพบรูปแบบและการใช้เหตุผล “ถ้า...แล้ว...” สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาวิทยาศาสตร์และเนื้อหาอื่นๆ ได้นอกจากนี้การประเมินข้อโต้แย้งยังเป็นสิ่งจำเป็นในการตัดสินใจอีกด้วย

Alice and Shirel (1999) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนการแก้ปัญหาได้หาปราศจากการให้เหตุผล

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้ให้ความสำคัญ ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจที่ลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้สมบัติความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5-8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง

5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผลโดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้

ปิยวดี วงใหญ่ (2548) ได้กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความ เป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจเชื่อว่าคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ๆ ได้เองด้วย นักเรียนที่เรียน

ด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบ และจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน

เสาวรัตน์ งามแก้ว (2552) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลว่า ความสามารถในการให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลของผู้เรียนมีความสำคัญต่อผู้สอนในการดำเนินการต่อไปนี้

- อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใดๆ
- ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
- วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ
- ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
- จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
- ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

สุภารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญในการคิดหาคำตอบที่เป็นเหตุเป็นผล การคิดหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดนั้นและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

จิตติมา อุดมพรมนตรี (2555) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้เพราะจะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบาย ให้เหตุผลต่างๆ เพื่อให้ผู้อื่นสามารถรับรู้ข้อเท็จจริงได้ รวมถึงเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของนักเรียนต่อไป

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นและมีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ จากการศึกษาข้ออธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลเพื่อไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง อีก

ทั้งเป็นพื้นฐานการคิดในขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ รวมถึงเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหาที่ซับซ้อนสมบูรณ์

3.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

O'Daffer (1990) ได้เสนอว่า ทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกบางสมาชิกในขอบเขตหนึ่งๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไป หรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในขอบเขตนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

Baroody and Coslick (1993) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจาก ลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็น หรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏ หรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้ ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย สำหรับความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท Baroody and Coslick ได้กล่าวสรุปไว้ว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก หรือแบบอุปนัย ที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดเดา แล้วตรวจสอบพิสูจน์ข้อคาดเดา ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Cooney (1996) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากการสังเกตเห็นสิ่งที่ร่วมกันจากหลายๆ ตัวอย่าง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง แล้วสรุปออกมาอย่างมีเหตุผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักการทั่วไป หรือหลักการใหญ่ๆ แล้วอ้างอิงไปยังที่ที่ต้องการ ที่มีความจำเพาะเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบที่ได้มา

4. การให้เหตุผลในเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีมิติเป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลายๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่วๆ ไปในวงกว้าง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจนทำให้เกิดผลสรุป

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้อธิบายลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกะ ประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ดังนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญ หรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างแล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน (Heller, Ahlgren, Post, Behr, and Lesh 1989) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ การระบุค่าของตัวแปรและการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข

2.3 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปที่เชื่อได้ว่าน่าจะมีความถูกต้อง น่าจะเป็นจริง และมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง และยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าจริงหรือยอมรับว่าจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักคณิตศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 2 ส่วนที่สำคัญคือ ส่วนของเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนของผลหรือผลสรุป

จากการศึกษาเกี่ยวกับประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้สรุปรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสังเกตสิ่งๆ ร่วมกันหลายๆ ตัวอย่าง และวิเคราะห์หาความสัมพันธ์แนวคิดเพื่อนำมาสร้างข้อสรุปที่เป็นความรู้หรือหลักการทั่วไป และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นำสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริง มาใช้ในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้น และสามารถหาข้อสรุปและยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971) ได้ให้ทัศนะไว้สรุปได้ว่า ในการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

Brandt (1984 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540) ได้กล่าวว่า แนวการสอนที่ทำให้เกิดทักษะการคิดที่เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล แบ่งเป็น 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for Thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) โดยมีรายละเอียดของแต่ละแนวทางดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมี การปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน
2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน
3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

Lappan (1989) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและต่อเนื่อง โดยบรรยากาศในห้องเรียนจะเน้นการอธิบาย แลกเปลี่ยนความรู้ ชี้แจงเหตุผลและร่วมกันแก้ปัญหา ดังนั้นจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหา พิสูจน์ สังเกตแบบบูรณาการถึงชี้แจงเหตุผลของแนวคิดนั้น

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนวคิดที่ว่า บรรยากาศในห้องเรียนเป็นสิ่งสำคัญ โดยครูต้องจัดบรรยากาศในห้องเรียนแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้องซึ่งเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ โดยไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกกลัวที่จะเสนอเหตุผลของตนเอง

Sternberg (1999) ได้นำเสนอแนวคิดในการพัฒนาทักษะและการประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ชั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากการแก้ปัญหา การวางแผนและการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และการกำกับและประเมินคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวโดยสรุปว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล โดยเสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่างๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่何在อย่างไร

อัมพร ม้าคอง (2554) กล่าวโดยสรุปว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหาบทเรียน หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนเอง และที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความต้องการของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

สุภารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้นๆ อย่างสมเหตุสมผล

วรณารถ อยู่สุข (2555) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศแวดล้อมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ ร่วมกับการให้

เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปไปสู่การตัดสินใจหรือ ยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การจัดบรรยากาศในห้องเรียนเป็นสิ่งสำคัญ โดยครูควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่สนับสนุนให้นักเรียนได้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิด แสดงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน รวมถึงค้นหาเหตุผลมาสนับสนุนหรือคัดค้านแนวคิดหรือข้อสรุปที่เกิดขึ้นอย่างสมเหตุสมผล

3.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2546) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการการให้เหตุผลของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ

ระดับคะแนน/ความหมาย	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผู้เรียนด้านการให้เหตุผล เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนไว้ดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 / ควรแก้ไข	มีความพยายามในการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 / ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

วรรณารถ อยู่สุข (2555) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบคือ การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล ไว้ดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง	1
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	0
- นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ วรรณารถ อยู่สุข (2555) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ซึ่งวัดความสามารถใน 2 ด้าน คือ 1) ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา และ 2) ด้านการพิจารณาความสัมพันธ์สมเหตุสมผลของข้อสรุป

4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการอภิปรายทั้งชั้นเรียนที่มีประสิทธิภาพตาม การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์

Groth (2015) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้โมเดลของสไตน์ เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติโดยตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน คือ ห้องที่ได้รับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลของสไตน์ กับห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ โมเดลของสไตน์ นั้น นักเรียนมีความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สามารถวิเคราะห์เชื่อมโยงความคิดหลากหลาย มีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Cartier และคณะ (2013) ได้ทำการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้โมเดลของสไตน์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยสอนเกี่ยวกับเรื่องการเจริญเติบโตของพืช โดยให้นักเรียนจับกลุ่มแล้วออกแบบการนำเสนอเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืช ซึ่งแต่ละกลุ่มมีการใช้ความรู้และวิธีที่ต่างกันในกรนำเสนอ เช่น กราฟ รูปภาพ แผนภูมิ เป็นต้น แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้พูดคุย แสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกันเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืชใน 1 สัปดาห์และวิธีการนำเสนอที่แต่ละกลุ่มใช้ ซึ่งผู้วิจัยให้ข้อสังเกตว่า การใช้โมเดลของสไตน์เข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนสามารถช่วยให้ครูกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนจนไปสู่การอภิปรายในชั้นเรียน และช่วยส่งเสริมความรู้และความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียนให้ถูกต้องและชัดเจน รวมถึงมีเหตุผลที่ดียิ่งขึ้น

Young (2015) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนำโมเดลของสไตน์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการปฏิบัติสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยการวิจัยนี้ได้ทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยทำการศึกษา วิเคราะห์ การปฏิบัติงานของครูผู้สอนในแต่ละขั้นตอนจากการใช้โมเดลของสไตน์และผลของการใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า โมเดลของสไตน์สามารถช่วยให้ครูผู้สอนกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนได้ดีขึ้น ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมทำงาน มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า คุณภาพของงานหรือปัญหาที่เลือกมาให้ให้นักเรียนได้ทำเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

Danielowski (2016) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการส่งเสริมความรู้สึกรับรู้จำนวน (number sense) ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลของสไตน์ซึ่งทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บข้อมูลจากการบันทึกข้อมูลของครูในระหว่างการทำงาน of นักเรียน และการประเมินตนเองของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยระบุว่า การตั้งคำถาม การพูดคุย แลกเปลี่ยนความ

คิดเห็น การแบ่งปันกลยุทธ์หรือวิธีการ ทำให้ความรู้อิงจำนวน (number sense) ของนักเรียนดีขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมถึงนักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์

Mevarech and Fridkin (2006) ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การฝึกการรู้คิดด้วยวิธี IMPROVE ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวเป็นนักเรียนในวิทยาลัยของประเทศอิสราเอลจำนวน 81 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอน IMPROVE มีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

Staples (2007) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนของนักเรียนจำนวน 20 คน เป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของนักเรียน การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน และอัดวิดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนแบบสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

Nindi Citra Setia Dewi (2013) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดล CRIM เพื่อพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนระดับประถมศึกษา ซึ่งโมเดล CRIM เป็นโมเดลการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองจากบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดล CRIM มีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สูงขึ้น

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 96 คน เป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ศุภลักษณ์ ครุทคง (2556) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพัทลุง เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 48 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 45 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

อิสริยา ปรมัตถากร (2556) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลนครราชสีมา เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 40 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Goos (2004) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 รัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย โดยเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ซึ่งใช้ระยะเวลากว่า 2 ปีในการทำการศึกษา โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากการสังเกต การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน การวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและการอัดวิดีโอ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Lavigne and Lajoie (2007) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ชั้น ได้แก่ ชั้นตั้งคำถาม ชั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ชั้นวิเคราะห์ข้อมูล และชั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวิดีโอ แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2 คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุกๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านกระบวนการสืบสอบ

นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

นาเดีย กองเป็ง (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยการเปลี่ยนผ่านจากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 99 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชัน สูงกว่าร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พีชานิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสำรวจ สืบค้นข้อมูล เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมหรือความรู้ที่มีอยู่ในการพิจารณา จำแนก และเปรียบเทียบ ลักษณะและความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา และจัดการข้อมูลเหล่านั้นให้ให้อยู่ในรูปแบบแผนภาพหรือรูปภาพที่แสดงโครงสร้างที่เป็นรูปธรรม และนำไปสู่การแก้ปัญหา ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 66 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลและการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสร้าง

ความรู้จากความรู้พื้นฐานของนักเรียนผ่านการสืบสอบ หาความสัมพันธ์และสรุปตามความเข้าใจของตนเอง โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง ตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 56 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ในต่างประเทศ แต่ยังไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ภายในประเทศ และจากการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศพบว่า โดยส่วนใหญ่มีการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ไปใช้ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รวมถึงทักษะทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เช่น การสื่อสาร การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และทักษะต่างๆ ที่กล่าวมาของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เน้นให้นักเรียนได้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ แสดงความคิดเห็นและเหตุผลซึ่งกันและกัน โดยนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งในส่วนนี้เองที่ทำให้เกิดการพัฒนาความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นไปในทางที่ดีขึ้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นมีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาผลการประเมินทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งระดับชาติและนานาชาติ เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดปัญหาการเรียนรู้และคำถามวิจัย
2. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนยโสธรพิทยาคม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ความรู้ที่จะใช้ในการทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหนังสืออื่นๆ ประกอบเพิ่มเติม เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูลจากหนังสือและอินเทอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย การวัดและประเมินผล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดสองครั้ง (The One-Group Pretest Posttest Design) โดยรูปแบบการวิจัยมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 6 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง (O ₁)	การทดลอง X	การทดสอบหลังการทดลอง (O ₂)
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของของสไตน์

O₁ แทน การทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest)

O₂ แทน การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

3. การกำหนดประชากรและตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) จังหวัดศรีสะเกษและยโสธร กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 46 คน ของโรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ อำเภอเมือง จังหวัดยโสธร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) จังหวัดศรีสะเกษและยโสธร กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นห้องเรียนที่นักเรียนมีลักษณะความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งหมด 14 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยสุ่มเลือกมา 1 ห้องเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้จากการหาค่าเฉลี่ย (\bar{x}) ของแต่ละห้องในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ย (\bar{x}) ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยรวมของทั้งชั้นเรียนมากที่สุด

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์
2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย
 - 2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้พื้นฐาน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น และความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 19 แผน ระยะเวลา 19 คาบ (คาบละ 50 นาที) โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนตามรายละเอียดต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนยโสธรพิทยาคม ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน
3. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์รายคาบให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ครอบคลุมเนื้อหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย

จำนวน 19 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นเตรียมความพร้อม 2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ และ 3) ขั้นสรุปทบทวน สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 19 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไข ดังนี้

4.1 งานทางคณิตศาสตร์ในบางแผนมีความซับซ้อนมากเกินไปควรลดความซับซ้อนลงให้เหมาะสมกับนักเรียน

4.2 ผลงานของนักเรียนที่นำไปเป็นประเด็นการอภิปรายกำหนดให้ชัดเจน และเหมาะสม ไม่มากเกินไป

4.3 ในบางแผนการจัดการเรียนรู้ให้ตัวอย่างแก่นักเรียนมากเกินไปซึ่งจะทำให้มีเวลาในการอภิปรายน้อย ควรตัดบางตัวอย่างออก

4.4 คำถามที่ใช้กระตุ้นนักเรียนในขั้นการปฏิบัติที่ 2 และ 5 ควรกำหนดให้ชัดเจน

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 7 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1	- ความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกราฟ	1
2	- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกำจัดตัวแปร	1
3	- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่า	1
4	- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยสมบัติการเท่ากัน	1
5-6	- การแก้ปัญหาหาค่าเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2
7	- การแปลงโจทย์ปัญหาเรื่องราวเป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
8	- การแก้โจทย์ปัญหาเรื่องราวอย่างง่ายเกี่ยวกับระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	1
9	- การแก้โจทย์ปัญหาเรื่องราวที่ซับซ้อนเกี่ยวกับระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	1
10	- บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน - สมบัติของความคล้าย	1
11	- การพิสูจน์ว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันโดยใช้บท นิยาม	1
12	- การแก้ปัญหเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันโดย ใช้บทนิยาม	1
13	- บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	1
14	- การพิสูจน์ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันโดยใช้บทนิยาม	1
15	- การแก้ปัญหเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันโดย ใช้บทนิยาม	1
16	- ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	1
17	- การแก้ปัญหเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันโดย ใช้ทฤษฎีบท	1
18	- การแก้โจทย์ปัญหาเรื่องราวอย่างง่ายโดยใช้บทนิยามและ ทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	1
19	- การแก้โจทย์ปัญหาเรื่องราวที่ซับซ้อนโดยใช้บทนิยามและ ทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	1
รวม		19

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ผู้วิจัยได้สร้างกรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์)
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)</p> <p>ขั้นนี้ครูคาดการณ์สิ่งต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นในระหว่างการจัดกิจกรรมเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้าเพื่อวางแผนการจัดกิจกรรมให้นักเรียนสามารถอภิปรายและสรุปเป็นความรู้ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดำเนินการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ระดับสูงที่สอดคล้องกับเป้าหมายการเรียนรู้ โดยมีลักษณะเป็นกิจกรรม ปัญหา หรือสถานการณ์ ที่เน้นการสำรวจ และสามารถใช้นวัตกรรมหรือวิธีการได้อย่างหลากหลาย - ครูคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการทำงานที่นักเรียนจะแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ - ครูคาดการณ์วิธีคิดของนักเรียนที่จะตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ - ครูคาดการณ์ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจเกิดขึ้นในการทำงานทางคณิตศาสตร์
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)</p> <p>ขั้นนี้ครูนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีที่น่าสนใจและท้าทายเพื่อให้นักเรียนอยากร่วมกิจกรรมและทำความเข้าใจเบื้องต้นก่อนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ระดับสูงที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจในการทำงาน ซึ่งสอดคล้องกับเป้าหมายการเรียนรู้ที่เอื้อให้นักเรียนได้ใช้นวัตกรรมหรือวิธีการอย่างหลากหลาย - ครูกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและท้าทายที่จะการอยากร่วมกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจบริบทและปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การพูดคุย ชักถาม ให้นักเรียนทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญต่างๆ - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามหรือใช้คำถามแก่นักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเบื้องต้นก่อนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)</p> <p>ขั้นนี้นักเรียนรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยเริ่มลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เดิมและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของตนเอง และครูกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดำเนินการ ดังนี้</p>

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์)
<ul style="list-style-type: none"> - ครูเดินสำรวจนักเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ว่าถูกต้องหรือไม่ หากไม่ถูกต้องครูจะดำเนินการแก้ไข - ครูดู่างานทางคณิตศาสตร์ที่ให้ไปนั้น นักเรียนใช้แนวคิดหรือวิธีการเหมาะสมหรือไม่ โดยใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายที่มาของแนวคิดหรือวิธีการนั้น - ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยน หรือแสดงความคิดเห็นระหว่างกันเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ และหาข้อสรุปของตนเองหรือกลุ่ม - ครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นอภิปราย
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)</p> <p>ขั้นนี้ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน และนำไปจัดลำดับการนำเสนอและอภิปรายเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามเป้าหมายการเรียนรู้ ดำเนินการ ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนที่ได้จากการบันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 โดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้อง มีข้อผิดพลาด และแนวคิดหรือวิธีการหลากหลาย ซึ่งเพียงพอที่จะนำเสนอสรุปเป็นความรู้ใหม่ - หากมีกรณีที่ไม่มียุคนใดหรือกลุ่มใดใช้แนวคิดหรือวิธีการได้ถูกต้อง ครูสามารถนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ครูได้คาดการณ์ไว้แก่นักเรียน และหากมีกรณีที่พบแนวคิดหรือวิธีการจำนวนมากครูจะเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่สำคัญ เช่น แนวคิดหรือวิธีการที่เป็นข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่ หรือแนวคิดหรือวิธีการที่สามารถเปรียบเทียบความเหมือน/ต่างได้ - ครูจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม - ครูแจ้งให้นักเรียนที่จะได้นำเสนอทราบเพื่อเตรียมตัวก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน
<p>ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปของผลงานไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)</p> <p>ขั้นนี้ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่กำหนดในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและเชื่อมโยงข้อสรุปของผลงานต่างๆ ไปสู่ความรู้ใหม่ตามเป้าหมายการเรียนรู้ ดำเนินการ ดังนี้</p>

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์)
<ul style="list-style-type: none"> - ครูเริ่มต้นการอภิปรายโดยให้นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนดที่ละประเด็น - ครูตั้งคำถามสำหรับแต่ละแนวคิดหรือวิธีการเพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันอภิปรายโดยใช้ความรู้และเหตุผลในการสนับสนุนและโต้แย้งข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและเพื่อน จนได้ข้อสรุปของแต่ละแนวคิดหรือวิธีการร่วมกัน - ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้พิจารณาและเปรียบเทียบข้อสรุปต่างๆ และเชื่อมโยงข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายไปสู่การสรุปความรู้ใหม่ตามเป้าหมายบทเรียน - นักเรียนได้ร่วมกันสรุปความรู้ใหม่ด้วยภาษาของตนเอง - ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยรายละเอียดขั้นตอนของการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมีดังนี้

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน จำนวน 1 ฉบับ โดยใช้ประเมินหลังเรียนซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

- แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น และความคล้าย

รายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมและใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนโยธินวิทยาฯ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย

3. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

3.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัดตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ (อัมพร ม้าคอง, 2554) ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการตามเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

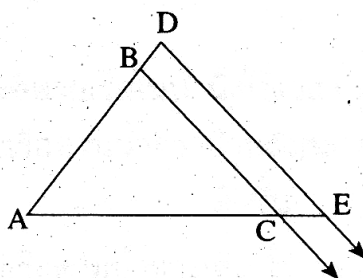
3.2. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน

3.3 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไข เช่น

3.3.1 ความถูกต้องของข้อสอบ ปรับปรุงโดย ปรับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

จากรูป BC//DE แล้วข้อใดไม่ถูกต้อง



ก. $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

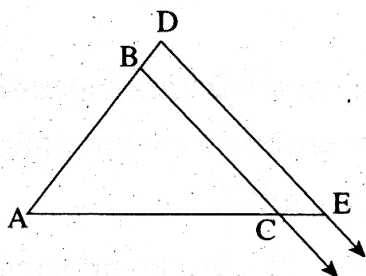
ค. $\hat{A}BC = \hat{A}DE$

ข. $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ง. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จากรูป $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ แล้วข้อใดไม่ถูกต้อง



ก. $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

ข. $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ค. $\hat{A}BC = \hat{A}DE$

ง. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

3.3.2 ความเหมาะสมด้านภาษา ควรใช้ภาษาในโจทย์ให้เข้าใจง่าย การใช้ตัวเลือกในโจทย์ควรเขียนให้สื่อความหมายชัดเจน และขีดเส้นใต้เน้นคำในโจทย์ ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

ข้อใดต่อไปนี้จัดรูปตัวแปร x ในรูปของ y ได้ถูกต้องของระบบสมการ $x+2y-5=0$

และ $2x+y=4$

ก. $x=2y-5$ และ $x=\frac{4-y}{2}$

ข. $x=2y-5$ และ $x=\frac{y-4}{2}$

ค. $x=5-2y$ และ $x=\frac{4-y}{2}$

ง. $x=5-2y$ และ $x=\frac{y-4}{2}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จากระบบสมการ $x+2y-5=0$ และ $2x+y=4$ ข้อใดต่อไปนี้จัดรูปของตัวแปร x ในรูปของ y ได้ถูกต้อง

ก. $x=2y-5$ และ $x=\frac{4-y}{2}$

ข. $x=2y-5$ และ $x=\frac{y-4}{2}$

ค. $x=5-2y$ และ $x=\frac{4-y}{2}$

ง. $x=5-2y$ และ $x=\frac{y-4}{2}$

โจทย์เดิม

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

ข้อความต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ 1 และข้อ 2

ข. ข้อ 1 และข้อ 3

ค. ข้อ 2 และข้อ 3

ง. ถูกต้องทุกข้อ

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. ข้อ 1 และข้อ 2 ถูกต้องเท่านั้น

ข. ข้อ 1 และข้อ 3 ถูกต้องเท่านั้น

ค. ข้อ 2 และข้อ 3 ถูกต้องเท่านั้น

ง. ข้อ 1 ข้อ 2 และข้อ 3 ถูกต้อง

3.4 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนทั้งหมด 45 ข้อ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3.3 ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย มาแล้ว จำนวน 47 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

3.5 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.4 มาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder Richardson-20: KR-20) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.2 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.69
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.32 – 0.77
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.30 – 0.52

3.6 คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 30 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.73
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.30 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.27 – 0.58

3.7 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนและหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

- ฉบับที่ 1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน อัตราส่วนและร้อยละ ความเท่ากันทุกประการ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนเรียนมาแล้ว

- ฉบับที่ 2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน อัตราส่วนและร้อยละ ความเท่ากันทุกประการ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนเรียนมาแล้ว

รายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน อัตราส่วนและร้อยละ ความเท่ากันทุกประการ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
3. กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสม ซึ่งคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 2 ด้าน คือ

3.1 ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

3.2 ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป เป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุป โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

4. สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 6 ข้อ และฉบับหลังการทดลองจำนวน 6 ข้อ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบอัตนัย และสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน ซึ่งโดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน แยกตามองค์ประกอบ ดังนี้ องค์ประกอบที่ 1 ความสามารถในการหาข้อสรุปของปัญหาให้ 2 คะแนน และองค์ประกอบที่ 2 ความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ให้ 2 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา	คะแนน
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องครบถ้วนและสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	2
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วนและสร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	1.5
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องครบถ้วน แต่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้	1
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน แต่ไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้	0.5
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้และไม่สามารถสร้างข้อสรุปได้ - นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเขียนแสดงแนวคิดในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่สร้างข้อสรุปได้ถูกต้อง	0
ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	คะแนน
- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการ	2

ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	คะแนน
อธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด	
- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน	1.5
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด	1
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน - นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	0.5
- นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ยืนยันข้อสรุป และไม่มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป หรือไม่ตอบ	0

5. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาในสถานการณ์หรือข้อความ ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อเสนอแนะโดยมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

5.1 ควรปรับลดความซับซ้อนของสถานการณ์ปัญหา เช่น

โจทย์เดิม

ร้านแฮมเบอร์เกอร์แห่งหนึ่ง ทำแฮมเบอร์เกอร์แบบวันต่อวัน โดยมีส่วนประกอบดังนี้ ขนมปัง เนื้อหมู และผัก แสดงดังตารางต่อไปนี้

ส่วนประกอบ			จำนวนแฮมเบอร์เกอร์ที่สามารถทำได้ (ชิ้น)
ขนมปัง (กรัม)	เนื้อหมู (กรัม)	ผัก (กรัม)	
5/6	3/5	1/2	2
10/6	6/5	1	4
15/6	9/5	3/2	6

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ร้านแฮมเบอร์เกอร์แห่งหนึ่ง ทำแฮมเบอร์เกอร์แบบวันต่อวัน โดยมีส่วนประกอบดังนี้ ขนมปัง เนื้อหมู และผัก แสดงดังตารางต่อไปนี้

ส่วนประกอบ			จำนวนแฮมเบอร์เกอร์ที่สามารถทำได้ (ชิ้น)
ขนมปัง (กรัม)	เนื้อหมู (กรัม)	ผัก (กรัม)	
1.5	1.2	0.4	2
3.75	3	1	5
6	4.8	1.6	8

5.2 ควรปรับภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหาให้สื่อความหมายชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น เช่น

โจทย์เดิม

จงพิจารณาข้อมูลในตารางแล้วหาข้อสรุปเกี่ยวกับปริมาณของผงชา น้ำตาล และครีม ที่ร้านขายชาแห่งนี้ใช้ในการชงชา 45 แก้ว พร้อมทั้งแสดงแนวคิดประกอบข้อสรุป

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหา “ปริมาณของผงชา น้ำตาล และครีม ที่ร้านขายชาแห่งนี้ใช้ในการชงชา 45 แก้ว”

6. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 6 ข้อ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 5 ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน

อัตราส่วนและร้อยละ ความเท่ากันทุกประการ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาแล้ว จำนวน 45 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

7. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 6 มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดทั้งสองฉบับหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach Alpha Coefficient) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยง ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.2 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

7.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.71
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.48 – 0.57
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.47– 0.72

7.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.61
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.29 – 0.71
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.36 – 0.57

8. คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 4 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

8.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลฉบับก่อนเรียน

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.69
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.46 – 0.65
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.35 – 0.60

8.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลฉบับหลังเรียน

ค่าความเที่ยง	เท่ากับ	0.64
ค่าความยาก	ตั้งแต่	0.32 – 0.69
ค่าอำนาจจำแนก	ตั้งแต่	0.26 – 0.51

8. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

5.1 ขั้นตอนเตรียมการก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ สำหรับกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน มัธยมศึกษาปีที่ 3
- 2) ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยนี้ ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน
- 3) ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง
- 4) ผู้วิจัยประสานขอความร่วมมือในการกำหนดตารางสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนโยธินวิทยา
- 5) ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการโรงเรียนโยธินวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28 (สพม.28) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัย

5.2 ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้นมาวิเคราะห์ข้อมูล
- 2) ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน เนื้อหาที่ใช้สอนคือเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย โดยสอน 3 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 19 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561
- 3) หลังจากที่ได้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนครบ 19 แผน แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความสามารถใน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยให้นักเรียนทำแบบวัดแต่ละฉบับต่าง ช่วงเวลาสั้น และใช้เวลาทำแบบวัดแต่ละฉบับ 50 นาที

4) หลังจากให้นักเรียนทำแบบวัดทั้งสองฉบับเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์มาดำเนินการตรวจให้คะแนนโดยข้อที่ตอบถูกต้อง 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบได้ 0 คะแนนและนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนของแบบวัดทั้งสองฉบับนั้นมาวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 3 ส่วน ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Dependent sample t-test)

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติเป็นส่วนหนึ่งในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ โดยรายละเอียดของสถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สถิติที่ใช้สำหรับตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และสถิติที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

7.1 สถิติที่ใช้สำหรับตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยหาค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด โดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder Richardson-20: KR-20) คำนวณโดยใช้โปรแกรมช่วยวิเคราะห์แบบวัด (Test Analysis Program version 4.2.5) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่พัฒนาโดยบุรุก (Books, 2006) ผู้วิจัยดาวน์โหลดจาก <http://www.watpon.com>

1.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยหาค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย (B-Index and non 0-1 method item Analysis Program) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <https://drive.google.com/file/d/0B6tkN3yu3JioWDdGYVhEdnhnVKE/view>

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่าเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาวิเคราะห์ข้อมูล และนำเสนอผลการวิเคราะห์เป็น 3 ตอนตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 แสดงผลดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ทั้งหมด 46 คน

ความรู้ทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	s	M	t	Sig
ความรู้เชิงมโนทัศน์	12	7.34	1.29	61.17	1.80	0.04*
ความรู้เชิงกระบวนการ	18	11.70	2.77	64.98	2.19	0.02*
รวม	30	19.11	3.16	63.70	2.38	0.01*

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 เมื่อพิจารณาความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม พบว่า คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.11 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.16 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 63.7 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 2.38 สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7.34 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.29 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 61.17 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 1.80 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความรู้เชิงกระบวนการหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 11.70 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.77 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 64.98 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 2.19 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ แสดงผลดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ทั้งหมด 46 คน

ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	Sig
		\bar{x}	s	\bar{x}	s		
ด้านที่ 1 การหา ข้อสรุปของปัญหา	8	5.16	1.47	5.89	1.70	3.63	0.00*
ด้านที่ 2 การพิจารณา ความสมเหตุสมผล ของข้อสรุป	8	4.18	1.59	4.99	1.66	3.95	0.00*
รวม	16	9.34	2.69	10.86	2.40	3.59	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 11 เมื่อพิจารณาความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 9.34 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.69 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 10.86 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.40 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.59 สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 5.16 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.47 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 5.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.70 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.63 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 4.18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.59 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 4.99 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.66 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.95 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 เสนอในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) ค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ทั้งหมด 46 คน

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{x}	s	M	t	Sig
ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหา	8	5.89	1.70	73.64	4.36	0.00*
ด้านที่ 2 การพิจารณาความสัมพันธ์ของผลของข้อสรุป	8	4.99	1.66	62.36	3.24	0.00*
รวม	16	10.86	2.40	67.88	3.55	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 12 เมื่อพิจารณาความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 10.86 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.40 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 67.88 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.55 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยพิจารณาเป็นรายด้านได้ดังนี้

คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 5.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.70 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 73.64 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 4.36 สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 4.99 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.66 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 62.36 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.24 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) จังหวัดศรีสะเกษและยโสธร กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 46 คน ของโรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ อำเภอเมือง จังหวัดยโสธร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) จังหวัดศรีสะเกษและยโสธร กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นห้องเรียนที่นักเรียนมีลักษณะความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งหมด 14 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยสุ่มเลือกมา 1 ห้องเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองซึ่งที่ได้จากการหาค่าเฉลี่ย (\bar{x}) ของแต่ละห้องในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ย (\bar{x}) ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยรวมของทั้งชั้นเรียนมากที่สุด

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ โดยใช้เนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จำนวน 19 แผน ใช้เวลาในการทดลอง 19 คาบ เป็นระยะเวลา 7 สัปดาห์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีความเที่ยงเท่ากับ 0.84 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.37-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.30-0.57

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีความเที่ยงเท่ากับ 0.74 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.52-0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.23-0.29

2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีความเที่ยงเท่ากับ 0.79 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.54-0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.32-0.44

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

1. ขั้นตอนเตรียมการ

- 1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์
- 1.2 ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยนี้ ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน
- 1.3 ผู้วิจัยติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนยโสธรพิทยาคม เพื่อประสานงานขอความร่วมมือในการนำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ไปทดลองใช้ และขอความร่วมมือในการกำหนดตารางสอบ และขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 1.4 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนยโสธรพิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.5 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับกลุ่มทดลอง

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ในโรงเรียนยโสธรพิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 (สพม.28) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จำนวน 14 ห้องเรียน ที่มีลักษณะความสามารถในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์

2.2 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ไปให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ แล้วนำมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 9.40 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.00

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์ โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน เนื้อหาที่ใช้สอนคือเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและความคล้าย โดยสอน 3 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 7 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 19 คาบ (คาบละ 50 นาที) ในภาคการเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561

2.4 หลังจากทีดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนครบ 19 แผน แล้ว ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาให้ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ โดยใช้เวลาทำแบบวัดฉบับละ 50 นาที

2.5 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำมาวิเคราะห์ข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละ ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

- เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบค่าที่ (Dependent sample t-test)

- เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ หลังเรียนเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละ ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบค่าที่ (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ให้ความสำคัญกับการตรวจสอบความรู้เดิมทาง

คณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนเนื้อหาใหม่ของผู้เรียน และเน้นให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยน
 ทั้งชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้และความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมาของตนเอง รวมทั้ง
 ได้มีโอกาสปรับแก้ความเข้าใจให้ถูกต้องและชัดเจน และนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งใน
 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นตอน ผู้วิจัยพบว่า

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์
 (Anticipating) จากการที่ครูได้ออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและมีความหมาย
 ได้คาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้ การทำกิจกรรม และวิธีคิดและข้อผิดพลาดของผู้เรียนไว้ล่วงหน้า
 ทำให้ครูสามารถวางแผนเกี่ยวกับการกระตุ้น การนำเสนอวิธีการหรือแนวคิดที่หลากหลาย และการ
 อภิปรายที่ช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) จากการที่ครูได้
 นำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและมีความหมาย ทำให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของงาน
 ทางคณิตศาสตร์ และการที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ และปัญหาของ
 งานทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ และคำถามของงานทาง
 คณิตศาสตร์ที่ต้องดำเนินการก่อนลงมือสำรวจเพื่อหาแนวคิดหรือวิธีการของงานทางคณิตศาสตร์ด้วย
 ตนเอง

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน
 (Monitoring) จากการที่ครูได้กำกับและติดตามการใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์และแนวคิดหรือ
 วิธีการ รวมถึงพฤติกรรมเรียนรู้ต่างๆ ของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้กับ
 เพื่อน ทำให้นักเรียนได้ทราบและปรับแก้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง ได้เห็นแนวคิดหรือ
 วิธีการที่หลากหลายของเพื่อนในกลุ่ม และได้ฝึกการกำกับและสะท้อนแนวคิดหรือวิธีการของตนเอง

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของผู้เรียน
 (Selecting and Sequencing) และ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่
 (Connecting) จากการที่ครูได้คัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของผู้เรียน จัดลำดับการนำเสนอและ
 อภิปรายอย่างเหมาะสมเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ และให้ผู้เรียนได้นำเสนอและอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น
 เรียนเกี่ยวแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและเพื่อนเพื่อให้ได้ข้อสรุปของแนวคิดหรือวิธีการในประเด็น
 ต่างๆ รวมถึงเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ ทำให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวคิดหรือวิธีการที่
 หลากหลายของเพื่อนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด ได้ตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดหรือวิธีการ
 ทั้งของตนเองและเพื่อน ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในแนวคิดหรือวิธีการที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และ
 ได้ใช้ความรู้ความเข้าใจในการทำความเข้าใจแนวคิดหรือวิธีการของเพื่อน รวมถึงนักเรียนได้ฝึก
 เชื่อมโยงข้อมูลและข้อสรุปต่างๆ มาสร้างเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองและได้ฝึกใช้ความรู้ที่สร้างขึ้น
 อย่างเป็นระบบ

ยกตัวอย่างเช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ของกลุ่มทดลองในชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เมื่อนักเรียนเผชิญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถค้นหาและทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญต่างๆ ได้ด้วยตนเอง รวมถึงเข้าใจปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนหาวิธีการที่จะตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันมีลักษณะอย่างไร ครูได้ใช้คำถามให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันบอกข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ รวมถึงคำถามของงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องดำเนินการจนมั่นใจว่าทั้งเรียนเข้าใจงานทางคณิตศาสตร์ถูกต้องก่อนให้นักเรียนลงมือทำ ชั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ความรู้เดิมเรื่อง การหาขนาดของมุมภายในของรูปเรขาคณิตเพื่อมาใช้ประกอบการวิเคราะห์ในการตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันมีลักษณะอย่างไร นั้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาได้สังเกตจากการพูดคุยและแสดงแนวคิดในใบกิจกรรม ซึ่งมีนักเรียนไม่กี่คนที่หาขนาดของมุมภายในของรูปเรขาคณิตผิด ครูได้ชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติมเพื่อปรับแก้ข้อผิดพลาดของนักเรียนให้ถูกต้องและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดร่วมกันภายในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันมีลักษณะอย่างไร เช่น มุมที่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน และเป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดเดียวกัน เป็นต้น ครูจึงใช้คำถามให้นักเรียนในกลุ่มได้อธิบายแนวคิดที่นำมาใช้ว่าเหมาะสมหรือไม่ พบว่านักเรียนยังมีความสับสนในแนวคิดของตนเองและยังไม่สามารถอธิบายให้ครูเข้าใจได้อย่างชัดเจน ครูจึงคอยๆ ใช้คำถามเพื่อไต่ระดับความคิดของนักเรียนให้นักเรียนสามารถสะท้อนความคิดและให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในแนวคิดที่นำมาใช้ชัดเจนขึ้น และชั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดของตนเอง ซึ่งพบว่านักเรียนบางกลุ่มใช้แนวคิดทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาด เช่น มีขนาดมุมที่อยู่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากันเพียงเงื่อนไขเดียว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนพูดคุย แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดและเหตุผล และใช้คำถามให้นักเรียนคอยๆ สะท้อนความคิด ว่า “เงื่อนไขเกี่ยวกับขนาดของมุมที่ตำแหน่งเดียวกันสามารถนำมาใช้สรุปความคล้ายกันของรูปเรขาคณิตสองรูปที่คล้ายกันได้ไหม” “นักเรียนลองสังเกตรูปที่กำหนดให้ในใบกิจกรรมและดูสิว่าเงื่อนไขนี้ใช้ได้กับทุกรูปหรือไม่” หรือ “มีตัวอย่างไหนที่ขัดแย้งกับเงื่อนไขนี้บ้างไหม” พบว่ามีนักเรียนโต้แย้งเงื่อนไขว่า “ผมสังเกตว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสก็มีขนาดของมุมที่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน แต่ไม่เป็นรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันครับ” ทำให้นักเรียนกลุ่มที่ใช้แนวคิดที่ผิดและนักเรียนทั้งชั้นเรียนได้ทำความเข้าใจและทราบถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดที่เกิดขึ้นและนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง และหลังจากที่นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับแนวคิดที่หลากหลายของเพื่อน ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในแนวคิดของเพื่อนๆ

และตนเองชัดเจนขึ้น สังเกตได้ว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์แนวคิดต่างๆ ได้ และเชื่อมโยงข้อสรุปของแนวคิดเหล่านั้นจนสามารถสร้างเป็นความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

จากขั้นการปฏิบัติทั้ง 5 ขั้นตอนข้างต้น ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความเข้าใจในเนื้อหาอย่างถูกต้อง ชัดเจนและเป็นระบบ โดยขั้นการปฏิบัติที่ 2 3 และ 5 เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจเพื่อนำไปสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และสรุปความรู้ด้วยความเข้าใจของตนเอง ส่งผลให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner (1960) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นวิธีการที่ช่วยสนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน และสามารถนำไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ได้ และยังสอดคล้องกับ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ว่า นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดของโมเดลของสไตน์ในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ งานวิจัยของ Groth (2015) ที่ได้ทำการศึกษเกี่ยวกับผลของการใช้โมเดลของสไตน์เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติ พบว่า ห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลของสไตน์นั้น นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัดและสูงกว่าห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Young (2015) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า โมเดลของสไตน์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

2. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 ที่ผู้วิจัยได้ตั้งไว้ อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์เน้นให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต วิเคราะห์ และใช้ความคิดและความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีของนักเรียนเองทำความเข้าใจบริบทและปัญหา จากนั้นครูสร้างบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกันทั้งชั้นเรียนโดยใช้ความรู้ ความคิดและเหตุผลเพื่อหาข้อสรุป และเชื่อมโยงข้อสรุปที่หลากหลายเหล่านั้นมาสู่ความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้ ผู้วิจัยพบว่า

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) จากการที่ครูให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจบริบทและปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต

วิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญต่างๆ ของงานทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความคิดและความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่มีของนักเรียนเอง

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) จากการทำกำกับและติดตามให้นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และกระตุ้นให้นักเรียนพูดคุย แลกเปลี่ยน และแสดงความคิดเห็นระหว่างเพื่อนหรือสมาชิกในกลุ่ม เพื่อลงข้อสรุปเบื้องต้นของตนเองหรือกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลและเงื่อนไขจากงานทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการค้นหาข้อสรุปหรือคำตอบ รวมถึงนักเรียนได้ฝึกใช้เหตุผลในการสนับสนุนหรือโต้แย้งความคิดของตนเองและเพื่อน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) และ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) จากการทำครูได้คัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนที่หลากหลาย จัดลำดับการนำเสนอและการอภิปรายเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ ให้นักเรียนได้นำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่ม และการที่ครูสร้างบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกัน ทั้งชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีประเด็นอภิปรายแลกเปลี่ยนและถกเถียงร่วมกัน ได้ใช้เหตุผลในการอภิปรายที่ละประเด็นและไม่สับสน รวมถึงนักเรียนได้ฝึกอธิบายและใช้เหตุผลในการสนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและเพื่อน และได้เห็นการให้เหตุผลของเพื่อนอย่างหลากหลายทั้งที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องแล้วนำเหตุผลต่างๆ มาเชื่อมโยงจนไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่

ยกตัวอย่างเช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน ของกลุ่มทดลอง ในขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) และ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) พบว่านักเรียนสามารถสังเกตและวิเคราะห์รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่ทั้งคล้ายและไม่คล้ายกันเพื่อค้นหาข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญต่างๆ ของงานทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ กับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์เรื่อง มุมภายในของรูปเรขาคณิตได้ สังเกตได้จากแนวคิดที่นักเรียนนำมาใช้ตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันต้องมีลักษณะอย่างไร เช่น เป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดเดียวกัน มีมุมที่เหมือนกันเท่ากัน และเมื่อเทียบอัตราส่วนความยาวของด้านของแต่ละรูปจะมีอัตราส่วนที่เท่ากัน ซึ่งในขณะที่นักเรียนสำรวจงานทางคณิตศาสตร์นั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุย ได้ใช้ความรู้และเหตุผลในการอธิบายเพื่อสนับสนุนแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองนำเสนอต่อกลุ่ม รวมถึงโต้แย้งแนวคิดหรือวิธีการของสมาชิกในกลุ่ม และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) พบว่านักเรียนใช้เหตุผลในการสนับสนุนแนวคิดของตนเองและโต้แย้งแนวคิดของเพื่อนได้โดยใช้ความรู้และข้อมูลที่กำหนดให้อย่างสมเหตุสมผล เช่น มีบางกลุ่มใช้เงื่อนไข

ของขนาดของมุมที่อยู่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากันเป็นคู่ทุกคู่และอัตราส่วนความยาวของด้านที่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากันทุกด้าน โดยได้อธิบายเหตุผลสนับสนุนจากข้อมูลที่กำหนดให้ว่า “จากการที่หนูได้สังเกตรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันที่กำหนดให้ เมื่อนำเงื่อนไขทั้งขนาดของมุมและอัตราส่วนมาใช้ ดังตัวอย่างที่ 1 เป็นรูปสี่เหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมที่ตำแหน่งเดียวกันเท่ากับ 90 องศา และมีอัตราส่วนของแต่ละด้านเดียวกัน มีอัตราส่วนเท่ากัน และถ้าใช้เงื่อนไขทั้งสองสังเกตตัวอย่างทุกรูปจะเห็นว่าเงื่อนไขทั้งสองสามารถตรวจสอบรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้” ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเชื่อมโยงข้อสรุปของแนวคิดต่างๆจากการอภิปราย จนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง และยังพบว่ามึนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงข้อสรุปและเข้าใจไม่ถูกต้องเกี่ยวกับเงื่อนไขดังกล่าว ครูต้องคอยใช้คำถามหลายคำถามและยกตัวอย่างประกอบหลายตัวอย่างกว่านักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงและเข้าใจเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันได้

จากขั้นการปฏิบัติที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลที่ดีขึ้น โดยขั้นการปฏิบัติที่ 2 3 และ 5 เป็นขั้นที่เอื้อให้นักเรียนได้นำใช้การสังเกต การวิเคราะห์ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งความคิดของตนเองและเพื่อน ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการใช้เหตุผลในการอธิบายหรือสะท้อนความคิดของตนเอง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในแนวคิดหรือวิธีการของตนเองดีขึ้นและส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลที่ดีขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan และ Morrow (1993) กล่าวไว้ว่า บรรยากาศในห้องเรียนเป็นสิ่งสำคัญ โดยครูต้องจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ โดยไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกกลัวที่จะเสนอเหตุผลของตนเอง และยังคงสอดคล้องกับ วรรณารถ อยู่สุข (2555) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศแวดล้อมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ ร่วมกับการให้เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปไปสู่การตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

3. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ อาจเป็นผลเนื่องมาจากที่ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียน โดยพบว่าคะแนนที่แยกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนเป็นดังนี้ ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหา นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 5.16 คะแนน และด้านที่ 2

การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.18 คะแนน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังบกพร่องในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปอยู่ ซึ่งทำให้ผู้วิจัยมีข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อนำจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่จะเน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้เหตุผลในการแสดงความสมเหตุสมผลของข้อสรุปมากขึ้นในระหว่างการทำกิจกรรม รวมถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้การสังเกต การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากงานทางคณิตศาสตร์ การสะท้อนความคิดของตนเอง รวมถึงส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดเห็น ได้ฝึกคิด ฝึกอธิบายเหตุผลและใช้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความคิดของตนเองหรือโต้แย้งความคิดของผู้อื่น ซึ่งได้อธิบายแล้วในข้อ 2 และในแต่ละขั้นดำเนินการแบบค่อยเป็นค่อยไปและต่อเนื่องตั้งแต่ขั้นแรก ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ เน้นให้นักเรียนได้อธิบายเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ พบว่านักเรียนยังไม่ค่อยกล้าพูด แสดงความคิดเห็นหรือสะท้อนความคิดของตนเองออกมา และไม่กล้าที่จะโต้แย้งความคิดเห็นของเพื่อน ครูจึงควรให้คำแนะนำ ชี้แนะและกระตุ้นนักเรียนมากกว่าปกติ เพื่อให้นักเรียนกล้าพูด แสดงความคิดเห็นและเหตุผลของตนเองโดยไม่รู้สีกกลัว ถึงแม้ว่าแนวคิดหรือวิธีการนั้นจะไม่ถูกต้องก็ตาม รวมถึงให้เวลานักเรียนในการคิดและเชื่อมโยงความรู้เดิมมาสู่ความรู้ใหม่ และครูควรคอยตรวจสอบความคิดและการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ในขั้นการปฏิบัติที่ 2 ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนแต่ละคนได้ทำความเข้าใจ เนื่องจากงานทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นงานระดับสูงที่ต้องอาศัยความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน ดังนั้นครูควรให้เวลานักเรียนอย่างเพียงพอในการทำความเข้าใจงานทางคณิตศาสตร์ก่อนลงมือแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุป

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ในขั้นการปฏิบัติที่ 3 โดยครูต้องกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หากพบว่า นักเรียนไม่สามารถคิดต่อไป

ได้หรือคิดไม่ได้ ครูควรชี้แนะหรือให้คำแนะนำแก่นักเรียนแต่ไม่ควรบอกคำตอบแก่นักเรียน ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเองในการดำเนินการ นอกจากนี้ครูควรให้ความสำคัญกับการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนและแก้ไขความรู้เดิมของนักเรียนให้ถูกต้อง

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 และ 5 ครูควรเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่จะใช้ในการอภิปรายให้เพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่และมีจำนวนไม่มากเกินไป และครูควรเน้นให้นักเรียนได้อภิปรายอย่างอิสระ แต่ครูจะต้องควบคุมและกำหนดทิศทางของการอภิปรายของนักเรียน หากพบว่านักเรียนอภิปรายนอกเรื่องครูควรเข้าไปกำกับให้นักเรียนกลับมาสู่การอภิปรายตามที่ครูวางไว้เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้ใหม่ได้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่นๆ ที่นอกเหนือจากความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบาย แสดงแนวคิด หรือพูดเพื่อสะท้อนความคิดของตนเองให้คนอื่นเข้าใจได้

2. ควรมีการศึกษารายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์กับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม โดยเปรียบเทียบระหว่างห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์กับห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เพื่อดูว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีประสิทธิภาพที่ช่วยให้นักเรียนมีความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลดีขึ้นมากกว่าการเรียนรู้แบบปกติหรือไม่

3. ควรมีการศึกษารายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามโมเดลของสไตน์นั้น ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม กล้าแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน และนักเรียนมีความตั้งใจในการเรียนมากขึ้น





รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง มีรายนามดังนี้

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.ปยุตญา พัฒนางกูร | อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี ภาควิชาคณิตศาสตร์
และสถิติ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ฝ่ายมัธยม |
| 3. อาจารย์พรชัย ตั้งยิ่งยง | หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้ |

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลองและหลังการทดลอง มีรายนามดังนี้

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.ปยุตญา พัฒนางกูร | อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี ภาควิชาคณิตศาสตร์
และสถิติ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ฝ่ายมัธยม |
| 3. อาจารย์พรชัย ตั้งยิ่งยง | หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้ |



ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ
และหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ที่ ศอ 0512.6(2791.01)/61-3490

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

15 สิงหาคม 2561

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ปุ่นชญา พัฒนางกูร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวทรงศมน วิชัยโกศล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของ STEIN ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายสนับสนุนวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 099-3369944 email: Thassamonpopeye@gmail.com



ที่ ศอ 0512.6(2791.01)/61-3490

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

15 สิงหาคม 2561

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ปุ่นชญา พัฒนางกูร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหรรคมณ วิชัยโกศล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของ STEIN ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายสนับสนุนวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 099-3369944 email: Thassamonpopeye@gmail.com



ที่ ศธ 0512.6(2791.01)/61-3488

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

15 สิงหาคม 2561

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์พรชัย ตั้งยิ่งยง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวทรศมน วินัยโกศล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของ STEIN ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการนี้ จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชินกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติภาระแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายสนับสนุนวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 099-3369944 email: Thassamonpopeye@gmail.com



ที่ ศธ 0512.6(2791.01)/61-3487

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

15 สิงหาคม 2561

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนโยธินพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพรรณคน วิชัยโกศล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของ STEIN ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายสนับสนุนวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 099-3369944 email: Thassamonpopeye@gmail.com



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความคล้าย

เรื่อง รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน

ครูผู้สอน นางสาวพรรณมณ วิสัยโกศล

จำนวน 1 คาบ 50 นาที

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิยามภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม. 3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. ใช้บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. บอกสมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิตได้

ทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถ

1. อธิบายเหตุผลประกอบคำตอบเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้

คุณลักษณะที่พึงประสงค์: นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นในการเรียน
2. สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น ยอมรับ และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
3. มีความรับผิดชอบ

2. สาระสำคัญ

● บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

- สมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต A, B, C ใดๆ

1. สมบัติสะท้อน: รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A
2. สมบัติสมมาตร: ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B แล้ว
รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A
3. สมบัติถ่ายทอด: ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และ
รูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C แล้ว
ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C

การที่ความคล้ายมีสมบัติสามประการข้างต้น เรากล่าวว่า ความคล้ายเป็นความสัมพันธ์สมมูล

3. การระการเรียนรู้

3.1 บทนิยาม/ความหมายของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

3.1.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกันในชีวิตประจำวัน

ในชีวิตประจำวันของนักเรียนมักจะได้พบเห็นสิ่งของที่มีความคล้ายกันอยู่เสมอ ซึ่งสิ่งของที่มีความคล้ายกันนั้น จะมีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดแตกต่างกัน เช่น หม้อชุด จานชุด ถาดชุด เป็นต้น นอกจากนี้ภาพที่ได้จากการถ่ายเอกสารซึ่งมีขนาดเท่ากับต้นฉบับ หรือภาพที่ได้จากการย่อหรือขยาย ก็เป็นรูปที่คล้ายกัน



รูปต้นแบบ



ภาพที่มีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบ



ภาพย่อ

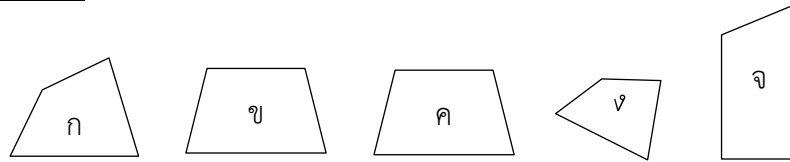


ภาพขยาย

ดังนั้นวัตถุหรือภาพที่ ย่อหรือขยายส่วนให้มีขนาดใหญ่ขึ้นหรือให้มีขนาดเล็กลง อย่างเป็นสัดส่วนกันและเหมือนภาพจริงหรือวัตถุจริง จะเรียกว่า **รูปคล้าย**

ดังนั้น รูปเรขาคณิตสองรูปเป็นรูปที่คล้ายกัน เมื่อ รูปเรขาคณิตทั้งสองรูปมีรูปร่างเหมือนกัน แต่อาจมีขนาดเท่ากันหรือแตกต่างกันก็ได้ เช่น

ตัวอย่างที่ 1



- รูป ก และรูป ง เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะมีรูปร่างเหมือนกัน แต่มีขนาดแตกต่างกัน
- รูป ข และรูป ค เป็นรูปที่คล้ายกัน เพราะมีรูปร่างเหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน

3.1.2 งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการสำรวจและสรุปนิยาม

ในการนำเสนอบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะให้นักเรียนได้สำรวจจากงานทางคณิตศาสตร์และนำไปสรุปเป็นบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ดังนี้

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่ไม่คล้ายกัน

ครูคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)

พฤติกรรมการเรียนรู้และวิธีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์

1. เขียนข้อความเพื่ออธิบายเงื่อนไขที่แสดงถึงขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
2. วาดภาพเพื่ออธิบายเงื่อนไขที่แสดงถึงขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
3. แนวคิดอื่นๆ ที่ใช้อธิบายเงื่อนไขที่แสดงถึงขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจจะเกิดขึ้นเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

1. นักเรียนใช้เงื่อนไขอย่างอื่นที่ไม่ใช่เงื่อนไขเกี่ยวกับขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
2. นักเรียนใช้เงื่อนไขเกี่ยวกับขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่เพียงอย่างเดียว
3. นักเรียนใช้เงื่อนไขเกี่ยวกับอัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันเพียงอย่างเดียว
4. นักเรียนใช้เงื่อนไข ได้แก่ ขนาดของมุมที่เท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ อัตราส่วนความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน และมีเงื่อนไขอื่นเพิ่มเติม

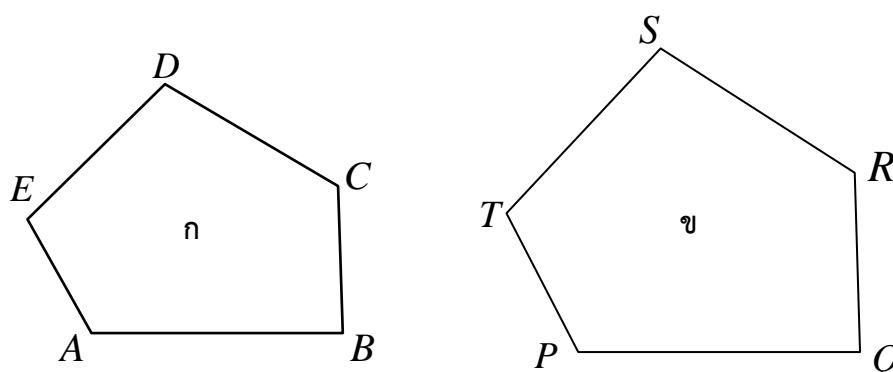
ซึ่งจากงานทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปเป็นบทนิยามได้ ดังนี้

● บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี

1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2 รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ดังรูป



เราจะเขียนว่า รูป $ABCDE \sim$ รูป $PQRST$ ซึ่งหมายถึง

- มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ตามลำดับ คือ

$$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R}, \hat{D} = \hat{S} \text{ และ } \hat{E} = \hat{T}$$

- อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DE}{ST} = \frac{EA}{TP}$$

การพิจารณาว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ จะต้องพิจารณาให้ครบทั้งสององค์ประกอบคือ ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่หรือไม่ และมีอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

3.2 จากบทนิยามสามารถนำมาสรุปเป็นสมบัติของความคล้ายได้ ดังนี้

- สมบัติของความคล้ายของรูปเรขาคณิต A, B, C ใดๆ

- สมบัติสะท้อน: รูปเรขาคณิต A \sim รูปเรขาคณิต A
- สมบัติสมมาตร: ถ้ารูปเรขาคณิต A \sim รูปเรขาคณิต B แล้ว
รูปเรขาคณิต B \sim รูปเรขาคณิต A
- สมบัติถ่ายทอด: ถ้ารูปเรขาคณิต A \sim รูปเรขาคณิต B และ
รูปเรขาคณิต B \sim รูปเรขาคณิต C แล้ว
ถ้ารูปเรขาคณิต A \sim รูปเรขาคณิต C

การที่ความคล้ายมีสมบัติสามประการข้างต้น เรากล่าวว่า ความคล้ายเป็นความสัมพันธ์สมมูล

4. กิจกรรมการเรียนรู้

➤ **ขั้นเตรียมความพร้อม**

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนสนใจในบทเรียน โดยชักชวนนักเรียน ร่วมกันพูดคุยเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ รอบตัว หรือสิ่งที่นักเรียนเคยพบเห็นในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะ คล้ายคลึงกัน เช่น ปากกา ดินสอ สมุด หนังสือ เป็นต้น

2. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่าวันนี้ นักเรียนจะได้เรียนเรื่อง ความคล้าย และบอกจุดประสงค์ การเรียนในคาบนี้ให้นักเรียนได้รู้ ดังนี้

2.1 นักเรียนสามารถใช้ทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้

2.2 นักเรียนสามารถบอกสมบัติการคล้ายกันของรูปเรขาคณิตได้

3. ครูสอนเนื้อหาใหม่โดยอธิบายเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน และยกตัวอย่างที่ 1 บน กระดาน

➤ **ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

1. ครูนำเสนอใบกิจกรรมที่ 1 เกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันโดยให้นักเรียนสำรวจรูป หลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันแล้วนำมาหาข้อสรุปที่เป็นเงื่อนไขที่ทำให้รูปหลายเหลี่ยมสองรูป คล้ายกันได้

2. ครูกระตุ้นโดยใช้การพูดคุย ซักถาม ให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจบริบทและปัญหาของงาน ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันต้องการให้นักเรียนทำอะไร
- มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง

3. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญต่างๆ ร่วมกันทั้งชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเบื้องต้นที่ตรงกันก่อนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)

4. นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน และลงมือสำรวจใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อค้นหาแนวคิดหรือ วิธีการที่จะใช้ตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปที่คล้ายกันตามความเข้าใจของตนเอง

5. หากพบว่านักเรียนไม่สามารถสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูจะกระตุ้นโดยใช้การพูดคุย ซักถาม ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการทำความเข้าใจปัญหา มาวิเคราะห์และเชื่อมโยงกับความรู้ทาง คณิตศาสตร์ ได้แก่ การหาขนาดของมุมภายใน ดังนี้

- จากข้อมูลที่โจทย์ให้มาในรูปหลายเหลี่ยมสามารถนำมาหาข้อมูลที่ยังขาดได้ไหม

- นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องอะไรมาใช้ได้บ้าง
- แต่ละข้อมูลในรูปหลายเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

6. ครูเดินสำรวจรอบห้องเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนแต่ละกลุ่มและใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนโดยให้นักเรียนอธิบายที่มาและเหตุผลเกี่ยวกับที่แนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองนำมาใช้ พร้อมกับใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการหรือแนวคิดนั้น

7. หากพบว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ผิดพลาดในการใช้ความรู้เดิม ครูจะเข้าไปแนะนำหรือชี้แนะให้นักเรียนได้ปรับแก้ให้ถูกต้อง

8. ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้พูดคุยและแบ่งปันความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ร่วมกันภายในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปร่วมกันของแต่ละกลุ่ม

9. ครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)

10. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลาย และเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถนำไปสรุปเป็นความรู้ใหม่ตามเป้าหมายการเรียนรู้ และเหมาะสมกับเวลา

11. หากมีกรณีที่ไม่แนวคิดหรือวิธีการไม่เพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่ ครูสามารถนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ครูได้คาดการณ์ไว้แล้วแก่นักเรียน และหากมีกรณีที่พบแนวคิดหรือวิธีการจำนวนมากครูจะเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่สำคัญ เช่น แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่ใช้ภาษาในการอธิบายที่เข้าใจได้ง่าย หรือแนวคิดหรือวิธีการที่เป็นข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่

12. ครูจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนเริ่มต้นการนำเสนอและอภิปรายจากแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ไปสู่แนวคิดหรือวิธีการที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิด หรือเริ่มต้นจากแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ไปแนวคิดหรือวิธีการที่เหลือ

13. ครูแจ้งลำดับการนำเสนอให้นักเรียนกลุ่มที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกคัดเลือกทราบเพื่อให้นักเรียนได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)

14. ครูให้นักเรียนออกมาแนะนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนด และเมื่อเสร็จสิ้นในแต่ละการนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน ครูจะตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการนั้น

15. นักเรียนร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น และเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและเพื่อน จนได้ข้อสรุปในการตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันมีลักษณะอย่างไร โดยดำเนินการเช่นนี้จนครบตามที่ครูได้จัดลำดับไว้

16. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่างๆ และใช้คำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงข้อสรุปที่ได้จากการพิจารณาเปรียบเทียบไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ คือ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมี 1. ขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ และ 2. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

17. นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันที่ได้จากการอภิปรายด้วยภาษาของตนเอง โดยครูคอยช่วยเหลือ

18. ครูยกตัวอย่างที่ 2 เพิ่มเติมเกี่ยวกับการพิจารณารูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันเพื่อเพิ่มความเข้าใจของนักเรียน โดยเขียนลงบนกระดานและใช้คำถามให้นักเรียนได้ร่วมกันหาคำตอบพร้อมกับให้จดลงในสมุด

19. ครูใช้บทนิยามเพื่อไปสู่การพิจารณาสมบัติความคล้าย โดยนำเสนอสมบัติความคล้ายข้อที่ 1 โดยวาดรูปเรขาคณิต A บนกระดานและให้นักเรียนร่วมกันจินตนาการว่าถ้านักเรียนนำกระจกมาสะท้อนรูปเรขาคณิต A แล้วจะเกิดรูปเรขาคณิตแบบใด คล้ายกับรูปเรขาคณิต A หรือไม่

20. นักเรียนร่วมกันอภิปรายโดยใช้บทนิยามที่ได้จากข้อ 17 มาประกอบการพิจารณาเกี่ยวกับสมบัติข้อที่ 1 จนสรุปได้ว่า รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต A และครูบอกให้นักเรียนทราบว่าสมบัตินี้ เรียกว่า สมบัติสะท้อน

21. ครูตั้งคำถามจากการใช้บทนิยามเพื่อไปสู่การพิจารณาสมบัติความคล้ายข้ออื่นๆ ดังนี้

- ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B แล้วรูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต A หรือไม่เพราะเหตุใด

- ถ้ารูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B และรูปเรขาคณิต B ~ รูปเรขาคณิต C แล้วรูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต C หรือไม่ เพราะเหตุใด

22. นักเรียนร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น และเหตุผลจนได้ข้อสรุปของสมบัติแต่ละข้อ

23. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายและบอกให้นักเรียนทราบว่าสมบัติแต่ละข้อมีชื่อเรียกว่าอย่างไร

24. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ใหม่ที่ได้จากการอภิปรายด้วยภาษาของตนเอง โดยครูคอยช่วยเหลือ

➤ **ขั้นฝึกทักษะ**

1. ครูแจกใบงานที่ 1 ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันให้นักเรียนทุกคน

2. ครูให้นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้จากขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้นมาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 และ 2

➤ **ขั้นสรุปบทเรียน**

1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการทำใบกิจกรรมและใบงาน นั่นคือบทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันและวิธีการแก้ปัญหาสำหรับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้การพูดคุย ซักถาม

2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย พร้อมกับมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ

5. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เครื่องมือในการวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
1. ใช้บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้	การทำใบกิจกรรมและใบงาน	ใบกิจกรรมและใบงาน	นักเรียนสามารถใช้บทนิยามของรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้ถูกต้องมากกว่า 60% ของนักเรียนทั้งหมด	

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เครื่องมือในการวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
2. บอกสมบัติของ ความคล้ายของรูป เรขาคณิตได้	การตอบ คำถาม	คำถามของครู	นักเรียนสามารถบอก สมบัติการคล้ายกัน ของรูปเรขาคณิตได้ ถูกต้องมากกว่า 60% ของนักเรียนทั้งหมด	
ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนสามารถ				
1. อธิบายเหตุผล ประกอบคำตอบ เกี่ยวกับรูปหลาย เหลี่ยมสองรูปที่ คล้ายกันได้	การอภิปราย ในห้องเรียน	คำถามของครู	นักเรียนสามารถ อธิบายเหตุผล ประกอบคำตอบ เกี่ยวกับรูปหลาย เหลี่ยมสองรูปที่ คล้ายกันได้ถูกต้อง มากกว่า 60% ของ นักเรียนทั้งหมด	
2. ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหาได้	การทำใบงาน	ใบงาน	นักเรียนสามารถใช้ ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ใน การแก้ปัญหาได้ ถูกต้องมากกว่า 60% ของนักเรียนทั้งหมด	
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียนสามารถ				
1. มีความกระตือรือร้นในการเรียน	ให้ความ ร่วมมือในชั้น เรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนน รวม 60% ขึ้นไป	

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เครื่องมือ ในการวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียนสามารถ				
2. สามารถทำงาน ร่วมกับผู้อื่นและรับ ฟังความคิดเห็นของ ผู้อื่น	สังเกตจากการ ทำกิจกรรมใน ชั้นเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนน รวม 60% ขึ้นไป	
3. มีความรับผิดชอบ	สังเกตจากการ ทำกิจกรรมใน ชั้นเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนน รวม 60% ขึ้นไป	

6. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งเรียนรู้

- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- ใบกิจกรรม และใบงาน

7. บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

7.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

7.3 ข้อเสนอแนะ

.....

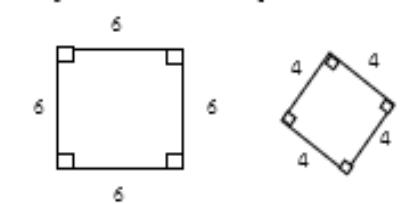
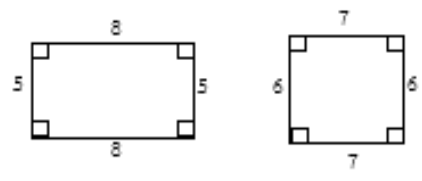
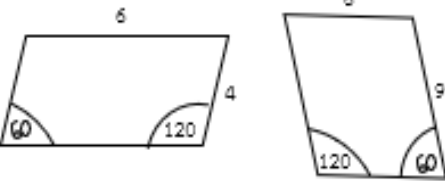
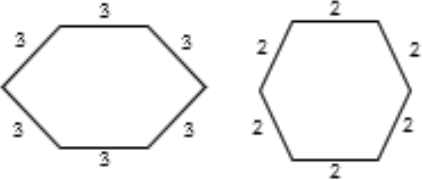
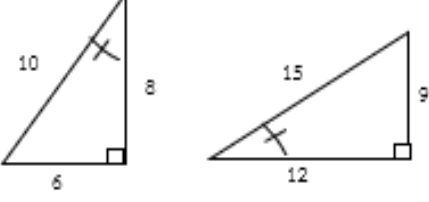
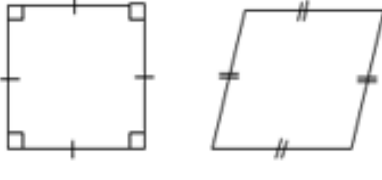
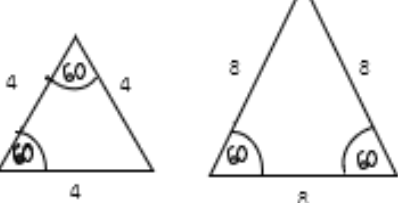
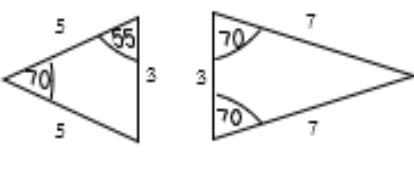
.....

(นางสาวทรงสมน วินัยโกศล)

ผู้สอน

ใบกิจกรรมที่ 1
รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

ข้อ 1. คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปหลายเหลี่ยมต่อไปนี้

รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน	รูปหลายเหลี่ยมสองรูปที่ไม่คล้ายกัน
	
	
	
	

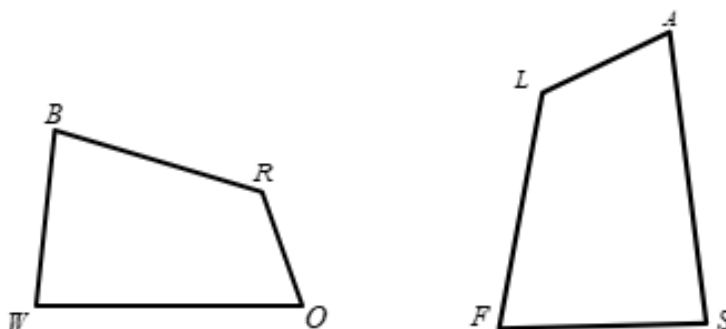
จากข้อมูลข้างต้น นักเรียนคิดว่าวิธีการที่จะตรวจสอบว่ารูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ทำได้อย่างไร

- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....
- 5.....

ใบงานที่ 1

ชื่อ-นามสกุล.....เลขที่.....ชั้น.....

ข้อ 1. จากรูป กำหนดให้รูป BROW คล้ายกับ FLAS



1.1 มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ ทุกคู่ตามลำดับ คือ

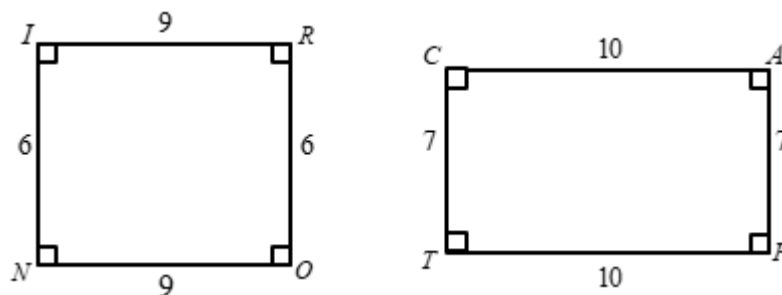
.....

1.2 อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน คือ

.....

ข้อ 2. จงพิจารณารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า IRON และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า CAPT ดังรูป เป็นรูปหลายเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่

จพาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ใน
การเก็บรวบรวมข้อมูล และตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 13 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง

เนื้อหา	ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหา		ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)	ทดลองใช้ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทศนิยมและเศษส่วน	2 (1.1, 2.1)	1	2 (1.2, 2.2)	1
2. อัตราส่วนและร้อยละ	2 (3.1, 4.1)	1	2 (3.2, 4.2)	1
3. ความเท่ากันทุกประการ	1 (5.1)	1	1 (5.2)	1
4. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1 (6.1)	1	1 (6.2)	1
รวม	6	4	6	4

ตารางที่ 14 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

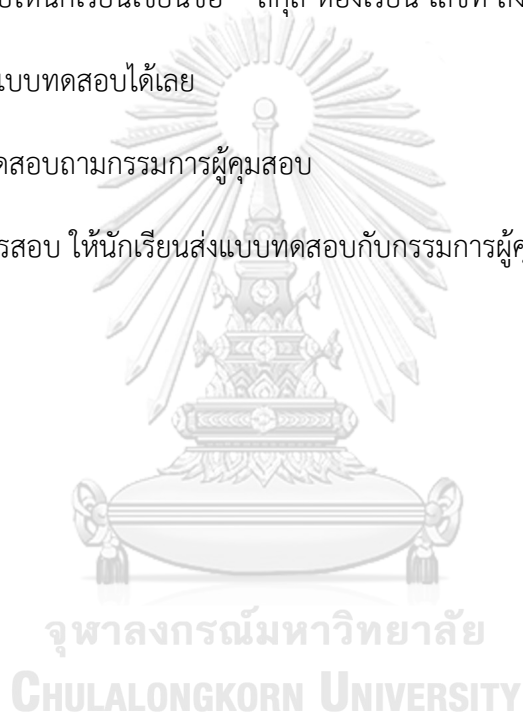
ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.71	0.26	0.74
2	0.56	0.23	
3	0.52	0.29	
4	0.57	0.26	



ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนทดลอง)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 4 ข้อ เป็นข้อสอบอัตนัย (ข้อละ 4 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. เขียนคำตอบลงในแบบทดสอบได้เลย
5. หากมีข้อสงสัยโปรดสอบถามกรรมการผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาในการสอบ ให้นักเรียนส่งแบบทดสอบกับกรรมการผู้คุมสอบ



ชื่อ - สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

สถานการณ์ที่ 1 ร้านแฮมเบอร์เกอร์แห่งหนึ่ง ทำแฮมเบอร์เกอร์แบบวันต่อวัน โดยมีส่วนประกอบ ดังนี้ ขนมหปัง เนื้อหมู และผัก แสดงดังตารางต่อไปนี้

ส่วนประกอบ			จำนวนแฮมเบอร์เกอร์ที่สามารถทำได้ (ชิ้น)
ขนมหปัง (กรัม)	เนื้อหมู (กรัม)	ผัก (กรัม)	
1.5	1.2	0.4	2
3.75	3	1	5
6	4.8	1.6	8

จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 1.1 จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหา “ปริมาณของขนมหปัง เนื้อหมู และผักที่ใช้ในการทำแฮมเบอร์เกอร์ 20 ชิ้น”

เขียนแสดงแนวคิดประกอบข้อสรุป.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสรุป.....

.....

คำถาม 1.2 ข้อความที่ว่า “ขนมปัง 10.5 กรัม เนื้อหมู 8.4 กรัม และผัก 2.8 กรัม จะสามารถทำแฮมเบอร์เกอร์ได้ 17 ชิ้น” เป็นจริงหรือเท็จ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ

คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

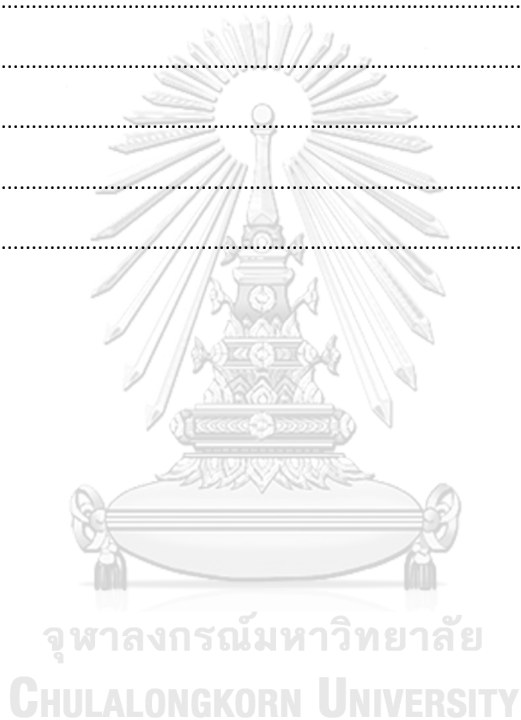
.....

.....

.....

.....

.....



ตารางที่ 15 โครงสร้างของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง กระบวนการ	รวม	ความรู้เชิง มโนทัศน์	ความรู้เชิง กระบวนการ	รวม
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น							
1. ระบบ สมการเชิง เส้นสองตัว แปร	2	8 (ข้อที่ 1,2 3,4,5,6,7,8)	-	8	6 (ข้อที่ 1,2 3,4,5,8)	-	6
2. การแก้ ระบบสมการ เชิงเส้นสอง ตัวแปรและ กราฟ	4	-	10 (ข้อที่ 9,10, 11,12,13, 14,15,16, 17,18)	10	-	7 (ข้อที่ 9,11, 14,15,16, 17,18)	7
3. โจทย์ สมการเชิง เส้นสองตัว แปร	3	-	3 (ข้อที่ 19,20, 21)	3	-	2 (ข้อที่ 19,20)	2
เรื่อง ความคล้าย							
4. รูป เรขาคณิต ที่คล้ายกัน	3	4 (ข้อที่ 22, 23,24,25)	3 (ข้อที่ 26, 27,28)	7	2 (ข้อที่ 23, 24)	2 (ข้อที่ 27, 28)	4
5. รูป สามเหลี่ยมที่ คล้ายกัน	5	6 (ข้อที่ 29, 30,31,32, 33,34)	6 (ข้อที่ 35, 36,37,38, 39,40)	12	3 (ข้อที่ 31, 33,34)	5 (ข้อที่ 35, 36,37,39, 40)	8
6. การ นำไปใช้	2	1 (ข้อที่ 41)	4 (ข้อที่ 42, 43,44,45)	5	1 (ข้อที่ 41)	2 (ข้อที่ 44, 45)	3
รวม	19	19	26	45	12	18	30

ตารางที่ 16 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.78	0.33	0.84
2	0.65	0.33	
3	0.63	0.42	
4	0.57	0.30	
5	0.54	0.39	
6	0.57	0.40	
7	0.49	0.38	
8	0.70	0.35	
9	0.48	0.41	
10	0.67	0.41	
11	0.65	0.33	
12	0.59	0.47	
13	0.54	0.39	
14	0.48	0.38	
15	0.61	0.57	
16	0.39	0.49	
17	0.65	0.36	
18	0.70	0.46	
19	0.76	0.51	
20	0.46	0.36	
21	0.72	0.30	
22	0.59	0.35	
23	0.37	0.42	
24	0.48	0.49	

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งหมด
25	0.61	0.35	
26	0.37	0.44	
27	0.48	0.50	
28	0.76	0.54	
29	0.74	0.52	
30	0.59	0.32	



ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังการทดลอง)

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุลลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
2. แบบวัดนี้เป็นแบบวัดปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีจำนวน 9 หน้า รวม 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)
3. เวลาที่ใช้ในการทำข้อสอบ 50 นาที
4. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย \times ลงในกระดาษคำตอบในช่องที่ตรงกับข้อที่นักเรียนเลือกไว้ เช่น

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	\times			
2				
3				

5. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิม แล้วทำเครื่องหมาย \times ลงในช่องที่นักเรียนเลือกใหม่ เช่น

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	\times		\times	
2				
3				

6. นักเรียนสามารถทบทวนหรือเขียนข้อความลงในข้อสอบได้
7. หากนักเรียนมีข้อสงสัยใดๆ ให้สอบถามกรรมการผู้คุมสอบเท่านั้น
8. เมื่อสอบเสร็จกรุณาคืนแบบวัดและกระดาษคำตอบให้ผู้คุมสอบ
9. **ไม่อนุญาต**ให้ใช้เครื่องคิดเลขหรือเครื่องคำนวณใดๆ ในการทำแบบวัดนี้

ตัวอย่างข้อสอบความรู้เชิงมโนทัศน์

- ความหมายและคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. ข้อความใดไม่ถูกต้องเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- ก. แต่ละสมการมีตัวแปรสองตัวเสมอ
- ข. แต่ละสมการไม่มีการคูณกันของตัวแปร
- ค. ตัวแปรแต่ละตัวในแต่ละสมการมีเลขชี้กำลังเท่ากับหนึ่ง
- ง. สัมประสิทธิ์ของตัวแปรทั้งสองตัวในแต่ละสมการสามารถเป็นศูนย์พร้อมกันได้

- ลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ระบบสมการ $ax + 5y = 15$ และ $cx + 10y = 45$ ไม่มีคำตอบ

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริงเกี่ยวกับค่า a และ c

- ก. $a = 2$ และ $c = 6$
- ข. $a = 3$ และ $c = 6$
- ค. $a = 2$ และ $c = 5$
- ง. $a = 3$ และ $c = 5$

- บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

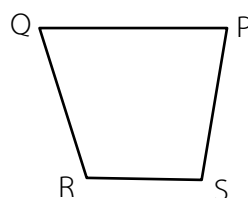
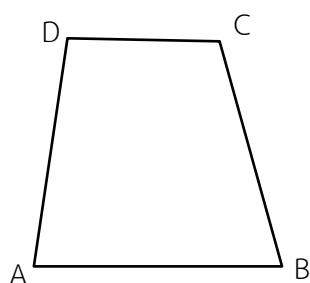
3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1. รูปหกเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันมุมต่อมุม รูปหกเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน
- 2. รูปหกเหลี่ยมสองรูปมีอัตราส่วนความยาวของด้านเท่ากันทุกคู่ รูปหกเหลี่ยมสองรูปนี้คล้ายกัน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก. ข้อ 1 ถูกต้องเท่านั้น
- ข. ข้อ 2 ถูกต้องเท่านั้น
- ค. ข้อ 1 และข้อ 2 ถูกต้อง
- ง. ข้อ 1 และข้อ 2 ไม่ถูกต้อง

4. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD \sim \square PQRS$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง



ก. $\hat{A} = \hat{Q}$

ข. $\hat{C} = \hat{S}$

ค. $\hat{D} = \hat{P}$

ง. $\hat{B} = \hat{Q}$

ตัวอย่างข้อสอบความรู้เชิงกระบวนการ

- ขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยกำจัดตัวแปร

กำหนดข้อมูลการแก้ระบบสมการเป็นดังนี้

$10x + y = 6 \text{ --- (1)}$ $6x - 3y = 18 \text{ --- (2)}$ <p>จาก (1); $y = \boxed{\text{A}} \text{ --- (3)}$</p> <p>แทน (3) ใน (2); $\boxed{\text{B}}$</p> $6x - 18 + 30x = 18$ $36x = 36$ $x = 1$	<p>แทนค่า $x = 1$ ใน (2); $6(1) - 3y = 18$</p> $6 - 3y = 18$ $-3y = 18 - 6$ $-3y = 12$ $y = -\frac{12}{3}$ $y = -4$
---	---

5. จากข้อมูลข้างต้น A และ B เป็นข้อใด ตามลำดับ

ก. A คือ $6 - 10x$

B คือ $-3(6 - 10x) = 18$

ค. A คือ $6 - 10x$

B คือ $6x - 3(6 - 10x) = 18$

ข. A คือ $10x - 6$

B คือ $-3(10x - 6) = 18$

ง. A คือ $10x - 6$

B คือ $6x - 3(10x - 6) = 18$

6. ถ้านักเรียนต้องการหาค่า x ของระบบสมการ

$$2x + y = 23 \text{ --- (1)}$$

$$4x - y = 19 \text{ --- (2)}$$

นักเรียนควรเริ่มต้นด้วยวิธีใดจึงง่ายที่สุดในการหาค่าของ x

ก. นำ 2 ไปคูณสมการที่ (1) แล้วนำไปบวกกับสมการที่ (2)

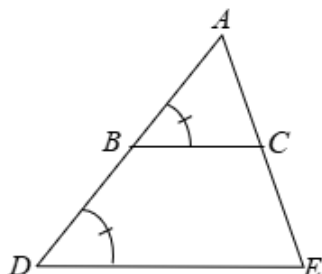
ข. นำสมการที่ (1) ลบสมการที่ (2)

ค. นำ 2 ไปคูณสมการที่ (1) แล้วนำไปลบกับสมการที่ (2)

ง. นำสมการที่ (1) บวกสมการที่ (2)

- ขั้นตอนการใช้ทฤษฎีบทของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม

7. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} = 12$ นิ้ว, $\overline{AC} = 8$ นิ้ว, $\overline{BC} = 15$ นิ้ว และ $\overline{DE} = 25$ นิ้ว



- ข้อมูล
1. $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
 2. $\hat{A}CB = \hat{A}ED$
 3. $CE = AE - AC$
 4. $\triangle ABC \sim \triangle AED$

นักเรียนจะเรียงลำดับขั้นตอนของการหาความยาว \overline{CE} อย่างไร โดยใช้เรื่องความคล้าย

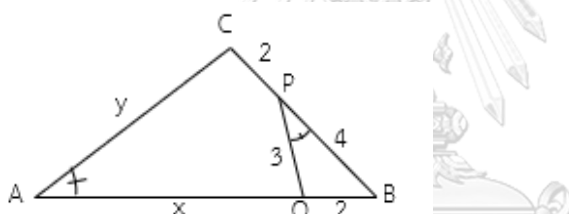
ก.* 2 4 1 3

ข. 2 4 3 1

ค. 4 2 1 3

ง. 4 2 3 1

8. กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle PBQ$ ดังรูป



ข้อใดไม่เกี่ยวข้องกับวิธีการคำนวณหาค่า x หรือ y

- ก. หาค่า y ได้จาก $\frac{PQ \times CB}{QB}$
- ข. หาค่า x ได้จาก $\frac{PB \times CB}{QB} - 2$
- ค. หาค่า y ได้จาก $\frac{y}{3} = \frac{6}{2}$
- ง. หาค่า x ได้จาก $\frac{x}{4} = \frac{6}{2}$

ตารางที่ 17 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

เนื้อหา	ด้านที่ 1 การหาข้อสรุปของปัญหา		ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)	ทดลองใช้ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ทศนิยมและเศษส่วน	2 (1.1, 2.1)	1	2 (1.2, 2.2)	1
2. อัตราส่วนและร้อยละ	2 (3.1, 4.1)	1	2 (3.2, 4.2)	1
3. ความเท่ากันทุกประการ	1 (5.1)	1	1 (5.2)	1
4. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1 (6.1)	1	1 (6.2)	1
รวม	6	4	6	4

ตารางที่ 18 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

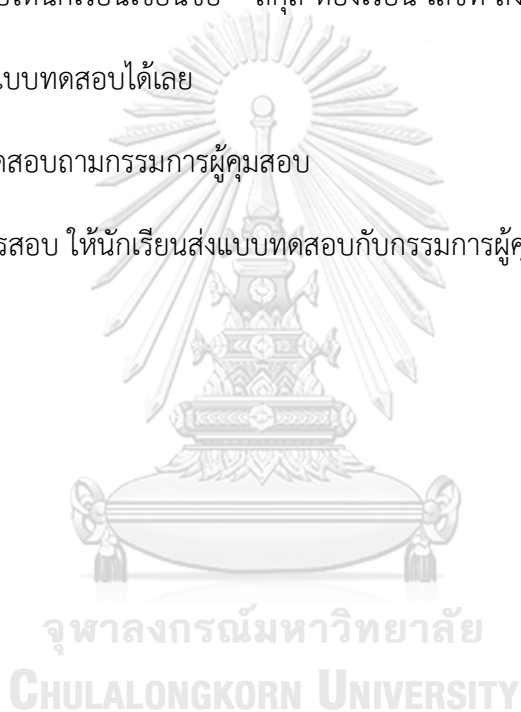
ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.75	0.36	0.79
2	0.59	0.44	
3	0.54	0.32	
4	0.56	0.34	



ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังทดลอง)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 4 ข้อ เป็นข้อสอบอัตนัย (ข้อละ 4 คะแนน คะแนนเต็ม 16 คะแนน)
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล ห้องเรียน เลขที่ ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. เขียนคำตอบลงในแบบทดสอบได้เลย
5. หากมีข้อสงสัยโปรดสอบถามกรรมการผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาในการสอบ ให้นักเรียนส่งแบบทดสอบกับกรรมการผู้คุมสอบ



ชื่อ - สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

สถานการณ์ที่ 1 นักเรียนคนหนึ่งทำการทดลองเกี่ยวกับความยาวของลวดสปริงอันหนึ่งที่แขวนติดกับเพดานโดยใช้ตุ้มน้ำหนักถ่วง โดยแสดงดังตารางต่อไปนี้

น้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก (กรัม)	ความยาวของลวดสปริง (เซนติเมตร)
15	3.5
35	15.5
55	27.5
75	39.5

จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 1.1 จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหา “ความยาวของลวดสปริงที่ถูกถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 135 กรัม”

เขียนแสดงแนวคิดประกอบข้อสรุป.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสรุป.....

.....

คำถาม 1.2 ข้อความที่ว่า “น้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก 45 กรัม จะมีความยาวของลวดสปริง 20.5 เซนติเมตร” เป็นจริงหรือเท็จ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ

คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

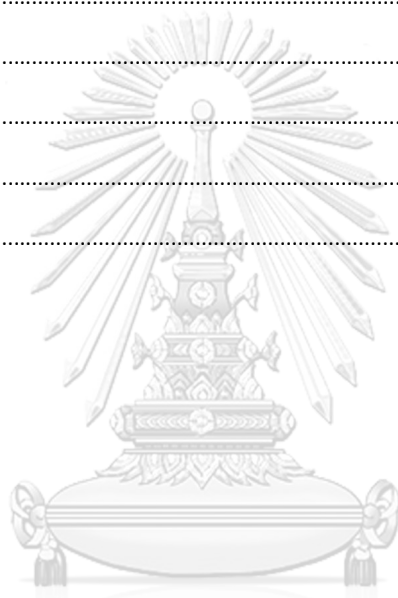
.....

.....

.....

.....

.....



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สถานการณ์ที่ 2 ตารางต่อไปนี้ แสดงสถิติข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนสินค้าที่ขายได้กับเงินค่าตอบแทนของ
ขนมสองยี่ห้อ ตั้งแต่ปี พ.ศ.2556 – 2560

ปี	ขนมยี่ห้อ A		ขนมยี่ห้อ B	
	จำนวนสินค้าที่ ขายได้ (ชิ้น)	จำนวนเงินค่าตอบแทน (บาท)	จำนวนสินค้าที่ ขายได้ (ชิ้น)	จำนวนเงินค่าตอบแทน (บาท)
2556	250	1,500	170	850
2557	300	1,800	200	1,000
2558	315	1,890	330	1,650
2559	415	2,490	355	1,775
2560	430	2,580	370	1,850

จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

คำถาม 2.1 จงเขียนแสดงแนวคิดเพื่อหาว่า “ถ้าในปี 2561 ขนมยี่ห้อ A และ B มีจำนวนสินค้าที่ขาย
ได้เท่ากับ 400 ชิ้น จำนวนเงินค่าตอบแทนของขนมทั้งสองยี่ห้อจะเท่ากับเท่าไร”

เขียนแสดงแนวคิดประกอบข้อสรุป.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อสรุป.....

.....

คำถาม 2.2 ข้อความที่ว่า “จำนวนสินค้าที่ขายได้ของขนมยี่ห้อ A 500 ชิ้น จะมีจำนวนเงินค่าตอบแทนเท่ากับจำนวนสินค้าที่ขายได้ของขนมยี่ห้อ B 600 ชิ้น” เป็นจริงหรือเท็จ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ

คำตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

บรรณานุกรม

ภาษาอังกฤษ

- Alice, A., & Shirel, Y. F. (1999). Mathematical reasoning during small group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*.
- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*: Prentice Hall.
- Cartier, J. L., Smith, M., Stein, M., & Ross, D. (2013). Practices for Orchestrating Productive Science Discussions. In: Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics and Corwin Press.
- Clark, R. C., Lyons, C., & Hoover, L. (2004). Graphics for learning: Proven guidelines for planning, designing, and evaluating visuals in training materials. *43*(10), 45-47.
- Cooney, T. J. (1996). Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education. *ERIC*.
- Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1983). *Dynamics of teaching secondary school mathematics*: Waveland Pr Inc.
- Danielowski, J. (2016). Increasing Number Sense through Mathematical Discourse in the Primary Classroom.
- De Cecco, J. P., & Crawford, W. R. (1974). *The psychology of learning and instruction educational psychology*. Retrieved from
- Fraye, D. A., Fredrick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A schema for testing the level of concept mastery*. Madison: Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning.
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. 258-291.
- Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing "mathematical power" and "mathematical thinking.". *41*(3), 144-153.
- Groth, R. E. (2015). Using the five practices model to promote statistical discourse. *Teaching Statistics, 37*(1), 13-17.
- Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of intelligence*: McGraw-Hill Companies.
- Haggarty, L. (2003). *Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice*: Routledge.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-

- based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. 524-549.
- Howe, R., Scheaffer, R., Lindquist, M., Philip, F., & Halbrook, A. (2004). *Mathematics Framework for the 2005 National Assessment of Educational Progress*.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*: Allyn and Bacon.
- Lappan, G. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. 14-30.
- Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. Mälardalen University,
- Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and procedural knowledge of mathematical functions*: University of Eastern Finland.
- Lavigne, N. C., & Lajoie, S. P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *32*(4), 630-666.
- Mevarech, Z., & Fridkin, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *1*(1), 85-97.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*: Natl Council of Teachers of.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1): National Council of Teachers of.
- Nindi Citra Setia Dewi. (2013). *The application of learning-based concept rich instruction to improve comprehension of fraction concept on elementary school student*. (Master), Indonesia University, Faculty of Education.
- O'Daffer, P. G. (1990). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematics Teacher*.
- O'Daffer, P. G. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning, and proof.
- Reber, A. S. (1995). *The Penguin dictionary of psychology*: Penguin Press.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher. Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*: ERIC.
- Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *25*(2-3), 161-217.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive

mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *10*(4), 313-340.

Sternberg, R. J. (1999). The nature of mathematical reasoning. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 61, 37.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *88*(2), 98-100.

Usiskin, Z. (1998). Paper-and-pencil algorithms in a calculator-and-computer age. 7-20.

Watson Todd, R. (2006). Why investigate large classes. *9*, 1-12.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*, 646-696.

Young, J. S. (2015). Orchestrating Mathematical Discussions: A Novice Teacher's Implementation of Five Practices to Develop Discourse Orchestration in a Sixth-Grade Classroom.

ภาษาไทย

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

โสภณ บำรุงสงฆ์. (2520). เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: พราว เพรส.

โสภณ บำรุงสงฆ์. (2551). ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญา มหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

กรมวิชาการ. (2546). คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. Retrieved from <http://www.pwj.ac.th/main/flash-pdf/matat-2560.pdf>

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, 54-58.

ซัชชัย คุ่มทวพร. (2534). ตรรกวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

- ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแนะแนวทางการ่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- ทีศนา เขมมณี. (2542). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- ธิดิมา อุดมพรมนตรี. (2555). การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดลพบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,
- นาเดีย กองเป็ง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตกซ์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- ปิยวดี วงใหญ่. (2548). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.
- พนัส หันนาคินทร์. (2514). คณิตศาสตร์: วิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้ำครุสภา.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญาดุขฎิบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- พีชณิกา เพชรสังข์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา.
- วรนารถ อยู่สุข. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- วัชรภรณ์ ปราณีธรรม. (2549). การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟ. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา), มหาวิทยาลัยขอนแก่น,
- วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุขฎิบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- ศุภลักษณ์ ครุทคง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

- สถาบันทดสอบทางการศึกษา. (2560). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560. Retrieved from http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2560.pdf
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หจก.ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015. Retrieved from <https://drive.google.com/file/d/0Bza8voFmdFsrRGLYbmdPa0pkXzg/view>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). สรุปผลการวิจัย PISA 2015. Retrieved from <https://drive.google.com/file/d/0BwqF5kq5b7z5cUJOOV9ldUNfTlk/view>
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. (ปริญญาตรีบัณฑิต), คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟโอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญาโทบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพทางวิชาการ (พว.).
- สุดาร์ตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค *Think-Talk-Write* ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. (ปริญญาโทบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- สุนิดดา เรื่องสิริเศรษฐ์. (2552). ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- สุรัชย์ ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: เทพนิมิตรการพิมพ์.
- อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการใช้เหตุผล เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญาตรีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย,
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. (2523). การเปรียบเทียบการสอนมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอน และการบรรยายสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต), คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อัมพร ม้าคอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.

กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อิสริยา ปรมัตถการ. (2556). การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีปัญหาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวทรงสมน วินัยโกศล
วัน เดือน ปี เกิด	6 ธันวาคม พ.ศ.2536
สถานที่เกิด	ที่จังหวัดยโสธร
วุฒิการศึกษา	สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2558 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2559
ที่อยู่ปัจจุบัน	อาศัยอยู่บ้านเลขที่ 95 หมู่ 2 ตำบลกระจาย อำเภอป่าติ้ว จังหวัดยโสธร รหัสไปรษณีย์ 35150