บทที่ 7

ระบบสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรอินครีเมนตอลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและระบบควบคุม

ระบบสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรอินครีเมนตอลของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ระบบเอกไซเตชัน ระบบควบคุมความเร็ว และอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ สามารถหาได้โดยการนำเอาสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของตัวแปรอินครีเมนตอล ของอุปกรณ์ต่างๆ ดังกล่าวมาประกอบเข้าด้วยกัน จุดประสงค์ของการกระทำดังกล่าวก็เพื่อหาระบบสมการซึ่งแสดงความเป็นไปในเชิงไดนามิคของตัวแปรอินครีเมนตอลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและอุปกรณ์ควบคุมต่าง ๆ ที่ต่ออยู่ด้วยกัน การจัดรูประบบสมการให้เหมาะสมและสะดวกต่อการนำเอาไปใช้งานเป็นสิ่งที่ช่วยให้เกิดความสะดวกในการวิเคราะห์มาก ดังนั้นในบทนี้จึงได้แสดงขั้นตอนวิธีการจัดรูปสมการดังกล่าวไว้โดยละเอียด

ในบทนี้สัญลักษณ์ของตัวแปรตัวใดที่มี Δ เป็นดัชนีล่าง (subscript) หมายถึงตัวแปรอินครีเมนตอล สัญลักษณ์ของตัวแปรใดที่มี 0 เป็นดัชนีล่างหมายถึงค่าของตัวแปรที่จุดทำงาน

7.1 สมการแรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโดเมนความถี่เชิงซ้อน

แรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบโคออร์ดิเนตอ้างอิง มีความสัมพันธ์กับแรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบโคออร์ดิเนตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และมุมของแรงดันภายในดังสมการ (6.5) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการย่อยได้ดังสมการ (7.1) และสมการ (7.2)

$$E''_{R\Delta} = E''_{D\Delta}\sin\delta_0 + E''_{Q\Delta}\cos\delta_0 + A_R\delta_\Delta \tag{7.1}$$

$$E''_{I\Delta} = -E''_{D\Delta}\cos\delta_0 + E''_{Q\Delta}\sin\delta_0 + A_I\delta_\Delta \tag{7.2}$$

โดยที่ A_R และ A_I ในสมการ (7.1) และสมการ (7.2) มีค่าตามที่แสดงในตารางที่ (7.1) จากบล็อกไดอะแกรมตามที่แสดงในรูปที่ 4.3 และรูปที่ 4.4 $E''_{Q\Delta}$ มีความสัมพันธ์กับ $\lambda_{FD\Delta}$ และ $\lambda_{SD\Delta}$ ดังสมการ (7.3) $E''_{D\Delta}$ มีความสัมพันธ์กับ $\lambda_{FQ\Delta}$ และ $\lambda_{SQ\Delta}$ ดังสมการที่ (7.4)

แบบจำลอง 3 และ 5	A_R	$E''_{DO}\cos\delta_O - E''_{QO}\sin\delta_O + (X''_Q - X''_D)(I_{RO}\cos 2\delta_O + I_{IO}\sin 2\delta_O)$
	A_I	$E''_{DO}\sin\delta_O + E''_{QO}\cos\delta_O + (X''_Q - X''_D)(I_{RO}\sin 2\delta_O - I_{IO}\cos 2\delta_O)$
แบบจำลอง 4	A_R	$E'_{DO}\cos\delta_O - E'_{QO}\sin\delta_O + (X'_Q - X'_D)(I_{RO}\cos 2\delta_O + I_{IO}\sin 2\delta_O)$
	A_I	$E'_{DO}\sin\delta_O + E'_{QO}\cos\delta_O + (X'_Q - X'_D)(I_{RO}\sin 2\delta_O - I_{IO}\cos 2\delta_O)$
แบบจำลอง 2	A_R	$-E'_{QO}\sin\delta_O + (X_Q - X'_D)(I_{RO}\cos 2\delta_O + I_{IO}\sin 2\delta_O)$
	A_I	$E'_{QO}\cos\delta_O + (X_Q - X'_D)(I_{RO}\sin 2\delta_O - I_{IO}\cos 2\delta_O)$
แบบจำลอง 1	A_R	$-E'\sin\delta_O$
	A_I	$E'\cos\delta_O$

ตารางที่ 7.1 อนุพันธ์ย่อยของแรงดันภายในเมื่อเทียบกับมุมของโรเตอร์

$$E''_{Q\Delta} = C_{6D}\lambda_{FD\Delta} + C_{7D}\lambda_{SD\Delta} \quad (7.3)$$

$$E''_{D\Delta} = -C_{6Q}\lambda_{FQ\Delta} - C_{7Q}\lambda_{SQ\Delta} \quad (7.4)$$

เนื่องจาก

$$\delta_\Delta = (\omega_B/p)\omega_\Delta \quad (7.5)$$

โดยที่ p ในสมการ (7.5) คือดิฟเฟอร์เรนเชียลโอเปอร์เรเตอร์ (differential operator) แทนค่า $E''_{D\Delta}$ จากสมการ (7.4) $E''_{Q\Delta}$ จากสมการ (7.3) และ δ_Δ จากสมการ (7.5) ลงในสมการ (7.1) ได้ผลดังนี้

$$
\begin{aligned}
\ddot{E}_{R\Delta} &= (A_R\omega_B/p)\omega_\Delta + (C_{6D}\lambda_{FD\Delta} + C_{7D}\lambda_{SD\Delta})\cos\delta_o - \\
&\quad (C_{6Q}\lambda_{FQ\Delta} + C_{7Q}\lambda_{SQ\Delta})\sin\delta_o \\
&= (A_R\omega_B/p)\omega_\Delta + C_{6D}\lambda_{FD\Delta}\cos\delta_o + C_{7D}\lambda_{SD\Delta}\cos\delta_o - \\
&\quad C_{6Q}\lambda_{FQ\Delta}\sin\delta_o - C_{7Q}\lambda_{SQ\Delta}\sin\delta_o \\
&= (A_R\omega_B/p)\omega_\Delta - a_{37}\lambda_{FD\Delta} - a_{38}\lambda_{SD\Delta} - a_{39}\lambda_{FQ\Delta} - a_{3.10}\lambda_{SQ\Delta} \qquad (7.6)
\end{aligned}
$$

โดยที่ค่าคงตัวซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{FD\Delta}$ $\lambda_{SD\Delta}$ $\lambda_{FQ\Delta}$ และ $\lambda_{SQ\Delta}$ ในสมการที่ (7.6) มีค่าดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
a_{37} &= -C_{6D}\cos\delta_o \\
a_{38} &= -C_{7D}\cos\delta_o \\
a_{39} &= C_{6Q}\sin\delta_o \\
a_{3.10} &= C_{7Q}\sin\delta_o
\end{aligned}
$$

แทนค่า $\ddot{E}_{D\Delta}$ จากสมการ (7.4) $\ddot{E}_{Q\Delta}$ จากสมการ (7.3) และ δ_Δ จากสมการ(7.5) ลงในสมการ (7.2) ได้ผลดังนี้

$$
\begin{aligned}
\ddot{E}_{I\Delta} &= (A_I\omega_B/p)\omega_\Delta + (C_{6D}\lambda_{FD\Delta} + C_{7D}\lambda_{SD\Delta})\sin\delta_o + \\
&\quad (C_{6Q}\lambda_{FQ\Delta} + C_{7Q}\lambda_{SQ\Delta})\cos\delta_o \\
&= (A_I\omega_B/p)\omega_\Delta + C_{6D}\lambda_{FD\Delta}\sin\delta_o + C_{7D}\lambda_{SD\Delta}\sin\delta_o + \\
&\quad C_{6Q}\lambda_{FQ\Delta}\cos\delta_o + C_{7Q}\lambda_{SQ\Delta}\cos\delta_o \\
&= (A_I\omega_B/p)\omega_\Delta - a_{47}\lambda_{FD\Delta} - a_{48}\lambda_{SD\Delta} - a_{49}\lambda_{FQ\Delta} - a_{4.10}\lambda_{SQ\Delta} \qquad (7.7)
\end{aligned}
$$

โดยที่ค่าคงตัวซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{FD\Delta}$ $\lambda_{SD\Delta}$ $\lambda_{FQ\Delta}$ และ $\lambda_{SQ\Delta}$ ในสมการที่ (7.7) มีค่าดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
a_{47} &= -C_{6D}\sin\delta_o \\
a_{48} &= -C_{7D}\sin\delta_o \\
a_{49} &= -C_{6Q}\cos\delta_o \\
a_{4.10} &= -C_{7Q}\cos\delta_o
\end{aligned}
$$

ถ้าย้ายพจน์ทางขวามือของสมการ (7.6) และสมการ (7.7) ให้ไปอยู่ทางซ้ายมือให้หมดได้ผลดังนี้

$$\ddot{E}_{R\Delta} - (A_R\omega_B/p)\omega_\Delta + a_{37}\lambda_{FD\Delta} + a_{38}\lambda_{SD\Delta} + a_{39}\lambda_{FQ\Delta} + a_{3,10}\lambda_{SQ\Delta} = 0 \quad (7.8)$$
$$\ddot{E}_{I\Delta} - (A_I\omega_B/p)\omega_\Delta + a_{47}\lambda_{FD\Delta} + a_{48}\lambda_{SD\Delta} + a_{49}\lambda_{FQ\Delta} + a_{4,10}\lambda_{SQ\Delta} = 0 \quad (7.9)$$

สมการ (7.8) และสมการ (7.9) เป็นสมการของตัวแปรอินครีเมนตอลในโดเมนของเวลา ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน สัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในสมการ (7.8) หาได้โดยการแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ด้วยโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma + j\Omega$ ซึ่งได้ผลดังสมการ (7.10)

$$\begin{aligned} -A_R\omega_B/(-\sigma + j\Omega) &= -A_R\omega_B(-\sigma - j\Omega)/[(-\sigma + j\Omega)(-\sigma - j\Omega)] \\ &= A_R\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2) \end{aligned} \quad (7.10)$$

และในทำนองเดียวกันสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในสมการ (7.9) ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน มีค่าดังสมการ (7.11)

$$\begin{aligned} -A_I\omega_B/(-\sigma + j\Omega) &= -A_I\omega_B(-\sigma - j\Omega)/[(-\sigma + j\Omega)(-\sigma - j\Omega)] \\ &= A_I\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2) \end{aligned} \quad (7.11)$$

ในการวิเคราะห์ออสซิลเลชันความถี่ต่ำที่เกิดขึ้นเองในระบบไฟฟ้ากำลัง โดยวิธีการของโดเมนความถี่เชิงซ้อน ตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัวได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.8) และสมการ (7.9) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ต่าง ๆ ดังสมการ (7.12) และสมการ (7.13) ตามลำดับ

$$\ddot{e}_R + Z_{35}\omega + a_{37}\lambda_{FD} + a_{38}\lambda_{SD} + a_{39}\lambda_{FQ} + a_{3,10}\lambda_{SQ} = 0 \quad (7.12)$$
$$\ddot{e}_I + Z_{45}\omega + a_{47}\lambda_{FD} + a_{48}\lambda_{SD} + a_{49}\lambda_{FQ} + a_{4,10}\lambda_{SQ} = 0 \quad (7.13)$$

โดยที่ค่าคงตัวซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ ω ในสมการ (7.14) และ (7.15) มีค่าดังนี้

$$Z_{35} = A_R\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$$
$$Z_{45} = A_I\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$$

7.2 สมการของการเคลื่อนที่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโดเมนความถี่เชิงซ้อน

ในบทที่ 4 ได้แสดงวิธีการหาสมการแสดงความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของฟลักซ์คล้อง

และแรงดันเชิงอัตราเร็วอันเป็นผลมาจากฟลักซ์คล้อง ความสัมพันธ์ดังกล่าวยังไม่พอเพียงสำหรับอธิบายความเป็นไปในเชิงไดนามิคของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้หมด ทั้งนี้เป็นเพราะยังขาดส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ในบทนี้จึงได้นำเอาส่วนดังกล่าวมาประกอบการพิจารณาด้วย ความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสามารถแสดงในรูปของบล็อกไดอะแกรมได้ตามที่แสดงในรูปที่ 7.1 ในรูปดังกล่าวมีส่วนของระบบควบคุมความเร็วประกอบอยู่ด้วย ระบบควบคุมความเร็วนี้เป็นระบบซึ่งมีอินพุตและเอาต์พุตอย่างละตัว โดยที่อินพุตคือความเร็วเชิงมุม ω ส่วนเอาต์พุตคือแรงบิดเชิงกล (mechanical torque) T_M ค่าอินพุตและเอาต์พุตของระบบควบคุมความเร็วมีความสัมพันธ์กันโดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (transfer function) $G_{Gov}(p)$ ซึ่งมีดิฟเฟอร์เรนเชียลโอเปอร์เรเตอร์ (differential operator) p เป็นตัวประกอบอยู่ด้วย การหาค่าของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในโดเมนความถี่เชิงซ้อนทำได้โดยการแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ด้วยโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma+j\Omega$ สำหรับความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของฟลักซ์คล้องและแรงดันเชิงอัตราเร็วอันเป็นผลมาจากฟลักซ์คล้อง ทั้งในแนวแกนตรงและแกนตั้งฉาก ได้แสดงวิธีหาไว้ในบทที่ 4

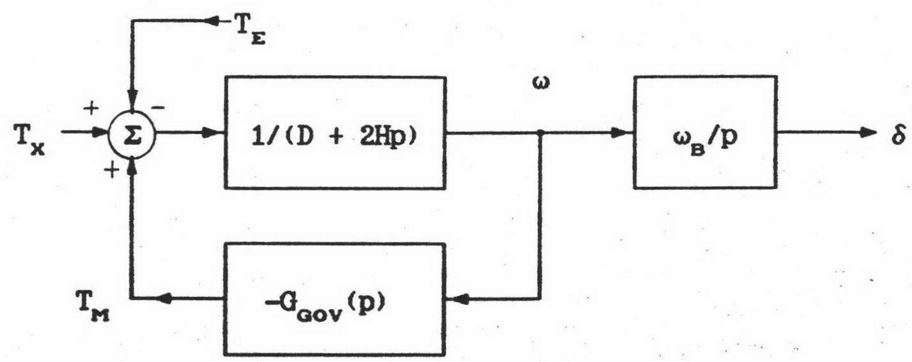
ในรูปที่ 7.1 ตัวแปรอินครีเมนตอลในสมการของการเคลื่อนที่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า มีความสัมพันธ์กันดังสมการ (7.14)

$$(D + 2Hp)\omega_{\Delta} = T_X + T_{M\Delta} - T_{E\Delta} \qquad (7.14)$$

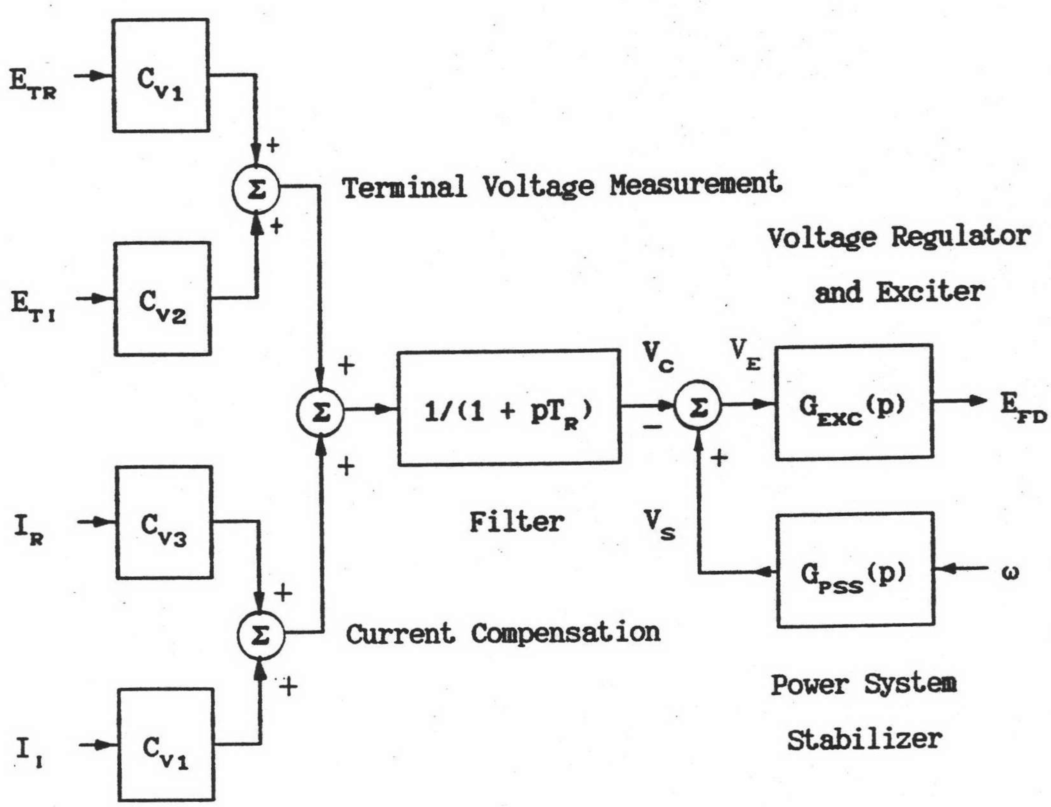
โดยที่ T_X ในสมการ (7.14) เป็นแรงบิดจากภายนอกที่มากระทำที่โรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า แรงบิดดังกล่าวที่โรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกเครื่อง มีค่าเป็นศูนย์ ยกเว้นที่โรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ได้รับการกำหนดให้เป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ (forced generator) ในสมการ (7.14) นี้ได้นำเอาตัวแปรอินครีเมนตอลของแรงบิดที่เทอร์ไบน์ (turbine) หรือ $T_{M\Delta}$ มาประกอบด้วย ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากผลของระบบควบคุมความเร็ว ตัวแปรอินครีเมนตอลของแรงบิด $T_{M\Delta}$ มีเฟสตรงข้ามกับเฟสของความเร็วเชิงมุม ω_{Δ} และมันมีความสัมพันธ์กันโดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบควบคุมความเร็วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าดังสมการ (7.15)

$$T_{M\Delta} = -G_{GOV}(p)\omega_{\Delta} \qquad (7.15)$$

โดยที่ $G_{GOV}(p)$ ในสมการ (7.15) คือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบควบคุมความเร็วของเครื่อง



รูปที่ 7.1 บล็อกไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูปที่ 7.2 บล็อกไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของตัวแปรอินครีเมนตอลในส่วนของระบบเอกไซเตชันและอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์

กำเนิดไฟฟ้าในโดเมนของเวลา

ในกรณีที่ความเร็วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก ส่วนที่เปลี่ยนของแรงบิดทางไฟฟ้า มีค่าเท่ากับส่วนที่เปลี่ยนของกำลังไฟฟ้าที่จ่ายออกจากขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า กำลังไฟฟ้าทั้งหมดที่จ่ายออกจากขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าดังสมการ (7.16)

$$P_E = E_{TR}I_R + E_{TI}I_I + [(I_R)^2 + (I_I)^2]R_A \qquad (7.16)$$

ตัวแปรอินครีเมนตอลของแรงบิดทางไฟฟ้าหาได้จากการประมาณค่าสมการ (7.16) แบบเชิงเส้น ซึ่งได้ผลดังสมการ (7.17)

$$\begin{aligned} T_{E\Delta} = {} & I_{RO}E_{TR\Delta} + I_{IO}E_{TI\Delta} + (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)I_{R\Delta} + \\ & (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)I_{I\Delta} \end{aligned} \qquad (7.17)$$

แทนค่า $I_{I\Delta}$ และ $I_{R\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.17) ได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} T_{E\Delta} = {} & I_{RO}E_{TR\Delta} + I_{IO}E_{TI\Delta} + \\ & (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)[G_W(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) - B_W(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] + \\ & (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)[B_X(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) + G_X(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = {} & [I_{RO} - (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_W - (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_X]E_{TR\Delta} + \\ & [I_{IO} + (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_W - (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_X]E_{TI\Delta} + \\ & [(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_W + (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_X]E''_{R\Delta} + \\ & [-(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_W + (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_X]E''_{I\Delta} \end{aligned}$$

$$= a_{51}E_{TR\Delta} + a_{52}E_{TI\Delta} + a_{53}E''_{R\Delta} + a_{54}E''_{I\Delta} \qquad (7.18)$$

โดยที่ค่าคงตัวซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ $E_{TR\Delta}$ $E_{TI\Delta}$ $E''_{R\Delta}$ และ $E''_{I\Delta}$ ในสมการที่ (7.18) มีค่าดังต่อไปนี้

$$a_{51} = I_{RO} - (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_W - (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_X$$

$$a_{52} = I_{IO} + (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_W - (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_X$$

$$a_{53} \quad = \quad (E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_w + (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_x$$
$$a_{54} \quad = \quad -(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_w + (E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_x$$

แทนค่า $T_{M\Delta}$ จากสมการ (7.15) และ $T_{E\Delta}$ จากสมการ (7.18) ลงในสมการ (7.14) ได้ผลดังนี้

$$a_{51}E_{TR\Delta} + a_{52}E_{TI\Delta} + a_{53}\ddot{E}_{R\Delta} + a_{54}\ddot{E}_{I\Delta} + [G_{GOV}(p)+D+2Hp]\omega_{\Delta} = T_x \quad (7.19)$$

โดยที่ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบควบคุมความเร็วในโดเมนความถี่เชิงซ้อนในสมการ (7.19) มีค่าดังสมการ (7.20)

$$G_{GOV}(-\sigma + j\Omega) \quad = \quad R_{GOV} + jX_{GOV} \quad (7.20)$$

กำหนดให้

$$Z_{55} \quad = \quad (D + R_{GOV} - 2H\sigma) + j(X_{GOV} + 2H\Omega)$$

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัว ได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.19) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.21)

$$a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}\ddot{e}_R + a_{54}\ddot{e}_I + Z_{55}\omega \quad = \quad T_x \quad (7.21)$$

7.3 ความสัมพันธ์ของตัวแปรอินครีเมนตอลในส่วนของเอร์เรอร์ดีเทกเตอร์และอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์

ความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของตัวแปรอินครีเมนตอลในส่วนของระบบเอกไซเตชันและอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ มีลักษณะตามที่แสดงในรูปที่ 7.2 ส่วนที่สำคัญของระบบเอกไซเตชันดังกล่าวประกอบด้วย เอกไซเตอร์ อุปกรณ์ควบคุมแรงดัน ฟิลเตอร์ อุปกรณ์วัดแรงดัน อุปกรณ์ชดเชยกระแส อินพุตของอุปกรณ์ควบคุมแรงดัน ส่วนหนึ่งมาจากเอาต์พุตของฟิลเตอร์ อีกส่วนหนึ่งมาจากอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ อินพุตของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์คือความเร็วเชิงมุม ω เอาต์พุตของมันคือ V_S ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันโดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของ

อุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ $G_{PSS}(p)$ ในส่วนของเอเรอร์ดีเทกเตอร์และเอกไซเตอร์เป็นระบบซึ่งมีอินพุตค่าเดียวคือ V_E และเอาต์พุตก็มีค่าเดียวเช่นกันคือ E_{FD} โดยที่ตัวแปรทั้งสอง มีความสัมพันธ์กันโดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน $G_{EXC}(p)$ ซึ่งมีโอเปอร์เรเตอร์ p เป็นตัวประกอบอยู่ด้วย ค่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันดังกล่าว ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน ได้จากการแทนที่ดิฟเฟอร์เรนเชียลโอเปอร์เรเตอร์ p ด้วยโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma + j\Omega$ ในทำนองเดียวกัน ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ กล่าวคือ $G_{PSS}(p)$ ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน สามารถหาได้จากการแทนที่เฟอร์เรนเชียลโอเปอร์เรเตอร์ p ด้วยโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma + j\Omega$

ความสัมพันธ์ของตัวแปรครีเมนตอลในส่วนของของ ระบบเอกไซเตชัน และ อุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ มีลักษณะตามที่แสดงในรูปที่ 7.2 จากรูปดังกล่าว พบว่า

$$\begin{aligned} V_{E\Delta} &= V_{S\Delta} - V_{C\Delta} \\ &= V_{S\Delta} - [C_{V1}E_{TR\Delta} + C_{V2}E_{TI\Delta} + C_{V3}I_{R\Delta} + C_{V4}I_{I\Delta}]/[1 + pT_R] \quad (7.22) \end{aligned}$$

โดยที่

$V_{E\Delta}$ คือตัวแปรอินครีเมนตอลของอินพุตของอุปกรณ์ควบคุมแรงดัน

$V_{S\Delta}$ คือตัวแปรอินครีเมนตอลของเอาต์พุตของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์

สำหรับความหมายของค่าคงตัว C_{V1}, C_{V2}, C_{V3} และ C_{V4} คำอธิบายอยู่ในบทที่ 5 สมการ (7.22) จัดรูปใหม่ได้ดังสมการ (7.23)

$$(1 + pT_R)(V_{E\Delta} - V_{S\Delta}) + C_{V1}E_{TR\Delta} + C_{V2}E_{TI\Delta} + C_{V3}I_{R\Delta} + C_{V4}I_{I\Delta} = 0 \quad (7.23)$$

แทนค่า $I_{R\Delta}$ และ $I_{I\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.23) ได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} -(1 + pT_R)(V_{E\Delta} - V_{S\Delta}) = {} & C_{V1}E_{TR\Delta} + C_{V2}E_{TI\Delta} + \\ & C_{V3}[G_W(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) - B_W(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] + \\ & C_{V4}[B_X(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) + G_X(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] \end{aligned}$$

$$= (C_{V1} - C_{V3}G_W - C_{V4}B_X)E_{TR\Delta} +$$
$$(C_{V2} + C_{V3}B_W - C_{V4}G_X)E_{TI\Delta} +$$
$$(C_{V3}G_W + C_{V4}B_X)E''_{R\Delta} +$$
$$(-C_{V3}B_W + C_{V4}G_X)E''_{I\Delta} \quad (7.24)$$

กำหนดให้

$$a_{61} = C_{V1} - C_{V3}G_W - C_{V4}B_X$$
$$a_{62} = C_{V2} + C_{V3}B_W - C_{V4}G_X$$
$$a_{63} = C_{V3}G_W + C_{V4}B_X$$
$$a_{64} = -C_{V3}B_W + C_{V4}G_X$$

แทนค่าคงตัวต่าง ๆ เหล่านี้ลงในสมการ (7.24) ได้ผลดังดังสมการ (7.25)

$$a_{61}E_{TR\Delta} + a_{62}E_{TI\Delta} + a_{63}E''_{R\Delta} + a_{64}E''_{I\Delta} + (1 + pT_R)(V_{E\Delta} - V_{S\Delta}) = 0 \quad (7.25)$$

เนื่องจากในโดเมนของเวลา เอาต์พุตของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ $V_{S\Delta}$ มีความสัมพันธ์กับความเร็วเชิงมุม ω_Δ โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ $G_{PSS}(p)$ ดังสมการ (7.26)

$$V_{S\Delta} = G_{PSS}(p)\omega_\Delta \quad (7.26)$$

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน ของอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน หาได้โดยการแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของมัน ด้วยโอเปอร์เรเตอร์ $-\sigma + j\Omega$ ผลที่ได้มีลักษณะดังสมการ (7.27)

$$G_{PSS}(-\sigma + j\Omega) = R_{PSS} + jX_{PSS} \quad (7.27)$$

กำหนดให้

$$Z_{65} = -(1 - \sigma T_R + j\Omega T_R)(R_{PSS} + jX_{PSS})$$
$$Z_{66} = 1 - \sigma T_R + j\Omega T_R$$

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัวได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.25) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.28)

$$a_{61}e_{TR} + a_{62}e_{TI} + a_{63}\ddot{e}_{R} \quad a_{64}\ddot{e}_{I} + Z_{65}\omega + Z_{66}V_{E} = 0 \qquad (7.28)$$

7.4 สมการฟลักซ์คล้องในแนวแกนตรง

ความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของฟลักซ์คล้องในแนวแกนตรง มีลักษณะดังที่ได้แสดงในรูปของบล็อกไดอะแกรมตามที่แสดงในรูปที่ 4.3 จากบล็อกไดอะแกรมดังกล่าว พบว่า ตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$T_{FDO}p\lambda_{FD\Delta} = E_{FD\Delta} - I_{FD\Delta} \qquad (7.29)$$

$$T_{SDO}p\lambda_{SD\Delta} = -I_{SD\Delta} \qquad (7.30)$$

$$I_{FD\Delta} = C_{3D}I_{D\Delta} + (1 + F_{S})(C_{1D}\lambda_{FD\Delta} - C_{2D}\lambda_{SD\Delta}) \qquad (7.31)$$

$$I_{SD\Delta} = C_{5D}I_{D\Delta} + (C_{1D}\lambda_{SD\Delta} - C_{4D}\lambda_{FD\Delta}) \qquad (7.32)$$

แทนค่า $I_{FD\Delta}$ จากสมการ (7.31) ลงในสมการ (7.29) ได้ผลดังสมการ

$$\begin{aligned} E_{FD\Delta} &= T_{FDO}p\lambda_{FD\Delta} + C_{3D}I_{D\Delta} + (1+F_{S})(C_{1D}\lambda_{FD\Delta} - C_{2D}\lambda_{SD\Delta}) \\ &= C_{3D}I_{D\Delta} + [T_{FDO}p+(1+F_{S})C_{1D}]\lambda_{FD\Delta} - (1+F_{S})C_{2D}\lambda_{SD\Delta} \\ &= C_{3D}I_{D\Delta} + [C_{1DS}+T_{FDO}p]\lambda_{FD\Delta} - C_{2DS}\lambda_{SD\Delta} \qquad (7.33) \end{aligned}$$

โดยที่ C_{1DS} และ C_{2DS} ในสมการ (7.33) มีค่าดังสมการ (7.34) และสมการ (7.35) ตามลำดับ

$$C_{1DS} = (1+F_{S})C_{1D} \qquad (7.34)$$

$$C_{2DS} = (1+F_{S})C_{2D} \qquad (7.35)$$

จากรูปที่ 7.2 $E_{FD\Delta}$ มีความสัมพันธ์กับแรงดันเอร์เรอร์ $V_{E\Delta}$ โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเอกไซเตอร์ $G_{EXC}(p)$ ดังสมการ (7.36)

$$E_{FD\Delta} = G_{EXC}(p)V_{E\Delta} \tag{7.36}$$

โดยใช้การแปลงโคออร์ดิเนตของตัวแปร ตามที่แสดงในตารางที่ 4.10 I_D มีความสัมพันธ์กับ I_R และ I_I ดังสมการ (7.37)

$$I_D = \sin\delta I_R - \cos\delta I_I \tag{7.37}$$

เมื่อทำการประมาณค่าสมการ (7.37) แบบเชิงเส้น ได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรอินครีเมนตอลดังสมการ (7.38)

$$\begin{aligned} I_{D\Delta} &= \sin\delta_O I_{R\Delta} + \cos\delta_O I_{RO}\delta_\Delta - \\ &\quad \cos\delta_O I_{I\Delta} + \sin\delta_O I_{IO}\delta_\Delta \\ &= \sin\delta_O I_{R\Delta} - \cos\delta_O I_{I\Delta} + (\cos\delta_O I_{RO} + \sin\delta_O I_{IO})\delta_\Delta \end{aligned} \tag{7.38}$$

โดยใช้การแปลงโคออร์ดิเนตของตัวแปร ตามที่แสดงในตารางที่ 4.10 I_{QO} มีความสัมพันธ์กับ I_{RO} และ I_{IO} ดังสมการ (7.39)

$$I_{QO} = \cos\delta_O I_{RO} + \sin\delta_O I_{IO} \tag{7.39}$$

แทนค่า $\cos\delta_O I_{RO} + \sin\delta_O I_{IO}$ ในสมการ (7.38) ด้วย I_{QO} จากสมการ (7.39) และแทนค่า δ_Δ ด้วย $(\omega_B/p)\omega_\Delta$ ได้ผลดังนี้

$$I_{D\Delta} = \sin\delta_O I_{R\Delta} - \cos\delta_O I_{I\Delta} + (I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta \tag{7.40}$$

แทนค่า $E_{FD\Delta}$ จากสมการ (7.36) และ $I_{D\Delta}$ จากสมการ (7.38) ลงในสมการ (7.33) ได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} G_{EXC}(p)V_{E\Delta} &= C_{3D}[\sin\delta_O I_{R\Delta} - \cos\delta_O I_{I\Delta} + (I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta] + \\ &\quad (C_{1DS} + T_{FDO}p)\lambda_{FD\Delta} - C_{2DS}\lambda_{SD\Delta} \end{aligned} \tag{7.41}$$

แทนค่า $I_{R\Delta}$ และ $I_{I\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.41) ได้ผลดังนี้

$$G_{EXC}(p)V_{E\Delta} = C_{3D}\sin\delta_O[G_w(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) - B_w(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] - C_{3D}\cos\delta_O[B_X(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) + G_X(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] + (C_{3D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta + (C_{1DS} + T_{FDO}p)\lambda_{FD\Delta} - C_{2DS}\lambda_{SD\Delta} \quad (7.42)$$

สมการ (7.42) ทำการจัดรูปใหม่ ได้ดังสมการ (7.43)

$$G_{EXC}(p)V_{E\Delta} = -C_{3D}(G_w\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)E_{TR\Delta} + C_{3D}(B_w\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)E_{TI\Delta} + C_{3D}(G_w\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)E''_{R\Delta} - C_{3D}(B_w\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)E''_{I\Delta} + (C_{3D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta + (C_{1DS} + T_{FDO}p)\lambda_{FD\Delta} - C_{2DS}\lambda_{SD\Delta} \quad (7.43)$$

เมื่อย้ายข้าง $G_{EXC}(p)V_{E\Delta}$ ในสมการ (7.43) ได้สมการใหม่ดังสมการ (7.44)

$$a_{71}E_{TR\Delta} + a_{72}E_{TI\Delta} + a_{73}E''_{R\Delta} + a_{74}E''_{I\Delta} + (C_{3D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta - G_{EXC}(p)V_{E\Delta} + (C_{1DS} + T_{FDO}p)\lambda_{FD\Delta} + a_{78}\lambda_{FD\Delta} = 0 \quad (7.44)$$

โดยที่ค่าคงตัวซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของ $E_{TR\Delta}$ $E_{TI\Delta}$ $E''_{R\Delta}$ $E''_{I\Delta}$ และ $\lambda_{FD\Delta}$ ในสมการ (7.44) มีค่าดังนี้

$$a_{71} = -a_{73} = -C_{3D}(G_w\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)$$
$$a_{72} = -a_{74} = C_{3D}(B_w\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)$$
$$a_{78} = -C_{2DS}$$

เมื่อแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเอกไซเตอร์ด้วย โอเปอร์เรเตอร์ $-\sigma + j\Omega$ ผลที่ได้คือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของเอกไซเตอร์ดังกล่าวในโดเมนความถี่เชิงซ้อนดังสมการ (7.45)

$$G_{EXC}(-\sigma + j\Omega) = R_{EXC} + jX_{EXC} \quad (7.45)$$

และในทำนองเดียวกัน สัมประสิทธิ์ของ ω_{Δ} ในสมการ (7.44) ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน มีค่าดังสมการ (7.46)

$$\begin{aligned} C_{3D}I_{QO}\omega_B/(-\sigma+j\Omega) &= C_{3D}I_{QO}\omega_B(-\sigma-j\Omega)/[(-\sigma-j\Omega)(-\sigma+j\Omega)] \\ &= -C_{3D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2) \end{aligned} \tag{7.46}$$

เมื่อแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในสัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{FD\Delta}$ ในสมการ (7.44) ด้วยโอเปอร์เรเตอร์ $-\sigma + j\Omega$ ผลที่ได้คือสัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{FD\Delta}$ ในโดเมนความถี่เชิงซ้อนซึ่งมีค่าดังสมการ (7.47) กล่าวคือ

$$C_{1DS}+T_{FDO}(-\sigma+j\Omega) = C_{1DS} -\sigma T_{FDO} + j\Omega T_{FDO} \tag{7.47}$$

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัว ได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.44) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.48)

$$a_{71}e_{TR}+a_{72}e_{TI}+a_{73}e''_R+a_{74}e''_I+ Z_{75}\omega+ Z_{76}V_E+ Z_{77}\lambda_{FD}+ a_{78}\lambda_{SD} \doteq 0 \tag{7.48}$$

โดยที่สัมประสิทธิ์เชิงซ้อน Z_{75} Z_{76} และ Z_{77} ในสมการ (7.48) มีค่าดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} Z_{75} &= -C_{3D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2) \\ Z_{76} &= -R_{EXC} - jX_{EXC} \\ Z_{77} &= C_{1DS} - \sigma T_{FDO} + j\Omega T_{FDO} \end{aligned}$$

จากสมการ (7.32)

$$I_{SD\Delta} = C_{5D}I_{D\Delta}+ (C_{1D}\lambda_{SD\Delta}- C_{4D}\lambda_{FD\Delta}) \tag{7.32}$$

แทนค่า $I_{SD\Delta}$ จากสมการ (7.32) ลงในสมการ (7.30) ได้ผลดังสมการ (7.49)

$$T_{SDO}p\lambda_{SD\Delta} = -C_{5D}I_{D\Delta}+ C_{4D}\lambda_{FD\Delta}- C_{1D}\lambda_{SD\Delta} \tag{7.49}$$

แทนค่า $I_{D\Delta}$ จากสมการ (7.40) ลงในสมการ (7.49) ได้ผลดังสมการ (7.50)

$$T_{SDO}p\lambda_{SD\Delta} = -C_{5D}[\sin\delta_O I_{R\Delta} - \cos\delta_O I_{I\Delta} + (I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta] + C_{4D}\lambda_{FD\Delta} - C_{1D}\lambda_{SD\Delta} \tag{7.50}$$

แทนค่า $I_{R\Delta}$ และ $I_{I\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.50) ได้ผลดังสมการ (7.51)

$$\begin{aligned} T_{SDO}p\lambda_{SD\Delta} = {} & -C_{5D}\sin\delta_O[G_W(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) - B_W(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] + \\ & C_{5D}\cos\delta_O[B_X(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) + G_X(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] - \\ & (C_{5D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta + C_{4D}\lambda_{FD\Delta} - C_{1D}\lambda_{SD\Delta} \end{aligned} \tag{7.51}$$

จัดรูปสมการ (7.51) ใหม่ โดยรวมสัมประสิทธิ์ของตัวแปรชนิดเดียวกันเข้าด้วยกัน ได้ผลดังสมการ (7.52)

$$\begin{aligned} T_{SDO}p\lambda_{SD\Delta} = {} & C_{5D}(G_W\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)E_{TR\Delta} - \\ & C_{5D}(B_W\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)E_{TI\Delta} - \\ & C_{5D}(G_W\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)E''_{R\Delta} + \\ & C_{5D}(B_W\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)E''_{I\Delta} - \\ & (C_{5D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta + C_{4D}\lambda_{FD\Delta} - C_{1D}\lambda_{SD\Delta} \end{aligned} \tag{7.52}$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} a_{81} &= -a_{83} = -C_{5D}(G_W\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O) \\ a_{82} &= -a_{84} = C_{5D}(B_W\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O) \\ a_{87} &= -C_{4D} \end{aligned}$$

แทนค่าคงตัวต่าง ๆ เหล่านี้ลงในสมการ (7.52) ได้ผลดังดังสมการ (7.53)

$$\begin{aligned} & a_{81}E_{TR\Delta} + a_{82}E_{TI\Delta} + a_{83}E_{R\Delta} + a_{84}E_{I\Delta} + \\ & (C_{5D}I_{QO}\omega_B/p)\omega_\Delta + a_{87}\lambda_{FD\Delta} + (C_{1D} + T_{SDO}p)\lambda_{SD\Delta} = 0 \end{aligned} \tag{7.53}$$

เมื่อแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในสมการ (7.53) ด้วยโอเปอร์เรเตอร์

$-\sigma + j\Omega$ ผลที่ได้คือสัมประสิทธิ์ของ ω_{Δ} โดเมนความถี่เชิงซ้อนซึ่งมีค่าดังสมการ (7.54)

$$C_{5D}I_{QO}\omega_B/(-\sigma+j\Omega) = C_{5D}I_{QO}\omega_B(-\sigma-j\Omega)/[(-\sigma-j\Omega)(-\sigma+j\Omega)]$$
$$= -C_{5D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2) \quad (7.54)$$

และในทำนองเดียวกัน สัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{SD\Delta}$ ในสมการ (7.53) ในโดเมนความถี่เชิงซ้อนมีค่าดังสมการ (7.55)

$$C_{1D}+ T_{SDO}(-\sigma+j\Omega) = C_{1D}- \sigma T_{SDO}+ j\Omega T_{SDO} \quad (7.55)$$

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัว ได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.53) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.56)

$$a_{81}e_{TR}+ a_{82}e_{TI}+ a_{83}e''_{R}+ a_{84}e''_{I}+ Z_{85}\omega + a_{87}\lambda_{FD}+ Z_{88}\lambda_{SD} = 0 \quad (7.56)$$

โดยที่ Z_{85} และ Z_{88} ในสมการ (7.56) มีค่าดังนี้

$$Z_{85} = -C_{5D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2)$$
$$Z_{88} = C_{1D}- \sigma T_{SDO}+ j\Omega T_{SDO}$$

7.5 สมการฟลักซ์คล้องในแนวแกนตั้งฉาก

ความสัมพันธ์เชิงไดนามิคของฟลักซ์คล้องในแนวแกนตั้งฉาก มีลักษณะตามที่แสดงในรูปที่ 4.4 จากรูปดังกล่าว ตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$T_{FQO}p\lambda_{FQ\Delta} = -I_{FQ\Delta} \quad (7.57)$$
$$T_{SQO}p\lambda_{SQ\Delta} = -I_{SQ\Delta} \quad (7.58)$$
$$I_{FQ\Delta} = C_{3Q}I_{Q\Delta} + (1 + F_S)(C_{1Q}\lambda_{FQ\Delta} - C_{2Q}\lambda_{SQ\Delta}) \quad (7.59)$$
$$I_{SQ\Delta} = C_{5Q}I_{Q\Delta} + (C_{1Q}\lambda_{SQ\Delta} - C_{4Q}\lambda_{FQ\Delta}) \quad (7.60)$$

เมื่อแทนค่า $I_{FQ\Delta}$ จากสมการ (7.59) ลงในสมการ (7.57) ได้ผลดังสมการ (7.61)

$$
\begin{aligned}
T_{FQO} p\lambda_{FQ\Delta} &= -C_{3Q} I_{Q\Delta} - (1+F_S)(C_{1Q}\lambda_{FQ\Delta} - C_{2Q}\lambda_{SQ\Delta}) \\
&= -C_{3Q} I_{Q\Delta} - (1+F_S)C_{1Q}\lambda_{FQ\Delta} + (1+F_S)C_{2Q}\lambda_{SQ\Delta} \\
&= -C_{3Q} I_{Q\Delta} - C_{1QS}\lambda_{FQ\Delta} + C_{2QS}\lambda_{SQ\Delta} \qquad (7.61)
\end{aligned}
$$

โดยที่ในสมการ (7.61) นั้น C_{1QS} และ C_{2QS} มีค่าดังสมการ (7.62) และ (7.63) ตามลำดับ

$$C_{1QS} = (1+F_S)C_{1Q} \qquad (7.62)$$

$$C_{2QS} = (1+F_S)C_{2Q} \qquad (7.63)$$

โดยใช้การแปลงโคออร์ดิเนตของตัวแปร ตามที่แสดงในตารางที่ 4.10 ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$I_Q = \cos\delta I_R + \sin\delta I_I \qquad (7.64)$$

ทำการประมาณค่าสมการ (7.64) แบบเชิงเส้น ได้ผลดังสมการ (7.65)

$$
\begin{aligned}
I_{Q\Delta} &= \cos\delta_O I_{R\Delta} - \sin\delta_O I_{RO}\delta_\Delta + \\
&\quad \sin\delta_O I_{I\Delta} + \cos\delta_O I_{IO}\delta_\Delta \\
&= \cos\delta_O I_{R\Delta} + \sin\delta_O I_{I\Delta} - (\sin\delta_O I_{RO} - \cos\delta_O I_{IO})\delta_\Delta \qquad (7.65)
\end{aligned}
$$

โดยใช้การแปลงโคออร์ดิเนตของตัวแปร ตามที่แสดงในตารางที่ 4.10 ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$I_{DO} = \sin\delta_O I_{RO} - \cos\delta_O I_{IO} \qquad (7.66)$$

แทนค่า $\sin\delta_O I_{RO} - \cos\delta_O I_{IO}$ ในสมการ (7.65) ด้วย I_{DO} จากสมการ (7.66) ได้ผลดังสมการ (7.67)

$$I_{Q\Delta} = \cos\delta_O I_{R\Delta} + \sin\delta_O I_{I\Delta} - (I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta \qquad (7.67)$$

แทนค่า $I_{Q\Delta}$ จากสมการ (7.67) ลงในสมการ (7.61) ได้ผลดังสมการ (7.68)

$$T_{FQO}p\lambda_{FQO} = -C_{3Q}[\cos\delta_O I_{R\Delta} + \sin\delta_O I_{I\Delta} - (I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta] - C_{1QS}\lambda_{FQ\Delta} + C_{2QS}\lambda_{SQ\Delta} \quad (7.68)$$

แทนค่า $I_{R\Delta}$ และ $I_{I\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.68) ได้ผลดังสมการ (7.69)

$$\begin{aligned} T_{FQO}p\lambda_{FQ\Delta} = & -C_{3Q}\cos\delta_O[G_w(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) - B_w(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] - \\ & C_{3Q}\sin\delta_O[B_x(E''_{R\Delta} - E_{TR\Delta}) + G_x(E''_{I\Delta} - E_{TI\Delta})] + \\ & (C_{3Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta - C_{1QS}\lambda_{FQ\Delta} + C_{2QS}\lambda_{SQ\Delta} \end{aligned} \quad (7.69)$$

ทำการจัดรูปสมการ (7.69) ใหม่ โดยรวมสัมประสิทธิ์ของตัวแปรชนิดเดียวกันเข้าด้วยกันได้ผลดังสมการ (7.70)

$$\begin{aligned} T_{FQO}p\lambda_{FQ\Delta} = & C_{3Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O)E_{TR\Delta} - \\ & C_{3Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O)E_{TI\Delta} - \\ & C_{3Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O)E''_{R\Delta} + \\ & C_{3Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O)E''_{I\Delta} + \\ & (C_{3Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta - C_{1QS}\lambda_{FQ\Delta} + C_{2QS}\lambda_{SQ\Delta} \end{aligned} \quad (7.70)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} a_{91} &= -a_{93} = -C_{3Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O) \\ a_{92} &= -a_{94} = C_{3Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O) \\ a_{9.10} &= -C_{2QS} \end{aligned}$$

จากการแทนค่าคงตัวต่างๆ เหล่านี้ลงในสมการ (7.70) ผลที่ได้มีลักษณะดังสมการ (7.71)

$$\begin{aligned} & a_{91}E_{TR\Delta} + a_{92}E_{TI\Delta} + a_{93}E''_{R\Delta} + a_{94}E''_{I\Delta} - (C_{3Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta + \\ & (C_{1QS} + T_{FQO}p)\lambda_{FQ\Delta} + a_{9.10}\lambda_{SQ\Delta} = 0 \end{aligned} \quad (7.71)$$

เมื่อแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในสมการ (7.71) ด้วยโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma + j\Omega$ ผลที่ได้คือสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในโดเมนความถี่เชิงซ้อนดังสมการ (7.72)

$$-C_{3Q}I_{DO}\omega_B/(-\sigma+j\Omega) = -C_{3Q}I_{DO}\omega_B(-\sigma-j\Omega)/[(-\sigma-j\Omega)(-\sigma+j\Omega)]$$
$$= C_{3Q}I_{DO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2) \quad (7.72)$$

และในทำนองเดียวกัน สัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{FQ\Delta}$ ในสมการ (7.71) ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน มีค่าดังสมการ (7.73)

$$C_{1QS}+T_{FQO}(-\sigma+j\Omega) = C_{1QS} -\sigma T_{FQO} + j\Omega T_{FQO} \quad (7.73)$$

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัว ได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.71) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.74)

$$a_{91}e_{TR}+a_{92}e_{TI}+a_{93}e''_R+a_{94}e''_I+ Z_{95}\omega + Z_{99}\lambda_{FQ}+ a_{9,10}\lambda_{SQ} = 0 \quad (7.74)$$

โดยที่

$$Z_{95} = C_{3Q}I_{DO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2+\Omega^2)$$
$$Z_{99} = C_{1QS} -\sigma T_{FQO} + j\Omega T_{FQO}$$

เมื่อแทนค่า $I_{SQ\Delta}$ จากสมการ (7.60) ลงในสมการ (7.58) ได้ผลดังสมการ (7.75)

$$T_{SQO}p\lambda_{SQ\Delta} = -C_{5Q}I_{Q\Delta} + C_{4Q}\lambda_{FQ\Delta} - C_{1Q}\lambda_{SQ\Delta} \quad (7.75)$$

แทนค่า $I_{Q\Delta}$ จากสมการ (7.67) ลงในสมการ (7.75) ได้ผลดังสมการ (7.76)

$$T_{SQO}p\lambda_{SQ\Delta} = -C_{5Q}[\cos\delta_O I_{R\Delta} + \sin\delta_O I_{I\Delta} - (I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta] + C_{4Q}\lambda_{FQ\Delta}- C_{1Q}\lambda_{SQ\Delta} \quad (7.76)$$

แทนค่า $I_{R\Delta}$ และ $I_{I\Delta}$ จากสมการ (6.7) ลงในสมการ (7.76) ได้ผลดังสมการ (7.77)

$$T_{SQO}p\lambda_{SQ\Delta} = -C_{5Q}\cos\delta_O[G_W(E''_{R\Delta}- E_{TR\Delta}) - B_W(E''_{I\Delta}- E_{TI\Delta})]- C_{5Q}\sin\delta_O[B_X(E''_{R\Delta}- E_{TR\Delta}) + G_X(E''_{I\Delta}- E_{TI\Delta})]+ (C_{5Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta+ C_{4Q}\lambda_{FQ\Delta}- C_{1Q}\lambda_{SQ\Delta} \quad (7.77)$$

จากการจัดรูปสมการ (7.77) ใหม่ โดยรวมสัมประสิทธิ์ของตัวแปรชนิดเดียวกันเข้าด้วยกัน ได้ผลดังสมการ (7.78)

$$
\begin{aligned}
T_{SQO}p\lambda_{SQ\Delta} \quad = \quad & C_{5Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O)E_{TR\Delta} - \\
& C_{5Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O)E_{TI\Delta} - \\
& C_{5Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O)E''_{R\Delta} + \\
& C_{5Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O)E''_{I\Delta} + \\
& (C_{5Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta + C_{4Q}\lambda_{FQ\Delta} - \quad C_{1Q}\lambda_{SQ\Delta} \qquad (7.78)
\end{aligned}
$$

กำหนดให้

$$
\begin{aligned}
a_{10,1} \quad = \quad -a_{10,3} \quad &= \quad -C_{5Q}(G_w\cos\delta_O + B_x\sin\delta_O) \\
a_{10,2} \quad = \quad -a_{10,4} \quad &= \quad C_{5Q}(B_w\cos\delta_O - G_x\sin\delta_O) \\
a_{10,9} \quad &= \quad -C_{4Q}
\end{aligned}
$$

แทนค่าคงตัวต่าง ๆ เหล่านี้ลงในสมการ (7.78) ได้ดังผลดังสมการ (7.79)

$$
\begin{aligned}
& a_{10,1}E_{TR\Delta} + \ a_{10,2}E_{TI\Delta} + \ a_{10,3}E''_{R\Delta} + \ a_{10,4}E''_{I\Delta} - \ (C_{5Q}I_{DO}\omega_B/p)\omega_\Delta \ + \\
& a_{10,9}\lambda_{FQ\Delta} + \ (C_{1Q}+T_{SQO}p)\lambda_{SQ\Delta} \quad = \quad 0 \qquad (7.79)
\end{aligned}
$$

เมื่อแทนที่โอเปอร์เรเตอร์ p ในสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในสมการ (7.79) ด้วยโอเปอร์เรเตอร์ $-\sigma+ j\Omega$ ผลที่ได้คือสัมประสิทธิ์ของ ω_Δ ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน ซึ่งมีค่าดังสมการ (7.80)

$$
\begin{aligned}
C_{5Q}I_{DO}\omega_B/(-\sigma+j\Omega) \quad &= \quad C_{5Q}I_{DO}\omega_B(-\sigma-j\Omega)/[(-\sigma-j\Omega)(-\sigma+j\Omega)] \\
&= \quad -C_{5Q}I_{DO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2) \qquad (7.80)
\end{aligned}
$$

และในทำนองเดียวกัน สัมประสิทธิ์ของ $\lambda_{SQ\Delta}$ ในสมการ (7.79) ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน มีค่าดังสมการ (7.81)

$$
C_{1Q}+T_{SQO}(-\sigma+j\Omega) \quad = \quad C_{1Q} - \sigma T_{SQO} + j\Omega T_{SQO} \qquad (7.81)
$$

$a_{37} = -C_{6D}\cos\delta_O$	$a_{64} = C_{V3}B_W + C_{V4}B_X$
$a_{38} = -C_{7D}\cos\delta_O$	$a_{71} = -C_{3D}(G_W\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)$
$a_{39} = C_{6Q}\sin\delta_O$	$a_{72} = C_{3D}(B_W\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)$
$a_{3.10} = C_{7Q}\sin\delta_O$	$a_{73} = -a_{71}$
$a_{47} = -C_{6D}\sin\delta_O$	$a_{74} = -a_{72}$
$a_{48} = -C_{7D}\sin\delta_O$	$a_{78} = -C_{2DS}$
$a_{49} = -C_{6Q}\cos\delta_O$	$a_{81} = -C_{5D}(G_W\sin\delta_O - B_X\cos\delta_O)$
$a_{4.10} = -C_{7Q}\cos\delta_O$	$a_{82} = C_{5D}(B_W\sin\delta_O + G_X\cos\delta_O)$
$a_{51} = I_{RO} -$	$a_{83} = -a_{81}$
$(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_W -$	$a_{84} = -a_{82}$
$(E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_X$	$a_{87} = -C_{4D}$
$a_{52} = I_{IO} +$	$a_{91} = -C_{3Q}(G_W\cos\delta_O + B_X\sin\delta_O)$
$(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_W -$	$a_{92} = C_{3Q}(B_W\cos\delta_O - G_X\sin\delta_O)$
$(E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_X$	$a_{93} = -a_{91}$
$a_{53} = -(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)G_W +$	$a_{94} = -a_{92}$
$(E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)B_X$	$a_{9.10} = -C_{2QS}$
$a_{54} = -(E_{TRO} + 2I_{RO}R_A)B_W +$	$a_{10.1} = -C_{5Q}(G_W\cos\delta_O + B_X\sin\delta_O)$
$(E_{TIO} + 2I_{IO}R_A)G_X$	$a_{10.2} = C_{5Q}(B_W\cos\delta_O - G_X\sin\delta_O)$
$a_{61} = C_{V1} - C_{V3}G_W - C_{V4}B_X$	$a_{10.3} = -a_{10.1}$
$a_{62} = C_{V2} + C_{V3}B_W - C_{V4}B_X$	$a_{10.4} = -a_{10.2}$
$a_{63} = C_{V3}G_W + C_{V4}B_X$	$a_{10.9} = -C_{4Q}$

ตารางที่ 7.2 สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการ (7.83)
ซึ่งมีค่าไม่ขึ้นกับโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน

เนื่องจากตัวแปรอินครีเมนตอลทุกตัว ได้รับการกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของไซน์เชิงซ้อน ดังนั้นจากสมการ (7.79) จึงได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ (7.82)

$$a_{10.1}e_{TR} + a_{10.2}e_{TI} + a_{10.3}e''_{R} + a_{10.4}e''_{I} + Z_{10.5}\omega +$$
$$a_{10.9}\lambda_{FQ} + Z_{10.10}\lambda_{SQ} \quad = \quad 0 \qquad (7.82)$$

โดยที่ $Z_{10.5}$ และ $Z_{10.10}$ ในสมการ (7.82) มีค่าดังนี้

$$Z_{10.5} = C_{5Q}I_{DO}\omega_{B}(\sigma+j\Omega)/(\sigma^{2}+\Omega^{2})$$
$$Z_{10.10} = C_{1Q} - \sigma T_{SQO} + j\Omega T_{SQO}$$

เมื่อนำเอาสมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของของตัวแปรอินครีเมนตอลทุก ๆ สมการ ซึ่งได้แสดงวิธีการหามาตั้งแต่ต้น มารวมกัน ผลที่ได้คือระบบสมการของตัวแปรจำนวน 10 ตัวซึ่งมีจำนวนแถว 8 แถว ระบบสมการดังกล่าวมีลักษณะดังสมการ (7.83)

$$\begin{bmatrix} & & 1 & & Z_{35} & & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} \\ & & & 1 & Z_{45} & & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & Z_{55} & & & & & \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & Z_{65} & Z_{66} & & & & \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & Z_{75} & Z_{66} & Z_{77} & a_{78} & & \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & Z_{85} & & a_{87} & Z_{88} & & \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & Z_{95} & & & & Z_{99} & a_{910} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & Z_{105} & & & & a_{109} & Z_{1010} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e''_{R} \\ e''_{I} \\ \omega \\ V_{E} \\ \lambda_{FD} \\ \lambda_{SD} \\ \lambda_{FQ} \\ \lambda_{SQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ T_{X} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \qquad (7.83)$$

สัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ ในระบบสมการ (7.83) ซึ่งมีค่าไม่ขึ้นกับโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma+ j\Omega$ มีค่าดังที่ได้รวบรวมไว้ในตารางที่ 7.2 ส่วนสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งมีค่าขึ้นกับโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อนมีค่าดังที่ได้รวบรวมไว้ในตารางที่ 7.3

ถ้ารู้ค่าโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน $-\sigma+ j\Omega$ และทำการแทนค่าโอเปอร์เรเตอร์ดังกล่าวในสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ ในระบบสมการ (7.83) ผลที่ได้คือระบบสมการเชิงเส้นซึ่งสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ มีค่าเป็นตัวเลข ระบบสมการดังกล่าวสามารถใช้หาความสัมพันธ์ของแรงดันภายในกับแรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้ โดยการขจัดตัวแปรอื่น ๆ ออกไปจากระบบสมการทีละตัว การขจัดตัวแปรอื่น ๆ ที่ไม่ต้องการ เริ่มจากแถวล่างสุด โดยในครั้งแรก ตัวแปรที่ได้รับการขจัดออกไปคือ λ_{SQ} ระบบสมการที่เหลือเป็นระบบสมการของตัวแปร 9 ตัวซึ่งมีจำนวนแถว 7 แถว เมื่อทำการขจัดตัวแปร λ_{SQ} λ_{FQ} λ_{SD} λ_{FD} และ V_E ออกไปทีละตัวแล้ว ระบบสมการที่เหลือเป็นระบบสมการของตัวแปร 5 ซึ่งมีจำนวนแถว 3 แถว ดังสมการ (7.84)

$$\begin{bmatrix} Z'_{31} & Z'_{32} & Z'_{33} & Z'_{34} & Z'_{35} \\ Z'_{41} & Z'_{42} & Z'_{43} & Z'_{44} & Z'_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e''_{R} \\ e''_{I} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ T_X \end{bmatrix} \qquad (7.84)$$

เนื่องจากแรงบิดจากภายนอก T_X ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุก ๆ เครื่องมีค่าเป็นศูนย์ยกเว้นที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งได้รับการกำหนดให้เป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ ดังนั้นจากแถวที่ 3 ของสมการ (7.84) ความเร็วเชิงมุม ω ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หาได้จากสมการ (7.85)

Z_{35}	=	$A_R\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
Z_{45}	=	$A_I\omega_B(\sigma + j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
Z_{55}	=	$(D + R_{GOV} - 2H\sigma) + j(X_{GOV} + 2H\Omega)$
Z_{65}	=	$-(1 - \sigma T_R + j\Omega T_R)(R_{PSS} + jX_{PSS})$
Z_{66}	=	$1 - \sigma T_R + j\Omega T_R$
Z_{75}	=	$-C_{3D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
Z_{76}	=	$-R_{EXC} - jX_{EXC}$
Z_{77}	=	$C_{1DS} - \sigma T_{FDO} + j\Omega T_{FDO}$
Z_{85}	=	$-C_{5D}I_{QO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
Z_{88}	=	$C_{1D} - \sigma T_{SDO} + j\Omega T_{SDO}$
Z_{95}	=	$C_{3Q}I_{DO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
Z_{99}	=	$C_{1QS} - \sigma T_{FQO} + j\Omega T_{FQO}$
$Z_{10,5}$	=	$C_{5Q}I_{DO}\omega_B(\sigma+j\Omega)/(\sigma^2 + \Omega^2)$
$Z_{10,10}$	=	$C_{1Q} - \sigma T_{SQO} + j\Omega T_{SQO}$

ตารางที่ 7.3 สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการ (7.83)
ซึ่งมีค่าขึ้นกับโอเปอร์เรเตอร์เชิงซ้อน

$$\omega = -[a_{51}/Z_{55}]e_{TR} - [a_{52}/Z_{55}]e_{TI} - [a_{53}/Z_{55}]e''_R - [a_{54}/Z_{55}]e''_I \quad (7.85)$$

สมการ (7.85) นี้สามารถใช้หาความเร็วเชิงมุมของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องซึ่งไม่ใช่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ ภายหลังจากที่รู้ค่าของแรงดันที่ขั้วและแรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแล้ว

ในกรณีของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ไม่ถูกบังคับด้วยแรงบิดจากภายนอก กล่าวคือ $T_X=0$ เมื่อทำการขจัด ω ออกไปจากสมการ (7.84) ผลที่ได้คือระบบสมการแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ของตัวแปรอินครีเมนตอล ของแรงดันภายในและแรงดันที่ขั้ว ดังสมการ (7.86)

$$\begin{bmatrix} Z''_{31} & Z''_{32} & Z''_{33} & Z''_{34} \\ Z''_{41} & Z''_{42} & Z''_{43} & Z''_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e''_{R} \\ e''_{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7.86)$$

สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ สมการในแถวที่ 3 ของสมการ (7.84) มีลักษณะดังสมการ (7.87)

$$T_X = a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}e''_{R} + a_{54}e''_{I} + Z_{55}\omega \qquad (7.87)$$

ในการค้นหาค่าไอเก็น ความเร็วเชิงมุมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ ω_D ได้รับการกำหนดมาให้ ดังนั้นสมการ (7.87) สามารถใช้เป็นสมการสำหรับตรวจสอบค่าแรงบิดจากภายนอก T_X ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับได้ สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับนี้ สมการ 2 แถวแรกของระบบสมการ (7.84) สามารถจัดรูปเสียใหม่ได้ดังสมการ (7.88)

$$\begin{bmatrix} Z'_{31} & Z'_{32} & Z'_{33} & Z'_{34} \\ Z'_{41} & Z'_{42} & Z'_{43} & Z'_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e''_{R} \\ e''_{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_D Z'_{35} \\ -\omega_D Z'_{45} \end{bmatrix} \qquad (7.88)$$

เมื่อนำเอาสมการ (7.86) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง และสมการ (7.88) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ มาจัดเป็นระบบสมการเดียวกัน ผลที่ได้คือได้ระบบสมการแสดง

ความสัมพันธ์ของแรงดันภายในและแรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุก ๆ เครื่องซึ่งมีจำนวนตัวแปร 4M ตัวแปรและจำนวนแถวมีทั้งหมด 2M แถว โดยที่ M คือจำนวนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบไฟฟ้ากำลัง ระบบสมการดังกล่าว มีลักษณะดังสมการ (7.89)

$$[C][e_T] + [D][e''] \quad = \quad [I_X] \qquad (7.89)$$

โดยที่สมาชิกของเมตริกซ์ [C] และ [D] ในสมการ (7.89) ซึ่งไม่เป็นศูนย์ มีค่าดังที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 7.4 และ 7.5 ตามลำดับ สำหรับเวกเตอร์ $[I_X]$ เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีค่าของสมาชิกเป็นศูนย์เกือบหมด ยกเว้นสมาชิกในแถวที่ 2k-1 ซึ่งมีค่า $\omega_D Z'_{35(k)}$ และสมาชิกในแถวที่ 2k ซึ่งมีค่า $\omega_D Z'_{35(k)}$ (k คือหมายเลขของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ)

สมาชิก	ค่าของสมาชิก	ขอบเขตของดัชนี
C(2k-1,2k-1) C(2k-1,2k) C(2k,2k-1) C(2k,2k)	$Z'_{31(k)}$ $Z'_{32(k)}$ $Z'_{41(k)}$ $Z'_{42(k)}$	k คือหมายเลขของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ
C(2i-1,2i-1) C(2i-1,2i) C(2i,2i-1) C(2i,2i)	$Z''_{31(i)}$ $Z''_{32(i)}$ $Z''_{41(i)}$ $Z''_{42(i)}$	(i = 1,2,...,M) $i \neq k$

ตารางที่ 7.4 สมาชิกของเมตริกซ์ [C] ซึ่งไม่เป็นศูนย์

สมาชิก	ค่าของสมาชิก	ขอบเขตของดัชนี
D(2k-1,2k-1) D(2k-1,2k) D(2k,2k-1) D(2k,2k)	$Z'_{33(k)}$ $Z'_{34(k)}$ $Z'_{43(k)}$ $Z'_{44(k)}$	k คือหมายเลขของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกบังคับ
D(2i-1,2i-1) D(2i-1,2i) D(2i,2i-1) D(2i,2i)	$Z''_{33(i)}$ $Z''_{34(i)}$ $Z''_{43(i)}$ $Z''_{44(i)}$	(i = 1,2,...,M) $i \neq k$

ตารางที่ 7.5 สมาชิกของเมตริกซ์ [D] ซึ่งไม่เป็นศูนย์