

การหาน้ำหนักบรรทุกทุกจากการแอนตัวหรือความเร่งสะพาน



นายสรายุทธ์ อู่ยยะเสถียร

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

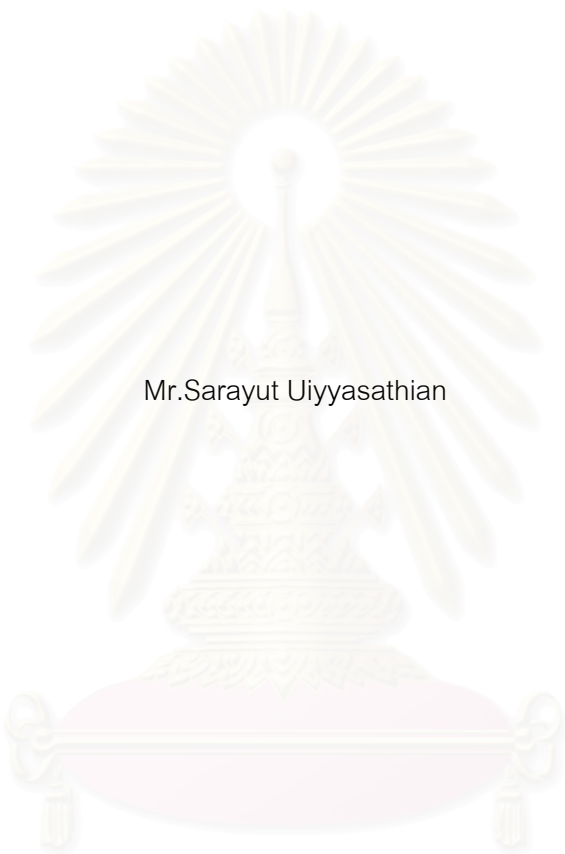
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-53-2603-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TRUCK WEIGHT IDENTIFICATION FROM DEFLECTIONS OR ACCELERATIONS OF BRIDGES



Mr.Sarayut Uiyyasathian

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

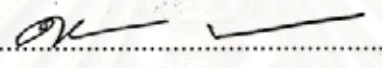
Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-53-2603-8

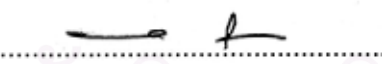
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การหาน้ำหนักกรดบรทุกจากการแอนตัวหรือความเร่งสะพาน
โดย	นายสรายุทธิ์ ชัยยะเสถียร
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ทศพล ปิ่นแก้ว

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

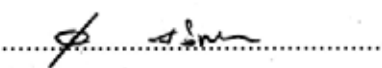

..... คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.เทรก ลาวันยศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.ทศพล ปิ่นแก้ว)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ชัตร์พันธ์ จินตนาภักดี)


..... กรรมการ
(ดร.เฉลิมพล โส่หิรัตนเสนห์)

สรุ่ยยัถึ ๑๒๒๒๒๒๒๒ : การหาหน้าหนักบรรทุกจากการแอ่นตัวหรือความเร่งสะพาน (TRUCK WEIGHT IDENTIFICATION FROM DEFLECTIONS OR ACCELERATIONS OF BRIDGES)

อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. ทศพล ปิ่นแก้ว, 159 หน้า, ISBN 974-53-2603-8

การศึกษาวิจัยนี้ เป็นการคำนวณน้ำหนักบรรทุกขณะเคลื่อนที่บนสะพาน โดยใช้การแอ่นตัวหรือความเร่งเป็นข้อมูลในการคำนวณน้ำหนักบรรทุก ในการศึกษาได้สังเคราะห์ข้อมูลสำหรับการคำนวณน้ำหนักบรรทุกจากแบบจำลองปฏิกิริยาตอบสนองระหว่างสะพานกับรถบรรทุกในคอมพิวเตอร์และได้ทำการทดสอบภาคสนามกับสะพานจริงด้วย ในการศึกษาจากแบบจำลองในคอมพิวเตอร์ ได้ใช้การวิเคราะห์เชิงโหมดเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณน้ำหนักบรรทุก เช่น ความเครียด การแอ่นตัว ความเร็วและความเร่ง ที่ตำแหน่งต่างๆ ของสะพาน จากนั้นจึงนำข้อมูล ณ ตำแหน่งที่กำหนดมาใช้คำนวณน้ำหนักบรรทุก โดยอาศัยวิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ โดยศึกษาว่าความเร็วรถ ความขรุขระของผิวบนสะพาน น้ำหนักรวมของรถว่ามีผลต่อการหาหน้าหนักบรรทุกมากน้อยเพียงใด ความคลาดเคลื่อนในการหาหน้าหนักบรรทุกอันเนื่องมาจากผลต่างๆดังกล่าวนี้ ถูกนำมาเปรียบเทียบกันระหว่างวิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่งกับวิธีคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

จากผลการศึกษาการคำนวณน้ำหนักบรรทุกพบว่าปัจจัยที่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนในการหาหน้าหนักบรรทุกมากที่สุดคือ ความเร็วรถและความขรุขระของผิวบนสะพาน และวิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่งสามารถนำมาใช้คำนวณน้ำหนักบรรทุกได้ดีกว่าวิธีคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ ข้อมูลการแอ่นตัวให้ผลในการคำนวณน้ำหนักบรรทุกดีกว่าความเร่ง

ในการศึกษาจากการทดสอบภาคสนามได้ทำการศึกษาลักษณะของปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องได้แก่ น้ำหนักและความเร็วของรถบรรทุก โดยทำการทดสอบที่สะพานข้ามคลองบางน้อยรูปแบบโครงสร้างเป็นสะพานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 3 ช่องจราจร (1 ทิศทางจราจร) โดยแต่ละช่องสะพานที่ทำการทดสอบมีความยาวช่วง 9.43 เมตร แผ่นพื้นใช้ระบบพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงสำเร็จรูปขนาดกว้าง 1 เมตร วางเรียงกันเททับหน้าด้วยคอนกรีต (topping) ความหนารวมประมาณ 45 เซนติเมตร กว้าง 14 เมตร ซึ่งรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบมีค่าระยะเพลลา 4.4 เมตร น้ำหนักบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบประมาณ 20 ตัน 23 ตันและ 26 ตันและความเร็วรถอยู่ในช่วง 19 ถึง 44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จากการทดสอบภาคสนามทั้งหมด 24 การทดสอบพบว่า การนำค่าการแอ่นตัวไปคำนวณน้ำหนักบรรทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งจะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลลาหน้าโดยส่วนใหญ่มีค่าไม่เกิน $\pm 35\%$ ซึ่งค่อนข้างสูงแต่ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลลาหลังและน้ำหนักรวมพบว่าผลการทดสอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดีพอสมควร โดยผลการทายน้ำหนักโดยส่วนใหญ่มีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน $\pm 14\%$ สำหรับน้ำหนักเพลลาหลัง และไม่เกิน $\pm 8\%$ สำหรับน้ำหนักรวม

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา.....

สาขาวิชาวิศวกรรมโครงสร้าง.....

ปีการศึกษา 2548.....

ลายมือชื่อนิสิต สกษุทธิ์ (สว.) เชนุฑ์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ๑ ๒

4770488921 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD : WEIGH IN MOTION / WEIGHT IDENTIFICATION / FIELD TESTING

SARAYUT UIYYASATHIAN : TRUCK WEIGHT IDENTIFICATION FROM DEFLECTIONS OR ACCELERATIONS OF BRIDGES. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. DR. TOSPOL PINKAEW, 159 pp. ISBN 974-53-2603-8.

This research studies the weight identification of moving trucks on bridges from deflections or accelerations of bridges. The bridge deflections or acceleration signals are either simulated from the truck-bridge interaction model in computer or directly measured from the actual bridge in the field test. Employing modal analysis, the bridge's stresses, deflections, velocity and accelerations are computer-simulated and are input for truck weight identification using the dynamic programming with iteration technique or the direct solving of the equations of motion. The effects of identification method, truck speed, surface roughness, and truck weight on the accuracy of weight identification are investigated.

The results obtained from computer simulation reveal that the accuracy of weight identification greatly depends on truck speed and surface roughness. It is found that the dynamic programming with iteration technique is more effective than the direct solving of the equation of motion. While the use of bridge's deflections yields more accurate identification than bridge's accelerations.

The field test at the Bang Noi Bridge is conducted. The effects of truck's weight and speed are considered. The bridge is a prestressed concrete bridge having 9.43 meters span and 3 uni-direction lanes. The deck, having about 45 centimeters thick and 14 meters width, is constructed from the precast concrete slab with 1 meter width placed in a row and covered with topping concrete. A 10-wheel truck with 4.4 meters axle spacing measured from front axle to middle of rear axle is employed. The weights of the tested truck are 20, 23 and 26 tons while the speed is between 19 to 44 kilometers per hour.

It is found from 24 cases of the field tests that the truck weight identification from bridge deflections using the dynamic programming provides the accuracy of the front axle within the discrepancy range of $\pm 35\%$. However, it exhibits better weight identification for the rear axle and the total weight in which the discrepancy reduces to $\pm 14\%$ and $\pm 8\%$, respectively.

Department Civil Engineering..... Student's Signature..... *Sarayut U.*
 Field of study Structural Engineering..... Advisor's Signature..... *Tapol P.*
 Academic year 2005.....

กิตติกรรมประกาศ

กระผมขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา พี่ๆ และครูบาอาจารย์กระผมที่อบรม สั่งสอน ให้การอุปถัมภ์จนกระผมมีโอกาสศึกษาเล่าเรียนและมีหน้าที่การงาน โอกาสทางสังคมตลอดจนอบรมด้านคุณธรรมจริยธรรม

วิทยานิพนธ์นี้ไม่สามารถสำเร็จลุล่วงได้ หากปราศจากคณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้วิชาพื้นฐานภาคทฤษฎีก่อนทำงานวิจัย หากปราศจากความกรุณารับเป็นประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์โดยศาสตราจารย์ ดร.ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์และปราศจากการให้คำปรึกษา แนะนำการแก้ปัญหาและจุดประกายความคิดโดยอาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.ทศพล ปิ่นแก้ว และความกรุณาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์โดยอาจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี รวมทั้งได้ให้ความกรุณาให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์นี้ นอกจากนี้อาจารย์ภาควิศวกรรมไฟฟ้า อาจารย์ ดร.สุรีย์ พุ่มรินทร์ กรุณาให้คำปรึกษาด้านสัญญาณรบกวนและ Kitae-Park กรุณาให้คำปรึกษาการแปลงความเร่งเป็นการแอนตัว

ด้วยความอนุเคราะห์เครื่องมือวัดการแอนตัวจากบริษัทธนทรี พัฒนาการ 61 และพี่ออย ตลอดจนถึงปรึกษาด้านอุปกรณ์การทดสอบโดย ดร.เฉลิมพล โสรัตน์เสนต์ ทำให้งานวิจัยนี้สามารถดำเนินงานได้

หน่วยงานบัณฑิตวิทยาลัยและหน่วยงานบัณฑิตภาควิศวกรรมโยธาตลอดจน ธุรการภาคและบุคลากรประจำห้องปฏิบัติการ แม่บ้านที่ได้ให้ข้อมูลแบบเจาะลึกและความอนุเคราะห์ ตลอดจนระเบียบดำเนินงานวิจัย

ชาวซึ่งและขอเป็นอย่างยิ่งสำหรับนักเรียนปริญญาเอก นายแมว นายอาร์มและนายเหนือที่ให้คำปรึกษาและช่วยเหลืองานทดสอบภาคสนาม และรุ่นพี่ รุ่นน้อง น้องสาว เพื่อนร่วมรุ่นตลอดจนเพื่อนนักเรียนต่างประเทศที่ร่วมหัวจมท้ายเรียนด้วยกันมาจนสำเร็จการศึกษาทำงาน กำลังศึกษาและไม่สำเร็จการศึกษาก็ตาม

ท้ายที่สุดนี้หวังเป็นอย่างยิ่งว่างานวิจัยนี้มีส่วนให้ข้อมูลผู้สนใจศึกษาและเป็นรากฐานงานวิจัยอื่นเพื่อประโยชน์ของประเทศชาติต่อไป กระผมขอขอบพระคุณและยินดีกับทุกท่านที่ตั้งใจหรือไม่ได้ตั้งใจสร้างกุศลนี้โดยที่มีส่วนสร้างการศึกษาทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จ ขออัญเชิญอนุภาคุณพระศรีรัตนตรัย โปรดอภิบาล ดลบันดาลให้ท่านและครอบครัวผู้สร้างกุศลนี้เจริญด้วยจตุรพิธพรชัย ปฏิภาณบพิวาร ธนสาร สมบัติ สุขภาพแข็งแรงและประสบแต่สิ่งที่เป็นมงคลเทอญ...

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....จ

กิตติกรรมประกาศ.....ฉ

สารบัญ.....ช

สารบัญตาราง.....ฅ

สารบัญภาพ.....ฉ

บทที่

1 บทนำ 1

 1.1 ความเป็นมา 1

 1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา 2

 1.3 วัตถุประสงค์ 10

 1.4 ขอบเขตการวิจัย 10

 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ 10

 1.6 การดำเนินงานวิจัย 11

2 หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง 12

 2.1 แบบจำลองสะพานภายใต้การเคลื่อนที่ผ่านของรถบรรทุก 12

 2.1.1 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของสะพาน 14

 2.1.2 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของรถบรรทุก 17

 2.1.3 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของปฏิกริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน
 ระหว่างสะพานกับรถบรรทุก 20

 2.1.4 ค่าแรงในเพลาารถบรรทุก ความเครียด การแอ่นตัวและความเร่งของสะพาน 25

 2.2 การคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก 26

 2.2.1 วิธีการคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ 27

 2.2.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับผลตอบสนองของสะพานในรูปแบบสมการการ
 เคลื่อนที่ทั้งระบบ 27

 2.2.1.2 การหาแรงโดยตรงจากการแก้ระบบสมการ 32

 2.2.1.3 การแก้สมการโดยใช้ซูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (pseudo-inverse matrix, PI) 33

 2.2.1.4 การแก้สมการด้วยวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value
 Decomposition, SVD) 33

 2.2.2 วิธีการคำนวณน้ำหนักจากสมการการเคลื่อนที่โดยใช้สมการเวียนบังเกิด 35

 2.2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับผลตอบสนองของสะพานในรูปแบบสมการการ
 เคลื่อนที่แบบสมการเวียนบังเกิด 35

 2.2.2.2 การจำลองสะพานด้วยชิ้นส่วนคาน 36

 2.2.2.3 การหาเมตริกซ์ความหน่วง (damping matrix) ของระบบ 38

2.2.2.4	การหาแรงที่ชั่วจากแรงภายนอกที่มากระทำ	39
2.2.2.5	การสร้างสมการการเคลื่อนที่	40
2.2.2.6	วิธีการหาเอกซ์โพเนนเชียลเมตริกซ์ (exponential matrix) F	41
2.2.2.7	การหาน้ำหนักด้วยการใช้สมการเวียนบังเกิด (recursive formula)	41
2.2.2.8	ไดนามิกโปรแกรมมิง (Dynamic Programming).....	42
2.2.2.9	การเพิ่มความถูกต้องในการหาแรงด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำ (Iteration Technique).....	43
2.2.3	การแปลงค่าความเร่งเป็นการแ่นตัว	46
2.2.3.1	หลักการเบื้องต้น.....	46
2.2.3.2	การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น.....	46
2.2.4	ตัวอย่างการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกจากค่าความเร่ง.....	47
3	การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองในคอมพิวเตอร์	52
3.1	การตรวจสอบการแ่นตัวของสะพาน	54
3.1.1	การตรวจสอบทางสถิติ.....	54
3.2	การตรวจสอบความเร็วและความเร่ง	55
3.2.1	การตรวจสอบการคำนวณค่าในแบบจำลอง	55
3.2.2	การตรวจสอบค่ากับผลการจากการวิเคราะห์ผลเฉลยทางคณิตศาสตร์	57
3.3	การตรวจสอบทางพลศาสตร์.....	60
3.3.1	พิจารณาผลการแ่นตัวของสะพานเนื่องจากความขรุขระของผิวสะพาน	60
3.4	การตรวจสอบการสั่นไหวของรถ.....	61
4	การแปลงความเร่งหรือความเครียดเป็นการแ่นตัว.....	63
4.1	การแปลงความเร่งเป็นการแ่นตัว.....	63
4.1.1	การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น.....	63
4.1.2	ตัวอย่างการแปลงค่าความเร่งเป็นการแ่นตัว.....	64
4.1.3	ตัวอย่างการแปลงค่าความเร่งเป็นการแ่นตัวจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์	66
4.1.4	ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการแปลงค่าความเร่งเป็นค่าการแ่นตัว	68
4.2	การแปลงความเครียดเป็นการแ่นตัว	72
4.2.1	การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการแ่นตัว.....	72
4.2.2	ตัวอย่างการแปลงค่าความเครียดเป็นการแ่นตัวจากแบบจำลอง	74
4.2.3	ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการแปลงค่าความเครียดเป็นการแ่นตัว.....	76
5	ประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกกรณีศึกษาจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์	79
5.1	การคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ.....	82
5.1.1	การคำนวณโดยใช้ค่าการแ่นตัว	83
5.1.2	การคำนวณโดยใช้การแ่นตัวร่วมกับความเร่ง.....	94

5.1.3	เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้การแอนตัวและการแอนตัวร่วมกับความเร่ง	100
5.2	การคำนวณหาหน้าหน้ารถบรรทุกทุกโดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง	102
5.2.1	การคำนวณโดยใช้การแอนตัว	102
5.2.2	การคำนวณโดยใช้ค่าความเร่งแปลงเป็นการแอนตัว	106
5.2.3	เปรียบเทียบการคำนวณโดยการแปลงความเร่งเป็นการแอนตัวและการแอนตัวโดยตรง	107
5.3	เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้การแอนตัวโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและการคำนวณโดยตรง จากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ	109
6	ประสิทธิภาพการคำนวณหาหน้าหน้ารถบรรทุกกรณีศึกษาจากผลการทดสอบภาคสนาม	114
6.1	การเตรียมการทดสอบสะพานภาคสนาม	114
6.1.1	สะพานทดสอบ	114
6.1.2	รถบรรทุกทดสอบ	115
6.1.3	การติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งสำหรับสะพาน	116
6.1.4	ระบบเก็บข้อมูลและอุปกรณ์ทดสอบอื่น	118
6.1.4.1	ระบบเก็บข้อมูล	118
6.1.4.2	อุปกรณ์ตรวจจับการเคลื่อนที่ผ่านของรถ	119
6.1.4.3	อุปกรณ์บันทึกภาพการเคลื่อนที่ผ่านของรถ	121
6.2	การแปลงค่าความเครียดหรือความเร่งภาคสนามเป็นการแอนตัว	123
6.2.1	การแอนตัวที่แปลงมาจากความเครียด	123
6.2.2	การแอนตัวที่แปลงมาจากความเร่ง	126
6.3	การปรับเทียบแบบจำลองสะพานที่ใช้ในการหาหน้าหน้า	130
6.4	การทดสอบภาคสนาม	132
6.4.1	รูปแบบการทดสอบภาคสนาม	132
6.4.2	การดำเนินการทดสอบ	133
6.5	การคำนวณหาหน้าหน้ารถบรรทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ	134
6.5.1	การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัว	134
6.5.2	การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัวร่วมกับความเร่ง	137
6.5.3	เปรียบเทียบการทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัวและการแอนตัวร่วมกับ ความเร่ง	140
6.6	การทดสอบภาคสนามคำนวณหาหน้าหน้ารถบรรทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง	142
6.6.1	การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัว	142
6.7	เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้การแอนตัวโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและการคำนวณโดยใช้ การแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ	145
6.8	ระดับความถูกต้องของการหาหน้าหน้ารถบรรทุก	148
7	อภิปรายและบทสรุป	152
	รายการอ้างอิง	156



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตาราง 3.1 คุณสมบัติสะพานที่ใช้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง	52
ตาราง 5.1 คุณสมบัติสะพานที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ.....	79
ตาราง 5.2 ระยะเพลลาของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ.....	81
ตาราง 5.3 คุณสมบัติเบื้องต้นของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ	81
ตาราง 6.1 ค่าปรับเทียบแบบจำลองจากการทดสอบภาคสนาม	131
ตาราง 6.2 ผลการทดสอบการหาน้ำหนักรถบรรทุกและค่าความคลาดเคลื่อนทางสถิติ	149
ตาราง 6.3 ร้อยละความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก.....	150



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

รูปที่ 2.1	รูปแบบจำลองระหว่างสะพานกับรถบรรทุก	13
รูปที่ 2.2	แบบจำลองสะพาน	15
รูปที่ 2.3	รูปแบบใหม่ดพื้นฐานของสะพานที่ใช้ในการศึกษา	16
รูปที่ 2.4	รูปแบบจำลองของรถบรรทุก	18
รูปที่ 2.5	รูปแบบจำลองระหว่างสะพานกับรถบรรทุก	21
รูปที่ 2.6	แบบจำลองสะพานสำหรับการคำนวณเชิงโหมด	27
รูปที่ 2.7	คานช่วงเดียวรับแรงกระทำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่	27
รูปที่ 2.8	แบบจำลองสะพานสำหรับการคำนวณโดยใช้สมการเวียนบังเกิด	36
รูปที่ 2.9	แบบจำลองสะพานโดยการใส่ไฟในอีลีเมนต์	36
รูปที่ 2.10	แบบจำลองชิ้นส่วนของคาน	36
รูปที่ 2.11	แรงที่ชั่วเนื่องจากแรงภายนอกที่มากระทำ	39
รูปที่ 2.12	แบบจำลองสะพานที่ใช้สร้างสมการการเคลื่อนที่	40
รูปที่ 2.13	ผังลำดับงานการคำนวณแรงด้วยวิธีการคำนวณซ้ำ	45
รูปที่ 2.14	ลำดับงานการปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น	47
รูปที่ 2.15	(ก) ความขรุขระ (ข) การแอ่นตัว (ค) ความเร็วและ (ง) ความเร่งจากแบบจำลองตามลำดับ	48
รูปที่ 2.16	เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองและการแปลงค่าความเร่งเป็นค่าการแอ่นตัว	48
รูปที่ 2.17	ค่าน้ำหนักบรรทุกที่ได้จากไดนามิคโปรแกรมมิ่ง	49
รูปที่ 2.18	ค่าการแอ่นตัวที่แปลงจากค่าความเร่งและค่าการแอ่นตัวที่คำนวณจากไดนามิคโปรแกรมมิ่ง	49
รูปที่ 2.19	ค่าน้ำหนักเนื่องจากผลทางสถิติ	50
รูปที่ 2.20	ค่าการแอ่นตัวเนื่องจากผลทางสถิติ	50
รูปที่ 2.21	ค่าการแอ่นตัวเนื่องจากผลทางพลศาสตร์	51
รูปที่ 3.1	แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แพลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อตามลำดับ	53
รูปที่ 3.2	ตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาแบบจำลองคอมพิวเตอร์	53
รูปที่ 3.3	แบบจำลองของคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดา	54
รูปที่ 3.4	การเคลื่อนที่ของรถบรรทุกบนสะพานโดยพิจารณาล้อหน้าและล้อหลังในแต่ละช่วง	55
รูปที่ 3.5	กราฟเปรียบเทียบการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางคาน ณ เวลาใดๆ ระหว่างแบบจำลองกับสมการ (3.1)	55
รูปที่ 3.6	(ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่ช่องจราจรกลาง ณ เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที	56
รูปที่ 3.7	เปรียบเทียบ (ก) ความเร็วและ (ข) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่ช่องจราจรกลาง ณ เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที	56

รูปที่ 3.8 คานช่วงเดียวรับแรงกระทำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่	57
รูปที่ 3.9 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที.....	59
รูปที่ 3.10 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 60 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 16.65 เมตร/วินาที.....	59
รูปที่ 3.11 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 120 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 33.33 เมตร/วินาที.....	60
รูปที่ 3.12 หน้าข้างความขรุขระของผิวถนนบนสะพานในแบบต่างๆและการสั่นไหวของสะพานที่จุดกึ่งกลาง	61
รูปที่ 3.13 แสดงการกระจัดของรถที่ด้านหน้าและด้านหลังเปรียบเทียบกับหน้าข้างความขรุขระที่ระยะทางเดียวกันเมื่อกำหนดให้ค่าสถิติเนสและค่าความหน่วงของระบบเพลลาของรถมีค่าสูงมาก.....	62
รูปที่ 4.1 ลำดับงานการปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น.....	64
รูปที่ 4.2 (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็ว (ค) ความเร่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ และ (ง) เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวและค่าอินทิเกรตความเร็ว.....	65
รูปที่ 4.3 (ก) เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวและค่าอินทิเกรตความเร่งและ (ข) การปรับแก้เนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น	66
รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบการแอ่นตัว ความเร็วที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,870 , (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม ตามลำดับโดยผิวทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที ตามลำดับ	67
รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน ($w_u(L/2)$) เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมบนผิวทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที เมื่อสะพานสั้นด้วยความเร็วต้น (ก) 0.009, (ข) 0.018 และ (ค) 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ	68
รูปที่ 4.6 สัมประสิทธิ์สัมพัทธ์การแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,870 , (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม ตามลำดับ	69
รูปที่ 4.7 สัมประสิทธิ์สัมพัทธ์การแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมโดยสะพานสั้นด้วยความเร็วต้น (ก) 0.009, (ข) 0.018 และ (ค) 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาทีตามลำดับ	70
รูปที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,875 (ข) 23,365 และ (ค) 25.785 กิโลกรัม ตามลำดับ.....	71
รูปที่ 4.9 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,875, (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม เมื่อสะพานสั้นด้วยความเร็วต้น 0.009,	

0.018 และ 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ	72
รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบกับการแอนตัวที่ตำแหน่ง (ก) $w_s(\frac{L}{3})$ (ข) $w_s(\frac{L}{2})$ และ (ค) $w_s(\frac{2L}{3})$ ที่คำนวณ โดยตรงเมื่อรถน้ำหนักรวม 20,875 กิโลกรัมเคลื่อนที่บนสะพานโดยผิวทางที่มีความขรุขระ แบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาทีที่วินาที โดยค่า c ใช้ตามทฤษฎี 22.5 เซนติเมตร ตามลำดับ	74
รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบกับการแอนตัวที่ตำแหน่ง (ก) $W_s(\frac{L}{3})$ (ข) $W_s(\frac{L}{2})$ และ (ค) $W_s(\frac{2L}{3})$ ที่คำนวณ โดยตรงเมื่อรถน้ำหนักรวม 20,875 กิโลกรัมเคลื่อนที่บนสะพานโดยผิวทางที่มีความขรุขระ แบบรูป 3.6 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที โดยค่า c ใช้วิธี กำลังสองน้อยสุด (least squares) ตามลำดับ	75
รูปที่ 4.12 ค่าระยะจากแนวแกนสะพาน c (ค่าทฤษฎี 22.5 ซ.ม.) โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares)	76
รูปที่ 4.13 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์การแอนตัวและการแปลงความเครียดเป็นการแอนตัวที่จุดกึ่งกลาง สะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20.870, 23.365 และ 25.785 ตัน	77
รูปที่ 4.14 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแอนตัวและการแปลงความเครียดเป็นการแอนตัวที่จุด กึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20.870, 23.365 และ 25.785 ตัน	78
รูปที่ 5.1 แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แพลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อ ตามลำดับ	80
รูปที่ 5.2 ตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ	81
รูปที่ 5.3 การหาค่าพารามิเตอร์ λ ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุด (ก) GCV (ข) รถบรรทุก T1 (ค) รถบรรทุก T2 (ง) รถบรรทุก T3 ตามลำดับ	83
รูปที่ 5.4 ค่าพารามิเตอร์ λ ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดโดยวิธี (ก) GCV และ (ข) L -curve ตามลำดับ	83
รูปที่ 5.5 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก T1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง บนผิวสะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแอนตัวสองตำแหน่ง $w(\frac{L}{3})$, $w(\frac{L}{2})$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	84
รูปที่ 5.6 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก T1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง บนผิวสะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแอนตัวสองตำแหน่ง (ก) การแอน ตัว $w(\frac{L}{3})$ (ข) การแอนตัว $w(\frac{L}{2})$ ตามลำดับ	84
รูปที่ 5.7 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก T1 โดยใช้การแอนตัวสอง ตำแหน่ง $w(\frac{L}{3})$, $w(\frac{L}{2})$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	85
รูปที่ 5.8 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก T2 โดยใช้การแอนตัวสอง ตำแหน่ง $w(\frac{L}{3})$, $w(\frac{L}{2})$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	86

$w_a(\frac{1}{3}), w_a(\frac{1}{2}), w_a(\frac{2}{3})$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	108
รูปที่ 5.32 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้การแอนด์ตัว $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ กับการใช้การแอนด์ตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(\frac{1}{3}), w_a(\frac{1}{2}), w_a(\frac{2}{3})$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	108
รูปที่ 5.33 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนด์ตัวสามตำแหน่ง $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อเมตริกซ์เชื่อมโยงคำนวณจากหลักการไฟไนลิเมนต์ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	110
รูปที่ 5.34 ผลต่างความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนด์ตัวสามตำแหน่ง $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อเมตริกซ์เชื่อมโยงคำนวณจากหลักการไฟไนลิเมนต์ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	110
รูปที่ 5.35 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนด์ตัวสามตำแหน่ง $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	111
รูปที่ 5.36 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแอนด์ตัวสามตำแหน่ง $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	112
รูปที่ 5.37 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนด์ตัวสามตำแหน่ง $w(\frac{1}{3}), w(\frac{1}{2}), w(\frac{2}{3})$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ	112
รูปที่ 6.1 แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แพลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อตามลำดับ	115
รูปที่ 6.2 สะพานข้ามคลองบางน้อยที่ใช้ทดสอบ	115
รูปที่ 6.3 ค่าน้ำหนักและตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบภาคสนาม	116
รูปที่ 6.4 ขั้นตอนการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งในสะพานเข้ากับสะพาน	117
รูปที่ 6.5 ตำแหน่งการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเครียดและความเร่งใต้สะพาน	118
รูปที่ 6.6 (ก) ผังการทำงานของระบบเก็บข้อมูล (ข) กล้องบริดจ์คอมพลีทชัน (bridge completion) และ (ค) ดาต้าลอจเจอร์ (data logger)	119
รูปที่ 6.7 ลักษณะทั่วไป (ก) เซนเซอร์บอกตำแหน่ง (ข) ตัวรับสัญญาณและ(ค) ตัวส่งสัญญาณ	120

รูปที่ 6.8 (ก) ผังการทำงานของระบบตรวจจับการเคลื่อนที่ผ่านของรถ (ข) ลักษณะการติดตั้งใช้เซ็นเซอร์ บอกรถเข้าและออก (ค) สัญญาณที่ตัวเซนเซอร์เก็บข้อมูล	121
รูปที่ 6.9 (ก) ผังการทำงานของระบบถ่ายภาพจากกล้องวิดีโอ และ (ข) กล้องวิดีโอที่ติดตั้งบนโครงสร้าง เหล็กข้างสะพาน ตามลำดับ.....	122
รูปที่ 6.10 ลักษณะของระบบที่ใช้สำหรับทำการทดสอบการหาน้ำหนัก	123
รูปที่ 6.11 การทดสอบภาคสนามการเก็บวัดการแอ่นตัวและความเครียดเพื่อแปลงความเครียดเป็นการ แอ่นตัว	124
รูปที่ 6.12 ค่าคงที่สำหรับการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวเมื่อทำการเก็บวัดข้อมูลจากภาคสนาม (ก) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ข) ตำแหน่ง $w(L/2)$ และ(ค)ตำแหน่ง $w(2L/3)$ ตามลำดับ	125
รูปที่ 6.13 ตัวอย่างเปรียบเทียบการทดสอบภาคสนามการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัว (ก) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ข) ตำแหน่ง $w(L/2)$ และ(ค)ตำแหน่ง $w(2L/3)$ ตามลำดับ	126
รูปที่ 6.14 (ก) การกำจัดสัญญาณรบกวนและ (ข) การแปลงสัญญาณความเร่งภาคสนามเป็นการแอ่นตัว	126
รูปที่ 6.15 (ก) การกำจัดสัญญาณรบกวนและ (ข) การแปลงสัญญาณความเร่งภาคสนามเป็นการแอ่นตัว	127
รูปที่ 6.16 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม และ (ข) กำจัดสัญญาณ รบกวน	127
รูปที่ 6.17 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนออก และ (ข) การแปลง ความเร่งเป็นการแอ่นตัว	127
รูปที่ 6.18 (ก) โดเมนความถี่ของค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองที่ยังไม่มีสัญญาณรบกวน และ (ข) ภาพ ขยาย.....	128
รูปที่ 6.19 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่ปรับความถี่แล้ว และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน	128
รูปที่ 6.20 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนที่ปรับความถี่แล้วและ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว.....	128
รูปที่ 6.21 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนภาคสนาม และ (ข) กำจัดสัญญาณ รบกวน	129
รูปที่ 6.22 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนภาคสนามออก และ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว.....	129
รูปที่ 6.23 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนภาคสนามที่ปรับความถี่แล้ว และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน	130
รูปที่ 6.24 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองกำจัดสัญญาณรบกวนภาคสนามที่ปรับความถี่แล้ว และ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว	130
รูปที่ 6.25 การปรับเทียบการแอ่นตัวจากการทดสอบภาคสนามให้สอดคล้องกับแบบจำลอง (ก) การแอ่น ตัวจากแบบจำลอง (ข) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ค) ตำแหน่ง $w(L/2)$ (ง) ตำแหน่ง $w(2L/3)$	132
รูปที่ 6.26 แผนการทดสอบภาคสนาม (ก) รถบรรทุก T1 (ข) รถบรรทุก T2 และ(ค) รถบรรทุก T3	132
รูปที่ 6.27 ขั้นตอนการทดสอบขณะรถบรรทุกเริ่มเคลื่อนที่เข้าสะพาน.....	133
รูปที่ 6.28 ขั้นตอนการทดสอบขณะรถบรรทุกเคลื่อนที่ออกจากสะพาน	133

- รูปที่ 6.40 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ..... 144
- รูปที่ 6.41 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ..... 144
- รูปที่ 6.42 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ..... 146
- รูปที่ 6.43 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ..... 147
- รูปที่ 6.44 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ..... 147
- รูปที่ 6.45 ค่าน้ำหนักเพลาหน้า F_f ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง..... 150
- รูปที่ 6.46 ค่าน้ำหนักเพลาหลัง F_r ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง..... 151
- รูปที่ 6.47 ค่าน้ำหนักรวม F_t ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง..... 151

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา

น้ำหนักบรรทุกทุกและการกระจายน้ำหนักเป็นข้อมูลที่สำคัญ ที่แสดงให้เห็นถึงขนาดของน้ำหนักบรรทุกและความถี่ที่ปรากฏขึ้นบนเส้นทางคมนาคม (ถนนและสะพาน) ข้อมูลดังกล่าวมีความจำเป็นอย่างมากในการวิเคราะห์หรือออกแบบโครงสร้างตลอดจนการบำรุงรักษาถนนและสะพาน รวมทั้งการบังคับใช้กฎหมายเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุก น้ำหนักบรรทุกที่มีความถูกต้องนั้นมีความสำคัญต่อการวางแผนด้านนโยบายการขนส่งและการจราจร เพื่อที่จะได้มาถึงข้อมูลดังกล่าวนั้น ระบบ weigh-in-motion (WIM) จึงได้ถูกพัฒนาขึ้น

ระบบ WIM คือ วิธีการหาข้อมูลต่าง ๆ เช่น น้ำหนักเพลา ระยะห่างระหว่างเพลา จำนวนเพลาของยวดยานพาหนะ ขณะที่กำลังเคลื่อนที่อยู่บนถนนหรือสะพาน ซึ่งโดยปกติยวดยานพาหนะดังกล่าว มักจะเป็นรถที่มีน้ำหนักมาก เช่น รถบรรทุก รถพ่วง เพราะรถกลุ่มดังกล่าวจะมีผลอย่างมากต่อโครงสร้างถนนและสะพาน

ในต่างประเทศ เช่น แคนาดา อเมริกา ฮอองกง ไต้หวัน และออสเตรเลีย ได้มีการนำระบบ WIM มาใช้อย่างแพร่หลาย ซึ่งระบบ WIM สามารถใช้ได้ทั้งกับผิวทาง (ถนน) หรือ สะพาน ในกรณีที่ใช้กับผิวทาง อุปกรณ์ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ คอนกรีตหน้าตัดรูปกล่องสี่เหลี่ยม (culvert) ซึ่งจะวางอยู่ใต้ถนนโดยที่ภายใน culvert นี้จะมีมาตรวัดความเครียด (strain gauge) ติดตั้งอยู่ การใช้แผ่นโลหะติดตั้งอยู่บนผิวถนนโดยที่แผ่นโลหะดังกล่าวจะถูกรองรับด้วยตัวเซลล์น้ำหนัก (load cell) การใช้มาตรวัดความเครียดแนวตั้ง (vertical strain transducer) ฝังไว้ใต้ผิวทาง หรือการใช้พิโซอิเล็กทริก (piezoelectric) ฝังไว้ที่ผิวทาง แต่เนื่องจากระบบนี้มีข้อเสียคือ เมื่อต้องการที่จะซ่อมบำรุง จะต้องทำการลอกผิวทางออก อีกทั้งอาจต้องทำการปิดเส้นทางจราจรระหว่างดำเนินการติดตั้งระบบ ดังนั้นจึงได้มีการปรับปรุงเป็นระบบที่ใช้กับสะพาน ซึ่งจะเป็นการนำตัวเซ็นเซอร์ต่างๆ เช่น มาตรวัดความเครียด (strain gauge) เครื่องตรวจวัดความเร่ง (accelerometer) ไปติดตั้งที่คาน (girder) ใต้สะพาน ข้อมูลที่ได้จากตัวเซ็นเซอร์ดังกล่าวสามารถที่จะนำไปวิเคราะห์เพื่อหาน้ำหนักของรถที่เคลื่อนที่ผ่านบนถนนหรือสะพานได้

สำหรับประเทศไทย การศึกษาในเรื่อง WIM ในอดีตที่ผ่านมาไม่ค่อยมี การเก็บข้อมูลของน้ำหนักบรรทุกจะเก็บจากการที่นำรถขึ้นชั่งน้ำหนักบนตราชั่ง ซึ่งทำให้เสียเวลาและก่อให้เกิดปัญหาทางการจราจร นอกจากนี้ยังพบว่ามีปัญหาเรื่องการโกงน้ำหนัก ซึ่งก่อให้เกิดความเสียหายอย่างรุนแรงต่อถนนและสะพาน ดังนั้นจึงน่าจะเป็นวิธีที่ดีที่จะนำระบบ WIM เข้ามาใช้ในการเก็บข้อมูลของน้ำหนักบรรทุกในประเทศไทย เพื่อที่จะได้เป็นประโยชน์ในการออกแบบการรับน้ำหนักจร (live load) และการวางแผนบำรุงรักษาถนนและสะพาน อีกด้านหนึ่งยังสามารถนำข้อมูลที่ได้มาใช้เพื่อเป็นแนวทางในการควบคุมการบรรทุกน้ำหนักเกินของรถบรรทุกได้ด้วย

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

Moses และคณะ (1979) สรุปว่าผลกระทบทางพลศาสตร์เป็นปัญหาหลักในการชั่งน้ำหนักบนผิวทาง เนื่องจากความขรุขระของผิวทางและการกระแทกที่เกิดขึ้นโดยน้ำหนักของตัวรถเอง เป็นผลให้แรงทางพลศาสตร์มีค่าเป็น 30 ถึง 40% ของค่าทางสถิตซึ่งนำไปสู่การทำนายที่ผิดพลาดได้

เนื่องจากผลกระทบทางพลศาสตร์เป็นปัญหาหลักในการชั่งน้ำหนักบนผิวทาง Ghosn และ Xu (1988) จึงพิจารณาผลของแรงทางพลศาสตร์ โดยการเพิ่มพจน์ของโคไซน์และไซน์เข้าไปในสมการการเคลื่อนที่ และทำการวิเคราะห์โดยวิธีวิเคราะห์ด้วยฟูเรียร์ (Fourier analysis) ซึ่งวิธีนี้จะทำให้หาแรงเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ได้ แต่ก็มีมีความคลาดเคลื่อนในการทำนายถึง 50%

Ansari (1990) ได้ทำการกรองผลของพลศาสตร์ออกจากข้อมูลที่เก็บ โดยใช้ตัวกรองสัญญาณแบบดิจิตอล (digital filter) และใช้วิธีการเซบิ์เซบิ์โพลีโนเมียล (Chebyshev polynomial) มาทำการจำลองเส้นอินฟลูเอนซ์ไลน์ (Influence line) เนื่องจากผลทางสถิตเท่านั้น ซึ่งจากเส้นอินฟลูเอนซ์ไลน์นี้จะทำให้สามารถหาค่าน้ำหนักเพลาแต่ละเพลาดได้ และนำน้ำหนักเพลาแต่ละเพลามารวมกันจะได้น้ำหนักรวมทางสถิต (static gross weight) ด้วยอุปสรรคดังกล่าวกับการชั่งน้ำหนักบนผิวทาง Moses (1979) และคณะได้เพิ่มการวัดความเค้นของสะพานเพื่อที่จะบรรลุผลในการคำนวณน้ำหนักของรถ Moses และคณะได้อธิบายว่าวิธีการวัดน้ำหนักจากคาน (girder) ของสะพานดีกว่าการวัดน้ำหนักจากรถจากผิวทาง แรงพลศาสตร์ที่ผิวสัมผัสของยางจะถูกกรองออกและลดลงโดยความเฉื่อยเนื่องจากมวล (massive inertia) ของสะพาน และอาจจะถูกกำจัดได้หมดด้วยวิธีการยกกำลังสองน้อยที่สุด (least square) ด้วยวิธีการหาความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด (strain) กับการทำนายบนพื้นฐานของความเร็ว และระยะห่างระหว่างเพลาก็จะสามารถหาน้ำหนักเพลาของรถบรรทุกได้

Lamann และ Novak (1996) จากประเทศอเมริกา ได้นำระบบ WIM มาทำการวัดกับสะพานที่ประกอบด้วยคาน (girder) เหล็ก 5 อัน เพื่อทำการพัฒนาแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับความล้ม ความเครียดจะถูกวัดภายใต้การจราจรปกติ โดยวิธีการของเรนโฟล (rainflow) ข้อมูลดังกล่าวถูกเก็บรวบรวมและถูกบันทึกด้วยการใช้เครื่องมือ 2 ชุด ชุดที่ 1 คือ ระบบการวัดความเค้น (Stress Measuring System; SMS) ทำหน้าที่เก็บรวบรวมความเครียดในอดีตที่ผ่านมา ภายใต้การจราจรปกติและทำการรวบรวมเข้ากับแผนภูมิแท่งซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับจำนวนรอบ โดยการนับจำนวนรอบของวิธีเรนโฟล rainflow และโดยวิธีอื่นๆ ชุดที่ 2 คือ ระบบการชั่งน้ำหนักรถบรรทุก (Truck Weighing System, TWS) ทำการคำนวณน้ำหนักรวมของรถบรรทุกและน้ำหนักเพลามาจากความเครียดในอดีต โดยการใช้เส้นอินฟลูเอนซ์ไลน์ (Influence line) ของสะพาน องค์ประกอบต่างๆของรถบรรทุกสามารถหาได้ โดยการใช้ตัวเซนเซอร์ 2 ตัวติดขนานกันไว้กับผิวทาง แบตเตอรี่ที่ใช้สำหรับทำการศึกษาของ Lamann และ Novak สามารถใช้ได้อย่างต่อเนื่องถึง 3 สัปดาห์

Thater G., Chang P., Schelling D.R. และ Fu C.C. (1998) ได้นำระบบ WIM มาใช้ในการทำนายผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของรถขณะเคลื่อนที่โดยทำการจำลองในคอมพิวเตอร์แล้วทำการแยกผลทาง

พลศาสตร์ออกเพื่อหาน้ำหนักทางสถิต ด้วยการใช้นิยามการกรองผลทางพลศาสตร์เทียบเท่า (Equivalent Dynamic Filter Technique, EDFT) แยกแรงออกเป็นแรงทางพลศาสตร์และผลตอบสนองเสมือนทางสถิต (Pseudo static response) โดยใช้วิธีฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม (Fast Fourier Transform) เทียบผลจากการแอ่นตัวเป็นสัดส่วน เรียกว่าอัตราส่วนการกรองเทียบเท่า (Equivalent filtering ratio, EFR) ผลที่ได้พบว่าสามารถลดระยะเวลาในการคำนวณ และให้ความถูกต้องแม่นยำในการทำนายน้ำหนักได้ถึง $\pm 5\%$ ในขณะที่ใช้ระบบ WIM ที่มีอยู่เดิมให้ความถูกต้องแม่นยำในช่วง $\pm 10\%$ เท่านั้น แต่มีข้อเสียคือไม่สามารถหาน้ำหนักในแต่ละเพลลาได้ และไม่ได้นำคุณสมบัติของสะพานจริงมาพิจารณา

Chan T.H.T., Law S.S., Yung T.H. และ Yuan X.R. (1999) ได้ทำการหาน้ำหนักโดยการใช้อนุกรมคำตอบของสะพาน รูปแบบของคำตอบที่แน่นอน (closed-form solution) สามารถหาได้เพื่อใช้ในการหาน้ำหนักคงที่ที่เคลื่อนที่ ซึ่งวิธีการเชิงตัวเลข (numerical method) จะถูกนำมาใช้น้ำหนักที่เคลื่อนที่ตามเวลาที่เปลี่ยนไป โดยสมการที่ใช้จะอยู่บนพื้นฐานของสมการของออยเลอร์ (Euler's equation) ของคาน และแบบจำลองของรถที่ใช้ในการสร้างปฏิกริยาตอบสนองจะพิจารณาเป็น 2 เพลลา

Zhu X.Q., Law S.S. (1999) ได้ทำการจำลองรูปแบบสะพานเป็นคานต่อเนื่องหลายช่วงคาน ที่มีหน้าตัดไม่คงที่ พฤติกรรมการสั่นไหวของคานภายใต้น้ำหนักที่เคลื่อนที่จะถูกวิเคราะห์โดยหลักการของ Hamilton โดยจุดรองรับภายในจะถูกแทนด้วยสปริงที่มีความแข็งมาก วิธีการหาน้ำหนักจะใช้หลักการของซูเปอร์โพสิชันที่เชิงโหมด (modal superposition) และเทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) ซึ่งน้ำหนักที่หาได้จะอยู่ในโดเมนของเวลา

Law S.S., Chan T.H.T. และ Zeng Q.H. (1999) ได้ทำการหาน้ำหนักของรถที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยการทดสอบจากแบบจำลอง ใช้ข้อมูลของปฏิกริยาตอบสนองของการสั่นไหวของสะพานเพียงอย่างเดียวในรูปของ Frequency - Time domain โดยปราศจากข้อมูลของลักษณะรถ ซึ่งรถจะถูกจำลองให้มีรูปแบบเป็น 1 เพลลา และ 2 เพลลา (กำหนดระยะห่างระหว่างเพลลาไว้คงที่) เคลื่อนที่อยู่บนคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดาและมีค่าความหน่วง (viscous damping) สมการการเคลื่อนที่ของคานสามารถหาได้โดยผ่านการแปลงพิกัดเชิงโหมด (modal coordinate) ผลลัพธ์ของสมการจะเชื่อมโยงกับฟูเรียร์ทรานส์-ฟอร์ม (Fourier transforms) และน้ำหนักของรถจะถูกแปลงกลับไปสู่โดเมนของเวลา (time domain) ความถูกต้องของน้ำหนักที่หาได้จะถูกตรวจสอบด้วยการเปรียบเทียบกันระหว่างปฏิกริยาตอบสนองที่วัดได้กับปฏิกริยาตอบสนองที่ถูกสร้างขึ้นจากน้ำหนักที่หาได้ ด้วยวิธีการดังที่กล่าวมาจะสามารถทำนายน้ำหนักของรถที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานได้ โดยปราศจากข้อมูลของลักษณะรถ ซึ่งน้ำหนักของรถได้จากการเฉลี่ยค่าแรงที่หาได้ ซึ่งค่าเฉลี่ยนี้ให้ความคลาดเคลื่อนสูงสุดถึง 20% อีกทั้งการเฉลี่ยค่าแรงนี้ เมื่อพิจารณาจากแรงที่ได้จริงพบว่าลักษณะของแรงมีค่าไม่ตรงกับความเป็นจริง คือมีค่ามากเกินไปหรือน้อยเกินไปจนมีค่าลบในบางช่วง ซึ่งเกิดจากสภาวะบกพร่อง (ill-condition) ทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้ไม่มีความเชื่อถือ จึงไม่เหมาะสมสำหรับนำไปใช้งาน

Chan T.H.T., Law S.S. และ Yung T.H. (2000) ได้ทำการหาน้ำหนักที่กำลังเคลื่อนที่ โดยการใส่สะพานที่เป็นคอนกรีตอัดแรง (prestressed concrete bridge) โดยได้ทำการติดตั้งมาตรวัดความเครียดและเครื่องตรวจ

วัดความเร่งที่คาน (girder) ของสะพานตลอดจนเครื่องตรวจนับจำนวนเพลลา (axle sensors) ที่ผิวของทางของสะพาน รถบรรทุก 2 เพลลาได้ถูกนำมาใช้ทดสอบเพื่อทำการปรับแก้ข้อมูลที่วัดได้จากภาคสนาม น้ำหนักที่เพลลาทางพลศาสตร์สามารถหาได้โดยวิธีการโดเมนของเวลา (time domain) ดังนั้นน้ำหนักรวมของรถสามารถหาได้จากผลรวมของน้ำหนักแต่ละเพลลา และทำการหาความถี่พื้นฐาน (fundamental frequency) ของรถโดยการแปลงน้ำหนักแต่ละเพลลาที่หาได้ในโดเมนของเวลาไปสู่โดเมนของความถี่ (frequency domain) โดยการใช้ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม (Fourier Transform) พบว่าเวลาที่ใช้ในการหาน้ำหนักใช้เวลาานมากถึง 30 นาทีเมื่อใช้ Cpu รุ่น Pentium II 300MHz และน้ำหนักที่คำนวณได้ในโดเมนของเวลามีความแปรปรวนสูงมากจนไม่สามารถเชื่อถือได้ซึ่งเกิดจากสภาวะบกพร่อง (ill-condition) แม้ว่าค่าเฉลี่ยของน้ำหนักที่หาได้จะพบว่ามีคลาดเคลื่อนต่ำถึง $\pm 5\%$ ก็ตาม

Zhu X.Q. และ Law S.S. (2000) ได้ทำการหาน้ำหนักที่กำลังเคลื่อนที่บนสะพานโดยการจำลองรูปแบบสะพานเป็นแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า (orthotropic rectangular plate) พฤติกรรมการสั่นไหวของสะพานภายใต้ น้ำหนักที่เคลื่อนที่ จะถูกวิเคราะห์โดยการใช้ทฤษฎีของแผ่นบาง (orthotropic rectangular theory) และหลักการของซูเปอร์โพสิชันที่เชิงโหมด (modal superposition principle) ซึ่งสามารถหาน้ำหนักได้ในโดเมนของเวลา (time domain) โดยน้ำหนักที่หาได้จากวิธีการจำลองรูปแบบเป็นคานกับวิธีการจำลองรูปแบบเป็นแผ่นบางจะถูกนำมาเปรียบเทียบกัน รวมทั้งทำการทดสอบกับแบบจำลองย่อยส่วน ผลการทดสอบพบว่าน้ำหนักที่หาได้มีความคลาดเคลื่อนที่มากที่สุดคือ ไม่เกิน 5% ในระดับสัญญาณรบกวนที่ต่ำมาก (1%) แต่เวลาที่ใช้ในการหาน้ำหนักจะต้องใช้เวลานานมากเพราะต้องมีการหาค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) ที่เหมาะสมในการคำนวณแต่ละครั้งอีกทั้งค่าพารามิเตอร์ λ มีผลต่อการคำนวณน้ำหนักค่อนข้างมากจึงไม่เหมาะสมในการนำไปใช้งานและการหาน้ำหนักด้วยการใช้ความเร่งให้ผลที่ดีกว่าการใช้ความเครียด และพบว่าการเยื้องศูนย์มีผลให้ความคลาดเคลื่อนในการหาน้ำหนักมีค่าเพิ่มขึ้น

Law S.S., Chan T.H.T. และ Zeng Q.H. (2001) ได้พบว่า การหาน้ำหนักของรถที่กำลังเคลื่อนที่ที่มีความคลาดเคลื่อนสูง ที่บริเวณจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของแกนเวลา ซึ่งเรียกสภาวะดังกล่าวนี้ว่าสภาวะบกพร่อง (ill-conditioned) ดังนั้น Law S.S. และคณะ จึงได้เพิ่มวิธีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) เข้าไปในขั้นตอนการคำนวณ โดยจะทำการหาค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) ที่เหมาะสม ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างน้ำหนักที่หาได้กับน้ำหนักที่เกิดขึ้นจริงจะมีค่ามากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ ที่ถูกนำมาใช้ในการคำนวณ ซึ่งเปรียบเสมือนตัวถ่วงน้ำหนัก นั่นคือค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุดจะเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด แต่ขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณที่นานและสิ้นเปลือง อีกทั้งค่าที่เหมาะสมนี้ยังขึ้นกับลักษณะของตัวรถอีกด้วย

Law S.S. และ Fang Y.L. (2001) ได้ทำการหาน้ำหนักรถที่กำลังเคลื่อนที่จากแบบจำลองย่อยส่วน โดยการใช้เทคนิคของไดนามิกโปรแกรมมิง (dynamic programming) ซึ่งเป็นการทำให้ความคลาดเคลื่อนระหว่างปฏิกิริยาตอบสนองที่วัดได้กับปฏิกิริยาตอบสนองที่สร้างขึ้นจากน้ำหนักที่หาได้มีค่าน้อยที่สุด น้ำหนักในรูปแบบของสเตตสเปซ (state-space formulation) ของระบบพลศาสตร์จะถูกหาในโดเมนของเวลา โดยการใช้รีเคอร์ซีฟฟอร์มูลา (recursive formula) บนพื้นฐานของการใช้ตัวเซ็นเซอร์หลายๆตัวในการวัดปฏิกิริยาตอบสนองของ

สะพาน ซึ่งการคำนวณด้วยการใช้รีเคอร์ซีฟฟอร์มนี้ใช้เวลาที่น้อยกว่าวิธีอื่น ๆ และความคลาดเคลื่อนขึ้นอยู่กับเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์เช่นกันและไม่สามารถละทิ้งพารามิเตอร์นี้ได้ ซึ่งการใช้ค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ที่ไม่เหมาะสมจะทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่ามาก

คณะกรรมการยุโรป (2001) ได้ทำการพัฒนาระบบ WIM ด้วยการใส่สะพานเป็นหลักเรียกว่า Bridge WIM หรือ B-WIM โดยใช้วิธียกกำลังสองน้อยที่สุดเช่นเดียวกัน ซึ่งในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) จะคำนึงถึงพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบพร้อม ๆ กันเพื่อให้ได้ทั้งความเร็ว จำนวนเพลลา ระยะห่างเพลลา และน้ำหนักรวม และทำการพัฒนาการวิเคราะห์โดยการจำลองรูปแบบสะพานเป็น 2 มิติ เพื่อคำนึงผลของตำแหน่งที่เยื้องศูนย์ตามแนวขวาง และตรวจสอบโดยทำการทดลองในสนามจริง โดยใช้สะพานที่มีลักษณะแบบ orthotropic deck และยังคำนึงถึงพารามิเตอร์จากสิ่งแวดล้อมเช่น ผลของอุณหภูมิจากฤดูกาล และความชันตามแนวขวางของผิวทาง และยังทดสอบกับสะพานที่เป็นสะพานช่วงเดียวหรือหลายช่วง เพื่อตรวจสอบตำแหน่งที่เหมาะสมในการติดตั้ง มาตราวัดความเครียด ซึ่งระบบการหาน้ำหนักในทางวิจยนี้มีผลคลาดเคลื่อนจากความเร็วและระยะห่างเพลลาจากการทำนายพร้อมกัน พบว่าการวิเคราะห์แบบ 2 มิติสามารถเพิ่มความถูกต้องแม่นยำได้จากเดิมที่วิเคราะห์แบบมิติเดียว แต่ผลการหาแรงทางพลศาสตร์ยังไม่ดีพอเนื่องจากยังมีความแปรปรวนของข้อมูลที่สูง สำหรับผลการหาน้ำหนักรวมทางสถิติพบว่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 10\%$

Zhu X.Q. และ Law S.S. (2002) ได้ทำการหาน้ำหนักโดยการจำลองในคอมพิวเตอร์ด้วยวิธีโดเมนของเวลา (Time domain method) ด้วยผลตอบสนองการสั่นสะเทือนจากแบบจำลองแบบคานต่อเนื่อง โดยการใช้ความเครียดและความเร่งที่วัดได้ขณะเคลื่อนที่ของรถและ รวมทั้งใช้วิธีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ในการคำนวณเพื่อเพิ่มขอบเขตในการแก้ปัญหาและลดเวลาในการคำนวณ จากผลการทดลองด้วยวิธีเชิงตัวเลขสามารถหาค่าพารามิเตอร์ λ ที่เหมาะสมซึ่งสามารถลดผลกระทบจากสิ่งรบกวนภายนอก (noise) ได้ และพบว่าการใช้ความเร่งเป็นพารามิเตอร์ในการหาน้ำหนักแทนการใช้ความเครียด จะต้องใช้จำนวนโหมดที่มากขึ้นในการวิเคราะห์ และวิธีการนี้ยังสามารถนำไปใช้ได้ทั้งวิธีการหาน้ำหนักแบบวิธีโดเมนของเวลาและวิธีโดเมนของความถี่และเวลา โดยการใช้วิธีเชิงการสลายค่าเอกฐาน (singular value composition, SVD) และให้ความคลาดเคลื่อนที่มากน้อยตามระดับของสัญญาณรบกวน โดยให้ความแม่นยำสูงสุดถึง 4% แต่ใช้เวลาในการคำนวณที่นานเนื่องจากขนาดของเมตริกซ์ที่ใช้ในการคำนวณมีขนาดใหญ่ และยังใช้เวลานานมากในการหาเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) ที่เหมาะสมที่สุดเช่นกันจึงไม่เหมาะสำหรับการนำไปใช้งาน

Yu L. และ Chan T.H.T. (2002) ได้ทำการทดสอบหาน้ำหนักกรณีเคลื่อนที่ด้วยแบบจำลองย่อส่วนโดยการใช้ผลตอบสนองของสะพานด้วยโมเมนต์ตัด โดยวิธีที่นำมาใช้ได้แก่วิธีโดเมนของเวลา (time domain method; TDM) และวิธีโดเมนของความถี่และเวลา (frequency time domain method, FTDM) และทำการเปรียบเทียบเทคนิคการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองวิธีได้แก่ เทคนิคการใช้ซูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (pseudo-inverse matrix; PI) และวิธีเชิงการสลายค่าเอกฐาน (singular value composition, SVD) รวมทั้งศึกษาผลของพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ เช่น ความถี่ที่เลือกใช้ จำนวนโหมดทางพลศาสตร์ ความเร็วของรถขณะเคลื่อนที่ จำนวนและตำแหน่งของอุปกรณ์ในการวัด ผลการคำนวณน้ำหนักที่ได้พบว่าการใช้เทคนิคเชิงการสลายค่าเอกฐานสามารถเพิ่มความถูกต้องแม่นยำทั้งในวิธี TDM และ FTDM โดยเฉพาะในกรณีวิธี FTDM สามารถขจัดปัญหา

สภาวะบกพร่อง (ill-condition) ได้ดีกว่าการใช้เทคนิคซูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ และความคลาดเคลื่อนที่ได้ขึ้นอยู่กับปัจจัยต่าง ๆ ตามที่ได้อธิบาย ซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในเกณฑ์ที่ถือว่าดีคืออยู่ในช่วงอยู่ในช่วง 5-10% แต่ค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) มีผลในการหาน้ำหนักค่อนข้างมากในแต่ละกรณีกล่าวคือต้องหาค่า λ ค่าที่เหมาะสมที่สุดตลอดการคำนวณนั้นๆจึงไม่เหมาะสมในการนำไปใช้งาน

Sarah K. Leming และ Harold L. Stalford (2002) ได้ทำการศึกษาหาพารามิเตอร์ของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพาน โดยคำนวณจากค่าการแอ่นตัวของสะพาน ที่ตำแหน่งกลางสะพานบนโดเมนเวลา พารามิเตอร์ที่คำนวณหาคือ น้ำหนักสถิตล้อหน้าและล้อหลัง น้ำหนักรวม ระยะเพลลาและความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่าน โดยพิจารณาคานและน้ำหนักสถิตเคลื่อนที่เท่านั้น ไม่พิจารณาน้ำหนักทางจลศาสตร์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของรถบรรทุกและมวลของสะพาน โดยใช้วิธียกกำลังสองน้อยที่สุดของค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าการแอ่นตัวที่วัดได้และค่าการแอ่นตัวจากการคำนวณ ซึ่งในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) จะคำนวณค่าที่เหมาะสมแบบมีขอบเขตบนและล่างของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ อย่างไรก็ตามค่าพารามิเตอร์ที่ได้จะมีความคลาดเคลื่อนสูงเนื่องจากความไม่ต่อเนื่องของอนุพันธ์ของการแอ่นตัว (ที่ตำแหน่งล้อเข้า-ออก และที่ตำแหน่งกลางสะพาน) จากนั้นได้ทำการปรับปรุงโดยการเปลี่ยนค่าการแอ่นตัวที่วัดมาได้โดยใช้ที่เวลาต่าง ๆ กัน อย่างสุ่ม (random sampling) จะให้ผลค่าความคลาดเคลื่อนพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ลดลงมาก (น้อยกว่า 1%) และเมื่อมีการพิจารณาสัญญาณรบกวนในการคำนวณด้วยแล้ว ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จะคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1% จนกระทั่งสัญญาณรบกวนมากกว่า 10% จะให้ค่าคลาดเคลื่อนระยะเพลลา 5% ค่าคลาดเคลื่อนความเร็ว 1% ค่าคลาดเคลื่อนน้ำหนักล้อหน้า 5% ค่าคลาดเคลื่อนน้ำหนักล้อหลัง 7.9% และค่าคลาดเคลื่อนน้ำหนักรวม 1%

Sarah K. Leming และ Harold L. Stalford (2003) ได้ทำการศึกษาหาพารามิเตอร์ของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยคำนวณจากค่าการแอ่นตัวของสะพานที่ตำแหน่ง 3/4 ของความยาวสะพาน กลางสะพานและ 1/4 ของความยาวสะพาน บนโดเมนเวลา พารามิเตอร์ที่คำนวณหาคือ น้ำหนักสถิตล้อหน้าและล้อหลัง น้ำหนักรวม ระยะเพลลาและความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่าน โดยพิจารณาน้ำหนักทางพลศาสตร์เนื่องจากการเคลื่อนที่ของรถบรรทุกและค่าสติเฟนส์และค่าความหน่วงรถบรรทุก โดยใช้วิธียกกำลังสองน้อยที่สุดของค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าการแอ่นตัวที่วัดได้และค่าการแอ่นตัวจากการคำนวณ ซึ่งในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) จะคำนวณค่าที่เหมาะสมแบบมีขอบเขตบนและล่างของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ จะให้ผลค่าความคลาดเคลื่อนพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ต่ำ (น้อยกว่า 1%) และเมื่อมีการพิจารณาสัญญาณรบกวนในการคำนวณด้วยแล้ว (1.5%-5%) ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จะคลาดเคลื่อนในระดับเดียวกับไม่มีสัญญาณรบกวน อย่างไรก็ตามค่าประมาณความถี่ธรรมชาติจะมีแนวโน้มความถูกต้องลดลงเมื่อมีสัญญาณรบกวนมากขึ้น

R. J. Jiang, F. T. K. Au และ Y. K. Cheung (2003) ได้ทำการศึกษาการหาพารามิเตอร์ของยานพาหนะขณะเคลื่อนที่บนสะพานได้แก่ มวลของตัวรถช่วงบนและล่าง ค่าความหน่วงของรถ ค่าสติเฟนส์ สปริงระหว่างมวลทั้งสอง และค่าสติเฟนส์สปริงอีกค่าสำหรับผิวสัมผัสระหว่างล้อรถกับผิวสะพาน โดยทำการหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้พร้อม ๆ กันโดยใช้อัลกอริทึมเชิงพันธุกรรม (genetic algorithm) โดยจำลองผลตอบแทน

ของสะพานขึ้น และใช้ความเร่งของการสั้นไหวของสะพานในขั้นตอนหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimization) ซึ่งให้ผลการหาค่าพารามิเตอร์ของในสวนมวลรถที่มีความคลาดเคลื่อนต่ำ ขณะที่พารามิเตอร์ตัวอื่นมีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง และการที่จำให้ผลลัพธ์มีความแม่นยำนั้นต้องการจำนวนตำแหน่งของการเก็บข้อมูล (station) หลายตำแหน่ง และการคำนวณใช้เวลานานเนื่องจากระบบการคำนวณใช้วิธีการค้นหาข้อมูล (search) ที่เหมาะสมที่สุดจากขอบเขต (limits) ที่กำหนด

Zhu X.Q. และ Law S.S. (2003) ได้ทำการศึกษาการหาแรงขณะเคลื่อนที่บนสะพานด้วยข้อมูลความเร็วรถที่ไม่คงที่ โดยทำการศึกษารูปแบบการวัดสัญญาณที่แตกต่างกัน ได้แก่ การใช้สัญญาณความเร่งของการสั้นไหวของสะพาน และการใช้สัญญาณความเครียดของสะพาน โดยทั้งสองวิธีทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีวิเคราะห์โดยตรง (exact solution) ร่วมกับวิธียกกำลังสองน้อยที่สุดและเทคนิคเรกูลาร์ไรเซชันเช่นเดียวกับการศึกษาข้างต้น โดยทำการสร้างแบบจำลองในคอมพิวเตอร์ ขณะที่การทดสอบด้วยแบบจำลองย่อส่วนนั้นทำการศึกษาโดยใช้สัญญาณความเครียดเท่านั้น โดยใช้ความเร็วเฉลี่ยของรถในช่วงการเคลื่อนที่บนสะพานมาวิเคราะห์แทนความเร็วจริงซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากชะลอรถเพื่อให้มีความเร็วไม่คงที่ และยังคงศึกษาผลของความขรุขระและระดับของสัญญาณรบกวน (noise) ซึ่งผลการศึกษาพบว่าการหาแรงโดยการใช้สัญญาณความเร่งนั้นให้ผลที่แม่นยำกับแรงทางสถิติมากกว่าการใช้สัญญาณความเครียดซึ่งมีความแปรปรวนสูง (แรงที่หาได้มีการวัดแกว่งที่สูง) โดยเฉพาะกับรถที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก อีกทั้งยังทำการจำลองรูปแบบสะพานแบบคานต่อเนื่อง ซึ่งพบว่าแรงที่คำนวณได้บริเวณที่รถผ่านจุดรองรับนั้นจะเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจากจะเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) ที่ตำแหน่งเข้าใกล้จุดรองรับ ซึ่งต้องการค่าพารามิเตอร์ในการเรกูลาร์ไรเซชันที่มีค่าน้อยที่ตำแหน่งเวลาที่รถเข้าใกล้จุดรองรับเพื่อลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น และยังพบว่าในการวิเคราะห์สะพานแบบต่อเนื่องนั้น ระดับสัญญาณรบกวนจะมีผลมากต่อการหาแรงเมื่อเทียบกับสะพานแบบช่วงเดี่ยวกติ

Phonkrit Phanapavudhikun (2003) ได้ทำการสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ของรถบนสะพาน เพื่อหาน้ำหนักรถที่กำลังเคลื่อนที่บนสะพานด้วยเทคนิคของไดนามิกโปรแกรมมิง (dynamic programming) ซึ่งได้พิจารณาผลของการบิดโดยการจำลองรูปแบบสะพานเป็นแผ่นบางสี่เหลี่ยมผืนผ้า (orthotropic rectangular plate) และได้ทำการศึกษาถึงผลกระทบในการหาน้ำหนักเนื่องจากความเร็วและความขรุขระ พบว่าผลของการหาน้ำหนักที่มีความคลาดเคลื่อนอยู่ขึ้นกับการเลือกใช้เรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) และค่าน้ำหนักที่คำนวณได้มาจากการเฉลี่ยแรงในช่วงกลางของเวลาที่รถเคลื่อนที่บนสะพานทั้งสองเพลลา ซึ่งเป็นการจำกัดการนำไปใช้งานและไม่สามารถให้แม่นยำของแรงในเพลลาได้สูงพอ และเนื่องจากมีการใช้ทฤษฎีไฟไนต์เอลเมนต์โดยการจำลองรูปแบบสะพานเป็นแผ่นบางซึ่งจะทำให้มีจำนวนระดับขั้นความเสรีเมาก ส่งผลให้ใช้เวลาในการคำนวณหาน้ำหนักรถนานมาก ซึ่งไม่เหมาะสมกับการใช้งานจริง

Thawat Akarawittayapoom (2003) ได้นำเทคนิคการหาน้ำหนักรถขณะเคลื่อนที่บนสะพานด้วยเทคนิคของไดนามิกโปรแกรมมิง โดยตัดผลของการบิดของสะพานในการหาน้ำหนักด้วยโมเมนต์ตัดของหน้าตัด และทำการปรับปรุงให้มีความแม่นยำเพิ่มมากขึ้นด้วยการใช้เทคนิคการคำนวณซ้ำ (Iteration Technique) โดยการนำเอาค่าความเครียดเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ที่ได้ มาทำการคำนวณในไดนามิกโปรแกรมมิงอีกครั้ง เพื่อให้ค่าน้ำหนักรถเข้าสู่หาค่าที่ถูกต้องมากขึ้นกว่าการคำนวณครั้งแรกของไดนามิกโปรแกรมมิง ผลที่ได้พบว่าน้ำหนัก

บรรทุกที่คำนวณได้มีความถูกต้องและแม่นยำสูงมาก มีความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อยซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้คืออยู่ในช่วง $\pm 5\%$ และได้ทำการยืนยันข้อมูลด้วยการทดสอบจากแบบจำลองย่อยส่วน แต่ยังคงขาดการทดลองเพื่อพิจารณาผลกระทบจากปัจจัยสำคัญหลายปัจจัย เช่น ผลของตำแหน่งการเคลื่อนที่ตามแนวขวางในช่องจรรยา ผลของความขรุขระ จำนวนเพลลาที่มากขึ้น และผลของสภาพจุดรองรับของสะพาน เป็นต้น

Zhu X.Q. และ Law S.S. (2004) ได้ทำการศึกษาค้นคว้าหาแรงขณะเคลื่อนที่บนสะพานด้วยการทดสอบจากแบบจำลองโดยใช้สัญญาณการสั่นไหวจากโมเมนต์ดัดของสะพาน โดยวิธีที่นำมาศึกษานั้นประกอบด้วย 2 วิธี โดยวิธีแรกใช้พื้นฐานจากการวิเคราะห์แบบจำลองทางพลศาสตร์โดยตรง (exact solution) ซึ่งจะหาแรงในลักษณะแยกเป็นเพลลา (axle load) และอีกวิธีใช้พื้นฐานทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM solution) ซึ่งจะหาแรงได้ในรูปแบบของแรงในล้อ (wheel load) ซึ่งอิสระต่อกัน โดยทั้งสองวิธีนั้นได้ทำการแก้ปัญหาด้วยวิธียกกำลังสองน้อยที่สุดประกอบกับเทคนิคเรกูลาร์ไรเซชัน ซึ่งผลการทดสอบพบว่าทั้งสองวิธีนั้นให้ผลลัพธ์ที่ไม่แตกต่างกันนักสำหรับแรงที่เคลื่อนที่ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางสะพาน โดยวิธีแรก (exact solution) นั้นให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าสำหรับการเคลื่อนที่ในตำแหน่งที่เยื้องจากกึ่งกลางสะพาน เนื่องจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจะแปรปรวนไว้มากต่อตำแหน่งของจุดวัดสัญญาณ แต่ทั้งนี้ยังขึ้นกับจำนวนและรูปแบบตำแหน่งของการติดตั้งจุดวัดสัญญาณความเครียดที่ห้องสะพานอีกด้วย ส่วนจำนวนโหมดการสั่นไหวของสะพานนั้นมีผลน้อยต่อการหาแรง แต่การใช้จำนวนโหมดที่มากย่อมให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าการใช้จำนวนโหมดที่น้อย และยังพบว่าการหาแรงในลักษณะแบบเป็นเพลลานั้นให้ความคลาดเคลื่อนที่ต่ำกว่าการหาแรงในลักษณะแยกล้อซึ่งกันและกัน ซึ่งผลการทดสอบโดยรวมแล้วยังพบว่ามีความคลาดเคลื่อนสูง และการอ้างอิงผลที่ได้ด้วยการใช้ตัวคูณปฏิสัมพันธ์ (correlation factor) นั้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบได้

Pattarapong Asnachinda (2004) ได้ทำการทดสอบด้วยแบบจำลองย่อยส่วน โดยพิจารณาถึงปัจจัยสำคัญต่าง ๆ ที่มีผลต่อการทำนายน้ำหนักของรถบรรทุก อันได้แก่ ผลของความขรุขระ การบิดในสะพานเนื่องจากตำแหน่งตามแนวขวางของการเคลื่อนที่ในช่องจรรยาของซ้ายหรือขวา ผลของจำนวนเพลลาที่เพิ่มขึ้นจากเพลลาหลังที่เป็นเพลลาเดี่ยวเป็นเพลลาคู่ และผลของสภาพของจุดรองรับ (support condition) หรือรูปแบบสะพานแบบหลายช่วง รวมทั้งจะทำการศึกษารังแรงในล้อรถขณะเคลื่อนที่ เพื่อศึกษาน้ำหนักทางพลศาสตร์ที่เกิดขึ้น จากการทดสอบทั้งหมด 540 การทดสอบพบว่า การนำค่าความเครียดในหน้าตัดสะพานเดียวกันมาทำการเฉลี่ยและนำไปคำนวณน้ำหนักจะสามารถลดผลของการบิดตัวของสะพานซึ่งเกิดจากตำแหน่งของรถตามแนวขวางได้ดี และรถบรรทุกที่มีน้ำหนักมากและเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำจะให้ผลการคำนวณน้ำหนักที่มีแนวโน้มที่ดีกว่ารถบรรทุกที่มีน้ำหนักเบาและเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง โดยมีความคลาดเคลื่อนที่สูงขึ้นตามระดับของความขรุขระของพื้นผิวสะพาน รูปแบบของฐานรองรับของสะพานนั้นมีผลต่อการคำนวณน้ำหนักอย่างมีนัยสำคัญ โดยสะพานแบบช่วงเดียวที่มีจุดรองรับแบบธรรมดาจะให้ผลการคำนวณน้ำหนักที่ดีกว่าสะพานแบบต่อเนื่อง ทั้งนี้พบว่ากรณีรถบรรทุกแบบ 2 เพลลาเคลื่อนที่บนสะพานช่วงเดียวที่พื้นผิวไม่มีความขรุขระนั้นให้ผลการคำนวณน้ำหนักรวมที่มีความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 5\%$ ส่วนผลการทดสอบกรณีรูปแบบสะพานเป็นแบบต่อเนื่องและกรณีที่รถบรรทุกมีจำนวนเพลลาเพิ่มขึ้น พบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักรวมสูงสุด $\pm 20\%$

Panu Foongsook (2005) ได้ทำการทดสอบภาคสนาม โดยการทดสอบได้มีการติดตามวัดความเครียดสำหรับวัดผลตอบสนองของสะพานภายใต้การเคลื่อนที่ของรถบรรทุกเช่นกันโดยจะทำการติดตั้งมาตรวัดความเครียดที่ได้สะพาน ซึ่งเมื่อพิจารณาถึงการนำไปใช้งานจริงแล้วจะพบว่ามาตรวัดความเครียดสำหรับติดคอนกรีตที่เข้กันอยู่ในปัจจุบันไม่สะดวกในการติดตั้งได้สะพานเท่าที่ควรตลอดจนค่าความเครียดที่ได้อาจมีความคลาดเคลื่อนได้ขณะใช้งาน เช่น เมื่อเกิดรอยแตกร้าวที่ผิวคอนกรีตเกิดปัญหาของฟองอากาศขนาดเล็กภายในมาตรวัดความเครียด ผลการทดสอบทั้ง 51 การทดสอบ โดยในกรณีเคลื่อนที่โดยใช้ช่องจราจรกลาง 23 การทดสอบ ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลาน้ำหนักโดยส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 50\%$ ผลการคำนวณน้ำหนักโดยส่วนใหญ่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 10\%$ สำหรับน้ำหนักเพลาลัง และอยู่ในช่วง $\pm 6\%$ สำหรับน้ำหนักรวม กรณีเคลื่อนที่โดยใช้ช่องจราจรซ้ายทั้ง 24 การทดสอบ ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลาน้ำหนักโดยส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 50\%$ การคำนวณน้ำหนักโดยส่วนใหญ่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 10\%$ สำหรับน้ำหนักเพลาลัง และอยู่ในช่วง $\pm 6\%$ สำหรับน้ำหนักรวม เมื่อพิจารณาผลของการกระทบของรถบรรทุกที่เกิดขึ้นระหว่างการเคลื่อนที่ข้ามสะพานกรณีเคลื่อนที่โดยใช้ช่องจราจรซ้ายทั้ง 2 กรณี คือ ผลของการกระทบก่อนเข้าสะพานและผลของการกระทบช่วงกลางสะพานซึ่งทำการทดสอบจำนวน 4 การทดสอบ พบว่าผลการคำนวณน้ำหนักโดยส่วนใหญ่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 10\%$ สำหรับน้ำหนักรวม

เนื่องจากการคำนวณน้ำหนักกรณีเคลื่อนที่โดยพิจารณาจากสัญญาณความเครียดมีข้อจำกัดหลายประการ เช่น ตำแหน่งที่ติดตั้งแผ่นเหล็กสำหรับวัดความเครียดห้ามมีรอยแตกร้าวที่ผิวคอนกรีตมิฉะนั้นจะไม่สามารถวัดความเครียดได้ถูกต้อง การตรวจสอบดูแลแผ่นเหล็กวัดความเครียดเสมอเนื่องจากสกรูยึดคานตัวจำเป็นต้องทำการยึดซ้ำ ความยุ่งยากในการติดตั้งเนื่องจากเดือยที่ใช้ยึดต้องตั้งฉากกับผิวคอนกรีตเพื่อให้แผ่นเหล็กแนบสนิทกับผิวคอนกรีตและรูสำหรับยึดแผ่นเหล็กกับขนาดของเดือยยึดต้องใกล้เคียงกันมากเพื่อลดการเลื่อนไถลระหว่างผิวคอนกรีตกับแผ่นเหล็กเพื่อให้ค่าความเครียดที่วัดได้ผิดพลาดน้อยที่สุด เป็นต้น ดังนั้นการคำนวณน้ำหนักกรณีเคลื่อนที่โดยพิจารณาจากสัญญาณการแอ่นตัวหรือความเร่งของสะพาน น่าจะเหมาะสมและสะดวกมากกว่าการใช้สัญญาณความเครียด โดยเฉพาะในกรณีที่สภาพสนามนั้นสามารถติดตั้งอุปกรณ์วัดการแอ่นตัวได้โดยตรง เช่น บริเวณใต้ทางขึ้นและทางลงของสะพานซึ่งสามารถติดตั้งอุปกรณ์วัดการแอ่นตัวสะพานได้โดยตรงเนื่องจากมีพื้นดินเป็นจุดอ้างอิง ส่วนในกรณีที่สะพานอยู่สูงจากพื้นดินมากหรืออยู่เหนือแม่น้ำนั้น การคำนวณน้ำหนักกรณีเคลื่อนที่โดยคำนวณจากสัญญาณความเร่งซึ่งได้จากการวัดด้วยอุปกรณ์สำหรับวัดความเร่งนั้นสะดวกมากกว่าและน่าจะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าสัญญาณความเครียด (Zhu and Law, 2003) ดังนั้นในงานวิจัยนี้นอกจากจะได้ศึกษาถึงผลของการคำนวณน้ำหนักกรณีการแอ่นตัวหรือความเร่งของสะพานแล้ว จะได้พิจารณาการแปลงค่าความเร่งไปเป็นค่าการแอ่นตัวก่อน จากนั้นจึงนำไปใช้คำนวณน้ำหนักด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งเพื่อให้เกิดความรวดเร็วในการคำนวณมากขึ้น

ในงานวิจัยนี้ จะนำหลักการของการคำนวณการเปลี่ยนตำแหน่งจากสัญญาณความเร่ง ซึ่งเสนอโดย Ki-tae Park, Sang-Hyo Kim, Heung-Suk Park และ Kyu-Wan Lee (2004) มาใช้ในงานวิจัย

S.R. Subia และ M.L. Wang (1994) ได้ทำการศึกษาการคำนวณเส้นความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำในลักษณะไปกลับกับการเปลี่ยนตำแหน่ง โดยได้คำนวณโดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขทำการอินทิเกรตค่าความเร่งและพิจารณาผลของค่าคลาดเคลื่อนสะสม การปรับปรุงการคำนวณนั้นทำได้โดยการกำจัดค่าสะสมโดยคำนวณจากค่ายกกำลังต่ำสุดสองของผลต่างระหว่างค่าที่ได้กับค่าที่พิจารณาจากการหาความสัมพันธ์สมการพหุนาม จากนั้นจึงใช้การกรองสัญญาณความถี่เพื่อกำจัดผลของค่าต่างๆที่ไม่ต้องการออก ผลการทดสอบได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งหลังจากปรับแก้แล้วในแนวโน้มที่ดี ไม่มีค่าคลาดเคลื่อนสะสมปรากฏ

Ki-tae Park, Sang-Hyo Kim, Heung-Suk Park และ Kyu-Wan Lee (2004) ได้ทำการศึกษาการคำนวณการเปลี่ยนตำแหน่งของสะพานจากการใช้สัญญาณความเร่งที่วัดได้ โดยระหว่างการคำนวณสัญญาณความเร่งเพื่อหาค่าความเร็วและการเปลี่ยนตำแหน่งนั้นจะมีค่าผิดพลาดสะสมจากเงื่อนไขเริ่มต้น จึงได้มีการปรับแก้การคำนวณโดยการปรับเงื่อนไขเริ่มต้น จากนั้นจะทำการคำนวณความเร็วเฉลี่ยซึ่งได้จากค่าการเปลี่ยนตำแหน่งและนำไปเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณกลับซ้ำอีกเพื่อลดค่าความผิดพลาดลง โดยวิธีการคำนวณซ้ำทำให้ได้ผลการคำนวณสอดคล้องกับการเปลี่ยนตำแหน่งจริงและได้ทำการทดสอบภาคสนามการทดสอบภาคสนามซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการคำนวณ

1.3 วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาและพัฒนาวิธีการหาน้ำหนักบรรทุกจากค่าการแอ่นตัวหรือค่าความเร่งของสะพาน
2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพและความถูกต้องของการหาน้ำหนักด้วยแบบจำลองสะพานและรถในคอมพิวเตอร์
3. เพื่อประเมินประสิทธิภาพการหาน้ำหนักด้วยการทดสอบภาคสนาม

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1. การวิเคราะห์จะพิจารณาเฉพาะสะพานช่วงเดียวที่มีจุดรองรับเป็นแบบธรรมดา (simply support)
2. พิจารณาโครงสร้างสะพานมีพฤติกรรม ภายใต้น้ำหนักบรรทุกเป็นแบบอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic)
3. พิจารณาการเคลื่อนที่ผ่านของรถจำนวน 1 คันโดยสมมุติและควบคุมให้ความเร็วของรถคงที่

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ทำให้ทราบถึงค่าน้ำหนักรวมทางสถิต (Static gross weight) และน้ำหนักเพลาท่างสถิต (Static axle weight) ของรถบรรทุกที่กำลังเคลื่อนที่อยู่บนสะพาน
2. ทำให้ทราบถึงประสิทธิภาพของการหาน้ำหนักรถจากค่าการแอ่นตัวหรือค่าความเร่งของสะพาน
3. ทำให้ไม่ต้องมีการหยุดรถเพื่อขึ้นชั่งน้ำหนักซึ่งเป็นการประหยัดเวลาของผู้ขับขี่
4. ทำให้ทราบถึงระดับความถูกต้องในการหาน้ำหนักรถบรรทุกจากปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

5. ทำให้ทราบถึงค่าความคลาดเคลื่อนในการคำนวณหาน้ำหนักกรดและความเป็นไปได้ที่จะนำไปใช้งานจริง
6. สามารถนำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้งานจริง

1.6 การดำเนินงานวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีและตรวจสอบข้อมูลของการวิจัยที่ผ่านมา
2. ศึกษาความเป็นไปได้ของหัวข้อวิทยานิพนธ์
3. จัดทำโครงร่างวิทยานิพนธ์
4. จัดทำแบบจำลองคอมพิวเตอร์และตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง
5. ศึกษาการแปลงค่าความเร่งเป็นค่าการแอ่นตัว
6. ศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักกรดบรรทุกทุก
 - 6.1 คำนวณจากค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองโดยตรง
 - 6.2 คำนวณจากค่าความเร่งจากแบบจำลองโดยแปลงเป็นค่าการแอ่นตัว
7. ศึกษาด้วยการทดสอบจริงจากภาคสนาม
8. วิเคราะห์ข้อมูลสรุปผล
9. จัดทำวิทยานิพนธ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

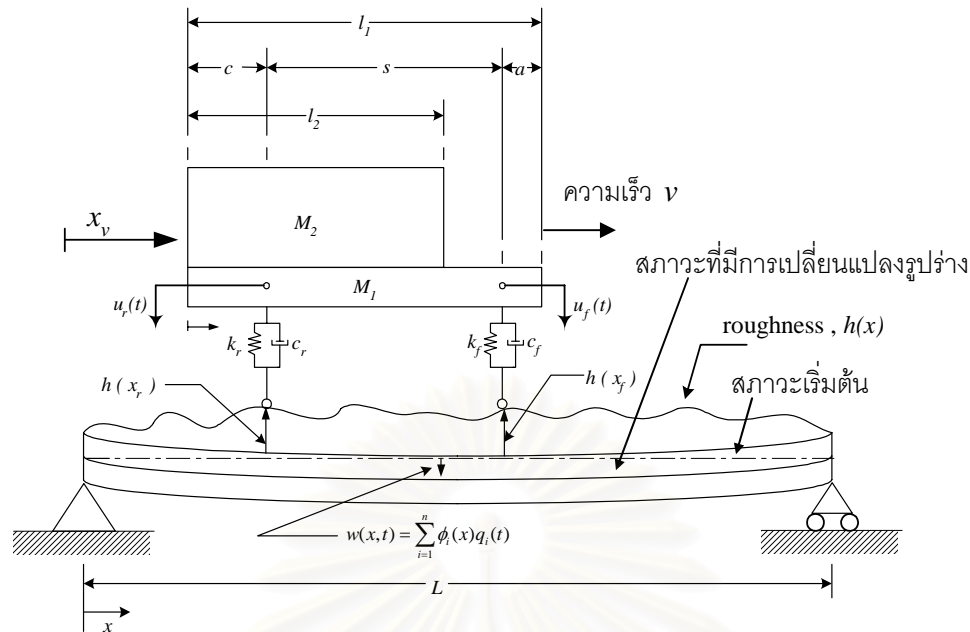
บทที่ 2

หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

หลักการคำนวณหาน้ำหนักถาวรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานนั้นทำได้โดยการวัดผลตอบสนองของสะพานเมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่าน ซึ่งค่าที่เก็บวัดโดยทั่วไปได้แก่ ค่าความเครียด ค่าการแอ่นตัวและค่าความเร่ง เป็นต้น จากนั้นจึงคำนวณหาค่าแรงและน้ำหนักถาวรทุกที่กระทำกับสะพานตามลำดับซึ่งเป็นลักษณะการแก้ปัญหาแบบอินเวอร์สเพราะโดยทั่วไปนั้น แรงที่กระทำกับสะพานจะเป็นค่าที่นำไปใช้คำนวณหาผลตอบสนองของสะพานมากกว่าการใช้ผลตอบสนองของสะพานไปคำนวณเป็นแรงที่กระทำกับสะพาน เนื่องจากค่าและตำแหน่งที่เก็บวัดข้อมูลมีมาก ดังนั้นการคำนวณหาแรงหรือน้ำหนักถาวรทุกที่กระทำกับสะพานเพื่อให้ได้ผลตอบสนองของสะพานเท่ากับค่าที่เก็บวัดได้นั้นเป็นไปได้ยากมากหรืออาจเป็นไปได้เลยเนื่องจากความคลาดเคลื่อนของระบบการเก็บวัดข้อมูลและความถูกต้องของแบบจำลอง ทำให้ค่าแรงหรือน้ำหนักถาวรทุกที่เป็นไปได้นั้นมีหลายคำตอบ ดังนั้นวิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) จึงได้นำมาใช้คำนวณเพื่อให้ได้ค่าแรงหรือน้ำหนักถาวรทุกที่เหมาะสมที่สุด (optimization) อย่างไรก็ตามการใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดนั้น ค่าตอบที่ได้จะเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) บริเวณจุดเริ่มต้นและสุดท้ายที่แรงกระทำ ปัญหาดังกล่าวสามารถปรับแก้ได้โดยการใช้วิธีการเรกูลารีไรเซชัน (regularization) หรือเพิ่มค่าพารามิเตอร์ λ ในการคำนวณโดยจะทำการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดต่อไป และเพื่อลดเวลาในการคำนวณการคำนวณหาแรงหรือน้ำหนักถาวรทุกในแต่ละช่วงเวลาสั้นๆ จึงได้พัฒนาขึ้นโดยใช้วิธีการคำนวณแบบไดนามิกโปรแกรมมิ่ง โดยการสร้างสมการเวียนบังเกิดจากสมการเคลื่อนที่หรือสมการอนุพันธ์เพื่อใช้คำนวณหาค่าแรงในแต่ละช่วงเวลาสั้นๆ ในหัวข้อนี้หลักการคำนวณจะแบ่งเป็นหลักๆคือ การคำนวณหาผลตอบสนองของสะพานเนื่องจากรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานเพื่อนำไปศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ และการคำนวณหาน้ำหนักถาวรทุกเมื่อมีข้อมูลผลตอบสนองของสะพานเพื่อศึกษาการคำนวณหาน้ำหนักบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์และการทดสอบภาคสนามต่อไป

2.1 แบบจำลองสะพานภายใต้การเคลื่อนที่ผ่านของรถบรรทุก

เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพาน จะทำให้สะพานและรถบรรทุกเกิดการสั่นไหวส่งผลให้สะพานมีการแอ่นตัวและเกิดความเร่งขึ้น โดยค่าการแอ่นตัวและค่าความเร่งนี้เกิดจากปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งกันและกันระหว่างสะพานกับรถบรรทุก โดยมีความขรุขระของผิวถนนบนสะพานเป็นปัจจัยหลักทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในตัวรถบรรทุกแล้วส่งผลต่อแรงในเพลารถที่กระทำต่อตัวสะพาน



รูปที่ 2.1 รูปแบบจำลองระหว่างสะพานกับรถบรรทุก

เมื่อพิจารณารถบรรทุกเคลื่อนที่บนสะพานดังแบบจำลองแสดงในรูปที่ 2.1 โดยสะพานจะถูกจำลองรูปแบบเป็น 2 มิติ โดยมีจุดรองรับเป็นแบบธรรมดา และมีองศาความอิสระ (degree of freedom) คือ โหมดเนื่องจากการดัด (bending mode) ผลของความหน่วง (damping) จะถูกรวมเข้าไปในการวิเคราะห์ด้วย โดยจะคิดเป็นความหน่วงเชิงเส้นในรูปแบบโหมด (linear modal damping) L คือ ความยาวของสะพาน การสั่นไหวของสะพานสามารถเขียนได้เป็น $w(x,t)$ ซึ่งถูกสมมติให้เป็นผลรวมของโหมดของการสั่นไหว N โหมด จะได้สมการการเคลื่อนที่ที่เป็น

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) q_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.1)$$

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.2)$$

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (2.3)$$

โดยที่ $q(t)$ คือ เวกเตอร์ตำแหน่งเชิงโหมด

M คือ เมตริกซ์มวลเชิงโหมด (modal mass matrix)

C คือ เมตริกซ์ความหน่วงเชิงโหมด (modal damping matrix)

K คือ เมตริกซ์สติฟเนสเชิงโหมด (modal stiffness matrix)

$F(t)$ คือ เวกเตอร์แรงเชิงโหมด

ส่วนรถบรรทุกจะพิจารณารูปแบบให้อยู่ในระนาบ โดยมี 2 องศาความอิสระ (degree of freedom) ซึ่งลักษณะแบบจำลองของรถบรรทุกซึ่งจะทำให้รถบรรทุกสามารถสั่นไหวได้เฉพาะในแนวตั้งเท่านั้น โดยที่องศาความอิสระแรก จะอยู่ที่ปลายด้านหน้าของตัวรถและองศาความอิสระที่สอง จะอยู่ที่ปลายด้านหลังของตัวรถสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.1 โดยที่เพลาคู่หลังของรถบรรทุกจะถูกสมมติให้เสมือนเป็นเพลาคู่เดียว โดยระบบการ

สั่นไหวของเพลารถสามารถแทนได้ด้วยชุดของความหน่วงและสปริง โดยมีสมมติฐานว่าพฤติกรรมอยู่ในช่วงฮิสเตติกเชิงเส้น ดังนั้นค่าสตีเฟนของสปริงจึงสมมติให้เป็นค่าคงที่ ส่วนการจำลองรูปแบบมวลของรถบรรทุก จะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นมวลของรถและส่วนที่เป็นมวลของการบรรทุกสิ่งของ มวลของรถจะแทนด้วย M_1 และมวลส่วนที่บรรทุกสิ่งของจะแทนด้วย M_2

จากรูปที่ 2.1 จะแสดงระยะต่าง ๆ ของตัวรถ โดยที่ a คือ ระยะทางที่ยื่นออกไปด้านหน้า c คือ ระยะทางที่ยื่นออกไปด้านหลัง s คือ ระยะห่างระหว่างเพล l_1 คือ ความยาวของตัวรถทั้งหมด l_2 คือ ความยาวของส่วนที่ใช้บรรทุกของ k_f และ k_r คือ สตีเฟนของสปริงที่เพลหน้าและเพลหลังตามลำดับ c_f และ c_r คือ ความหน่วงที่เพลหน้าและเพลหลังตามลำดับ

สมการการเคลื่อนที่ของปฏิริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน สามารถหาได้จากสมการของลากรานจ์ (Lagrange equation) ในการศึกษาครั้งนี้จะสมมุติจำนวนโหมดการสั่นไหวของสะพานเป็น 3 โหมด ซึ่งพิจารณาจากการแอนตัวในแนวตั้งของสะพานในโหมดของการตัด โดยถูกเลือกเป็นพิกัดทั่วไป (generalized coordinates) q_1 , q_2 และ q_3 ขณะที่ทำการแอนตัวสัมบูรณ์ของรถที่ตำแหน่งด้านหน้าและด้านหลัง จะกำหนดให้เป็น u_f และ u_r ตามลำดับ ซึ่งทฤษฎีและหลักการในการสร้างสมการการเคลื่อนที่ของปฏิริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน ได้อ้างอิงมาจากการวิจัยของ Polakit (2003)

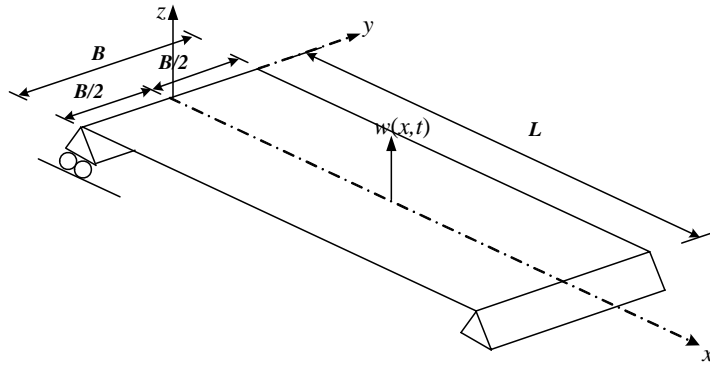
ซึ่งจากการแก้สมการการเคลื่อนที่ของปฏิริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน ก็จะสามารถหาการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวตั้งของสะพานซึ่งเป็นพิกัดทั่วไป ในแต่ละโหมดของการตัดได้ และจะสามารถหาการสั่นไหวของสะพาน ได้จากสมการที่ 2.1 ซึ่งนำไปสู่ค่าความเร่งของสะพานต่อไป

การสร้างแบบจำลองปฏิริยาตอบสนอง ระหว่างสะพานกับรถบรรทุกเริ่มต้นจากจำลองรูปแบบสะพานและจำลองรูปแบบรถบรรทุกโดยพิจารณาแยกกัน ต่อมานำแบบจำลองทั้งสองมาพิจารณาร่วมกันโดยมีผลของความขรุขระของผิวทางรวมอยู่ในการพิจารณาด้วย ซึ่งการวิเคราะห์จะใช้สมการของลากรานจ์ (Lagrange's equation) ในการสร้างสมการการกระจัดของแบบจำลอง

2.1.1 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของสะพาน

สะพานจะถูกจำลองรูปแบบเป็น 2 มิติ โดยมีจุดรองรับเป็นแบบธรรมดา และมีโหมดของการสั่นไหว 3 โหมดคือ โหมดเนื่องจากการตัด (bending mode) 3 โหมด ผลของความหน่วง (damping) จะถูกรวมเข้าไปใน การวิเคราะห์ด้วย โดยจะคิดเป็นความหน่วงเชิงเส้นในรูปแบบโหมด (linear modal damping) แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของสะพาน

กำหนดแกนพิกัด $x - z$ ดังรูปที่ 2.2 โดยที่ B คือ ความกว้างของสะพาน และ L คือ ความยาวของสะพาน การสั่นไหวของสะพานสามารถเขียนได้เป็น $w(x,t)$ ซึ่งถูกกำหนดให้เป็นผลรวมของโหมดของการสั่นไหว 3 โหมด



รูปที่ 2.2 แบบจำลองสะพาน

$$w(x,t) = \phi_1(x)q_1(t) + \phi_2(x)q_2(t) + \phi_3(x)q_3(t) \quad (2.4)$$

โดยที่

$$\phi_1(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.5)$$

$$\phi_2(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \quad (2.6)$$

$$\phi_3(x) = \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right) \quad (2.7)$$

จากสมการ (2.5) - (2.7) $\phi_1(x), \phi_2(x), \phi_3(x)$ คือ ฟังก์ชันลักษณะ (shape function) ของโหมดการดัดโหมดที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งเกิดขึ้นในการสั่นไหวของสะพาน ดังรูปที่ 2.3

สมการการสั่นไหวของสะพานสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b \mathbf{q} = 0 \quad (2.8)$$

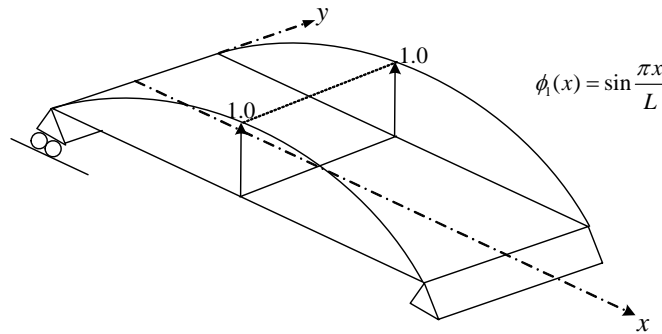
โดยที่ $\mathbf{M}_b = [m_{ij}]$ สำหรับ $i, j \in \{1, 2, 3\}$

สัมประสิทธิ์ของมวล (mass coefficient) m_{ij} ของสะพานสามารถหาได้จาก

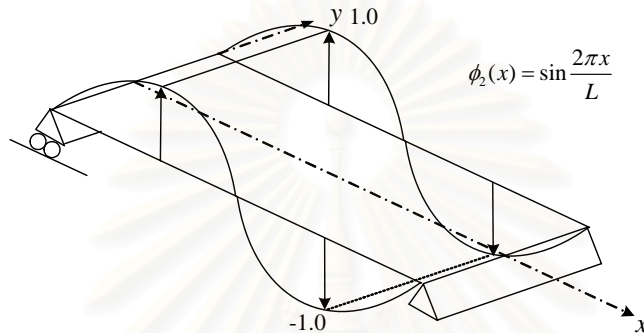
$$m_{ij} = \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L m(x,y) \phi_i(x) \phi_j(x) dx dy \quad (2.9)$$

จากการพิจารณาว่าสะพานมีการกระจายหน้าตัดอย่างสม่ำเสมอ มวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ $m(x,y)$ สามารถพิจารณาเป็นค่าคงที่ได้คือ m_0 ดังนั้นสมการ (2.9) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

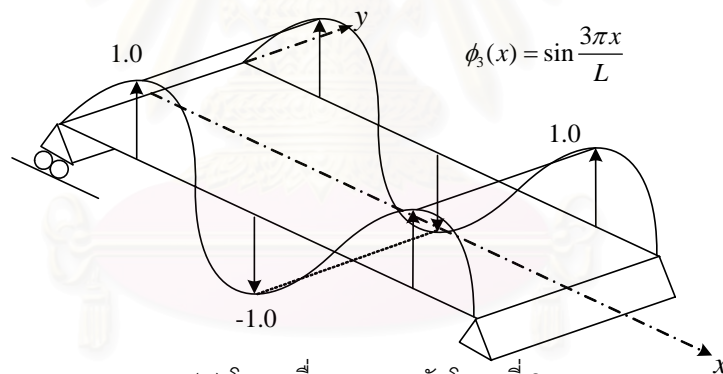
$$m_{ij} = m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) dx dy \quad (2.10)$$



(ก) โหมดเนื่องจากการดัดโหมดที่ 1



(ข) โหมดเนื่องจากการดัดโหมดที่ 2



(ค) โหมดเนื่องจากการดัดโหมดที่ 3

รูปที่ 2.3 รูปแบบโหมดพื้นฐานของสะพานที่ใช้ในการศึกษา

เนื่องจากคุณสมบัติการตั้งฉากกัน (orthogonality property) ของฟังก์ชันพื้นฐานทำให้ค่านอกแนวทแยง (off-diagonal) ของเมตริกซ์มวล (mass matrix) เท่ากับศูนย์ และเมตริกซ์มวลมีความสมมาตร ดังนั้นจากสมการ (2.10) เมตริกซ์มวลเชิงโหมด (modal mass matrix) สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} \mu_1 & & \\ & \mu_2 & \\ & & \mu_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

โดยที่ $\mu_1 = m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \phi_1^2(x) dx dy$ คือ มวลเชิงโหมด (modal mass) ของโหมดการดัดโหมดที่ 1

$\mu_2 = m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \phi_2^2(x) dx dy$ คือ มวลเชิงโหมด (modal mass) ของโหมดการดัดโหมดที่ 2

$$\mu_3 = m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \phi_3^2(x) dx dy \quad \text{คือ มวลเชิงโหมด (modal mass) ของโหมดการดัดโหมดที่ 3}$$

จากการวิเคราะห์เชิงโหมด (modal analysis) เราสามารถหาเมตริกซ์สติฟเนสเชิงโหมด (modal stiffness matrix) และเมตริกซ์ความหน่วงเชิงโหมด (modal damping matrix) ได้โดยที่ค่านอกแนวทแยงของเมตริกซ์สติฟเนสเชิงโหมดและเมตริกซ์ความหน่วงเชิงโหมดเท่ากับศูนย์

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} \mu_1 \omega_1^2 & & \\ & \mu_2 \omega_2^2 & \\ & & \mu_3 \omega_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \mu_1 \omega_1 & & \\ & 2\xi_2 \mu_2 \omega_2 & \\ & & 2\xi_3 \mu_3 \omega_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

โดยที่	ω_1	คือ	ความถี่ธรรมชาติเชิงมุมของโหมดการดัดโหมดที่ 1
	ω_2	คือ	ความถี่ธรรมชาติเชิงมุมของโหมดการดัดโหมดที่ 2
	ω_3	คือ	ความถี่ธรรมชาติเชิงมุมของโหมดการดัดโหมดที่ 3
	ξ_1	คือ	สัดส่วนความหน่วง (damping ratio) ของโหมดการดัดโหมดที่ 1
	ξ_2	คือ	สัดส่วนความหน่วง (damping ratio) ของโหมดการดัดโหมดที่ 2
	ξ_3	คือ	สัดส่วนความหน่วง (damping ratio) ของโหมดการดัดโหมดที่ 3

2.1.2 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของรถบรรทุก

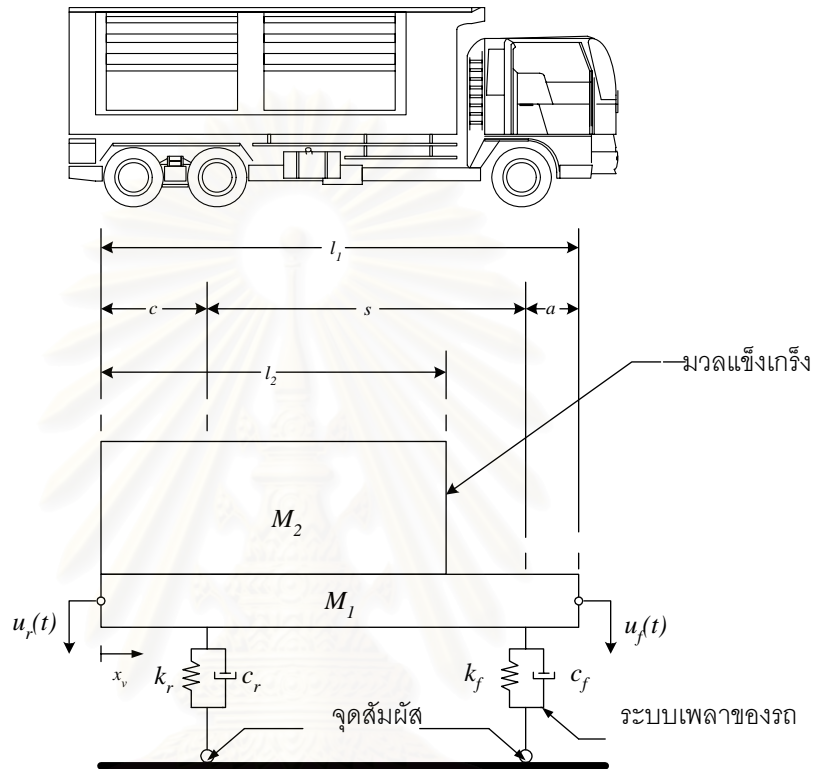
เราจะพิจารณารูปแบบของรถบรรทุกให้อยู่ในระนาบ โดยมี 2 ระดับชั้นความเสถียรซึ่งระดับชั้นความเสถียรแรกจะอยู่ที่ปลายด้านหน้าของตัวรถ (u_f) และระดับชั้นความเสถียรที่สองจะอยู่ที่ปลายด้านหลังของตัวรถ (u_r) ซึ่งลักษณะแบบจำลองของรถบรรทุก สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.4 เพลาคู่หลังของรถบรรทุกจะถูกนำมาพิจารณาในลักษณะของเพลาคู่เดียว

ระบบการสั่นไหวของเพลารถสามารถแทนได้ด้วยชุดของความหน่วงและสปริง โดยมีสมมติฐานว่าพฤติกรรมอยู่ในช่วงอิลาสติกเชิงเส้น ดังนั้นค่าสติฟเนสของสปริงจึงสมมติให้เป็นค่าคงที่ การจำลองรูปแบบมวลของรถบรรทุก จะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นมวลของรถ (M_1) และส่วนที่เป็นมวลของการบรรทุก (M_2)

จากรูปที่ 2.4 จะแสดงระยะต่าง ๆ ของตัวรถ โดยที่ a คือ ระยะทางที่ยื่นออกไปด้านหน้า c คือ ระยะทางที่ยื่นออกไปด้านหลัง s คือ ระยะห่างระหว่างเพลาคู่ l_f คือ ความยาวของตัวรถทั้งหมด l_2 คือ ความยาวของส่วนที่ใช้บรรทุกของ k_f และ k_r คือ สติฟเนสของสปริงที่เพลาคู่หน้าและเพลาคู่หลังตามลำดับ c_f และ c_r คือ ความหน่วงที่เพลาคู่หน้าและเพลาคู่หลังตามลำดับ

การสั่นไหวของตัวรถบรรทุกสามารถอธิบายโดยผ่านสมการการเคลื่อนที่ของลากรานจ์ (Lagrange's equation) พลังงานและงานเนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative force) จะถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบของ พิกัดทั่วไป (generalized coordinate) และอนุพันธ์ของตัวแปรเทียบกับเวลา ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \tag{2.14}$$



รูปที่ 2.4 รูปแบบจำลองของรถบรรทุก

โดยที่	T	คือ	พลังงานจลน์ทั้งหมดของระบบ
	V	คือ	พลังงานศักย์ทั้งหมดของระบบ
	q_i	คือ	พิกัดทั่วไป (generalized coordinates)
	Q_i	คือ	แรงทั่วไป (generalized force) ที่สอดคล้องกับ q_i

จากสมมติฐานว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของรถเนื่องจากการดัด เราสามารถแสดงการกระจัดสัมบูรณ์ (absolute displacement) และอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของการกระจัดสัมบูรณ์เทียบกับเวลา ที่จุดใด ๆ ตามแกนของรถในรูปแบบของ u_f และ u_r ดังสมการ

$$u(x_v, t) = u_r + (u_f - u_r) \frac{x_v}{l_1} \tag{2.15}$$

$$\dot{u}(x_v, t) = \dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{x_v}{l_1} \tag{2.16}$$

โดยที่	u_f	คือ	การกระจัดสัมบูรณ์ในแนวดิ่งของตัวรถด้านหน้า
	u_r	คือ	การกระจัดสัมบูรณ์ในแนวดิ่งของตัวรถด้านหลัง
	\dot{u}_f	คือ	อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ u_f เทียบกับเวลา

\dot{u}_r คือ อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ u_r เทียบกับเวลา
 x_v คือ ระยะทางที่วัดจากปลายด้านหลังไปตามแนวยาวของรถ

แทนระยะทางของเพลาหน้าและเพลาหลังที่วัดจากปลายท้ายของรถ ลงไปในสมการ (2.15) จะได้

$$u(x_{vf}, t) = u_r + (u_f - u_r) \frac{c+s}{l_1} \quad (2.17)$$

$$u(x_{vr}, t) = u_r + (u_f - u_r) \frac{c}{l_1} \quad (2.18)$$

จากสมมติฐานว่าตัวรถสั้นไหวในทิศทางในแนวตั้งและไม่มีภาระจัดในแนวราบ เมื่อเกิดการสั้นไหวอย่างอิสระ ดังนั้นพลังงานจลน์ของการเคลื่อนที่ของตัวรถสามารถหาได้จากการอินทิเกรตพลังงานจลน์ของแต่ละจุดไปตามแนวแกนรถ พิจารณาสมการ (2.16) พลังงานจลน์ของตัวรถสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{M_1}{l_1} \right) \int_0^{l_1} \left(\frac{\partial u(x_v, t)}{\partial t} \right)^2 dx_v + \frac{1}{2} \left(\frac{M_2}{l_2} \right) \int_0^{l_2} \left(\frac{\partial u(x_v, t)}{\partial t} \right)^2 dx_v \quad (2.19)$$

ในขณะที่รถมีการสั้นไหวขึ้นลงในแนวตั้ง สปริงจะเกิดการยืดและหด ซึ่งสิ่งนี้จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่เก็บสะสมอยู่ในสปริง และเมื่อรวมผลของพลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของมวลแข็งเกร็งของตัวรถ เราสามารถเขียนพลังงานศักย์ทั้งหมดของระบบได้ดังสมการ

$$V = \frac{1}{2} k_f u^2(x_{vf}, t) + \frac{1}{2} k_r u^2(x_{vr}, t) + N_f u(x_{vf}, t) + N_r u(x_{vr}, t) - \left(\frac{M_1 g}{l_1} \right) \int_0^{l_1} u(x_v, t) dx_v - \left(\frac{M_2 g}{l_2} \right) \int_0^{l_2} u(x_v, t) dx_v \quad (2.20)$$

โดยที่ N_f และ N_r คือ แรงสถิตของเพลาหน้าและเพลาหลังตามลำดับ

จากหลักการของงานสมมติ ถ้าที่เวลา t ใดๆ เรากำหนดให้ตัวรถมีการกระจัดสมมติในแนวตั้ง $\delta u(x_{vf}, t)$ และ $\delta u(x_{vr}, t)$ ที่ตำแหน่งเพลาหน้าและตำแหน่งเพลาหลัง งานสมมติของแรงไม่อนุรักษ์เนื่องจากความหน่วง (nonconservative damping force) สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\delta W_{nc} = -c_f \dot{u}(x_{vf}, t) \delta u(x_{vf}, t) - c_r \dot{u}(x_{vr}, t) \delta u(x_{vr}, t) \quad (2.21)$$

โดยทั่วไป งานสมมติจะเขียนอยู่ในรูปแบบของแรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative force) และการกระจัดสมมติ (virtual displacement) ดังสมการ

$$\delta W_{nc} = U_f \delta u_f + U_r \delta u_r \quad (2.22)$$

จากการจัดรูปแบบสมการ (2.21) ตามสมการ (2.22) จะได้แรงทั่วไป (generalized force) ดังสมการ

$$U_f = -c_f \frac{c+s}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} \right] - c_r \frac{c}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} \right] \quad (2.23)$$

$$U_r = -c_f \frac{a}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} \right] - c_r \frac{a+s}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} \right]$$

โดยการแทนสมการ (2.19), (2.20) และ (2.23) ลงในสมการ (2.14) จะได้สมการการกระจัดซึ่งอธิบายถึงลักษณะของการสั้นไหวของรถ สมการการกระจัดสามารถจัดในรูปแบบของเมตริกซ์ได้ดังแสดง

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_f \\ \ddot{u}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_f \\ \dot{u}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

โดยที่

$$m_{11} = \frac{M_1}{3} + \frac{M_2 l_2^2}{3l_1^2} \quad m_{22} = \frac{M_1}{3} + \frac{M_2}{2} \left(2 - \frac{2l_2}{l_1} + \frac{2l_2^2}{3l_1^2} \right)$$

$$m_{12} = m_{21} = \frac{M_1}{6} + \frac{M_2}{2} \left(\frac{l_2}{l_1} - \frac{2l_2^2}{3l_1^2} \right) \quad (2.25 \text{ ก-ค})$$

$$c_{11} = c_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right)^2 + c_r \left(\frac{c}{l_1} \right)^2 \quad c_{22} = c_f \left(\frac{a}{l_1} \right)^2 + c_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right)^2$$

$$c_{12} = c_{21} = c_f \left(\frac{a}{l_1} \right) \left(\frac{c+s}{l_1} \right) + c_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right) \left(\frac{c}{l_1} \right) \quad (2.26 \text{ ก-ค})$$

$$k_{11} = k_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right)^2 + k_r \left(\frac{c}{l_1} \right)^2 \quad k_{22} = k_f \left(\frac{a}{l_1} \right)^2 + k_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right)^2$$

$$k_{12} = k_{21} = k_f \left(\frac{a}{l_1} \right) \left(\frac{c+s}{l_1} \right) + k_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right) \left(\frac{c}{l_1} \right) \quad (2.27 \text{ ก-ค})$$

2.1.3 แบบจำลองและการสร้างสมการการกระจัดของปฏิริยาตอบสนองซึ่งกันและกันระหว่างสะพานกับรถบรรทุก

แบบจำลองของสะพานกับรถบรรทุก ที่ได้กล่าวถึงในหัวข้อ (2.2.1) และ (2.2.2) จะถูกนำมาพิจารณาด้วยกัน นอกจากนี้เพื่อที่จะทำให้ปฏิริยาตอบสนองซึ่งกันและกันระหว่างสะพานกับรถบรรทุกมีความใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้น ความขรุขระของผิวถนนบนสะพานจึงถูกนำมาพิจารณาด้วย

จากการศึกษาพบว่าความขรุขระของผิวถนนบนสะพานเป็นสาเหตุหลักที่มีอิทธิพลต่อปฏิริยาตอบสนองการสั่นไหวของสะพานและรถบรรทุก ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ได้ใช้สมการที่ใช้ในการหาความขรุขระของผิวถนนบนสะพานประเภท B โดยใช้มาตรฐาน ISO 8606 (ISO, 1995)

$$S_d(f) = S_d(f_0) \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-\alpha}, \quad f_0 = 0.1, \quad \alpha = 2 \quad (2.28)$$

โดยที่ f คือ ความถี่ของความขรุขระ (รอบ/เมตร)

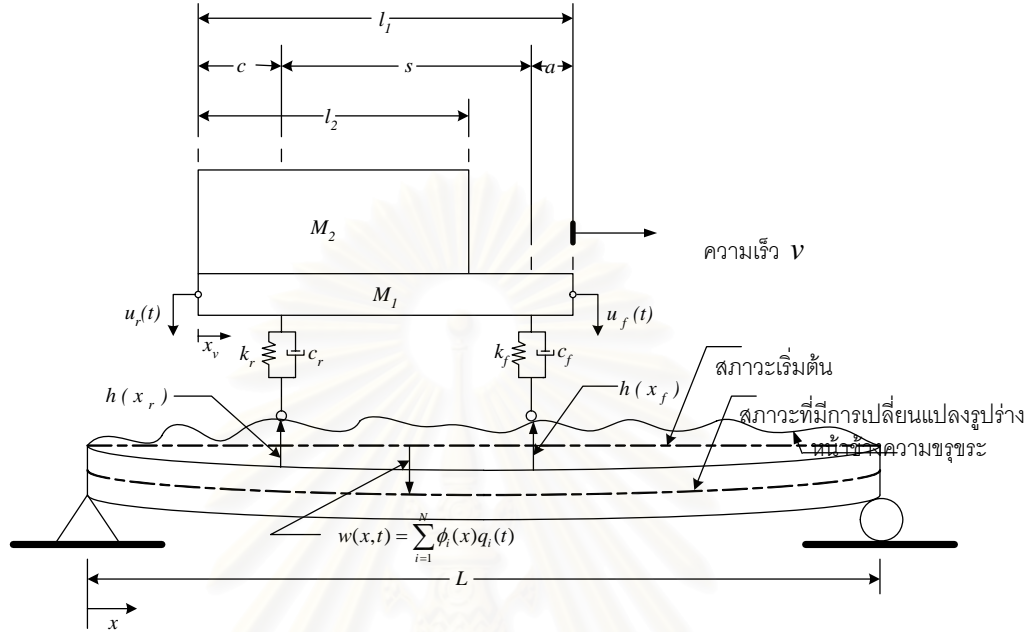
จากสมการ 2.28 เราสามารถนำมาใช้เพื่อจำลองหน้าข้างความขรุขระของสะพาน (bridge roughness profile) ได้โดยทำการเขียนกราฟระหว่าง S_d กับ f ซึ่งระดับของความขรุขระบนสะพานที่ระยะ x ใดๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$h(x) = \sum_{i=1}^N \bar{S}_d(i) \cos(2\pi f_i x + r_i)$$

$$\bar{S}_d(i) = \sqrt{4S(f_i)\Delta f}, \quad f_i = i\Delta f \quad (2.29)$$

โดยที่ $h(x)$ คือ ระดับของความขรุขระบนสะพานที่ระยะ x ใดๆ
 f_i คือ ค่า f ที่จุดกึ่งกลางของช่วงที่ i
 r_i คือ ค่าตัวเลขสุ่ม (random number) ของช่วงที่ i

พิจารณารูปที่ 2.5 แบบจำลองของรถบรรทุกที่มี 2 ระดับชั้นความเร็ว จะถูกวางอยู่บนสะพานและเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ v ซึ่งระยะจากจุดเริ่มต้นบนสะพานจะแทนด้วย x หน้าข้างของสะพานซึ่งกำหนดให้ $h_f(t)$ และ $h_r(t)$ ดังรูปที่ 2.5 เป็นระดับของความขรุขระบนสะพานที่ตำแหน่งล้อหน้าและล้อหลังตามลำดับ จะถูกนำมารวมในสมการอนุพันธ์การกระจัดของแบบจำลองปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน



รูปที่ 2.5 รูปแบบจำลองระหว่างสะพานกับรถบรรทุก

สมการการกระจัดของปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งกันและกัน สามารถหาได้จากสมการของลากรางจ์ การกระจัดในแนวตั้งของสะพานในโหมดของการตัดจะถูกเลือกเป็นพิกัดทั่วไป (generalized coordinates) q_1, q_2 และ q_3 ขณะที่การกระจัดสัมบูรณ์ของรถที่ตำแหน่งด้านหน้าและด้านหลัง จะกำหนดให้เป็น u_f และ u_r ตามลำดับ

พลังงานจลน์ทั้งหมด ซึ่งเป็นผลรวมของพลังงานจลน์เนื่องมาจากการสั่นไหวของสะพานและการกระจัดของรถ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งเทียบกับเวลาของพิกัดทั่วไป 5 ตัว $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{u}_f$ และ \dot{u}_r ได้ ดังนั้นพลังงานจลน์ของระบบคือ

$$T = \frac{1}{2} m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx dy + \frac{1}{2} \left(\frac{M_1}{l_1} \right) \int_0^{l_1} \left(\frac{\partial u(x_v, t)}{\partial t} \right)^2 dx_v + \frac{1}{2} \left(\frac{M_2}{l_2} \right) \int_0^{l_2} \left(\frac{\partial u(x_v, t)}{\partial t} \right)^2 dx_v + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v^2 \quad (2.30)$$

แทนสมการ (2.4) , (2.16) ลงในสมการ (2.30) และกระจายพจน์ต่างๆออกมาจะได้

$$T = \frac{1}{2} m_0 \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^L \left(\begin{aligned} &\dot{q}_1^2 \phi_1^2(x) + \dot{q}_2^2 \phi_2^2(x) + \dot{q}_3^2 \phi_3^2(x) \\ &+ 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 \phi_1(x) \phi_2(x) + 2\dot{q}_1 \dot{q}_3 \phi_1(x) \phi_3(x) \\ &+ 2\dot{q}_2 \dot{q}_3 \phi_2(x) \phi_3(x) \end{aligned} \right) dx dy + \frac{1}{2} \left(\frac{M_1}{l_1} \right) \int_0^{l_1} \left(\dot{u}_r^2 + 2\dot{u}_r (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{x_v}{l_1} + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{x_v^2}{l_1^2} \right) dx_v + \frac{1}{2} \left(\frac{M_2}{l_2} \right) \int_0^{l_2} \left(\dot{u}_r^2 + 2\dot{u}_r (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{x_v}{l_1} + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{x_v^2}{l_1^2} \right) dx_v + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) v^2 \quad (2.31)$$

การกระจัดในแนวราบของรถนี้จะก่อให้เกิดพลังงานจลน์ขึ้นมาบางส่วน แต่จะไม่มีผลต่อการหาอนุพันธ์ของสมการการกระจัด จากสมการ (2.31) พจน์สุดท้ายซึ่งหมายถึงพลังงานจลน์ของการกระจัดในแนวราบจะหายไปหลังจากการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับพิกัดทั่วไป

พลังงานศักย์ของระบบจะประกอบด้วยพลังงานความเครียดที่เก็บสะสมอยู่ในการเปลี่ยนรูปของสะพานในรูปแบบของพิกัดเชิงโหมด (modal coordinates) พลังงานศักย์ยืดหยุ่นที่อยู่ในสปริงของรถ และพลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของการกระจัดในแนวตั้งของมวลแข็งเกร็งของรถ ดังนั้นพลังงานศักย์ทั้งหมดคือ

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{2} \mu_1 \omega_1^2 q_1^2 + \frac{1}{2} \mu_2 \omega_2^2 q_2^2 + \frac{1}{2} \mu_3 \omega_3^2 q_3^2 + \frac{1}{2} k_f (u(x_{vf}, t) - w(x_f, t) + h(x_f))^2 \\
 & + \frac{1}{2} k_r (u(x_{vr}, t) - w(x_r, t) + h(x_r))^2 + N_f (u(x_{vf}, t) - w(x_f, t) + h(x_f)) \\
 & + N_r (u(x_{vr}, t) - w(x_r, t) + h(x_r)) - \left(\frac{M_1 g}{l_1} \right) \int_0^{l_1} u(x_v, t) dx_v - \left(\frac{M_2 g}{l_2} \right) \int_0^{l_2} u(x_v, t) dx_v
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

การกระจัดในแนวตั้งของสะพานที่ตำแหน่งล้อหน้าและล้อหลังสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$w(x_f, t) = \phi_1(x_f) q_1(t) + \phi_2(x_f) q_2(t) + \phi_3(x_f) q_3(t) \quad (2.33)$$

$$w(x_r, t) = \phi_1(x_r) q_1(t) + \phi_2(x_r) q_2(t) + \phi_3(x_r) q_3(t) \quad (2.34)$$

โดยที่ x_f คือ การกระจัดในแนวราบที่ตำแหน่งล้อหน้า

x_r คือ การกระจัดในแนวราบที่ตำแหน่งล้อหลัง

จากสมการ (2.1ก), (2.1), (2.1ค), (2.33) และ (2.34) สามารถขยายพจน์ของพลังงานศักย์ได้ดังสมการ

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{2} \mu_1 \omega_1^2 q_1^2 + \frac{1}{2} \mu_2 \omega_2^2 q_2^2 + \frac{1}{2} \mu_3 \omega_3^2 q_3^2 \\
 & + \frac{1}{2} k_f \left(u_r + (u_f - u_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} q_1 - \phi_{2f} q_2 - \phi_{3f} q_3 + h_f \right)^2 \\
 & + \frac{1}{2} k_r \left(u_r + (u_f - u_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} q_1 - \phi_{2r} q_2 - \phi_{3r} q_3 + h_r \right)^2 \\
 & + N_f \left(u_r + (u_f - u_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} q_1 - \phi_{2f} q_2 - \phi_{3f} q_3 + h_f \right) \\
 & + N_r \left(u_r + (u_f - u_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} q_1 - \phi_{2r} q_2 - \phi_{3r} q_3 + h_r \right) \\
 & - \left[\frac{M_1 g}{2} + \frac{M_2 g}{2} \left(\frac{l_2}{l_1} \right) \right] u_f - \left[\frac{M_1 g}{2} + \frac{M_2 g}{2} \left(2 - \frac{l_2}{l_1} \right) \right] u_r
 \end{aligned} \quad (2.35)$$

โดยที่ ϕ_{if} คือ $\phi_i(x_f) \quad i = 1, 2, 3$

ϕ_{ir} คือ $\phi_i(x_r) \quad i = 1, 2, 3$

h_f คือ ระดับของความขรุขระที่ตำแหน่งล้อหน้า

h_r คือ ระดับของความขรุขระที่ตำแหน่งล้อหลัง

งานสมมติอันเนื่องมาจากแรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative forces) เช่น แรงหน่วง (damping forces) ที่ถูกกำหนดโดย $\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta u_f$ และ δu_r สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \delta W_{nc} = & -c_f \left[\dot{u}(x_{vf}, t) - \dot{w}(x_f, t) + \dot{h}(x_f) \right] \delta \left[u(x_{vf}, t) - w(x_f, t) + h(x_f) \right] \\ & - c_r \left[\dot{u}(x_{vr}, t) - \dot{w}(x_r, t) + \dot{h}(x_r) \right] \delta \left[u(x_{vr}, t) - w(x_r, t) + h(x_r) \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \delta W_{nc} = & -2\xi_1 \mu_1 \omega_1 \dot{q}_1 \delta q_1 - 2\xi_2 \mu_2 \omega_2 \dot{q}_2 \delta q_2 - 2\xi_3 \mu_3 \omega_3 \dot{q}_3 \delta q_3 \\ & - c_f \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] \times \\ & \left[\delta u_r + (\delta u_f - \delta u_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \delta q_1 - \phi_{2f} \delta q_2 - \phi_{3f} \delta q_3 + h_f \right] \\ & - c_r \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \times \\ & \left[\delta u_r + (\delta u_f - \delta u_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \delta q_1 - \phi_{2r} \delta q_2 - \phi_{3r} \delta q_3 + h_r \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

จากการหาอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการ (2.37) เทียบกับ $\delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, \delta u_f$ และ δu_r จะได้ Q_1, Q_2, Q_3, U_f และ U_r ดังสมการ (2.38ก)-(2.38จ) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} Q_1 = & c_f \phi_{1f} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] + \\ & c_r \phi_{1r} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \end{aligned} \quad (2.38ก)$$

$$\begin{aligned} Q_2 = & c_f \phi_{2f} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] + \\ & c_r \phi_{2r} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \end{aligned} \quad (2.38ข)$$

$$\begin{aligned} Q_3 = & c_f \phi_{3f} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] + \\ & c_r \phi_{3r} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \end{aligned} \quad (2.38ค)$$

$$\begin{aligned} U_f = & -c_f \frac{c+s}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] \\ & - c_r \frac{c}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \end{aligned} \quad (2.38ง)$$

$$\begin{aligned} U_r = & -c_f \frac{a}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c+s}{l_1} - \phi_{1f} \dot{q}_1 - \phi_{2f} \dot{q}_2 - \phi_{3f} \dot{q}_3 + \dot{h}_f \right] \\ & - c_r \frac{a+s}{l_1} \left[\dot{u}_r + (\dot{u}_f - \dot{u}_r) \frac{c}{l_1} - \phi_{1r} \dot{q}_1 - \phi_{2r} \dot{q}_2 - \phi_{3r} \dot{q}_3 + \dot{h}_r \right] \end{aligned} \quad (2.38จ)$$

จากการแทนสมการ (2.31), (2.35) และ (2.38ก-2.38จ) ลงในสมการ (2.14) จะได้สมการการสั่นไหวในรูปแบบของเมตริกซ์ ดังสมการ (2.39)

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & m_{45} \\ 0 & 0 & 0 & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{u}_f \\ \ddot{u}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{u}_f \\ \dot{u}_r \end{Bmatrix}$$

(2.39)

$$+ \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ u_f \\ u_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_f \\ p_r \end{Bmatrix}$$

โดยที่ $m_{11} = \mu_1$ $m_{22} = \mu_2$ $m_{33} = \mu_3$

$$m_{44} = \frac{M_1}{3} + \frac{M_2 l_2^2}{3l_1^2}$$

$$m_{45} = m_{54} = \frac{M_1}{6} + \frac{M_2}{2} \left(\frac{l_2}{l_1} - \frac{2l_2^2}{3l_1^2} \right)$$

$$m_{55} = \frac{M_1}{3} + \frac{M_2}{2} \left(2 - \frac{2l_2}{l_1} + \frac{2l_2^2}{3l_1^2} \right)$$

$$c_{11} = 2\xi_1 \mu_1 \omega_1 + c_f \phi_{1f}^2 + c_r \phi_{1r}^2$$

$$c_{12} = c_{21} = c_f \phi_{1f} \phi_{2f} + c_r \phi_{1r} \phi_{2r}$$

$$c_{13} = c_{31} = c_f \phi_{1f} \phi_{3f} + c_r \phi_{1r} \phi_{3r}$$

$$c_{14} = c_{41} = - \left[c_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{1f} + c_r \frac{c}{l_1} \phi_{1r} \right]$$

$$c_{15} = c_{51} = - \left[c_f \frac{a}{l_1} \phi_{1f} + c_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{1r} \right]$$

$$c_{22} = 2\xi_2 \mu_2 \omega_2 + c_f \phi_{2f}^2 + c_r \phi_{2r}^2$$

$$c_{23} = c_{32} = c_f \phi_{2f} \phi_{3f} + c_r \phi_{2r} \phi_{3r}$$

$$c_{24} = c_{42} = - \left[c_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{2f} + c_r \frac{c}{l_1} \phi_{2r} \right]$$

$$c_{25} = c_{52} = - \left[c_f \frac{a}{l_1} \phi_{2f} + c_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{2r} \right]$$

$$c_{33} = 2\xi_3 \mu_3 \omega_3 + c_f \phi_{3f}^2 + c_r \phi_{3r}^2$$

$$c_{34} = c_{43} = - \left[c_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{3f} + c_r \frac{c}{l_1} \phi_{3r} \right]$$

$$c_{35} = c_{53} = - \left[c_f \frac{a}{l_1} \phi_{3f} + c_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{3r} \right]$$

$$c_{44} = c_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right)^2 + c_r \left(\frac{c}{l_1} \right)^2$$

$$c_{55} = c_f \left(\frac{a}{l_1} \right)^2 + c_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right)^2$$

$$c_{45} = c_{54} = c_f \left(\frac{a}{l_1} \right) \left(\frac{c+s}{l_1} \right) + c_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right) \left(\frac{c}{l_1} \right)$$

$$k_{11} = \mu_1 \omega_1^2 + k_f \phi_{1f}^2 + k_r \phi_{1r}^2$$

$$k_{12} = k_{21} = k_f \phi_{1f} \phi_{2f} + k_r \phi_{1r} \phi_{2r}$$

$$k_{13} = k_{31} = k_f \phi_{1f} \phi_{3f} + k_r \phi_{1r} \phi_{3r}$$

$$k_{14} = k_{41} = - \left[k_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{1f} + k_r \frac{c}{l_1} \phi_{1r} \right]$$

$$k_{15} = k_{51} = - \left[k_f \frac{a}{l_1} \phi_{1f} + k_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{1r} \right]$$

$$k_{22} = \mu_2 \omega_2^2 + k_f \phi_{2f}^2 + k_r \phi_{2r}^2$$

$$k_{23} = k_{32} = k_f \phi_{2f} \phi_{3f} + k_r \phi_{2r} \phi_{3r}$$

$$k_{24} = k_{42} = - \left[k_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{2f} + k_r \frac{c}{l_1} \phi_{2r} \right]$$

$$k_{25} = k_{52} = - \left[k_f \frac{a}{l_1} \phi_{2f} + k_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{2r} \right]$$

$$k_{33} = \mu_3 \omega_3^2 + k_f \phi_{3f}^2 + k_r \phi_{3r}^2$$

$$k_{34} = k_{43} = - \left[k_f \frac{c+s}{l_1} \phi_{3f} + k_r \frac{c}{l_1} \phi_{3r} \right]$$

$$k_{35} = k_{53} = - \left[k_f \frac{a}{l_1} \phi_{3f} + k_r \frac{a+s}{l_1} \phi_{3r} \right]$$

$$k_{44} = k_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right)^2 + k_r \left(\frac{c}{l_1} \right)^2$$

$$k_{55} = k_f \left(\frac{a}{l_1} \right)^2 + k_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right)^2$$

$$k_{45} = k_{54} = k_f \left(\frac{a}{l_1} \right) \left(\frac{c+s}{l_1} \right) + k_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right) \left(\frac{c}{l_1} \right)$$

$$p_1 = (N_f + k_f h_f + c_f \dot{h}_f) \phi_{1f} + (N_r + k_r h_r + c_r \dot{h}_r) \phi_{1r}$$

$$p_2 = (N_f + k_f h_f + c_f \dot{h}_f) \phi_{2f} + (N_r + k_r h_r + c_r \dot{h}_r) \phi_{2r}$$

$$p_3 = (N_f + k_f h_f + c_f \dot{h}_f) \phi_{3f} + (N_r + k_r h_r + c_r \dot{h}_r) \phi_{3r}$$

$$p_f = -k_f h_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right) - k_r h_r \left(\frac{c}{l_1} \right) - c_f \dot{h}_f \left(\frac{c+s}{l_1} \right) - c_r \dot{h}_r \left(\frac{c}{l_1} \right)$$

$$p_r = -k_f h_f \left(\frac{a}{l_1} \right) - k_r h_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right) - c_f \dot{h}_f \left(\frac{a}{l_1} \right) - c_r \dot{h}_r \left(\frac{a+s}{l_1} \right)$$

2.1.4 ค่าแรงในเฟลอรอบรรทุก ความเครียด การแอ่นตัวและความเร่งของสะพาน

จากสมการการกระจัดระหว่างสะพานกับรถบรรทุกที่ได้นั้น สามารถคำนวณสมการเคลื่อนที่ของปฏิกริยาตอบสนองซึ่งกันและกันโดยใช้สมการลากรางจ์ ในการศึกษาครั้งนี้จะสมมุติจำนวนโหมดการสั่นไหวของสะพานซึ่งพิจารณาจากการแอ่นตัวในแนวตั้งของสะพานในโหมดของการตัด 3 โหมด โดยถูกเลือกเป็นพิกัดทั่วไป (generalized coordinates) q_1 , q_2 และ q_3 ขณะที่ทำการแอ่นตัวสัมบูรณ์ของรถที่ตำแหน่งด้านหน้าและด้านหลัง จะกำหนดให้เป็น u_f และ u_r ตามลำดับ การคำนวณค่าต่าง ๆ จากสมการการเคลื่อนที่ 2.39 นั้นจะจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปสมการสเตทสเปซ (state-space formulation) โดยสมการ 2.39 จะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง จากนั้นจะเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบของสมการไม่ต่อเนื่อง (discrete equation) โดยการใช้อนุกรมฟูเรียร์ (exponential matrix) มาใช้ในการสร้างสมการความสัมพันธ์เวียนบังเกิดหรือรีเคอร์ซีฟฟอร์ม จากนั้นจะสามารถคำนวณค่าตัวแปรที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง

เมื่อคำนวณค่าตัวแปรและค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของตัวแปรได้แล้ว จึงนำไปแทนค่าโดยการย้ายข้างในสมการ 2.39 เพื่อคำนวณค่าอนุพันธ์อันดับสองของตัวแปร ค่าอนุพันธ์อันดับสองที่ได้นั้นคือค่าความเร่งของแต่ละ

ละพิกัดทั่วไปซึ่งจะนำไปคำนวณค่าความเร่งได้จากสมการ 2.40ก , 2.40ข และ 2.40ค. โดยการรวมผลของโหมดการสั่นไหวต่อไป

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(x) q_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.40ก)$$

$$\dot{w}(x,t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(x) \dot{q}_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.40ข)$$

$$\varepsilon_x(x,t) = (y_x) \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} q_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.40ค)$$

โดยที่ $\varepsilon_x(x,t)$ คือ ความเครียดของสะพานที่ระยะ y_x จากแนวแกนสะพาน

สำหรับแรงจากรถบรรทุกที่กระทำกับสะพาน คำนวณจากการกระจัดและความเร็วรถบรรทุกตอบสนองซึ่งกันและกันระหว่างระบบเพลลาของรถบรรทุกและสะพานโดยพิจารณาสมมูลแรงในสปริงและตัวหน่วงของรถบรรทุก เพื่อคำนวณหาน้ำหนักเพลลาหน้า F_f เพลลาหลัง F_r และน้ำหนักรวม F_t ต่อไป

$$F_f(t) = N_f - k_f(u(x_{vf},t) - w(x_f,t) - h(x_f)) - c_f(\dot{u}(x_{vf},t) - \dot{w}(x_f,t) - \dot{h}(x_f)) \quad (2.41ก)$$

$$F_r(t) = N_r - k_r(u(x_{vr},t) - w(x_r,t) - h(x_r)) - c_r(\dot{u}(x_{vr},t) - \dot{w}(x_r,t) - \dot{h}(x_r)) \quad (2.41ข)$$

$$F_t(t) = F_f(t) + F_r(t) \quad (2.41ค)$$

2.2 การคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก

งานวิจัยต่างๆ ในปัจจุบันที่เกี่ยวข้องกับการหาน้ำหนักรถที่กำลังเคลื่อนที่ จะมีวิธีการหลักๆ ที่ใช้กันอยู่ 3 วิธีคือ

1. วิธีโดเมนของเวลา (Time Domain Method) เป็นการจำลองรูปแบบโครงสร้างและแรง ด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่สอง โดยที่แรงจะถูกจำลองให้เป็นฟังก์ชันที่เป็นช่วง (step functions) ในช่วงเวลาเล็กๆ สมการการเคลื่อนที่นี้อาจจะแสดงในรูปแบบของพิกัดเชิงโหมด (modal coordinate) และจะทำการแก้สมการในโดเมนของเวลา ซึ่งแรงจะสามารถหาได้โดยการใช้หลักของซูเปอร์โพสิชันที่เชิงโหมด (modal superposition principle)

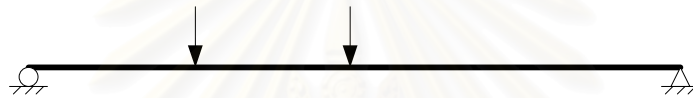
2. วิธีโดเมนของความถี่และเวลา (Frequency and Time Domain Method) จะทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม (Fourier transforms) ในสมการการเคลื่อนที่ในรูปแบบของพิกัดเชิงโหมดเช่นเดียวกัน ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของปฏิกิริยาตอบสนองและของแรงจะถูกเชื่อมโยงอยู่ในโดเมนของความถี่ (frequency domain) และแกนพิกัดเวลา (time histories) ของแรงจะสามารถหาได้โดยตรงโดยวิธียกกำลังสองน้อยที่สุด (least-squares method)

3. วิธีเชิงโหมด (Modal Approach) เป็นการหาแรงในพิกัดเชิงโหมด การแอนตัวที่วัดได้จะถูกเปลี่ยนเป็นการแอนตัวเชิงโหมด (modal displacement) โดยทำการสมมติฟังก์ชันประมาณ (shape function) ซึ่งความเร็วเชิงโหมด (modal velocities) และความเร่งเชิงโหมด (modal acceleration) สามารถหาได้จากการหาอนุพันธ์ของการแอนตัวเชิงโหมด หลังจากนั้นจะหาแรงโดยทำการแก้สมการ (uncoupled equation) ใน พิกัดเชิงโหมด

เนื่องจากในการหาหน้าหนักบรรทุกทุกนั้นระบบช่วงล่างของรถค่าสตีเฟนส์ ค่าความหน่วง ของรถบรรทุกนั้น ไม่สามารถทราบได้โดยทั่วไป และความขรุขระของสะพานจริงนั้นตรวจวัดได้ยาก ดังนั้นการคำนวณหน้าหนักบรรทุกทุกนี้จะใช้แบบจำลองสะพานที่มีแรงกระทำเป็นจุดเคลื่อนที่มีขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งจะแตกต่างจากแบบจำลองรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพาน

2.2.1 วิธีการคำนวณหน้าหนักโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

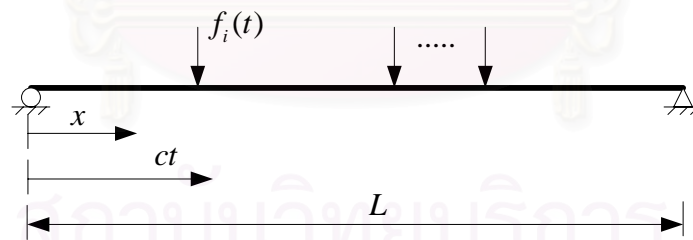
การคำนวณโดยวิธีนี้จะพิจารณาแรงเป็นจุดเคลื่อนที่บนสะพานด้วยขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยการทำการคำนวณเชิงโหมดเพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงที่เคลื่อนที่กับค่าการแอ่นตัวและความเร่งสะพาน แล้วจึงแก้สมการทั้งระบบเพื่อหาค่าแรงที่เคลื่อนที่บนสะพานซึ่งคือค่าน้ำหนักบรรทุกทุกจากข้อมูลการแอ่นตัวหรือข้อมูลความเร่งของสะพานที่เกิดขึ้น



รูปที่ 2.6 แบบจำลองสะพานสำหรับการคำนวณเชิงโหมด

2.2.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับผลตอบสนองของสะพานในรูปสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

การคำนวณผลเฉลยเป็นสมการคณิตศาสตร์นั้นจะคำนวณจากคานช่วงเดียว มีแรงภายนอกกระทำด้วยความเร็วคงที่



รูปที่ 2.7 คานช่วงเดียวยับรับแรงกระทำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

จากแรงเคลื่อนที่จากซ้ายไปขวาด้วยความเร็วคงที่ c นั้นสมการการเคลื่อนที่ที่สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\rho \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = \delta(x-ct)f(t) \quad (2.42)$$

โดยที่

$w(x,t)$	คือ	การแอ่นตัวของคานที่ระยะ x และเวลา t
ρ	คือ	มวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว
C	คือ	ค่าความหน่วง
E	คือ	โมดูลัสยืดหยุ่น

l	คือ	ความยาวของคาน
$f(t)$	คือ	แรงที่เวลาใด ๆ
c	คือ	ความเร็วของแรงที่เคลื่อนที่
$\delta(t)$	คือ	Dirac delta function

จากการคำนวณเชิงโหมด ค่าการแอ่นตัวสามารถเขียนได้ในสมการที่ (2.1)

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) q_n(t) \quad (2.1)$$

โดยที่	N	คือ	โหมดที่ใช้ในการคำนวณ
	$\phi_n(x)$	คือ	ฟังก์ชันพื้นฐานของโหมดที่ n
	$q_n(t)$	คือ	ค่าตำแหน่งเชิงโหมดที่ n

จะได้สมการเชิงโหมดที่ n

$$\frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + 2\zeta_n \omega_n \frac{dq_n(t)}{dt} + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{1}{Mn} P_n(t) \quad (2.43)$$

$$\omega_n = (n^2 \pi^2 / l^2) \sqrt{EI / \rho}, \quad \phi_n(x) = \sin(n\pi x / l) \quad (2.44)$$

$$Mn = \rho l / 2, \quad p_n(t) = f(t) \sin(n\pi ct / l) \quad (2.45)$$

โดยที่	ω_n	คือ	ความถี่เชิงมุมโหมดที่ n
	ζ_n	คือ	ค่าอัตราส่วนความหน่วงของโหมดที่ n
	M_n	คือ	ค่ามวลเชิงโหมดของโหมดที่ n
	$P_n(t)$	คือ	ค่าแรงเชิงโหมดของโหมดที่ n

สมการที่ 2.43 สามารถคำนวณจากการ convolution integral ได้ผลเฉลยอยู่ในรูปสมการที่ 2.46 และนำไปแทนค่าคำนวณการแอ่นตัวและความเร่งได้ในสมการที่ 2.48 และ 2.49 ตามลำดับ

$$q_n(t) = \frac{1}{Mn} \int_0^t h_n(t-\tau) p(\tau) d\tau \quad (2.46)$$

$$h_n(t) = (1/\omega'_n) e^{-\zeta_n \omega'_n t} \sin(\omega'_n t), \quad 0 \leq t, \quad \omega'_n = \omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2} \quad (2.47)$$

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{2}{\rho l \omega_n} \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^t e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega'_n (t-\tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{l} f(\tau) d\tau \quad (2.48)$$

$$\ddot{w}(x, t) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{M_n} \phi_n(x) \left[p_n(t) + \int_0^t \ddot{h}_n(t-\tau) p_n(\tau) d\tau \right] \quad (2.49)$$

$$\ddot{h}_n(t) = (1/\omega'_n) e^{-\zeta_n \omega'_n t} \left\{ [(\zeta_n \omega_n)^2 - \omega_n'^2] \sin(\omega'_n t) + [-2\zeta_n \omega_n \omega'_n] \cos(\omega'_n t) \right\} \quad (2.50)$$

2.2.1.1.1 กรณีความสัมพันธ์ของแรงกับการแอ่นตัวของสะพาน

การแอ่นตัวสะพานที่ตำแหน่ง x และที่เวลา t จากสมการ (2.48) สามารถกระจายเขียนในรูปผลบวก โดยการสมมติให้แรง $f(t)$ คงที่ในช่วงเวลาสั้นๆ Δt

$$w(i) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho l \omega_n} \sin \frac{n\pi x}{l} \sum_{j=0}^i e^{-\xi_n \omega_n \Delta t (i-j)} \sin \omega_n \Delta t (i-j) \sin \frac{n\pi c \Delta t j}{l} f(j) \Delta t$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (2.51)$$

$$C_{xn} = \frac{2}{\rho l \omega_n} \sin \frac{n\pi x}{l} \Delta t \quad (2.52)$$

$$E_n^k = e^{-\xi_n \omega_n \Delta t k} \quad S_1(k) = \sin(\omega_n \Delta t k) \quad S_2(k) = \sin\left(\frac{n\pi c \Delta t k}{l}\right) \quad (2.53)$$

เมื่อ Δt คือ ช่วงเวลาสั้นๆ และ i คือ จำนวนข้อมูลแต่ละเวลาที่เก็บวัด

สมการ 2.51 การแอ่นตัวสามารถเขียนได้ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{Bmatrix} w(0) \\ w(1) \\ w(2) \\ \vdots \\ w(N) \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} C_{xn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E_n^1 S_1(1) S_2(1) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & E_n^{N-1} S_1(N-1) S_2(1) & E_n^{N-2} S_1(N-2) S_2(2) & \dots & E_n^{N-N_B} S_1(N-N_B) S_2(N_B) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N_B) \end{Bmatrix} \quad (2.54)$$

เมื่อ $N_B = l / c \Delta t$

สมมติให้ไม่มีแรงขณะรถอยู่นอกสะพานจะได้ว่า

$$f(0) = 0, \quad f(N_B) = 0, \quad w(0) = 0, \quad w(1) = 0, \quad (2.55)$$

เมตริกซ์สามารถลดรูปได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} w(2) \\ w(3) \\ \vdots \\ w(N) \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} C_{xn} \begin{bmatrix} E_n^1 S_1(1) S_2(1) & 0 & \dots & 0 \\ E_n^2 S_1(2) S_2(1) & E_n^1 S_1(1) S_2(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E_n^{N-1} S_1(N-1) S_2(1) & E_n^{N-2} S_1(N-2) S_2(1) & \dots & d_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N_B - 1) \end{Bmatrix} \quad (2.56)$$

โดยที่ $d_{ee} = E_n^{N-N_B+1} S_1(N-N_B+1) S_2(N_B-1)$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์เมตริกซ์คือ

$$[D]_{(N-1) \times (N_B-1)} \{f\}_{(N_B-1) \times 1} = \{w\}_{(N-1) \times 1} \quad (2.57)$$

ถ้า $N = N_B$ เมตริกซ์ D สามารถคำนวณหาแรง f ได้โดยตรงแต่ถ้า $N \geq N_B$ หรือตำแหน่งที่วัดค่าการแอ่นตัวมากกว่า 1 ($N_L \geq 1$) การหาค่าแรง f นั้นจะคำนวณโดยใช้ค่ากำลังสองน้อยสุด (least squares)

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{N_L} \end{bmatrix} \{f\} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N_L} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

วิธีที่กล่าวมานี้ใช้สำหรับค่าแรงเพียงแรงเดียวเท่านั้น สำหรับการหาค่าแรงสองแรงนั้นใช้หลักการซ้อนทับ (superposition principle) โดยการแบ่งเป็นช่วงที่ล้อยหน้าอยู่บนสะพานเท่านั้น ล้อยหน้าและล้อยหลังอยู่บนสะพาน และล้อยหน้าออกจากสะพานไปแล้ว

$$\begin{bmatrix} D_a & 0 \\ D_b & D_a \\ D_c & D_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} = \{w\} \quad (2.59)$$

โดยที่ $N_s = l_s / c\Delta t$ เมื่อ l_s คือระยะระหว่างล้อยหน้าและล้อยหลัง

$D_a [N_s \times (N_B - 1)]$, $D_b [(N - 1 - 2N_s) \times (N_B - 1)]$ และ $D_c [N_s \times (N_B - 1)]$ เป็นเมตริกซ์ที่แบ่งออกเป็นส่วนๆ โดยที่หลักแรกของเมตริกซ์เป็นผลจากล้อยหน้าและหลักหลังของเมตริกซ์เป็นส่วนของล้อยหลัง และแถวแบ่งเป็นสามส่วนคือแถวส่วนบนเป็นช่วงที่ล้อยหน้าอยู่บนสะพาน แถวส่วนกลางเป็นช่วงที่อยู่ทั้งล้อยหน้าและแถวส่วนล่างเป็นช่วงที่ล้อยหน้าออกจากสะพานไปแล้ว

2.2.1.1.2 กรณีความสัมพันธ์ของแรงกับความเร่งของสะพาน

การหาแรงด้วยวิธีที่จะกล่าวถึงนั้นความเร่งสามารถหาได้เฉพาะแรงทางพลศาสตร์โดยที่แรงทางสถิตไม่สามารถหาได้ดังนั้นในการหาแรงนั้นจะใช้การรวมกันของการแอ่นตัวและความเร่ง

ความเร่งสะพานที่ตำแหน่ง x และที่เวลา t จากสมการ (2.49) สามารถเขียนกระจายในรูปผลบวก โดยการสมมุติให้แรง $f(t)$ คงที่ในช่วงเวลาสั้นๆ Δt สำหรับโหมดที่ n

$$\ddot{w}(i)_n = \frac{2}{\rho l} \sin \frac{n\pi x}{l} \left[\sin \frac{n\pi c \Delta t i}{l} f(i) + \sum_{j=0}^i \ddot{h}_n \Delta t (i-j) \sin \frac{n\pi c \Delta t j}{l} f(j) \Delta t \right] \quad (2.60)$$

$i = 0, 1, 2, \dots, N$

$$D_{xn} = \frac{2}{\rho l} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad H_n(k) = \Delta t \times \ddot{h}_n(\Delta t k), \quad S_2(k) = \sin\left(\frac{n\pi c \Delta t k}{l}\right) \quad (2.61)$$

เมื่อ Δt คือ ช่วงเวลาสั้นๆ และ i คือ จำนวนข้อมูลแต่ละเวลาที่เก็บวัด

สมการ 2.60 ความเร่งสามารถเขียนได้ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{Bmatrix} \ddot{w}(0) \\ \ddot{w}(1) \\ \ddot{w}(2) \\ \vdots \\ \ddot{w}(N) \end{Bmatrix}_n = D_{xn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (1 + H_n(0))S_2(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & H_n(1)S_2(1) & (1 + H_n(0))S_2(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & H_n(N-1)S_2(1) & H_n(N-2)S_2(2) & \dots & H_n(N-N_B)S_2(N_B) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{Bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N_B) \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

เมื่อ

$$N_B = l / c\Delta t$$

สมมติให้ไม่มีแรงขณะรถอยู่นอกสะพานจะได้ว่า

$$f(0) = 0, \quad f(N_B) = 0, \quad \ddot{w}(0) = 0 \quad (2.63)$$

เมตริกซ์สามารถลดรูปได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \ddot{w}(1) \\ \ddot{w}(2) \\ \vdots \\ \ddot{w}(N) \end{Bmatrix}_n = D_{xn} \begin{bmatrix} (1+H_n(0))S_2(1) & 0 & .. & 0 \\ H_n(1)S_2(1) & (1+H_n(0))S_2(2) & .. & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_n(N-1)S_2(1) & H_n(N-2)S_2(2) & .. & H_n(N-N_B+1)S_2(N_B-1) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N_B-1) \end{Bmatrix} \quad (2.64)$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์เมตริกซ์คือ

$$D_{xn} \begin{bmatrix} \mathbf{An} \\ N \times (N_B-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ (N_B-1) \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{w}} \\ (N-1) \times 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

ถ้า $N = N_B - 1$ เมตริกซ์ \mathbf{An} สามารถคำนวณหาแรง \mathbf{f} ได้โดยตรง

$$\{\mathbf{f}\} = \left(\sum_{n=1}^{N_m} D_{xn} \mathbf{An} \right)^{-1} \{\ddot{\mathbf{w}}\} \quad (2.66)$$

ถ้า $N \geq N_B - 1$ หรือตำแหน่งที่วัดค่าการแอ่นตัวมากกว่า 1 ($N_L \geq 1$) การหาค่าแรง \mathbf{f} นั้นจะคำนวณโดยการ
ใช้ค่ากำลังสองน้อยสุด (least squares)

$$\{\mathbf{f}\} = \begin{bmatrix} \left(\sum_{n=1}^{N_m} D_{xn} \mathbf{An} \right)_1 \\ \left(\sum_{n=1}^{N_m} D_{xn} \mathbf{An} \right)_2 \\ \left(\sum_{n=1}^{N_m} D_{xn} \mathbf{An} \right)_3 \\ \left(\sum_{n=1}^{N_m} D_{xn} \mathbf{An} \right)_4 \end{bmatrix}^+ \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \vdots \\ \ddot{w}_{N_L} \end{Bmatrix} \quad (2.67)$$

ในการทำงานเดียวกับการแก้ปัญหาค่าเหมาะที่สุดสำหรับค่าแรงเพียงแรงเดียวเท่านั้น สำหรับการหาค่าแรงสองแรงนั้นใช้หลักการซ้อนทับ (superposition principle) โดยการแบ่งเป็นช่วงที่ล้อยหน้าอยู่บนสะพานเท่านั้น ล้อยหน้าและล้อยหลังอยู่บนสะพานและล้อยหน้าออกจากสะพานไปแล้ว

$$\begin{bmatrix} D_a & 0 \\ D_b & D_a \\ D_c & D_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} = \{\ddot{w}\} \quad (2.68)$$

2.2.1.1.3 กรณีความสัมพันธ์ของแรงกับการแอ่นตัวและความเร่งของสะพาน

การหาแรงด้วยวิธีที่จะกล่าวถึงนั้นความเร่งสามารถหาได้เฉพาะแรงทางพลศาสตร์โดยที่แรงทางสถิตไม่สามารถหาได้ดังนั้นในการหาแรงนั้นจะใช้การรวมกันของการแอ่นตัวและความเร่งโดยการสมการเมตริกซ์ให้อยู่ในรูปหน่วยไร้มิติและรวมกันโดย

$$\begin{bmatrix} D \\ \|w\| \\ A \\ \|\ddot{w}\| \end{bmatrix} \{f\} = \begin{Bmatrix} w \\ \|w\| \\ \ddot{w} \\ \|\ddot{w}\| \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

โดยที่ $\|o\|$ คือ ค่าสัมบูรณ์ของเวกเตอร์ o

2.2.1.2 การหาแรงโดยตรงจากการแก้ระบบสมการ

จากสมการ 2.69 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้เป็น

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad \text{หรือ} \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{f} \quad (2.70)$$

โดยที่ \mathbf{B} คือ เวกเตอร์ของค่าที่ได้จากการวัด มีมิติ $k \times 1$
 \mathbf{A} คือ เมตริกซ์ที่เชื่อมโยงระหว่างค่าที่วัดได้กับแรง มีมิติ $k \times n$
 \mathbf{x} หรือ \mathbf{f} คือ เวกเตอร์ของแรงที่จะทำการหา มีมิติ $n \times 1$ และ $n \leq k$

เมื่อแรงที่ไม่ทราบค่า \mathbf{f} ได้รวมอยู่ในสมการ (2.70) การที่ข้อมูลจากแบบจำลองจะเหมือนกับข้อมูลจากการวัดจริงเป็นไปได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการวัดจะมีสิ่งรบกวนรวมอยู่ด้วย ซึ่งวิธีการยกกำลังสองน้อยที่สุด (least squares) ที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน \mathbf{E} ดังสมการ

$$\mathbf{E}(\mathbf{f}) = [(\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{f}), \mathbf{D}(\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{f})] \quad [\text{Zhu และ Law, 2002}] \quad (2.71)$$

มีค่าน้อยที่สุดก็ไม่พอเพียง เนื่องจากในการแก้ปัญหาจะเกิดสภาวะบกพร่อง ill-condition ที่บริเวณจุดเริ่มต้นและจุดปลายของตำแหน่งที่มีการเข้าออกของเพลลาซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใด จากสาเหตุดังกล่าวนี้เราสามารถที่จะหลีกเลี่ยงได้โดยการเพิ่มเทอมความราบเรียบ (smoothing term) เข้าไปในสมการ (2.71) ดังแสดง

$$\mathbf{E}(\mathbf{f}, \lambda) = [(\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{f}), \mathbf{D}(\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{f})] + \lambda(\mathbf{S}\mathbf{f}, \mathbf{S}\mathbf{f}) \quad [\text{Zhu และ Law, 2002}] \quad (2.72)$$

เทอมที่สองคือ regularization parameter และวิธีการดังกล่าวนี้เรียกว่า Tikhonov method เมตริกซ์ \mathbf{D} และเมตริกซ์ \mathbf{S} เป็นเมตริกซ์โพสิทีฟเดฟิไนต์ที่มีความสมมาตร (symmetric positive-definite weighting

matrices) ซึ่งให้ความยืดหยุ่นในการถ่วงน้ำหนักของการวัดและการถ่วงน้ำหนักของแรง เมตริกซ์ \mathbf{D} และเมตริกซ์ \mathbf{S} โดยทั่วไปจะเป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) โดยเทอมที่สองค่า λ จะมีผลของความราบเรียบของแรงที่หามาได้ซึ่งเมื่อค่า λ มีค่าน้อย จะทำให้คำตอบมีความใกล้เคียงกับข้อมูลมากแต่มีความแปรปรวนสูง และเมื่อค่า λ มีค่ามาก แรงที่หาได้จะมีความราบเรียบแต่จะไม่ใกล้เคียงกับข้อมูล ถ้า λ มีค่าเท่ากับศูนย์ การแก้ปัญหาก็จะกลายเป็นปัญหาการกำลังสองน้อยที่สุด (least squares) แบบธรรมดา ซึ่งเมื่อกระจายเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ 2.73 จะได้

$$E(\mathbf{f}, \lambda) = [\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} - (\mathbf{f}, 2\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{B}) + (\mathbf{f}, \mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A} \mathbf{f})] + \lambda (\mathbf{f}, \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{f}) \quad (2.73)$$

จากวิธีการออปติไมเซชัน (optimization) เราสามารถหาค่าแรง \mathbf{f} ที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุดได้ ด้วยการหาอนุพันธ์ของสมการข้างต้นเทียบกับ \mathbf{f} จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\mathbf{f}, \lambda)}{\partial \mathbf{f}} &= -2\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + 2\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A} \mathbf{f} + 2\lambda \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{f} \\ 0 &= -\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + (\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{S}^T \mathbf{S}) \mathbf{f} \end{aligned} \quad (2.74)$$

ดังนั้นค่าแรง \mathbf{f} ที่เหมาะสมที่สุดและทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดจะหาได้จาก

$$\mathbf{f} = (\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \quad (2.75)$$

2.2.1.3 การแก้สมการโดยการใช้ซูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (pseudo-inverse matrix, PI)

จากสมการที่ 2.75 ถ้าให้ เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก \mathbf{D} และ \mathbf{S} เป็น เมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) รูปแบบของสมการจะกลายเป็น

$$\mathbf{f} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad [\text{Zhu และ Law, 2002}] \quad (2.76)$$

และถ้าให้ regularization parameter (λ) มีค่าเท่ากับศูนย์ รูปแบบสมการก็จะอยู่ในรูปแบบของ Pseudo Inverse Matrix (\mathbf{A}^+)

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}^+ \mathbf{B} = [(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T] \mathbf{B} \quad (2.77)$$

ซึ่งการหาน้ำหนักจากสมการนี้มีขอบเขตในการนำไปใช้ คือเมตริกซ์ \mathbf{A} จะต้องมีความเป็นแบบ full rank เท่านั้น มิฉะนั้นในการแก้ระบบสมการจะทำให้เกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition)

2.2.1.4 การแก้สมการด้วยวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition, SVD)

$$\text{จากรูปแบบของระบบสมการเชิงเส้น} \quad [\mathbf{A}]_{k \times n} \{\mathbf{x}\}_{n \times 1} = \{\mathbf{b}\}_{k \times 1} \quad \text{เมื่อ } n \leq k \quad (2.78)$$

เราสามารถแปลงเมตริกซ์ \mathbf{A} ด้วยวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) ได้ในรูปแบบดังนี้

$$[\mathbf{A}]_{k \times n} = [\mathbf{U}]_{k \times k} [\mathbf{\Sigma}]_{k \times n} [\mathbf{V}]_{n \times n}^T \quad (2.79)$$

โดยที่ \mathbf{U} เป็นเมตริกซ์จัตุรัส มีมิติ $k \times k$ และมีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ตั้งฉาก (orthogonal matrix) มีรูปแบบดังนี้

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1k} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & u_{kk} \end{bmatrix}_{k \times k} \quad (2.80)$$

เขียนในรูปของเวกเตอร์ได้เป็น

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_k \end{Bmatrix}_{k \times k} \quad (2.81)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= [u_{11} \quad u_{12} \quad \cdots \quad u_{1k}]_{1 \times k} \\ \mathbf{u}_2 &= [u_{21} \quad u_{22} \quad \cdots \quad u_{2k}]_{1 \times k} \\ \mathbf{u}_k &= [u_{k1} \quad u_{k2} \quad \cdots \quad u_{kk}]_{1 \times k} \end{aligned} \quad (2.82)$$

\mathbf{V} เป็นเมตริกซ์จัตุรัส มีมิติ $n \times n$ และมีคุณสมบัติเป็นเมตริกซ์ตั้งฉาก (orthogonal matrix) มีรูปแบบดังนี้

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \cdots & v_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (2.83)$$

เขียนในรูปของเวกเตอร์ได้เป็น

$$\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{Bmatrix}_{n \times n} \quad (2.84)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= [v_{11} \quad v_{12} \quad \cdots \quad v_{1n}]_{1 \times n} \\ \mathbf{v}_2 &= [v_{21} \quad v_{22} \quad \cdots \quad v_{2n}]_{1 \times n} \\ \mathbf{v}_n &= [v_{n1} \quad v_{n2} \quad \cdots \quad v_{nn}]_{1 \times n} \end{aligned} \quad (2.85)$$

Σ เป็นเมตริกซ์ทแยง (diagonal matrix) มีมิติ $k \times n$ มีรูปแบบดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n \end{bmatrix}_{k \times n} \quad (2.86)$$

โดยที่ σ_i คือค่าซิงกูลาร์ (singular value) และมีคุณสมบัติคือ $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots, \sigma_n \geq 0$

ดังนั้นจากสมการที่ 2.78 สามารถแปลงเมตริกซ์ \mathbf{A} ให้อยู่ในรูปของซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) ได้ดังนี้

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \mathbf{f} \quad (2.87)$$

$$\mathbf{U}^T \mathbf{B} = \mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \mathbf{f} \quad (2.88)$$

จากวิธีการยกกำลังสองน้อยสุด (least squares) และวิธีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) เมื่อกำหนดให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก \mathbf{D} และ \mathbf{S} เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) จะสามารถเขียนสมการเพื่อใช้ในการหาแรงได้ดังนี้

$$E(\lambda, \mathbf{f}) = [\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \mathbf{f} - \mathbf{U}^T \mathbf{B}, \mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \mathbf{f} - \mathbf{U}^T \mathbf{B}] + \lambda(\mathbf{f}, \mathbf{f}) \quad (2.89)$$

จากรูปแบบสมการข้างต้น จะสามารถเขียนสมการที่ 2.149 ใหม่ให้อยู่ในรูปแบบของผลรวมได้เป็น

$$E(\lambda, \mathbf{f}) = \sum_{i=1}^n |\sigma_i (\mathbf{v}_i^T \mathbf{f}) - (\mathbf{u}_i^T \mathbf{B})|^2 + \sum_{i=n+1}^k |(\mathbf{u}_i^T \mathbf{B})|^2 + \lambda \sum_{i=1}^n |(\mathbf{v}_i^T \mathbf{f})|^2 \quad (2.90)$$

จากวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization) เราสามารถหาค่าแรง \mathbf{f} ที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุดได้ด้วยขั้นตอนเช่นเดียวกันกับก่อนหน้านี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\lambda, \mathbf{f})}{\partial \mathbf{f}} &= 2 \sum_{i=1}^n |\sigma_i (\mathbf{v}_i^T \mathbf{f}) - (\mathbf{u}_i^T \mathbf{B})| \sigma_i \mathbf{v}_i^T + 2\lambda \sum_{i=1}^n |(\mathbf{v}_i^T \mathbf{f})| \mathbf{v}_i^T \\ 0 &= 2 \sum_{i=1}^n \left\{ |\sigma_i (\mathbf{v}_i^T \mathbf{f}) - (\mathbf{u}_i^T \mathbf{B})| \sigma_i + \lambda |(\mathbf{v}_i^T \mathbf{f})| \right\} \mathbf{v}_i^T \\ 0 &= \sum_{i=1}^n \left\{ |(\sigma_i^2 + \lambda) (\mathbf{v}_i^T \mathbf{f}) - \sigma_i (\mathbf{u}_i^T \mathbf{B})| \right\} \end{aligned} \quad (2.91)$$

ดังนั้นค่าแรง \mathbf{f} ที่เหมาะสมที่สุดและทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดจะหาได้สมการที่ 2.92

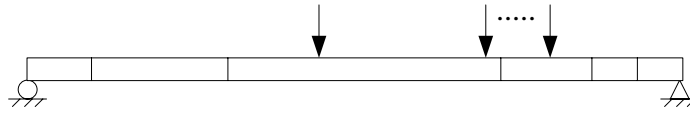
[Zhu และ Law, 2002]

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{(\sigma_i^2 + \lambda)} (\mathbf{u}_i^T \mathbf{B}) \mathbf{v}_i \quad (2.92)$$

2.2.2 วิธีการคำนวณน้ำหนักจากสมการการเคลื่อนที่โดยใช้สมการเวียนบังเกิด

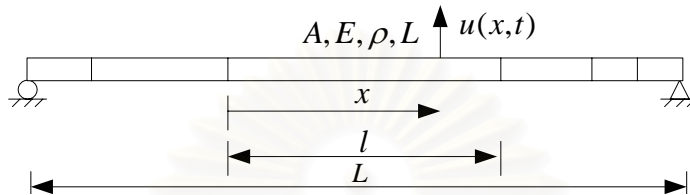
2.2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับผลตอบสนองของสะพานในรูปของสมการการเคลื่อนที่แบบสมการเวียนบังเกิด

การคำนวณโดยวิธีนี้จะพิจารณาแรงเป็นจุดเคลื่อนที่บนสะพานด้วยขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยการให้หลักการไฟไนต์อีลีเมนต์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่เคลื่อนที่กับค่าการแอ่นตัวของสะพานและแก้สมการอนุพันธ์โดยใช้สมการเวียนบังเกิด แล้วหาค่าแรงที่เคลื่อนที่บนสะพานในแต่ละช่วงเวลาสั้น ๆ โดยตรง



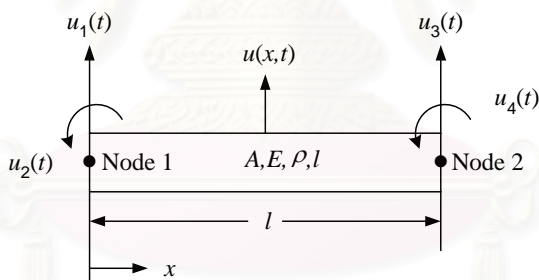
รูปที่ 2.8 แบบจำลองสะพานสำหรับการคำนวณโดยใช้สมการเวียนบังเกิด

2.2.2.2 การจำลองสะพานด้วยชิ้นส่วนคาน



รูปที่ 2.9 แบบจำลองสะพานโดยการใช้ไฟไนต์อีลิเมนต์

การใช้ไฟไนต์อีลิเมนต์ในการจำลองรูปแบบคานนั้น แสดงดังรูปที่ 2.9 โดยที่ A คือ พื้นที่หน้าตัดของคาน E คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของคาน ρ คือ มวลต่อหน่วยความยาวของคาน l คือ ความยาวของชิ้นส่วนคาน ซึ่งแต่ละชิ้นส่วนของคานจะประกอบด้วย 2 ข้อ (node) และแต่ละข้อของชิ้นส่วนคานจะมี 2 องศาความอิสระคือ การแอ่นตัวในแนวตั้ง และการแอ่นตัวในการหมุน



รูปที่ 2.10 แบบจำลองชิ้นส่วนของคาน

การแอ่นตัวในแนวตั้งของชิ้นส่วนคานที่ระยะทาง x (local coordinate) และเวลา t ใดๆ จะต้องสอดคล้องตามสมการ (2.93)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 \tag{2.93}$$

สำหรับในกรณี EI มีค่าคงที่ สมการ (2.93) จะกลายเป็น $\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = 0$ ซึ่งสามารถอินทิเกรตได้เป็น

$$u(x,t) = c_1(t)x^3 + c_2(t)x^2 + c_3(t)x + c_4(t) \tag{2.94}$$

โดยที่ $c_i(t)$ คือ ค่าคงที่ของการอินทิเกรต

สมการ (2.94) สามารถใช้ในการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวตั้งของชิ้นส่วนคานได้ ซึ่งมีเงื่อนไขที่ขอบ (boundary condition) ดังนี้

$$\begin{aligned} u(0,t) &= u_1(t) & u(l,t) &= u_3(t) \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} &= u_2(t) & \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} &= u_4(t) \end{aligned} \quad (2.95)$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นเมื่อแทนลงในสมการ (2.93) จะสามารถหาค่าคงที่ของการอินทิเกรตได้ คือ

$$\begin{aligned} c_4(t) &= u_1(t) \\ c_3(t) &= u_2(t) \\ c_2(t) &= \frac{1}{l^2} [3(u_3 - u_1) - l(2u_2 + u_4)] \\ c_1(t) &= \frac{1}{l^3} [2(u_1 - u_3) - l(u_2 + u_4)] \end{aligned} \quad (2.96)$$

แทนสมการ (2.96) ลงในสมการ (2.94) และทำการจัดรูปแบบของสมการใหม่ให้อยู่ในเทอมของการแอนตัวเชิงขั้ว (nodal displacement) จะได้สมการการแอนตัวของชิ้นส่วนคานที่ระยะ x และเวลา t ใดๆ ดังนี้

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \left[1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \right] u_1(t) + l \left[\frac{x}{l} - \frac{2x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_2(t) \\ &+ \left[\frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} \right] u_3(t) + l \left[-\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_4(t) \end{aligned} \quad (2.97)$$

โดยที่สัมประสิทธิ์ที่อยู่ข้างหน้า $u_i(t)$ คือฟังก์ชันพื้นฐาน (shape function) ของการแอนตัวของชิ้นส่วนคาน

เมตริกซ์มวล (mass matrix) ของชิ้นส่วนคานสามารถคำนวณได้จากการแทนสมการ (2.97) ลงไปในสมการของพลังงานจลน์

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right]^2 dx \quad (2.98)$$

และสมการ (2.98) สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งได้ คือ

$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} \quad (2.99)$$

โดยที่ \mathbf{M} คือ เมตริกซ์มวล (mass matrix) และเวกเตอร์ $\dot{\mathbf{u}}$ คืออนุพันธ์ของเวกเตอร์ $\mathbf{u}(t)$ เทียบกับเวลาซึ่งเวกเตอร์ $\mathbf{u}(t)$ สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

หลังจากทำการอินทิเกรตและจัดรูปแบบเวกเตอร์ของการแอนตัวที่ขั้ว (nodal displacement) จะได้เมตริกซ์มวลสำหรับชิ้นส่วนคานดังนี้

$$\mathbf{M} = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาเมตริกซ์สติฟเนส (stiffness matrix) ได้จากการแทนสมการ (2.97) ลงในสมการพลังงานความเครียด (strain energy) ซึ่งกำหนดโดย

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx \quad (2.102)$$

ซึ่งสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบ

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (2.103)$$

โดยที่ \mathbf{u} ได้กำหนดไว้ข้างต้น ดังนั้นเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วนคาน คือ

$$\mathbf{K} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

เมื่อได้เมตริกซ์มวลและเมตริกซ์สติฟเนสของแต่ละชิ้นส่วนคานแล้วจึงรวม (assembly) ชิ้นส่วนคานแต่ละชิ้นส่วนเข้าด้วยกันตามองศาความอิสระที่ตรงกัน ซึ่งจะได้เมตริกซ์มวลและเมตริกซ์สติฟเนสของระบบ

2.2.2.3 การหาเมตริกซ์ความหน่วง (damping matrix) ของระบบ

พิจารณาสมการการเคลื่อนที่อิสระ

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \quad (2.105)$$

เมื่อคูณ \mathbf{M}^{-1} ตลอดสมการ (2.105) จะได้

$$\ddot{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{u} = 0 \quad (2.106)$$

โดยที่ $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ และ $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$

กำหนดให้

$$\mathbf{u} = \mathbf{V}\mathbf{q} \quad (2.107)$$

โดยที่ \mathbf{V} คือ ไกเจนเวคเตอร์ (eigenvector) ของเมตริกซ์ $\bar{\mathbf{K}}$

แทนสมการ (2.107) ลงใน (2.105) และคูณตลอดด้วย \mathbf{V}^{-1} จะได้

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}^{-1}\bar{\mathbf{C}}\mathbf{V}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}^{-1}\bar{\mathbf{K}}\mathbf{V}\mathbf{q} = 0 \quad (2.108)$$

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^*\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^*\mathbf{q} = 0 \quad (2.109)$$

โดยที่ $\mathbf{K}^* = \mathbf{V}^{-1}\bar{\mathbf{K}}\mathbf{V}$

$$= \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

ซึ่งหากสมมติให้มีคุณสมบัติ orthogonality เช่นเดียวกับ \mathbf{K}^* จะได้

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{V}^{-1}\bar{\mathbf{C}}\mathbf{V}$$

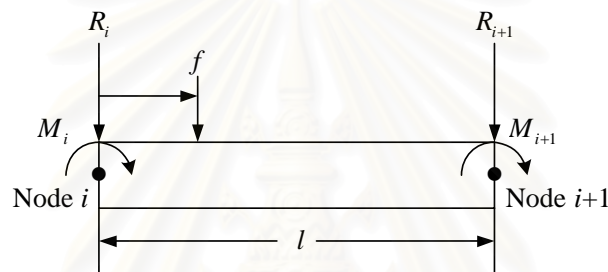
$$= \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

โดยที่ ξ_i คือ สัดส่วนความหน่วง (damping ratio) ของโหมดที่ i
 ω_i คือ ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของโหมดที่ i
 เมื่อทราบค่า ξ_i และ ω_i แล้วจะสามารถหาเมตริกซ์ $\bar{\mathbf{C}}$ และ \mathbf{C}^* ได้ ดังนี้

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{V}\mathbf{C}^*\mathbf{V}^{-1} \quad (2.112)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}\bar{\mathbf{C}} \quad (2.113)$$

2.2.2.4 การหาแรงที่ข้อต่อจากแรงภายนอกที่มากกระทำ



รูปที่ 2.11 แรงที่ข้อต่อเนื่องจากแรงภายนอกที่มากกระทำ

เมื่อมีแรงภายนอก f มากกระทำบนชิ้นส่วนคาน 2 มิติ ที่มีความยาวเท่ากับ l ระหว่างข้อที่ i กับข้อที่ $i+1$ ที่ระยะ x จากปลายซ้าย แรงที่ข้อต่อแต่ละปลายของชิ้นส่วนคานสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} R_i &= \left(1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}\right) f, & M_i &= \left(x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l}\right) f \\ R_{i+1} &= \left(\frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}\right) f, & M_{i+1} &= \left(\frac{x^3}{l^2} - \frac{x^2}{l}\right) f \end{aligned} \quad (2.114)$$

โดยที่ R_i, R_{i+1} คือ แรงที่ข้อต่อในแนวตั้ง ของข้อที่ i และ $i+1$ ของโครงสร้างตามลำดับ

M_i, M_{i+1} คือ โมเมนต์ดัด ของข้อที่ i และ $i+1$ ของโครงสร้างตามลำดับ

แรงที่ข้อต่อดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ของแรงโกลบอล (global force vector) ได้ คือ

$$\mathbf{P} = \mathbf{Y}(x) \cdot f_1 \quad (2.115)$$

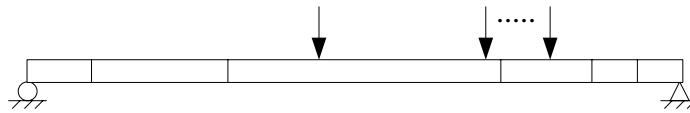
โดยที่ \mathbf{P} คือ เวกเตอร์ของแรงที่ข้อต่อ (nodal force vector)

$\mathbf{Y}(x)$ คือ เวกเตอร์ที่แปลงแรงกระทำภายนอกสู่ระบบแรงที่ข้อต่อ

สำหรับกรณีของแรงภายนอกหลายแรงที่กระทำบนชิ้นส่วนคานเวกเตอร์ของแรงโกลบอล (global force vector) ที่เกิดขึ้นจากแรงที่ i สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{Y}(x_i) \cdot f_i \quad (2.116)$$

2.2.2.5 การสร้างสมการการเคลื่อนที่



รูปที่ 2.12 แบบจำลองสะพานที่ใช้สร้างสมการการเคลื่อนที่

ไฟไนต์เอลเมนต์ของระบบพลศาสตร์ที่มี n องศาของอิสระ สมการการเคลื่อนที่เขียนได้ดังแสดง

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(x, t) \quad (2.117)$$

โดยที่	$\mathbf{u}(t)$	คือ	เวกเตอร์การแอ่นตัวของแบบจำลอง
	$\dot{\mathbf{u}}(t)$	คือ	อนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $\mathbf{u}(t)$ เทียบกับเวลา t
	\mathbf{M}	คือ	เมตริกซ์มวลของระบบ (system mass matrix)
	\mathbf{C}	คือ	เมตริกซ์ความหน่วงของระบบ (system damping matrix)
	\mathbf{K}	คือ	เมตริกซ์สติฟเนสของระบบ (system stiffness matrix)
	$\mathbf{P}(x, t)$	คือ	แรงซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและขนาดของแรงภายนอกที่มากกระทำดังแสดงในสมการ (2.116)

การใช้สมการเสตทสเปซ (state-space formulation) สมการ (2.117) จะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งดังแสดง

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{f} \quad (2.118)$$

โดยที่	$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix}_{2n \times 1}$	$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$	(2.119)
		$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Y} \end{bmatrix}_{2n \times n_f}$	(2.119)

โดยที่ \mathbf{X} คือ เวกเตอร์ของตัวแปร (state variables) ที่มีมิติเท่ากับ $2n$ ซึ่งประกอบด้วย การแอ่นตัวที่ชั่วและความเร็วที่ชั่ว

n_f คือ จำนวนของแรงภายนอกที่มากกระทำ

\mathbf{f} คือ แรงภายนอกที่ไม่ทราบค่ามีมิติเท่ากับ $n_f \times 1$

สมการอนุพันธ์ข้างต้นสามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบของสมการไม่ต่อเนื่อง (discrete equation) โดยใช้ เอกซ์โพเนนเชียลเมตริกซ์ (exponential matrix) เข้ามาเกี่ยวข้อง จะได้

$$\mathbf{X}_{j+1} = \mathbf{F}\mathbf{X}_j + \bar{\mathbf{G}}_{j+1}\mathbf{B}_j\mathbf{f}_j \quad (2.120)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}h} \quad (2.121)$$

$$\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (2.122)$$

โดยที่ \mathbf{F} คือ เอกซ์โพเนนเชียลเมตริกซ์ (exponential matrix)

$\bar{\mathbf{G}}$ คือ เมตริกซ์ที่เชื่อมโยงระหว่างแรงกับระบบ

$j+1$ คือ การคำนวณ ณ ชั้นเวลาที่ $j+1$

h คือ ผลต่างของเวลาในการคำนวณ (variable state) ระหว่าง \mathbf{X}_j และ \mathbf{X}_{j+1}

จากการแทนสมการ (2.121) และ (2.122) ลงไปในสมการ (2.120) จะได้

$$\mathbf{X}_{j+1} = \mathbf{F}\mathbf{X}_j + \mathbf{G}_{j+1}\mathbf{f}_j \quad (2.123)$$

โดยที่

$$\mathbf{G} = \bar{\mathbf{G}}_{2n \times 2n} \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Y} \end{bmatrix}_{2n \times n_j} \quad (2.124)$$

2.2.2.6 วิธีการหาเอกซ์โพเนนเชียลเมตริกซ์ (exponential matrix) \mathbf{F}

$$\text{จาก } \mathbf{e}^{\mathbf{A}h} = \mathbf{I} + h\mathbf{A} + \frac{h^2}{2!}\mathbf{A}^2 + \frac{h^3}{3!}\mathbf{A}^3 + \dots \quad (2.125)$$

$$\text{และ } \mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} \quad (2.126)$$

โดยที่

$\mathbf{\Lambda}$ คือ เมตริกซ์ไอเกนแวลู (eigenvalue) ของเมตริกซ์ \mathbf{A}

\mathbf{V} คือ เมตริกซ์ไอเกนเวกเตอร์ (eigenvector) ของเมตริกซ์ \mathbf{A}

แทนสมการ (2.126) ลงใน (2.125) จะได้

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{\mathbf{A}h} &= \mathbf{V}\mathbf{V}^{-1} + h\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} + \frac{h^2}{2!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{V}^{-1} + \frac{h^3}{3!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^3\mathbf{V}^{-1} + \dots \\ &= \mathbf{V}\left(\mathbf{I} + h\mathbf{\Lambda} + \frac{h^2}{2!}\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{h^3}{3!}\mathbf{\Lambda}^3 + \dots\right)\mathbf{V}^{-1} \\ &= \mathbf{V}\mathbf{e}^{\mathbf{\Lambda}h}\mathbf{V}^{-1} \end{aligned} \quad (2.127)$$

2.2.2.7 การหานำหนักด้วยการใช้สมการเวียนบังเกิด (recursive formula)

การหาแรง \mathbf{f} ซึ่งทำให้สมการ (2.123) มีความใกล้เคียงกับข้อมูลที่วัดมาได้มากที่สุด แต่ในทางปฏิบัติเราไม่สามารถที่จะวัดการแอ่นตัวและความเร็วได้ทั้งหมด ซึ่งจะมีแค่บางตำแหน่งเท่านั้นที่เราสามารถวัดได้ ดังนั้นข้อมูลที่ได้จากการวัดสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{Q}\mathbf{X}_j \quad (2.128)$$

โดยที่

\mathbf{d}_j คือ เวกเตอร์ของการวัดมีมิติ $m \times 1$

\mathbf{Q} คือ เมตริกซ์ที่ถูกเลือกเพื่อเชื่อมโยงระหว่างการวัดกับตัวแปร (state variables) มีมิติ $m \times 2n$

\mathbf{X}_j คือ เวกเตอร์ของตัวแปร (state variables) ที่มีมิติเท่ากับ $2n$ ซึ่งประกอบด้วย การแอ่นตัวที่ชั่วและความเร็วที่ชั่ว

ข้อมูลจากการวัดจริงจะแทนได้ด้วยเวกเตอร์ \mathbf{Z}_j ซึ่งมีมิติเดียวกับ \mathbf{d}_j โดยทั่วไปจำนวนของข้อมูลที่วัดได้ m จะน้อยกว่าจำนวนของตัวแปร (หรือ n ของศาความอิสระของระบบ) มาก แต่จะต้องมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนของแรงภายนอกที่มากระทำ n_f ในกรณีของ คาน 2 มิติ ที่มีจุดรองรับแบบธรรมดา ซึ่งถูกแบ่งเป็น L อิลิเมนต์จะได้ $n = 2(L+1) - 2$ ซึ่งได้รวมการแอ่นตัวในแนวตั้งและการแอ่นตัวในการหมุนที่แต่ละชั่วไว้แล้ว

เมื่อแรงที่ไม่ทราบค่า \mathbf{f}_j ได้รวมอยู่ในสมการ (2.123) การที่ข้อมูลจากแบบจำลองจะเหมือนกับข้อมูลจากการวัดจึงเป็นไปได้ ทั้งนี้เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการวัดจะมีสิ่งรบกวนรวมอยู่ด้วย จึงทำการหาค่าแรงจากวิธีการยกกำลังสองน้อยที่สุด (least square) ที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน E ดังสมการ (2.129) มีค่าน้อยที่สุด

$$E = \sum_{j=1}^N ((\mathbf{Z}_j - \mathbf{Q}\mathbf{X}_j), \mathbf{D}(\mathbf{Z}_j - \mathbf{Q}\mathbf{X}_j)) \quad (2.129)$$

แต่เนื่องจากมีสภาพบกพร่อง (ill condition) ของระบบในการหาค่าตอบ ณ ตำแหน่งจุดเริ่มต้น และจุดสุดท้ายของข้อมูล เราสามารถที่จะหลีกเลี่ยงได้โดยการเพิ่มเทอมความราบเรียบ (smoothing term) เข้าไปในสมการ (2.130) ดังแสดง

$$E = \sum_{j=1}^N ((\mathbf{Z}_j - \mathbf{Q}\mathbf{X}_j), \mathbf{D}(\mathbf{Z}_j - \mathbf{Q}\mathbf{X}_j) + (\mathbf{f}_j, \mathbf{B}\mathbf{f}_j)) \quad (2.130)$$

เทอมที่สองคือ regularization parameter และวิธีการดังกล่าวนี้เรียกว่า Tikhonov method เมตริกซ์ $\mathbf{D}(m \times m)$ และเมตริกซ์ $\mathbf{B}(n_f \times n_f)$ เป็นเมตริกซ์โพสิทีฟดีฟิไนท์ที่มีความสมมาตร (symmetric positive-definite weighting matrices) ซึ่งให้ความยืดหยุ่นในการถ่วงน้ำหนักของการวัดและการถ่วงน้ำหนักของแรง เมตริกซ์ \mathbf{D} โดยทั่วไปจะเป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) และ เมตริกซ์ \mathbf{B} เป็นเมตริกซ์ทแยง (diagonal matrix) โดยเทอมที่สองค่า \mathbf{B} จะมีผลของความราบเรียบของแรงที่หามาได้ โดยถ้า \mathbf{B} มีค่ามาก แรงที่หาได้จะมีความราบเรียบแต่จะไม่ใกล้เคียงกับข้อมูล เมื่อ \mathbf{B} มีค่าเท่ากับศูนย์ การแก้ปัญหาที่จะกลายเป็นปัญหา ยกกำลังสองน้อยที่สุด (least square) แบบธรรมดา และเมื่อ \mathbf{B} มีค่าน้อย จะทำให้คำตอบมีความใกล้เคียงกับข้อมูลมากแต่มีความแปรปรวนสูง

2.2.2.8 ไตนามิกโปรแกรมมิ่ง (Dynamic Programming)

เพื่อที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน E ของวิธียกกำลังสองน้อยที่สุด (least square) มีค่าน้อยที่สุด วิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่ง (dynamic programming) และ Bellman's Principle of Optimality (Bellman R., 1967) ได้ถูกนำมาใช้หาค่า E ที่น้อยที่สุดที่ขั้นตอน n (E_n) สำหรับค่าเริ่มต้น \mathbf{X} สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{g}_n(\mathbf{X}) = \min_{\mathbf{f}_j} E_n(\mathbf{X}, \mathbf{f}_j) \quad (2.131)$$

จากสมการ (2.131) โดยวิธี Bellman's Principle of Optimality จะสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

$$\mathbf{g}_{n-1}(\mathbf{X}) = \min_{\mathbf{f}_{n-1}} ((\mathbf{Z}_{n-1} - \mathbf{Q}\mathbf{X}), \mathbf{D}(\mathbf{Z}_{n-1} - \mathbf{Q}\mathbf{X}) + (\mathbf{f}_{n-1}, \mathbf{E}\mathbf{f}_{n-1}) + \mathbf{g}_n(\mathbf{F}\mathbf{X} + \mathbf{G}_n\mathbf{f}_{n-1})) \quad (2.132)$$

\mathbf{f}_n และ \mathbf{g}_n คือ ค่าแรงที่เหมาะสม (optimal forcing term) และค่าต้นทุนที่เหมาะสม (optimal cost term) ตามลำดับ การแก้ปัญหาสามารถทำได้โดยการเริ่มต้นขั้นตอนที่ $n = N$ และทำย้อนกลับไปจนถึง $n = 1$ ที่จุดปลาย ค่าที่น้อยที่สุดสามารถหาได้จาก

$$\mathbf{g}_N(\mathbf{X}) = \min_{\mathbf{f}_N} [(\mathbf{Z}_N - \mathbf{Q}\mathbf{X}), \mathbf{D}(\mathbf{Z}_N - \mathbf{Q}\mathbf{X}) + (\mathbf{f}_N, \mathbf{B}\mathbf{f}_N)] \quad (2.133)$$

เมื่อ $\mathbf{f}_N = 0$ เราจะได้คำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดดังสมการ (2.81) โดยการขยายสมการ (2.81)

$$\mathbf{g}_N(\mathbf{X}) = \mathbf{q}_N + (\mathbf{X}, \mathbf{S}_N) + (\mathbf{X}, \mathbf{R}_N \mathbf{X}) \quad (2.134)$$

โดยที่

$$\mathbf{q}_N = \mathbf{Z}_N^T \mathbf{D} \mathbf{Z}_N$$

$$\mathbf{S}_N = -2\mathbf{Q}_N^T \mathbf{D} \mathbf{Z}_N$$

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{Q}_N^T \mathbf{D} \mathbf{Q}_N \quad (2.135)$$

สมการ (2.135) คือค่าเริ่มต้นสำหรับการทำางานย้อนกลับที่ $n = N$ โดยการแทนสมการ (2.134) ด้วยขั้นตอนที่ n และ $n-1$ ลงไปในสมการ (2.133) และขยายเทอมทางด้านขวามือของสมการจะได้

$$\mathbf{q}_{n-1} + (\mathbf{X}, \mathbf{S}_{n-1}) + (\mathbf{X}, \mathbf{R}_{n-1} \mathbf{X}) = \min_{\mathbf{f}_{n-1}} [(\mathbf{f}_{n-1} + \mathbf{V}_n \mathbf{X} + \mathbf{U}_n), \mathbf{H}_n (\mathbf{f}_{n-1} + \mathbf{V}_n \mathbf{X} + \mathbf{U}_n) + \mathbf{r}_{n-1}(\mathbf{X})]$$

โดยที่

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{B} + \mathbf{G}_n^T \mathbf{R}_n \mathbf{G}_n, \quad 2\mathbf{H}_n \mathbf{V}_n = 2\mathbf{G}_n^T \mathbf{R}_n \mathbf{F}, \quad \mathbf{V}_n = \mathbf{H}_n^{-1} \mathbf{G}_n^T \mathbf{R}_n \mathbf{F}$$

$$2\mathbf{H}_n \mathbf{U}_n = \mathbf{G}_n^T \mathbf{S}_n, \quad \mathbf{U}_n = (\mathbf{H}_n^{-1} \mathbf{G}_n^T \mathbf{S}_n) / 2 \quad (2.136)$$

$$\mathbf{r}_{n-1}(\mathbf{x}) = (\mathbf{q}_n + \mathbf{Z}_{n-1}^T \mathbf{D} \mathbf{Z}_{n-1}) + \mathbf{X}^T (\mathbf{Q}^T \mathbf{D} \mathbf{Q} + \mathbf{F}^T \mathbf{R}_n \mathbf{F}) \mathbf{X} + \mathbf{X}^T (\mathbf{F}^T \mathbf{S}_n - 2\mathbf{Q}^T \mathbf{D} \mathbf{Z}_{n-1})$$

$$- \mathbf{X}^T \mathbf{V}_n^T \mathbf{H}_n \mathbf{V}_n \mathbf{X} - \mathbf{U}_n^T \mathbf{H}_n \mathbf{U}_n - 2\mathbf{X}^T \mathbf{V}_n^T \mathbf{H}_n \mathbf{U}_n$$

โดยที่ \mathbf{F} คือ เอกซ์โพเนนเชียลเมตริกซ์ (exponential matrix)

การทำให้เทอมทางด้านขวามือของสมการ (2.136) มีค่าน้อยที่สุด จะนำไปสู่ค่าแรงที่เหมาะสม คือ

$$\mathbf{f}_{n-1} = -\mathbf{H}_n^{-1} \mathbf{G}_n^T \left[\mathbf{R}_n \mathbf{F} \mathbf{X}_{n-1} + \frac{\mathbf{S}_n}{2} \right] \quad (2.137)$$

และสมการ (2.136) จะสามารถเขียนได้ในรูป

$$\mathbf{q}_{n-1} + (\mathbf{X}, \mathbf{S}_{n-1}) + (\mathbf{X}, \mathbf{R}_{n-1} \mathbf{X}) = \mathbf{r}_{n-1}(\mathbf{X}) \quad (2.138)$$

จากการกระจายเทอมในสมการ (2.138) และทำการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้

$$\mathbf{R}_{n-1} = \mathbf{Q}^T \mathbf{D} \mathbf{Q} + \mathbf{F}^T \left[\mathbf{I} - \mathbf{R}_n^T \mathbf{G}_n \mathbf{H}_n^{-1} \mathbf{G}_n^T \right] \mathbf{R}_n \mathbf{F}$$

$$\mathbf{S}_{n-1} = -2\mathbf{Q}^T \mathbf{D} \mathbf{Z}_{n-1} + \mathbf{F}^T \left[\mathbf{I} - \mathbf{R}_n^T \mathbf{G}_n \mathbf{H}_n^{-1} \mathbf{G}_n^T \right] \mathbf{S}_n \quad (2.139)$$

ความคลาดเคลื่อนของแรงที่หาได้สามารถคำนวณได้ตามสมการ

$$\text{Error} = \frac{\|\mathbf{f}_{\text{identified}} - \mathbf{f}_{\text{true}}\|}{\|\mathbf{f}_{\text{true}}\|} \times 100\% \quad (2.140)$$

โดยที่ $\|\cdot\|$ คือ นอร์ม (norm) ของเมตริกซ์

ขั้นตอนการคำนวณ

- ก. เมตริกซ์ \mathbf{Q} เมตริกซ์ \mathbf{Z} และความเร็วของแรง สามารถหาได้จากการวัดจากภาคสนาม
- ข. เมตริกซ์ $\bar{\mathbf{G}}$ และเมตริกซ์ \mathbf{G} สามารถหาได้จากข้อมูลตำแหน่งของแรงจากสมการ (2.120) และ (2.122)
- ค. คำนวณค่าเริ่มต้น $\mathbf{q}_N, \mathbf{R}_N$ และ \mathbf{S}_N จากสมการ (2.135) และคำนวณค่า \mathbf{H}_N จากสมการ (2.136)
- ง. คำนวณ \mathbf{S}_{n-1} และ \mathbf{R}_{n-1} จากสมการ (2.139) ตั้งแต่ค่า $n = N$ จนถึง $n = 1$ กำหนดค่าเริ่มต้น \mathbf{X} เท่ากับศูนย์แล้วคำนวณค่าปฏิกริยาตอบสนอง \mathbf{X}_{j+1} จากสมการ (2.123) ตั้งแต่ค่า $j = 0$ จนถึง $j = N$ และหาแรง \mathbf{f}_{n-1} จากสมการ (2.137) ตั้งแต่ค่า $n = 1$ จนถึง $n = N$

2.2.2.9 การเพิ่มความถูกต้องในการหาแรงด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำ (Iteration Technique)

เนื่องมาจากการวิจัยในอดีตที่ผ่านมาได้มีการหาน้ำหนักขณะเคลื่อนที่ โดยเทคนิคไดนามิกโปรแกรมมิ่ง นั้นยังมีความคลาดเคลื่อนในการคำนวณอยู่ Tawat (2003) จึงได้เสนอเทคนิคการคำนวณซ้ำ (Iteration

Technique) มาใช้ในการเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณของเทคนิคไดนามิกโปรแกรมมิ่ง วิธีการคำนวณซ้ำ คือ การนำเอาผลของการคำนวณที่ได้จากไดนามิกโปรแกรมมิ่งมาประมาณหาค่าความเครียดเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ แล้วจึงทำการคำนวณในไดนามิกโปรแกรมมิ่งอีกครั้ง โดยในงานวิจัยนี้จะใช้การแอนตัวแทนความเครียด ซึ่งมีหลักการดังนี้

- ก. การแอนตัวที่ได้จากการวัด \mathbf{Z} มาทำการคำนวณในโปรแกรมการหาน้ำหนัก จะได้ค่าแรง จากการคำนวณครั้งแรก \mathbf{f}^1 และจากแรงที่หาได้ก็นำไปคำนวณย้อนกลับหาการแอนตัวที่ประมาณได้ \mathbf{d} ซึ่งจะเก็บไว้เพื่อนำไปแยกผลทางพลศาสตร์ในขั้นตอนต่อไป

Deflection (Z) → Singular Value Decomposition → Axle Forces (f¹)

Dynamic Programming

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{QX}_j$$

- ข. เพื่อที่จะทำการแยกผลทางพลศาสตร์ จากแรงที่หาได้จะนำไปทำการเฉลี่ยเพื่อหาค่าแรงทางสถิติ \mathbf{f}_s^i ซึ่งการเฉลี่ยเพื่อทำการหาแรงทางสถิตินี้จะทำการเฉลี่ยแยกเพลลาอิสระต่อกันตามช่วงเวลาทีเพลลานั้น ๆ เคลื่อนที่อยู่บนช่วงสะพาน และแรงรวมทั้งหมดทางสถิติของรถได้จากการซูปเปอร์โพสิชันของแรงทางสถิติแต่ละเพลลาเข้าด้วยกัน

- ค. จากแรงทางสถิติที่ได้ \mathbf{f}_s^i จะนำไปคำนวณหาการแอนตัวเนื่องจากผลทางสถิติ \mathbf{d}_s^i โดยมีขั้นตอนดังนี้

- ทำการแปลงแรงที่หาได้ให้เป็นแรงที่ขั้วด้วยฟังก์ชันประมาณ (shape function)

$$\mathbf{P}_s^i = \mathbf{Yf}_s^i \quad (2.141)$$

โดยที่

\mathbf{P}_s คือ เวกเตอร์ของแรงทางสถิติที่ขั้ว (nodal force vector)

\mathbf{Y} คือ เวกเตอร์ที่แปลงแรงกระทำภายนอกสู่ระบบแรงที่ขั้ว

\mathbf{f}_s คือ แรงภายนอกที่ไม่ทราบค่ามีมิติเท่ากับ $n_f \times 1$

- จากแรงที่ขั้ว สามารถหาการเปลี่ยนตำแหน่ง \mathbf{u}_s^i ได้โดยนำไปคูณด้วยอินเวอร์สของสติฟเนส เมตริกซ์

$$\mathbf{u}_s^i = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{P}_s^i \quad (2.142)$$

โดยที่

\mathbf{u}_s คือ เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของแบบจำลองชิ้นส่วนคาน

\mathbf{K} คือ เมตริกซ์สติฟเนสของระบบ (system stiffness matrix)

- สามารถหาความเครียดทางสถิติ \mathbf{d}_s^i ได้จากความสัมพันธ์ของการแอนตัวและการเปลี่ยนตำแหน่ง

$$\mathbf{d}_s^i = \mathbf{Q}\mathbf{u}_s^i \quad (2.143)$$

- ง. คำนวณการแอนตัวทางพลศาสตร์ \mathbf{d}_d^i ได้จากการนำการแอนตัวทางสถิติไปลบออกจากการแอนตัวรวมที่ได้จากการประมาณ \mathbf{d}^i

$$\mathbf{d}_d^i = \mathbf{d}^i - \mathbf{d}_s^i \quad (2.144)$$

- จ. การแอนตัวทางพลศาสตร์ที่ได้ \mathbf{d}_d^i จะนำไปหาแรงทางพลศาสตร์ในรอบใหม่ \mathbf{f}_d^{i+1} ด้วยโปรแกรมการหาน้ำหนักอีกครั้ง

- ฉ. จากแรงทางพลศาสตร์ที่ได้ \mathbf{f}_d^{i+1} เมื่อนำไปรวมกับแรงทางสถิติ \mathbf{f}_s^i จะได้เป็นแรงในรอบใหม่จากการคำนวณซ้ำ

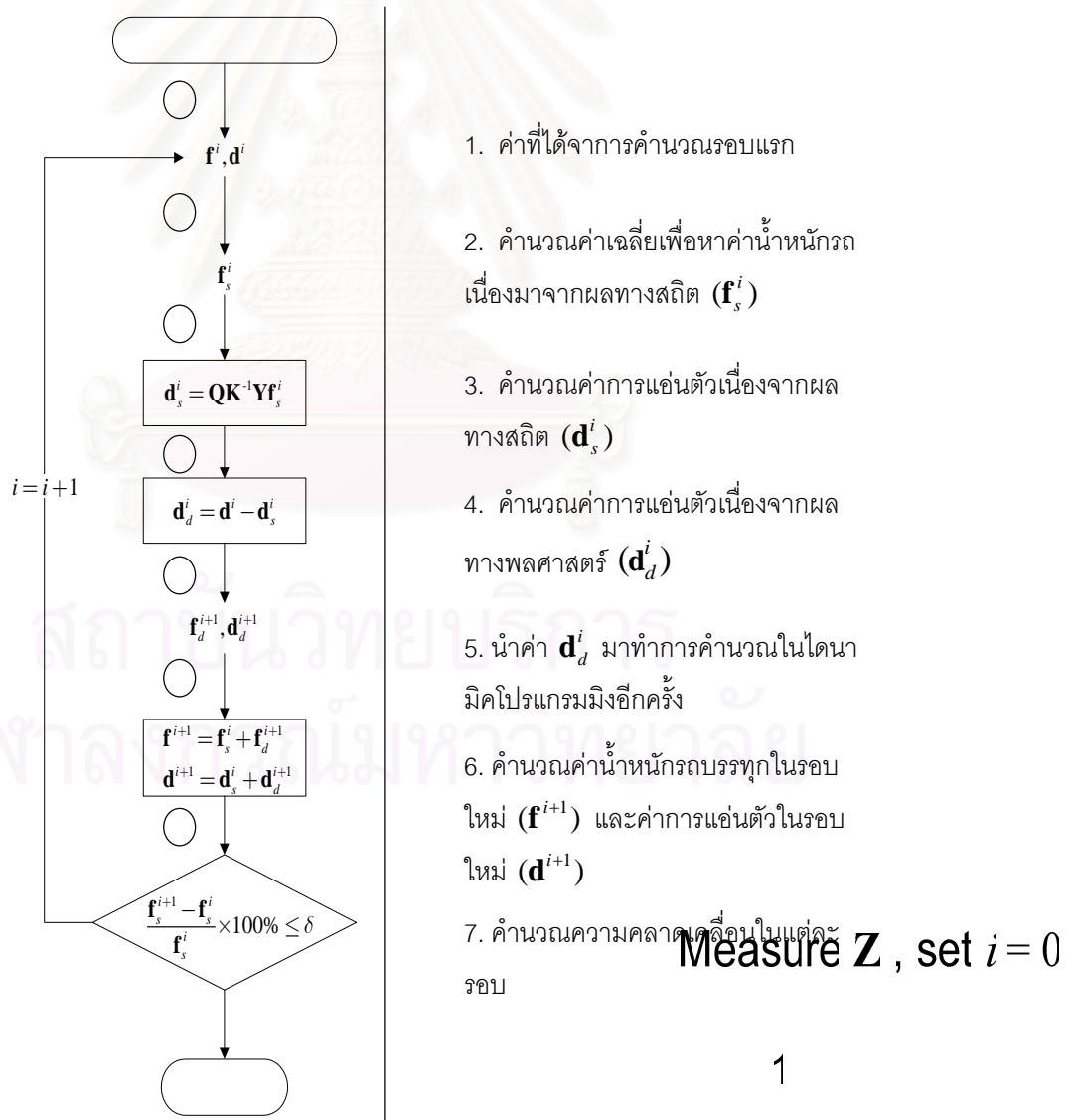
$$\mathbf{f}^{i+1} = \mathbf{f}_s^i + \mathbf{f}_d^{i+1} \tag{2.145}$$

ข. การแก้แอมพลิจูดทางพลศาสตร์ที่ได้จากสมการ 2.144 เมื่อนำไปรวมกับการแก้แอมพลิจูดทางสถิตจากสมการ 2.142 ก็จะได้เป็นการแก้แอมพลิจูดรวมใหม่ เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณซ้ำรอบถัดไป

$$\mathbf{d}^{i+1} = \mathbf{d}_s^i + \mathbf{d}_d^{i+1} \tag{2.146}$$

ค. ทำการคำนวณซ้ำจนกระทั่งผลต่างของแรงที่ได้ในรอบล่าสุดกับรอบก่อนหน้า มีความแตกต่างกัน น้อยมาก ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ โดยในงานวิจัยของรัชและงานวิจัยนี้กำหนดไว้ที่อยู่ในช่วง 1 เปอร์เซ็นต์จึงจะหยุดการคำนวณกล่าวคือ

$$\frac{\|\mathbf{f}^{i+1} - \mathbf{f}^i\|}{\|\mathbf{f}^i\|} \times 100 \% \leq 1\% \tag{2.147}$$



รูปที่ 2.13 ผังลำดับงานการคำนวณแรงด้วยวิธีการคำนวณซ้ำ

2.2.3 การแปลงค่าความเร่งเป็นการแอนตัว

ในงานวิจัยนี้จะทำการคำนวณน้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่โดยพิจารณาจากข้อมูลความเร่งของสะพานโดยใช้ อุปกรณ์สำหรับวัดความเร่ง อย่างไรก็ตามวิธีคำนวณความเร่งที่วัดได้มานั้นต้องมีการแปลงเป็นค่าการแอนตัวของ สะพานก่อนเพื่อใช้ในการคำนวณต่อไป

2.2.3.1 หลักการเบื้องต้น

จากข้อมูลความเร่งและความสัมพันธ์ระหว่างความเร่ง, ความเร็วและการแอนตัวสามารถเขียนได้ใน รูปแบบสมการความสัมพันธ์เชิงอนุพันธ์และสามารถอินทิเกรต ได้ดังสมการ

$$\dot{u}(t) = \dot{u}(0) + \int_0^t \ddot{u}(\tau) d\tau = \dot{u}(0) + \int_0^t \frac{d^2 u(\tau)}{d\tau^2} d\tau \quad (2.148)$$

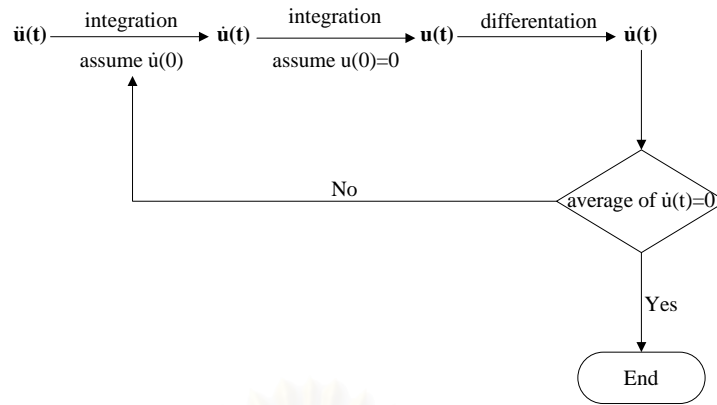
โดยที่ $\dot{u}(t)$ คือ ความเร็วที่เวลา t ใดๆ
 $\dot{u}(0)$ คือ ความเร็วต้นที่เวลาเริ่มต้น
 $\ddot{u}(\tau)$ คือ ความเร่งที่เวลา $t = \tau$
 $u(\tau)$ คือ ค่าการแอนตัวที่เวลา $t = \tau$

$$u(t) = u(0) + \int_0^t \dot{u}(\tau) d\tau = u(0) + \dot{u}(0)t + \int_0^t \int_0^t \ddot{u}(\tau) d\tau d\tau \quad (2.149)$$

โดยที่ $u(0)$ คือ ค่าการแอนตัวเริ่มต้น

2.2.3.2 การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น

โดยทั่วไปการคำนวณการแอนตัวจากข้อมูลความเร่งนั้นจะอินทิเกรตข้อมูลความเร่งเพื่อคำนวณค่าการแอนตัว โดยการอินทิเกรตนั้นจะใช้วิธีเชิงตัวเลข ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ไม่เป็นศูนย์ จะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนสะสมเนื่องจากสองพจน์แรกของการคำนวณ การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่อง จากเงื่อนไขเริ่มต้น นั้นทำได้โดยการนำค่าการแอนตัวที่ได้มาหาค่าความเร็วและนำมาหาค่าเฉลี่ยจากนั้น ค่าความ เร็วเฉลี่ยที่ต่างจากศูนย์นำไปเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณกลับซ้ำอีกเพื่อลดค่าความผิดพลาดลง นอกจากนี้การใช้การกรองสัญญาณความถี่เพื่อกำจัดผลของค่าความถี่ต่างๆที่ไม่ต้องการออกสามารถนำมาใช้ เพิ่มความถูกต้องในการแปลงจากค่าความเร่งเป็นค่าการแอนตัวได้



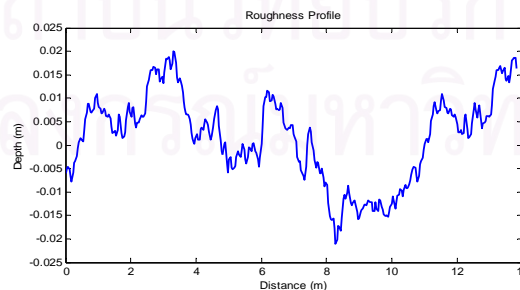
รูปที่ 2.14 ลำดับงานการปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น

2.2.4 ตัวอย่างการคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกทุกจากค่าความเร่ง

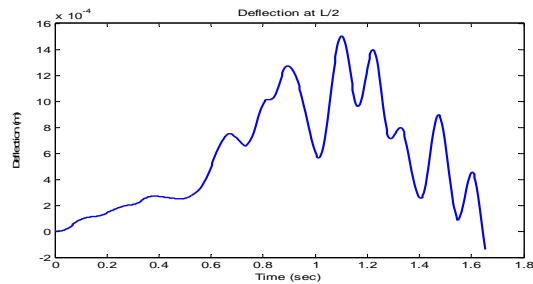
สะพานที่ใช้ในการศึกษาการหาน้ำหนักบรรทุกทุกโดยการจำลองบนคอมพิวเตอร์ จะพิจารณาสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก แบบคานช่วงเดียว ซึ่งมีความยาวของสะพาน 9.43 เมตร สำหรับการจราจร 1 ช่องทาง ซึ่งมีความกว้าง 14 เมตร ความหนา 45 เซนติเมตรและระดับความขรุขระของผิวทาง 2 เซนติเมตร ส่วนค่าที่ใช้ในการคำนวณคุณสมบัติสะพานมีดังนี้ โมดูลัสอีกลาสติก 2.6×10^9 กิโลกรัมต่อตารางเมตร สัดส่วนความหน่วง 0.05

รถบรรทุกนั้นจะทำการพิจารณาเพลาคู่หลังรวมกันเป็นเพลาดียว โดยมีระยะห่างระหว่างเพลาดียว 4.40 เมตร ค่าสติเฟนสของเพลาน้ำ 6.35x10⁵ นิวตันต่อเมตรและค่าสติเฟนสของเพลาลัง 6.345x10⁶ นิวตันต่อเมตร ค่าสัดส่วนความหน่วงล้อหน้า 1.31x10⁴ นิวตัน.วินาทีต่อเมตรและค่าอัตราส่วนความหน่วงล้อหลัง 5.66x10⁴ นิวตัน.วินาทีต่อเมตร โดยน้ำหนักบรรทุกที่จะใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์ คือรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมประกอบด้วย น้ำหนักรถเปล่า 735 กิโลกรัมและน้ำหนักบรรทุก 20,135 กิโลกรัมซึ่งถ่ายน้ำหนักเพลาน้ำ 4,610 กิโลกรัมและน้ำหนักรวมเพลาลัง 16,620 กิโลกรัมตามลำดับ และรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

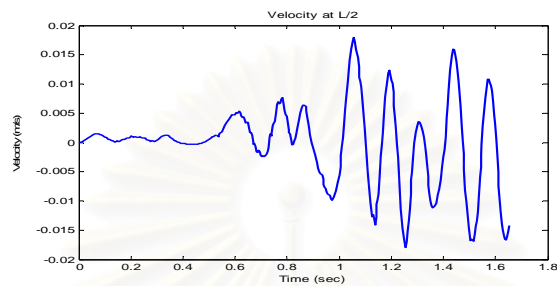
แบบจำลองสะพานและรถบรรทุกที่ใช้นั้นสามารถคำนวณค่าการแอ่นตัวและความเร็วเชิงโหมดและนำไปแทนในสมการ 2.40 เพื่อคำนวณค่าความเร่ง ซึ่งแสดงในรูป 2.14



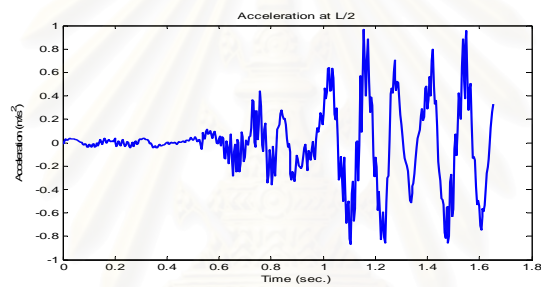
(ก)



(ข)

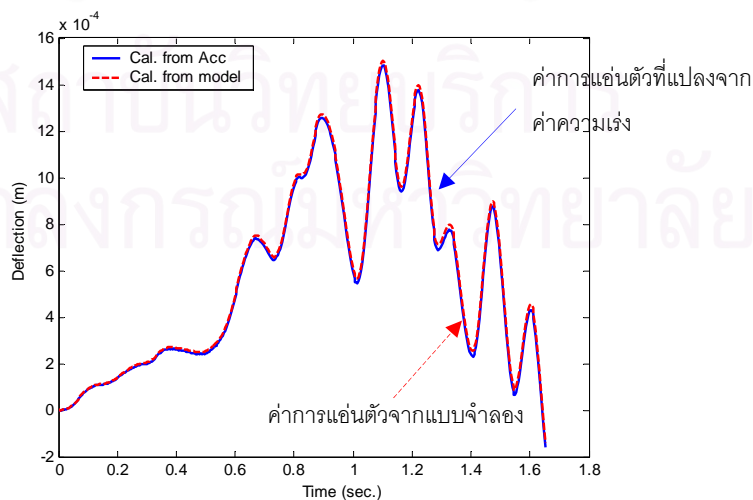


(ค)

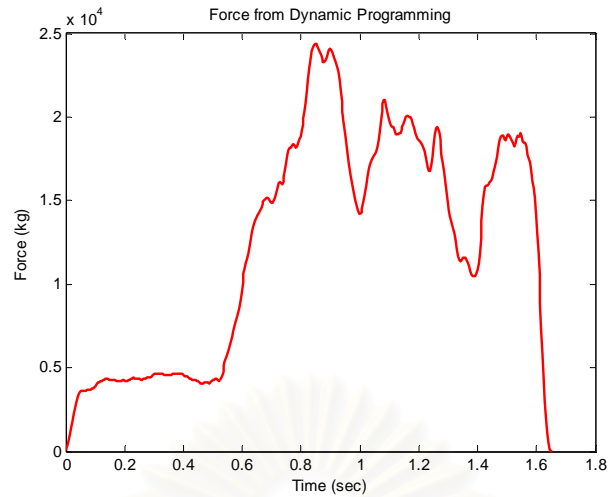


(ง)

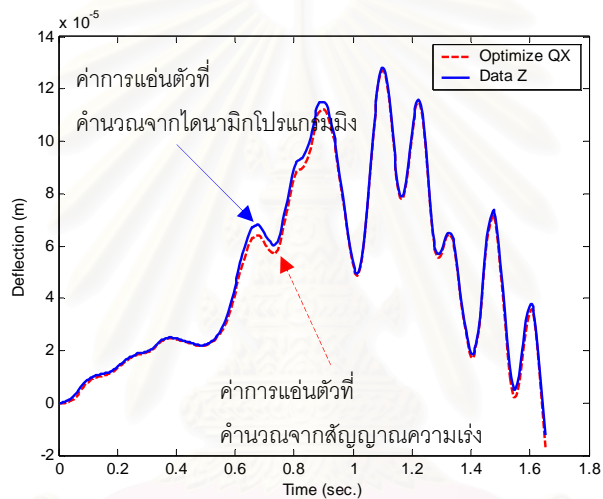
รูปที่ 2.15 (ก) ความขรุขระ (ข) การแอ่นตัว (ค) ความเร็วและ (ง) ความเร่งจากแบบจำลองตามลำดับ เริ่มจากการนำค่าความเร่งที่วัดได้มาทำการแปลงเป็นค่าการแอ่นตัว (\mathbf{z}) แล้วจึงหาค่าน้ำหนักบรรทุก (\mathbf{f}') ด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและค่าการแอ่นตัวที่ได้จากการคำนวณ (\mathbf{d}') ดังเช่นตัวอย่างการทำนายน้ำหนักบรรทุกจากผลการตรวจวัดความเร่งของสะพานจำลอง ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.15 และ 2.16 ตามลำดับ



รูปที่ 2.16 เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองและการแปลงค่าความเร่งเป็นค่าการแอ่นตัว



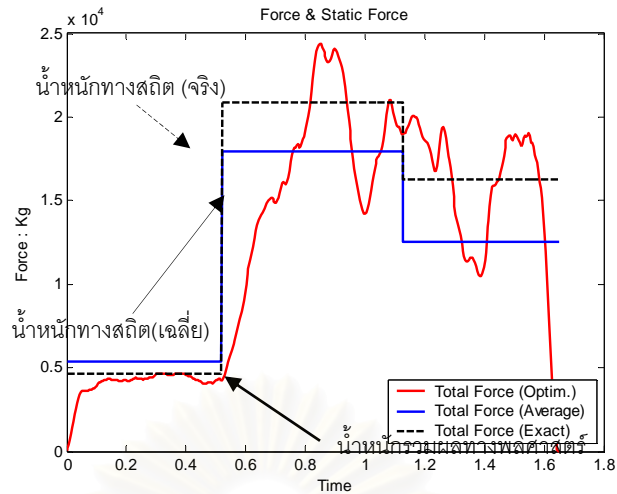
รูปที่ 2.17 ค่าน้ำหนักบรรทุกทุกที่ได้จากไดนามิกโปรแกรมมิ่ง



รูปที่ 2.18 ค่าการแอ่นตัวที่แปลงจากค่าความเร่งและค่าการแอ่นตัวที่ค่านวนจากไดนามิกโปรแกรมมิ่ง

เมื่อได้ค่าน้ำหนักที่มาจากผลการคำนวณในรอบแรกมา จะนำน้ำหนักมาเฉลี่ยเพื่อหาค่าน้ำหนักของรถ เนื่องจากผลทางสถิติ (f'_i) เท่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 2.18 ซึ่งจะคิดแยกเป็นน้ำหนักของแต่ละเพลลาได้ โดยน้ำหนักของเพลลานั้นจะคิดจากน้ำหนักเฉลี่ยของเวลาในช่วงแรกซึ่งเพลลานั้นยังไม่ได้เคลื่อนที่เข้ามาในสะพาน ส่วนน้ำหนักของเพลลานั้นจะคิดจากน้ำหนักเฉลี่ยของเวลาในช่วงหลังซึ่งเพลลานั้นเคลื่อนที่ออกจากสะพานไปแล้ว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.19 คำนวณน้ำหนักเนื่องจากผลทางสถิต

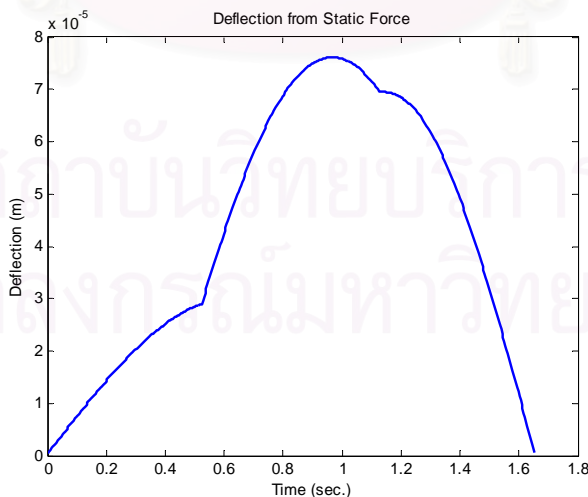
จากนั้นจะคำนวณค่าการแอ่นตัวเนื่องจากผลทางสถิต (\mathbf{d}_s^i) จากน้ำหนักสถิตดังกล่าว (\mathbf{f}_s^i) ซึ่งจะสามารถหาค่าการแอ่นตัวเนื่องจากผลทางสถิตได้จากความสัมพันธ์ในรูปการคำนวณที่ i ดังนี้

$$\mathbf{P}_s^i = \mathbf{Y}\mathbf{f}_s^i \tag{2.141}$$

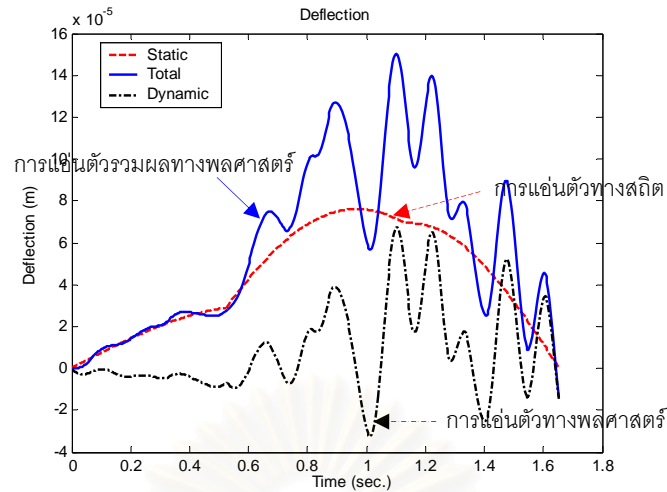
$$\mathbf{u}_s^i = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{P}_s^i \tag{2.142}$$

- โดยที่
- \mathbf{P}_s คือ เวกเตอร์ของแรงสถิตที่ข้อ (nodal force vector)
 - \mathbf{Y} คือ เวกเตอร์ที่แปลงแรงกระทำภายนอกสู่ระบบแรงที่ข้อ
 - \mathbf{f}_s คือ แรงภายนอกที่ไม่ทราบค่ามีมิติเท่ากับ $n_f \times 1$
 - \mathbf{d}_s คือ เวกเตอร์ของการวัดมีมิติ $m \times 1$
 - \mathbf{u}_s คือ เวกเตอร์การแอ่นตัวของแบบจำลอง
 - \mathbf{K} คือ เมตริกซ์สติฟเนสระบบ (system stiffness matrix)

โดยเมื่อได้ค่า \mathbf{f}_s^i แล้วสามารถคำนวณค่า \mathbf{u}_s^i และ \mathbf{d}_s^i ดังแสดงในรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.20 ค่าการแอ่นตัวเนื่องจากผลทางสถิต



รูปที่ 2.21 ค่าการเคลื่อนตัวเนื่องจากผลทางพลศาสตร์

จากนั้นหาค่าความการเคลื่อนตัวเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ (\mathbf{d}_d^i) โดยคิดจากผลต่างของค่าการเคลื่อนตัวรวมกับค่าการเคลื่อนตัวทางสถิต ดังแสดงในรูปที่ 2.20 แล้วจึงนำค่า \mathbf{d}_d^i มาทำการคำนวณในไดนามิกโปรแกรมมิงอีกครั้ง จะได้ค่าน้ำหนักของรถบรรทุกเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ในรอบใหม่ (\mathbf{f}_d^{i+1}) และค่าการเคลื่อนตัวเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ในรอบใหม่ (\mathbf{d}_d^{i+1}) ซึ่งเมื่อนำไปรวมกับน้ำหนักสถิตก่อนหน้า (\mathbf{f}_s^i) ก็จะทำให้ได้ค่าน้ำหนักบรรทุกรวมใหม่ (\mathbf{f}^{i+1}) ที่ถูกต้องยิ่งขึ้น ส่วนค่า \mathbf{d}_d^{i+1} เมื่อนำไปรวมกับค่าการเคลื่อนตัวเนื่องจากผลทางสถิตก่อนหน้า (\mathbf{d}_s^i) ก็จะทำให้ได้ค่าการเคลื่อนตัวรวมใหม่ (\mathbf{d}^{i+1}) ส่วนขั้นตอนดังกล่าวสามารถสรุปเป็นสมการคณิตศาสตร์ ดังสมการที่ 2.150 และ 2.152

$$\mathbf{d}_d^i = \mathbf{d}^i - \mathbf{d}_s^i \quad (2.150)$$

$$\mathbf{f}^{i+1} = \mathbf{f}_s^i + \mathbf{f}_d^{i+1} \quad (2.151)$$

$$\mathbf{d}^{i+1} = \mathbf{d}_s^i + \mathbf{d}_d^{i+1} \quad (2.152)$$

เมื่อได้ค่าน้ำหนักรถบรรทุกในรอบใหม่ (\mathbf{f}^{i+1}) และค่าการเคลื่อนตัวในรอบใหม่ (\mathbf{d}^{i+1}) มาแล้วก็จะนำไปคำนวณหาค่า \mathbf{f}_s^{i+1} โดยใช้หลักการดังรูป 2.13 อีกครั้งและนำมาคำนวณซ้ำตามสมการ (2.134) – (2.140) จนกระทั่งผลต่างของค่าน้ำหนักรถบรรทุกในรอบล่าสุดกับรอบก่อนหน้ามีความแตกต่างกันน้อยมากตามเกณฑ์ที่กำหนด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

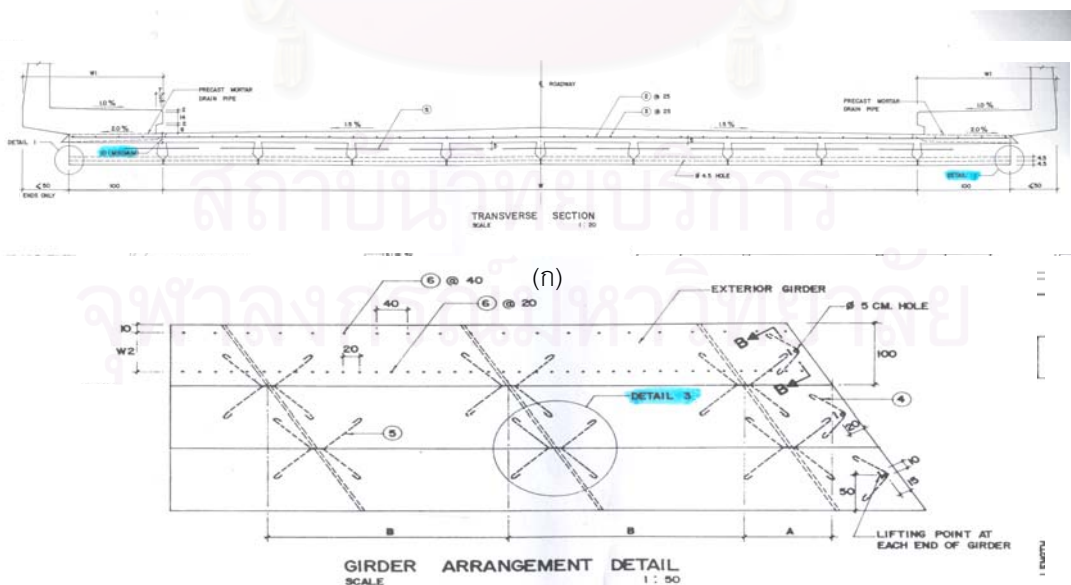
การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองในคอมพิวเตอร์

ในหัวข้อนี้จะทำการตรวจสอบแบบจำลองที่ได้จากบทที่ 2 โดยตรวจสอบการแอ่นตัวของสะพาน สัญญาณ ความเครียด ความเร็ว ความเร่งและตรวจสอบการสั่นไหวของรถซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้สะพานข้ามคลองบางน้อย ซึ่งตั้งอยู่ที่ กม. 28+170.31 ถนนวงแหวนรอบนอกตะวันตก บริเวณเนติบัณฑิตยสภาในพระบรมราชูปถัมภ์เป็นกรณีศึกษา โดยมีลักษณะเป็นสะพานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 3 ช่องจราจร (1 ทิศทางจราจร) มีช่วงสะพานทั้งสิ้นทั้งหมด 25 ช่วงสะพานโดยแต่ละช่วงสะพานมีความยาวช่วงประมาณ 10 เมตร โดยรูปแบบโครงสร้างใช้ระบบพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงสำเร็จรูปขนาดกว้าง 1 เมตร วางเรียงกันทับหน้าด้วยคอนกรีต (topping) มีความหนารวมประมาณ 45 เซนติเมตร กว้าง 14 เมตร โดยคานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 70×50 เซนติเมตร² ซึ่งยึดอยู่บนหัวเสาตอม่อสะพานแบบคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 35×35 เซนติเมตร² สะพานที่ใช้ในการศึกษาการหาค่าหน้ารถบรรทุกทุกโดยการจำลองบนคอมพิวเตอร์ จะพิจารณาสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก แบบคานช่วงเดี่ยวซึ่งมีความยาวของสะพาน 9.43 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 3.1

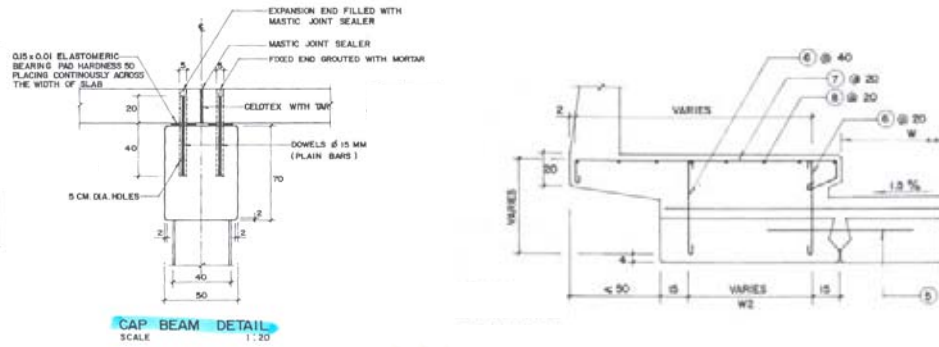
ดังนั้นสะพานและรถบรรทุกที่จะใช้ทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองคอมพิวเตอร์จะใช้สะพานที่มีขนาดและคุณสมบัติใกล้เคียงกับสะพานที่จะทดสอบภาคสนามดังตารางที่ 3.1

L	B	t	ρA	EI	ξ	Element no
(m)	(m)	(m)	(kg/m)	(N-sq.m)		
9.43	14.00	0.45	15120	2.7116×10^9	0.05	6

ตาราง 3.1 คุณสมบัติสะพานที่ใช้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง



(ข)

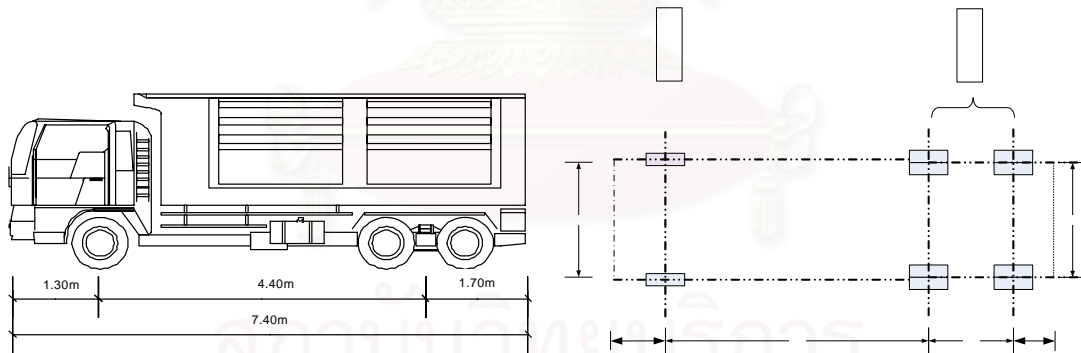


(ค)

(ง)

รูปที่ 3.1 แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แพลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อตามลำดับ

รถบรรทุกนั้นจะทำการพิจารณาเพลาคู่หลังรวมกันเป็นเพลาดียวโดยมีระยะห่างระหว่างเพลาคู่ 4.40 เมตร สติฟเนสของเพลาน้ำ (k_f) เพลาคู่หลัง (k_r) และความหน่วงของเพลาน้ำ (c_f) เพลาคู่หลัง (c_r) ของรถบรรทุกเท่ากับ 0.635×10^6 นิวตันต่อเมตร 6.345×10^6 นิวตันต่อเมตร, 1.31×10^4 นิวตันวินาทีต่อเมตร และ 5.66×10^4 นิวตันวินาทีต่อเมตรตามลำดับ โดยน้ำหนักรถบรรทุกที่จะใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์คือรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมซึ่งประกอบด้วย น้ำหนักรถเปล่า 735 กิโลกรัมและน้ำหนักบรรทุก 20,135 กิโลกรัมซึ่งถ่วงน้ำหนักเพลาน้ำ 4,610 กิโลกรัมและน้ำหนักรวมเพลาคู่หลัง 16,260 กิโลกรัมตามลำดับ



ระยะ (เมตร)					
A	B	C	D	E	F
1.30	3.75	1.30	1.05	1.76	1.72
1.30	3.75	1.30	0.95	1.77	1.73
1.30	3.75	1.30	1.05	1.76	1.72

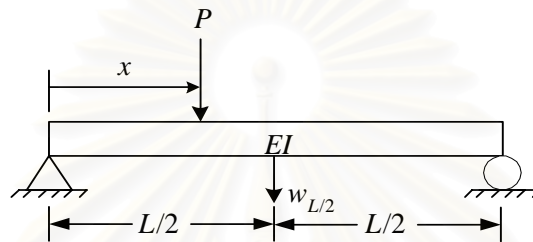
รูปที่ 3.2 ตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาแบบจำลองคอมพิวเตอร์

3.1 การตรวจสอบการแอ่นตัวของสะพาน

ซึ่งการตรวจสอบแบ่งออกเป็น การตรวจสอบทางสถิตและการตรวจสอบทางพลศาสตร์ โดยที่การตรวจสอบทางพลศาสตร์จะพิจารณาผลของความขรุขระของผิวบนสะพาน

3.1.1 การตรวจสอบทางสถิต

สมการการแอ่นตัวที่ตำแหน่งตรงกลางของคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดา (simple supports) เมื่อมีน้ำหนักกระทำที่ระยะ x โดยเมื่อวัดจากปลายด้านในของคานดังรูปที่ 3.3 จะได้ว่า



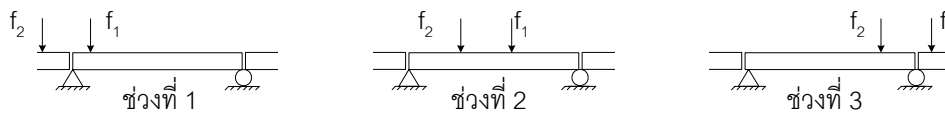
รูปที่ 3.3 แบบจำลองของคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดา

$$w_{L/2} = \begin{cases} \frac{P}{6EI} \left[\left(\frac{L}{2} - x \right)^3 + \frac{3L^2}{8} (L-x) - \frac{1}{2} (L-x)^3 \right] & \text{เมื่อ } 0 < x < \frac{L}{2} \\ \frac{P(L-x)}{12EI} \left[\frac{3L^2}{4} - (L-x)^2 \right] & \text{เมื่อ } \frac{L}{2} < x < L \end{cases} \quad (3.1)$$

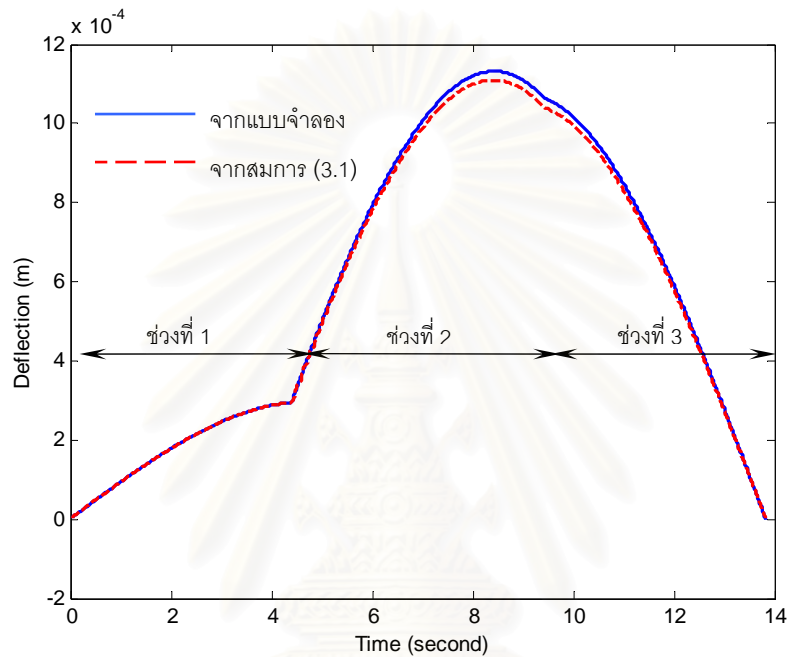
จากแบบจำลองที่ได้นำเสนอขึ้นมา นั้น เราจะกำหนดให้รถมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ดังนั้นถ้ากำหนดให้รถเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว น้อยมาก ผลที่ได้จากแบบจำลองก็จะเปรียบเสมือนการนำรถไปวางไว้ยังจุดต่างๆ บนสะพานในทางสถิต โดยเราจะทำการตรวจสอบการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางของคานที่เวลา t โดยมีส่วนตอนการดำเนินการดังนี้

- 3.1.1.1 กำหนดให้รถบรรทุก M20 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร/วินาที ในแนวกลางของสะพาน (เพื่อให้สะพานเกิดการแอ่นตัวเนื่องจากการตัดเท่านั้น) บนถนนเรียบโดยสมมติว่าไม่มีความขรุขระเพื่อลดผลของพลศาสตร์ โดยมีระยะห่างระหว่างเพลาน้ำและเพลาลังเท่ากับ 4.4 เมตร สะพานยาว 9.43 เมตร กว้าง 14.0 เมตร
- 3.1.1.2 กำหนดให้เวลาที่ล้อหน้าเริ่มเข้ามาบนสะพานเท่ากับ 0 วินาที ดังนั้นเราสามารถแบ่งการเคลื่อนที่ของรถออกเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่ 1 ช่วงที่ล้อหน้าอยู่บนสะพานเพียงล้อเดียว ช่วงที่ 2 ช่วงที่ล้อหน้าและล้อหลังอยู่บนสะพาน และช่วงที่ 3 ช่วงที่ล้อหลังอยู่บนสะพานเพียงล้อเดียว ซึ่งเวลาที่ล้อหลังเริ่มเข้ามาในสะพาน เท่ากับ 4.4 วินาที เวลาที่ล้อหน้าออกจากสะพาน เท่ากับ 9.43 วินาที และเวลาที่ล้อหลังออกจากสะพานเท่ากับ 13.83 วินาที ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.4 และ 3.5

3.1.1.3 เขียนกราฟตามสมการ (3.1) โดยเปลี่ยนแกนพิกัดระยะทาง x ใดๆ เป็นแกนพิกัดเวลา t ใดๆ แล้วทำการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลองที่นำเสนอขึ้นมา



รูปที่ 3.4 การเคลื่อนที่ของรถบรรทุกบนสะพานโดยพิจารณาล้อหน้าและล้อหลังในแต่ละช่วง



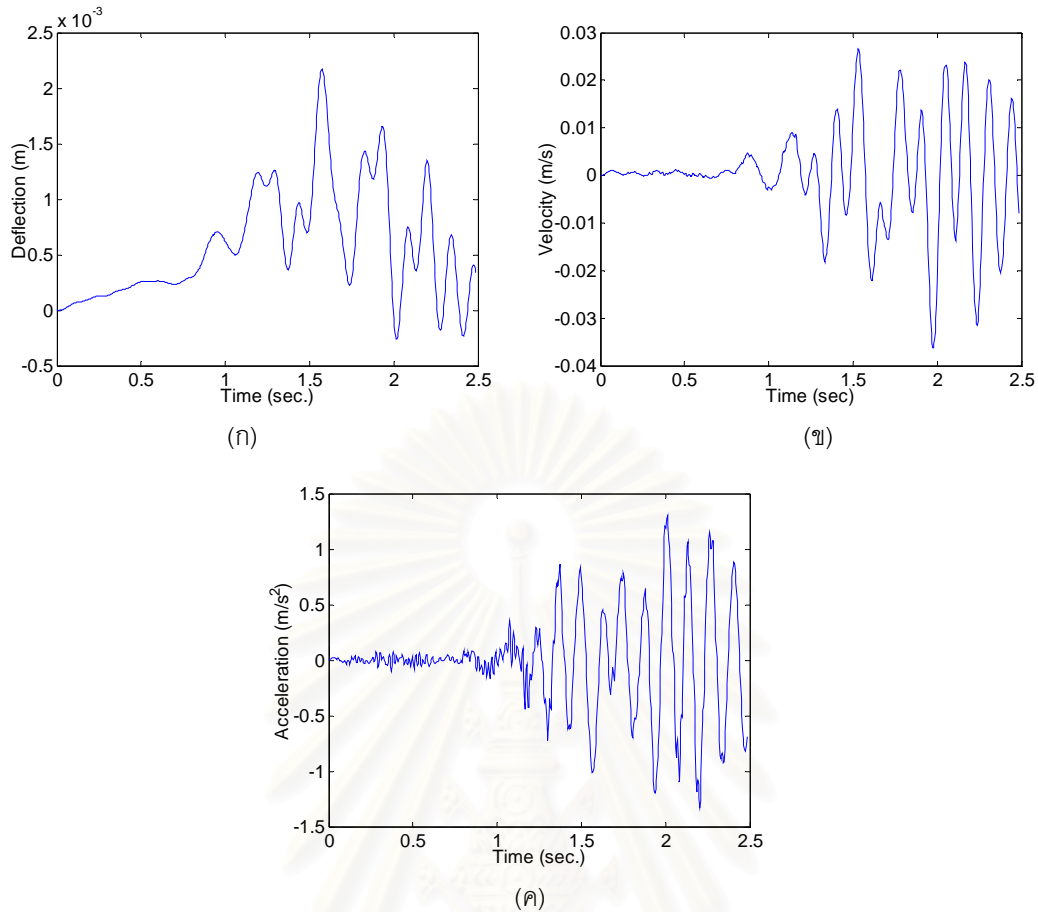
รูปที่ 3.5 กราฟเปรียบเทียบการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางคาน ณ เวลาใดๆ ระหว่างแบบจำลองกับสมการ (3.1)

จากรูปที่ 3.5 จะเห็นได้ว่าผลที่ได้จากสมการ (3.1) กับผลที่ได้จากแบบจำลองใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นแบบจำลองที่นำเสนอขึ้นมามีความน่าเชื่อถือในการตรวจสอบทางสถิติ

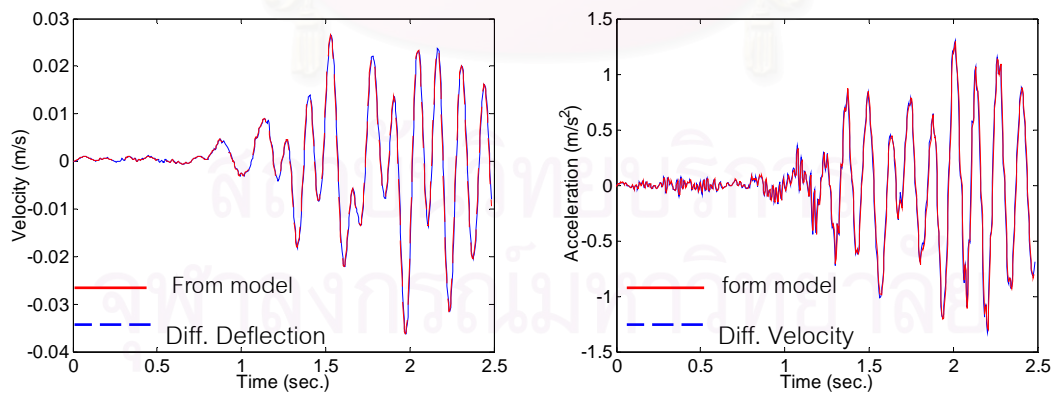
3.2 การตรวจสอบความเร็วและความเร่ง

3.2.1 การตรวจสอบการคำนวณค่าในแบบจำลอง

แบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณค่าการแอ่นตัว ความเร็วและความเร่ง จากสมการการเคลื่อนที่โดยใช้การคำนวณเชิงใหม่และแก้สมการอนุพันธ์โดยใช้วิธีการสร้างสมการความสัมพันธ์เวียนบังเกิด เพื่อคำนวณค่าการแอ่นตัวและความเร็วก่อน จากนั้นจึงนำค่าการแอ่นตัวและความเร็วที่ได้ไปแทนในสมการอนุพันธ์เพื่อคำนวณค่าความเร่งอีกครั้ง ดังนั้นการตรวจสอบความเร็วและความเร่งนั้น จะพิจารณาคำนวณความเร็วจากการแอ่นตัวและการคำนวณความเร่งจากค่าความเร็วโดยพิจารณาในช่วงเวลาสั้นๆ และนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลอง



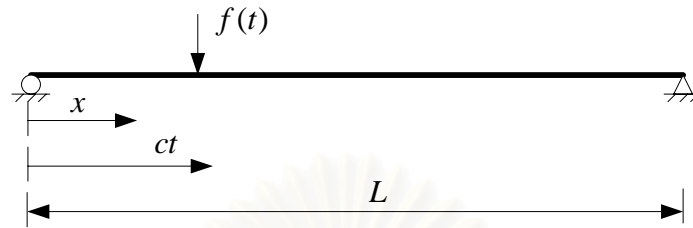
รูปที่ 3.6 (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่ช่องจราจรกลาง ณ เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบ (ก) ความเร็วและ (ข) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่ช่องจราจรกลาง ณ เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที

3.2.2 การตรวจสอบค่ากับผลการจากการวิเคราะห์ผลเฉลยทางคณิตศาสตร์

การคำนวณผลเฉลยเป็นสมการคณิตศาสตร์นั้นจะคำนวณจากคานช่วงเดียว มีแรงภายนอกกระทำด้วยความเร็วคงที่



รูปที่ 3.8 คานช่วงเดียวยรับแรงกระทำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

จากแรงเคลื่อนที่จากซ้ายไปขวาด้วยความเร็วคงที่ c นั้นสมการการเคลื่อนที่ที่สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\rho \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = \delta(x-ct)f(t) \quad (3.2)$$

โดยที่

- $w(x,t)$ คือ การแอ่นตัวของคานที่ระยะ x และเวลา t
- ρ คือ มวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว
- C คือ ค่าความหน่วง
- E คือ โมดูลัสยืดหยุ่น
- l คือ ความยาวของคาน
- $f(t)$ คือ แรงที่เวลาใด ๆ
- c คือ ความเร็วของแรงที่เคลื่อนที่
- $\delta(t)$ คือ Dirac delta function

จากการคำนวณเชิงโหมด ค่าการแอ่นตัวสามารถเขียนได้ในสมการที่ (3.3)

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) q_n(t) \quad (3.3)$$

โดยที่

- N คือ โหมดที่ใช้ในการคำนวณ
- $\phi_n(x)$ คือ ฟังก์ชันพื้นฐานของโหมดที่ n
- $q_n(t)$ คือ ค่าตำแหน่งเชิงโหมดที่ n

จะได้สมการเชิงโหมดที่ n

$$\frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + 2\zeta_n \omega_n \frac{dq_n(t)}{dt} + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{1}{Mn} P_n(t) \quad (3.4)$$

$$\omega_n = (n^2 \pi^2 / l^2) \sqrt{EI / \rho}, \quad \phi_n(x) = \sin(n\pi x / l) \quad (3.5)$$

$$Mn = \rho l / 2, \quad p_n(t) = f(t) \sin(n\pi ct / l) \quad (3.6)$$

โดยที่	ω_n	คือ	ความถี่เชิงมุมโหมดที่ n
	ζ_n	คือ	ค่าอัตราส่วนความหน่วงของโหมดที่ n
	M_n	คือ	ค่ามวลเชิงโหมดของโหมดที่ n
	$P_n(t)$	คือ	ค่าแรงเชิงโหมดของโหมดที่ n

สมการที่ 3.4 สามารถคำนวณจากการ convolution integral ได้ผลเฉลยอยู่ในรูปสมการที่ 3.7 และนำไปแทนค่าคำนวณการแอ่นตัวและความเร่งได้ในสมการที่ 3.9 และ 3.10 ตามลำดับ

$$q_n(t) = \frac{1}{Mn} \int_0^t h_n(t-\tau) p(\tau) d\tau \quad (3.7)$$

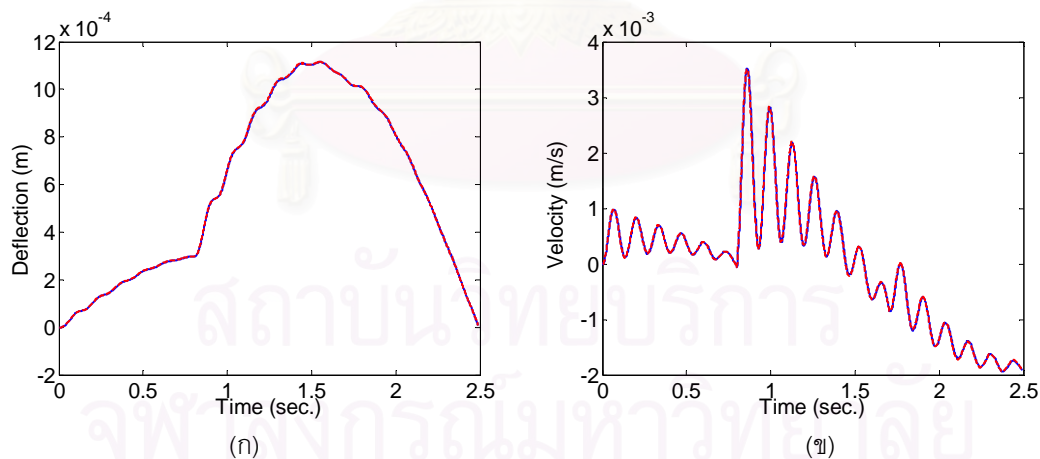
$$h_n(t) = (1/\omega_n') e^{-\zeta_n \omega_n' t} \sin(\omega_n' t), \quad 0 \leq t, \quad \omega_n' = \omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2} \quad (3.8)$$

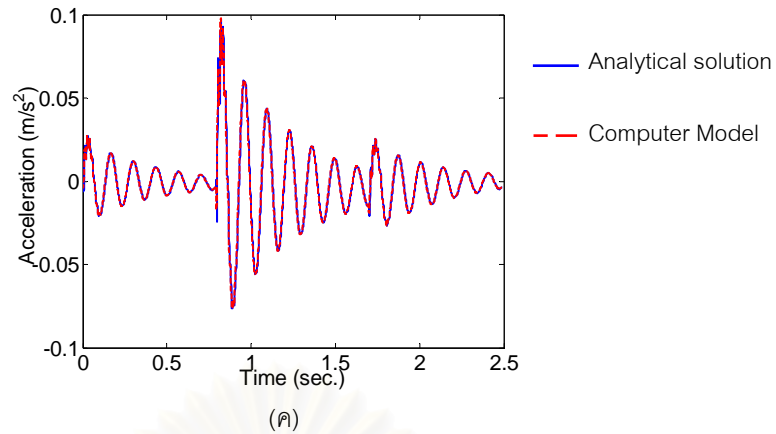
$$w(x,t) = \sum_{n=1}^N \frac{2}{\rho l \omega_n'} \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^t e^{-\zeta_n \omega_n' (t-\tau)} \sin \omega_n' (t-\tau) \sin \frac{n\pi c\tau}{l} f(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

$$\ddot{w}(x,t) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{M_n} \phi_n(x) \left[p_n(t) + \int_0^t \ddot{h}_n(t-\tau) p_n \tau d\tau \right] \quad (3.10)$$

$$\ddot{h}_n(t) = (1/\omega_n') e^{-\zeta_n \omega_n' t} \left\{ [(\zeta_n \omega_n')^2 - \omega_n'^2] \sin(\omega_n' t) + [-2\zeta_n \omega_n \omega_n'] \cos(\omega_n' t) \right\} \quad (3.11)$$

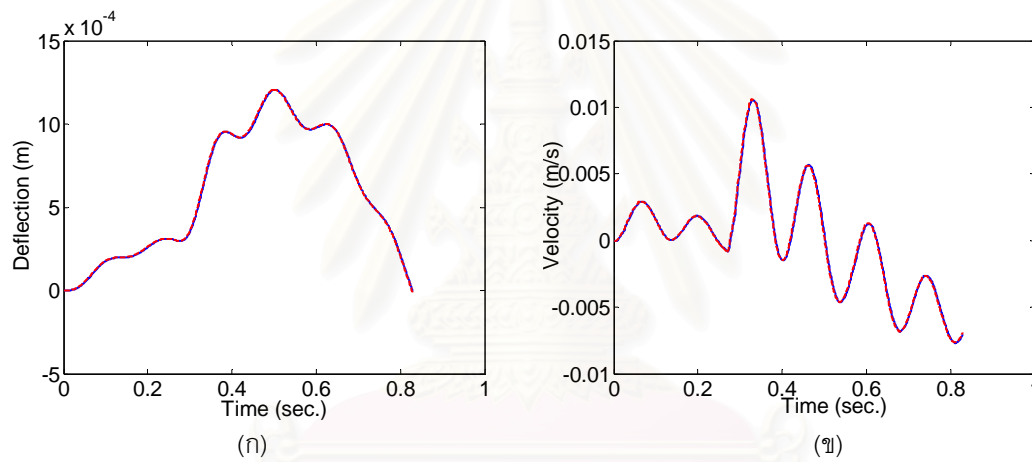
การตรวจสอบค่าที่ได้จากแบบจำลองกับค่าจากผลเฉลยทางคณิตศาสตร์นั้น จะพิจารณาเป็นแรงกระทำคงที่สองแรงโดยมีระยะห่างระหว่างแรงเท่ากับระยะเพลารถบรรทุก และแรงมีค่าเท่ากับน้ำหนักล้อหน้าและล้อหลังตามลำดับ โดยที่แรงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เปรียบเทียบกับแบบจำลองที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากันบนสะพานบนผิวทางที่ไม่มีความขรุขระ และให้ค่าสถิติเฟสและค่าความหน่วงของระบบเพลารถบรรทุกต่ำมาก





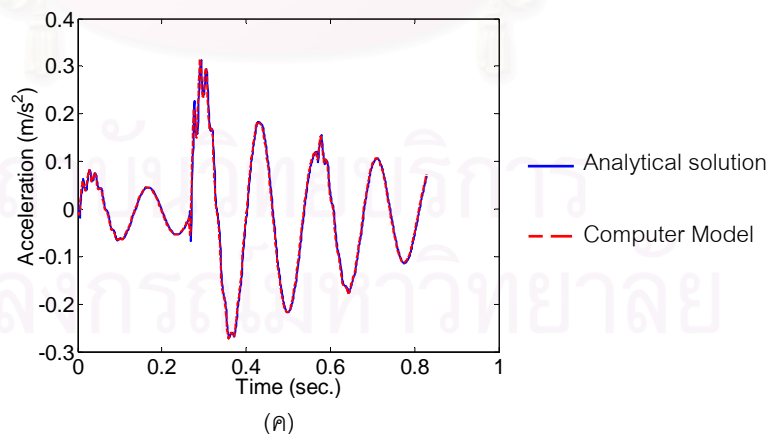
(ค)

รูปที่ 3.9 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที



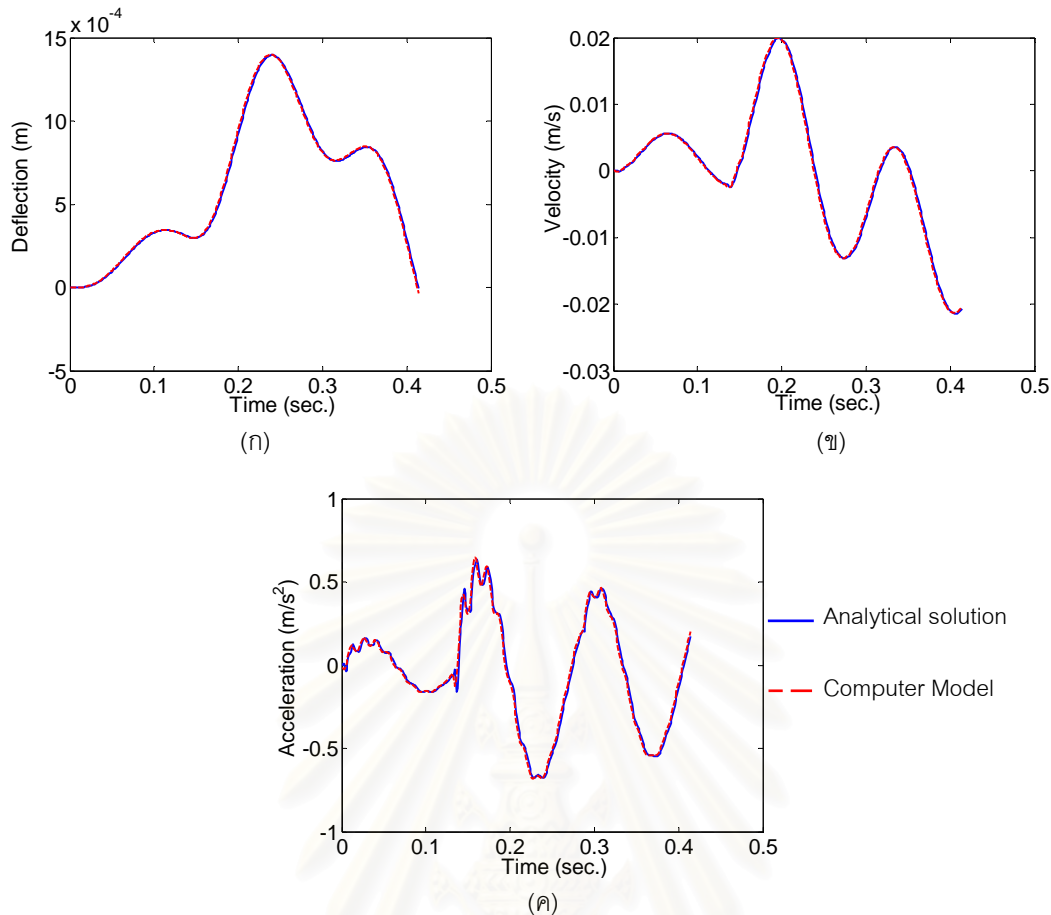
(ก)

(ข)



(ค)

รูปที่ 3.10 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 60 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 16.65 เมตร/วินาที



รูปที่ 3.11 เปรียบเทียบ (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็วและ (ค) ความเร่งที่จุดกึ่งกลางสะพานที่เวลาใดๆ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยผิวทางมีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ก) ด้วยความเร็วรถ 120 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 33.33 เมตร/วินาที

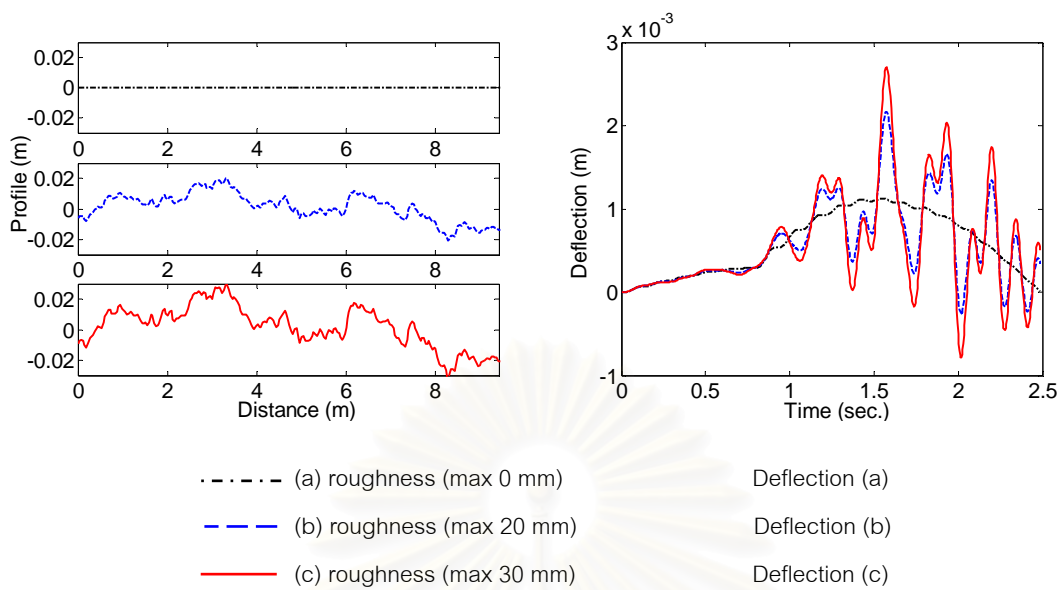
จากรูปเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองและผลเฉลยทางคณิตศาสตร์นั้นจะพบว่าค่าจากแบบจำลองและจากผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันมาก

3.3 การตรวจสอบทางพลศาสตร์

ในที่นี้จะศึกษาถึงผลของความขรุขระของผิวบนสะพานว่าจะมีผลอย่างไรต่อการแอ่นตัวของสะพาน ซึ่งเราจะพิจารณาที่จุดกึ่งกลางของสะพานโดยมีและไม่มี ความขรุขระตามลำดับ

3.3.1 พิจารณาผลการแอ่นตัวของสะพานเนื่องจากความขรุขระของผิวสะพาน

ในหัวข้อนี้จะกำหนดให้รถบรรทุกเคลื่อนที่ในแนวกลางของสะพานด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที บนผิวทางที่มีความขรุขระแบบต่างๆ ตามรูปที่ 3.12 การแอ่นตัวของสะพานที่จุดกึ่งกลางเมื่อเวลาใดๆ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.12 โดยที่การสั่นไหวของสะพานที่มีความขรุขระจะมีการกระจายตัวรอบการสั่นไหวของสะพานที่ไม่มี ความขรุขระ และที่ความขรุขระมากขึ้นการสั่นไหวก็จะมีค่ามากขึ้น



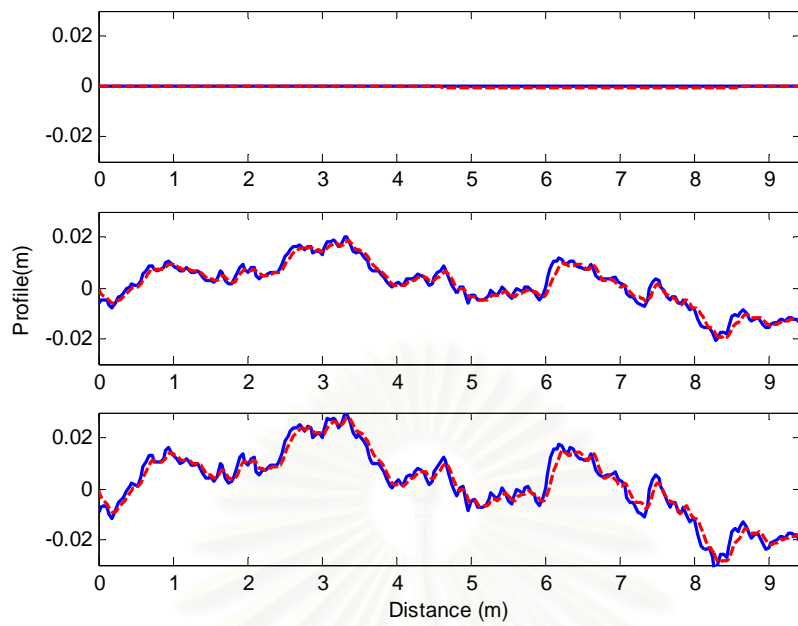
รูปที่ 3.12 หน้าข้างความขรุขระของผิวถนนบนสะพานในแบบต่างๆและการสั่นไหวของสะพานที่จุดกึ่งกลาง

3.4 การตรวจสอบการสั่นไหวของรถ

การตรวจสอบการสั่นไหวของรถนั้นจะศึกษาถึงความขรุขระของผิวบนสะพานและระบบเพลลาของรถ ที่มีผลต่อการกระจัดของรถ โดยจะพิจารณาที่ระดับชั้นความเร็วของรถซึ่งเราได้กำหนดไว้ในตอนต้นแล้วว่ามี 2 ระดับชั้นความเร็วคือ การกระจัดของรถที่ด้านหน้าและด้านหลัง

เมื่อเรากำหนดให้ค่าสติเฟนและค่าความหน่วงของระบบเพลลาของรถมีค่าสูงมาก ดังนั้นเมื่อรถเคลื่อนที่ไปบนถนนที่มีความขรุขระ การสั่นไหวของรถควรจะมิลักษณะรูปร่างคล้ายกับหน้าข้างความขรุขระของผิวถนน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.13 แสดงการกระจัดของรถที่ด้านหน้าและด้านหลังเปรียบเทียบกับหน้าข้างความขรุขระที่ระยะทางเดียวกันเมื่อกำหนดให้ค่าสถิติเฟนส์และค่าความหน่วงของระบบเพลาของรถมีค่าสูงมาก
(— หน้าข้างความขรุขระ, - - - การกระจัดของรถ)

จากรูปที่ 3.13 จะเห็นได้ว่าการกระจัดของรถจะมีลักษณะรูปร่างคล้ายกับหน้าข้างความขรุขระของผิวถนน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่เสนอนี้มีความน่าเชื่อถือ

บทที่ 4

การแปลงความเร่งหรือความเครียดเป็นการแอนตัว

ในหัวข้อนี้จะทำการคำนวณน้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่โดยพิจารณาจากข้อมูลความเร่งของสะพานโดยใช้ อุปกรณ์สำหรับวัดความเร่ง อย่างไรก็ตามวิธีที่สะดวกกว่าคือการใช้ข้อมูลความเร่งที่วัดได้มาซึ่งในบางกรณีต้องมีการแปลงเป็นค่าการแอนตัวของสะพานก่อนเพื่อใช้ในการคำนวณต่อไป

4.1 การแปลงความเร่งเป็นการแอนตัว

จากข้อมูลความเร่งและความสัมพันธ์ระหว่างความเร่ง, ความเร็วและการแอนตัวสามารถเขียนได้ในรูปแบบสมการความสัมพันธ์เชิงอนุพันธ์และสามารถอินทิเกรตได้ดังสมการ

$$\dot{u}(t) = \dot{u}(0) + \int_0^t \ddot{u}(\tau) d\tau = \dot{u}(0) + \int_0^t \frac{d^2 u(\tau)}{d\tau^2} d\tau \quad (4.1)$$

โดยที่ $\dot{u}(t)$ คือ ความเร็วที่เวลา t ใดๆ

$\dot{u}(0)$ คือ ความเร็วต้นที่เวลาเริ่มต้น

$\ddot{u}(\tau)$ คือ ความเร่งที่เวลา $t = \tau$

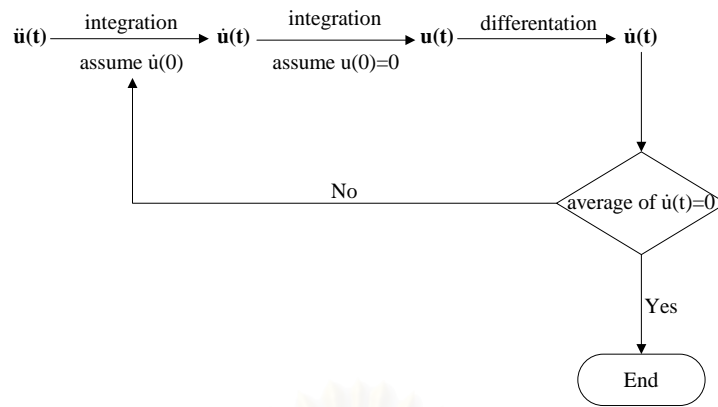
$u(\tau)$ คือ ความค่าการแอนตัวที่เวลา $t = \tau$

$$u(t) = u(0) + \int_0^t \dot{u}(\tau) d\tau = u(0) + \dot{u}(0)t + \int_0^t \int_0^t \ddot{u}(\tau) d\tau d\tau \quad (4.2)$$

โดยที่ $u(0)$ คือ ค่าการแอนตัวเริ่มต้น

4.1.1 การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น

โดยทั่วไปการคำนวณการแอนตัวจากข้อมูลความเร่งนั้น จะอินทิเกรตข้อมูลความเร่งเพื่อคำนวณค่าการแอนตัว โดยการอินทิเกรตนั้นจะใช้วิธีเชิงตัวเลข ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ไม่เป็นศูนย์จะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนสะสมเนื่องจากสองพจน์แรกของการคำนวณ การปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้นนั้นทำได้โดยการนำค่าการแอนตัวที่ได้มาหาค่าความเร็วและนำมาหาค่าเฉลี่ยจากนั้นค่าความเร็วเฉลี่ยที่ต่างจากศูนย์นำไปเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณถัดไป เพื่อลดค่าความผิดพลาดลง นอกจากนี้การใช้การกรองสัญญาณความถี่เพื่อกำจัดผลของค่าความถี่ต่างๆ ที่ไม่ต้องการออกสามารถนำมาใช้เพิ่มความถูกต้องในการแปลงจากค่าความเร่งเป็นค่าการแอนตัวได้



รูปที่ 4.1 ลำดับงานการปรับปรุงความคลาดเคลื่อนเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น

4.1.2 ตัวอย่างการแปลงค่าความเร็วเป็นการแอนตัว

ในหัวข้อนี้จะสมมุติการแอนตัวเป็นฟังก์ชันของเวลา และคำนวณความเร็วและความเร่งจากการหาอนุพันธ์เทียบกับเวลา เมื่อได้ค่าการแอนตัว ความเร็วและความเร่งแล้ว จะทำการแปลงค่าความเร่งกลับเป็นการแอนตัวตามวิธีการดังได้อธิบายไว้ในหัวข้อก่อนหน้าและเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการหาอนุพันธ์โดยตรง

จากรูปที่ 3.3 ในบทที่ 3 สมการการแอนตัวที่ตำแหน่งตรงกลางของคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดา (simple supports) เมื่อมีน้ำหนักกระทำที่ระยะ x ใดๆ เมื่อวัดจากปลายด้านในของคานโดยที่ $x = vt$ สมการเขียนได้เป็น

$$w_{L/2}(t) = \begin{cases} \frac{P}{6EI} \left[\left(\frac{L}{2} - vt \right)^3 + \frac{3L^2}{8} (L - vt) - \frac{1}{2} (L - vt)^3 \right] & , 0 < vt \leq \frac{L}{2} \\ \frac{P(L - vt)}{12EI} \left[\frac{3L^2}{4} - (L - vt)^2 \right] & , \frac{L}{2} \leq vt < L \end{cases} \quad (4.3)$$

จากผลทางพลศาสตร์ของคานและรถบรรทุก ค่าการแอนตัวที่คำนวณนั้นจะสมมุติเพิ่มรูปแบบฟังก์ชันเป็น

$$w(t) = w_{L/2}(t) + a_1 \sin(2\pi f_1 t) + a_2 \sin(2\pi f_2 t) \quad (4.4)$$

สำหรับคุณสมบัติและขนาดของสะพานจะใช้ค่าเดียวกับที่ใช้ในบทก่อนหน้านี้อยู่ พิจารณาคานหรือสะพานยาว 9.43 เมตร กว้าง 14.0 เมตร แรงกระทำ 16,260 กิโลกรัมหรือ 162,600 นิวตัน เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 10 เมตรต่อวินาที ค่าโมดูลัสอีกลาสติกเท่ากับ 260,000 กิโลกรัมต่อตารางเซนติเมตรและค่า a_1, a_2, f_1 และ f_2 เท่ากับ $5 \times 10^{-5}, 3 \times 10^{-5}, 10$ และ 25 ตามลำดับ จะได้ค่าการแอนตัวความเร็วและความเร่ง ดังแสดง

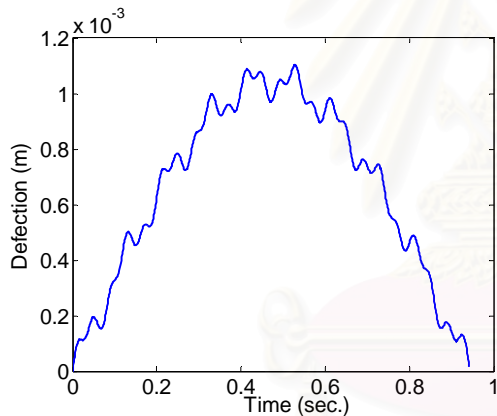
$$w(t) = \begin{cases} 1 \times 10^{-5} (4.715 - 10t)^3 + 0.0031 - 0.0033t - 4.997 \times 10^{-6} (9.43 - 10t)^3 \\ + 5 \times 10^{-5} \sin(20\pi t) + 3 \times 10^{-5} \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0 < t \leq 0.4715 \\ (4.7122 \times 10^{-5} - 4.997 \times 10^{-5} t) \times (66.6937 - (9.43 - 10t)^2) \\ + 5 \times 10^{-5} \sin(20\pi t) + 3 \times 10^{-5} \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0.4715 \leq t < 0.943 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\dot{w}(t) = \begin{cases} -2.9982 \times 10^{-4} (4.715 - 10t)^2 - 0.0033 + 1.4991 \times 10^{-4} (9.43 - 10t)^2 \\ + 1 \times 10^{-3} \cos(20\pi t) + 1.5\pi \times 10^{-3} \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0 < t \leq 0.4715 \\ 0.0033 + 4.997 \times 10^{-5} (9.43 - 10t)^2 + 10^{-5} (4.7122 - 4.997t) \times (188.6 - 200t) \\ + 1 \times 10^{-3} \sin(20\pi t) + 1.5\pi \times 10^{-3} \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0.4715 \leq t < 0.943 \end{cases} \quad (4.6)$$

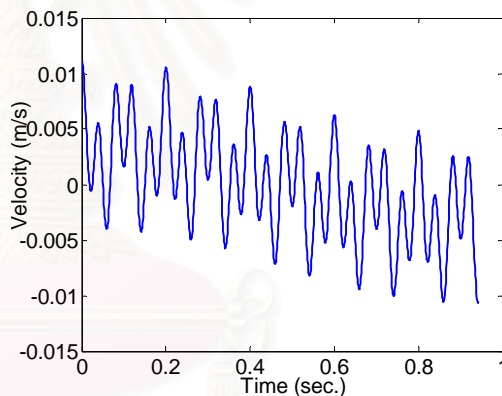
$$\ddot{w}(t) = \begin{cases} -0.03t - 0.02\pi^2 \sin(20\pi t) - 0.075\pi^2 \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0 < t \leq 0.4715 \\ 0.0283 + 0.03t - 0.02\pi^2 \sin(20\pi t) - 0.075\pi^2 \sin(50\pi t) \dots\dots\dots 0.4715 \leq t < 0.943 \end{cases} \quad (4.7)$$

จากสมการการแอ่นตัว ที่เวลา $t = 0$ ค่าการแอ่นตัว $w(0) = 0$ เมตรและค่าความเร็ว $v(0) = 0.0112$

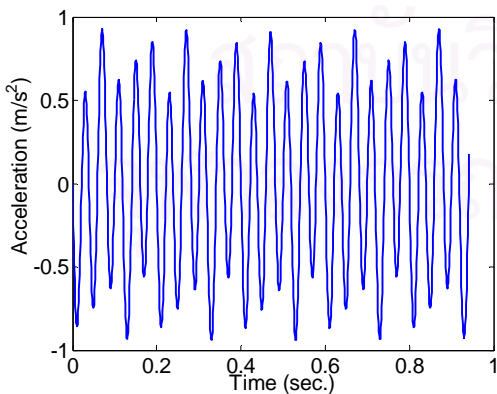
เมตรต่อวินาที



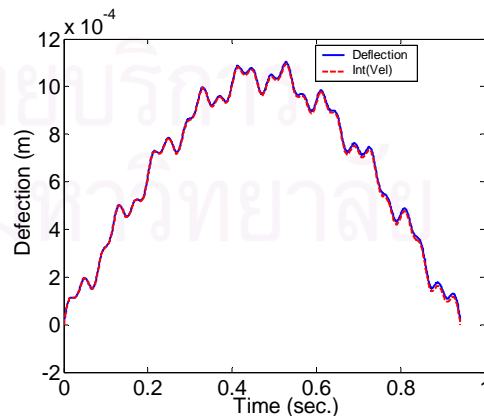
(ก)



(ข)



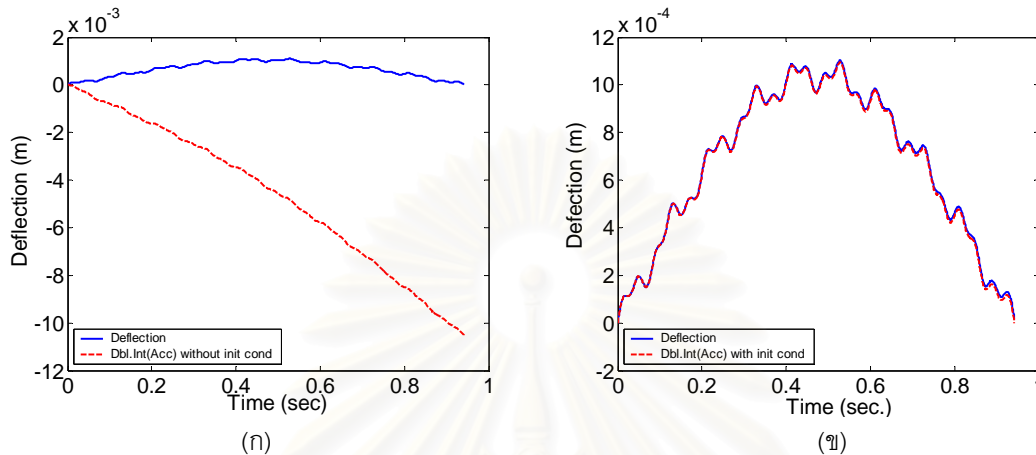
(ค)



(ง)

รูปที่ 4.2 (ก) การแอ่นตัว (ข) ความเร็ว (ค) ความเร่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลาตามสมการ และ (ง) เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวและค่าอินทิเกรตความเร็ว

จากรูปที่ 4.2 เนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้นการแอ่นตัวที่เวลา $t = 0$ ค่าการแอ่นตัว $w(0) = 0$ เมตร จะพบว่าค่าการแอ่นตัวและค่าการอินทิเกรตความเร็วมีค่าใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากในกรณีนี้การแอ่นตัวและการอินทิเกรตความเร็วเป็นการแอ่นตัวไม่มีปัญหาการแอ่นตัวเริ่มต้น แต่เมื่อเป็นการอินทิเกรตความเร็วเป็นการแอ่นตัว จะพบว่าปัญหาความเร็วต้นทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสะสม



รูปที่ 4.3 (ก) เปรียบเทียบค่าการแอ่นตัวและค่าอินทิเกรตความเร็วและ (ข) การปรับแก้เนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น

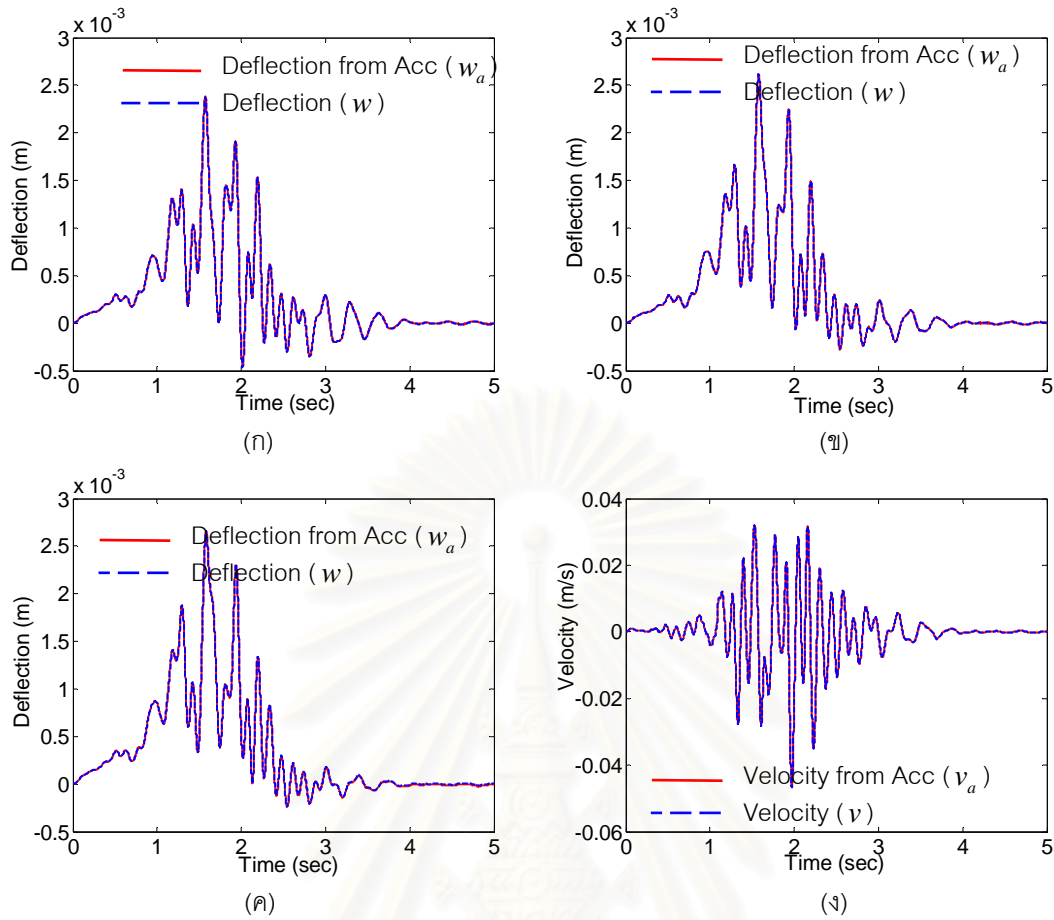
จากรูปที่ 4.3 เนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้นการแอ่นตัวที่เวลา $t = 0$ ค่าการแอ่นตัว $w(0) = 0$ เมตรและค่าความเร็ว $v(0) = 0.0112$ เมตรต่อวินาทีจะพบว่าค่าการแอ่นตัวและค่าการอินทิเกรตความเร็วมีค่าผิดพลาดสะสมเนื่องจากความเร็วต้น และเมื่อปรับแก้เงื่อนไขเริ่มต้นตามวิธีที่แสดงในหัวข้อก่อนหน้า ทำให้การแอ่นตัวที่ได้ถูกต้อง

4.1.3 ตัวอย่างการแปลงค่าความเร็วเป็นการแอ่นตัวจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์

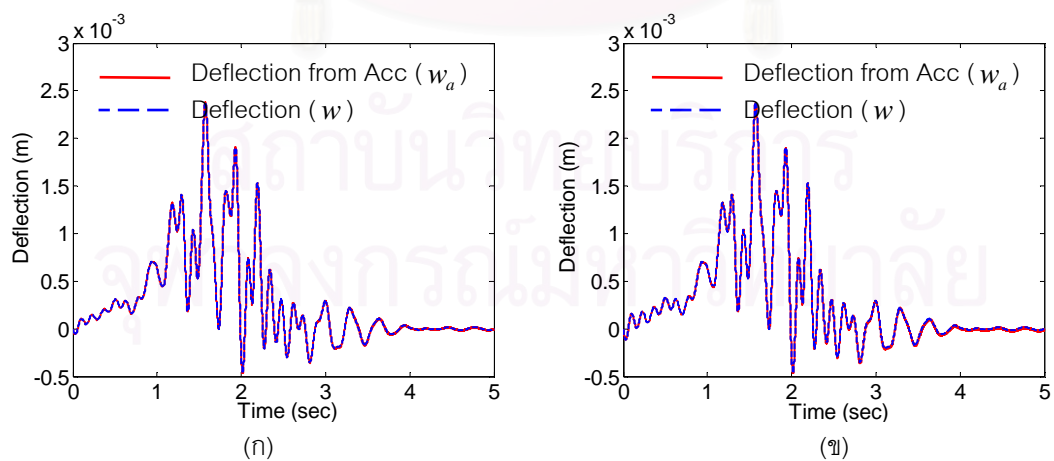
สะพานที่ใช้ในการศึกษาการหาน้ำหนักบรรทุกโดยการจำลองบนคอมพิวเตอร์ จะพิจารณาสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก แบบคานช่วงเดียว ซึ่งมีความยาวของสะพาน 9.43 เมตร สำหรับการจราจร 1 ช่องทาง ซึ่งมีความกว้าง 14 เมตร ความหนา 45 เซนติเมตรและระดับความขรุขระของผิวทาง 2 เซนติเมตร ส่วนค่าที่ใช้ในการคำนวณคุณสมบัติสะพานมีดังนี้ โมดูลัสอีลาสติค 2.6×10^9 กิโลกรัมต่อตารางเมตร สัดส่วนความหน่วง 0.05

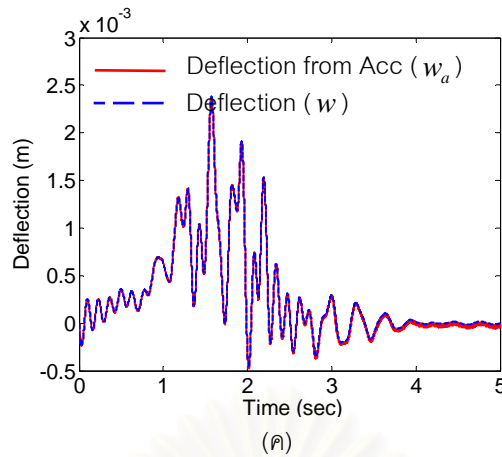
รถบรรทุกนั้นจะทำการพิจารณาเพลาคู่หลังรวมกันเป็นเพลาดียว โดยมี ระยะห่างระหว่างเพลาดียว 4.40 เมตร ค่าสติเฟนสของเพลาด้านหน้า 6.35×10^5 นิวตันต่อเมตรและค่าสติเฟนสของเพลาด้านหลัง 6.345×10^6 นิวตันต่อเมตร ค่าสัดส่วนความหน่วงล้อหน้า 1.31×10^4 นิวตัน.วินาทีต่อเมตรและค่าอัตราส่วนความหน่วงล้อหลัง 5.66×10^4 นิวตัน.วินาทีต่อเมตร โดยน้ำหนักบรรทุกที่จะใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์ แบ่งเป็น 3 ระดับคือ รถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัม, 23,365 กิโลกรัมและ 25,785 กิโลกรัม ตามลำดับ

การแปลงความเร็วเป็นการแอ่นตัวนั้น จะพิจารณาที่ความเร็วต้นต่างๆ เปรียบเทียบการแอ่นตัวและความเร็วที่ได้ในแบบจำลองกับค่าที่ได้จากการแปลงการแอ่นตัว พบว่าค่าที่ได้ใกล้เคียงกันมาก ดังรูปที่แสดง



รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบการแอ่นตัว ความเร็วที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,870 , (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม ตามลำดับโดยผิวทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที ตามลำดับ





รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน ($w_a(L/2)$) เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมบนผิวทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที เมื่อสะพานสั้นด้วยความเร็วต้น (ก) 0.009, (ข) 0.018 และ (ค) 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ

การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวนั้นสามารถปรับแก้เนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ความเร็วต้น ต่างๆ ดังแสดงรูปด้านบน โดยที่ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งเริ่มต้นและสุดท้ายมีค่าใกล้เคียงศูนย์

4.1.4 ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการแปลงค่าความเร่งเป็นค่าการแอ่นตัว

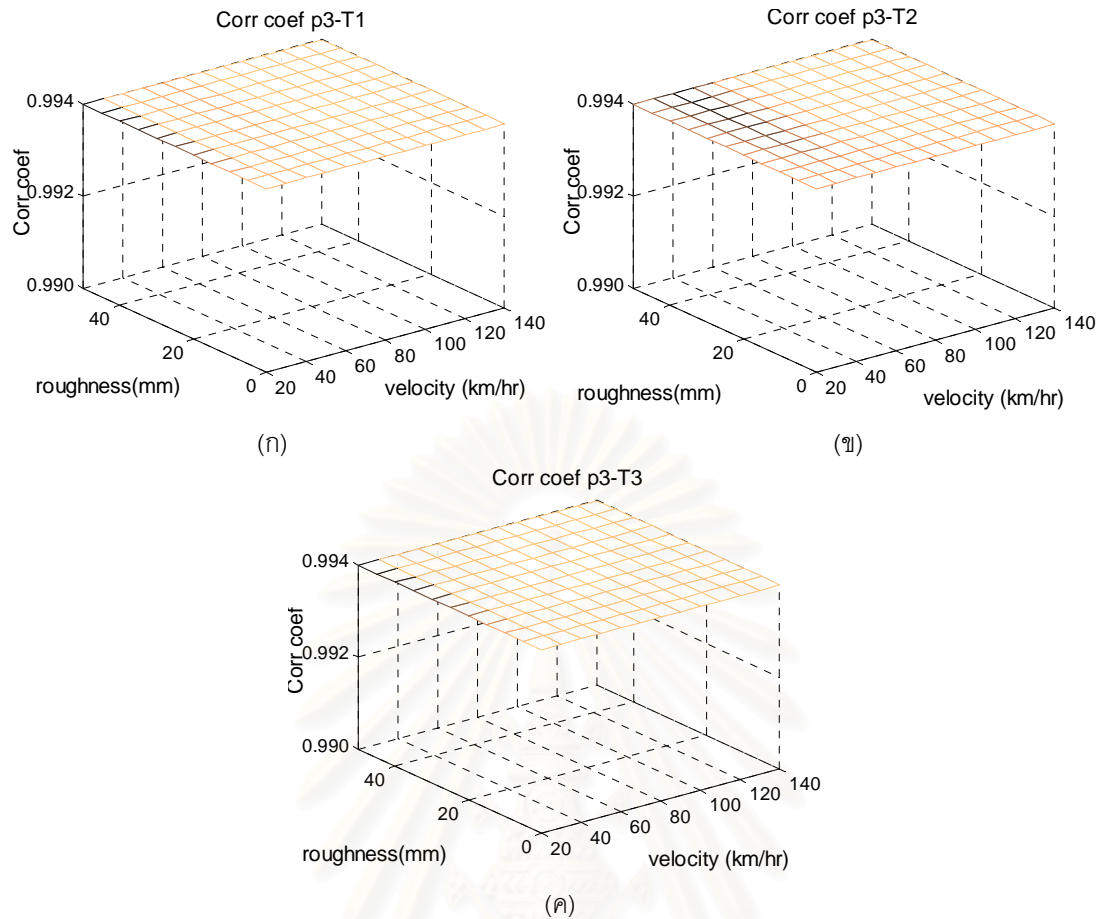
เนื่องจากการคำนวณการแอ่นตัวนั้นจะแปลงค่ามาจากความเร่ง ดังนั้นในการคำนวณจึงเกิดความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองและค่าการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง ดังนั้นจึงพิจารณาค่าความแตกต่างโดยสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อบ่งชี้ความแตกต่างระหว่างข้อมูล

- สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation factor)

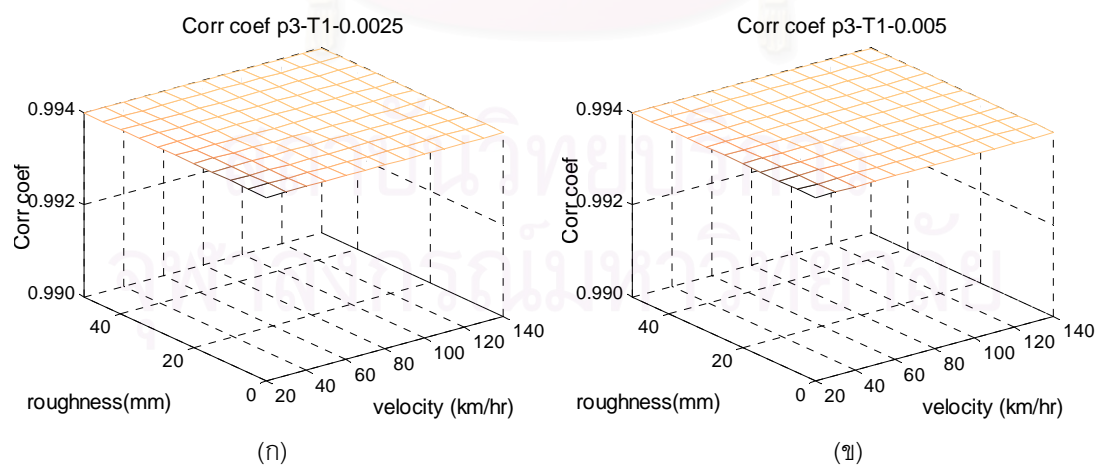
ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองกับค่าการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่งนั้นจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลทั้งสอง โดยที่ถ้าข้อมูลสองคล่องกันสัมประสิทธิ์จะเท่ากับหนึ่ง

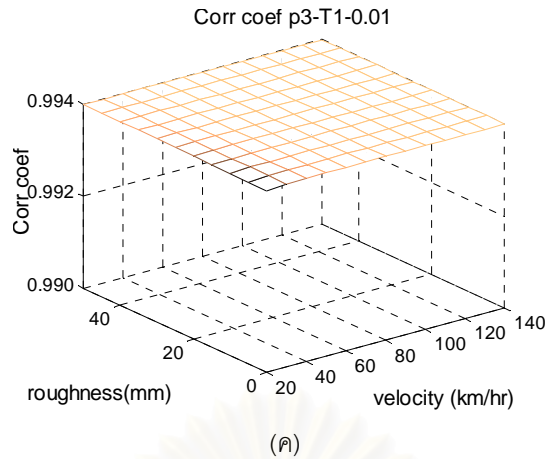
$$Corr(x, y) = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(\sum (x - \bar{x})^2)(\sum (y - \bar{y})^2)}} \quad (4.8)$$

โดยที่	x	คือ	ค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลอง
	\bar{x}	คือ	ค่าเฉลี่ยการแอ่นตัวจากแบบจำลอง
	y	คือ	ค่าการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง
	\bar{y}	คือ	ค่าเฉลี่ยการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง



รูปที่ 4.6 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์การแปรผันที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,870 , (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม ตามลำดับ





รูปที่ 4.7 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์การแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัมโดยสะพานสั้นด้วยความเร็วต้น (ก) 0.009, (ข) 0.018 และ (ค) 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาทีตามลำดับ

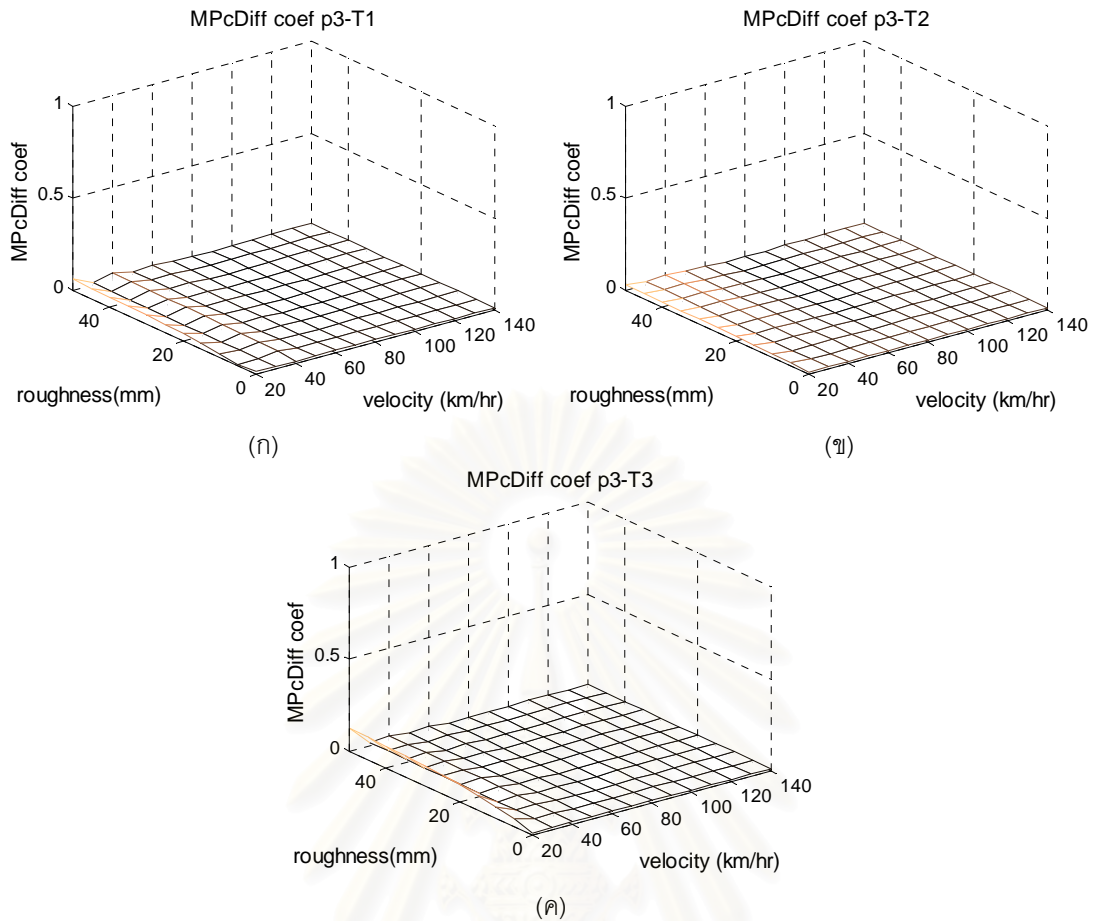
จากรูปที่ 4.6 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างการแอ่นตัวจากแบบจำลองและการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่งนั้นมีค่าใกล้เคียงหนึ่งมากนั่นคือ ข้อมูลทั้งสองชุดมีความสอดคล้องกันมาก และเมื่อพิจารณาการบรรทุกน้ำหนักต่างๆ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้สนับสนุนความสอดคล้องระหว่างชุดข้อมูลทั้งสอง นอกจากนี้เมื่อพิจารณารูปที่ 4.7 ที่ความเร็วต้นต่างๆ จากการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวโดยวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้า ค่าการแอ่นตัวที่ได้จากการแปลงความเร่ง และการแอ่นตัวจากแบบจำลองมีค่าสอดคล้องกันมาก นั่นคือ การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวโดยการปรับแก้ความเร็วต้น ตามวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้านั้น ให้ค่าการแอ่นตัวที่สอดคล้องกับการแอ่นตัวจากแบบจำลอง

ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อน

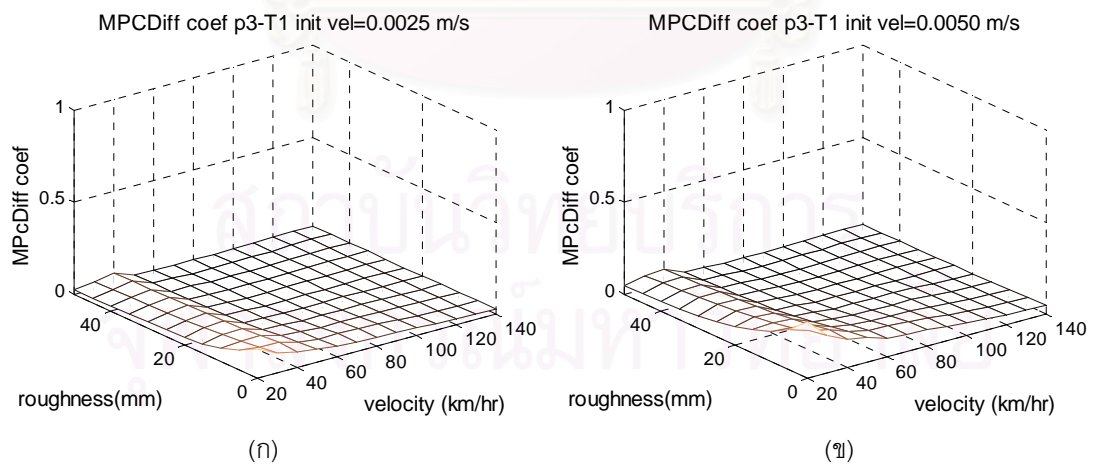
ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนจะคำนวณโดย คำนวณค่าความแตกต่างระหว่างข้อมูลทั้งสองชุดและเทียบสัดส่วนกับค่าสูงสุดของข้อมูลการแอ่นตัวจากแบบจำลอง โดยจะพิจารณาเป็นร้อยละแล้วนำค่าร้อยละทั้งหมดทุกข้อมูลมาคำนวณค่าเฉลี่ย

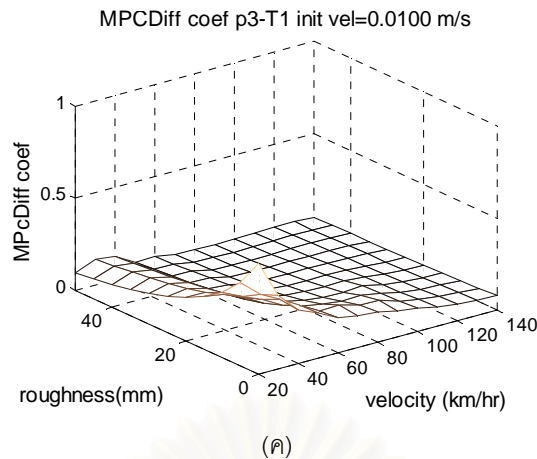
$$\text{MeanPercentDiff}(x, y) = \frac{\sum \left(\frac{\|y - x\|}{\|x\|_{\max}} \times 100 \right)}{N} \quad (4.9)$$

โดยที่	$\ x\ $	คือ	ค่าสัมบูรณ์ของ x
	$\ x\ _{\max}$	คือ	ค่าสูงสุดของ $\ x\ $
	x	คือ	ค่าการแอ่นตัวจากแบบจำลอง
	y	คือ	ค่าการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง
	N	คือ	จำนวนข้อมูลทั้งหมด



รูปที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแอนตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,875 (ข) 23,365 และ (ค) 25.785 กิโลกรัม ตามลำดับ





รูปที่ 4.9 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม (ก) 20,875, (ข) 23,365 และ (ค) 25,785 กิโลกรัม เมื่อสะพานสันด้วยความเร็วต้น 0.009, 0.018 และ 0.036 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหรือ 0.0025, 0.005 และ 0.01 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนระหว่างการแอ่นตัวจากแบบจำลองและการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่งนั้นมีค่าใกล้เคียงศูนย์มากนั่นคือ ข้อมูลทั้งสองชุดมีความแตกต่างกันน้อยมาก และเมื่อพิจารณา รถบรรทุกน้ำหนักต่างๆ ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนที่ได้ระหว่างชุดข้อมูลทั้งสองมีค่าน้อยมาก นอกจากนี้ เมื่อพิจารณา รูปที่ 4.9 ที่ความเร็วต้นต่างๆ จากการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวโดยวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้า ค่าการแอ่นตัวที่ได้จากการแปลงความเร่ง และการแอ่นตัวจากแบบจำลองมีความแตกต่างกันน้อยมาก (น้อยกว่า 0.5 เปอร์เซ็นต์) นั่นคือ การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวโดยการปรับแก้ความเร็วต้น ตามวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้านั้น ให้ค่าการแอ่นตัวแตกต่างจากการแอ่นตัวจากแบบจำลองน้อยมาก

เมื่อพิจารณาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนระหว่างการแอ่นตัวจากแบบจำลอง และการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง จะพบว่าข้อมูลมีความสอดคล้องกันมากและความแตกต่างกันน้อยมาก นั่นคือการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวโดยวิธีปรับแก้ความเร็วตามวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้า มีประสิทธิภาพเพียงพอในการคำนวณน้ำหนักบรรทุกต่อไป

4.2 การแปลงความความเครียดเป็นการแอ่นตัว

เนื่องจากการทดสอบในภาคสนามหรือข้อมูลที่มีการตรวจวัดจากภาคสนามนั้น อาจ ไม่มีข้อมูลการแอ่นตัว นอกจากนี้การแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวนั้นยังสามารถใช้ในการตรวจสอบกับการแปลงค่าความเร่งเป็นการแอ่นตัวด้วย

4.2.1 การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการแอ่นตัว

จากการแอ่นตัวสามารถเขียนในผลรวมเชิงโหมดได้ตามสมการ 2.1 และสมการ 2.2 โดยในที่นี้จะพิจารณา 3 โหมด โดยจะคิดจากตำแหน่ง $w(\frac{L}{3})$, $w(\frac{L}{2})$, $w(\frac{2L}{3})$ ทั้งหมด 3 ตำแหน่ง

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(x) q_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.1ก)$$

$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2ข)$$

$$\varepsilon_x(x,t) = (c) \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} q_i(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.1ค)$$

โดยที่ ε_x คือ ความเครียดของสะพานที่ระยะจากแนวแกนสะพาน c
 $w(x,t)$ คือ การแอ่นตัวของสะพานที่ตำแหน่ง x ซึ่งสามารถกระจายได้เป็น

$$\begin{aligned} w(x,t) &= \sin\left(\frac{1\pi x}{L}\right) q_1(t) + \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) q_2(t) + \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right) q_3(t) \\ \left(\frac{L}{3}\right); w_1(t) &= \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) q_1(t) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) q_2(t) + \sin(\pi) q_3(t) \\ \left(\frac{L}{2}\right); w_2(t) &= \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) q_1(t) + \sin(\pi) q_2(t) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) q_3(t) \\ \left(\frac{2L}{3}\right); w_3(t) &= \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) q_1(t) + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) q_2(t) + \sin(2\pi) q_3(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

จาก $\varepsilon_x = c \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}$ ซึ่งสามารถกระจายได้เป็น

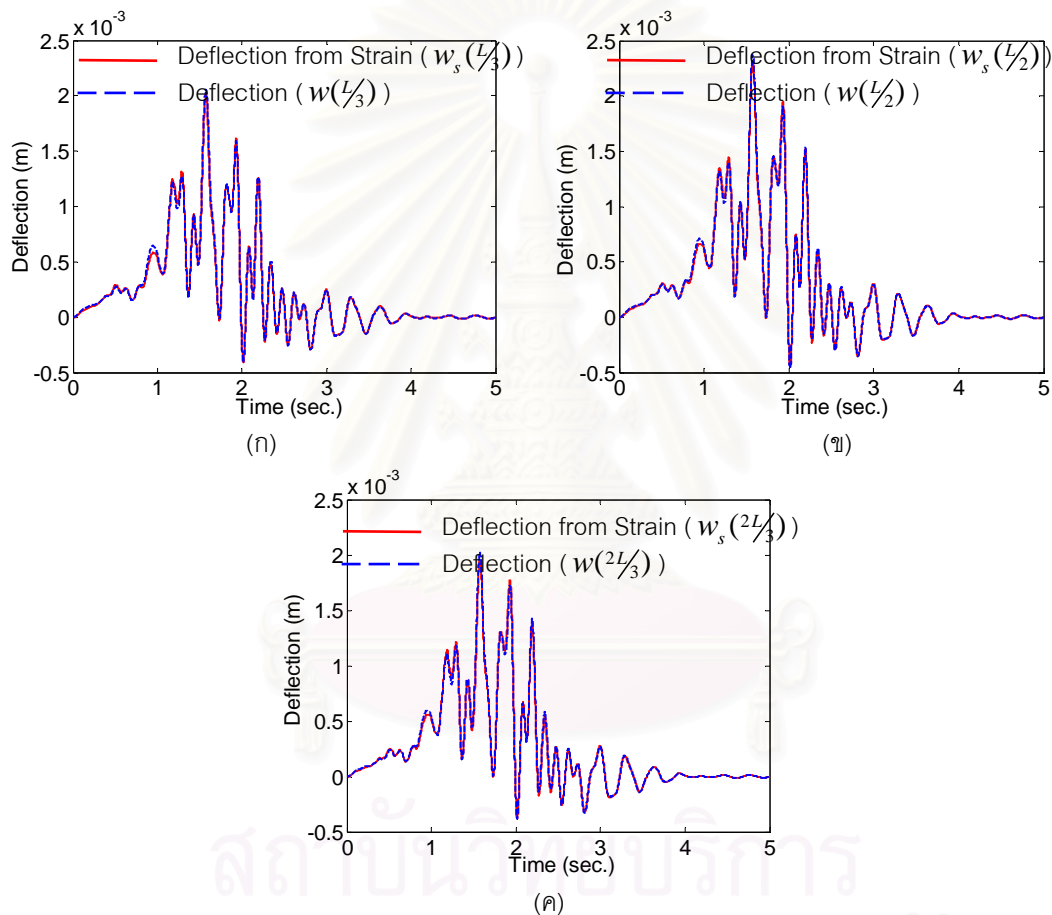
$$\begin{aligned} \left(\frac{L}{3}\right); \varepsilon_1(t) &= c_1 \left(\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) q_1(t) + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) q_2(t) + \left(\frac{3\pi}{L}\right)^2 \sin(\pi) q_3(t) \right) \\ \left(\frac{L}{2}\right); \varepsilon_2(t) &= c_2 \left(\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) q_1(t) + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \sin(\pi) q_2(t) + \left(\frac{3\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) q_3(t) \right) \\ \left(\frac{2L}{3}\right); \varepsilon_3(t) &= c_3 \left(\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) q_1(t) + \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) q_2(t) + \left(\frac{3\pi}{L}\right)^2 \sin(2\pi) q_3(t) \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

ในการแปลงค่าความเครียดเป็นการแอ่นตัวนั้น เมื่อทราบค่า ความเครียดที่ตำแหน่งต่างๆและระยะจากแนวแกนสะพานจะสามารถคำนวณหาค่าพิกัดเชิงโหนดได้แล้วจึงสามารถคำนวณการแอ่นตัวต่อไป ในกรณีนี้ที่ค่าความเครียดและการแอ่นตัวจากการวัดภาคสนามนั้น ค่าระยะจากแนวแกนสะพาน (c_1, c_2, c_3) นั้นเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบดังนั้นจำเป็นต้องคำนวณโดยการวัดความเครียดและการแอ่นตัวแล้วหาค่าโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares)

$$e = \sum_{i=1}^n [(\varepsilon_i - c\hat{\varepsilon}_i), (\varepsilon_i - c\hat{\varepsilon}_i)], \quad 0 = \frac{\partial e}{\partial c} = -2\hat{\varepsilon}_i, \varepsilon_i + 2c\hat{\varepsilon}_i, \hat{\varepsilon}_i, \quad c = \frac{\hat{\varepsilon}_i, \varepsilon_i}{\hat{\varepsilon}_i, \hat{\varepsilon}_i} \quad (4.12)$$

4.2.2 ตัวอย่างการแปลงค่าความเครียดเป็นการแอ่นตัวจากแบบจำลอง

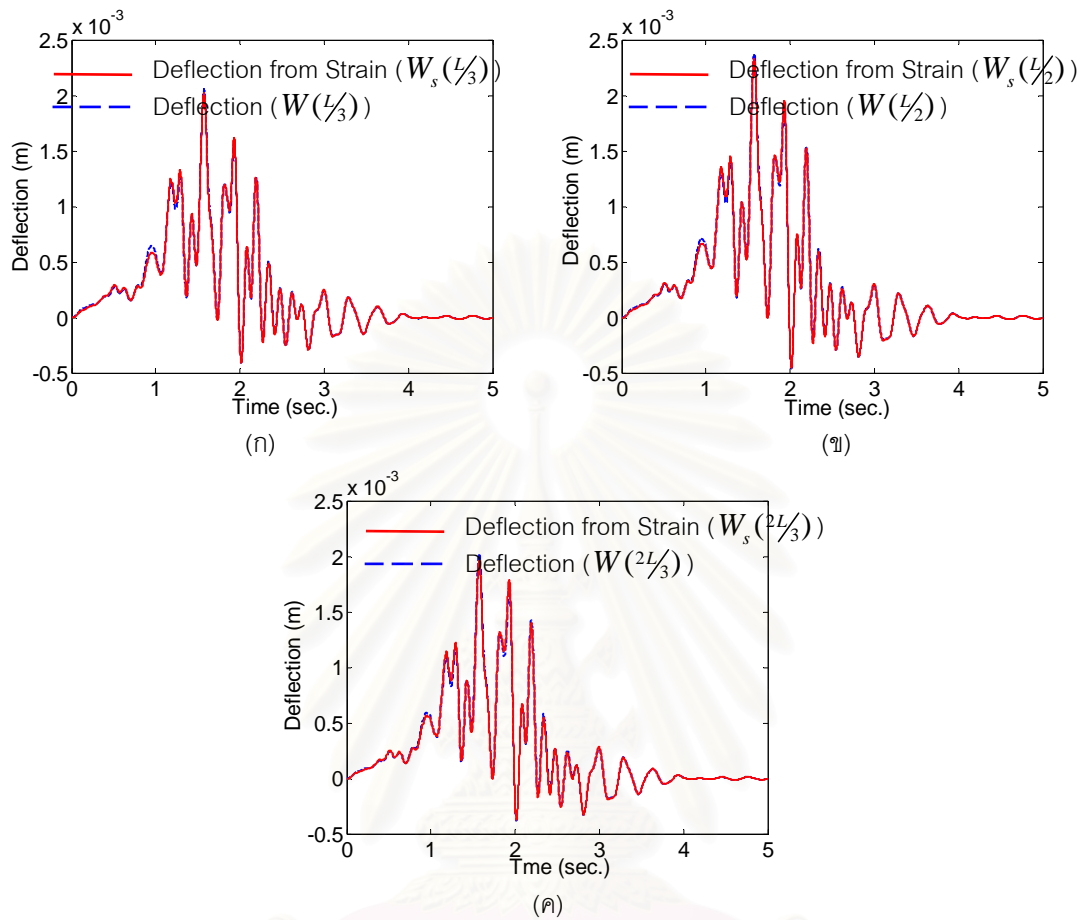
จากแบบจำลองในที่นี้ใช้ค่า $c = 22.5$ เซนติเมตร รูปที่ 4.10 แสดงการแปลงค่าความเครียดเป็นการแอ่นตัวเปรียบเทียบกับผลการแอ่นตัวที่คำนวณโดยตรงจากแบบจำลอง โดยจากสมการ 4.11 เมื่อนำค่าความเครียดจากแบบจำลองมาเขียนในผมรวมเชิงโหนดและใช้ค่า $c = 22.5$ เซนติเมตรซึ่งเป็นค่าเดียวกับค่าที่ใช้ในแบบจำลองสามารถคำนวณพิกัดทั่วไปและเมื่อนำพิกัดทั่วไปแทนค่าในสมการ 4.10 จะสามารถคำนวณเป็นการแอ่นตัวได้ ซึ่งจากรูปที่ 4.10 พบว่าการแอ่นตัวจากแบบจำลองและการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียดมีค่าใกล้เคียงกันมาก



รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบกับการแอ่นตัวที่ตำแหน่ง (ก) $w_s(L/3)$ (ข) $w_s(L/2)$ และ (ค) $w_s(2L/3)$ ที่คำนวณโดยตรง เมื่อรถน้ำหนักรวม 20,875 กิโลกรัมเคลื่อนที่บนสะพานโดยมีทิศทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.12 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาทีวินาที โดยค่า c ใช้ตามทฤษฎี 22.5 เซนติเมตร ตามลำดับ

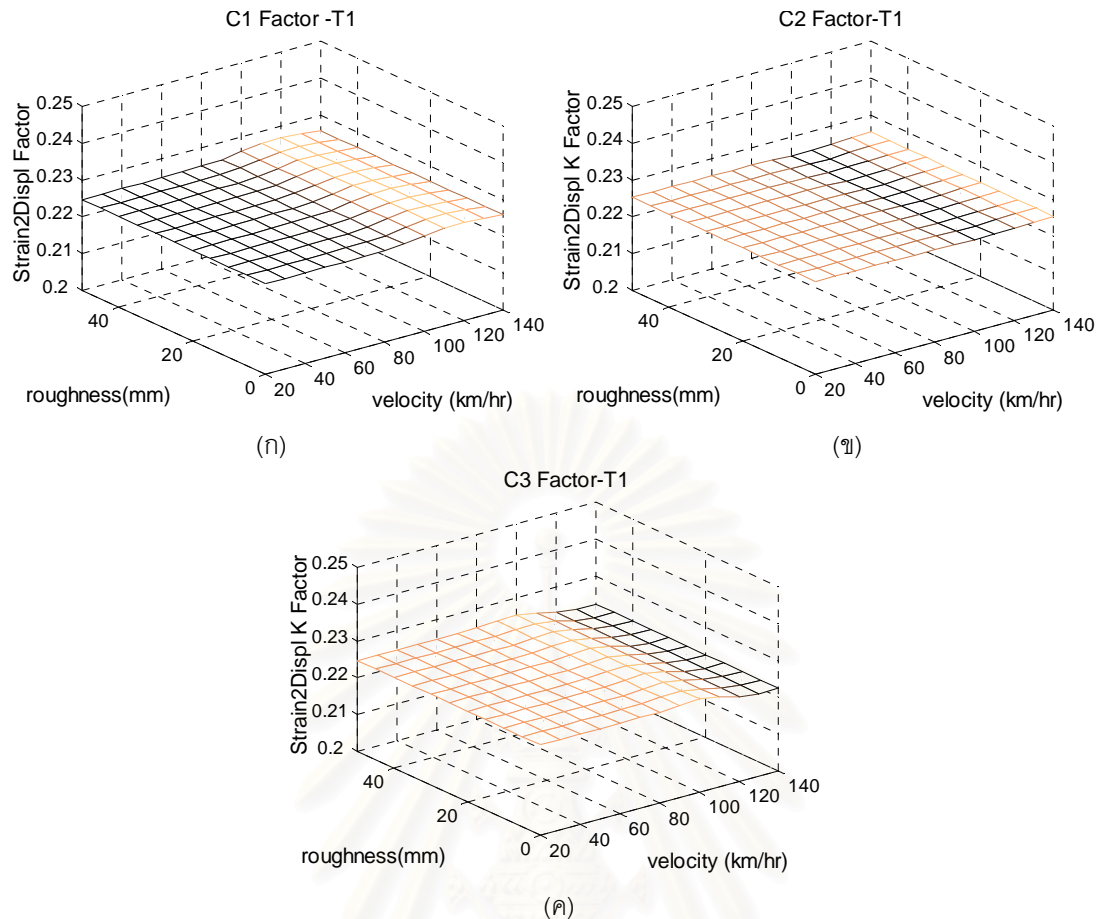
กรณีการทดสอบภาคสนามจะคำนวณค่า c โดยการวัดความเครียดและการแอ่นตัวที่ตำแหน่งเดียวกัน และใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) คำนวณค่า c ดังนั้นในหัวข้อนี้จะใช้ความเครียดและการแอ่นตัวจากแบบจำลองที่ตำแหน่งต่างๆ สามตำแหน่ง มาคำนวณค่า c แล้วจึงนำค่า c ที่ได้ไปแปลงความเครียดเป็น

การแ่นตัวตามสมการ 4.11 เพื่อคำนวณพิกัดทั่วไปและนำไปแทนในสมการ 4.10 ต่อไปและนำมาเปรียบเทียบกับผลการแ่นตัวในแบบจำลองอีกครั้งดังรูป 4.11



รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบกับการแ่นตัวที่ตำแหน่ง (ก) $W_s(L/3)$ (ข) $W_s(L/2)$ และ (ค) $W_s(2L/3)$ ที่คำนวณโดยตรงเมื่อรถน้ำหนักรวม 20,875 กิโลกรัมเคลื่อนที่บนสะพานโดยผิวทางที่มีความขรุขระแบบรูป 3.6 (ข) ด้วยความเร็วรถ 20 กิโลเมตร/ชั่วโมงหรือ 5.55 เมตร/วินาที โดยค่า c ใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาที่ความเร็วและความขรุขระต่างนั้นเพื่อศึกษาการแปลงความเครียดเป็นการแ่นตัว โดยการหาค่า c ใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) จะพิจารณาโดยใช้ความเครียดและการแ่นตัว จากแบบจำลอง โดยในหัวข้อนี้จะพิจารณาสามตำแหน่งและน้ำหนักบรรทุกรวม 20,875 กิโลกรัมพบว่าค่า c ที่ได้โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) นี้ใกล้เคียงกับค่าที่ใช้ในแบบจำลองมาก $c = 22.5$ เซนติเมตร ดังแสดงในรูป 4.12



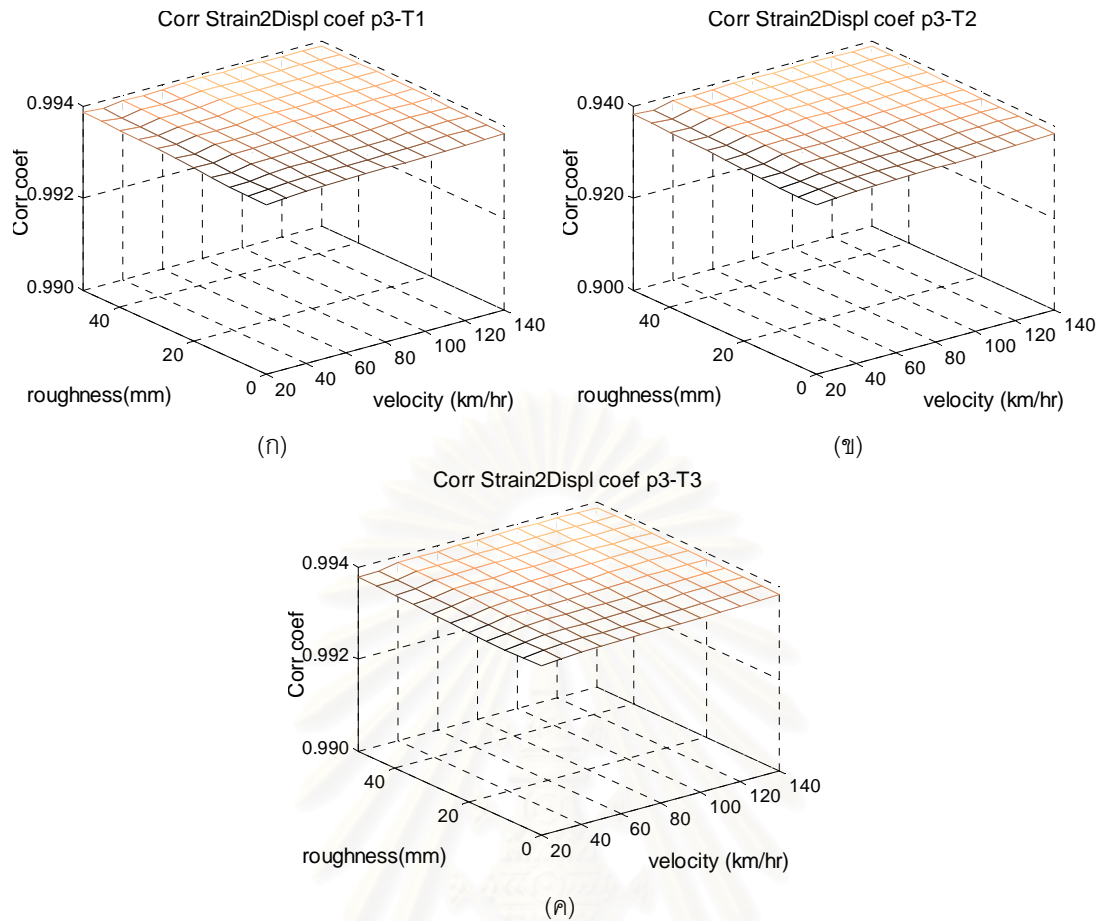
รูปที่ 4.12 ค่าระยะจากแนวแกนสะท้อน c (ค่าทฤษฎี 22.5 ซ.ม.) โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares)

4.2.3 ความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการแปลงค่าความเครียดเป็นการแ่นตัว

ความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าการแ่นตัวที่ คำนวณจากแบบจำลองและค่าการแ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียด ดังนั้นจึงพิจารณาค่าความแตกต่างโดยสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อบ่งชี้ความแตกต่างระหว่างข้อมูล

- สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation factor)

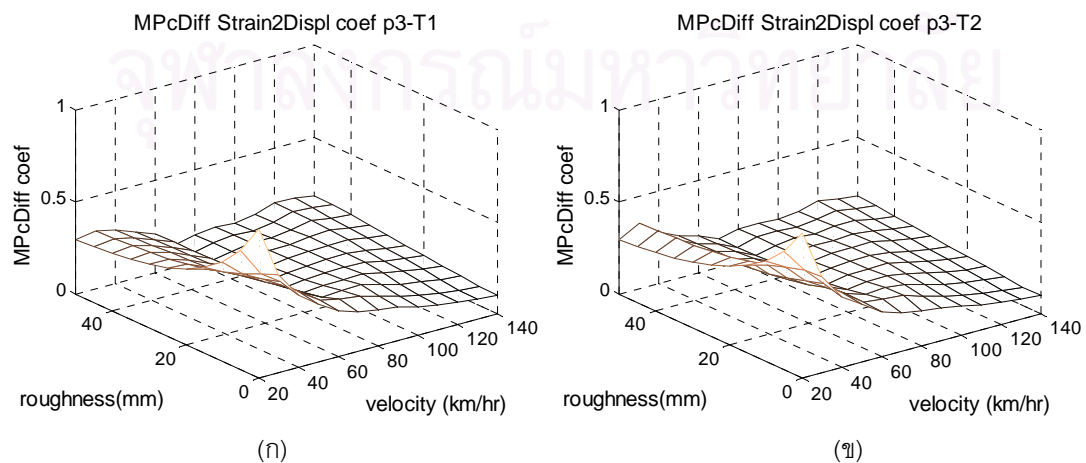
ในการทำงานเกี่ยวกับการแปลงความเร่งเป็นการแ่นตัว ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างค่าการแ่นตัวจากแบบจำลองกับค่าการแ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียดนั้น จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลทั้งสอง โดยที่ถ้าข้อมูลสองคล้อยกันสัมประสิทธิ์จะเท่ากับหนึ่ง

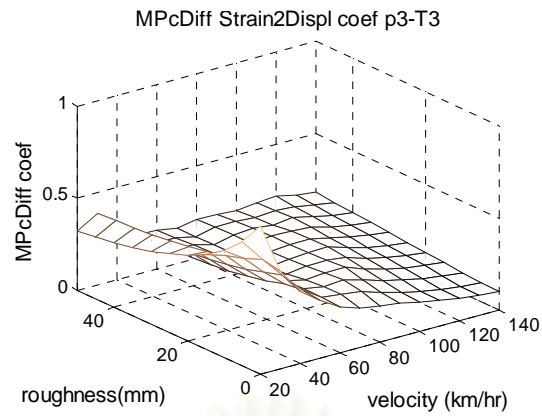


รูปที่ 4.13 สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์การแอ่นตัวและการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20.870, 23.365 และ 25.785 ตัน

- ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อน

ในทำนองเดียวกับการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนจะคำนวณโดยคำนวณค่าความแตกต่างระหว่างข้อมูลทั้งสองชุดและเทียบสัดส่วนกับค่าสูงสุดของข้อมูลการแอ่นตัวจากแบบจำลอง โดยจะพิจารณาเป็นร้อยละแล้วนำค่าร้อยละทั้งหมดทุกข้อมูลมาคำนวณค่าเฉลี่ย





(ค)

รูปที่ 4.14 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนการแ่นตัวและการแปลงความเครียดเป็นการแ่นตัวที่จุดกึ่งกลางสะพาน เมื่อรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20.870, 23.365 และ 25.785 ตัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

ประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกกรณีศึกษาจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์

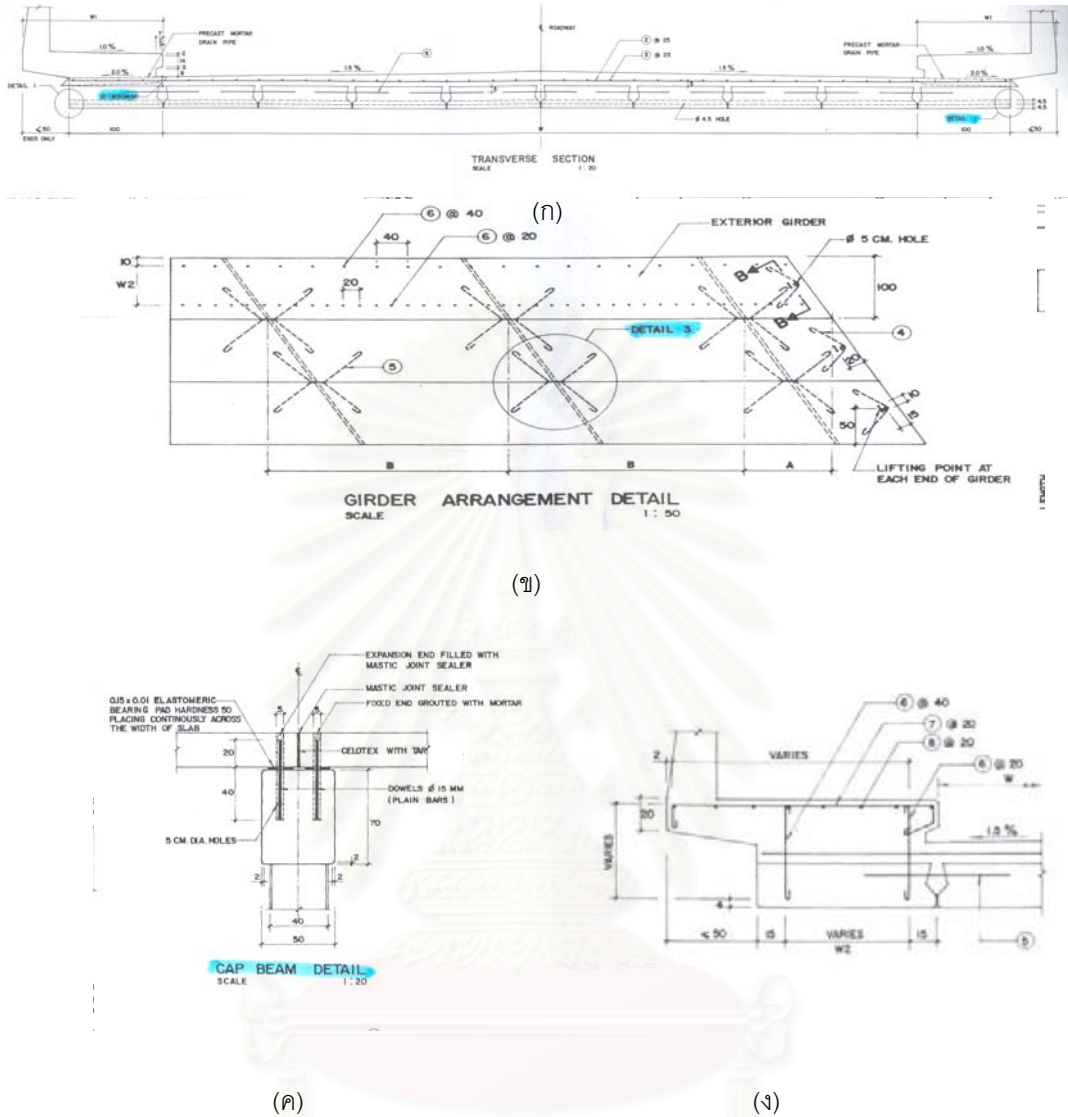
ในหัวข้อนี้จะศึกษาประสิทธิภาพการหาน้ำหนักบรรทุกทุกจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์ โดยจะทำการสังเคราะห์ค่าการแอ่นตัวและความเร่งของสะพานภายใต้การเคลื่อนที่ผ่านของรถบรรทุกจากแบบจำลองคอมพิวเตอร์ สะพานในแบบจำลองพิจารณาเป็นคานแบบช่วงเดี่ยวและคำนวณโดยใช้สมการลากรางจ์จากสมการตอบสนองซึ่งกันและกันระหว่างสะพานกับรถบรรทุก ซึ่งจะคำนวณผลตอบสนองของสะพานในแต่ละช่วงเวลาสั้นๆ เป็นข้อมูลในการคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกต่อไป ส่วนในการคำนวณหาน้ำหนักนั้นแบ่งศึกษาเป็นวิธีหลักๆ คือ การคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากการเคลื่อนที่ทั้งระบบและการคำนวณน้ำหนักโดยการใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง การคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากการเคลื่อนที่ทั้งระบบนั้นจะใช้ข้อมูลการแอ่นตัวและการใช้การแอ่นตัวร่วมกับความเร่ง ส่วนการคำนวณโดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งนั้นจะใช้ข้อมูลการแอ่นตัวหรือใช้การแอ่นตัวที่แปลงจากความเร่ง จากนั้นจะศึกษาเปรียบเทียบการคำนวณหาน้ำหนักในแต่ละวิธี

แบบจำลองสะพานที่ใช้ในหัวข้อนี้จะใช้สะพานเดียวกับสะพานที่ใช้ในบทที่ 3 ซึ่งเป็นสะพานที่ใช้ในการทดสอบภาคสนามด้วย โดยใช้สะพานข้ามคลองบางน้อยซึ่งตั้งอยู่ที่ กม. 28+170.31 ถนนวงแหวนรอบนอกตะวันตก บริเวณเนติบัณฑิตยสภาในพระบรมราชูปถัมภ์เป็นกรณีศึกษา สะพานมีลักษณะเป็นสะพานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 3 ช่องจราจร (1 ทิศทางจราจร) มีจำนวนช่วงสะพานทั้งหมด 25 ช่วงสะพานโดยแต่ละช่วงสะพานมีความยาวช่วงประมาณ 10 เมตร รูปแบบโครงสร้างใช้ระบบพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงสำเร็จรูปขนาดกว้าง 1 เมตร วางเรียงกันทับหน้าด้วยคอนกรีต (topping) มีความหนารวมประมาณ 45 เซนติเมตร กว้าง 14 เมตร โดยคานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 70×50 เซนติเมตร² ซึ่งยึดอยู่บนหัวเสาตอม่อสะพานแบบคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 35×35 เซนติเมตร² สะพานที่ใช้ในการศึกษาการหาน้ำหนักบรรทุกทุกโดยการจำลองบนคอมพิวเตอร์ จะพิจารณาสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก แบบคานช่วงเดี่ยว ซึ่งมีความยาวของสะพาน 9.43 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 5.1

ดังนั้นสะพานและรถบรรทุกที่จะใช้ทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองคอมพิวเตอร์จะใช้สะพานที่มีขนาดและคุณสมบัติใกล้เคียงกับสะพานที่จะทดสอบภาคสนามดังตารางที่ 5.1 และความขรุขระสะพานจะใช้ความขรุขระในรูปที่ 3.12 (ข)

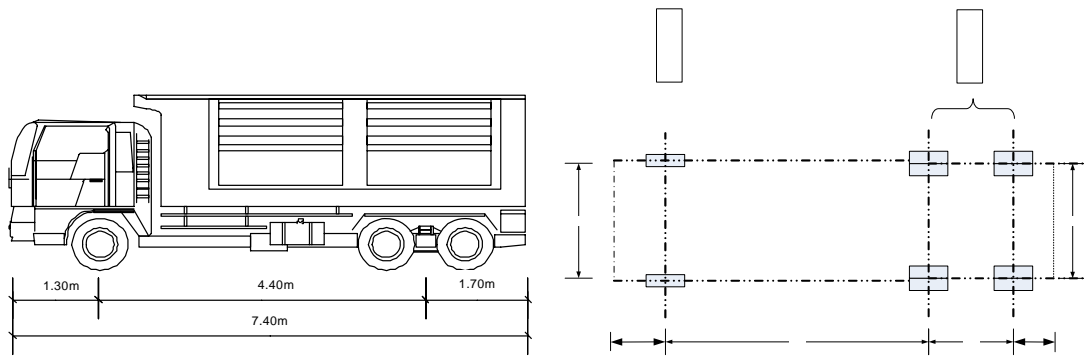
ความยาว	ความกว้าง	ความหนา	มวลต่อความยาว	โมดูลัสยืดหยุ่น	ความแข็งแรง	ความหน่วง	จำนวนชิ้นส่วน
L	B	t	ρA	E	EI	ξ	Element no
(m)	(m)	(m)	(kg/m)	(kg/sq.m)	(N-sq.m)		
9.43	14.00	0.45	15120	2.6×10^9	2.7116×10^9	0.05	6

ตาราง 5.1 คุณสมบัติสะพานที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ



รูปที่ 5.1 แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แปลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อ ตามลำดับ

รถบรรทุกนั้นจะทำการพิจารณาเพลาคู่หลังรวมกันเป็นเพลาดียวโดยมีระยะห่างระหว่างเพลาน้ำและเพลาคู่หลัง 4.40 เมตร สติฟเนสของเพลาน้ำ (k_f) เพลาลัง (k_r) และความหน่วงของเพลาน้ำ (c_f) เพลาลัง (c_r) ของรถบรรทุกเท่ากับ 0.635×10^6 นิวตันต่อเมตร 6.345×10^6 นิวตันต่อเมตร, 1.31×10^4 นิวตันวินาทีต่อเมตรและ 5.66×10^4 นิวตันวินาทีต่อเมตรตามลำดับ น้ำหนักรถบรรทุกที่ใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์คือรถบรรทุกที่มีน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัม โดยในแบบจำลองนี้จะใช้รถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัม, 23,365 กิโลกรัมและ 25,785 กิโลกรัม ซึ่งประกอบด้วย น้ำหนักรถเปล่า 735 กิโลกรัมและน้ำหนักบรรทุก 20,135 กิโลกรัม 22,630 กิโลกรัมและ 25,050 กิโลกรัมซึ่งถ่ายน้ำหนักเพลาน้ำ 4,610 กิโลกรัม 4,435 กิโลกรัมและ 5,645 กิโลกรัมและน้ำหนักรวมเพลาลัง 16,260 กิโลกรัม 18,930 กิโลกรัมและ 20,140 กิโลกรัมตามลำดับ ดังรูปที่ 5.2 และตารางที่ 5.2 ถึง 5.3



รูปที่ 5.2 ตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ

ระยะ (เมตร)					
A	B	C	D	E	F
1.30	3.75	1.30	1.05	1.76	1.72
1.30	3.75	1.30	0.95	1.77	1.73
1.30	3.75	1.30	1.05	1.76	1.72

ตาราง 5.2 ระยะเพลลาของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ

คุณสมบัติรถบรรทุก	$T1$	$T2$	$T3$
น้ำหนักล้อหน้า (F_f) (กิโลกรัม)	4,610	4,435	5,645
น้ำหนักรวมล้อหลัง (F_r) (กิโลกรัม)	16,260	18,930	20,140
น้ำหนักรวม (F_t) (กิโลกรัม)	20,870	23,365	25,785
น้ำหนักรถเปล่า (m_1) (กิโลกรัม)	735	735	735
น้ำหนักบรรทุก (m_2) (กิโลกรัม)	20,135	22,630	25,050
สติเฟนสของเพลลาหน้า (k_f) (นิวตันต่อเมตร)	0.635×10^6	0.635×10^6	0.635×10^6
สติเฟนสของเพลลาหลัง (k_r) (นิวตันต่อเมตร)	6.345×10^6	6.345×10^6	6.345×10^6
ความหน่วงของเพลลาหน้า (c_f) (นิวตันวินาทีต่อเมตร)	1.31×10^4	1.31×10^4	1.31×10^4
ความหน่วงของเพลลาหลัง (c_r) (นิวตันวินาทีต่อเมตร)	5.66×10^4	5.66×10^4	5.66×10^4

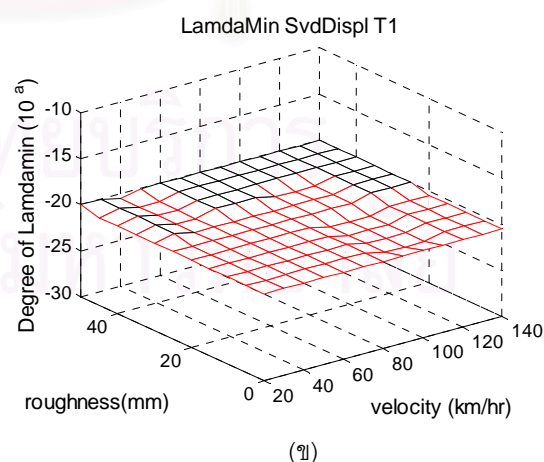
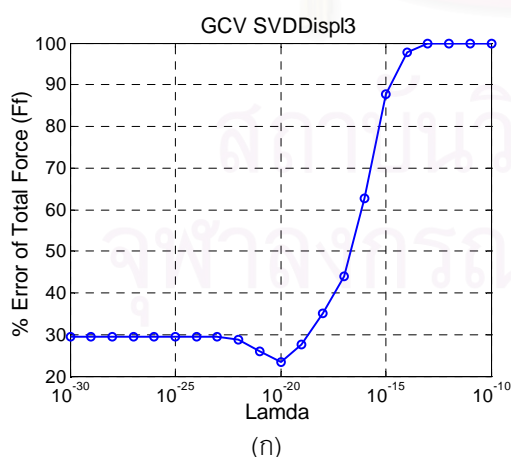
ตาราง 5.3 คุณสมบัติเบื้องต้นของรถบรรทุกที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณ

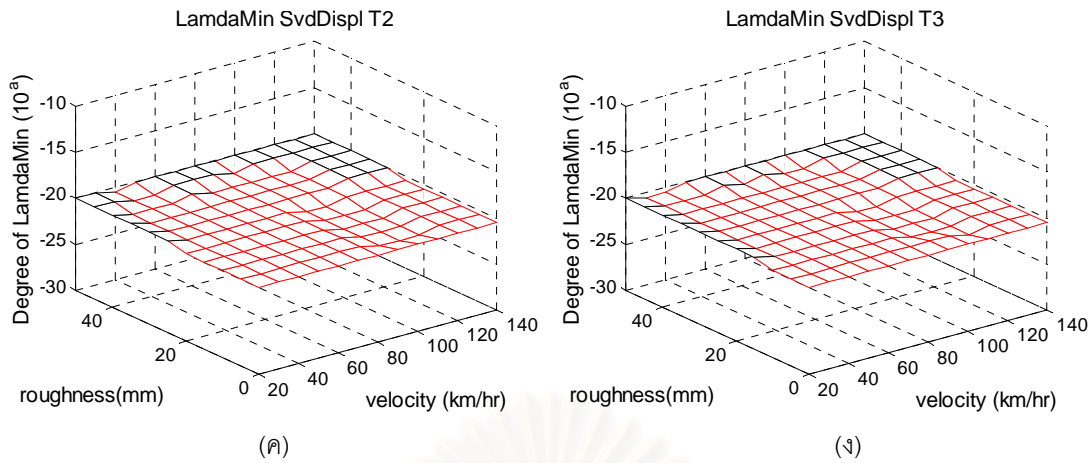
5.1 การคำนวณหาหน้าหนักรถบรรทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

การคำนวณหาหน้าหนักรถบรรทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ จะพิจารณาน้ำหนักเป็นจุดเคลื่อนที่บนสะพานโดยมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยใช้การคำนวณเชิงโหมดเพื่อคำนวณค่าการแอ่นตัวและความเร่งสะพานและเขียนในรูปผลรวมช่วงเวลาสั้นๆ แล้วจึงทำการแก้สมการทั้งระบบเพื่อหาค่าแรงที่เคลื่อนที่บนสะพานอีกครั้งเพื่อคำนวณหน้าหนักรถบรรทุก

การศึกษาการคำนวณหาหน้าหนักรถบรรทุกโดยวิธีนี้จะใช้สะพานและรถบรรทุกดังที่อธิบายก่อนหน้านี โดยทำการบันทึกข้อมูลจำนวน 256 ข้อมูลในทุกๆ 1 วินาทีหรือที่ความถี่ 256 รอบต่อวินาที โดยข้อมูลที่ใช้จะแบ่งเป็นการแอ่นตัวสองตำแหน่งคือที่ระยะหนึ่งในสามความยาวสะพานและที่กึ่งกลางสะพาน $w(L/3), w(L/2)$ การแอ่นตัวสามตำแหน่งคือที่ระยะหนึ่งในสาม กึ่งกลางสะพานและที่ระยะสองส่วนสามความยาวสะพาน $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ และการแอ่นตัวสามตำแหน่งร่วมกับความเร่งสองตำแหน่งคือที่ระยะหนึ่งในสามและกึ่งกลางสะพาน $w(L/3), w(L/2), w(2L/3), \ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ ตามลำดับ และปัจจัยที่พิจารณาร่วมคือความขรุขระของพื้นผิวสะพานและความเร็วรถบรรทุกโดย ความขรุขระสะพานนั้นจะพิจารณาความขรุขระมากสุดอยู่ในช่วง 0 ถึง 5 เซนติเมตรและความเร็วรถบรรทุกอยู่ในช่วง 20 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยที่รถบรรทุกจะแบ่งเป็นสามระดับคือ $T1, T2$ และ $T3$ ดังแสดงในตารางก่อนหน้าตามลำดับ

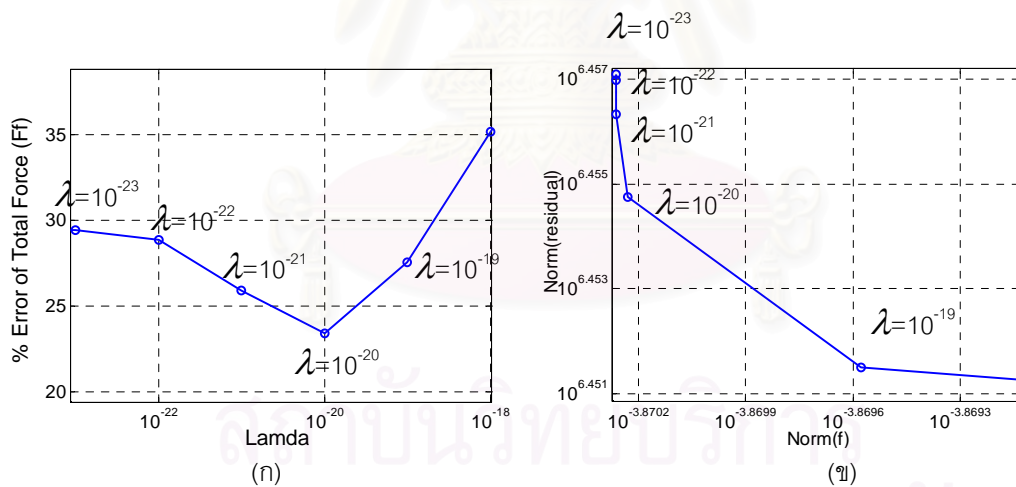
เนื่องจากการคำนวณหาหน้าหนักรถบรรทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบนี้ เรกกูลาไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) ที่ใช้ในการคำนวณจะมีค่าที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนของการคำนวณน้ำหนักน้อยที่สุด ซึ่งสามารถหาได้โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนกับพารามิเตอร์ λ ด้วยวิธี GCV-General Cross Validation ดังรูป ดังนั้นในกรณีที่ทราบน้ำหนักที่แท้จริงจึงสามารถหาพารามิเตอร์ดังกล่าวได้โดยตรงโดยการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์จนได้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณารถบรรทุกทั้งสามระดับ ความขรุขระและความเร็วรถบรรทุกแล้วปรากฏว่าค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในแต่ละกรณีนั้นมีค่าต่างกันอย่างน้อยมาก





รูปที่ 5.3 การหาค่าพารามิเตอร์ λ ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุด (ก) GCV (ข) รถบรรทุก T1 (ค) รถบรรทุก T2 (ง) รถบรรทุก T3 ตามลำดับ

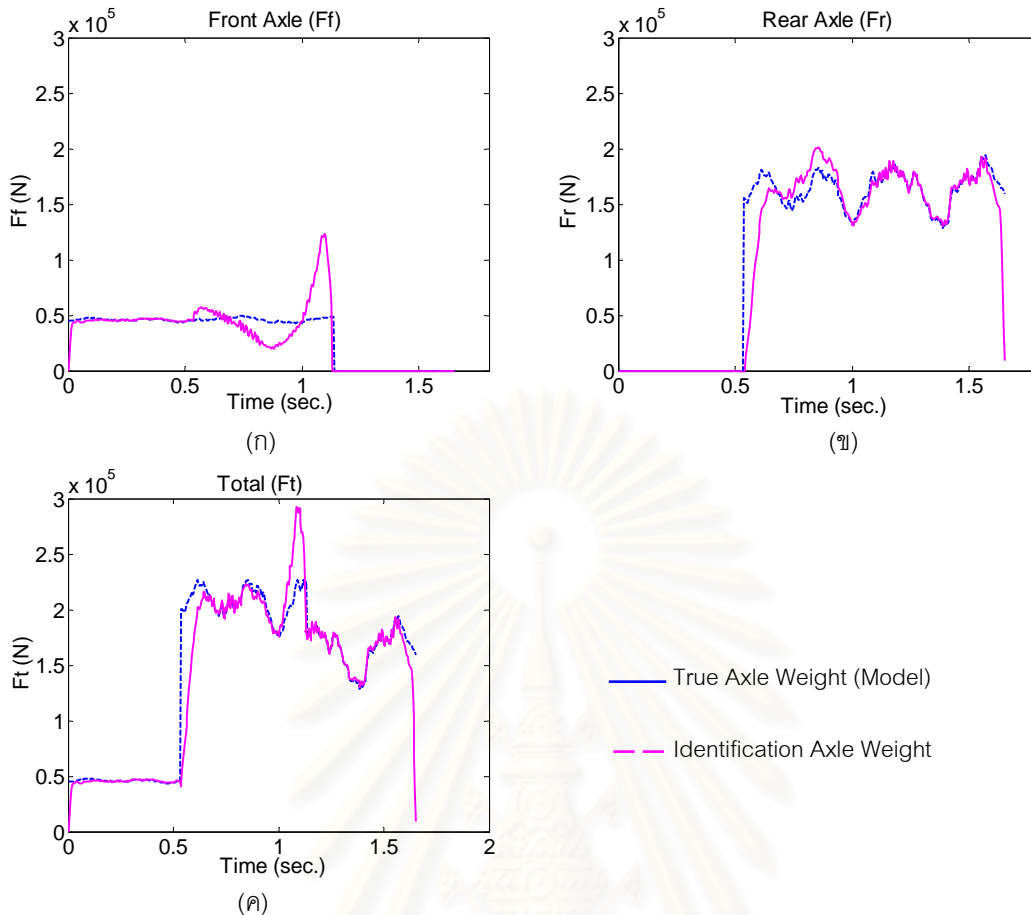
ในกรณีที่ไม่ทราบค่าน้ำหนักจริงมาก่อนนั้นจะใช้วิธีการพิจารณารูป L -curve (Hansen 1992) โดยจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าเศษเหลือจากข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณน้ำหนักและข้อมูลที่ได้จากการนำน้ำหนักที่คำนวณได้กลับไปคำนวณค่าเศษเหลือ $\|B-Af\|$ ตามสมการที่ (2.71) กับค่าน้ำหนัก $\|f\|$ ตามสมการ (2.72) ในแกนลอการิทึม ค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดคือตำแหน่งที่ความชันกราฟเปลี่ยนแปลงมากที่สุดดังรูปที่ 5.4 พบว่าค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมมีค่าใกล้เคียงกับการหาโดยวิธี GCV



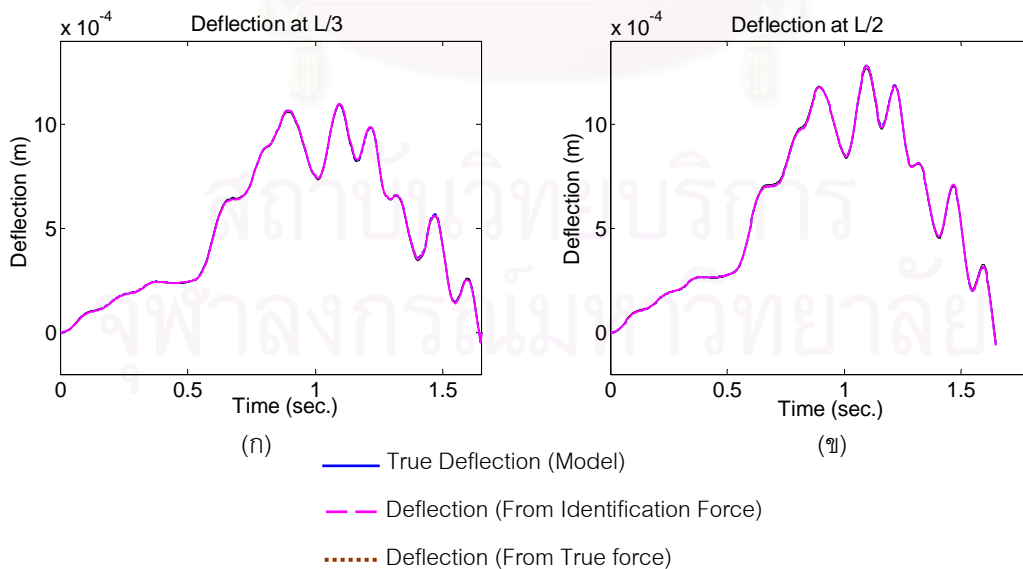
รูปที่ 5.4 ค่าพารามิเตอร์ λ ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุดโดยวิธี (ก) GCV และ (ข) L -curve ตามลำดับ

5.1.1 การคำนวณโดยใช้ค่าการแอ่นตัว

วิธีการคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อคำนวณโดยใช้การแอ่นตัวสองตำแหน่งคือ ที่ระยะหนึ่งในสามความยาวสะพานและที่กึ่งกลางสะพาน $w(L/3)$, $w(L/2)$ นั้น พบว่าน้ำหนักที่ได้จากการคำนวณที่บริเวณฐานรองรับของสะพาน น้ำหนักกระทำจะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงซึ่งเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) แสดงดังรูปที่ 5.5

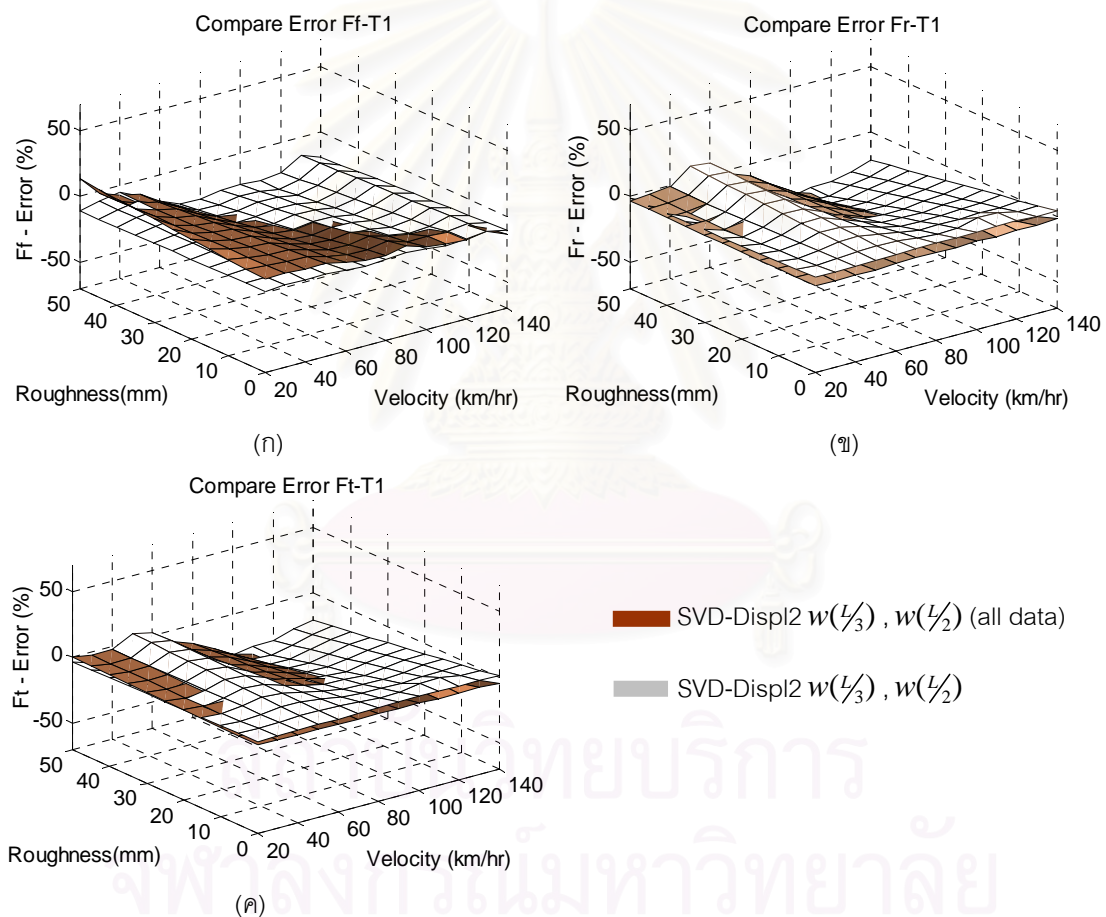


รูปที่ 5.5 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแ่นตัวสองตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

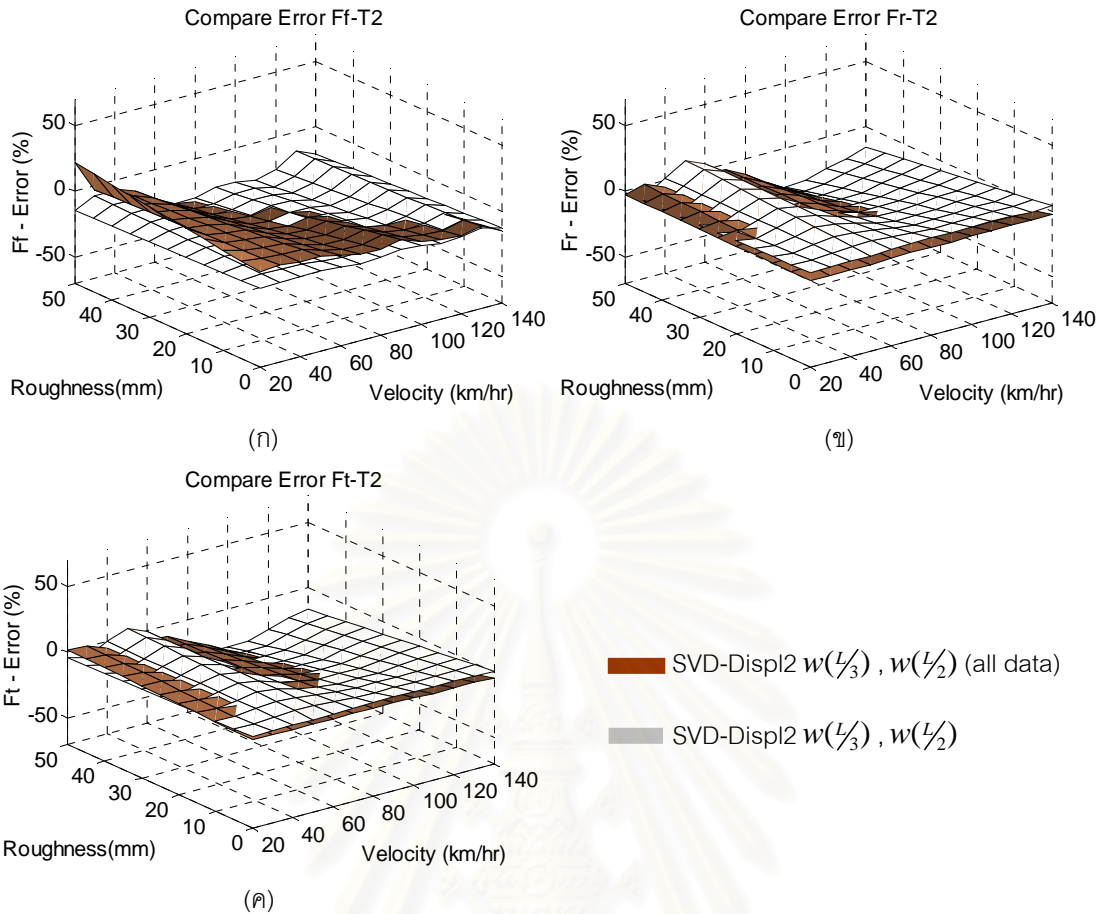


รูปที่ 5.6 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแ่นตัวสองตำแหน่ง (ก) การแ่นตัว $w(L/3)$ (ข) การแ่นตัว $w(L/2)$ ตามลำดับ

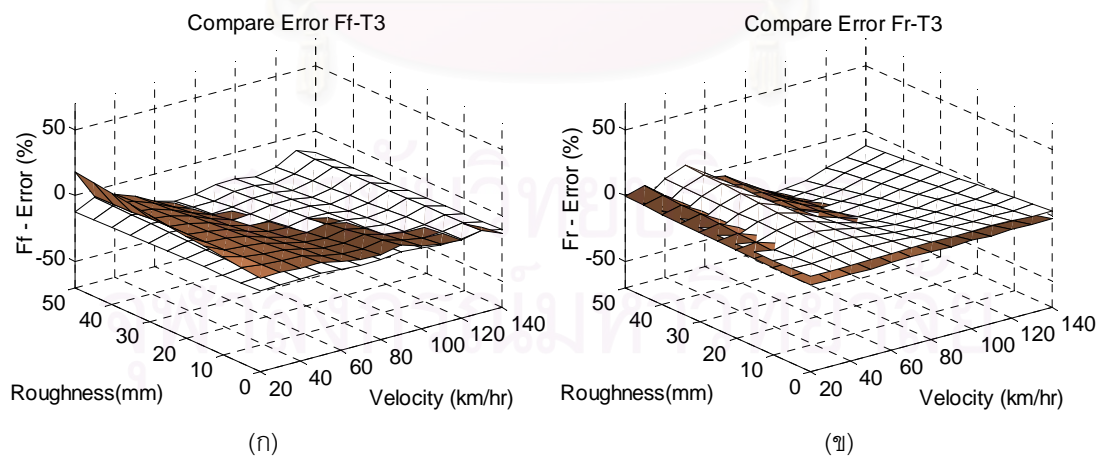
จากรูปที่ 5.5 ถึง 5.6 พบว่า ค่าการแอ่นตัวที่สังเคราะห์ได้จากแบบจำลองนั้นมีค่าใกล้เคียงกับค่าการแอ่นตัวที่คำนวณจากค่าน้ำหนักที่สังเคราะห์จากแบบจำลองโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักกับค่าการแอ่นตัวในหัวข้อ 2.2.1.1 นอกจากนี้ยังใกล้เคียงกับค่าการแอ่นตัวที่คำนวณจากค่าน้ำหนักที่ได้จากการหาค่าน้ำหนักถบรทุก ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะปัญหาคือมีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ เมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักที่คำนวณได้พบว่ามีกรแปรปรวนที่บริเวณฐานรองรับสะพานสูงเนื่องจากเมตริกซ์เกิดสภาวะบกพร่อง ดังนั้นในการหาค่าน้ำหนักทางสถิติจะใช้การหาค่าเฉลี่ยค่าน้ำหนักทางพลศาสตร์ที่คำนวณได้นี้โดยตัดบริเวณปลายออก โดยเมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักแล้วในทีนี้จะตัดออก 20% จากฐานรองรับสะพานหรือเฉลี่ยค่าน้ำหนักแค่บริเวณกลางเท่านั้น ซึ่งจะลดค่าความคลาดเคลื่อนได้โดยที่ความคลาดเคลื่อนนั้นคำนวณจากผลต่างค่าน้ำหนักสถิติที่คำนวณได้กับค่าน้ำหนักสถิติจริงโดยคิดเป็นร้อยละ ดังรูป 5.7 ถึง 5.9

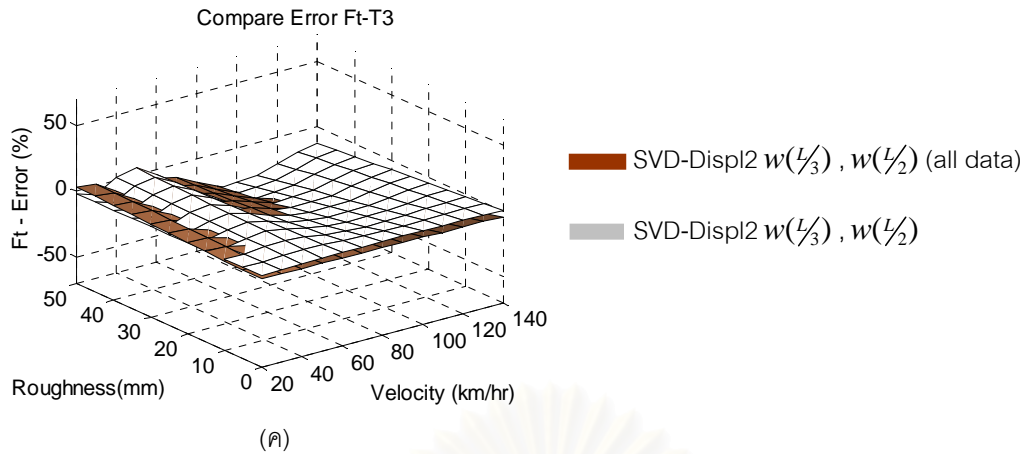


รูปที่ 5.7 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักถบรทุก $T1$ โดยใช้การแอ่นตัวสองตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.8 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก T_2 โดยการใช้การแทนตัวสองตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f , (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 5.9 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสองตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_r ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.7 ถึง 5.9 พบว่าการคำนวณน้ำหนักโดยการแก้สมการการเคลื่อนที่โดยตรงทั้งระบบมีความคลาดเคลื่อนเบื้องต้นสอดคล้องกับความเป็นจริงคือเมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงและผิวสะพานมีความขรุขระมากจะทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่ามากไปด้วยเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ระหว่างรถบรรทุกและสะพานมีการสั่นตบสนองกันมากทำให้การหาค่าเฉลี่ยเพื่อคำนวณน้ำหนักสถิตนั้นคลาดเคลื่อนไปมากด้วย

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลหน้า (F_f)

ในกรณีที่มีความเร็วคงที่ พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนจะขึ้นอยู่กับความขรุขระโดยตรง กล่าวคือเมื่อไม่มีความขรุขระ ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง -10 ถึง 0% และจะเพิ่มมากขึ้นตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นคือเพิ่มเป็น -30 ถึง 20%

ในกรณีที่มีความขรุขระคงที่ ความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มขึ้นตามความเร็วรถบรรทุกในช่วงแรกคือ 20 ถึง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเท่านั้น ในขณะที่ช่วงความเร็วสูงขึ้น 70 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงพบว่าการเพิ่มขึ้นของความเร็วนั้นมีผลต่อความคลาดเคลื่อนค่อนข้างน้อย

นอกจากนั้นยังพบว่าที่ความเร็ว 20 ถึง 25 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ความคลาดเคลื่อนจะมีค่ามากกว่าศูนย์สำหรับความเร็วระดับอื่นนั้น ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยกว่าศูนย์ โดยน่าจะมีสาเหตุมาจากที่ความเร็วต่ำนั้นมีผลทางพลศาสตร์น้อยกว่าที่ความเร็วสูง และน้ำหนักที่ได้จะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงที่บริเวณเริ่มต้นและสุดท้ายของน้ำหนักหรือที่บริเวณฐานรองรับสะพานเกิดจากสภาวะบกพร่องของเมตริกซ์ (ill-condition) ทำให้ค่าเฉลี่ยคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มน้อยกว่าค่าน้ำหนักจริง ดังแสดงในรูปที่ 5.5

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลหลัง (F_r)

ในกรณีที่มีความเร็วคงที่ พบว่าความคลาดเคลื่อนจะต่างจากเพลหน้ากล่าวคือจะขึ้นอยู่กับความขรุขระเฉพาะเมื่อความเร็วอยู่ระหว่าง 70 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงโดยตรงเท่านั้น คือเมื่อไม่มีความขรุขระ ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง -5 ถึง -2% และจะเพิ่มมากขึ้นตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นเป็นระหว่าง -5 ถึง 40% เมื่อพิจารณาที่ความเร็วต่ำกว่านั้นที่ระดับ 20 ถึง 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ค่าความขรุขระที่เพิ่มขึ้นจะไม่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนมากนักคือมีค่าระหว่าง -7 ถึง 0%

ในกรณีที่มีความขรุขระคงที่ พบว่าความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มขึ้นตามความเร็วรอบรถทุกในช่วงความเร็วสูง 70 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเท่านั้น เมื่อความเร็วต่ำ 20 ถึง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงพบว่าการเพิ่มขึ้นของความคลาดเคลื่อนนั้นเปลี่ยนแปลงค่อนข้างน้อย

ค่าความคลาดเคลื่อนส่วนมากมีค่าน้อยกว่าศูนย์ น่าจะมีสาเหตุมาจากน้ำหนักในเพลาลังมีค่ามากกว่าเพลาน้ำดั่งนั้นแม้ความเร็วต่ำก็ผลทางพลศาสตร์มากกว่าเพลาน้ำและน้ำหนักที่ได้จะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงที่บริเวณเริ่มต้นและสุดท้ายของน้ำหนักหรือบริเวณฐานรองรับของสะพาน นั่นคือเกิดจากสภาวะบกพร่องของเมตริกซ์ (ill-condition) ทำให้ค่าเฉลี่ยคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มน้อยกว่าค่าน้ำหนักจริง ดังแสดงในรูปที่ 5.5

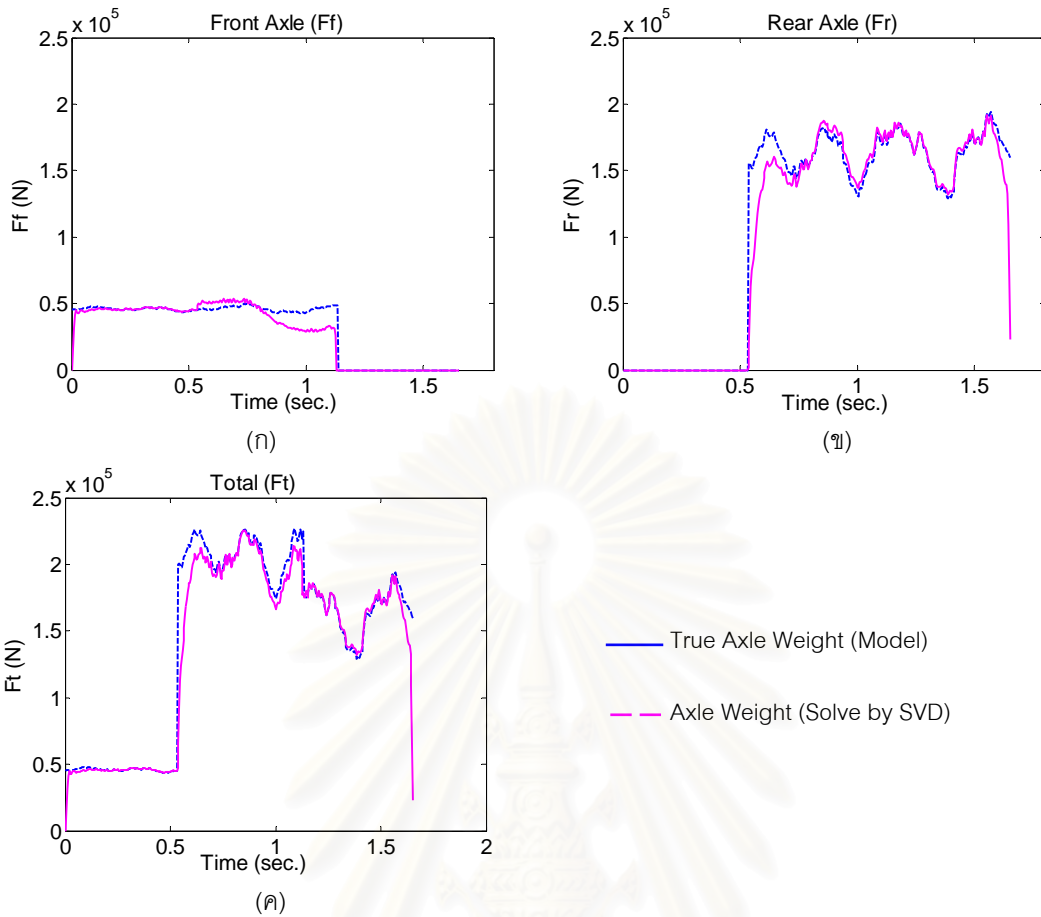
ผลการคำนวณน้ำหนักรวม (F_r)

พบว่าแนวโน้มความคลาดเคลื่อนมีทิศทางเดียวกับน้ำหนักในเพลาลัง (F_r) เนื่องจากรถบรรทุกส่วนใหญ่จะมีน้ำหนักเพลาลังเป็นส่วนประกอบสำคัญทำให้ความคลาดเคลื่อนรวมไปในทิศทางเดียวกัน

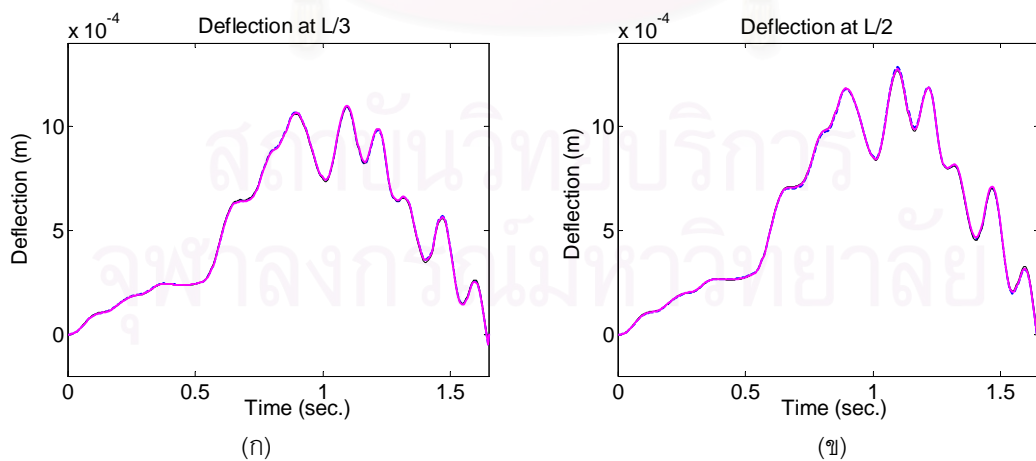
เมื่อพิจารณาระดับน้ำหนักตามที่ใช้ทดสอบภาคสนาม $T1, T2$ และ $T3$ พบว่าความคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มเดียวกันแต่ไม่ปรากฏชัดเจนว่าน้ำหนักรถบรรทุกที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยลง และน้ำหนักรถบรรทุกที่ใช้ทดสอบและในแบบจำลองนี้ไม่ต่างกันมากนัก

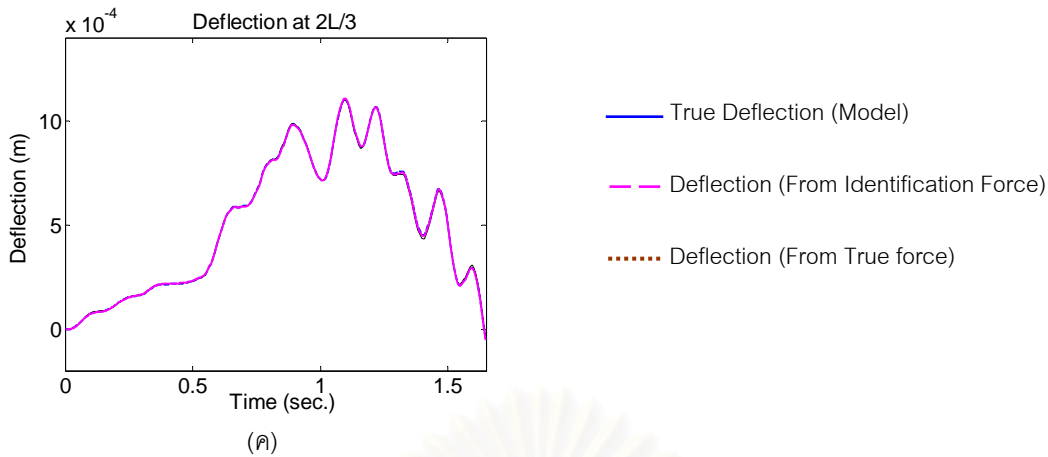
โดยการปรับปรุงการเฉลี่ยแบบไม่รวมบริเวณปลายดังที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้อาจจากรูปที่ 5.7 ถึง 5.9 พบว่าในการหาค่าเฉลี่ยแบบตัดบริเวณปลายออกสามารถปรับปรุงความคลาดเคลื่อนได้โดยเฉพาะที่ความเร็วและความขรุขระสูง เมื่อพิจารณาน้ำหนักเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) พบว่าจากความคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่าศูนย์เป็นส่วนใหญ่ การหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีดังกล่าวทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ดูเหมือนจะดีกว่าเดิมหรือมีค่าใกล้เคียงศูนย์มากขึ้น ส่วนบริเวณที่ค่าความเร็วต่ำจะพบว่าความคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกันระหว่างการหาค่าเฉลี่ยทั้งหมดและการหาค่าเฉลี่ยแบบตัดปลายออก ในกรณีน้ำหนักเพลาน้ำ (F_f) นั้นการหาค่าเฉลี่ยโดยไม่รวมบริเวณปลายนั้นค่าความคลาดเคลื่อนค่อนข้างคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับความเร็วและความขรุขระ อย่างไรก็ตามความคลาดเคลื่อนน้ำหนักรถบรรทุกขึ้นอยู่กับน้ำหนักเพลาลัง (F_r) เนื่องจากน้ำหนักรถบรรทุกส่วนใหญ่ประกอบด้วยน้ำหนักเพลาลัง (F_r) ทำให้แนวโน้มความคลาดเคลื่อนน้ำหนักเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) รถบรรทุกมีแนวโน้มเดียวกัน

กรณีเพิ่มตำแหน่งการวัดการแอ่นตัว เมื่อคำนวณโดยใช้การแอ่นตัวสามตำแหน่ง คือ ที่ระยะหนึ่งในสามความยาวสะพาน $w(L/3)$, สองในสามความยาวสะพาน $w(2L/3)$ และกึ่งกลางสะพาน $w(L/2)$ นั้น พบว่าน้ำหนักที่ได้จากการคำนวณที่บริเวณก่อนและหลังน้ำหนักกระทำหรือบริเวณฐานรองรับของสะพานจะมีค่าคลาดเคลื่อนลดลงได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับน้ำหนักเพลาน้ำความแปรปรวนลดลงอย่างชัดเจน และในทำนองเดียวกับการคำนวณโดยใช้การแอ่นตัวสองตำแหน่งการหาน้ำหนักทางสถิติจะใช้วิธีเฉลี่ยน้ำหนักโดยตัดที่บริเวณปลายออกทำให้ความคลาดเคลื่อนลดลง



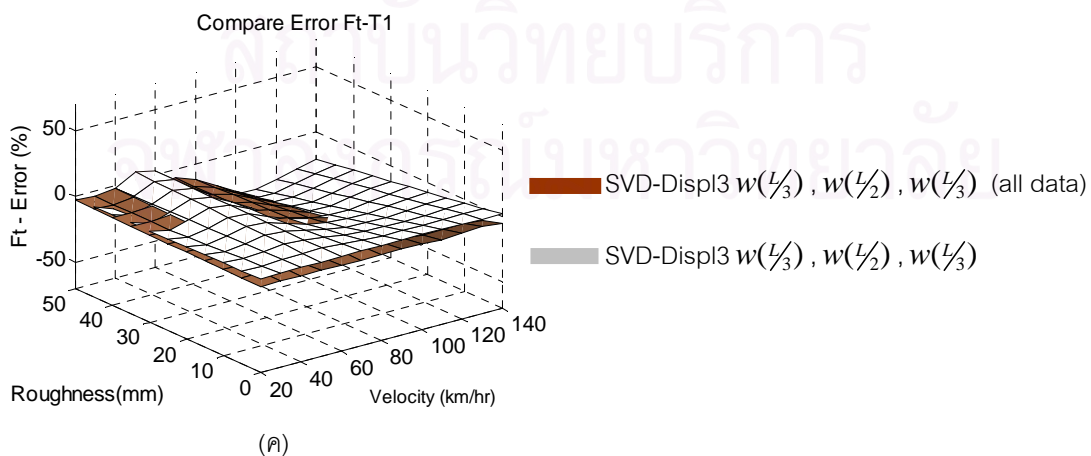
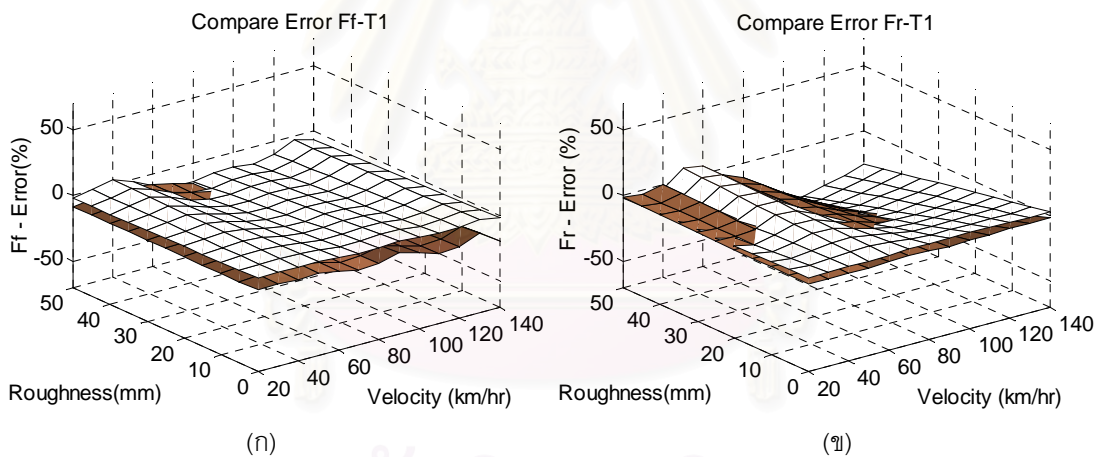
รูปที่ 5.10 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิว สะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



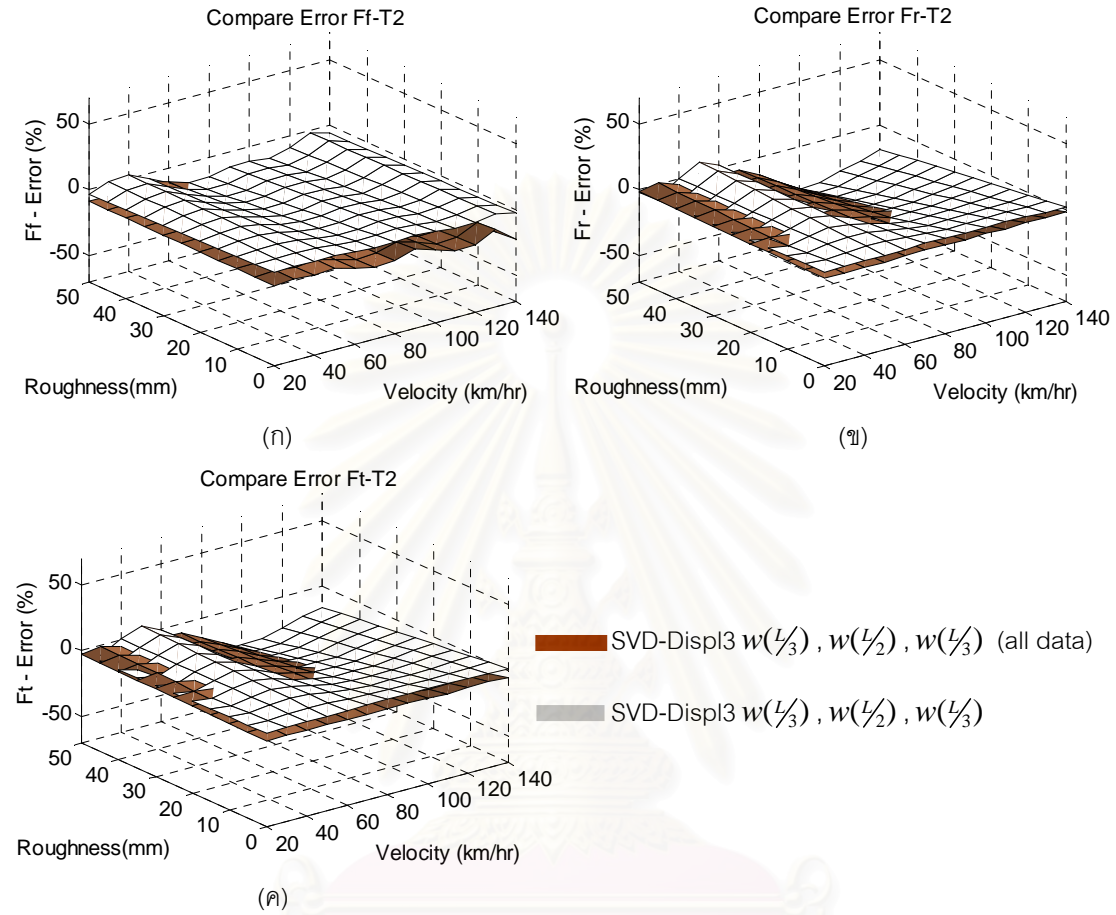


รูปที่ 5.11 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระ รูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง (ก) การแอนตัว $w(L/3)$ (ข) การแอนตัว $w(L/2)$ และ (ค) การแอนตัว $w(2L/3)$ ตามลำดับ

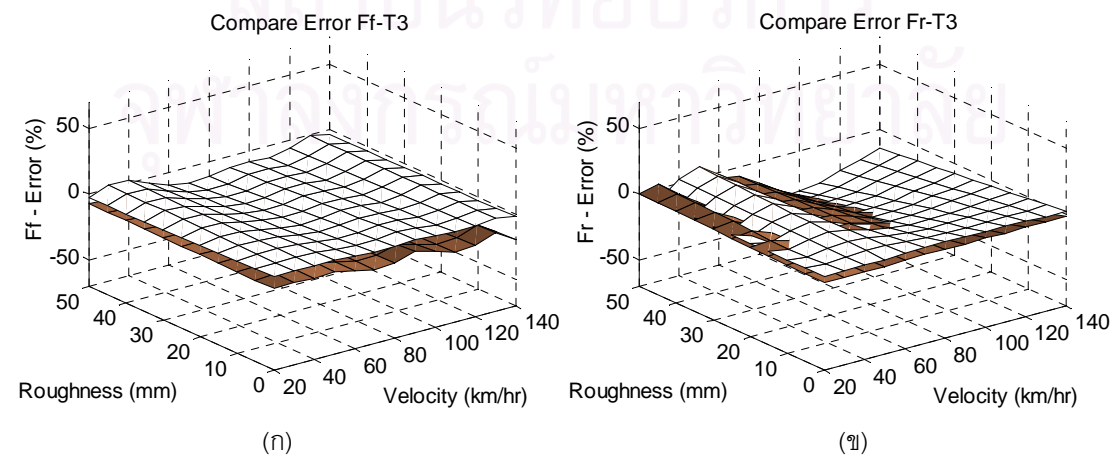
ในการทำงานเดียวกันกับการใช้การแอนตัวสองตำแหน่ง ในการหาค่าเฉลี่ยโดยไม่รวมบริเวณปลายนั้นสามารถปรับปรุงความคลาดเคลื่อนได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งในน้ำหนักเพลหน้า นอกจากนี้แนวโน้มความคลาดเคลื่อนน้ำหนักรถบรรทุกนั้นไม่แตกต่างกันระหว่างการใช้การแอนตัวสองและสามตำแหน่งตามลำดับ ดังรูปที่ 5.12 ถึง 5.14

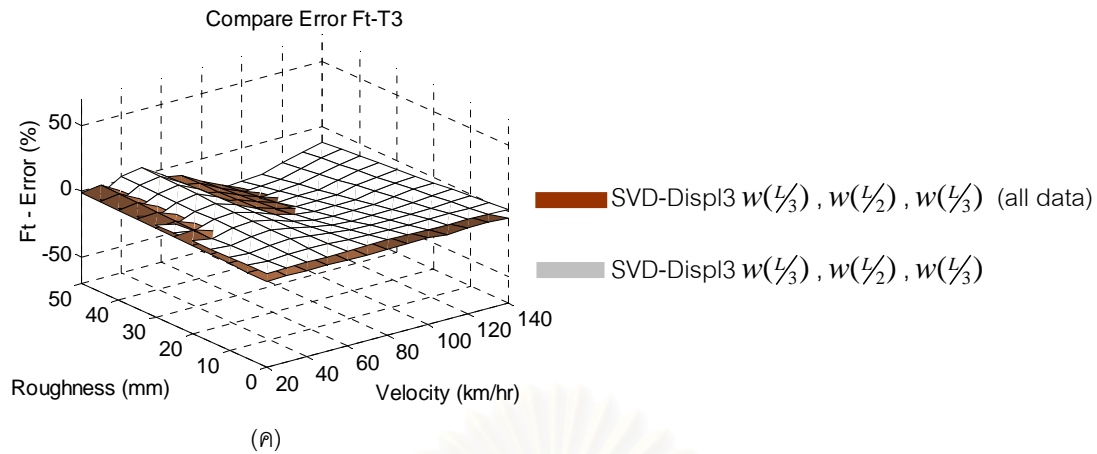


รูปที่ 5.12 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้อันตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



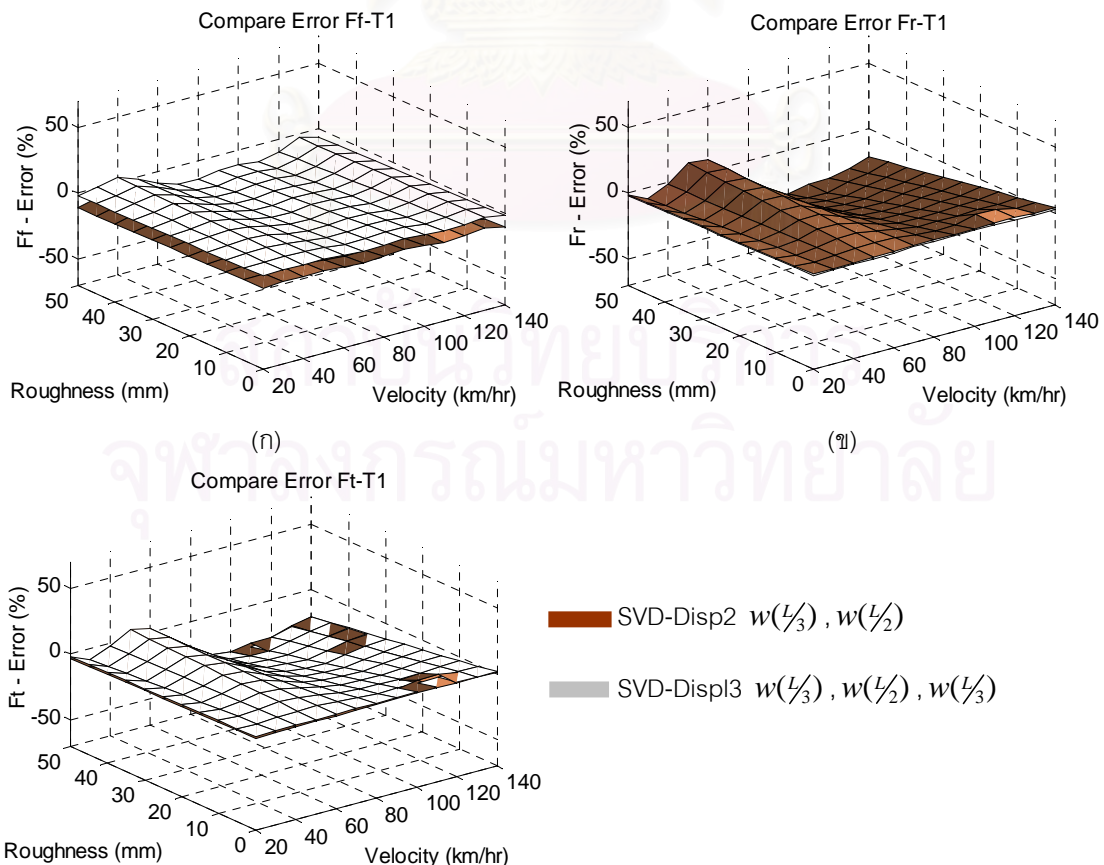
รูปที่ 5.13 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้อันตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





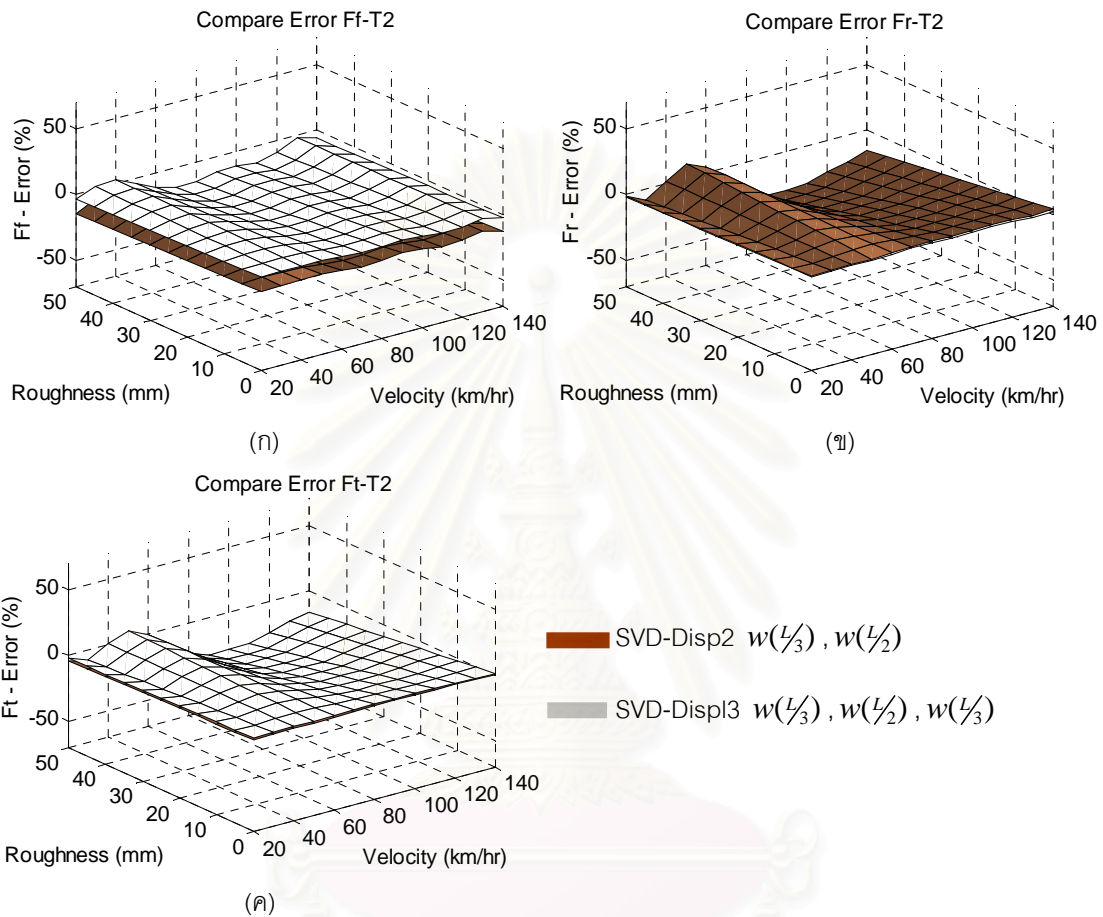
รูปที่ 5.14 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแ่นตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

ถึงแม้ว่าแนวโน้มการใช้การแ่นตัวสอง $w(L/3), w(L/2)$ และสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ จะมีความคลาดเคลื่อนในทิศทางเดียวกันและการหาค่าเฉลี่ยแบบไม่รวมบริเวณปลายหรือบริเวณฐานรองรับของสะพานจะสามารถปรับปรุงความถูกต้องได้นั้น แต่เพื่อเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนเพื่อพิจารณาว่าจำนวนตำแหน่งตรวจวัดการแ่นตัวนั้นมีผลต่อความถูกต้องมากเพียงใด ในที่นี้จึงจะเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนแบบไม่รวมบริเวณปลายออกซึ่งเป็นการเฉลี่ยที่ดีกว่าในแต่ละวิธี ดังแสดงในรูปที่ 5.15 ถึง 5.17

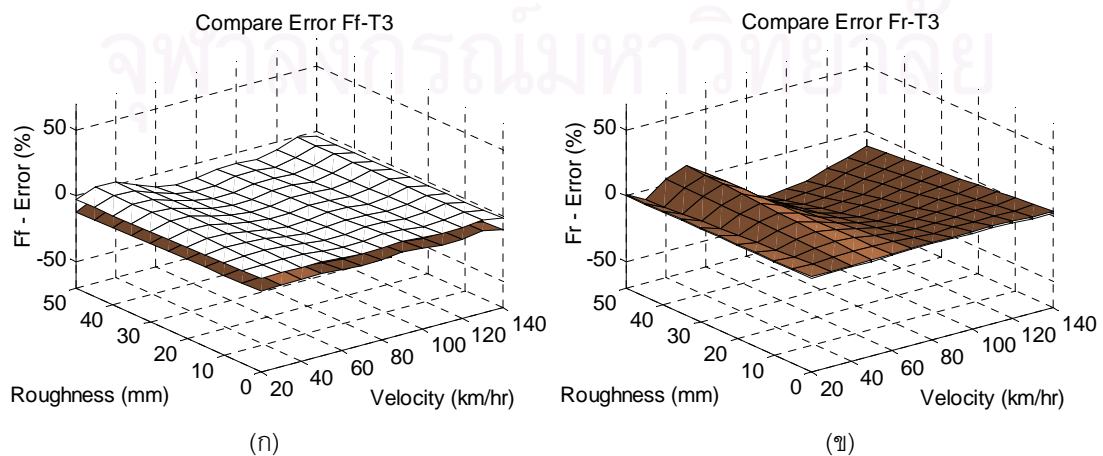


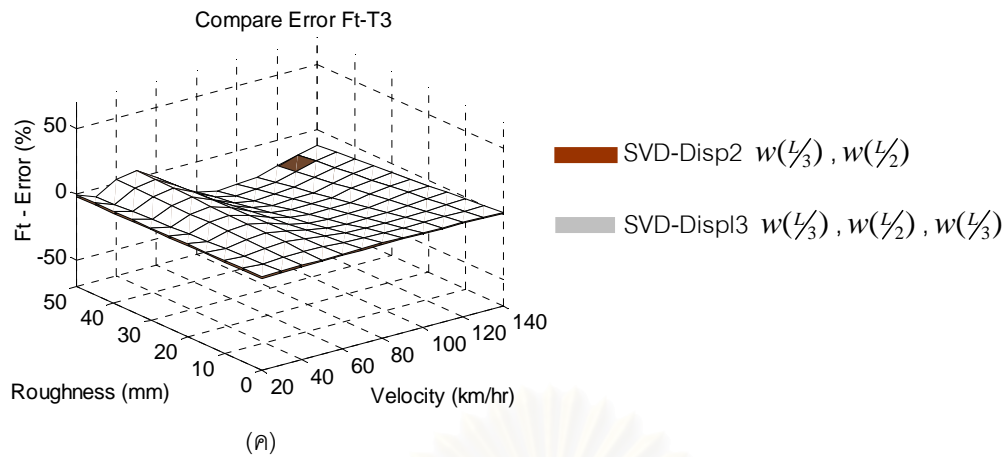
(ค)

รูปที่ 5.15 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนตัวสอง $w(L/3)$, $w(L/2)$ และสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.16 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแอนตัวสอง $w(L/3)$, $w(L/2)$ และสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





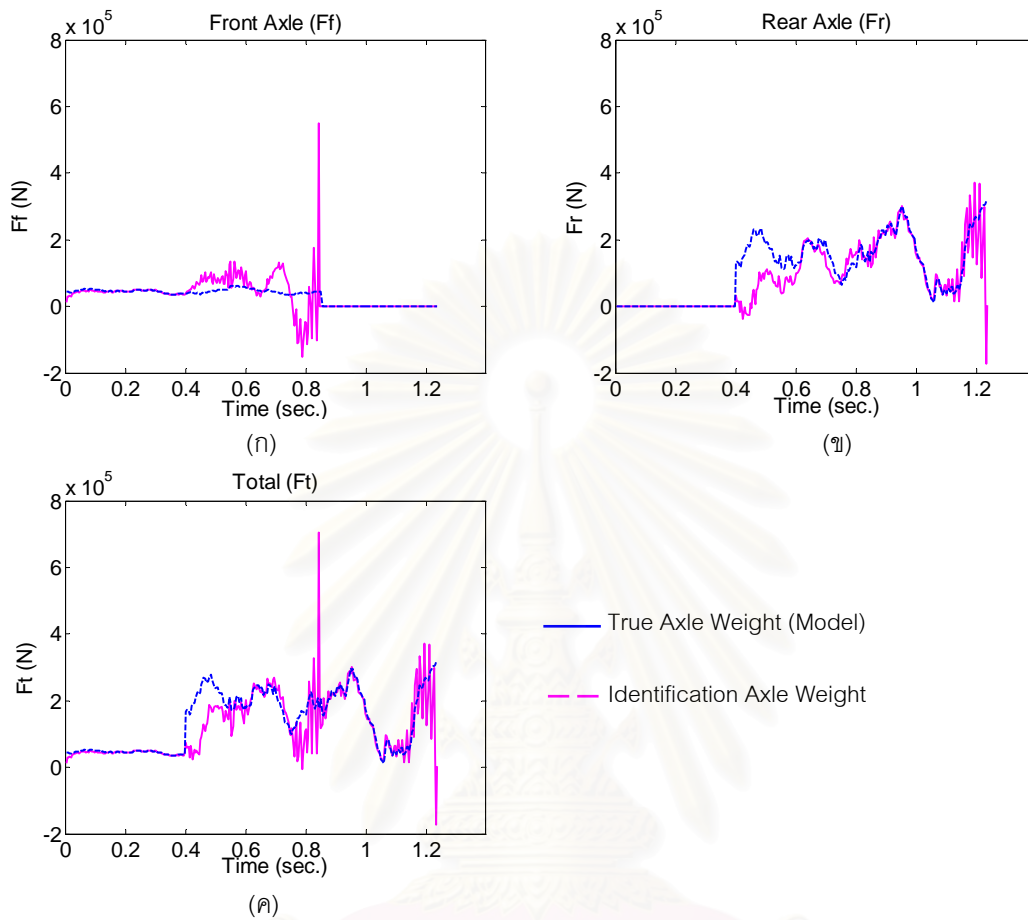
รูปที่ 5.17 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุก T_3 โดยใช้การแอนตัวสอง $w(L/3)$, $w(L/2)$ และสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

จากรูปเปรียบเทียบจะพบว่าการใช้การแอนตัวสามตำแหน่งให้ผลที่ดีกว่าโดยเฉพาะอย่างยิ่งในเพลหน้า ค่าความคลาดเคลื่อนปรับปรุงได้ดีขึ้น สำหรับเพลหลังนั้นความคลาดเคลื่อนที่ได้ไม่แตกต่างกันมากนักแม้ว่าความคลาดเคลื่อนจากการใช้ตำแหน่งสามตำแหน่งจะติดลบมากกว่าการใช้สองตำแหน่ง แต่เมื่อพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนพบว่าความคลาดเคลื่อนต่างกันน้อยมาก อย่างไรก็ตามเนื่องจากเพลหลังมีความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันแต่เพลหน้านั้นความคลาดเคลื่อนปรับปรุงดีขึ้นมาก จึงส่งผลให้การแอนตัวสามตำแหน่งนั้นน้ำหนักรวมมีความคลาดเคลื่อนที่ดีขึ้นแม้ว่าจะต่างกันไม่มากก็ตาม นั่นคือ การใช้การแอนตัวสามตำแหน่งให้ผลที่ดีกว่าทั้งเพลหน้า เพลหลังและน้ำหนักรวม แต่การใช้การแอนตัวสองตำแหน่งให้ผลในระดับใกล้เคียงกันในเพลหลังและน้ำหนักรวม แต่เวลาในการคำนวณน้อยกว่าเนื่องจากเมตริกซ์มีขนาดเล็กกว่า

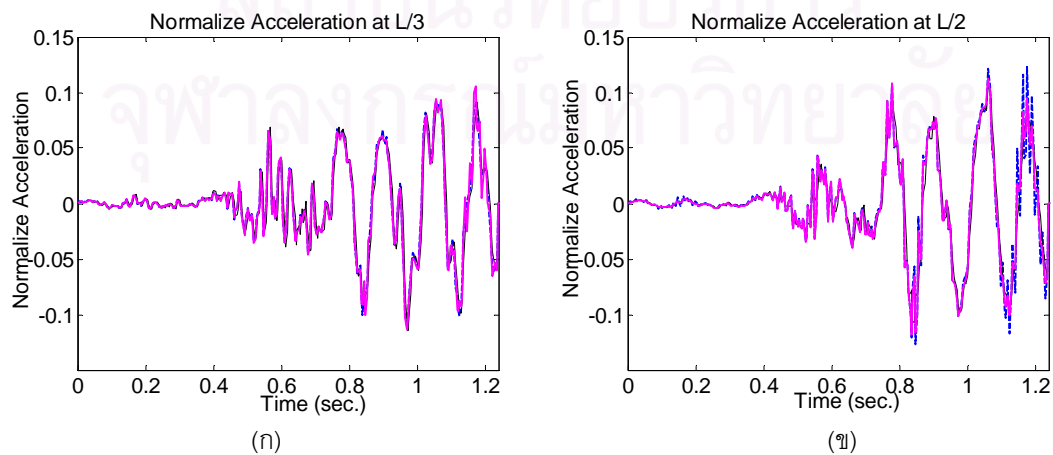
5.1.2 การคำนวณโดยใช้การแอนตัวร่วมกับความเร่ง

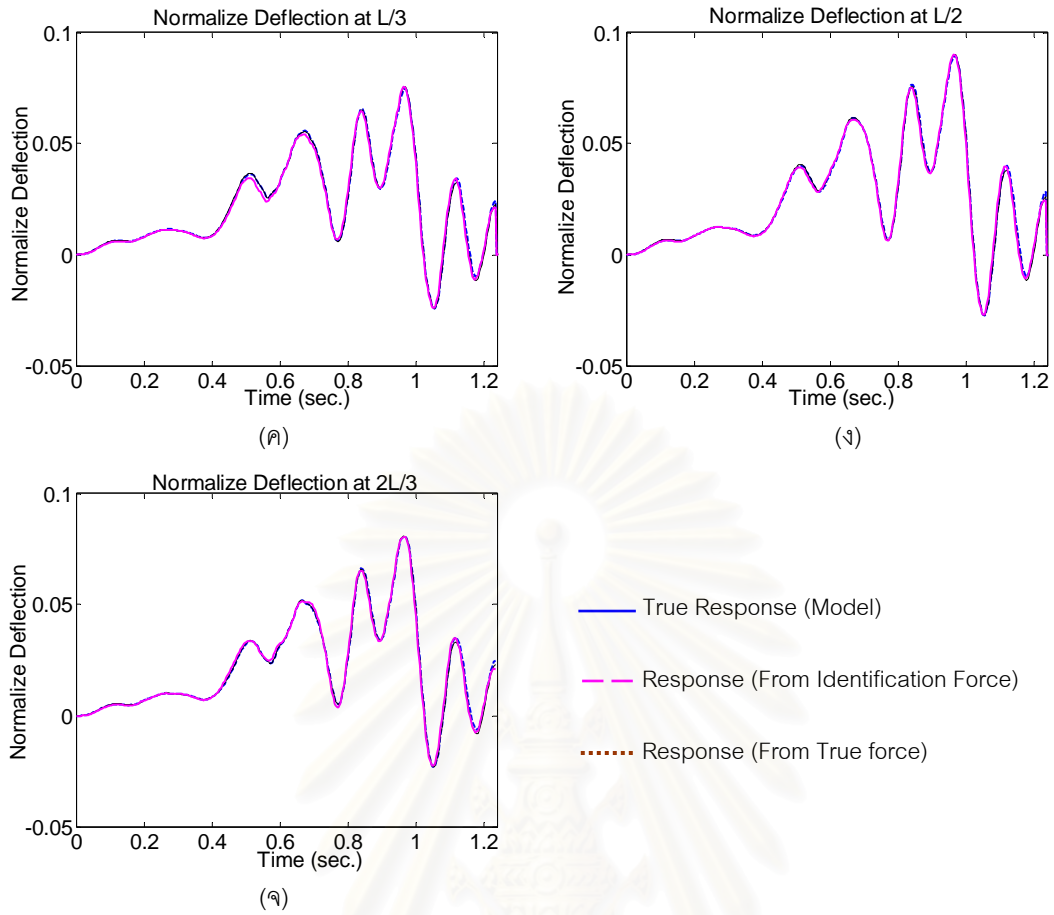
วิธีการคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อคำนวณโดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ ที่ระยะหนึ่งในสามความยาวสะพานและกลางสะพานนั้น ทำได้โดยการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างการแอนตัวและความเร่งกับน้ำหนัก โดยเมตริกซ์ที่พิจารณาสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ โดยใช้ความถี่เท่ากับการแอนตัวคือ 256 รอบต่อวินาที พบว่าน้ำหนักบรรทุกที่ได้จากการคำนวณที่บริเวณก่อนและหลังน้ำหนักกระทำหรือบริเวณฐานรองรับของสะพานจะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงซึ่งเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) และเมตริกซ์มีขนาดใหญ่ขึ้น ดังนั้นเวลาในการคำนวณจึงมากขึ้น คำนวณที่คำนวณได้มีความคลาดเคลื่อนมากขึ้นเนื่องจากการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์สำหรับความเร่ง จำนวนโหมดที่ใช้มีผลต่อความคลาดเคลื่อน อย่างไรก็ตามการใช้โหมดที่สูงขึ้นทำให้ต้องเก็บข้อมูลที่มีความถี่สูงพอสำหรับการอินทิเกรตเชิงตัวเลขและทำให้เมตริกซ์มีขนาดใหญ่มากขึ้นอีก คำนวณน้ำหนักบรรทุกที่คำนวณจากการแอนตัวร่วมกับความเร่งแสดงดังรูปที่ 5.18 ในทำนองเดียวกับการใช้การแอนตัว การหาน้ำหนักทางสถิติจะใช้วิธีเฉลี่ยน้ำหนักโดยตัดที่บริเวณปลายออกจะลดความคลาดเคลื่อนในกาคำนวณน้ำหนักได้ โดยเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างน้ำหนักเฉลี่ยทั้งหมดและ

น้ำหนักเฉลี่ยโดยตัดบริเวณปลายออก โดยที่ความคลาดเคลื่อนนั้นคำนวณจากผลต่างค่าน้ำหนักทางสถิติที่คำนวณได้กับค่าน้ำหนักทางสถิติจริงโดยคิดเป็นร้อยละ แสดงดังรูป

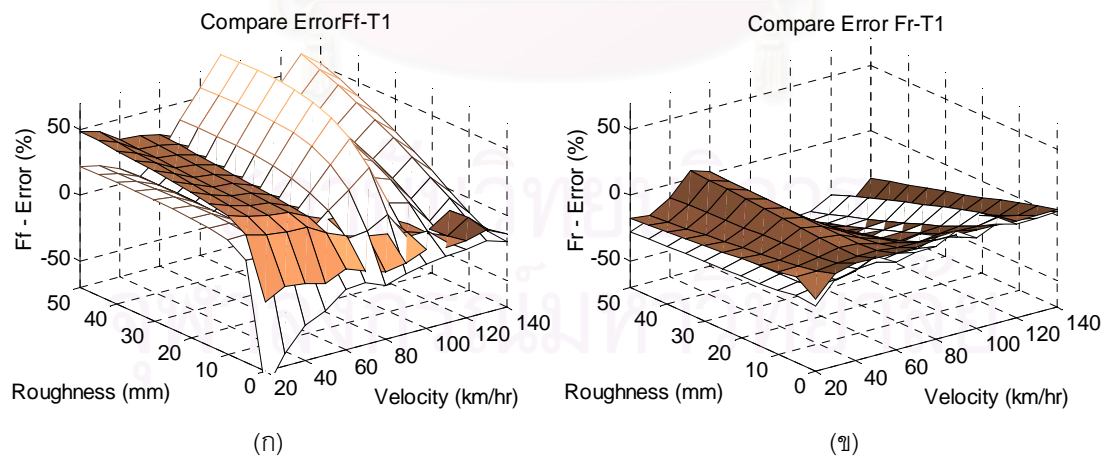


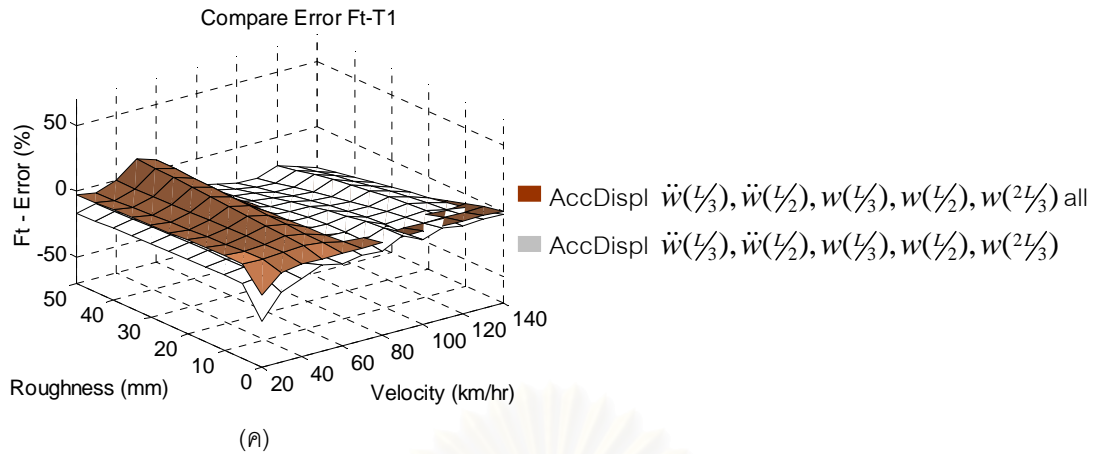
รูปที่ 5.18 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระ รูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับ ความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





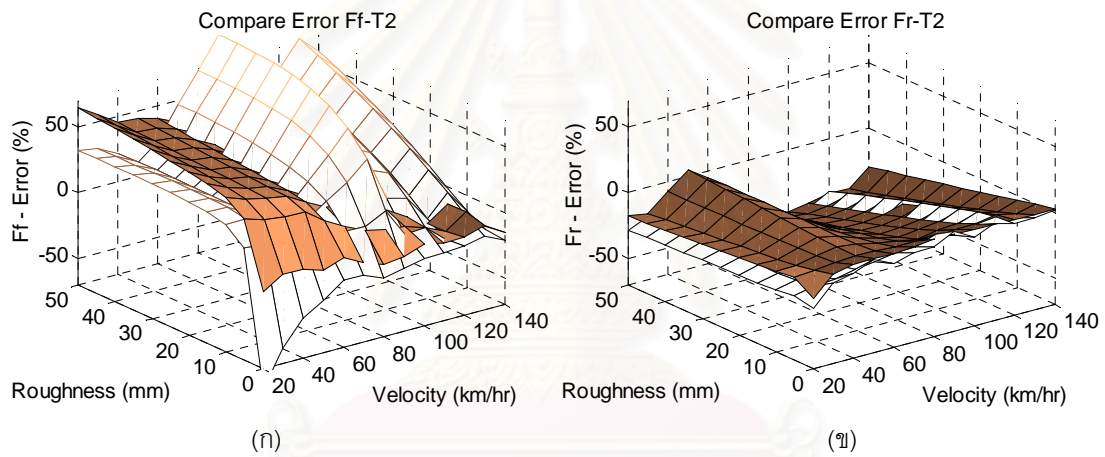
รูปที่ 5.19 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระ รูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้ค่าอนุกรมฟูรีเยร์ ความเร่งสองตำแหน่ง (ก) $\ddot{w}(L/3)$ (ข) $\ddot{w}(L/2)$ การอ่อนตัวสามตำแหน่ง (ค) $w(L/3)$ (ง) $w(L/2)$ และ (จ) $w(2L/3)$ ตามลำดับ





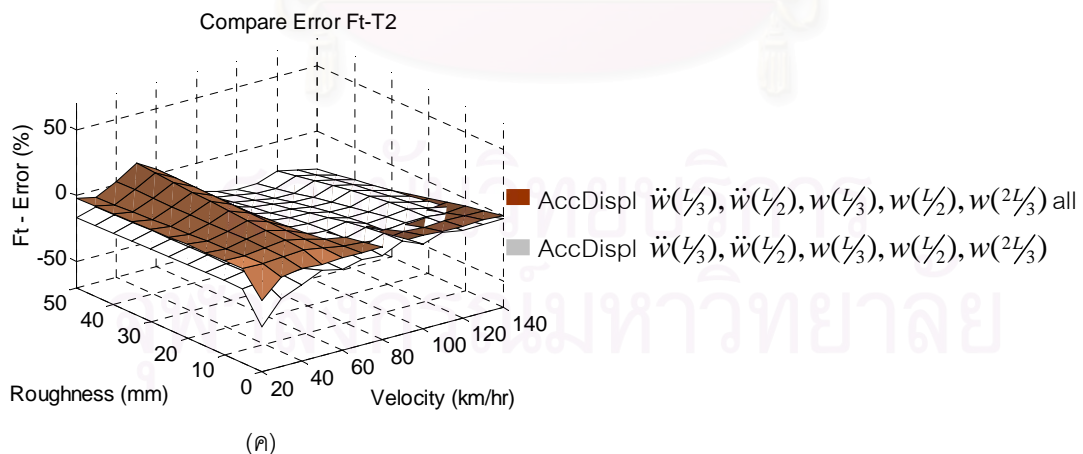
(ค)

รูปที่ 5.20 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\dot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



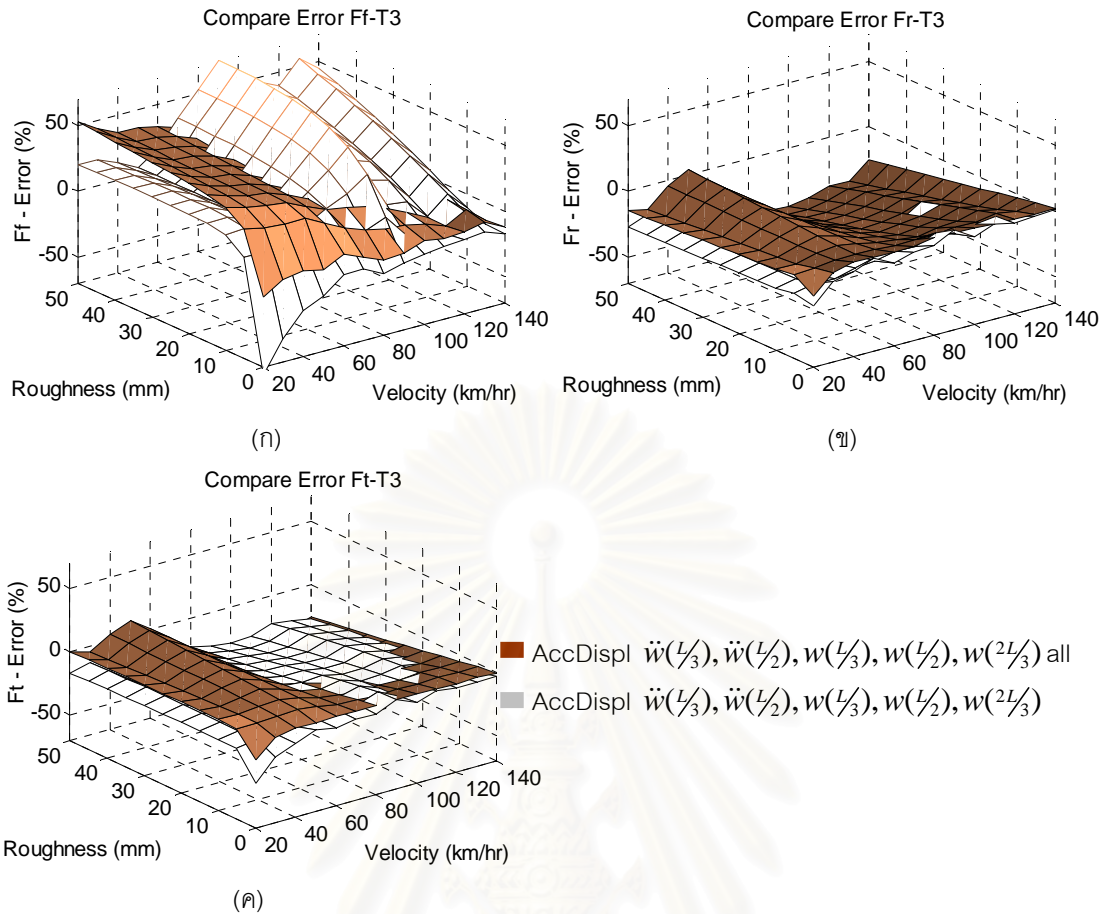
(ก)

(ข)



(ค)

รูปที่ 5.21 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\dot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.22 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(t/3)$, $w(t/2)$, $w(2t/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\dot{w}(t/3)$, $\dot{w}(t/2)$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

การคำนวณน้ำหนักโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อคำนวณโดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(t/3)$, $w(t/2)$, $w(2t/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\dot{w}(t/3)$, $\dot{w}(t/2)$ นั้นค่าน้ำหนักที่คำนวณได้บริเวณปลายมีความแปรปรวนสูงกว่าการใช้การแอนตัวเท่านั้น นอกจากนี้การสร้างเมตริกซ์สำหรับการแอนตัวและความเร่งโดยเมตริกซ์ที่พิจารณาสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ โดยใช้ความถี่เท่ากับที่คำนวณโดยการใช้การแอนตัวคือ 256 รอบต่อวินาที ยังทำให้เมตริกซ์มีขนาดใหญ่ขึ้นดังนั้นเวลาในการคำนวณจึงมากขึ้น การสร้างเมตริกซ์สำหรับความเร่งนั้น จำนวนโหมดที่ใช้มีผลต่อความคลาดเคลื่อน อย่างไรก็ตามการใช้โหมดที่สูงขึ้นทำให้ต้องเก็บข้อมูลที่มีความถี่สูงพอสำหรับการอินทิเกรตและทำให้เมตริกซ์มีขนาดใหญ่มากขึ้นอีก

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลาน้ำ (F_f)

พบว่าความคลาดเคลื่อนมีค่ามากและขึ้นอยู่กับความขรุขระเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะเมื่อรถบรรทุกมีความเร็วระหว่าง 70 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ค่าความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มขึ้นมากเมื่อความขรุขระเพิ่มขึ้นโดยมีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -10 ถึง 70% อย่างไรก็ตามสาเหตุหลักความคลาดเคลื่อนนอกจากปัจจัยภายนอกแล้ว ยังเกิดจากเมตริกซ์ความสัมพันธ์หรือเมตริกซ์เชื่อมโยงที่สร้างขึ้นสำหรับความเร่งนั้นมีโหมดที่ต่ำไปและนอกจากนี้เมตริกซ์นี้ยังอ่อนไหวกับน้ำหนักที่คำนวณมาก กล่าวคือน้ำหนักที่

ได้จะต่างกันมากเมื่อเมตริกซ์ดังกล่าวแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ความแปรปรวนของน้ำหนักนั้นเกิดจากสภาวะบกพร่องของเมตริกซ์ (ill-condition) ดังที่กล่าวมาแล้ว

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลาลัง (F_r)

ในกรณีที่ความเร็วคงที่ความคลาดเคลื่อนจะขึ้นอยู่กับความขรุขระเท่านั้น ไม่ว่าจะความเร็วรถบรรทุกจะสูงหรือต่ำก็ตาม ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง -23 ถึง 7% และจะเพิ่มมากขึ้นตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นคือมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง -53 ถึง -22%

ในกรณีที่ความขรุขระคงที่ความคลาดเคลื่อนจะแปรผันตามความเร็วรถบรรทุกที่เพิ่มขึ้นด้วย เมื่อพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนจะพบว่าในทำนองเดียวกันกับการใช้การแอ่นตัวเท่านั้น กล่าวคือค่าความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ น่าจะมีสาเหตุมาจากน้ำหนักในเพลาลังมีค่ามากกว่าเพลาน้ำ ดังนั้นแม้ความเร็วต่ำผลทางพลศาสตร์มากกว่าเพลาน้ำและน้ำหนักที่ได้จะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงที่บริเวณเริ่มต้นและสุดท้ายของน้ำหนักหรือบริเวณฐานรองรับของสะพานซึ่งเกิดจากสภาวะบกพร่องของเมตริกซ์ (ill-condition) ทำให้ค่าเฉลี่ยคลาดเคลื่อนไปทางค่าน้อยกว่าศูนย์ ดังแสดงในรูปที่ 5.18

ผลการคำนวณน้ำหนักรวม (F_r)

เมื่อพิจารณาน้ำหนักรวมเพลาน้ำและเพลาลัง (F_r) พบว่าแนวโน้มความคลาดเคลื่อนมีทิศทางเดียวกับน้ำหนักในเพลาลัง (F_r) เนื่องจากรถบรรทุกส่วนใหญ่จะมีน้ำหนักเพลาลังเป็นส่วนประกอบสำคัญทำให้ความคลาดเคลื่อนรวมไปในทิศทางเดียวกัน

เมื่อพิจารณาระดับน้ำหนักตามที่ใช้ทดสอบภาคสนาม $T1$, $T2$ และ $T3$ พบว่าความคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มเดียวกันแต่ไม่ปรากฏชัดเจนว่าน้ำหนักเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยลง และน้ำหนักรถบรรทุกที่ใช้ทดสอบและในแบบจำลองนี้ไม่ต่างกันมากนัก

เนื่องจากสภาวะบกพร่องของเมตริกซ์ (ill-condition) จึงทำการหาค่าเฉลี่ยดังวิธีที่กล่าวมาแล้ว ความคลาดเคลื่อนที่ได้มีค่าดีขึ้นกล่าวคือ

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลาน้ำ (F_f)

ถึงแม้ว่าในช่วงความเร็วช้าคือ 20 ถึง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงความคลาดเคลื่อนจะมากขึ้นแต่ในช่วงความเร็วสูงคือ 70 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงความคลาดเคลื่อนจะมีแนวโน้มที่ดีขึ้น อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะคิดค่าเฉลี่ยแบบใด ค่าความคลาดเคลื่อนที่ปรากฏยังอยู่ในเกณฑ์ต่ำ

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลาลัง (F_r)

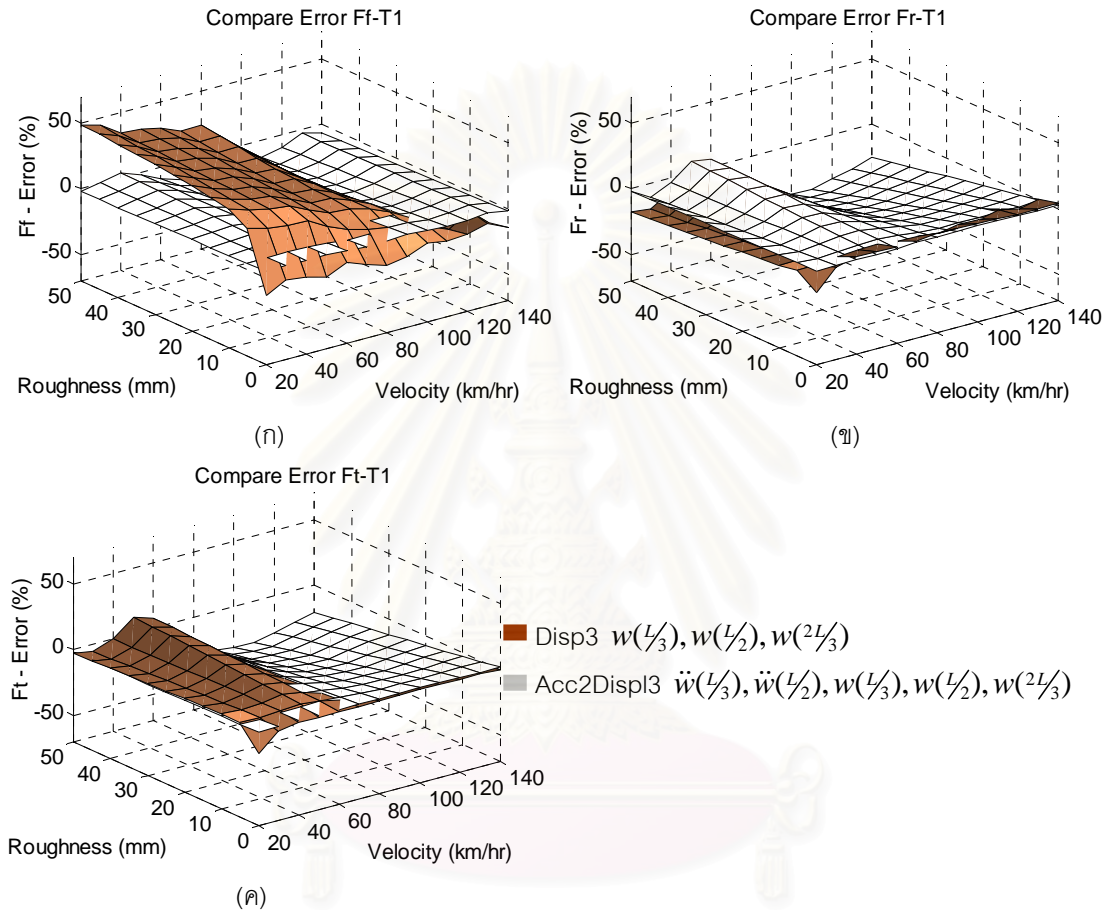
ความคลาดเคลื่อนดีขึ้นอย่างมากในช่วงความเร็ว 40 ถึง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และในช่วงความเร็วสูง แม้ความคลาดเคลื่อนจะไม่ดีขึ้นแต่ค่าที่ได้แทบไม่ต่างกัน และแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนนี้ยังมีแนวโน้มเดียวกับการใช้การแอ่นตัวเท่านั้นด้วย

ผลการคำนวณน้ำหนักรวม (F_r)

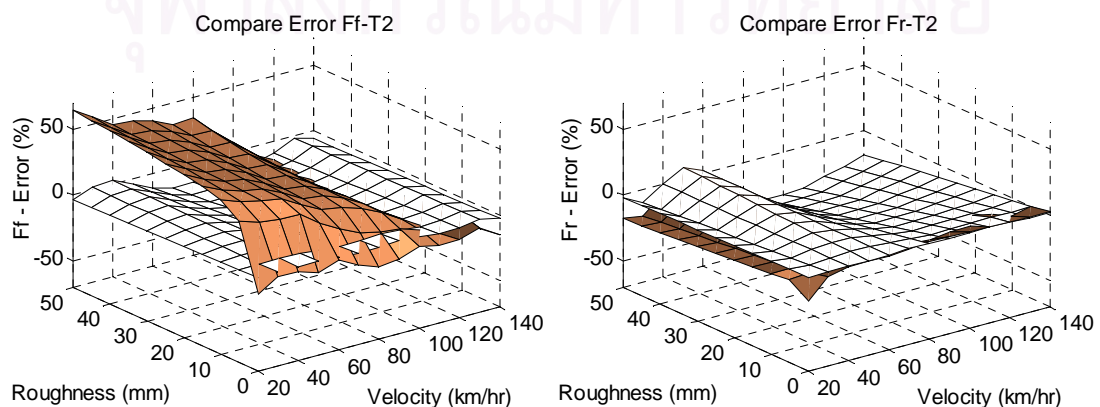
ในช่วงความเร็ว 20 ถึง 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมงความคลาดเคลื่อนโดยการเฉลี่ยแบบตัดปลายนี้ดีขึ้นมาก ส่วนในช่วงความเร็วสูง 80 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกัน แต่กลับแยกลงในช่วงที่ผิวสะพานมีความขรุขระสูง อย่างไรก็ตามที่รถบรรทุกจริงความเร็วส่วนใหญ่จะไม่เกิน 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมงนัก ดังนั้น การใช้ค่าเฉลี่ยแบบตัดปลายน่าจะให้ผลที่ดีกว่าในกรณีการใช้การแอ่นตัวร่วมกับความเร่ง

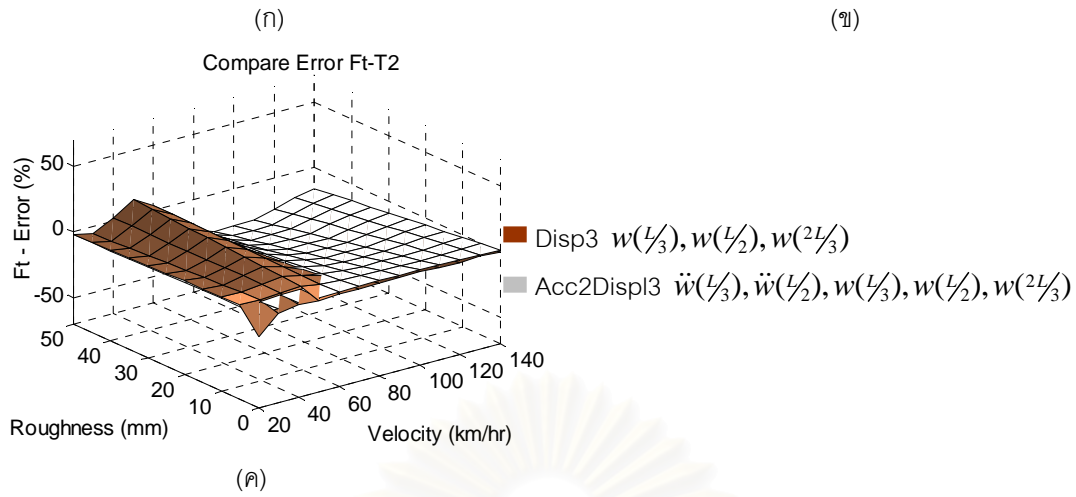
5.1.3 เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้การแอนต้วและการแอนต้วร่วมกับความเร่ง

จากการศึกษาการแก้มการเคลื่อนที่ทั้งระบบโดยใช้การแอนต้วและการแอนต้วร่วมกับความเร่งนั้นสรุปว่า การใช้การแอนต้วนั้นควรใช้การแอนต้วสามตำแหน่งและใช้การหาค่าเฉลี่ยแบบตัดปลายออก ส่วนการเพิ่มความเร่งเข้าไปด้วยนั้นการใช้ค่าเฉลี่ยแบบตัดปลายออกเช่นเดียวกันเป็นวิธีที่เหมาะสม ดังนั้นในที่นี้จะเปรียบเทียบวิธีที่ดีที่สุดเพื่อที่พิจารณาว่าการแก้มการเคลื่อนที่ทั้งระบบควรใช้ข้อมูลใด

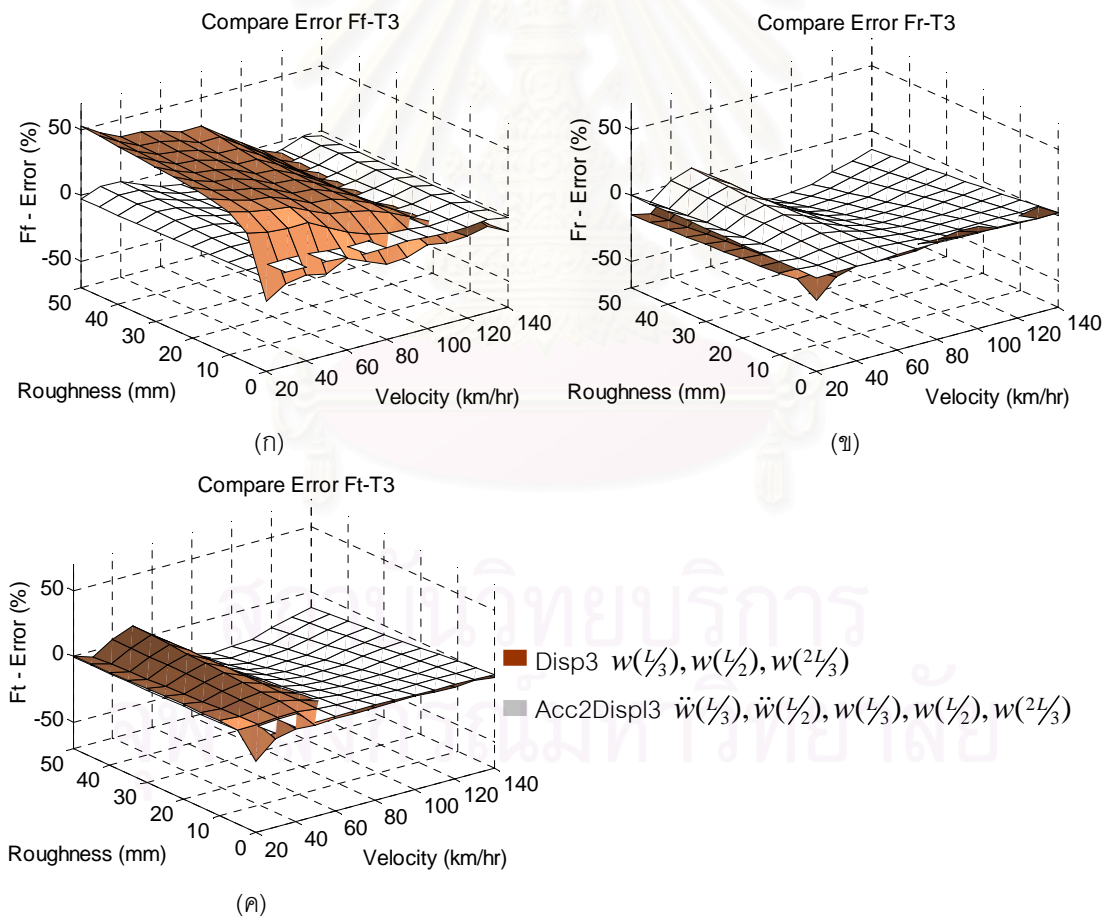


รูปที่ 5.23 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนต้วสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ ร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 5.24 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.25 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.23 ถึง 5.25 นั้นพบว่าการใช้การแ่่นตัวสามตำแหน่งเท่านี้ให้ความคลาดเคลื่อนที่ดีกว่าการใช้ความเร่งร่วมด้วยสองตำแหน่ง โดยไม่ว่าจะพิจารณาเพลาน้ำ (F_f) เพลาล้าง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) จะพบว่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ดีกว่า แม้ว่าน้ำหนักรวมในช่วง 20 ถึง 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงความคลาดเคลื่อนการใช้ความเร่งร่วมกับการแ่่นตัวจะดีกว่าการใช้การแ่่นตัวเท่านี้ แต่เมื่อพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อน จากรูปที่ 5.23 ถึง 5.25 พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนยังใกล้เคียงกันมาก นั่นคือค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกัน นอกจากนี้การใช้การแ่่นตัวเท่านี้เวลาในการคำนวณยังน้อยกว่าอีกด้วย

5.2 การคำนวณหาน้ำหนักรถบรรทุกโดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง

การคำนวณหาน้ำหนักรถบรรทุกโดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง จะพิจารณาน้ำหนักเป็นจุดเคลื่อนที่บนสะพานโดยมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยการใช้หลักการไฟในอิลิเมนต์ น้ำหนักที่กระทำกับสะพานที่เวลาต่างๆ จะสามารถคำนวณเป็นน้ำหนักที่กระทำที่ปลายชิ้นส่วนย่อยๆ และนำไปคำนวณเป็นการแ่่นตัวต่อไป จากสมการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ต่อเนื่องอันดับสอง โดยการใช้หลักการสเปซ (state-space) สมการการเคลื่อนที่จะสามารถเขียนได้ในรูปสมการอนุพันธ์แบบไม่ต่อเนื่องอันดับหนึ่ง และการใช้ทรานซิชันเมตริกซ์ (transition matrix) จะสามารถเขียนสมการได้เป็นสมการเวียนบังเกิด (recursive form) ซึ่งจะนำไปหาน้ำหนักรถบรรทุกได้ในแต่ละช่วงเวลาสั้นๆ โดยไม่จำเป็นต้องพิจารณาสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ นอกจากนี้การคำนวณซ้ำเพื่อพิจารณาผลทางพลศาสตร์จะทำให้ได้คำตอบที่ดีขึ้นและไม่จำเป็นต้องหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดเหมือนการคำนวณสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบด้วย

การศึกษาการคำนวณหาน้ำหนักรถบรรทุกโดยวิธีนี้จะใช้สะพานและรถบรรทุกดังที่อธิบายก่อนหน้านี้ โดยทำการบันทึกข้อมูลจำนวน 256 ข้อมูลในทุกๆ 1 วินาทีหรือที่ความถี่ 256 รอบต่อวินาที โดยข้อมูลที่ใช้จะแบ่งเป็นการแ่่นตัวสามตำแหน่งคือที่ระยะหนึ่งในสาม กึ่งกลางสะพานและที่ระยะสองส่วนสามความยาวสะพาน $w(\frac{L}{3}), w(\frac{L}{2}), w(\frac{2L}{3})$ และการแ่่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(\frac{L}{3}), w_a(\frac{L}{2}), w_a(\frac{2L}{3})$ ตามลำดับและปัจจัยที่พิจารณาร่วมคือความขรุขระสะพานและความเร็วรถบรรทุกโดย ความขรุขระสะพานนั้นจะพิจารณาความขรุขระมากสุดอยู่ในช่วง 0 ถึง 5 เซนติเมตร และความเร็วรถบรรทุกอยู่ในช่วง 20 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยที่รถบรรทุกจะแบ่งเป็นสามระดับคือ $T1, T2$ และ $T3$ ดังแสดงในตารางก่อนหน้านี้ตามลำดับ

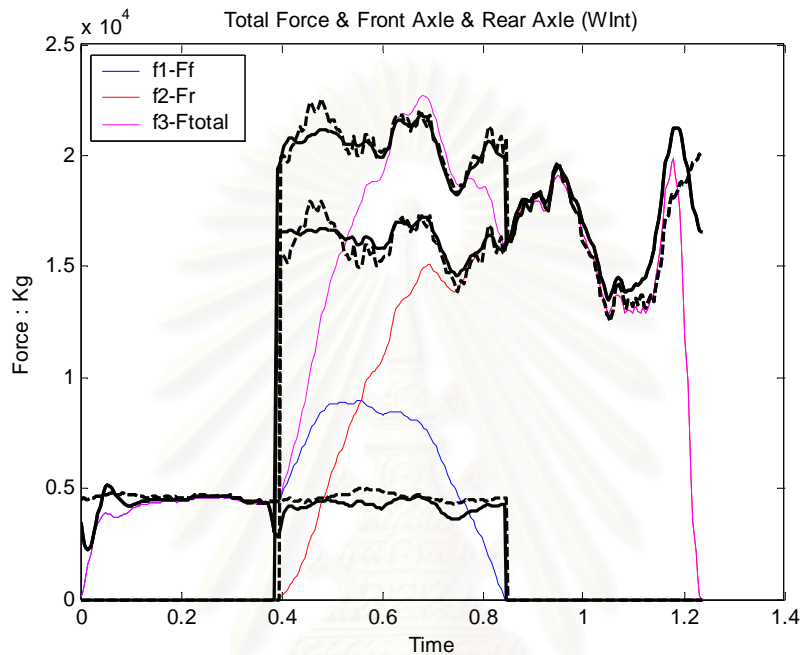
เนื่องจากการคำนวณหาน้ำหนักรถบรรทุกโดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งนี้ ไม่จำเป็นต้องหาค่าเรกกูลาไรเซชันพารามิเตอร์ (λ) ที่ให้ความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดแต่จะใช้วิธีการคำนวณซ้ำโดยคิดผลทางพลศาสตร์และสถิติศาสตร์เพื่อทำการคำนวณหาน้ำหนักรถบรรทุกต่อไป

5.2.1 การคำนวณโดยใช้การแ่่นตัว

วิธีการคำนวณน้ำหนักโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งในที่นี้ใช้การแ่่นตัวสามตำแหน่ง คือ ที่ระยะหนึ่งในสามความยาวสะพานและกลางสะพานนั้น $w(\frac{L}{3}), w(\frac{L}{2}), w(\frac{2L}{3})$ เนื่องจากไม่จำเป็นต้องหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด อย่างไรก็ตามถ้าใช้ค่าพารามิเตอร์สูงเกินไปจะทำให้ค่าน้ำหนักที่ได้นั้นเรียบและจำนวนรอบในการคำนวณซ้ำเพิ่มขึ้นมาก แต่ถ้าใช้ค่าพารามิเตอร์ต่ำเกินไปจะทำให้เมตริกซ์ระหว่างการคำนวณเกิดสภาวะ

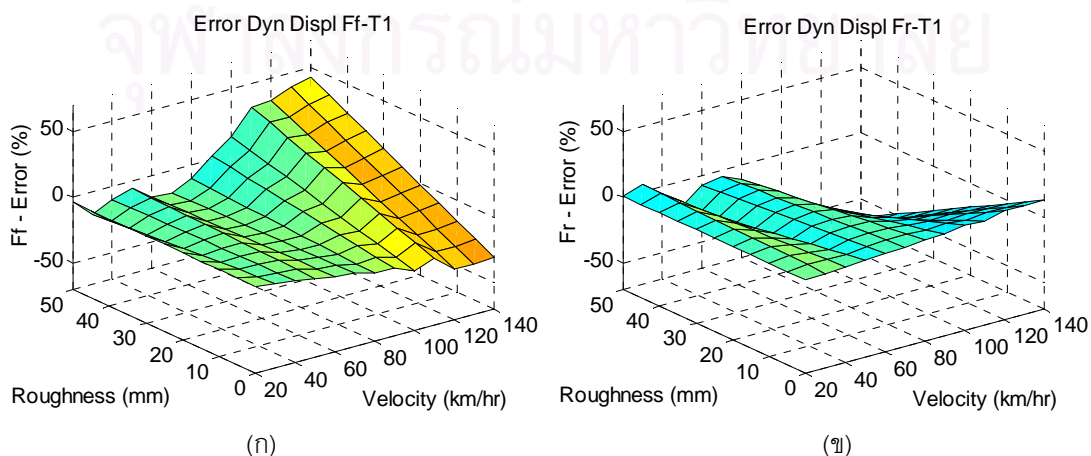
บกพร่อง (ill-condition) และไม่สามารถคำนวณต่อไปได้ ดังนั้นจะใช้พารามิเตอร์ λ เท่ากับ 1×10^{-18} ซึ่งไม่ใช่ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเมื่อพิจารณาจากการคิดสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบโดยการให้ความสัมพันธ์จากกราฟรูป GCV

การคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งซึ่งใช้ค่าการแอ่นตัวสามตำแหน่งนั้น คำนวณน้ำหนักที่ได้หลังจากการคำนวณซ้ำดังแสดงในรูป



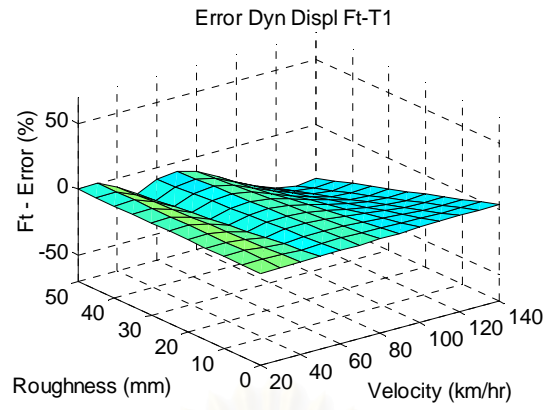
รูปที่ 5.26 ตัวอย่างเปรียบเทียบผลการคำนวณรถบรรทุก $T1$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมงบนผิวสะพานความขรุขระดังรูปที่ 3.12 (ข) โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง

ในการหาน้ำหนักทางสถิติจะใช้วิธีเฉลี่ยน้ำหนักที่คำนวณได้ซึ่งผ่านการคำนวณซ้ำมาแล้ว ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างน้ำหนักเฉลี่ยทั้งหมด โดยที่ความคลาดเคลื่อนนั้นคำนวณจากผลต่างค่าน้ำหนักสถิติที่คำนวณได้กับค่าน้ำหนักสถิติจริงโดยคิดเป็นร้อยละ แสดงดังรูป



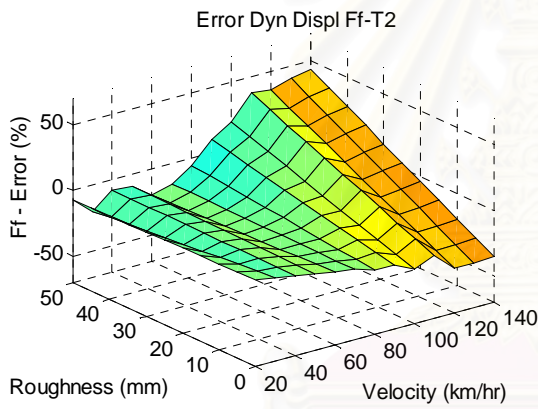
(ก)

(ข)

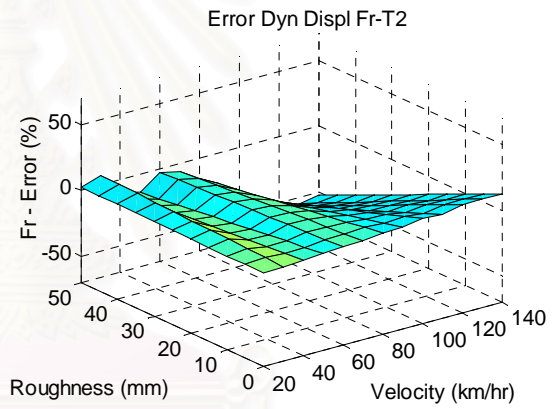


(ค)

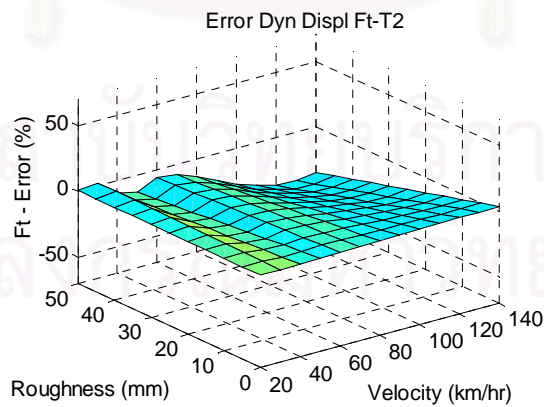
รูปที่ 5.27 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการ
 แอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนัก
 รวม F_t ตามลำดับ



(ก)

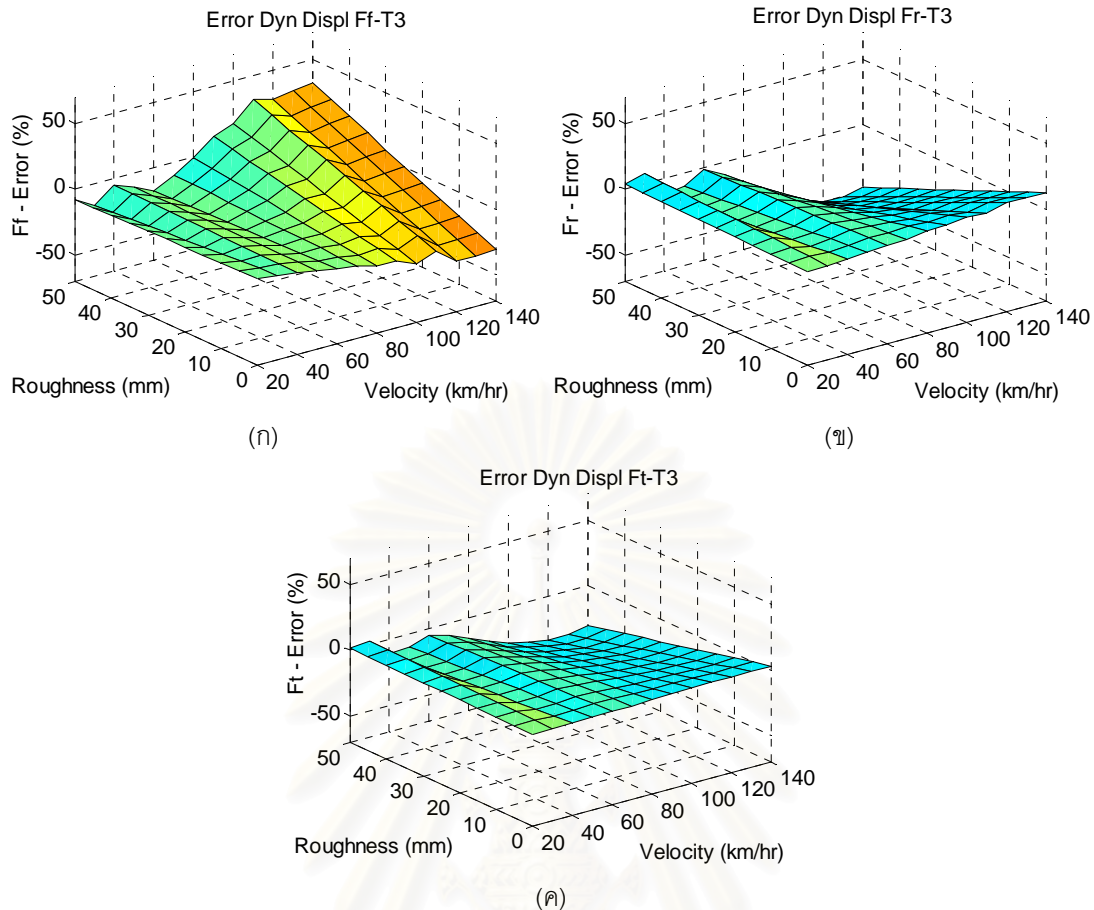


(ข)



(ค)

รูปที่ 5.28 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการ
 แอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนัก
 รวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.29 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก $T3$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอ่นตัว $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.27 ถึง 5.29 พบว่าการคำนวณน้ำหนักโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งมีความคลาดเคลื่อนเบื้องต้นสอดคล้องกับความเป็นจริงคือเมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงและผิวสะพานมีความขรุขระมากจะทำให้ความคลาดเคลื่อนมีค่ามากไปด้วยเนื่องจากผลทางพลศาสตร์ระหว่างรถบรรทุกและสะพานมีการสั่นตบสองกันมากทำให้การหาค่าเฉลี่ยเพื่อคำนวณน้ำหนักทางสถิตินั้นคลาดเคลื่อนไปมากด้วย

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลหน้า (F_f)

เมื่อพิจารณาที่ความเร็วคงที่ ความคลาดเคลื่อนจะขึ้นอยู่กับความขรุขระโดยตรงในช่วงความเร็วสูงเท่านั้นคือ เมื่อความเร็วรถบรรทุกต่ำ 20 ถึง 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมงโดยไม่มีความขรุขระ ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง -3 ถึง -18% และจะเปลี่ยนแปลงน้อยตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นคือมีค่าระหว่าง -4 ถึง 17% ที่ความขรุขระสูงสุด แต่ที่ความเร็วรถบรรทุกสูงคือ 80 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงนั้นความขรุขระมีผลต่อความคลาดเคลื่อนมากโดยความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มจากค่าระหว่าง -18 ถึง -32% และเพิ่มตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นจนถึงค่าระหว่าง -10 ถึง -42%

เมื่อพิจารณาความขรุขระคงที่ ความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มขึ้นตามความเร็วรถบรรทุกคือความคลาดเคลื่อนในช่วงความเร็วต่ำมีค่าระหว่าง -3 ถึง -4% และเปลี่ยนแปลงมากขึ้นจนถึงค่าระหว่าง -30 ถึง

42% ที่ความเร็วสูงโดยเฉพาะที่ความขรุขระสูง อิทธิพลของความเร็วมีผลต่อความคลาดเคลื่อนมาก เนื่องจากผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์มีสูงขึ้น

ผลการคำนวณน้ำหนักเพลาลัง (F_r)

เมื่อพิจารณาที่ความเร็วคงที่ ความคลาดเคลื่อนจะขึ้นอยู่กับความขรุขระโดยตรงในช่วงความเร็วทั่วไป คือ เมื่อความเร็วรถบรรทุกต่ำมาก 20 ถึง 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมงโดยไม่มี ความขรุขระ ค่าความคลาดเคลื่อน มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 3% และจะเปลี่ยนแปลงน้อยตามความขรุขระที่เพิ่มขึ้นคือมีค่าระหว่าง 2 ถึง 6% ที่ ความขรุขระสูงสุด แต่ที่ความเร็วรถบรรทุกทั่วไปคือ 40 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมงนั้นความขรุขระมีผลต่อ ความคลาดเคลื่อนมากโดยความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มจากค่าระหว่าง 4 ถึง 13% เพิ่มตามความขรุขระที่ เพิ่มขึ้นจนถึงค่าระหว่าง -4 ถึง -65%

เมื่อพิจารณาความขรุขระคงที่ ความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มขึ้นตามความเร็วรถบรรทุกคือความ คลาดเคลื่อนในช่วงความเร็วต่ำมีค่าระหว่าง 1 ถึง 2% และเปลี่ยนแปลงมากขึ้นจนถึงค่าระหว่าง -65 ถึง 13% ที่ความเร็วสูง เมื่อพิจารณาที่ความขรุขระสูง อิทธิพลของความเร็วมีผลต่อความคลาดเคลื่อนมาก เนื่องจากผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์มีสูงขึ้น และจะพบว่าส่วนใหญ่ความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยกว่าศูนย์ น่าจะมีสาเหตุมาจากน้ำหนักในเพลาลังมีค่ามากกว่าเพลาลังด้านนั้นแม้ความเร็วต่ำก็ผลทางพลศาสตร์ มากกว่าเพลาลังและน้ำหนักที่ได้จะมีค่าคลาดเคลื่อนสูงที่บริเวณเริ่มต้นและสุดท้ายหรือบริเวณ ฐานรองรับสะพานเนื่องจากเมตริกซ์เกิดจากสภาวะบกพร่อง (ill-condition) ทำให้ค่าเฉลี่ยคลาดเคลื่อน มากดังแสดงในรูปที่ 5.26 ถึงแม้มีการคำนวณซ้ำเพื่อปรับแก้น้ำหนักสถิตแล้วก็ตาม

ผลการคำนวณน้ำหนักรวม (F_r)

เมื่อพิจารณาน้ำหนักรวมเพลาลังและเพลาลัง พบว่าแนวโน้มความคลาดเคลื่อนมีทิศทางเดียวกับ น้ำหนักเพลาลัง (F_r) เนื่องจากรถบรรทุกส่วนใหญ่จะมีน้ำหนักเพลาลังเป็นส่วนประกอบสำคัญทำให้ ความคลาดเคลื่อนรวมไปในทิศทางเดียวกัน

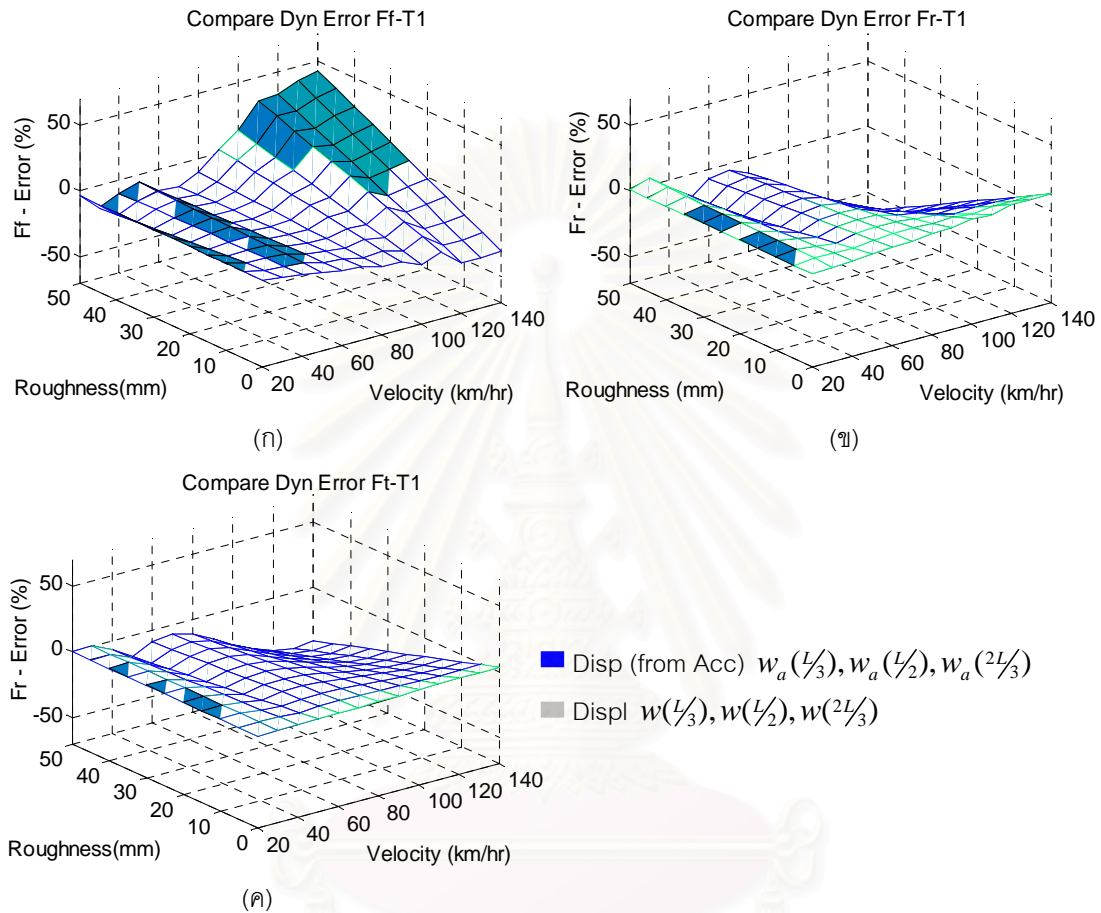
เมื่อพิจารณาระดับน้ำหนักตามที่ใช้ทดสอบภาคสนาม $T1, T2$ และ $T3$ พบว่าความคลาดเคลื่อนมี แนวโน้มเดียวกันแต่ไม่ปรากฏชัดเจนว่าน้ำหนักเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยลง และน้ำหนัก รถบรรทุกที่ใช้ทดสอบและในแบบจำลองนี้ไม่ต่างกันมากนัก

5.2.2 การคำนวณโดยใช้ค่าความเร่งแปลงเป็นการแอนตัว

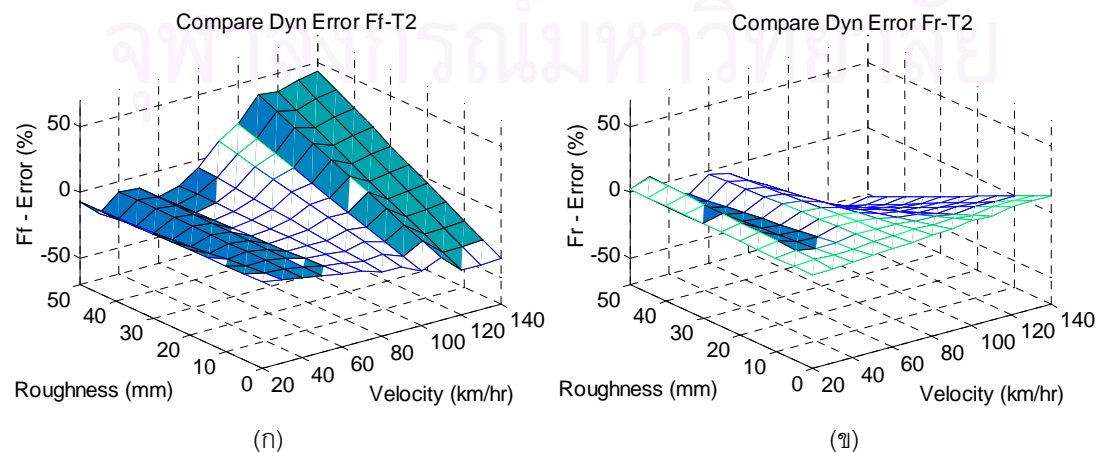
เนื่องจากการหาน้ำหนักรถบรรทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งนั้นไม่สามารถหาได้จากการใช้ความเร่ง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะใช้การแปลงความเร่งเป็นการแอนตัว $w_a(1/3), w_a(1/2), w_a(2/3)$ และนำไปคำนวณน้ำหนัก รถบรรทุก โดยที่การแอนตัวแต่ละตำแหน่งแปลงมาจากความเร่งที่ตำแหน่งนั้นและจากในการแปลงความเร่งเป็น การแอนตัวตามวิธีที่เสนอในหัวข้อก่อนหน้านี้พบว่า การปรับแก้เงื่อนไขเริ่มต้นนั้นคือการปรับแก้ความเร็วต้นนั้น ทำให้การแปลงความเร่งเป็นการแอนตัวให้ผลเป็นที่น่าพอใจและเมื่อพิจารณาความสอดคล้องและความ แตกต่างระหว่างการแอนตัวและการแอนตัวที่แปลงมาจากความเร่งพบว่ามี ความสอดคล้องกันสูงและความ แตกต่างระหว่างข้อมูลน้อยมาก ดังนั้นความคลาดเคลื่อนที่ปรากฏจึงมีค่าที่แตกต่างกันน้อยมาก

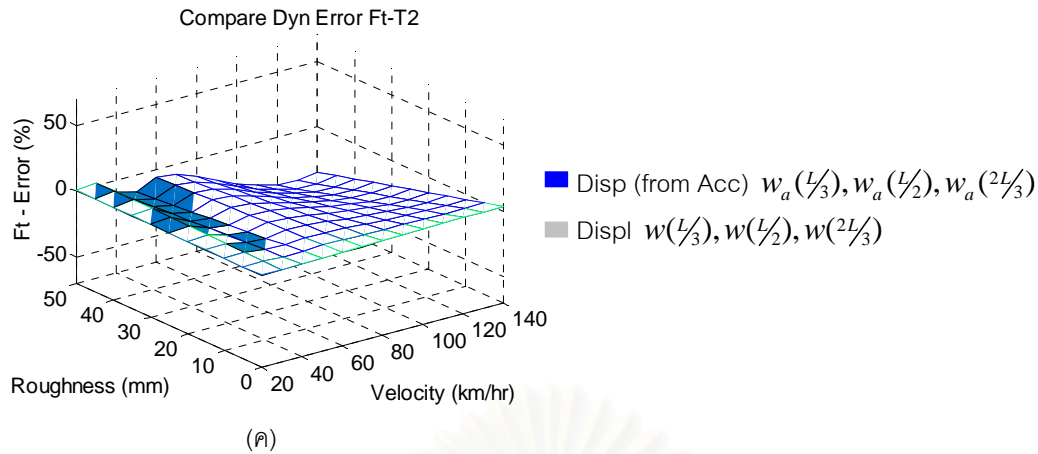
5.2.3 เปรียบเทียบการคำนวณโดยการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวและการแอ่นตัวโดยตรง

เนื่องจากความคลาดเคลื่อนที่คำนวณโดยใช้ไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ค่าการแอ่นตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ และการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(L/3), w_a(L/2), w_a(2L/3)$ นั้นมีแนวโน้มใกล้เคียงกันสูง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนทั้งสองกรณี

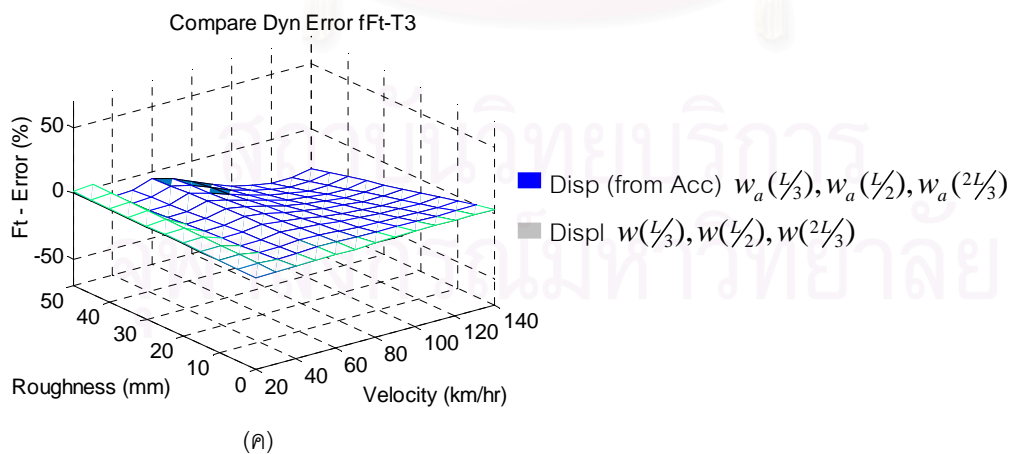
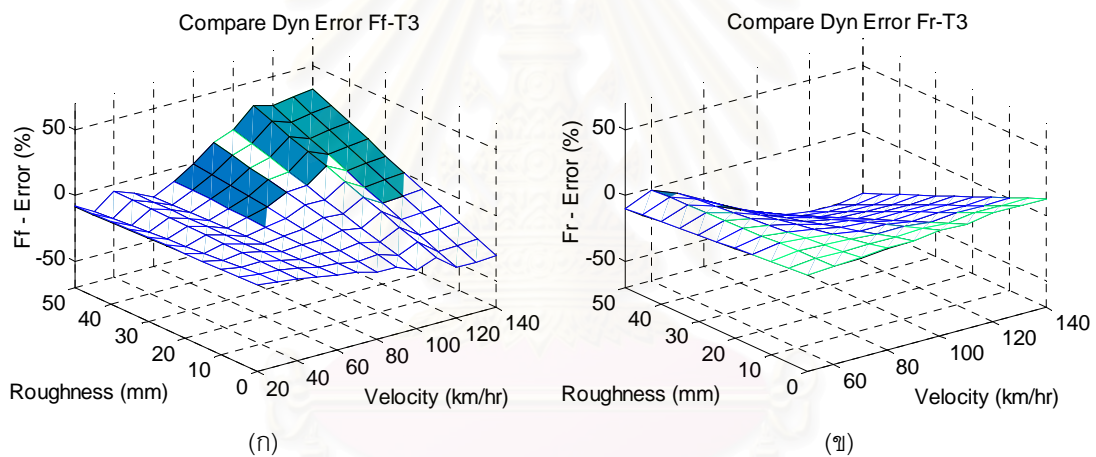


รูปที่ 5.30 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้การแอ่นตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ กับการใช้การแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(L/3), w_a(L/2), w_a(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 5.31 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก T_2 โดยใช้วิธีไดนามิงโปรแกรมมิงและการแอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ กับการใช้การแอนตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(L/3), w_a(L/2), w_a(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

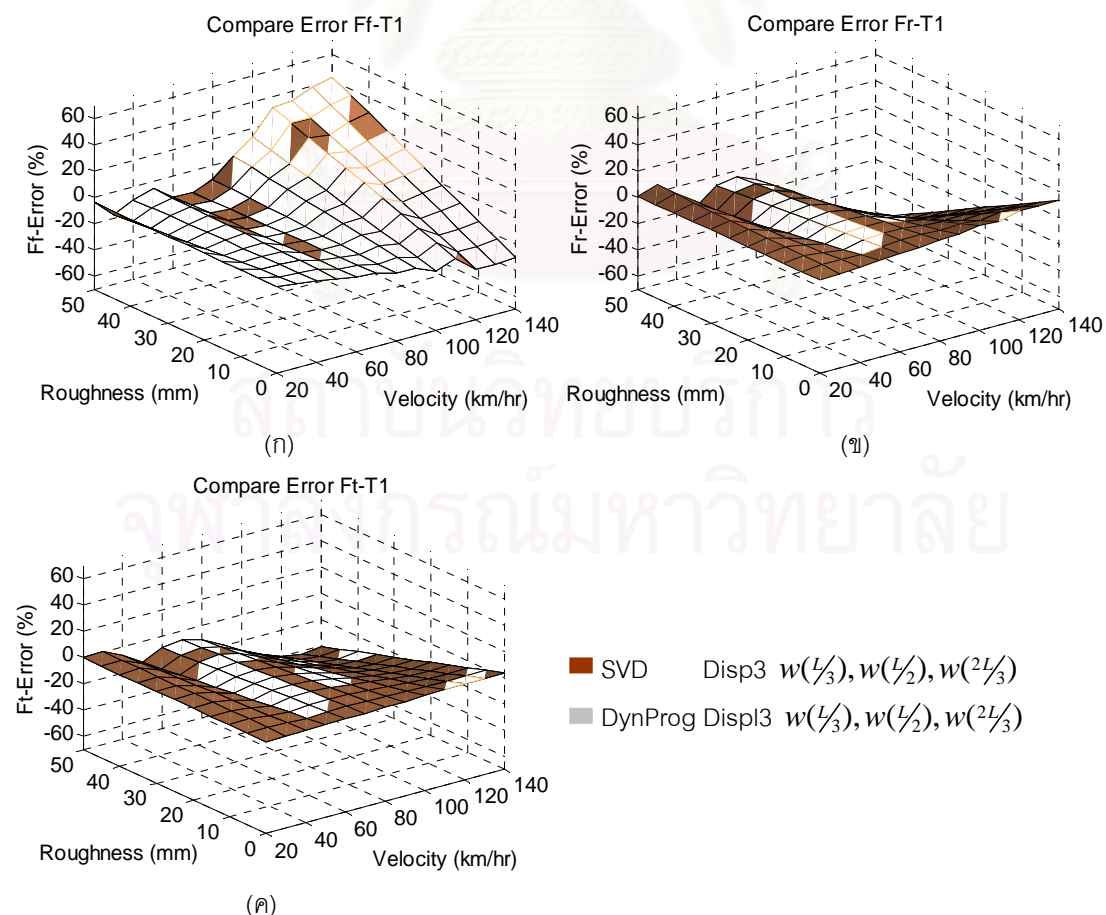


รูปที่ 5.32 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก T_3 โดยใช้วิธีไดนามิงโปรแกรมมิงและการแอนตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ กับการใช้การแอนตัวที่แปลงมาจากความเร่ง $w_a(L/3), w_a(L/2), w_a(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

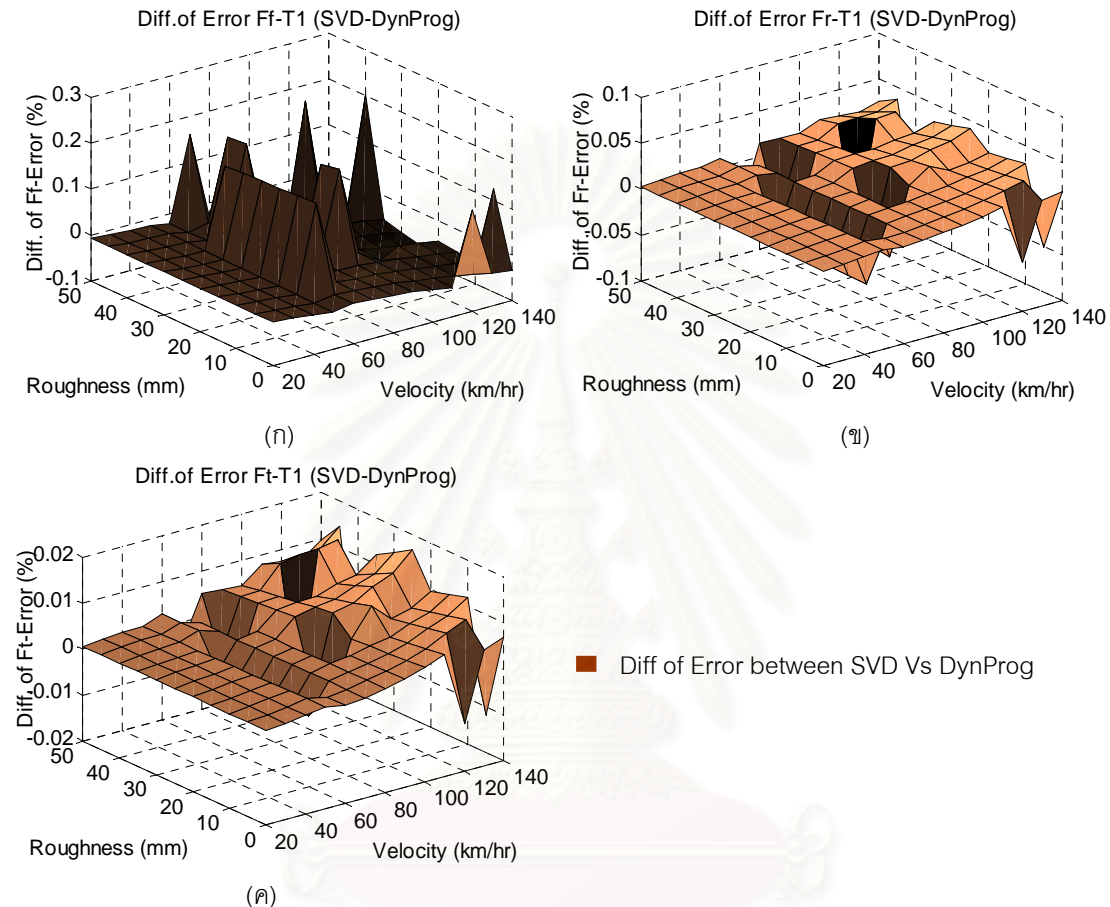
จากรูปที่ 5.30 ถึง 5.32 พบว่าความคลาดเคลื่อนแทบจะทับกันสนิทซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาการแปลงความเร่งเป็นการแอนตัว และในทำนองเดียวกันคาดว่า การแปลงความเครียดเป็นการแอนตัวความคลาดเคลื่อนจะต่างกันน้อยมากเนื่องจาก จากการศึกษการแปลงความเครียดเป็นการแอนตัวนั้นมีความแตกต่างระหว่างข้อมูลน้อยเช่นกัน อย่างไรก็ตามในการทดสอบภาคสนามจะมีการแปลงความเร่งหรือความเครียดเป็นการแอนตัวแทนการใช้การแอนตัวโดยตรง

5.3 เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้การแอนตัวโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

ในการเปรียบเทียบวิธีการคำนวณน้ำหนักบรรทุกนั้นจะคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบโดยที่สำหรับวิธีนี้ การคำนวณเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักและการแอนตัวของสะพานจะคำนวณจากหลักการไฟไนลิเมนต์ซึ่งเป็นหลักการเดียวกันกับที่ใช้คำนวณในวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งแต่จะพิจารณารวมแต่ละความสัมพันธ์เวียบังเกิดสมการที่ 2.118 ให้รวมกันอยู่เป็นระบบสมการอยู่ในรูปเมตริกซ์ทั้งระบบที่สัมพันธ์กันระหว่างน้ำหนักบรรทุกทุกกับการแอนตัวของสะพาน จากนั้นจึงคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโดยวิธีเดียวกันที่ใช้ในการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบพบว่าค่าน้ำหนักที่คำนวณได้ไม่มีความแตกต่างกันมากดังแสดงในรูปที่ 5.33 ถึง 5.34 แต่วิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบใช้เวลานานกว่ามาก

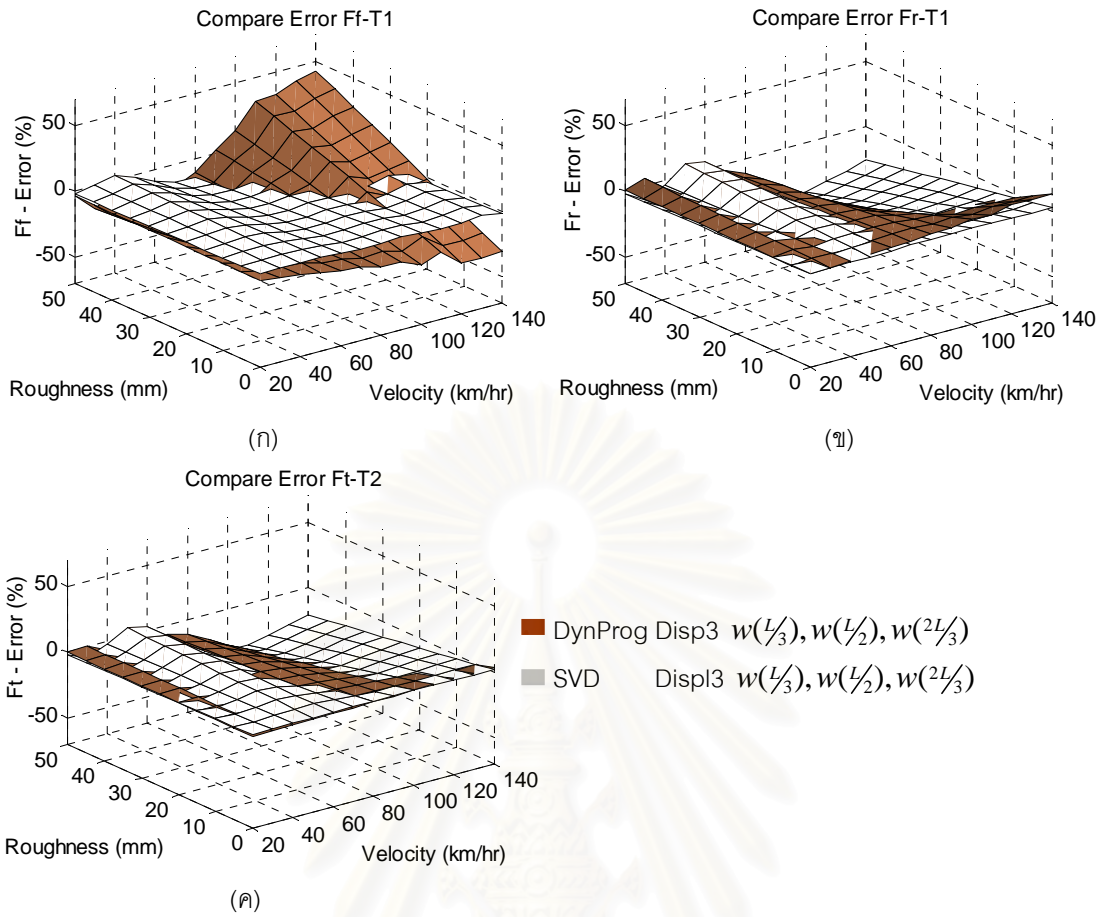


รูปที่ 5.33 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก $T1$ โดยการใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อเมตริกซ์เชื่อมโยงคำนวณจากหลักการไฟไนติเมนต์ (ก) น้ำหนักเพลลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

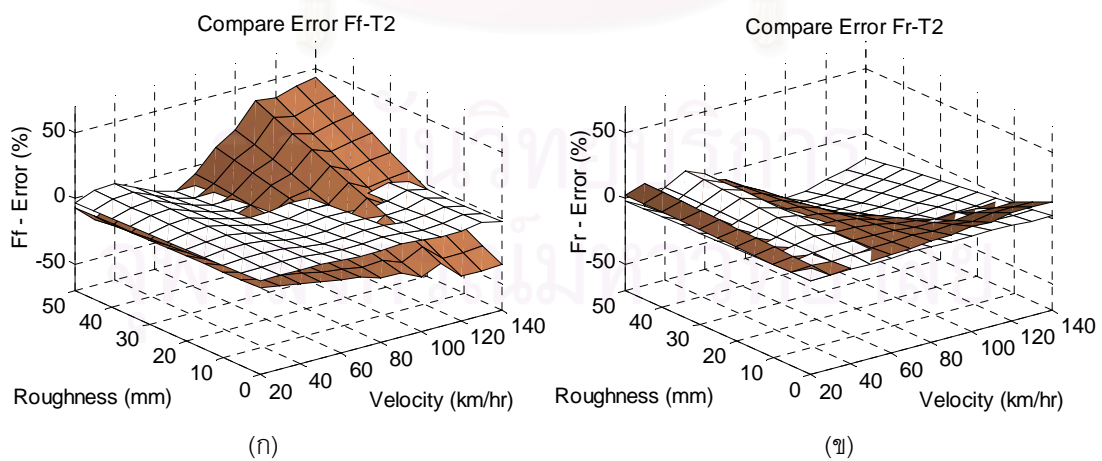


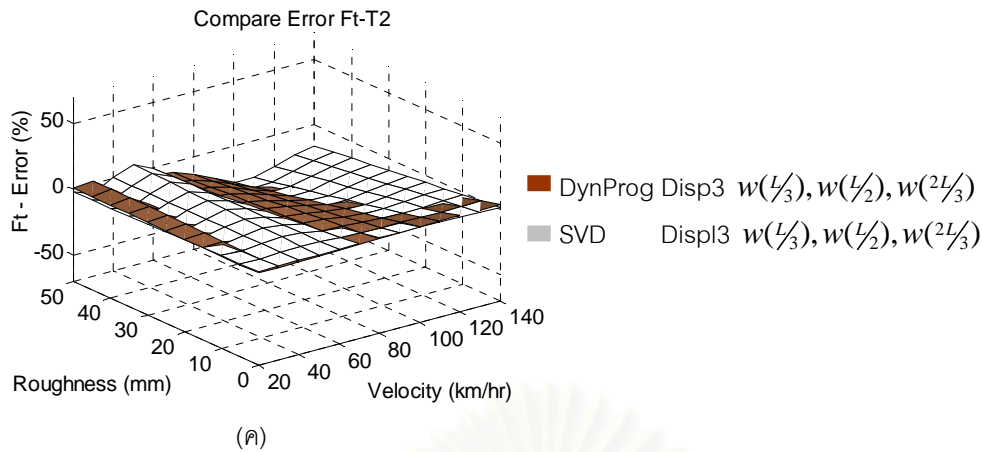
รูปที่ 5.34 ผลต่างความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก $T1$ โดยการใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบเมื่อเมตริกซ์เชื่อมโยงคำนวณจากหลักการไฟไนติเมนต์ (ก) น้ำหนักเพลลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาการคำนวณโดยตรงจากแก้สมการการเคลื่อนที่โดยตรงทั้งระบบโดยการสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักและการแอนตัวของสะพานโดยวิธีเชิงโหนดตามที่กล่าวมาแล้วนั้น พบว่าการใช้การแอนตัวสามตำแหน่งและการคำนวณน้ำหนักทางสถิติหาจากการเฉลี่ยแบบตัดปลายออก ให้ความคลาดเคลื่อนต่ำและเวลาในการคำนวณน้อยกว่าการนำความเร่งมารวมด้วย ดังนั้นในการเปรียบเทียบนี้จะเปรียบเทียบระหว่างการใช้การแอนตัวสามตำแหน่งคำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ ความคลาดเคลื่อนเปรียบเทียบแสดงดังรูปที่ 5.33 ถึง 5.35

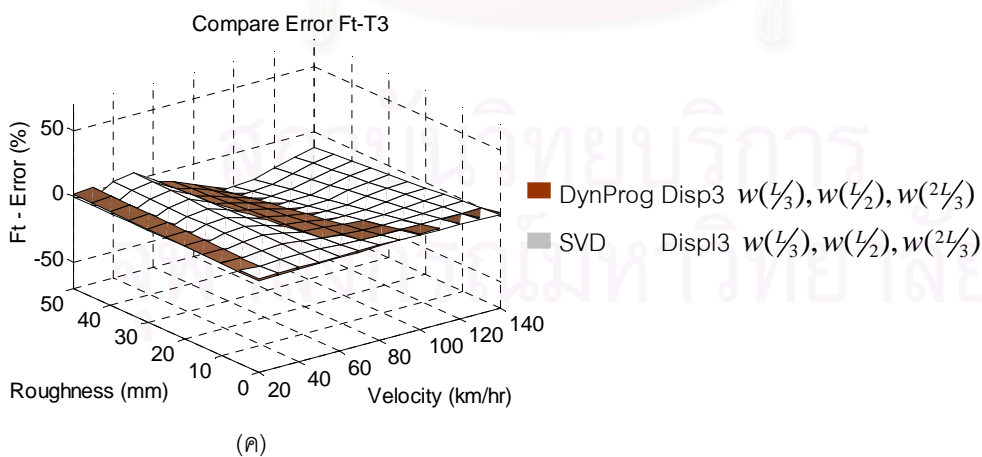
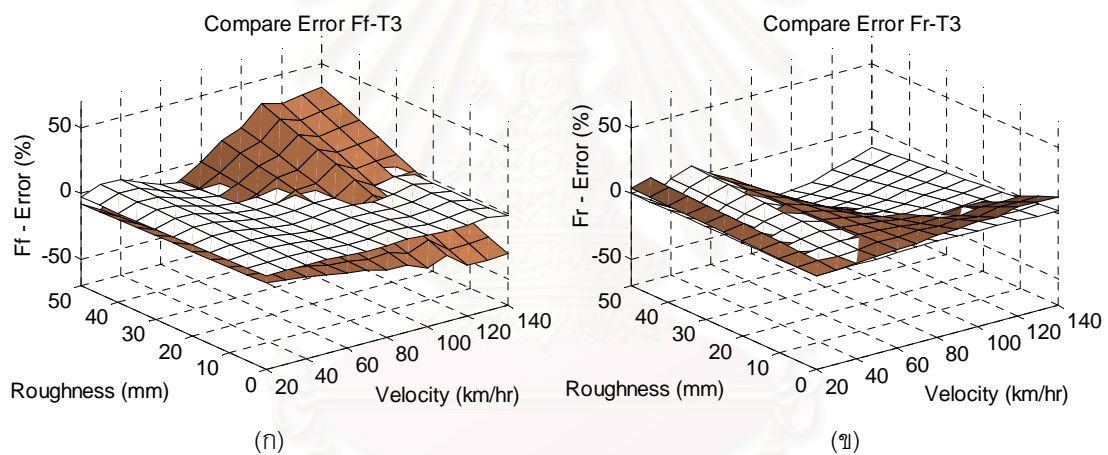


รูปที่ 5.35 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 5.36 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 5.37 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.33 ถึง 3.35 พบว่าวิธีไดนามิกโปรแกรมมิงให้ความคลาดเคลื่อนน้ำหนักเพลาน้ำ F_f สูงกว่าวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ แต่น้ำหนักเพลาลัง F_r และน้ำหนักรวม F_t นั้นมีค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันมากนัก นอกจากนี้เวลาที่ใช้ในการคำนวณโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิงน้อยกว่ามากและไม่จำเป็นต้องหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดเหมือนกับวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบด้วย นั่นคือสำหรับการหาน้ำหนักรวมรถบรรทุกการใช้ไดนามิกโปรแกรมมิงเป็นวิธีที่เหมาะสมในการใช้งานมากกว่า



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

ประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกกรณีศึกษาจากผลการทดสอบภาคสนาม

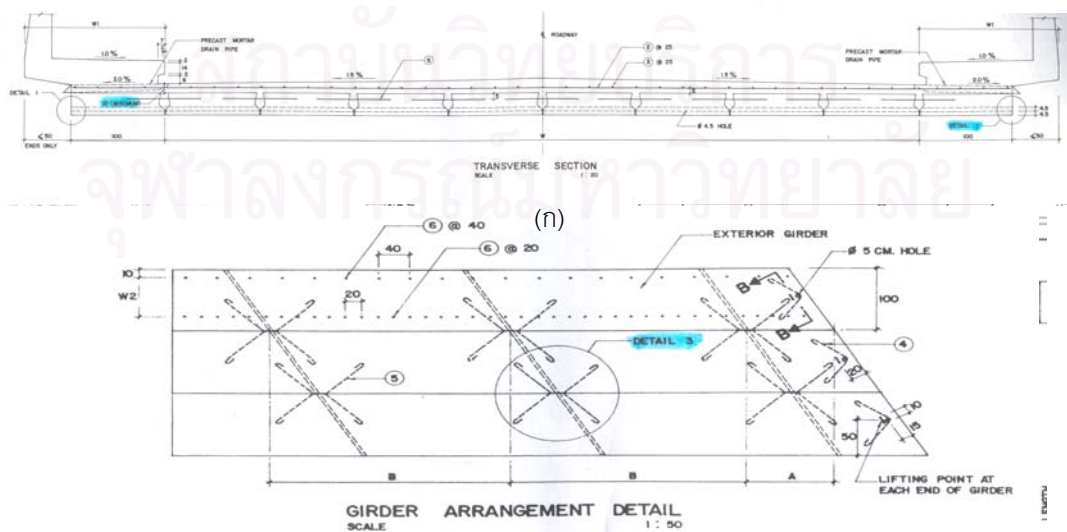
ในหัวข้อนี้จะศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกกรณีศึกษาจากผลการทดสอบภาคสนาม ซึ่งจะประกอบไปด้วยการเตรียมการทดสอบภาคสนาม สะพานที่ใช้ในการทดสอบ ลักษณะรถบรรทุก ตำแหน่งและขั้นตอนการติดตั้งเครื่องมือ การปรับเทียบแบบจำลองสะพานด้วยการทดสอบ รูปแบบการทดสอบและการหาน้ำหนักบรรทุกทุกด้วยวิธีต่างๆ

6.1 การเตรียมการทดสอบสะพานภาคสนาม

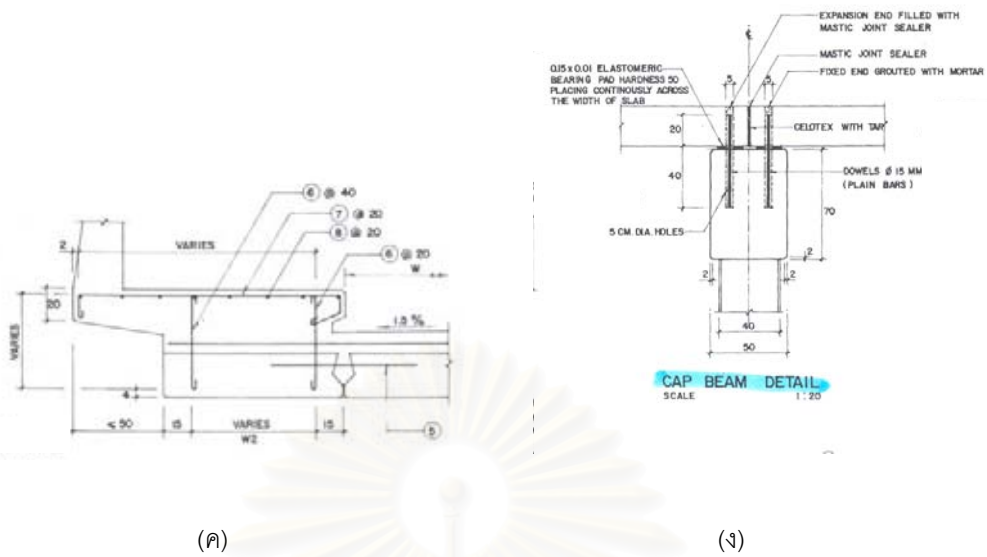
6.1.1 สะพานทดสอบ

ในการทดสอบครั้งนี้ได้เลือกสะพานที่จะใช้ในการทดสอบโดยพิจารณาจากปัจจัยหลายอย่าง เช่น ความหนาแน่นของปริมาณรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่าน ประเภทของสะพาน อัตราส่วนของความกว้างต่อความยาวของสะพาน ความสะดวกในการติดตั้งเครื่องมือที่ใช้ทำงาน ทั้งนี้ก็ขึ้นอยู่กับข้อจำกัดของเทคนิคที่ใช้ในการคำนวณที่นำมาประยุกต์ใช้ตลอดจนความสามารถในการทำงานได้จริง

จากการสำรวจโดยรอบกรุงเทพมหานครพบว่าสะพานข้ามคลองบางน้อยซึ่งเป็นสะพานเดียวกันกับสะพานที่ใช้ในศึกษาแบบจำลองในบทที่ 3 และบทที่ 5 ซึ่งตั้งอยู่ที่ กม. 28+170.31 ถนนวงแหวนรอบนอกตะวันตก บริเวณเนติบัณฑิตยสภาในพระบรมราชูปถัมภ์เป็นกรณีศึกษา โดยมีลักษณะเป็นสะพานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 3 ช่องจราจร (1 ทิศทางจราจร) มีจำนวนช่วงสะพานทั้งหมด 25 ช่วงสะพานโดยแต่ละช่วงสะพานมีความยาวช่วงประมาณ 10 เมตร โดยรูปแบบโครงสร้างใช้ระบบพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงสำเร็จรูปขนาดกว้าง 1 เมตร วางเรียงกันทับหน้าด้วยคอนกรีต (topping) ความหนารวมประมาณ 45 เซนติเมตร กว้าง 14 เมตร คานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 70×50 เซนติเมตร² ซึ่งยึดอยู่บนหัวเสาตอม่อสะพานแบบคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 35×35 เซนติเมตร² มีความยาวของสะพาน 9.43 เมตร ดังรูป।



(ข)



รูปที่ 6.1 แสดงแบบมาตรฐานของสะพานในส่วนของ (ก) หน้าตัด (ข) แพลน (ค) ขอบทาง และ (ง) ตอม่อตามลำดับ

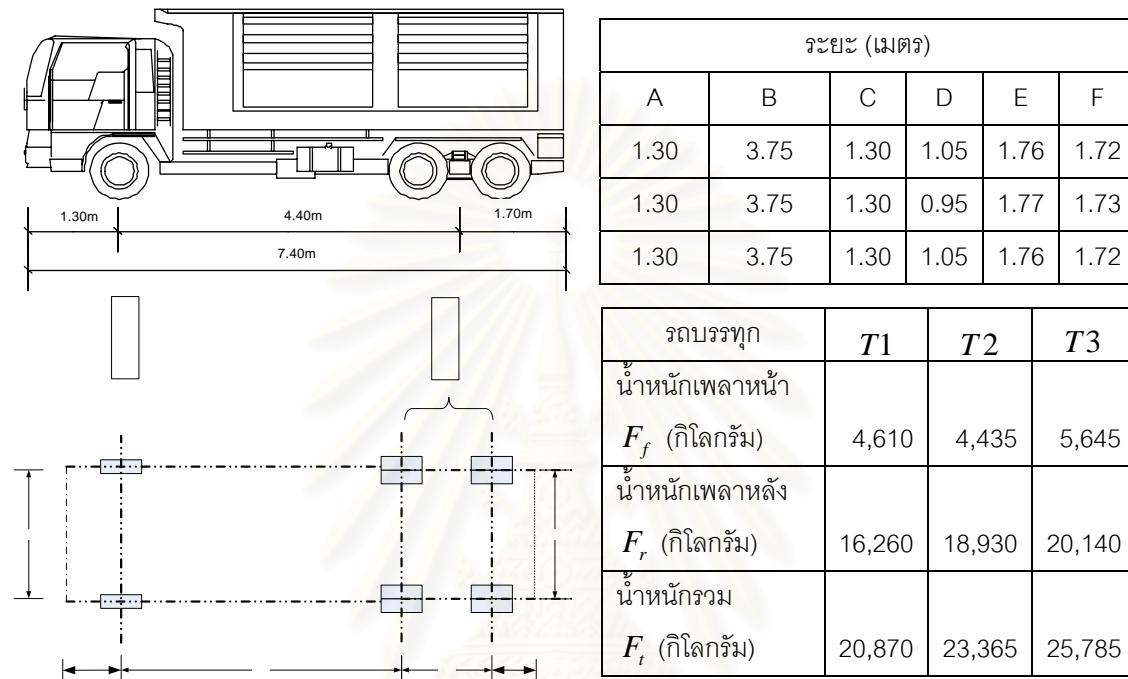


รูปที่ 6.2 สะพานข้ามคลองบางน้อยที่ใช้ทดสอบ

6.1.2 รถบรรทุกทดสอบ

จากข้อมูลของกรมทางหลวงซึ่งได้ทำการสรุปปริมาณจราจรเฉลี่ยคันต่อวัน บนทางหลวงในเขตกรุงเทพฯ และ บนทางหลวงในเส้นทางสายหลัก ปี 2546 พบว่าปริมาณของรถบรรทุก 3 เพลาขึ้นไปโดยเฉลี่ยแต่ละเส้นทางมีค่าประมาณ 3000 คันต่อวัน โดยจะเป็นรถที่บรรทุกสิบล้อประมาณ 60 % ซึ่งถือว่ามากที่สุดในประเภทรถบรรทุกหนักประกอบกับช่วงห่างระหว่างเพลาของรถบรรทุกสิบล้อซึ่งมีค่าประมาณ 4.50 เมตร ซึ่งถือว่าไม่ยาวเกินไปเมื่อเทียบกับความยาวของช่วงสะพานที่ใช้ทดสอบและสามารถทำการทดสอบได้สะดวกกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับช่วงห่างระหว่างเพลาของรถพ่วง ดังนั้นในการทดสอบครั้งนี้จึงเลือกรถบรรทุกสิบล้อเพื่อใช้ในการทดสอบ

น้ำหนักบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบภาคสนามแบ่งเป็น 3 ระดับคือรถบรรทุกน้ำหนักรวม 20,870 กิโลกรัม, 23,365 กิโลกรัมและ 25,785 กิโลกรัมตามลำดับ น้ำหนักบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบนั้นได้ใช้ทรายหยาบโดยซึ่งน้ำหนักที่ด้านข้างในท่าขนทรายซึ่งซึ่งก่อนทำการทดสอบ โดยทำการซึ่งทั้งน้ำหนักเพลาหน้า น้ำหนักเพลากลาง กับเพลาหลังรวมกันและน้ำหนักรวมของรถบรรทุกตามลำดับ นอกจากนี้ยังทำการวัดขนาดและระยะห่างเพลลาของรถบรรทุกดังแสดงในรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.3 ค่าน้ำหนักและตำแหน่งล้อของรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบภาคสนาม

6.1.3 การติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งสำหรับสะพาน

ในการที่จะคำนวณน้ำหนักของรถบรรทุก จะทำการตรวจวัดผลตอบสนองของสะพานภายใต้การเคลื่อนที่ผ่านของรถบรรทุกซึ่งอาจจะเป็นการแอ่นตัว ความเครียดหรือความเร่ง ในการศึกษานี้นอกจากการตรวจวัด

สัญญาณความเครียดแล้วยังเพิ่มการตรวจวัดค่าความเร่งในแต่ละหน้าตัดขวางของสะพาน โดยการติดตั้งอุปกรณ์วัดสัญญาณความเร่งเพื่อเป็นตัวเก็บสัญญาณ มีขั้นตอนการติดตั้งจะได้กล่าวดังนี้ ดังแสดงในรูปที่ 6.4

ขั้นตอนการติดตั้งอุปกรณ์วัดสัญญาณความเร่งในสะพานเข้ากับสะพาน

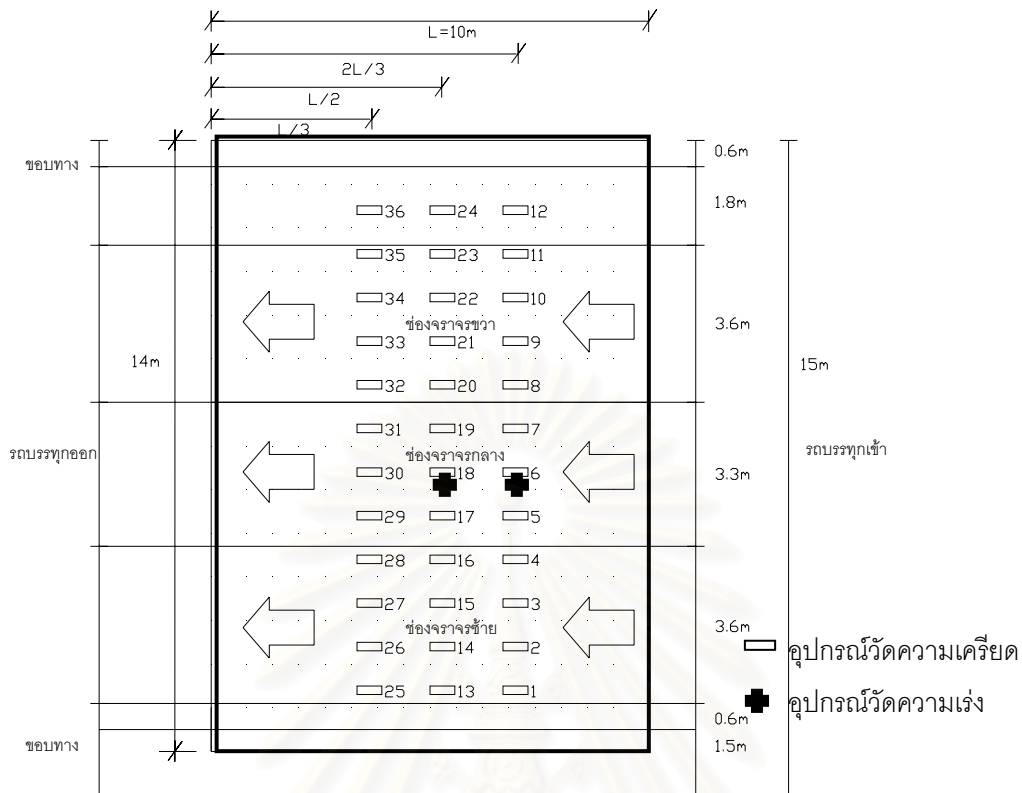
1. กำหนดตำแหน่งที่จะติดตั้งอุปกรณ์วัดสัญญาณ
2. ทำความสะอาดผิวคอนกรีตและติดแผ่นไม้เข้ากับคอนกรีตเพื่อความสะดวกต่อการปรับแก้และเก็บอุปกรณ์หลังใช้งาน
3. พันเทปใสรอบอุปกรณ์วัดความเร่งเพื่อความสะดวก ป้องกันอุปกรณ์ชำรุดและสะดวกต่อการเก็บอุปกรณ์หลังใช้งาน
4. ติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งกับแผ่นไม้ในตำแหน่งที่ต้องการ
5. ติดตั้งสายสัญญาณและอุปกรณ์ต่างๆ ที่ต่อพ่วงเข้ากับระบบ



รูปที่ 6.4 ขั้นตอนการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งในสะพานเข้ากับสะพาน

การทดสอบครั้งนี้ได้ทำการติดตั้งระบบเก็บข้อมูลทั้งหมดที่บริเวณใต้สะพาน โดยช่วงสะพานที่ทำการทดสอบจะประกอบด้วยแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรง 14 ชั้น โดยติดตั้งมาตรวัดความเร่ง 2 ตำแหน่ง คือที่ตัววัดความเครียดหมายเลข 6 และ 18 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 6.5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



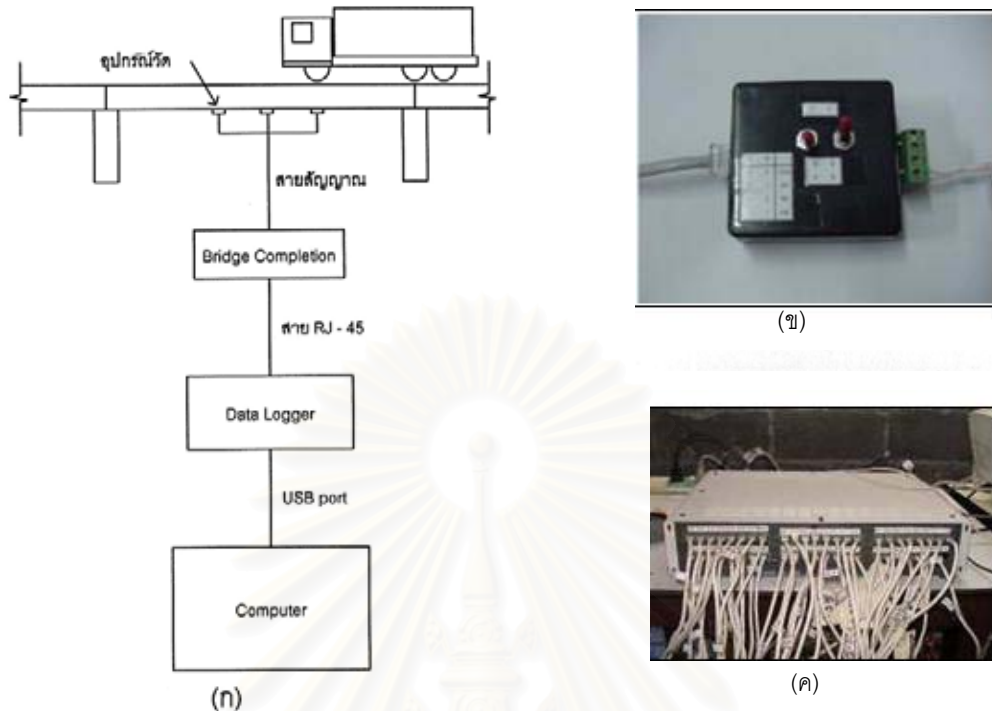
รูปที่ 6.5 ตำแหน่งการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเครียดและความเร่งได้สะพาน

6.1.4 ระบบเก็บข้อมูลและอุปกรณ์ทดสอบอื่น

6.1.4.1 ระบบเก็บข้อมูล

ระบบเก็บข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบ ประกอบด้วยอุปกรณ์หลายชนิดเข้าด้วยกันดังแสดงในรูปที่ 6.6 โดยอุปกรณ์ที่สำคัญสำหรับการทดสอบประกอบด้วย อุปกรณ์วัดความเครียด อุปกรณ์วัดความเร่งสะพาน กล้องบริดจ์คอมพลีทชัน (bridge completion) และดาต้าลอคเกอร์ (data logger) ดังแสดงในรูป ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังต่อไปนี้

เริ่มจากอุปกรณ์ตรวจวัดที่ติดตั้งได้สะพานตรวจวัดสัญญาณที่เกิดขึ้นจากการทดสอบ เมื่อมีรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่าน โดยอุปกรณ์วัดความเร่งนั้นจะมีมาตรวจวัดความเร่งแบบด้านทานไฟฟ้าติดอยู่ซึ่งให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าและสามารถทำการคำนวณเป็นความเร่งได้ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของความต่างศักย์ไฟฟ้าของวงจรบริดจ์ (bridge) ดังแสดงในรูปที่ 6.6 ซึ่งวงจรบริดจ์จะส่งสัญญาณอนาล็อก (analog signal) ผ่านสายแลน (สาย RJ-45) ไปยังดาต้าลอคเกอร์ (data logger) เพื่อทำการแปลงสัญญาณให้เป็นสัญญาณดิจิทัล (digital signal) โดยความถี่ที่ใช้เก็บสัญญาณมีค่าเท่ากับ 1024 รอบต่อวินาที จากนั้นดาต้าลอคเกอร์จะส่งสัญญาณดังกล่าวเข้าสู่เครื่องคอมพิวเตอร์ผ่านทางยูเอสบีพอร์ต (USB port) เพื่อทำการคำนวณหาน้ำหนักต่อไป โดยจะบันทึกข้อมูลเป็นแฟ้มข้อมูลที่มีนามสกุล MAT ซึ่งเป็นแฟ้มข้อมูลโปรแกรม MATLAB



รูปที่ 6.6 (ก) ผังการทำงานของระบบเก็บข้อมูล (ข) กล่องบริดจ์คอมพลีทชัน (bridge completion) และ (ค) ดาต้าลอจเจอร์ (data logger)

6.1.4.2 อุปกรณ์ตรวจจับการเคลื่อนที่ผ่านของรถ

เนื่องจากการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกจะใช้ตำแหน่งรถบรรทุก ซึ่งในหัวข้อนี้จะพิจารณารถบรรทุกความเร็วคงที่ ดังนั้นในการตรวจวัดเวลาการเคลื่อนที่ผ่านเข้าออกจากสะพานของรถบรรทุก จะสามารถนำไปคำนวณตำแหน่งของรถบรรทุกได้ต่อไป การหาเวลาที่รถบรรทุกเข้าและออกก็เป็นข้อมูลที่สำคัญสำหรับการหาน้ำหนักซึ่งในการทดสอบจะใช้เซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง (photoelectric sensor) ดังแสดงในรูปที่ 6.8 และ 6.9 ในการบอกเวลาที่รถเข้าและออกสะพานซึ่งจะประกอบด้วยตัวส่งสัญญาณและตัวรับสัญญาณ โดยระยะห่างของเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งทั้งสองตัวที่ไกลที่สุดที่สามารถทำงานได้เท่ากับ 30 เมตร เวลาในการตรวจวัดการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นสูงสุดเท่ากับ 1.5 มิลลิวินาที (ms) การทดสอบจะทำการติดตั้งเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งบนสะพานโดยจะติดตั้งที่ตำแหน่งรถเข้าและออกจากช่องของสะพานที่ทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ 6.7



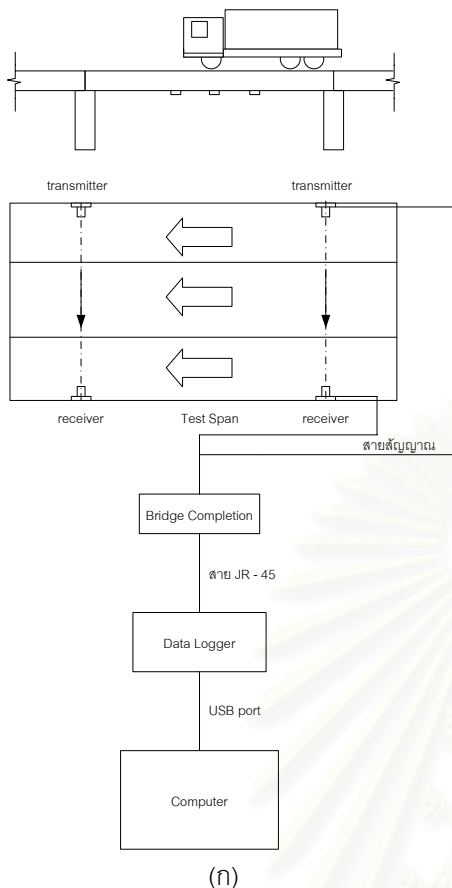
(ก)

(ข)

(ค)

รูปที่ 6.7 ลักษณะทั่วไป (ก) เซนเซอร์บอกตำแหน่ง (ข) ตัวรับสัญญาณและ (ค) ตัวส่งสัญญาณ

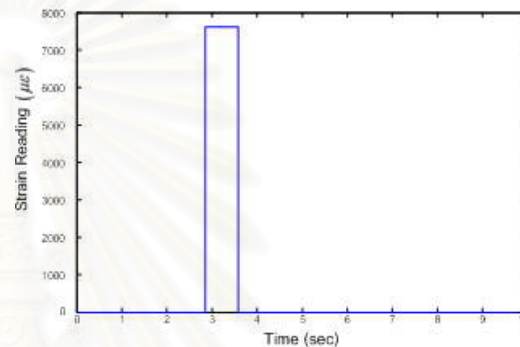
ในการตรวจจัดการเคลื่อนที่ผ่านของรถ ตัวเซนเซอร์บอกตำแหน่งจะมีตัวส่งและตัวรับสัญญาณอินฟราเรด 2 คู่ดังรูปที่ 6.7 โดยตัวส่งจะส่งสัญญาณออกและตัวรับจะรับสัญญาณ เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านแนวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง จะทำให้ไม่มีการส่งสัญญาณในระบบของตัวเซนเซอร์ โดยจะอ่านค่าคงที่ค่าหนึ่ง ซึ่งจากสัญญาณที่เก็บได้นี้จะอ่านได้ประมาณ 7600 ทำให้สามารถคำนวณหาเวลาของรถที่เคลื่อนที่สะพานของรถในขณะนั้นได้ โดยที่ตัวเซนเซอร์นั้นมีความถี่ในการเก็บข้อมูลเท่ากับ 1024 รอบต่อวินาที ซึ่งเมื่อทราบเวลาที่รถเข้าและออกจากสะพานก็จะสามารถหาตำแหน่งของรถที่เคลื่อนที่เข้าสะพานโดยสมมุติให้ความเร็วของรถที่เคลื่อนที่ข้ามสะพานในขณะนั้นมีค่าคงที่ จากข้อมูลที่ทำกรทดสอบพบว่าค่าความเร็วของรถบรรทุกที่เปลี่ยนแปลงระหว่างรถเข้าและออกจากสะพานมีใกล้เคียงกัน ซึ่งหลักการทำงานของระบบตรวจจัดการเคลื่อนที่ผ่านของรถนั้นจะคล้ายกับหลักการทำงานของระบบเก็บข้อมูลความเครียด คือเปลี่ยนจากอุปกรณ์วัดความเครียดหรือความแรงในสะพานเป็นใช้เซ็นเซอร์บอกตำแหน่งนั่นเอง



(ก)



(ข)

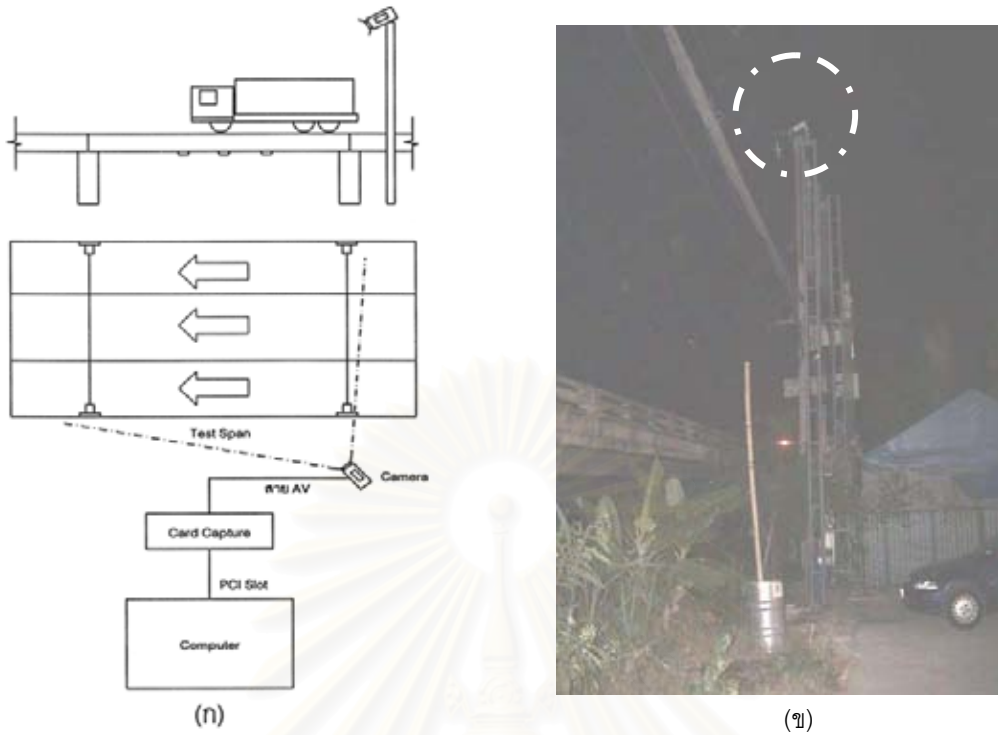


(ค)

รูปที่ 6.8 (ก) ผังการทำงานของระบบตรวจจับการเคลื่อนที่ผ่านของรถ (ข) ลักษณะการติดตั้งใช้เซ็นเซอร์บอกรตำแหน่งรถเข้าและออก (ค) สัญญาณที่ตัวเซ็นเซอร์เก็บข้อมูล

6.1.4.3 อุปกรณ์บันทึกภาพการเคลื่อนที่ผ่านของรถ

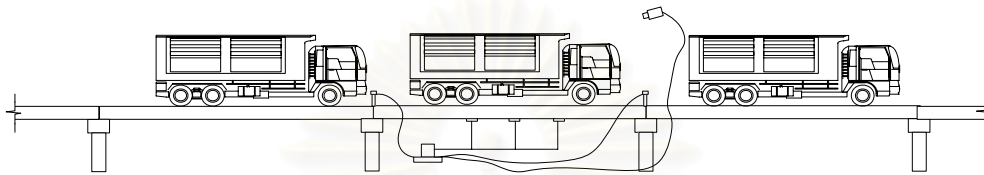
โดยในการทดสอบครั้งนี้ได้มีการถ่ายวิดีโอ สำหรับบันทึกภาพขณะทดสอบด้วยเพื่อตรวจสอบเหตุการณ์เคลื่อนที่ของรถบรรทุกระหว่างการทดสอบว่ามีการเคลื่อนที่อย่างไร มียานพาหนะอื่นเคลื่อนที่ร่วมด้วยหรือไม่ดังแสดงในรูปที่ 6.10 และยังสามารถตรวจสอบเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นทั้งหมดระหว่างการทดสอบได้ว่าสภาพก่อนการทดสอบในแต่ละครั้งนั้นมีเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นบ้าง ซึ่งหลักการทำงานของระบบถ่ายภาพจากกล้องวิดีโอจับสัญญาณภาพขณะทำการทดสอบโดยสัญญาณภาพจะส่งผ่านสายสัญญาณภาพ (สาย AV) ไปที่การ์ดแปลงสัญญาณ (card capture) เพื่อทำการแปลงสัญญาณอนาลอก (analog signal) ให้เป็นสัญญาณดิจิทัล (digital signal) ก่อนทำการบันทึกเพิ่มข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ เพื่อเก็บไว้เป็นข้อมูลสำหรับช่วยในการคำนวณน้ำหนักต่อไป



รูปที่ 6.9 (ก) ผังการทำงานของระบบถ่ายภาพจากกล้องวิดีโอ และ (ข) กล้องวิดีโอที่ติดตั้งบนโครงสร้างเหล็กข้างสะพาน ตามลำดับ

หลังจากติดตั้งอุปกรณ์และเครื่องมือวัดสัญญาณทั้งหมดเรียบร้อยแล้วก็ทำการติดตั้งสายแลน (สาย JR-45) ได้สะพานให้เรียบร้อยเพื่อรับสัญญาณจากอุปกรณ์วัดและเซนเซอร์บอกตำแหน่งไปยังดาต้าลอคเกอร์ แล้วทำการตรวจสอบสัญญาณและระบบทั้งหมดให้เรียบร้อยก่อนการทดสอบดังแสดงในรูปที่ 6.11





รูปที่ 6.10 ลักษณะของระบบที่ใช้สำหรับทำการทดสอบการหาน้ำหนัก

6.2 การแปลงค่าความเครียดหรือความเร่งภาคสนามเป็นการแ่นตัว

เนื่องจากการทดสอบในภาคสนามหรือข้อมูลที่มีการตรวจวัดจากภาคสนามนั้น อาจไม่มีข้อมูลการแ่นตัว นอกจากนี้การแปลงความเครียดเป็นการแ่นตัวนั้นยังสามารถใช้ในการตรวจสอบกับการแปลงค่าความเร่งเป็นการแ่นตัวด้วย

6.2.1 การแ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียด

การแปลงความเครียดเป็นการแ่นตัวจะใช้วิธีที่เสนอบทที่ 4 คือจากการแ่นตัวสามารถเขียนในผลรวมเชิงโหมดโดยในที่นี้จะพิจารณา 3 โหมด ตำแหน่งตรวจวัดความเครียดคือที่ตำแหน่งหนึ่งส่วนสาม,กึ่งกลางและสองส่วนสามของความยาวสะพาน $\varepsilon_x(L/3,t), \varepsilon_x(L/2,t), \varepsilon_x(2L/3,t)$ และการแ่นตัวทั้งหมด 3 ตำแหน่งคือตำแหน่งหนึ่งส่วนสาม,กึ่งกลางและสองส่วนสามของความยาวสะพาน $w(L/3,t), w(L/2,t), w(2L/3,t)$ ดังแสดงในรูปที่ 6.11 จากค่าความเครียดและการแ่นตัวที่ตรวจวัดมานั้นจะคำนวณค่าที่ใช้แปลงความเครียดเป็นการแ่นตัว (c)

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(x)q_i(t) \quad i = 1,2,3 \quad (2.1ก)$$

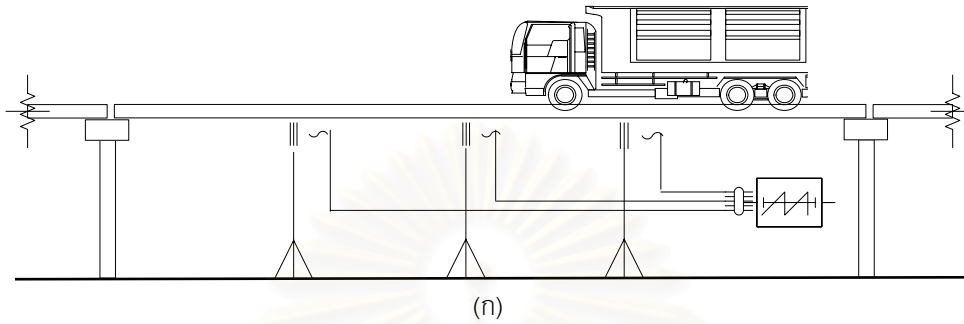
$$\phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad i = 1,2,3 \quad (2.2ข)$$

$$\varepsilon_x(x,t) = (c) \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} q_i(t) \quad i = 1,2,3 \quad (2.1ค)$$

จากสมการที่ 2.1ก ค่าการแ่นตัวที่วัดมาทั้งสามจุดสามารถคำนวณพิกัดทั่วไป $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$ จากนั้นจึงนำค่าพิกัดทั่วไปที่คำนวณได้ไปแทนในสมการที่ 2.1ค เพื่อหาค่าคงที่ (c) ในการแปลงความเครียด

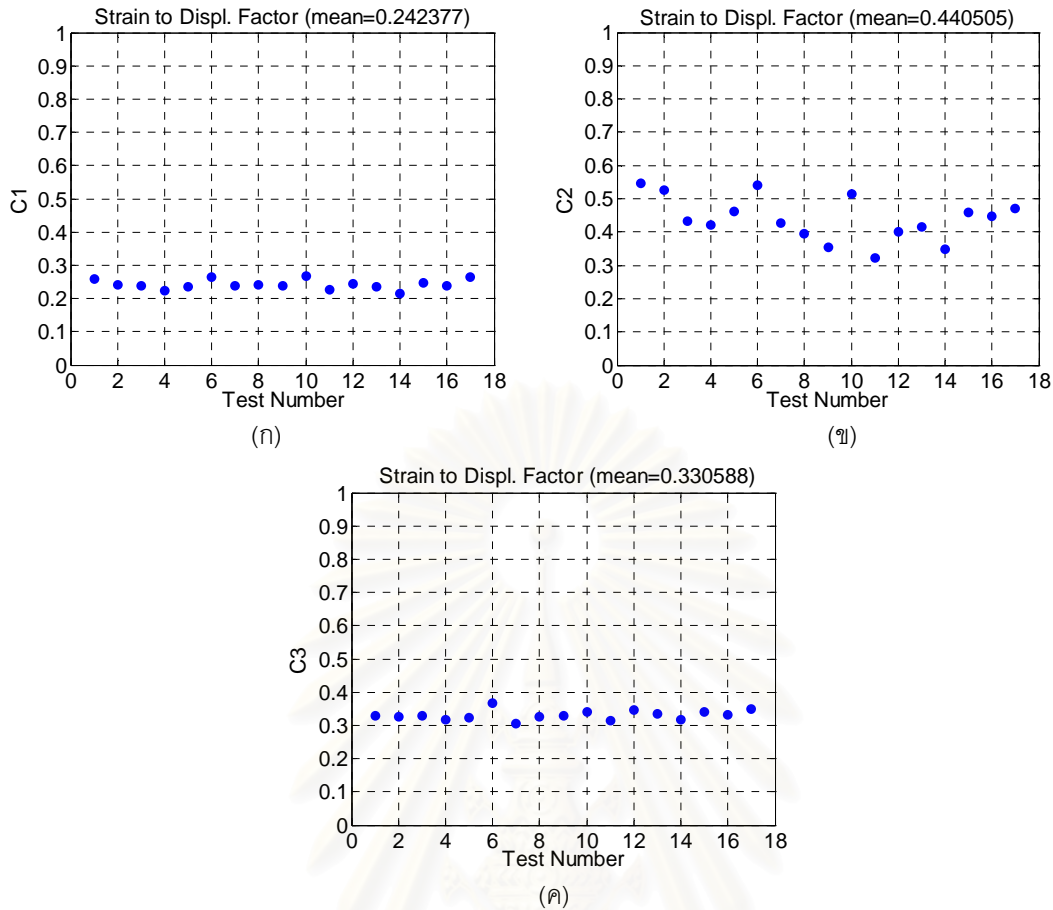
เป็นการแก้ตัวต่อไป เนื่องจากข้อมูลแต่ละชุดของความเครียดและการแอมตัวที่เวลาต่างๆ มีจำนวนมากดังนั้น จะคำนวณค่าคงที่ที่ใช้แปลงความเครียดเป็นการแอมตัวโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares)

$$e = \sum_{i=1}^n [(\varepsilon_i - c\hat{\varepsilon}_i), (\varepsilon_i - c\hat{\varepsilon}_i)], \quad 0 = \frac{\partial e}{\partial c} = -2\hat{\varepsilon}_i, \varepsilon_i + 2c\hat{\varepsilon}_i, \hat{\varepsilon}_i, \quad c = \frac{\hat{\varepsilon}_i, \varepsilon_i}{\hat{\varepsilon}_i, \hat{\varepsilon}_i} \quad (4.12)$$



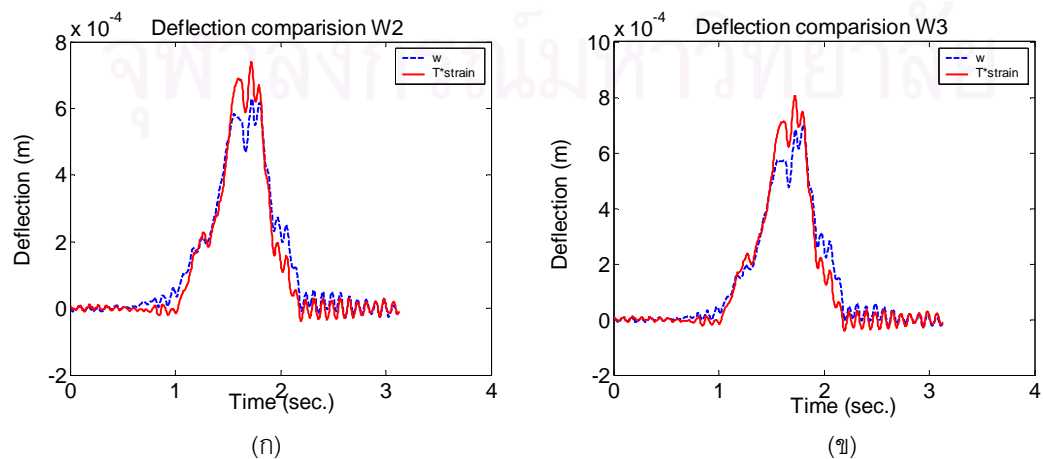
รูปที่ 6.11 การทดสอบภาคสนามการเก็บวัดการแอมตัวและความเครียดเพื่อแปลงความเครียดเป็นการแอมตัว

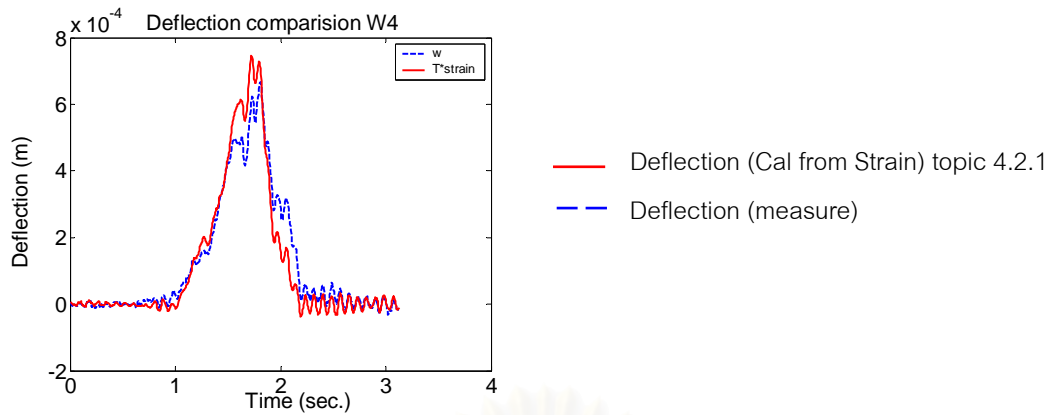
จากการเก็บข้อมูลการแอมตัวและความเครียดที่จุดเดียวกันและพิจารณาเลือกในกรณีนี้ที่ค่าความเครียดที่เกิดมีค่าใกล้เคียงกับความเครียดที่เกิดจากรถบรรทุกที่ทดสอบคือ 30 ถึง 50 ไมโครสเตรน และพิจารณารถบรรทุกที่มีจำนวนเพลเท่ากับรถบรรทุกที่ทดสอบโดยสามารถตรวจสอบได้จากสัญญาณเซนเซอร์ จากข้อมูลรถบรรทุก 17 คันแล้วนำมาหาค่าคงที่สำหรับแปลงความเครียดเป็นการแอมตัว นอกจากนี้ค่าที่ได้มีค่าค่อนข้างคงที่แสดงในรูปที่ 6.12



รูปที่ 6.12 ค่าคงที่สำหรับการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวเมื่อทำการเก็บวัดข้อมูลจากภาคสนาม (ก) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ข) ตำแหน่ง $w(L/2)$ และ(ค)ตำแหน่ง $w(2L/3)$ ตามลำดับ

จากรูปเปรียบเทียบการแอ่นตัวที่วัดได้ กับค่าความเครียดแปลงเป็นการแอ่นตัว ในช่วงที่มีการสั่นไหวแบบอิสระ (free vibration) จะพบว่า การแอ่นตัวไม่ต่างกัน ส่วนในช่วงที่มีน้ำหนักกระทำนั้นค่าการแอ่นตัวต่างกันเล็กน้อยเนื่องจากโหมดที่ใช้คำนวณจำกัดและแบบจำลองพิจารณาเป็นคานซึ่งต่างจากสภาพภาคสนามซึ่งมีลักษณะเป็นแผ่นพื้น เมื่อพิจารณาค่าที่คำนวณโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดพบว่าค่าที่คำนวณได้ค่อนข้างคงที่และในที่นี้จะใช้ค่าเฉลี่ยข้อมูลดังกล่าวเป็นค่าสำหรับแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวต่อไป



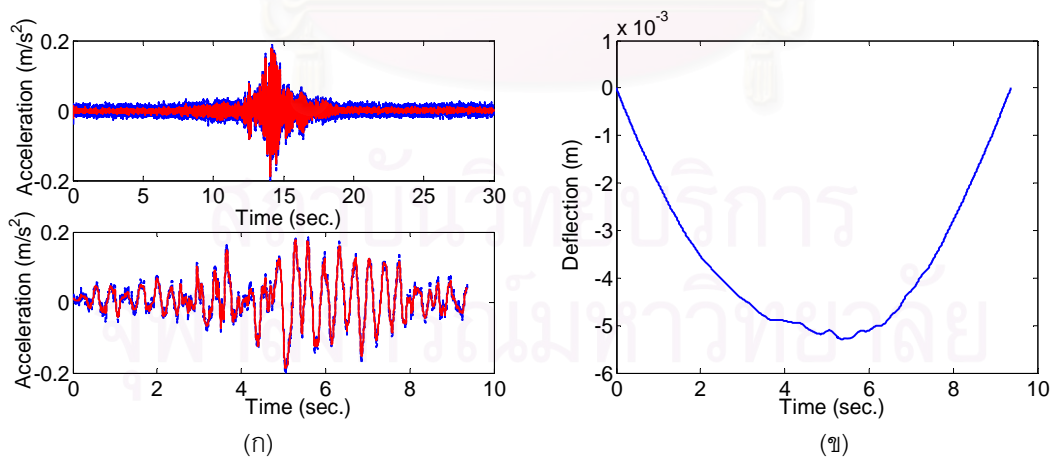


(ค)

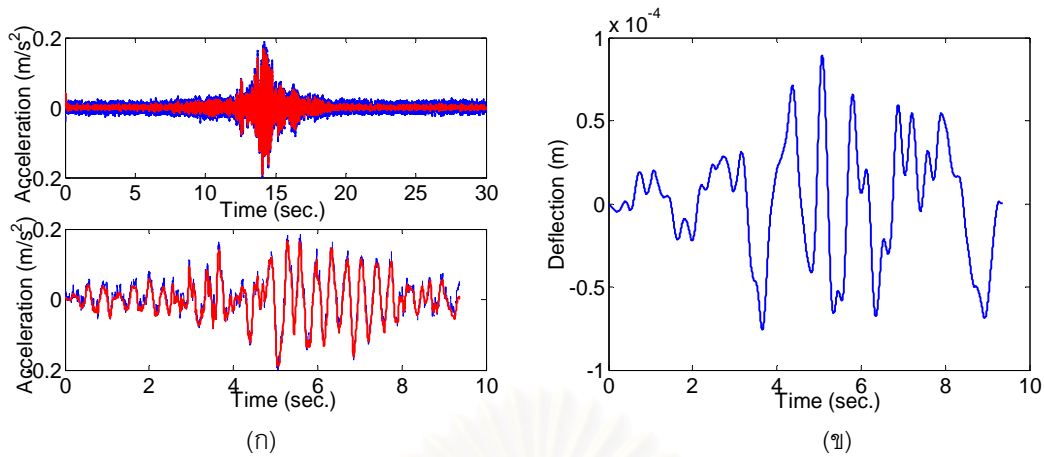
รูปที่ 6.13 ตัวอย่างเปรียบเทียบการทดสอบภาคสนามการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัว (ก) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ข) ตำแหน่ง $w(L/2)$ และ(ค)ตำแหน่ง $w(2L/3)$ ตามลำดับ

6.2.2 การแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเร่ง

การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวในแบบจำลองสามารถคำนวณได้โดยวิธีปรับแก้เงื่อนไขเริ่มต้นดังที่เสนอวิธีการในบทที่ 4 แต่สัญญาณความเร่งที่ตรวจวัดจากภาคสนามนั้นจะมีสัญญาณรบกวนอยู่ร่วมอยู่เสมอ ดังนั้นในที่นี้จะทำการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว โดยจะทำการกำจัดสัญญาณรบกวนก่อนด้วยการใช้ตัวกรองความถี่ที่ซ้อนทับกับความถี่ของการแอ่นตัวสะพานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ผ่านของรถบรรทุก แต่ผลที่ได้จากข้อมูลภาคสนามนั้นไม่สอดคล้องกับการแอ่นตัวที่ควรจะเป็น ดังแสดงในรูป 6.14 และเมื่อกรองความถี่ที่ต่ำกว่าการแอ่นตัวเพื่อกำจัดสัญญาณรบกวนทำให้ผลการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวที่ได้เหลือแต่ผลจากการสั่นไหวปกติเท่านั้น ดังรูปที่ 6.15

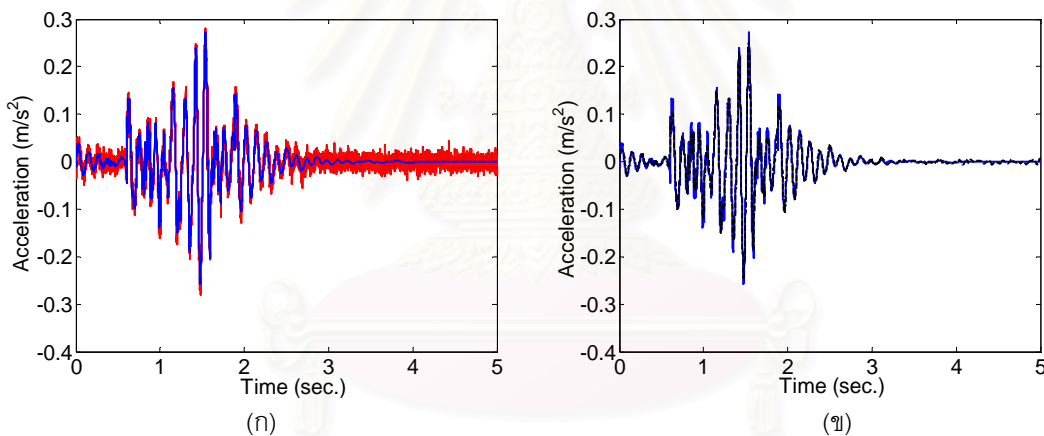


รูปที่ 6.14 (ก) การกำจัดสัญญาณรบกวนและ (ข) การแปลงสัญญาณความเร่งภาคสนามเป็นการแอ่นตัว

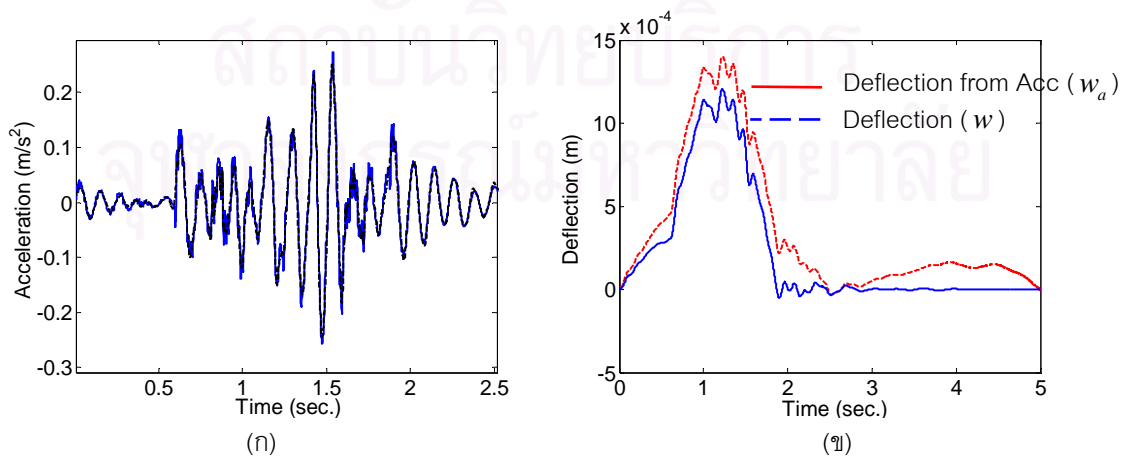


รูปที่ 6.15 (ก) การกำจัดสัญญาณรบกวนและ (ข) การแปลงสัญญาณความเร่งภาคสนามเป็นการแอนตัว

ปัญหาการแปลงความเร่งเป็นการแอนตัวคาดว่าเกิดจากสัญญาณรบกวน ดังนั้นในที่นี้จะศึกษาเพิ่มเติม โดยการเพิ่มสัญญาณรบกวนเข้าไปในแบบจำลองด้วย พบว่าเมื่อความถี่สัญญาณรบกวนใกล้เคียงกับความถี่สะพานเนื่องจากรถบรรทุกเคลื่อนที่นั้น จะทำให้ไม่สามารถแปลงความเร่งเป็นการแอนตัวได้ ดังแสดงในรูปที่ 6.16 – 6.17 เนื่องจากที่ความถี่ต่ำๆ การอินทิเกรตจะทำให้ค่าสัญญาณรบกวนขยายเพิ่มมากขึ้น

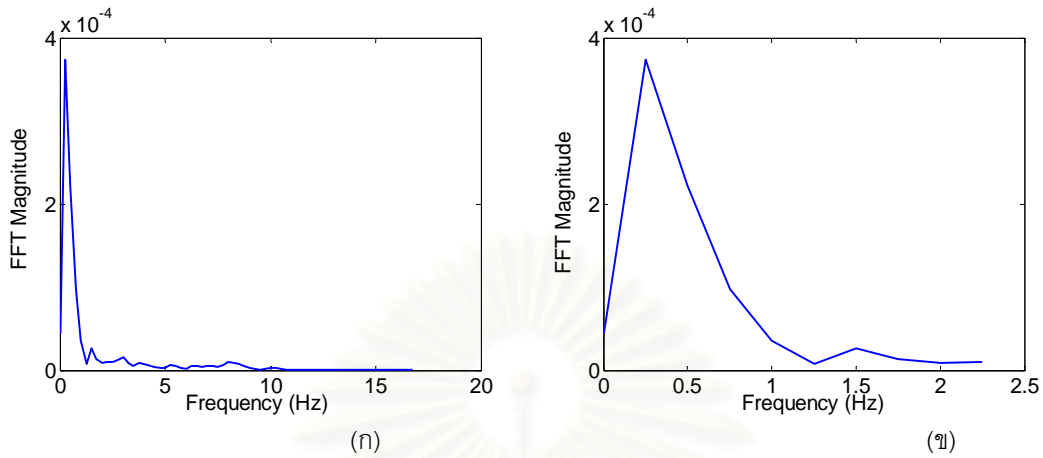


รูปที่ 6.16 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน

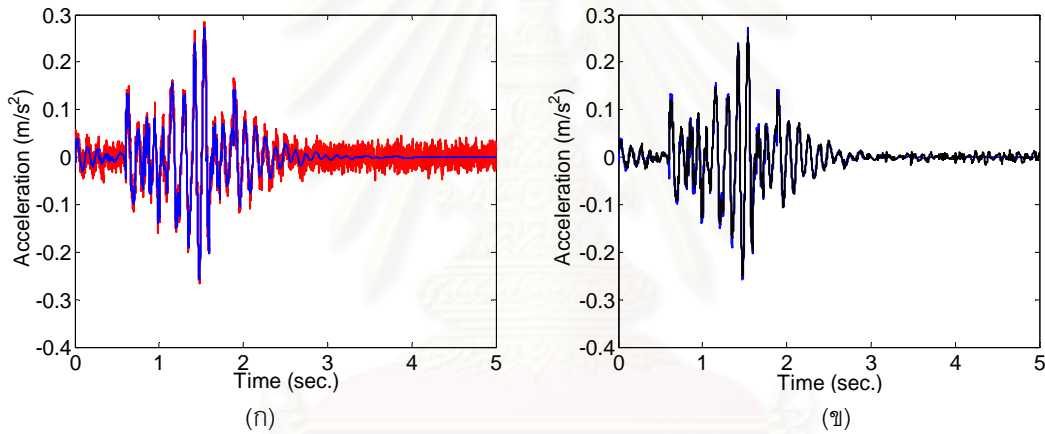


รูปที่ 6.17 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนออก และ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอนตัว

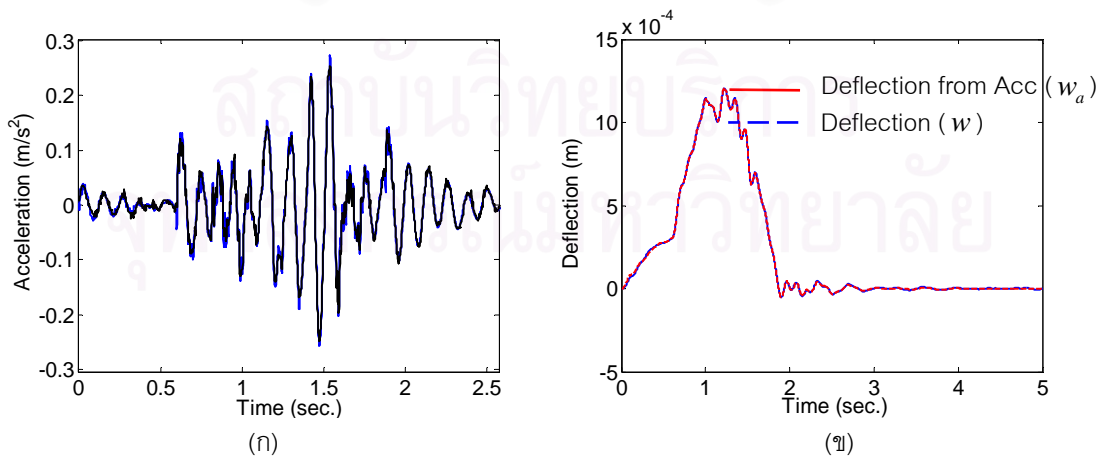
เมื่อกรองสัญญาณรบกวนให้เหลือเฉพาะความถี่ที่สูงกว่าความถี่สะพานเนื่องจากรถบรรทุกเคลื่อนที่ แล้วค่อยเพิ่มเข้าไปในความถี่นั้นพบว่าสามารถแปลงความถี่เป็นการแอนตัวได้ดังแสดงในรูปที่ 6.18 ถึง 6.20



รูปที่ 6.18 (ก) โดเมนความถี่ของค่าการแอนตัวจากแบบจำลองที่ยังไม่มีสัญญาณรบกวน และ (ข) ภาพขยาย



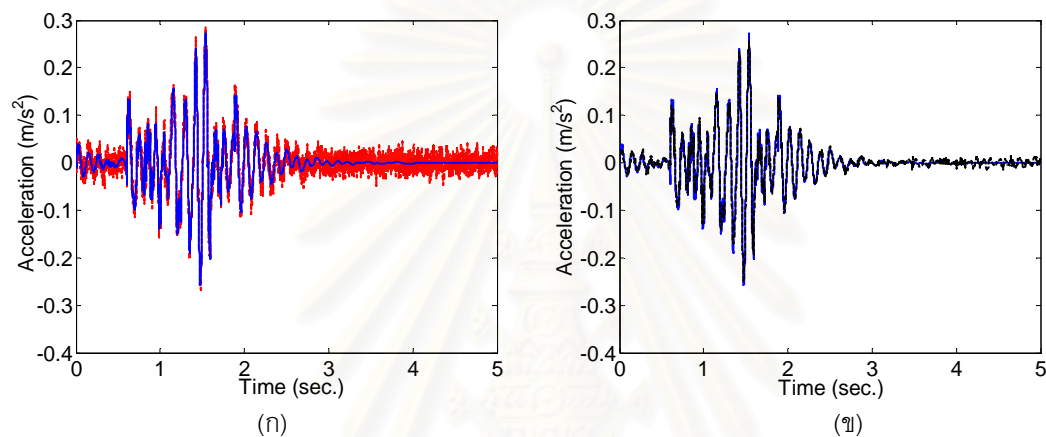
รูปที่ 6.19 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่ปรับความถี่แล้ว และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน



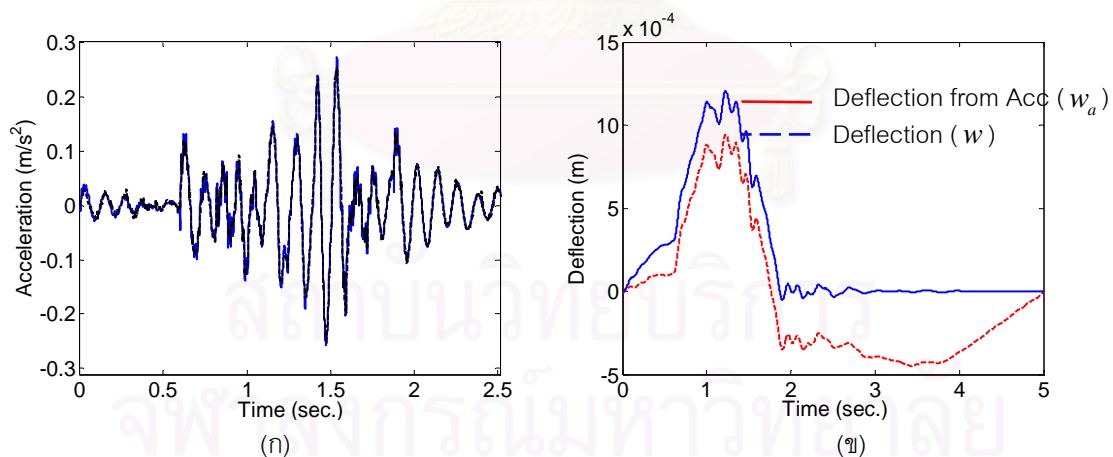
รูปที่ 6.20 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนที่ปรับความถี่แล้วและ (ข) การแปลงความถี่เป็นการแอนตัว

ปัญหาในการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวคือ สัญญาณรบกวนไม่สามารถกำจัดออกได้โดยใช้การกรองความถี่เท่านั้นแม้ว่ามีการใช้เวฟเลทช่วยในการกำจัดสัญญาณก็ตาม เนื่องจากมีบางส่วนของความถี่สัญญาณรบกวนร่วมอยู่ในความถี่สะพานเนื่องจากรถบรรทุกเคลื่อนที่

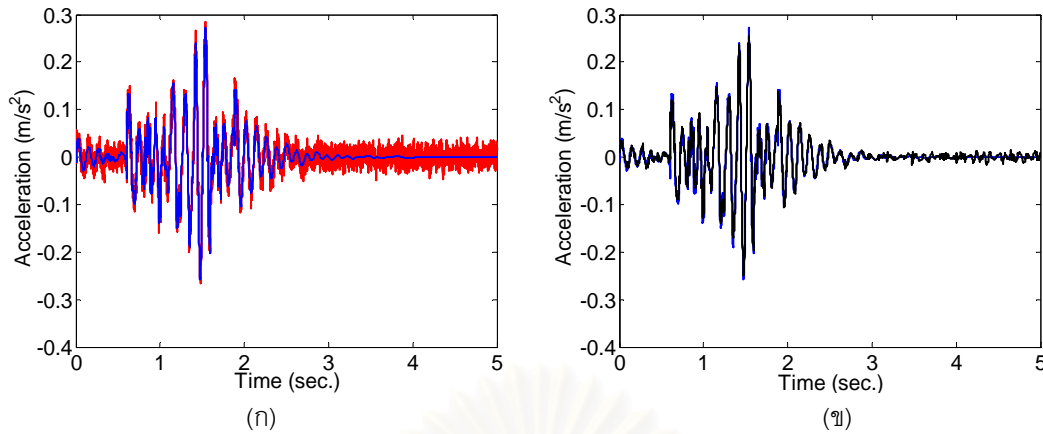
เมื่อนำสัญญาณรบกวนจริงจากภาคสนามมาเป็นสัญญาณรบกวนในแบบจำลองจะพบว่า การสุ่มตัวอย่างเพื่อปรับความถี่สัญญาณรบกวนให้สูงขึ้นนั้นสามารถแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวได้ดังแสดงในรูปที่ 6.21 ถึง 6.24 ซึ่งเป็นการยืนยันว่า สัญญาณความเร่งจากภาคสนามไม่สามารถแปลงเป็นการแอ่นตัวได้นั้นมีสาเหตุหลักมาจากการไม่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนที่ความถี่เดียวกับความถี่สะพานเนื่องจากรถบรรทุกเคลื่อนที่ เนื่องจากถ้ากรองออกก็จะทำให้การแอ่นตัวจริงหายไปด้วย



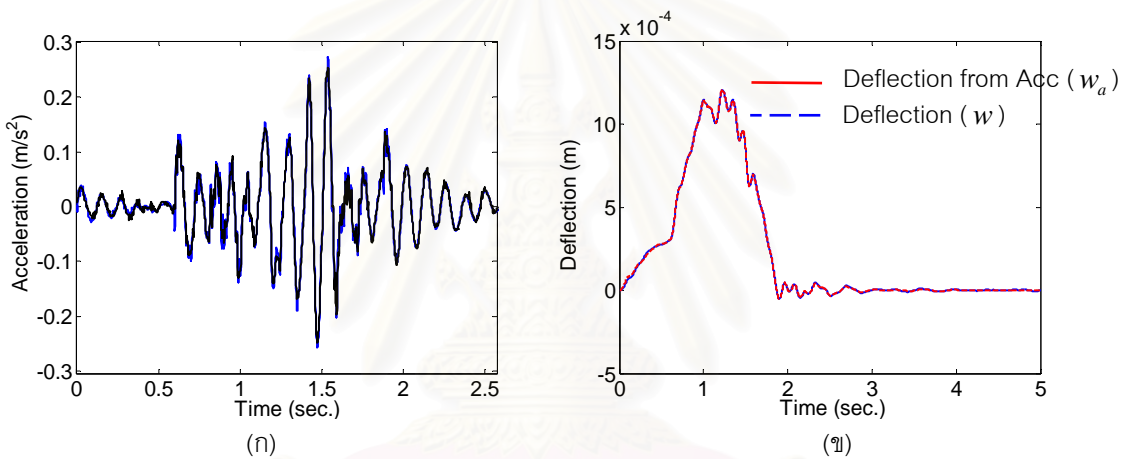
รูปที่ 6.21 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนภาคสนาม และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน



รูปที่ 6.22 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองที่กำจัดสัญญาณรบกวนภาคสนามออก และ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว



รูปที่ 6.23 ความเร่งจากแบบจำลองโดย (ก) บวกสัญญาณรบกวนภาคสนามที่ปรับความถี่แล้ว และ (ข) กำจัดสัญญาณรบกวน



รูปที่ 6.24 เปรียบเทียบ (ก) ความเร่งจากแบบจำลองกำจัดสัญญาณรบกวนภาคสนามที่ปรับความถี่แล้วและ (ข) การแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัว

เนื่องจากปัญหาสัญญาณรบกวนจากการตรวจวัดความเร่งภาคสนาม ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้การแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียดที่ตรวจวัด โดยที่การกำจัดสัญญาณรบกวนในสัญญาณความเร่งนี้อยู่นอกเหนือจากงานวิจัย อย่างไรก็ตามจากการศึกษาแบบจำลองนั้นสามารถที่จะแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวได้ ถ้าสามารถแยกสัญญาณรบกวนออกดังที่เสนอมาก่อนหน้านี้

6.3 การเปรียบเทียบแบบจำลองสะพานที่ใช้ในการหาหน้าหนัก

เนื่องจากแบบจำลองสะพานกับสะพานที่ใช้ในการทดสอบนั้นไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้โดยตรง เนื่องจากความไม่สม่ำเสมอของหน้าตัดสะพานจริงและคุณสมบัติสะพานและวัสดุ ทำให้ข้อมูลที่วัดได้ต้องมีการเปรียบเทียบให้เป็นค่าการแอ่นตัวที่ใช้ในแบบจำลอง โดยค่าคุณสมบัติทั้งหมดของสะพาน เช่น ความหนาของสะพาน ค่าโมดูลัสของสะพาน ตลอดจนระยะความลึกของแนวแกนสะพานของหน้าตัดสะพาน จะอ้างอิงจากแบบมาตรฐานของกรมทางหลวงเป็นหลัก การเปรียบเทียบแบบจำลองเพื่อความสะดวกในการทำงานในขั้นตอนที่

นำระบบหาน้ำหนักนี้ไปใช้งานจริงต่อไป เช่น กรณีนำระบบหาน้ำหนักไปใช้งานกับสะพานอื่น ๆ นั้น สามารถออกแบบระบบการทดสอบได้โดยนำค่าคุณสมบัติสะพานที่ได้จากแบบมาตรฐานเป็นค่าพื้นฐานในระบบก่อน จากนั้นจึงปรับเทียบแบบจำลอง โดยการปรับเทียบค่าที่ตรวจวัดซึ่งในที่นี้ก็คือ การแอนตัวในสะพานให้มีการปรับขยายหรือลดสัญญาณ ซึ่งสะดวกในการทำงานและเหมาะสมสำหรับการใช้งานจริงที่สุดโดยในการทดสอบครั้งนี้ การปรับเทียบการแอนตัวที่ได้จากการวัดสะพานจริงกับการแอนตัวจากแบบจำลองของสะพานที่ซึ่งสามารถคำนวณการแอนตัวได้ โดยการปรับเทียบนี้เลือกใช้รถบรรทุก $T1$ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ต่ำ (ประมาณ 10 กิโลเมตร/ชั่วโมง) การปรับเทียบค่าจากการตรวจวัดและค่าที่คำนวณจากแบบจำลอง โดยการคำนวณค่าที่ให้ ความแตกต่างระหว่างชุดข้อมูลน้อยที่สุดโดยการใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares) โดยการทดสอบนี้จะทำการปรับเทียบทั้งหมดสามครั้งเพื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนข้อมูล

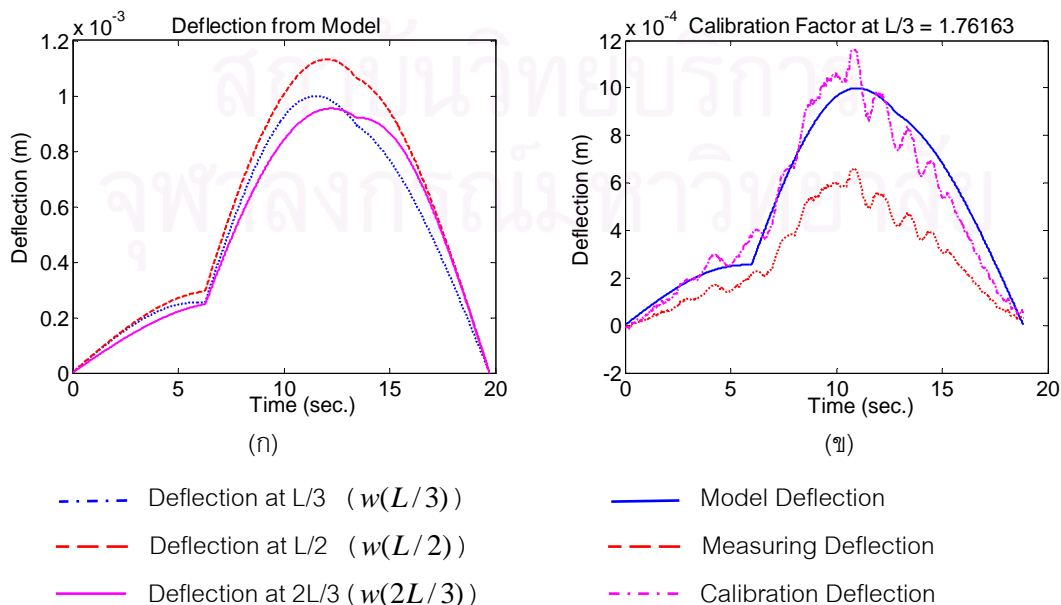
$$e = \sum_{i=1}^n [(w_i - a\hat{w}_i), (w_i - a\hat{w}_i)], \quad 0 = \frac{\partial e}{\partial a} = -2\hat{w}_i, w_i + 2a\hat{w}_i, \hat{w}_i, \quad a = \frac{\hat{w}_i, w_i}{\hat{w}_i, \hat{w}_i} \quad (6.1)$$

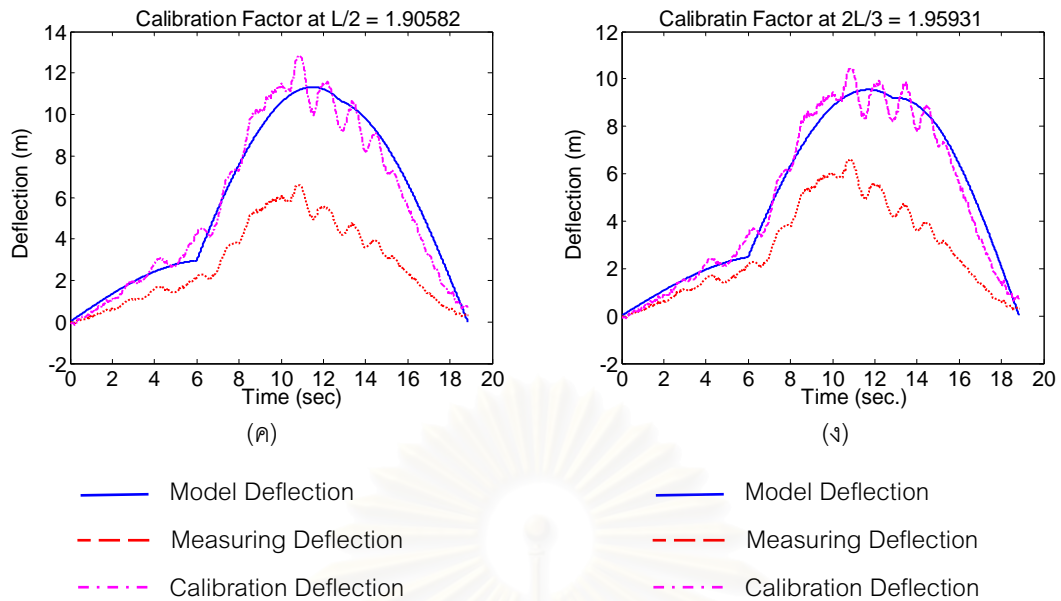
โดยที่ a คือ ค่าการปรับเทียบแบบจำลอง
 w_i คือ การแอนตัวที่คำนวณโดยใช้แบบจำลอง
 \hat{w}_i คือ การแอนตัวที่ได้จากการทดสอบภาคสนาม

จากการทดสอบเพื่อปรับเทียบแบบจำลองทั้ง 3 ครั้งพบว่าค่าปรับเทียบแบบจำลองที่ได้มาค่าค่อนข้างคงที่ ดังแสดงในตารางและตัวอย่างการปรับเทียบในรูป

ตำแหน่ง	ค่าปรับเทียบ a	ค่าปรับเทียบ a	ค่าปรับเทียบ a	ค่าเฉลี่ย a
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	
ตำแหน่งที่ 1 $L/3$ (a_1)	1.7738	1.7614	1.7632	1.7661
ตำแหน่งที่ 2 $L/2$ (a_2)	1.9183	1.9058	1.9081	1.9107
ตำแหน่งที่ 3 $2L/3$ (a_3)	1.9726	1.9593	1.9609	1.9642

ตาราง 6.1 ค่าปรับเทียบแบบจำลองจากการทดสอบภาคสนาม





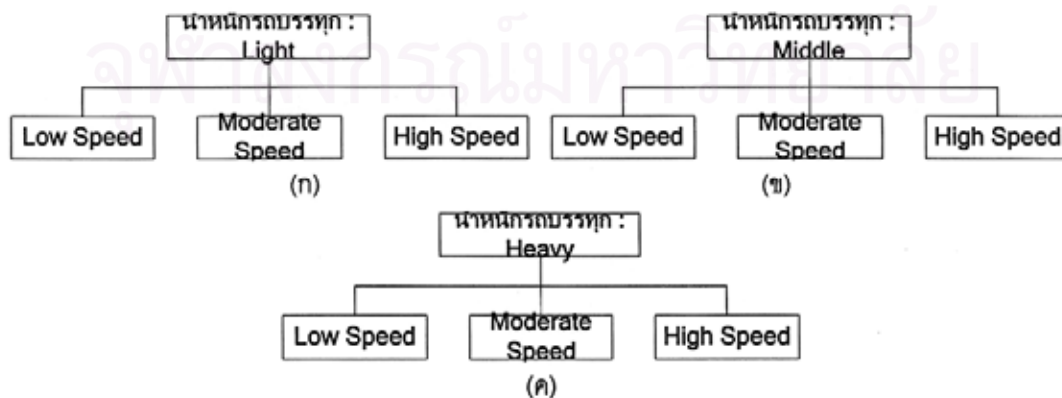
รูปที่ 6.25 การเปรียบเทียบการแอ่นตัวจากการทดสอบภาคสนามให้สอดคล้องกับแบบจำลอง (ก) การแอ่นตัวจากแบบจำลอง (ข) ตำแหน่ง $w(L/3)$ (ค) ตำแหน่ง $w(L/2)$ (ง) ตำแหน่ง $w(2L/3)$

6.4 การทดสอบภาคสนาม

6.4.1 รูปแบบการทดสอบภาคสนาม

การทดสอบครั้งนี้สะพานและรถบรรทุกแสดงไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ ดังนั้นการทดสอบหาหน้าหนักบรรทุกทุกในครั้งนี้จะทำการศึกษาถึงตัวแปรที่มีผลต่อการคำนวณน้ำหนักคือ น้ำหนักของรถบรรทุก ความเร็วของรถบรรทุกในขณะเคลื่อนที่ข้ามสะพาน โดยพิจารณาช่องจราจรกลางเท่านั้น

น้ำหนักบรรทุกแบ่งออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ $T1$ น้ำหนักบรรทุกเบา (light), $T2$ น้ำหนักบรรทุกปานกลาง (middle) และ $T3$ น้ำหนักบรรทุกหนัก (heavy) ในทำนองเดียวกันความเร็วของรถบรรทุกในขณะเคลื่อนที่ข้ามสะพานก็จะแบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ ระดับความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ช้า (low speed), ระดับความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ปกติ (moderate speed) และระดับความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่เร็ว (high speed) โดยในแต่ละระดับความเร็วจะทำการทดสอบซ้ำ 3 รอบ



รูปที่ 6.26 แผนการทดสอบภาคสนาม (ก) รถบรรทุก $T1$ (ข) รถบรรทุก $T2$ และ (ค) รถบรรทุก $T3$

6.4.2 การดำเนินการทดสอบ

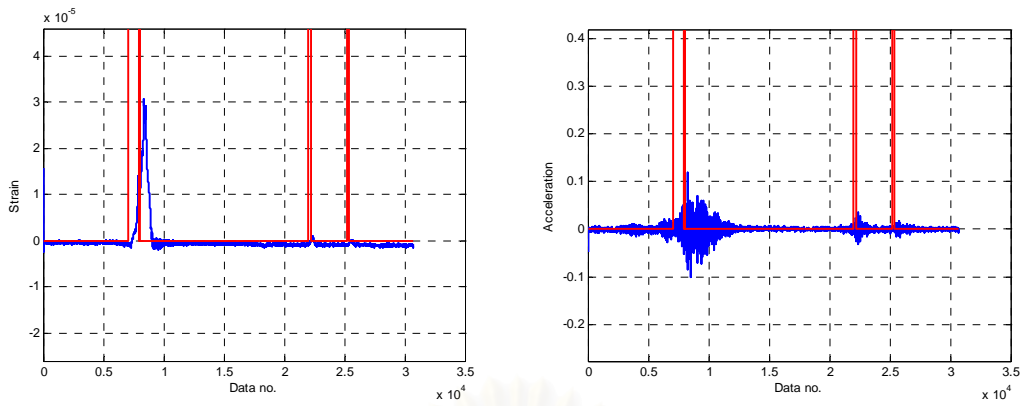
การดำเนินการทดสอบในช่วงเวลาที่ทำการทดสอบจะใช้ช่วงเวลากลางคืน เนื่องจากปริมาณการจราจรของรถในช่วงกลางคืนจะน้อยกว่าช่วงกลางวันตลอดจนสามารถปิดการจราจรทางช่องทางซ้ายของสะพานได้ซึ่งจะสะดวกในการทำงาน โดยก่อนทำการทดสอบในแต่ละครั้งจะต้องทำการตรวจสอบว่าช่วงเวลาในขณะนั้นจะต้องไม่มีรถคันอื่นอยู่บนสะพานโดยคนที่ทำการตรวจสอบว่าช่วงเวลาใดเหมาะสมสำหรับทำการทดสอบเป็นผู้ให้สัญญาณ การติดต่อสื่อสารทั้งหมดจะใช้วิทยุสื่อสารและเมื่อตรวจสอบแล้วว่าช่วงเวลาขณะนั้นไม่มีรถอื่นบนสะพานแล้วผู้ควบคุมการทดสอบก็จะทำการบอกกรณีสื่อที่จะทำการทดสอบของรถบรรทุกแก่บุคคลที่ทำการทดสอบทั้งหมดให้ทราบซึ่งประกอบด้วยฝ่ายที่ทำการเก็บข้อมูลที่อยู่ใต้สะพานในห้องทดสอบ ฝ่ายที่นั่งอยู่บนรถบรรทุกเพื่อบอกกรณีสื่อที่จะทำการทดสอบให้แก่คนขับรถบรรทุกได้ทราบ จากนั้นผู้ควบคุมการทดสอบก็จะให้สัญญาณให้รถบรรทุกที่เตรียมพร้อมอยู่แล้วเริ่มเคลื่อนที่เข้าสะพานตามกรณีสื่อที่ทดสอบ ช่วงเวลาเดียวกันนี้ก็จะให้สัญญาณแก่ฝ่ายที่ทำการเก็บข้อมูลเริ่มทำการเก็บข้อมูลสัญญาณจากนั้นเมื่อรถเคลื่อนที่ออกจากสะพานไปแล้วก็จะทำการจัดเก็บข้อมูลอีกทั้งตรวจสอบลักษณะของสัญญาณ ตลอดจนบันทึกวิดีโอเหตุการณ์ขณะช่วงเวลารถบรรทุกเคลื่อนที่ข้ามสะพานเก็บไว้ ดังแสดงในรูปที่ 6.27 ถึงรูปที่ 6.28 โดยหลังจากทำการทดสอบในแต่ละครั้งเรียบร้อยแล้วจะต้องมีการปิดสะพานในช่องจราจรซ้ายเพื่อใช้ในการถอยรถบรรทุกกลับเข้าสะพานไปที่ตำแหน่งที่เตรียมพร้อมสำหรับการทดสอบต่อไป การทดสอบแต่ละครั้งจะใช้เวลาทั้งหมดประมาณ 5 ถึง 10 นาที ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับช่วงของปริมาณการจราจรที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบนั่นเอง



รูปที่ 6.27 ขั้นตอนการทดสอบขณะรถบรรทุกเริ่มเคลื่อนที่เข้าสะพาน



รูปที่ 6.28 ขั้นตอนการทดสอบขณะรถบรรทุกเคลื่อนที่ออกจากสะพาน



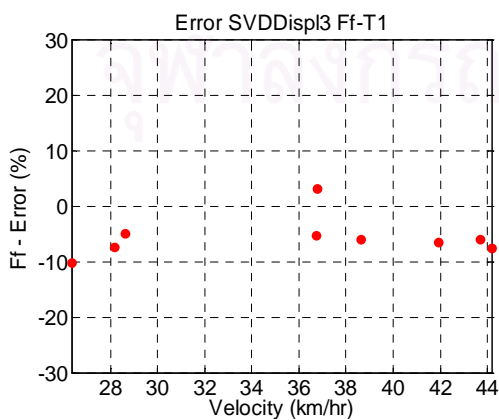
รูปที่ 6.29 ตัวอย่างสัญญาณ (ก) ความเครียดและ (ข) ความเร่งกับเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งที่จุดเข้าสะพาน

6.5 การคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

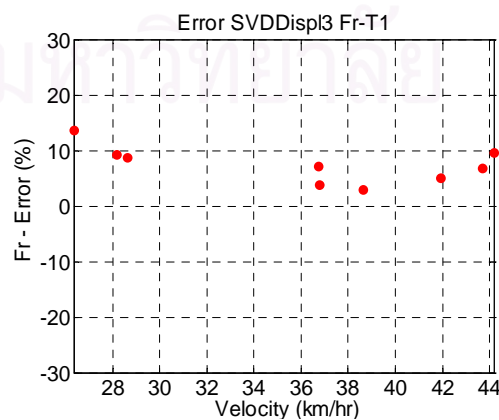
สำหรับวิธีการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกโดยตรงจากการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ ในงานวิจัยนี้ใช้ความเร่งที่ตรวจวัดจากภาคสนามโดยตรงและค่าการแอ่นตัวที่แปลงมาจากความเครียด ดังแสดงในหัวข้อ 4.2.1 เนื่องจาก การทดสอบภาคสนามนี้ไม่มีข้อมูลการแอ่นตัวของสะพานจากการตรวจวัดโดยตรง โดยในการคำนวณน้ำหนักบรรทุกจะคำนวณโดยแบ่งเป็นใช้การแอ่นตัวสามตำแหน่งคือการแอ่นตัวที่ระยะหนึ่งในสาม, กึ่งกลางและสองในสามของความยาวสะพาน $w_s(L/3), w_s(L/2), w_s(2L/3)$ และการแอ่นตัวสามตำแหน่งร่วมกับความเร่งสองตำแหน่งคือที่ระยะหนึ่งในสามและกึ่งกลางสะพาน $w_s(L/3), w_s(L/2), w_s(2L/3), \ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ ดังที่ได้อธิบายแล้วในทำนองเดียวกันกับการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์

6.5.1 การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอ่นตัว

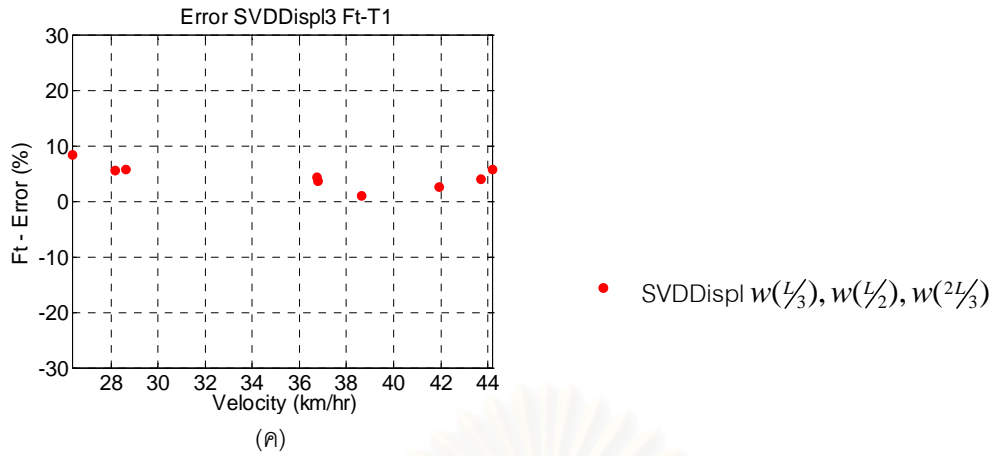
ความคลาดเคลื่อนน้ำหนักบรรทุกทุกที่ทดสอบภาคสนาม ซึ่งแบ่งน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นสามระดับดังกล่าวในหัวข้อก่อนหน้านี โดยรูปที่ 6.30 ถึง 6.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนและความเร็วรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วต่างๆ โดยจะพิจารณาน้ำหนักเพลหน้า น้ำหนักเพลหลังและน้ำหนักรวมตามลำดับ



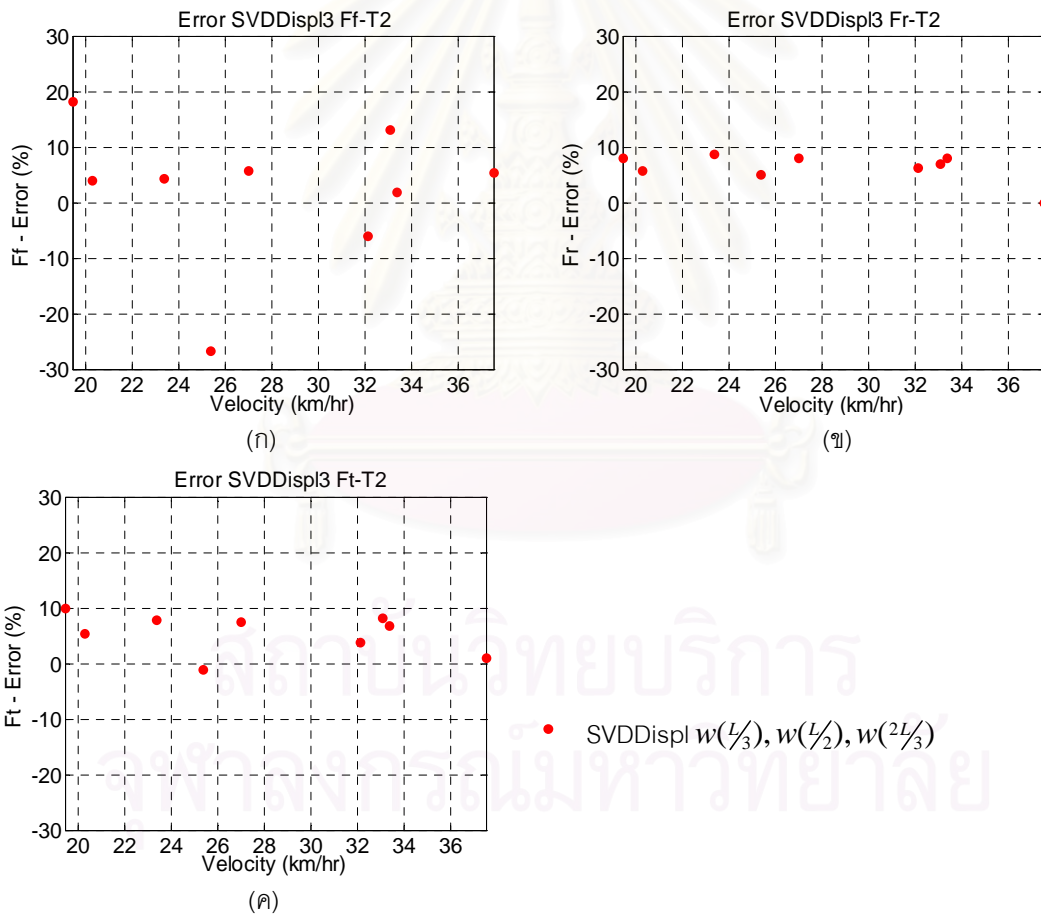
(ก)



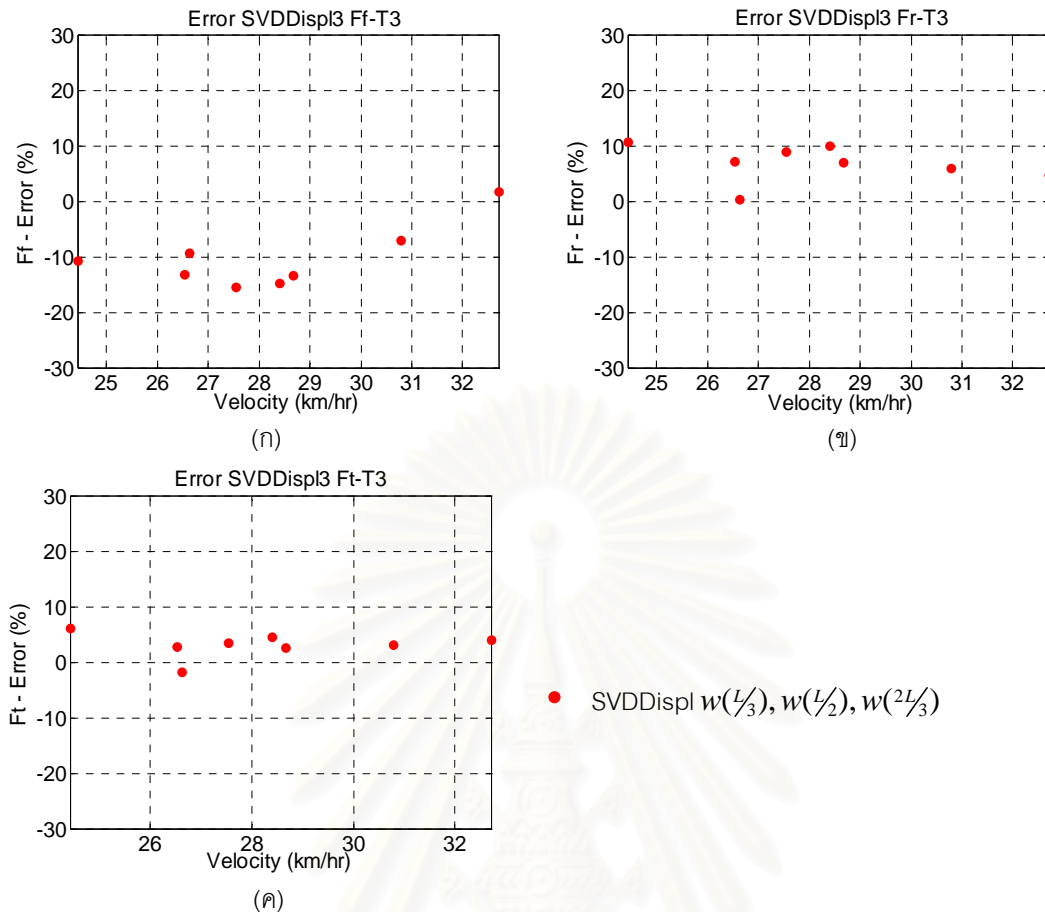
(ข)



รูปที่ 6.30 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.31 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาน้ำ F_f (ข) น้ำหนักเพลาลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.32 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ (ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

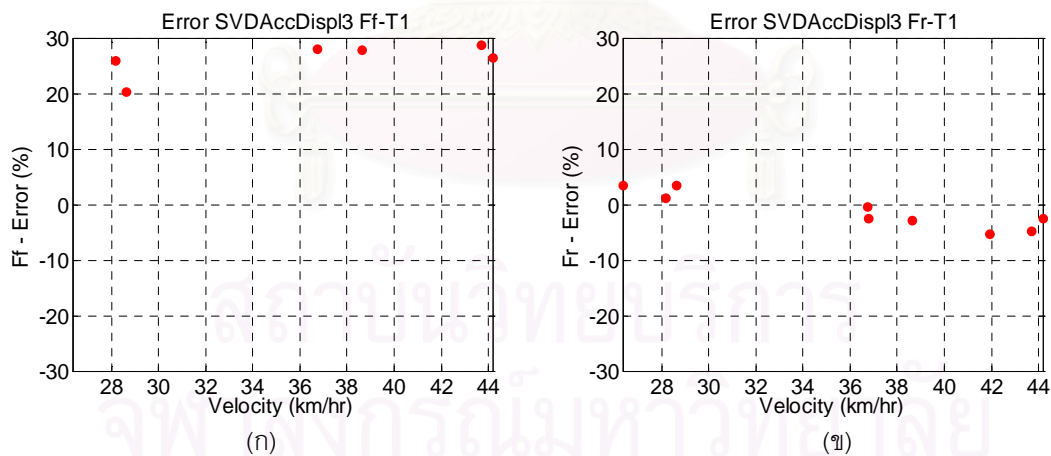
จากข้อมูลการทดสอบภาคสนามโดยใช้การแอนตัวของสะพานสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ พบว่า ความคลาดเคลื่อนที่ได้สอดคล้องกับในกรณีศึกษาประสิทธิภาพการหาน้ำหนักบรรทุกด้วยแบบจำลองคอมพิวเตอร์ นั่นคือ การเฉลี่ยค่าน้ำหนักแบบไม่รวมปลายจะให้ความถูกต้องมากขึ้น ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาหน้า (F_f) มีค่ามากกว่าเพลาหลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) คือ เพลาหน้าค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง -20 ถึง 20% ส่วนเพลาหลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) มีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -10 ถึง 10% โดยเพลาหน้า (F_f) มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเพลาหลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) ซึ่งน่าจะมีสาเหตุมาจากการถ่ายน้ำหนักระหว่างเพลาของรถบรรทุกขณะเคลื่อนที่อยู่บนช่วงสะพานที่ทำการทดสอบและเมื่อสังเกตจากลักษณะของน้ำหนักที่คำนวณได้ก่อนการเฉลี่ยจะพบว่ามีความแปรปรวนค่อนข้างมาก นั่นคือลักษณะของน้ำหนักที่คำนวณได้จะมีผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์รวมอยู่ด้วยในอัตราส่วนที่ค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักทางสถิตที่คำนวณได้ ประกอบกับอัตราส่วนของช่วงความยาวของสะพานที่ทำการทดสอบกับระยะเพลาของรถบรรทุกมีค่าค่อนข้างน้อยจึงมีช่วงระยะเวลาที่รถบรรทุกอยู่บนสะพานค่อนข้างน้อยทำให้การเฉลี่ยพลศาสตร์ของเพลาหรือน้ำหนักรวมทำได้ไม่ถูกต้องนัก จึงทำให้การกรองผลทางพลศาสตร์จากน้ำหนักที่คำนวณได้โดยการเฉลี่ยไม่ดีพอ

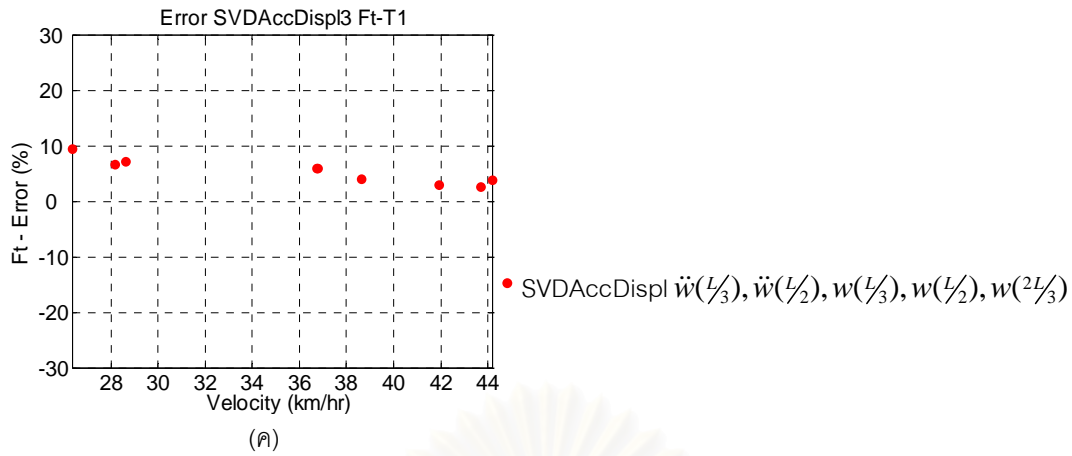
เมื่อพิจารณาถึงอิทธิพลของความเร็ว ถึงแม้ว่าการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักบรรทุกบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์นั้นมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วสูงขึ้น อย่างไรก็ตามการทดสอบภาคสนามนี้ค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันมากนัก เนื่องจากความเร็วรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบไม่แตกต่างกันอย่างชัดเจน

เมื่อพิจารณาถึงอิทธิพลของน้ำหนักของรถบรรทุกพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันมากนัก โดยเมื่อพิจารณาในรูปแบบร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนนั้น ร้อยละความคลาดเคลื่อนไม่ได้ขึ้นโดยตรงกับระดับน้ำหนักบรรทุก แต่เมื่อพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนจริงที่เกิดขึ้น ค่าน้ำหนักรวม (F_T) ของรถบรรทุกที่คลาดเคลื่อนจริงจะมีค่าค่อนข้างคงที่ คือ ประมาณ (-500 ถึง -2000 กิโลกรัม) ซึ่งเป็นการแสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนอาจจะไม่ขึ้นกับผลของน้ำหนักบรรทุกก็เป็นได้

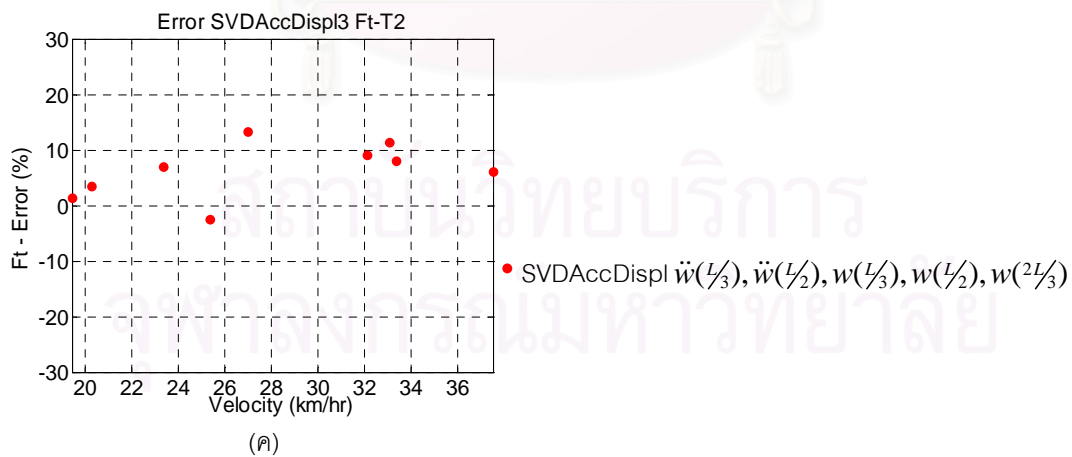
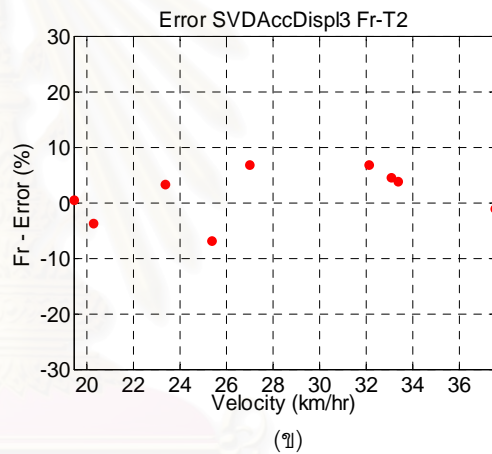
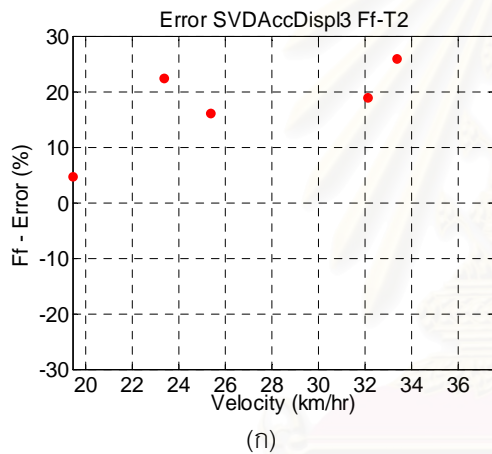
6.5.2 การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนต้วร่วมกับความเร็ว

เนื่องจากการทดสอบภาคสนามนี้ข้อมูลความเร็วที่เก็บวัดได้สองตำแหน่งเท่านั้นคือที่ระยะหนึ่งส่วนสามความยาวและกึ่งกลางสะพาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้ข้อมูลการแอนต้วสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ และความเร็วสองตำแหน่ง $\dot{w}(L/3)$, $\dot{w}(L/2)$ ร่วมด้วย ในทำนองเดียวกับการศึกษาในแบบจำลองค่าน้ำหนักสถิตที่ได้จากการเฉื่อยน้ำหนักทางพลศาสตร์แบบดัดบริเวณปลายออกจะมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการเฉื่อยน้ำหนักทางพลศาสตร์ทั้งหมด ดังรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนและความเร็วรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วต่างๆ โดยจะพิจารณาเพลาน้ำ เลาหลังและน้ำหนักรวมดังแสดงในรูปที่ 6.33 ถึง 6.35

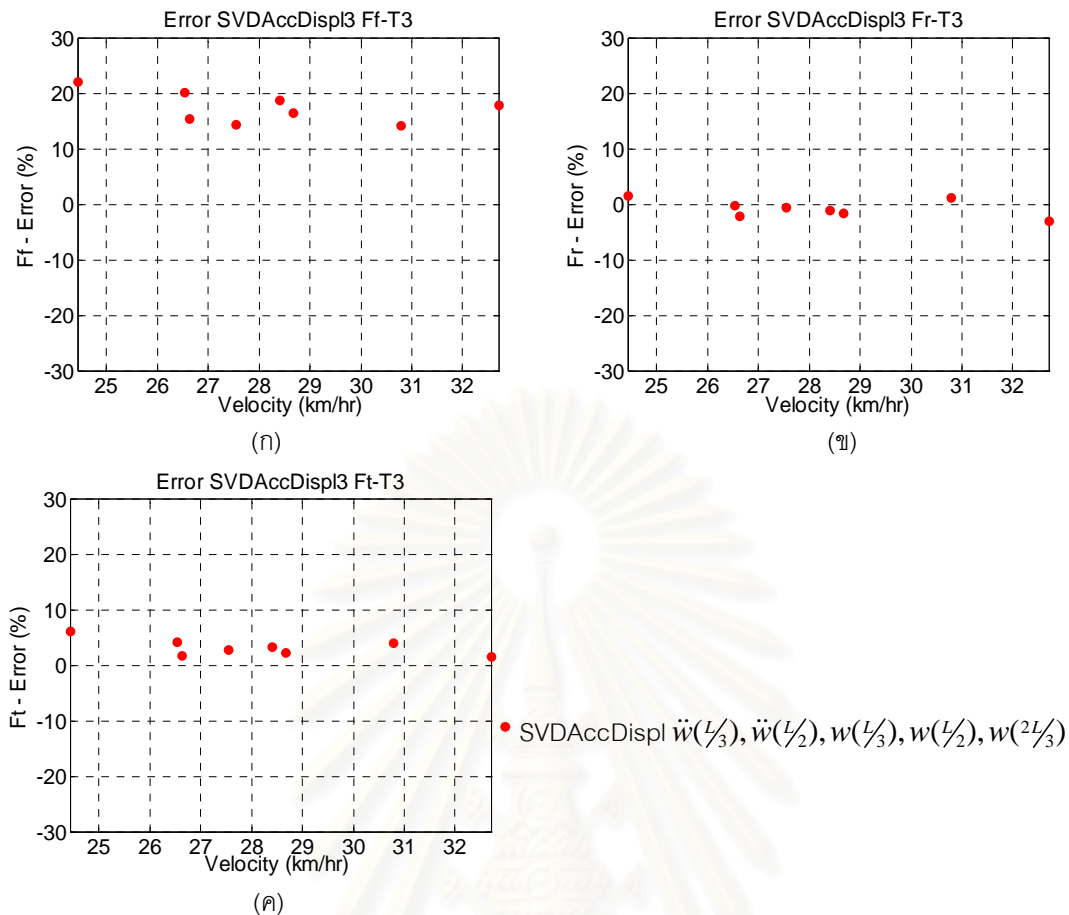




รูปที่ 6.33 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\dot{w}(L/3)$, $\dot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.34 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแทนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่ง $\dot{w}(L/3)$, $\dot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



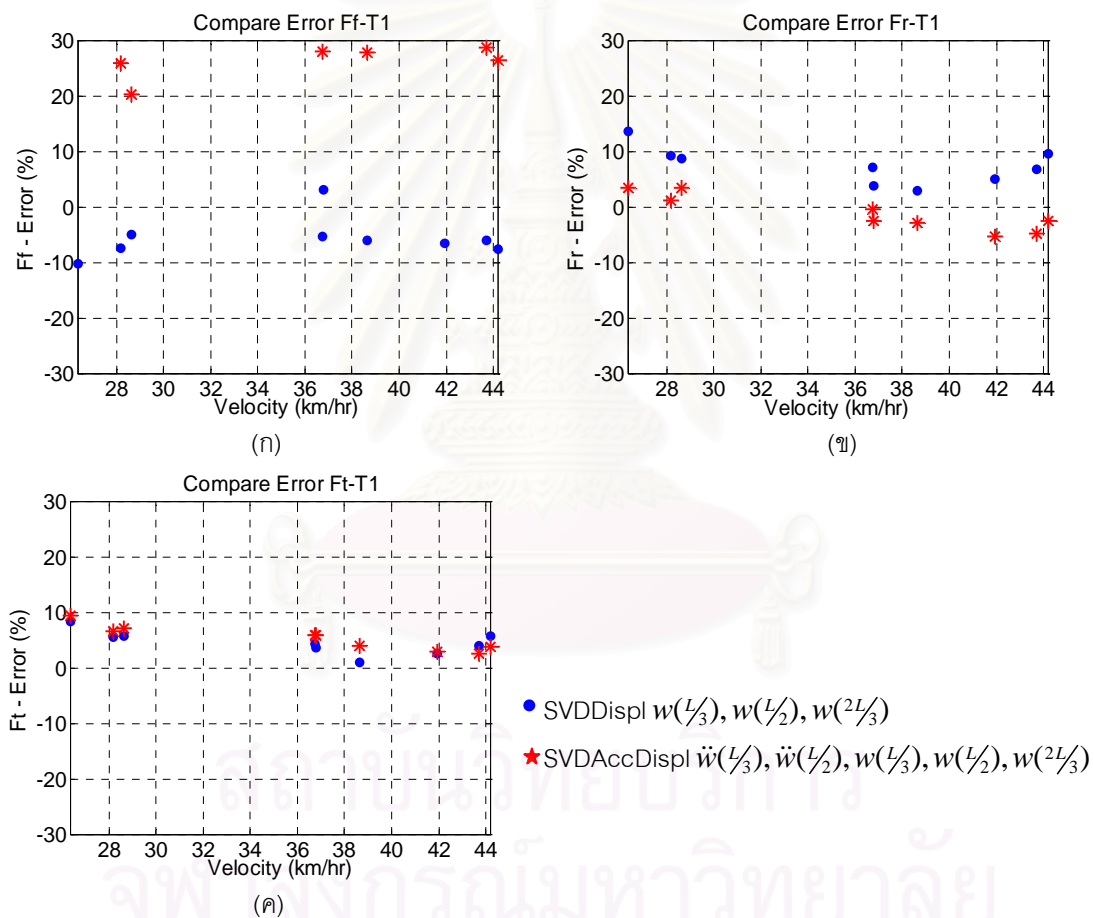
รูปที่ 6.35 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยการใช้การแ่นตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่งคือหนึ่งในสามและกึ่งกลางความยาวสะพาน $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ พบว่าความคลาดเคลื่อนที่ได้สอดคล้องกับการศึกษาประสิทธิภาพการหาน้ำหนักบรรทุกบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ นั่นคือ การเฉลี่ยค่าน้ำหนักแบบไม่รวมปลายจะให้ความถูกต้องมากขึ้น ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาน้ำ (F_f) มีค่ามากกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) คือเพลาน้ำค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง 0 ถึง 30% ส่วนเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) มีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -12 ถึง 12% ในทำนองเดียวกับการคำนวณน้ำหนักบรรทุกโดยใช้การแ่นตัวเท่านั้น ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาน้ำ (F_f) มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) น่าจะมีสาเหตุมาจากการถ่ายน้ำหนักระหว่างเพลาน้ำของรถบรรทุกมีผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์รวมอยู่ด้วยในอัตราส่วนที่ค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักทางสถิตที่คำนวณได้

จากข้อมูลการทดสอบภาคสนามโดยใช้การแ่นตัวสามตำแหน่งคือหนึ่งในสาม, กึ่งกลางและสองในสามของความยาวสะพาน $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ร่วมกับความเร็วสองตำแหน่งคือหนึ่งในสามและกึ่งกลางความยาวสะพาน $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ พบว่าความคลาดเคลื่อนที่ได้สอดคล้องกับการศึกษาประสิทธิภาพการหาน้ำหนักบรรทุกบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ นั่นคือ การเฉลี่ยค่าน้ำหนักแบบไม่รวมปลายจะให้ความถูกต้องมากขึ้น ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาน้ำ (F_f) มีค่ามากกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) คือเพลาน้ำค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าระหว่าง 0 ถึง 30% ส่วนเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) มีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -12 ถึง 12% ในทำนองเดียวกับการคำนวณน้ำหนักบรรทุกโดยใช้การแ่นตัวเท่านั้น ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาน้ำ (F_f) มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) น่าจะมีสาเหตุมาจากการถ่ายน้ำหนักระหว่างเพลาน้ำของรถบรรทุกมีผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์รวมอยู่ด้วยในอัตราส่วนที่ค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักทางสถิตที่คำนวณได้

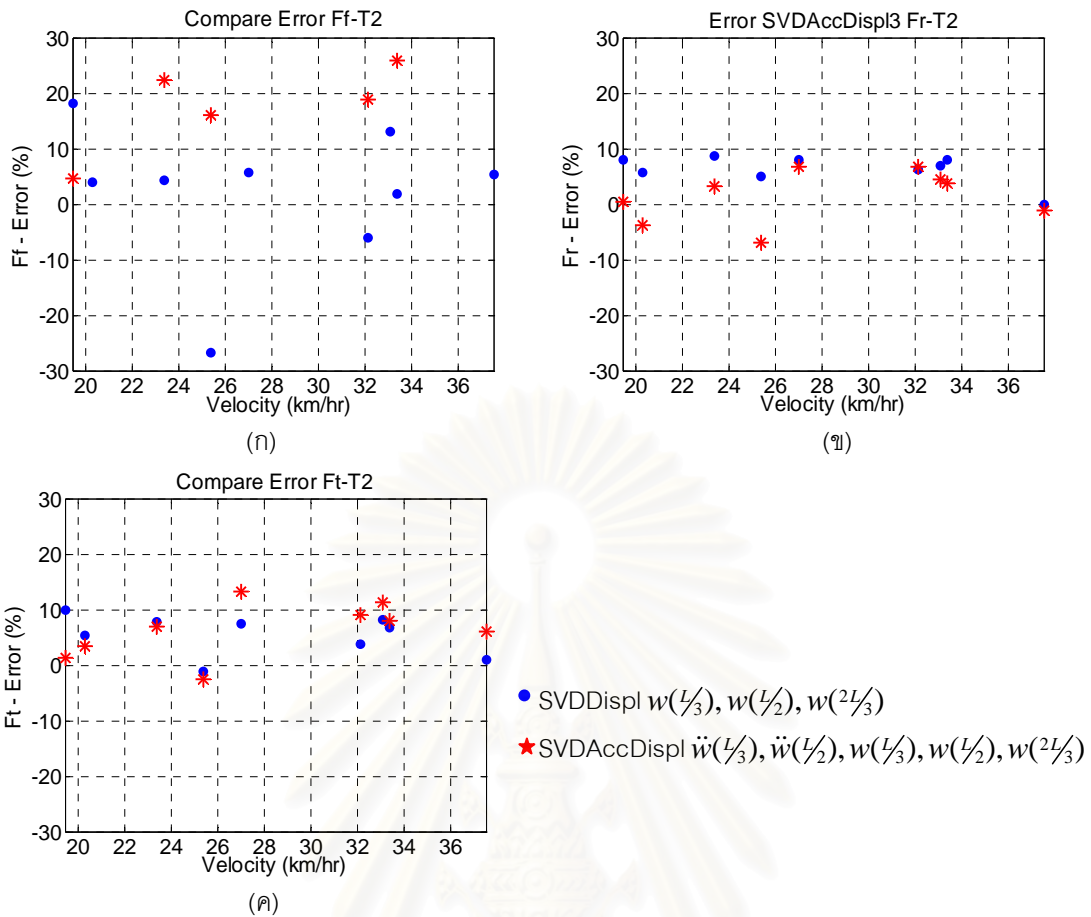
ในทำนองเดียวกับการคำนวณน้ำหนักบรรทุกโดยใช้การแ่นตัวเท่านั้นอิทธิพลของความเร็วและอิทธิพลของน้ำหนักของรถบรรทุกไม่สามารถยืนยันแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนได้เนื่องจาก ความเร็วของรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานถูกจำกัดด้วยสภาวะจราจรและความปลอดภัยในการทดสอบภาคสนาม และระดับน้ำหนักบรรทุกทุกไม่แตกต่างกันอย่างชัดเจน

6.5.3 เปรียบเทียบการทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัวและการแอนตัวร่วมกับ
ความเร่ง

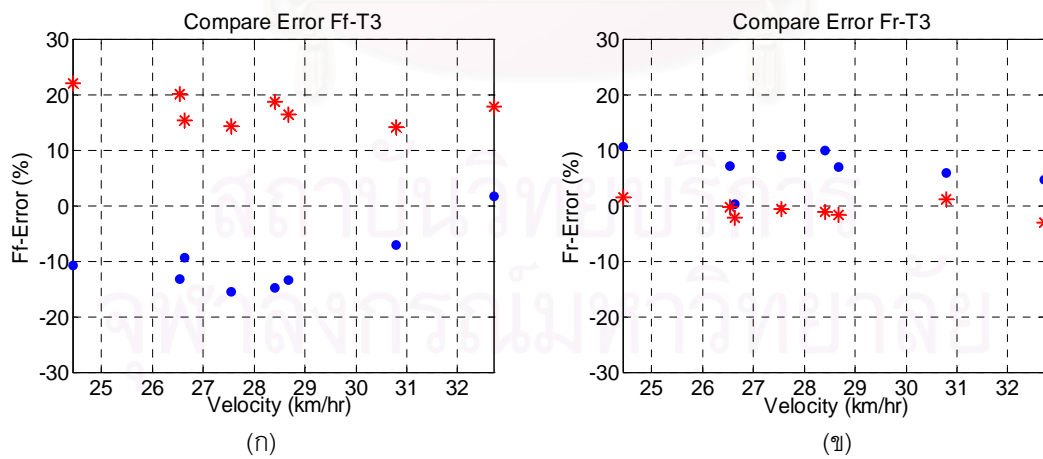
เนื่องจากการคำนวณน้ำหนักสถิตโดยการเฉลี่ยแบบตัดบริเวณปลายให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ดีกว่า
ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนในกรณีการแอนตัวสามตำแหน่งคือหนึ่งในสาม, กึ่งกลาง
และสองในสามของความยาวสะพาน $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ และการแอนตัวสามตำแหน่งที่มีความเร่งร่วม
ด้วยสองตำแหน่งคือ หนึ่งในสามและกึ่งกลางสะพาน $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$, $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ เปรียบเทียบ
ความคลาดเคลื่อนแสดงดังรูปที่ 6.36 ถึง 6.38

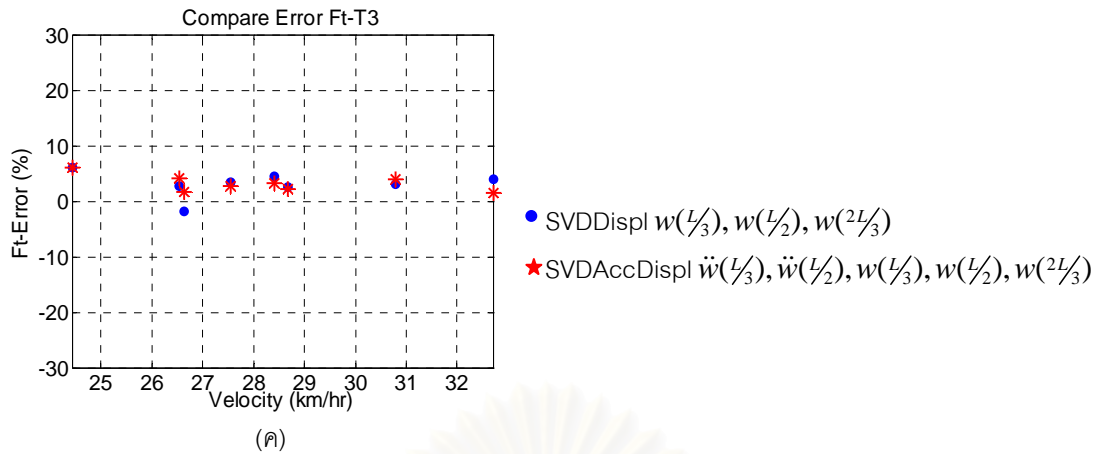


รูปที่ 6.36 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก T1 โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง
 $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ เท่านั้นและการแอนตัวร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ (ก)
น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.37 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก T_2 โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ เท่านั้นและการแอนตัวร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3), \ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_T ตามลำดับ





รูปที่ 6.38 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ เท่านั้นและการแอนตัวร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนพบว่า ความคลาดเคลื่อนน้ำหนักรวม (F_t) ไม่แตกต่างกันมาก ส่วนความคลาดเคลื่อนเพลหน้า (F_f) นั้นมีความแตกต่างกันกล่าวคือ เมื่อใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ เท่านั้น ค่าความคลาดเคลื่อนจะมีค่าน้อยกว่าการใช้การแอนตัวสามตำแหน่งร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$, $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ ส่วนความคลาดเคลื่อนเพลหลัง (F_r) นั้นมีค่าตรงกันข้ามกับความคลาดเคลื่อนเพลหน้า (F_f) กล่าวคือ เมื่อใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ เท่านั้น ค่าความคลาดเคลื่อนจะมีค่ามากกว่าการใช้การแอนตัวสามตำแหน่งร่วมกับความเร่งสองตำแหน่ง $\ddot{w}(L/3)$, $\ddot{w}(L/2)$, $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ อย่างไรก็ตามระดับของความคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกันมากนัก

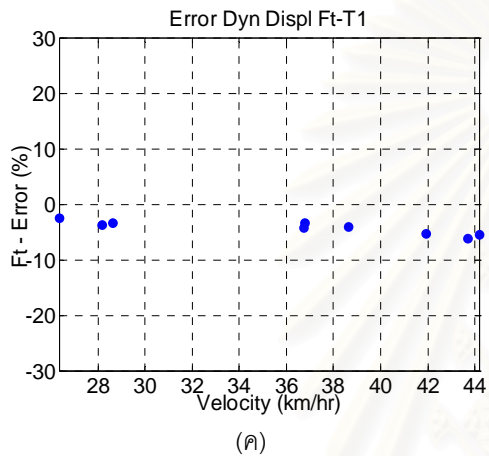
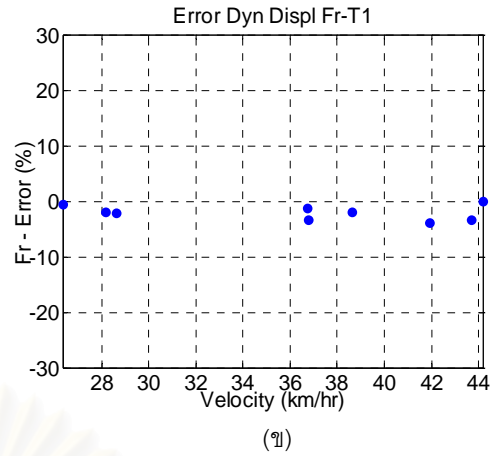
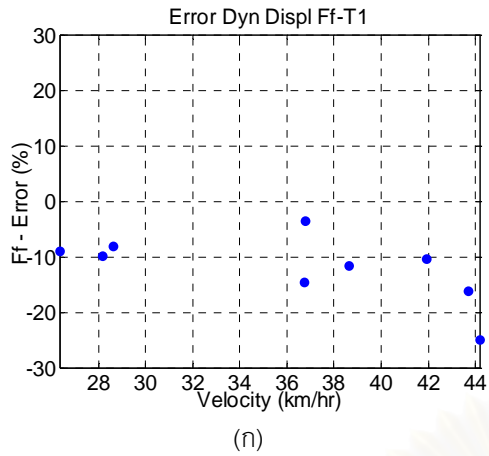
ในทำนองเดียวกับการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ การใช้การแอนตัวเพียงอย่างเดียวใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าการใช้การแอนตัวร่วมกับความเร่ง และขึ้นอยู่กับการคำนวณที่เข้าต่ำกว่าซึ่งจะใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าด้วย

6.6 การทดสอบภาคสนามคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกทุกโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิง

การคำนวณโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิง ในงานวิจัยนี้ใช้ค่าการแอนตัวที่แปลงมาจากความเครียดตั้งที่กล่าวในหัวข้อการแปลงความเครียดเป็นการแอนตัวดังแสดงในหัวข้อ 4.2.1 แทนการใช้ข้อมูลการแอนตัวจากการตรวจวัดโดยตรง ในทำนองเดียวกันกับการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์

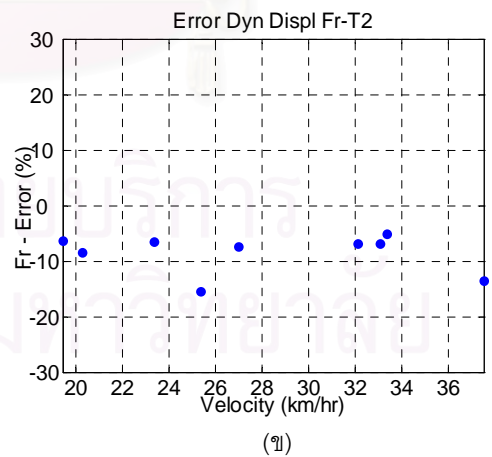
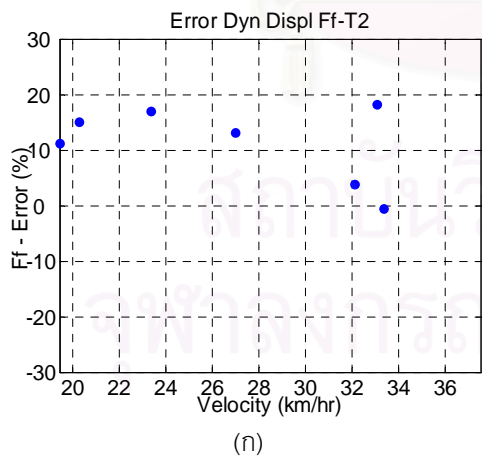
6.6.1 การทดสอบภาคสนามคำนวณโดยใช้การแอนตัว

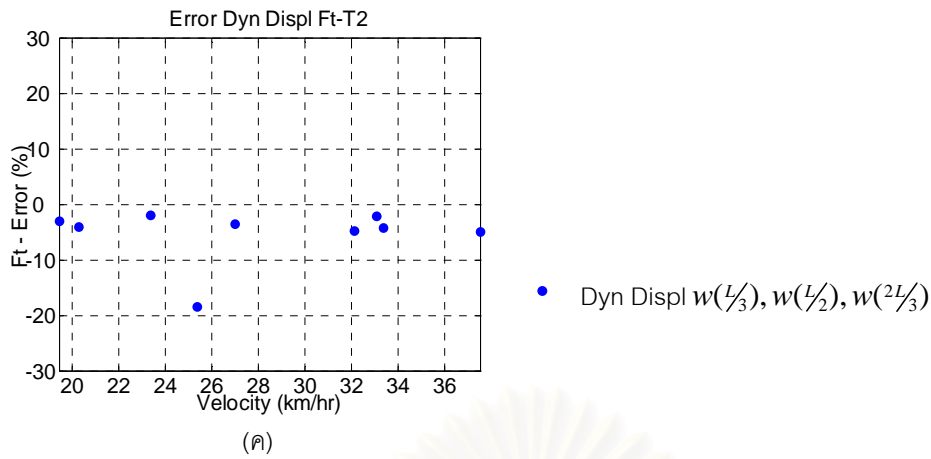
ความคลาดเคลื่อนน้ำหนักบรรทุกทุกที่ทดสอบภาคสนาม ซึ่งแบ่งน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นสามระดับตามที่กล่าวในหัวข้อก่อนหน้านี้ ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนและความเร็วบรรทุกทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วต่างๆ โดยจะพิจารณาเพลหน้า เพลหลังและน้ำหนักรวม ดังแสดงในรูปที่ 6.39 ถึง 6.41



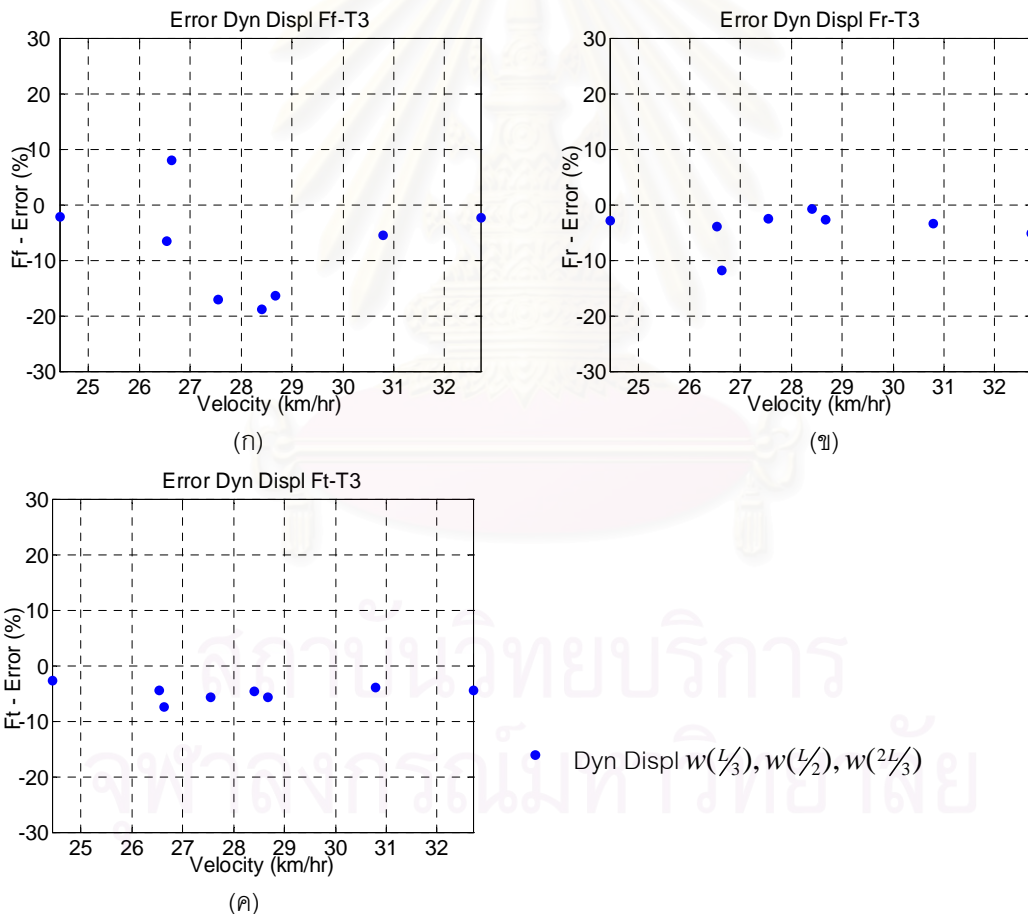
• Dyn Displ $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$

รูปที่ 6.39 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอ่นตัว $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 6.40 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอ่นตัว $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.41 ความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและใช้ข้อมูลการแอ่นตัว $w(L/3)$, $w(L/2)$, $w(2L/3)$ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

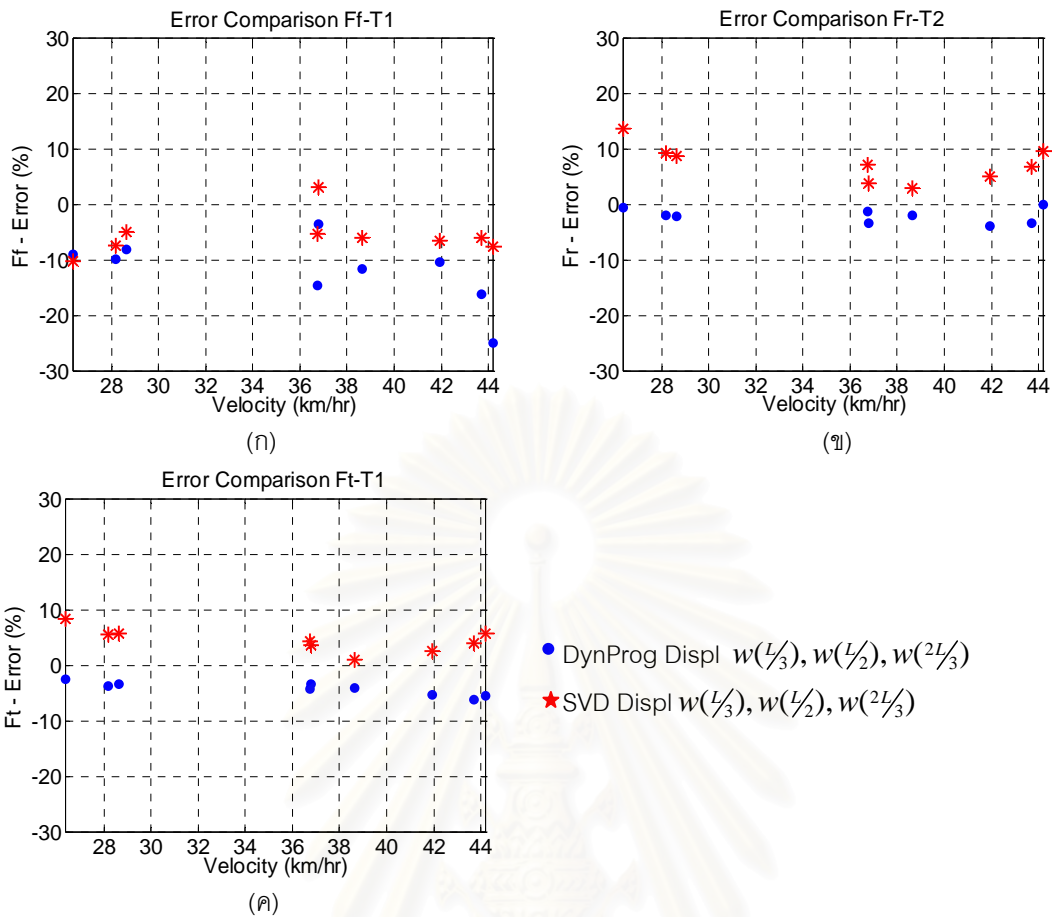
จากข้อมูลการทดสอบภาคสนามโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิงโดยการใช้อันตรัสสามตำแหน่ง พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนในเพลาน้ำ (F_f) มีค่ามากกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) คือ เพลาน้ำมีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -20 ถึง 20% ส่วนเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) มีค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง -10 ถึง 10% เพลาน้ำ (F_f) มีค่าความคลาดเคลื่อนสูงกว่าเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) ซึ่งน่าจะมีสาเหตุมาจากการถ่ายน้ำหนักระหว่างเพลารอบรถทุกขณะเคลื่อนที่อยู่บนช่วงสะพานที่ทำการทดสอบและเมื่อสังเกตจากลักษณะของน้ำหนักที่คำนวณได้ก่อนการเฉลี่ยจะพบว่ามีความแปรปรวนค่อนข้างมาก นั่นคือลักษณะของน้ำหนักที่คำนวณได้จะมีผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์รวมอยู่ด้วยในอัตราส่วนที่ค่อนข้างมากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักทางสถิตที่คำนวณได้ ประกอบกับอัตราส่วนของช่วงความยาวของสะพานที่ทำการทดสอบกับระยะเพลารอบรถทุกมีค่าค่อนข้างน้อยจึงมีช่วงระยะเวลาที่รถบรรทุกอยู่บนสะพานค่อนข้างน้อยทำให้การเฉลี่ยพลศาสตร์ของเพลารถหรือน้ำหนักรวมทำได้ไม่ถูกต้องนัก จึงทำให้การกรองผลทางพลศาสตร์จากน้ำหนักที่คำนวณได้โดยการเฉลี่ยไม่ดีพอ

เมื่อพิจารณาถึงอิทธิพลของความเร็ว ถึงแม้ว่าการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์นั้นมีแนวโน้มความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วสูงขึ้น อย่างไรก็ตามการทดสอบภาคสนามนี้ค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันมากนัก เนื่องจากความเร็วรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบไม่แตกต่างกันอย่างชัดเจน

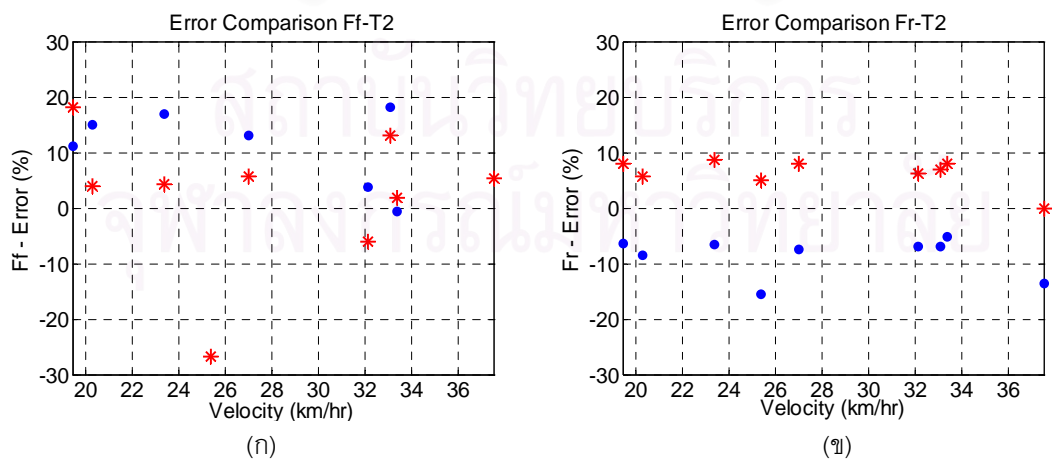
เมื่อพิจารณาถึงอิทธิพลของน้ำหนักของรถบรรทุกพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่ต่างกันมากนัก โดยเมื่อพิจารณาในรูปแบบร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนนั้น ร้อยละความคลาดเคลื่อนไม่ได้ขึ้นโดยตรงกับระดับน้ำหนักรถบรรทุก แต่เมื่อพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนจริงที่เกิดขึ้น ค่าน้ำหนักรวม (F_t) ของรถบรรทุกที่คลาดเคลื่อนจริงจะมีค่าค่อนข้างคงที่ คือ ประมาณ (-500 ถึง -2000 กิโลกรัม) ซึ่งเป็นการแสดงว่าค่าความคลาดเคลื่อนอาจจะไม่ขึ้นกับผลของน้ำหนักรถบรรทุกก็เป็นได้

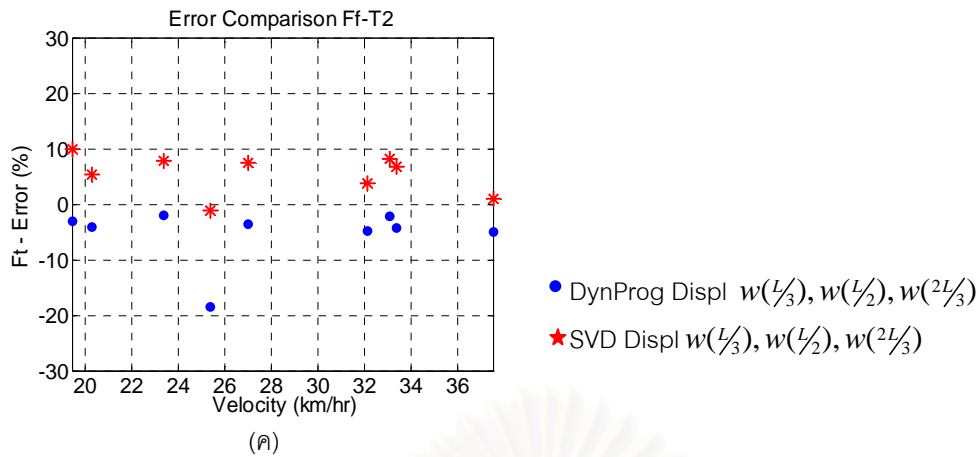
6.7 เปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้อันตรัสสามและการคำนวณโดยใช้การแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

ในทำนองเดียวกับการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ วิธีไดนามิกโปรแกรมมิงใช้อันตรัสสามเท่าที่นั่นดังนั้นในงานวิจัยนี้จะเปรียบเทียบเฉพาะในกรณีการคำนวณที่ใช้การอันตรัสสามในการคำนวณ ในการคำนวณโดยใช้การแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบนั้นพบว่า การใช้อันตรัสสามตำแหน่งและน้ำหนักทางสถิตหาจากการเฉลี่ยแบบตัดปลายออกให้ความคลาดเคลื่อนที่ต่ำกว่าและใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าการนำความเร่งมารวมด้วย ดังนั้นในการเปรียบเทียบนี้จะเปรียบเทียบระหว่างการใช้การอันตรัสสามตำแหน่งคำนวณโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิงและวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

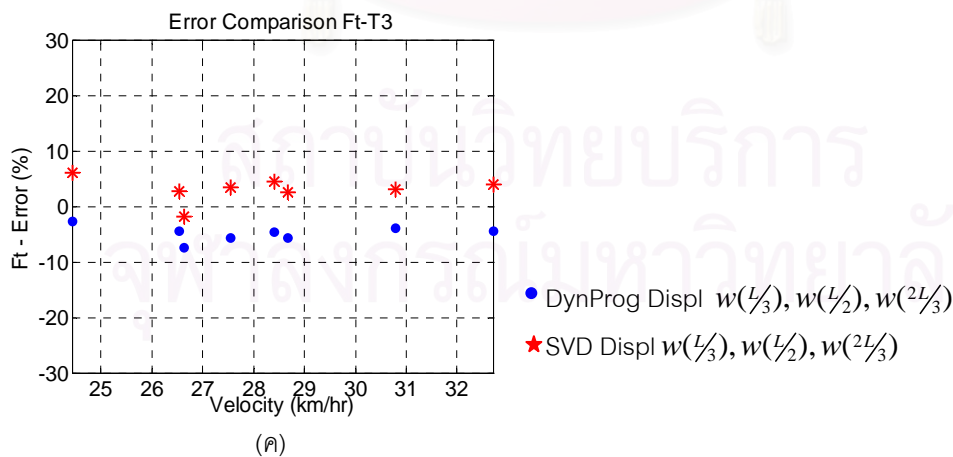
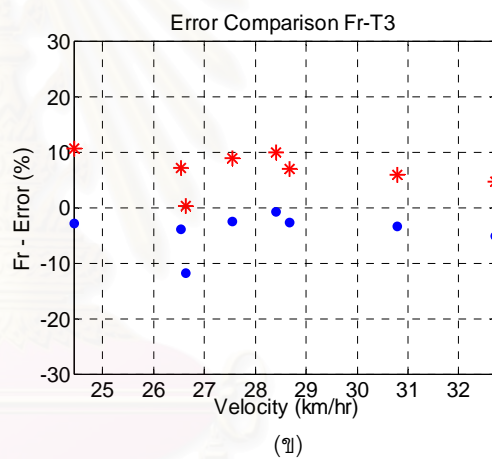
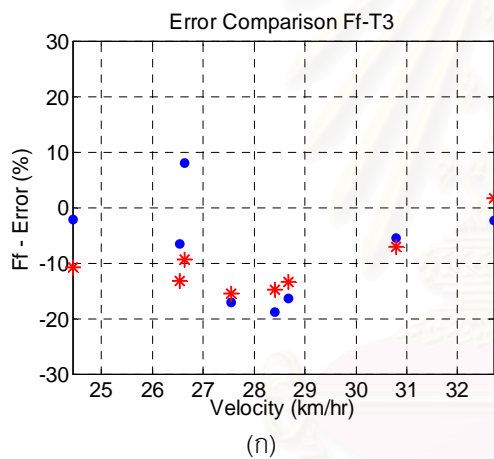


รูปที่ 6.42 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T1$ โดยใช้การแอนตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลาหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลาหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ





รูปที่ 6.43 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T2$ โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ



รูปที่ 6.44 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก $T3$ โดยใช้การแก้ตัวสามตำแหน่ง $w(L/3), w(L/2), w(2L/3)$ คำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ (ก) น้ำหนักเพลหน้า F_f (ข) น้ำหนักเพลหลัง F_r และ(ค) น้ำหนักรวม F_t ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนพบว่า การคำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งนั้นมีค่าความคลาดเคลื่อนเพลาหน้า (F_f) สูงกว่าวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ แต่ความคลาดเคลื่อนเพลาหลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) นั้นมีค่าไม่แตกต่างกันมากนัก นอกจากนี้เวลาที่ใช้ในการคำนวณโดยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งน้อยกว่ามากและไม่จำเป็นต้องหาค่าพารามิเตอร์ต่ำสุดเช่นเดียวกับวิธีการแก้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ

6.8 ระดับความถูกต้องของการหาน้ำหนักบรรทุก

ในการคำนวณความคลาดเคลื่อนจะคำนวณเป็นร้อยละแสดงดังตารางที่ 6.2 โดยพิจารณาอิทธิพลของระดับน้ำหนักบรรทุกและความเร็วบรรทุก ว่าสอดคล้องกับการศึกษาบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์หรือไม่ เมื่อรถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วและความขรุขระมากจะทำให้เกิดผลทางพลศาสตร์มาก ความคลาดเคลื่อนจึงมากตามไปด้วย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

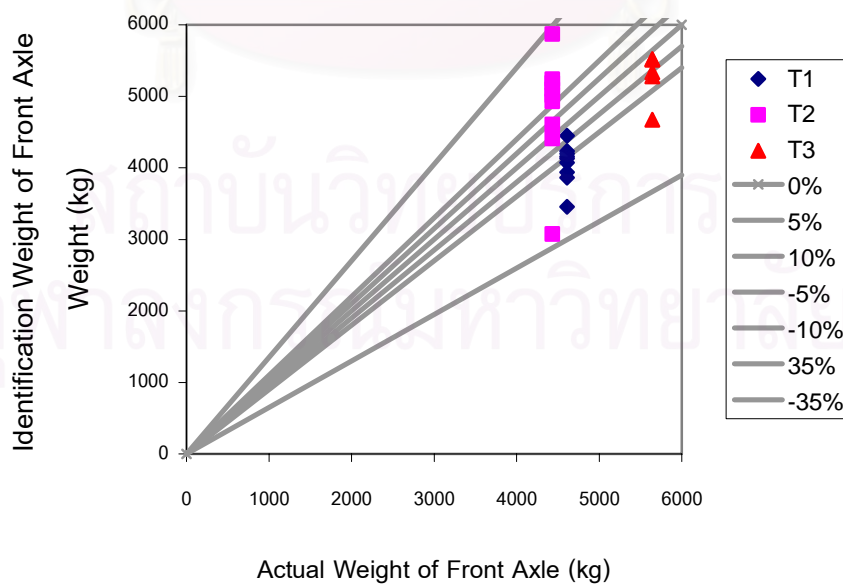
กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่		น้ำหนักบรรทุกเบา			น้ำหนักบรรทุกปานกลาง			น้ำหนักบรรทุกหนัก		
		การทดสอบครั้งที่			การทดสอบครั้งที่			การทดสอบครั้งที่		
ตำแหน่งช่องจราจรกลางสะพาน		1	2	3	1	2	3	1	2	3
ความเร็วต่ำ	จำนวนรอบที่คำนวณ	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	ความเร็ว(กม./ชม.)	28	29	26	20	23	19	27	27	24
	น้ำหนักเพลาน้ำ(กก.)	4157	4233	4197	5100	5190	4930	6094	5278	5520
	Error Static (%)	-9.82	-8.17	-8.95	15.00	17.00	11.20	7.96	-6.50	-2.22
	น้ำหนักเพลาลัง(กก.)	15931	15909	16155	17300	17700	17700	17772	19355	19547
	Error Static (%)	-2.02	-2.16	-0.65	-8.58	-6.56	-6.48	-11.76	-3.90	-2.95
	น้ำหนักรวม(กก.)	20088	20143	20352	22400	22900	22600	23866	24633	25067
Error Static (%)	-3.75	-3.49	-2.48	-4.11	-2.09	-3.13	-7.44	-4.47	-2.79	
ความเร็วปานกลาง	จำนวนรอบที่คำนวณ	7	7	7	7	8	7	7	7	7
	ความเร็ว(กม./ชม.)	37	37	39	33	25	27	33	31	28
	น้ำหนักเพลาน้ำ(กก.)	3937	4448	4071	4411	3072	5014	5511	5336	4675
	Error Static (%)	-14.60	-3.52	-11.69	-0.55	-30.72	13.05	-2.37	-5.47	-17.18
	น้ำหนักเพลาลัง(กก.)	16032	15693	15938	17950	15976	17517	19101	19454	19620
	Error Static (%)	-1.40	-3.49	-1.98	-5.18	-15.60	-7.47	-5.16	-3.41	-2.58
	น้ำหนักรวม(กก.)	19969	20141	20009	22361	19049	22531	24612	24790	24296
Error Static (%)	-4.32	-3.49	-4.13	-4.30	-18.47	-3.57	-4.55	-3.86	-5.78	
ความเร็วสูง	จำนวนรอบที่คำนวณ	7	8	7	7	7	7			
	ความเร็ว(กม./ชม.)	44	44	42	28	32	33	-	-	-
	น้ำหนักเพลาน้ำ(กก.)	3863	3453	4130	5870	4605	5240	-	-	-
	Error Static (%)	-16.20	-25.09	-10.40	32.36	3.84	18.16	-	-	-
	น้ำหนักเพลาลัง(กก.)	15717	16258	15600	16347	17614	17613	-	-	-
	Error Static (%)	-3.34	-0.01	-3.94	-13.64	-6.95	-6.96	-	-	-
	น้ำหนักรวม(กก.)	19580	19711	19800	22217	22219	22853	-	-	-
Error Static (%)	-6.18	-5.55	-5.37	-4.91	-4.90	-2.19	-	-	-	

ตาราง 6.2 ผลการทดสอบการหาค่าความคลาดเคลื่อนทางสถิติ

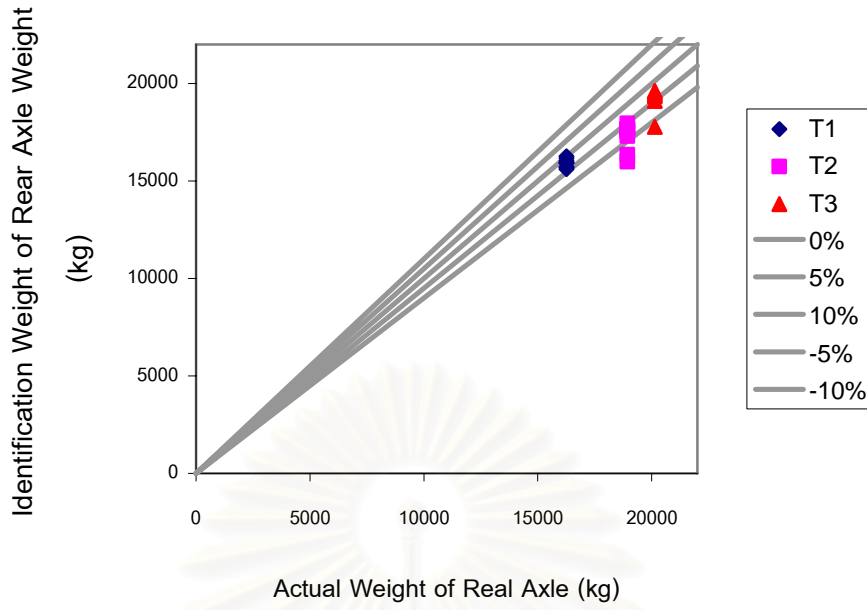
ค่าความคลาดเคลื่อนเพลาหน้า (F_f) โดยส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 35\%$ และค่าความคลาดเคลื่อนของเพลาหลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) พบว่าผลการทดสอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดีพอสมควร โดยผลการคำนวณน้ำหนักโดยส่วนใหญ่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 14\%$ สำหรับเพลาหลัง (F_r) และอยู่ในช่วง $\pm 8\%$ สำหรับน้ำหนักรวม (F_t) ซึ่งจากจำนวนการทดสอบในครั้งนี้ทั้งหมด 24 การทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ 6.45 ถึงรูปที่ 6.47 และตารางที่ 6.2 ถึง 6.3

	ประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนัก					
	แบบจำลองคอมพิวเตอร์			ผลการทดสอบภาคสนาม		
	สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ		ไดนามิก โปรแกรมมิง	สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ		ไดนามิก โปรแกรมมิง
	การแอ่นตัว	การแอ่นตัว ร่วมกับ ความเร่ง	การแอ่นตัว	การแอ่นตัว	การแอ่นตัว ร่วมกับ ความเร่ง	การแอ่นตัว
น้ำหนักเพลาหน้า	-8% - 3%	-30% - 56%	-37% - 8%	-15% - 6%	4% - 42%	-31% - 32%
น้ำหนักเพลาหลัง	-17% - 6%	-27% - 6%	-27% - 13%	0% - 14%	-7% - 7%	-16% - 0%
น้ำหนักรวม	-15% - 4%	-23% - 8%	-20% - 4%	-2% - 10%	-3% - 14%	-8% - 2%

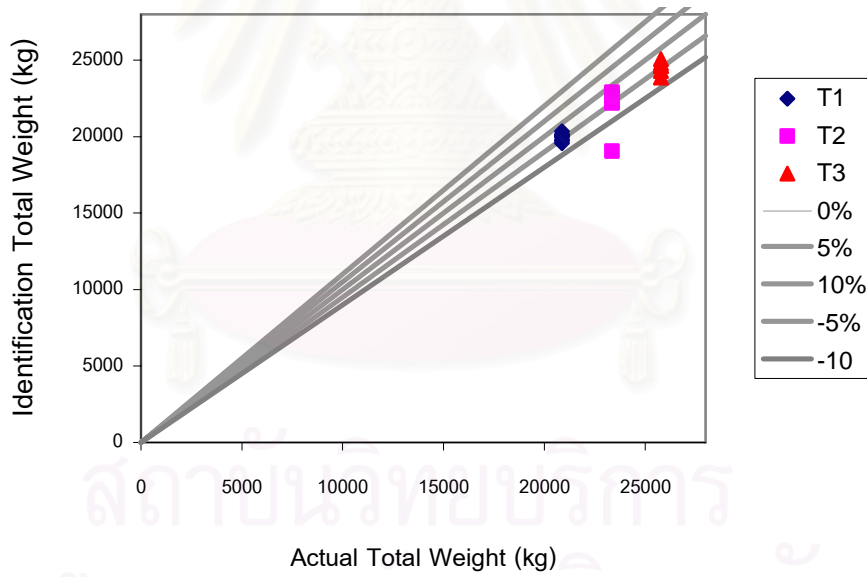
ตาราง 6.3 ร้อยละความคลาดเคลื่อนการคำนวณน้ำหนักบรรทุกทุก



รูปที่ 6.45 ค่าน้ำหนักเพลาหน้า F_f ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง



รูปที่ 6.46 ค่าน้ำหนักเพลาหลัง F_r ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง



รูปที่ 6.47 ค่าน้ำหนักรวม F_t ที่คำนวณได้เทียบกับค่าน้ำหนักที่วัดจริง

บทที่ 7 อภิปรายและบทสรุป

การคำนวณน้ำหนักรถที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานนั้น โดยทั่วไปใช้ผลตอบสนองของสะพาน คือ ความเครียด การแอ่นตัว ความเร็วและความเร่งของสะพานแต่จากการทดสอบภาคสนามที่ผ่านมา การใช้ความเครียดมีข้อจำกัดหลายประการ ดังนั้นการคำนวณน้ำหนักรถที่เคลื่อนที่โดยคำนวณจากการแอ่นตัวหรือความเร่งของสะพานจึงเป็นการสะดวกกว่าและน่าจะให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าสัญญาณความเครียด (Zhu and Law, 2003) โดยเฉพาะในกรณีที่มีสภาพสนามเอื้ออำนวยต่อการติดตั้งอุปกรณ์วัดการแอ่นตัวได้โดยตรง เช่น บริเวณใต้ทางขึ้นและทางลงของสะพานซึ่งสามารถติดตั้งอุปกรณ์วัดการแอ่นตัวสะพานได้โดยตรงเนื่องจากมีพื้นดินเป็นจุดอ้างอิง ส่วนในกรณีที่สะพานอยู่สูงจากพื้นดินมากหรืออยู่เหนือแม่น้ำนั้น การคำนวณน้ำหนักรถที่เคลื่อนที่โดยคำนวณจากสัญญาณความเร่งซึ่งได้จากการติดตั้งอุปกรณ์สำหรับวัดความเร่งกับตัวสะพานนั้นสะดวกมากกว่า ดังนั้นในงานวิจัยนี้นอกจากจะได้ศึกษาถึงผลของการคำนวณน้ำหนักรถโดยตรงจากความเร่งแล้ว จะได้พิจารณาการแปลงค่าความเร่งไปเป็นค่าการแอ่นตัวก่อน จากนั้นจึงนำไปใช้น้ำหนักด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งเพื่อให้เกิดความรวดเร็วในการคำนวณ

การศึกษาระสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ ทำได้โดยการสังเคราะห์ข้อมูลสำหรับการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกจากแบบจำลองปฏิกิริยาตอบสนองระหว่างสะพานกับรถบรรทุกและการทดสอบภาคสนาม โดยแบบจำลองที่ใช้ในการคำนวณดังกล่าวรวมผลของความขรุขระของผิวบนสะพานด้วย จากการวิเคราะห์เชิงใหม่จะสามารถคำนวณข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก เช่น ความเครียด การแอ่นตัว ความเร็วและความเร่ง ที่ตำแหน่งใด ๆ บนสะพานได้ หลังจากนั้นนำข้อมูล ณ ตำแหน่งที่กำหนดมาใช้คำนวณน้ำหนักรถบรรทุก โดยอาศัยวิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบ โดยไม่พิจารณาผลการบิดของสะพาน โดยศึกษาว่าความเร็วรถ ความขรุขระของผิวทางบนสะพาน น้ำหนักรวมของรถว่ามีผลต่อการน้ำหนักบรรทุกมากน้อยเพียงใดซึ่งในงานวิจัยนี้พิจารณาความเร็วรถมีค่าระหว่าง 20 ถึง 140 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ความขรุขระมีค่าระหว่าง 0 ถึง 5 เซนติเมตรและน้ำหนักรวมของรถบรรทุกเป็น 20, 23 และ 26 ตัน

เนื่องจากการทดสอบภาคสนาม ซึ่งได้ทำการศึกษาในส่วนถัดจากการศึกษาบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ ไม่มีข้อมูลการแอ่นตัวโดยตรง จึงทำการศึกษาการแปลงความเครียดเป็นการแอ่นตัวและการแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์ ซึ่งต่อมาได้พบว่าในการทดสอบภาคสนามนั้นมีสัญญาณรบกวนความเร่งทำให้ไม่สามารถแปลงความเร่งเป็นการแอ่นตัวได้อย่างถูกต้อง

การทดสอบภาคสนามได้ทำการศึกษามลกระทบของปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องได้แก่ น้ำหนักและความเร็วของรถบรรทุก โดยทำการทดสอบที่สะพานข้ามคลองบางน้อยซึ่งมีรูปแบบโครงสร้างเป็นสะพานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 3 ช่องจราจร (1 ทิศทางจราจร) โดยแต่ละช่วงสะพานที่ทำการทดสอบมีความยาวช่วงประมาณ 10 เมตร แผ่นพื้นใช้ระบบพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงสำเร็จรูปขนาดกว้าง 1 เมตร วางเรียงกันทับหน้าด้วยคอนกรีต (topping) ความหนารวมประมาณ 45 เซนติเมตร กว้าง 14 เมตร ซึ่งรถบรรทุกที่ใช้ในการทดสอบมีค่า

ระยะห่างระหว่างเพลลา 4.4 เมตร โดยใช้ทรายในการทำน้ำหนักรถบรรทุกซึ่งมี 3 ระดับคือประมาณ 20 ตัน 23 ตัน และ 26 ตัน

จากการศึกษาการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกพบว่า มีความเป็นไปได้ในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งโดยใช้การแอนตัวสะพานเท่านั้น หรือด้วยวิธีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบโดยใช้การแอนตัวสะพานเท่านั้นหรือการแอนตัวร่วมกับความเร่งสะพาน กรณีการคำนวณโดยตรงจากสมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบนั้นพบว่า สามารถสร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักรถบรรทุกที่กระทำกับสะพานกับข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกกล่าวคือ การแอนตัวเท่านั้นหรือการแอนตัวร่วมกับความเร่งสะพานได้ อย่างไรก็ตามพบว่าการใช้ความเร่งร่วมด้วยในการคำนวณนั้นทำให้ประสิทธิภาพในการคำนวณทางด้านความถูกต้องลดลงและเวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้น ในกรณีการคำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งโดยใช้การแอนตัวสะพานเท่านั้นพบว่าใช้เวลาน้อยกว่าและเหมาะสมที่จะนำไปใช้งานมากกว่า สำหรับข้อมูลการแอนตัวสะพานนั้นจากการศึกษาแบบจำลองคอมพิวเตอร์พบว่า การแปลงความเร่งเป็นการแอนตัวนั้นทำให้สามารถทำงานได้สะดวกมากขึ้น แต่เมื่อทำการทดสอบภาคสนามกลับพบว่าปัญหาหาสัญญาณรบกวนทำให้ไม่สามารถที่จะแปลงค่าความเร่งเป็นการแอนตัวได้อย่างถูกต้อง

ประสิทธิภาพและระดับความถูกต้องในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก

เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกพบว่า การคำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบนั้นเมื่อใช้การแอนตัวร่วมกับความเร่งจะส่งผลให้ต้องใช้จำนวนโหมดในการคำนวณที่สูงขึ้น นอกจากนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าเนื่องจากเมตริกซ์มีขนาดใหญ่ อีกทั้งยังต้องคำนวณหาเรกกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ที่เหมาะสมด้วย ในส่วนค่าความคลาดเคลื่อนนั้น การคำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบให้ค่าความคลาดเคลื่อนเพลลานั้นน้อยกว่าการคำนวณด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งกล่าวคือมีค่าระหว่าง -15% ถึง 6% ในขณะที่วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง -31% ถึง 32% อย่างไรก็ตามความคลาดเคลื่อนน้ำหนักเพลลารวมจะไม่ต่างกันมากนักกล่าวคืออยู่ระหว่าง -2% ถึง 10% และ -8% ถึง 2% สำหรับการคำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ทั้งระบบและวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งตามลำดับดังแสดงในตารางที่ 6.3 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสรุปว่าวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งร่วมด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำที่เหมาะสมที่สุดในการนำไปใช้งานจริงในภาคสนาม

อิทธิพลต่อระดับความถูกต้องในการคำนวณน้ำหนักรถบรรทุก

จากการศึกษาการหาน้ำหนักรถบรรทุกขณะเคลื่อนที่บนสะพานด้วยการทดสอบภาคสนามโดยใช้การแอนตัวหรือความเร่งของสะพานที่ตรวจวัดได้มาทำการหาน้ำหนักรถบรรทุกนั้น พบว่าการใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งร่วมกับเทคนิคการคำนวณซ้ำสามารถให้ผลการคำนวณน้ำหนักที่มีความถูกต้องใกล้เคียงกับค่าน้ำหนักจริงของรถบรรทุกทดสอบ แม้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลลานั้นโดยส่วนใหญ่จะมีค่าค่อนข้างมากแต่ถ้าพิจารณาในส่วนของคุณค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลลาลังและน้ำหนักรวมที่ได้ก็สามารถยืนยันได้ว่าผล

การทดสอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดีพอสมควร ซึ่งจากผลการศึกษาจากการทดสอบทั้ง 24 การทดสอบในแต่ละรูปแบบ นั้น พบว่ามีอิทธิพลต่างๆ ที่อาจส่งผลกระทบต่อระดับความถูกต้องในการหาน้ำหนัก ดังนี้

อิทธิพลของน้ำหนักรถบรรทุก

การแอ่นตัวของสะพานแปรผันตรงกับค่าน้ำหนักของรถบรรทุกที่ทำการทดสอบ กล่าวคือถ้าน้ำหนักรถที่ใช้ในการทดสอบมีค่ามากขึ้น การแอ่นตัวแต่ละหน้าตัดของสะพานจะมีค่ามากขึ้นด้วย โดยเมื่อทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลาน้ำหนักเพลาลังและน้ำหนักรวมของรถบรรทุก พบว่าผลต่างของค่าน้ำหนักที่คำนวณได้กับค่าน้ำหนักจริงหรือค่าน้ำหนักของรถบรรทุกที่คลาดเคลื่อนจริงจะมีค่าค่อนข้างคงที่ จึงเป็นไปได้ว่าอิทธิพลของน้ำหนักรถบรรทุกต่อการคำนวณหาน้ำหนักนั้นมีน้อยมาก

อิทธิพลของความเร็วของรถบรรทุก

การแอ่นตัวของสะพานเมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านด้วยความเร็วที่สูงจะมีความแปรปรวนมาก นั่นคือการที่รถบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วที่สูง จะส่งผลให้เกิดน้ำหนักทางพลศาสตร์ที่ล้นกระทกระทำกับสะพานสูงเช่นเดียวกัน ซึ่งค่าน้ำหนักทางพลศาสตร์ที่ล้นรถบรรทุกกระทกระทำกับผิวทางของสะพานจะเป็นปัจจัยส่งผลให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นของน้ำหนักที่คำนวณได้และพบว่าแนวโน้มของค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักรถที่หาได้จะมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญเมื่อรถบรรทุกที่ทำการทดสอบเคลื่อนที่ข้ามสะพานด้วยความเร็วที่สูงทั้งในรูปแบบจำลองคอมพิวเตอร์และการทดสอบภาคสนาม

อิทธิพลของความขรุขระของพื้นผิวถนน

แม้ว่าจะมีแต่การศึกษาแบบจำลองคอมพิวเตอร์เท่านั้นแต่จากงานวิจัยที่ผ่านพบว่า ผลของความขรุขระของสะพานมีผลต่อค่าความคลาดเคลื่อนของการหาน้ำหนักค่อนข้างมากซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาแบบจำลองบนคอมพิวเตอร์ ค่าการแอ่นตัวสะพานในกรณีที่มีความขรุขระมากจะแปรปรวนสูงกว่าในกรณีที่มีความขรุขระน้อย โดยผลของน้ำหนักกระทกระทำระหว่างล้นรถบรรทุกที่กระทกระทำผิวสะพานส่งผลให้มีลักษณะของน้ำหนักทางพลศาสตร์เกิดมากขึ้น ทำให้การแอ่นตัวสะพานมีแนวโน้มเดียวกับการที่รถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง นั่นคือลักษณะของน้ำหนักที่คำนวณได้จะมีผลของน้ำหนักทางพลศาสตร์รวมอยู่ด้วยในอัตราส่วนที่ค่อนข้างมากทำให้น้ำหนักที่คำนวณได้มีค่าความคลาดเคลื่อนมากกว่า

งานวิจัยนี้จึงสรุปว่าวิธีไดนามิกโปรแกรมมิงเหมาะสมที่สุดในการนำไปใช้งานจริงในภาคสนาม การคำนวณน้ำหนักรถบรรทุกในกรณีนี้ให้ผลการทดสอบที่มีความถูกต้องแม่นยำพอสมควรและมีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างต่ำ ซึ่งจากจำนวนการทดสอบในกรณีนี้ทั้งหมด 24 การทดสอบ พบว่าถึงแม้ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลาน้ำหนัก (F_f) โดยส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 35\%$ แต่ค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักเพลาลัง (F_r) และน้ำหนักรวม (F_t) พบว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ดีโดยผลการทดสอบโดยส่วนใหญ่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง $\pm 16\%$ สำหรับน้ำหนักเพลาลัง (F_r) และอยู่ในช่วง $\pm 8\%$ สำหรับน้ำหนักรวม (F_t)

ข้อเสนอแนะ

ปัจจัยหลักที่มีผลต่อการคำนวณน้ำหนักคือลักษณะของน้ำหนักทางพลศาสตร์ในเพลารถที่เกิดขึ้น ซึ่งหากค่าน้ำหนักในเพลารถนี้มีความแปรปรวนมากจะทำให้น้ำหนักที่คำนวณมีความคลาดเคลื่อนที่สูง เนื่องจากสมมติฐานของเทคนิคการคำนวณซ้ำนั้นอ้างอิงค่าน้ำหนักทางสถิตด้วยค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทางพลศาสตร์นั่นเอง ซึ่งจากการศึกษาด้วยการศึกษาประสิทธิภาพการคำนวณบนแบบจำลองคอมพิวเตอร์และการทดสอบภาคสนามทั้งหมด มีข้อเสนอแนะในการวิจัยเพิ่มเติมดังนี้

ข้อเสนอแนะในการประยุกต์ใช้จริง

- อุปกรณ์ที่ใช้เก็บวัดข้อมูลควรมีความละเอียดเพียงพอและมีระบบป้องกันสัญญาณรบกวนที่ดี
- การเปรียบเทียบแบบจำลองสะพานมีความสำคัญและมีผลต่อประสิทธิภาพการคำนวณน้ำหนักอย่างมาก
- แบบจำลองสะพานที่ใช้ในการคำนวณน้ำหนักความสอดคล้องกับสภาพสะพานจริง เช่น เป็นแบบคานช่วงเดียวหรือแบบคานต่อเนื่อง เพื่อให้ได้พฤติกรรมที่ใกล้เคียงความจริงที่สุด
- ความขรุขระมีผลต่อความคลาดเคลื่อน ดังนั้นพื้นผิวสะพานควรมีความราบเรียบหรือทำการปรับสภาพพื้นผิวถนนที่ขรุขระก่อนนำมาใช้งาน ผลการคำนวณน้ำหนักจะมีความถูกต้องสูงขึ้น

ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยเพิ่มเติม

- ควรมีการศึกษาการกำจัดสัญญาณรบกวนในสัญญาณความเร่งเพื่อให้สามารถแปลงความเร่งเป็นการแอมป์ตัวได้
- ควรมีการศึกษาและทดสอบการหาน้ำหนักรถบรรทุกในกรณีที่มีหลายเพลลา
- ควรมีการศึกษาการบิดตัวของสะพานเนื่องจากช่องจราจร
- ควรมีการศึกษาการหาระยะห่างเพลลาจากข้อมูลการแอมป์ตัวหรือความเร่งของสะพานโดยไม่ต้องมีการวัดโดยตรง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

- Anil K. Chopra. Dynamics of Structures. New Jersey : Prentice-Hall, 1995.
- Anon Chamchuenwong. Weigh-In-Motion Analysis and Fatigue Assessment of a Steel Overpass Bridge Under Normal Traffic Condition in Bangkok. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Asian Institute of Technology, 1998.
- Bellman R. Introduction to the Mathematical Theory of Control Processes. New York : Academic Press, 1967.
- Boonchu Sedchaicharn. Dynamic Interaction Between 10-Wheel Truck and Steel Multi-Girder Overpass Bridge. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Asian Institute of Technology, 1998.
- Chan T.H.T., Law S.S., Yung T.H. and Yuan X.R. An Interpretive Method for Moving Force Identification. Journal of Sound and Vibration. 1999 : 503-524.
- Chan T.H.T., Law S.S. และ Yung T.H. Moving Force Identification Using an Existing Prestressed Concrete Bridge. Engineering Structures. 2000 : 1261-1270.
- Daniel J.I. Engineering Vibration. New Jersey : Prentice-Hall, 1996.
- Duane Hanselman, Bruce Littlefield. Mastering MATLAB : a comprehensive tutorial and reference. New Jersey : Prentice-Hall, 1996.
- European Commission 4th Framework Programme Transport. Weighing-In-Motion of Axles and Vehicles for Europe (WAVE) – Bridge WIM systems (B-WIM). University College Dublin, June 2001.
- Gary C. Hart, Kevin. Structural Dynamics for Structural Engineers. New York : John Wiley & Sons, 1999.
- Jacobs, O. L. R. An introduction to dynamic programming : the theory of multistage decision processes. London : Chapman and Hall, 1970.
- Karn J.A., Bjorn W. Computer-Controlled Systems Theory and Design. New Jersey : Prentice-Hall, 1997.
- Ki-Tae Park, Sang-Hyo Kim, Heung-Suk Park and Kyu-Wan Lee. The determination of bridge displacement using measured acceleration. Journal of Engineering Structures. 2004.
- Koniditsiotis C. Australian Weigh-In-Motion Technology. Road & Transport Research, 1995 : 114-120.
- Kumut Boonwan. Fatigue Life Evaluation of Steel Overpass Bridges. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Chulalongkorn University, 1998.
- Laman, J.A., and Nowak, A.S. Fatigue-Load Models for Girder Bridges. Journal of Structural Engineering. 1996 : 726-733.
- Law S.S., Chan T.H.T., and Zeng Q.H. Moving Force Identification a Frequency and Time Domains Analysis. Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control. Sep.1999, 394-401.

- Law S.S., Chan T.H.T., and Zeng Q.H. Regularization in Moving Force Identification. Journal of Engineering Mechanics. 2001, 136-148.
- Law S.S., and Fang Y.L. Moving Force Identification : Optimal State Estimation Approach. Journal of Sound and Vibration. 2001, 233-254.
- Law S.S., J.Q.Bu, X.Q. Zhu and S.L. Chan. Vehicle Axle Loads Identification Using Finite Element Method. Journal of Engineering Structures. 2004, 1143-1153.
- Leonard M. Principles and Techniques of Vibrations. New Jersey : Prentice-Hall, 1997.
- Moses, F. Weigh-In-Motion System Using Instrumented Bridges. Transportation Engineering Journal. ASCE, 1979, 233-249.
- Pierre, Donald A. Optimization theory with applications. New York : John Wiley & Sons, 1969.
- Panu Foongsook, Study of Moving Truck Weight Identification by Field. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Chulalongkorn University, 2005.
- Pattarapong Asnachinda, Moving Truck Weight Identification by A Scale-Down Model. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Chulalongkorn University, 2004.
- Polakit Phanapavudhikul, Weight Identification for Moving Trucks on Bridges. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Chulalongkorn University, 2003.
- Sarah K. Leming and Harold L. Stalford, Bridge Weight-In-Motion System Development Using Static Truck/Bridge Models. Proceedings of the American Control Conference. 2002.
- Sarah K. Leming and Harold L. Stalford, Bridge Weight-In-Motion System Development Using Superposition of Dynamic Truck/Static Bridge Interaction. Proceedings of the American Control Conference. 2003.
- Satish C. Sharma, George Stamatinos and John Wyatt Evaluation of IRD-WIM-5000 a Canadian Weigh-In-Motion System. Canadian Journal of Civil Engineering. 1990, 514-520.
- S.R. Subia and M.L. Wang, Nonlinear hysteresis curve derived by direct numerical investigation of acceleration data. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 1995, 321-330.
- Standard Specification for Highway Weigh-in-Motion (WIM) Systems with User Requirements and Test Method. American Society for Testing and Materials. ASTM E1318-94, 1994, 734-745 .
- Thater G., Chang P., Schelling D.R. and Fu C.C. Estimation of Bridge Static Response and Vehicle Weights by Frequency Response Analysis. Canada Journal of Civil Engineering. 1998, 631-639.
- Thawat Akarawittayapoom, Accuracy Improvement of a Moving Truck Identification By Iteration Method. Master's Thesis, Department of Civil Engineering Graduate School Chulalongkorn University, 2003.
- Trujillo D. M. Application of Dynamic Programming to the General Inverse Problem. International Journal of Numerical Methods in Engineering. 1978, 613-624.
- Wu, J.C., Yang, J.N. and Schmitendouf, W. (1998a) Reduced-order H-Infinity and LQR Control for Wind-Excited Tall Buildings. Journal of Engineering Structures. 222-236.

- Yu L. and Chan T.H.T. Moving Force Identification from Bending Moment Response of Bridge. Journal of Structural Engineering and Mechanics. 2002, 151-170.
- Zhu X.Q., Law S.S. Moving Forces Identification on a Multi-Span Continuous Bridge. Journal of Sound and Vibration. 1999, 377-396.
- Zhu X.Q. and Law S.S. Identification of Vehicle Axle Loads From Bridge Dynamic Responses. Journal of Sound and Vibration. 2000, 705-724.
- Zhu X.Q., and Law S.S. Moving Loads Identification Through Regularization. Journal of Engineering Mechanics. ASCE, 2002, 989-1000.
- Zhu X.Q., and Law S.S. Identification of Moving Interaction Forces with Incomplete Velocity Information. Journal of Mechanical Systems and Signal Processing. ,2003, 1349-1366.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายสรายุทธ์ คู่ยยะเสถียร เกิดวันที่ 12 ธันวาคม พ.ศ. 2520 ที่จังหวัดฉะเชิงเทรา สำเร็จการศึกษาปริญญา
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต เมื่อ พ.ศ. 2547



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย