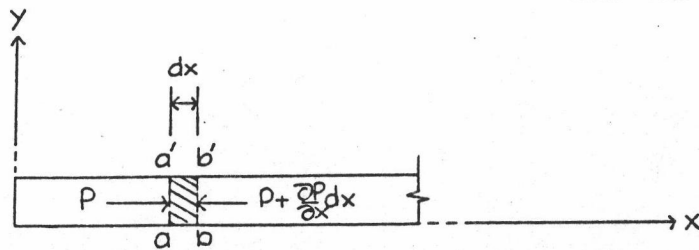


บทที่ 3

การหาค่าลึงรับน้ำหนักของเสาเข็มคอกโดยสมการคลื่น

เท่าที่ปรากฏเป็นหลักฐาน D.V. ISAACS เป็นบุคคลแรกที่ชี้ให้เห็นว่ามีปรากฏการณ์ของคลื่นเกิดขึ้นระหว่างการคอกเสาเข็ม เมื่อปี ค.ศ. 1931 ต่อมาในปี ค.ศ. 1938 E.N. Fox ได้ตีพิมพ์วิธีการใช้สมการคลื่นในงานคอกเสาเข็ม แต่ใช้ไม่ได้ผลนัก เพราะต้องตั้งสมมุติฐานบางข้อให้ง่ายจนไม่ตรงกับสภาพเป็นจริง เนื่องจากไม่มีเครื่องช่วยคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากพอ จนปี ค.ศ. 1960 E.A.L SMITH จึงได้ประยุกต์ทฤษฎีการแพร่ของคลื่น (Theory of stress-wave propagation) จนสามารถใช้กับงานคอกเสาเข็มหรือกับปัญหาต่าง ๆ ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันนี้ได้.

ที่มาของสมการคลื่นสืบได้ (DERIVED) ดังนี้



พิจารณาที่แท่งวัตถุยาว (PRISMATIC BAR) ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด A แขนงนอนไว้อิสระในอากาศ เมื่อมีแรงกระทำกระทบบางส่วน จะทำให้เกิดแรงภายในและการเคลื่อนที่ของส่วนย่อย ๆ ของแท่งวัตถุนั้น

ที่หน้าตัด a'-a

ความเครียด (STRAIN) ที่เกิดขึ้น = $\partial D / \partial X$, D = ระยะที่เคลื่อนที่ตามแนว X
จากกฎของฮุกส์ โมดูลัสความยืดหยุ่น, E = หน่วยแรง/ความเครียด

$$= P/A / \partial D / \partial X$$

ฉะนั้น

$$P = AE \partial D / \partial X$$

ที่หน้าตัด b'-b

$$\begin{aligned}
 \text{แรงที่กระทำ} &= P + \left(\frac{\partial P}{\partial X}\right) dx \\
 &= AE \frac{\partial D}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(AE \frac{\partial D}{\partial X} \right) dx \\
 &= AE \left[\frac{\partial D}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) dx \right] \\
 \text{ฉะนั้นแรงลัพธ์ที่กระทำต่อส่วน } a'b'b &= AE \left[\frac{\partial D}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) dx \right] - AE \frac{\partial D}{\partial X} \\
 &= AE \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) dx \quad \dots (a)
 \end{aligned}$$

$$\text{จากการเคลื่อนที่ของนิวตัน} \quad F = ma$$

ฉะนั้นผลรวมของแรงที่กระทำต่อส่วน

$$\begin{aligned}
 a'b'b &= \text{มวลของส่วน } a'b'b \times \text{ความเร่งของส่วน} \\
 &= a'b'b \cdot m \left(\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \right), t = \text{เวลาใด ๆ. (b)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a) = (b) \quad AE \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) dx &= m \left(\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \right) \\
 \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} &= E \frac{Adx}{m} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) \\
 &= \frac{E}{\rho} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right), \rho = \text{มวล/1 หน่วยปริมาตร} \\
 &\dots (1)
 \end{aligned}$$

ในกรณีของเสาเข็ม หากเทียบกับแท่งวัตถุซึ่งแขวนไว้อิสระในอากาศ ก็จะเปรียบได้ว่าถูกฝังอิสระในดิน ซึ่งสามารถมีแรงต้านทานเกิดขึ้นได้ ฉะนั้นสมการ (1) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial X^2} \right) \pm R, \dots (2)$$

$$R = \text{แรงต้านทานของดิน}$$

SMITH (1960) ได้จำลองสภาพจริงของเสาเข็มที่ตอกเป็นภาพอุดมคติเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ ดังรูป 3.1 เสาเข็มและอุปกรณ์ตอกถูกแบ่งเป็นน้ำหนัทย่อย ๆ เชื่อมกันด้วยสปริง ซึ่งสปริงนี้เปรียบดังสติฟเนสของเสาเข็มของหมอนรองหัวเข็ม หรือของวัสดุอื่น ๆ อีกแล้วแต่ชนิดของเครื่องตอก ดินถูกสมมติว่าไม่มีมวล มีแต่เพียงสปริงและตัวหน่วง (DAMPING) ที่กระทำต่อเสาเข็ม โดยสปริงและตัวหน่วงที่อยู่ด้านข้างของแต่ละน้ำหนัทย่อย จะหมายถึงแรงเสียดทานของดินที่กระทำต่อผิวเสาเข็ม ส่วนสปริงและตัวหน่วงที่ปลายเสาเข็ม จะหมายถึงแรงต้านทานของดินที่กระทำต่อปลายเสาเข็ม (END BEARING) การจำลองสภาพเช่นนี้ อาจจะมีรายละเอียดบางส่วนเพิ่มขึ้นหรืออาจจะตัดบางส่วนออกจากสภาพจำลองข้างต้นได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาพการทำงานจริง

SMITH ยังได้ประยุกต์สมการ (2) เพื่อให้ง่ายขึ้นและสามารถนำไปใช้ได้โดยยังคงความหมายของสมการเดิมไว้ โดยได้เขียนสมการ (2) อยู่ในรูปสมการพื้นฐานได้ 5 สมการ ดังนี้

$$D_m = d_m + V_m (12\Delta t) \quad \dots (3)$$

$$C_m = D_m - D_{m+1} \quad \dots (4)$$

$$F_m = C_m K_m \quad \dots (5)$$

$$Z_m = F_{m-1} - F_m - R_m \quad \dots (6)$$

$$V_m = V_m + Z_m \Delta t g / W_m \quad \dots (7)$$

ซึ่งสมการทั้งห้านี้ FOREHAND & REESE (1963) ได้ตรวจสอบแล้วพบว่าสามารถนำไปใช้งานได้ โดยมีผลเทียบเท่ากับสมการคลื่นเดิมทุกประการ

โดยที่

1, 2, 3... m-1, m เป็นตัวเลขใช้กำกับแต่ละส่วนของน้ำหนักและสปริงที่แบ่งย่อย ๆ

1, 2, 3... n-1, n เป็นตัวเลขกำกับช่วงเวลา

0 แสดงภาวะเริ่มต้น

ค่าต่าง ๆ ต่อไปนี้ กำหนดให้ที่ช่วงเวลา n

D_m = ระยะเคลื่อนที่ของน้ำหนักย่อย m จากจุดเริ่มแรก, นิ้ว

D' = ระยะเคลื่อนที่ในช่วงพลาสติกของดิน (Ground plastic displacement), นิ้ว

C_m = ระยะที่สปริง m ยุบตัว, นิ้ว

F_m = แรงที่เกิดขึ้นในสปริง m, ปอนด์

Z_m = แรงลัพท์ที่เกิดบนน้ำหนักย่อย m, ปอนด์

V_m = ความเร็วของน้ำหนักย่อย m, ฟุต/วินาที

V_p = ความเร็วของน้ำหนักย่อยส่วนปลายของเสาเข็ม ฟุต/วินาที

ค่าต่าง ๆ ต่อไปนี้ กำหนดให้ที่ช่วงเวลา n-1

d_m = ระยะเคลื่อนที่ของน้ำหนักย่อย m จากจุดเริ่มแรก, นิ้ว

d' = ระยะเคลื่อนที่ในช่วงพลาสติกของดิน (Ground plastic displacement), นิ้ว

c_m = ระยะที่สปริง m ยุบตัว, นิ้ว

v_m = ความเร็วของน้ำหนักย่อย m, ฟุต/วินาที

v_p = ความเร็วของน้ำหนักย่อยส่วนปลายของเสาเข็ม ฟุต/วินาที

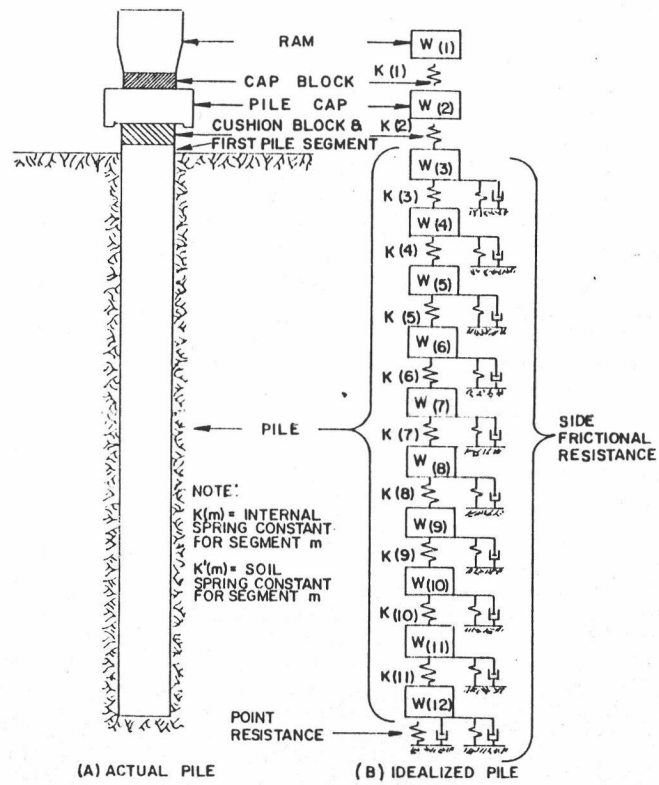
และ

d^*_m = ระยะเคลื่อนที่ของน้ำหนักย่อย m จากจุดเริ่มแรกที่ช่วงเวลา n-2, นิ้ว

ค่าคงที่อื่น ๆ

- W_m = น้ำหนักของน้ำหนักย่อย m , ปอนด์
 K_m = ค่าคงที่สปริงของสปริง m , ปอนด์/นิ้ว
 K' = ค่าคงที่สปริงของดิน ปอนด์/นิ้ว
 R = แรงกระทำภายนอกหรือแรงต้าน, ปอนด์
 R_u = แรงต้านสูงสุดของดินที่แบ่งให้กระทำต่อน้ำหนักย่อย m , ปอนด์
 $R_{u,m}$ = แรงต้านสูงสุดของดินที่แบ่งให้กระทำต่อน้ำหนักย่อย m , ปอนด์
 E = โมดูลัสยืดหยุ่น, ปอนด์/นิ้ว²
 J_p = ค่าคงที่หน่วง (Damping Constant) ด้านทานที่ปลายเสาเข็ม
 J'_m = ค่าคงที่หน่วง ด้านทานที่ผิวด้านข้างของเสาเข็ม
 g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (32.17 ฟุต/วินาที²)
 e = สัมประสิทธิ์การคืนตัว (Coefficient of Restitution)
 Q = ระยะเคลื่อนที่สูงสุดในช่วงอีลาสติก (Quake or Maximum elastic ground deformation), นิ้ว
 A = พื้นที่หน้าตัด, นิ้ว²
 l = หนึ่งหน่วยความยาวของเสาเข็ม, นิ้ว
 T_m = เวลาวิกฤติของสปริง m , วินาที
 Δt = ช่วงเวลาที่ใช้คำนวณ, วินาที
 S = ระยะทรุดตัวของเสาเข็มต่อการตอก 1 ครั้ง, นิ้ว
 P = อักษรย่อที่แสดงว่าเป็นตำแหน่งปลายเสาเข็ม

จากรูปที่ 3.1 เมื่อค้ำน้ำหนักกระทบหัวเสาเข็มแล้ว ทำให้น้ำหนักย่อยเคลื่อนที่ในช่วงเวลาถัดมา (ซึ่งเร็วมาก) ได้ระยะทางหนึ่ง ดังสมการที่ 3 ผลจากการที่แต่ละน้ำหนักย่อยเคลื่อนที่ ทำให้สปริงระหว่างน้ำหนักย่อยนั้นถูกกดยุบตัวลงได้ระยะทางหนึ่ง ดังสมการที่ 4 การยุบตัวลงทำให้เกิดแรงขึ้นในสปริงนั้น ดังสมการที่ 5 แรงที่เกิดขึ้นในสปริงแต่ละตัว และแรงต้านอื่นอีก ทำให้เกิดแรงลัพท์บนน้ำหนักย่อยที่อยู่ระหว่างสปริงนั้น ดังสมการที่ 6 แรงลัพท์ที่เกิดขึ้นนี้ทำให้น้ำหนักย่อยเกิดมีความเร่งหรือความหน่วง และทำให้มีความเร็วใหม่ขึ้น ดังสมการที่ 7 ซึ่งความเร็วใหม่



รูปที่ 3.1 แสดงการจำลองเสาเข็มจากสภาพจริง เป็นสภาพอุดมคติเพื่อใช้วิเคราะห์โดยสมการคลื่น

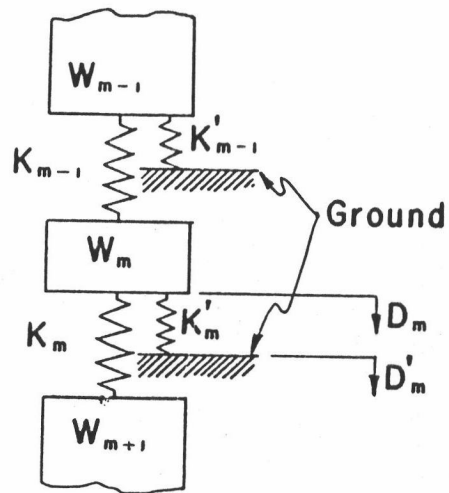


Figure 3.3 GROUND ELASTICITY

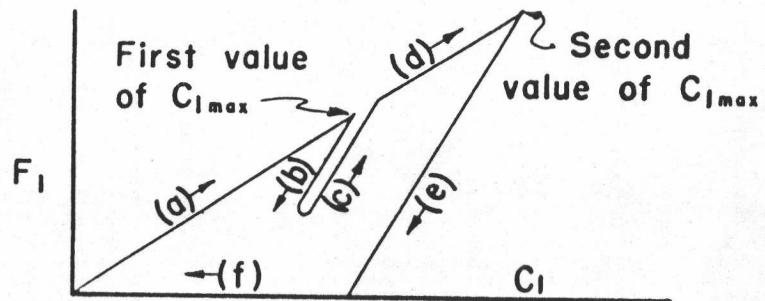


Figure 3.4 STRESS-STRAIN DIAGRAM FOR SPRING K_1

นี้ก็ไปทำให้น้ำหนักย่อยเคลื่อนที่ แล้วทำให้สปริงยุบตัว เกิดแรงในสปริงหมุนวนอยู่ เช่นนี้ จนกว่าแต่ ละน้ำหนักย่อยไม่มีความเร็ว ไม่มีการเคลื่อนที่

จากสมการพื้นฐาน 5 สมการดังกล่าว สมการที่ 4 และ 5 สามารถรวมกันได้ ทั้งนี้จะทำ ให้ขั้นตอนการคำนวณเมื่อใช้ เครื่องคอมพิวเตอร์ลดลง จึงเขียนได้ว่า

$$F_m = (D_m - D_{m+1}) K_m \quad \dots (8)$$

เช่นเดียวกับกับสมการที่ 6 และ 7 สามารถเขียนรวมกันได้ว่า

$$V_m = V_m + (F_{m-1} - F_m - R_m) \Delta t g / W_m \quad \dots (9)$$

สำหรับแรงต้านสูงสุดของดินต่อการตอก สามารถแบ่งกระจายตลอดความยาวเสาเข็มตาม น้ำหนักย่อยได้ ดังกรณีรูปที่ 3.1 จะแบ่งได้ว่า

$$R_u = R_{u3} + R_{u4} + R_{u5} + \dots \quad \dots (10)$$

แต่ละส่วนของแรงต้านสูงสุดที่แบ่งออกมาตามความยาวเสาเข็มนี้เขียนในรูปทั่ว ๆ ไปเป็น

R_{um}

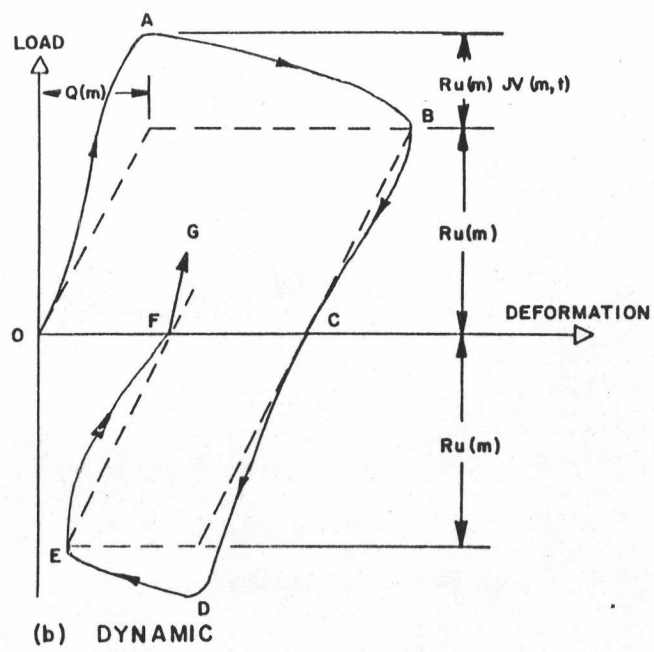
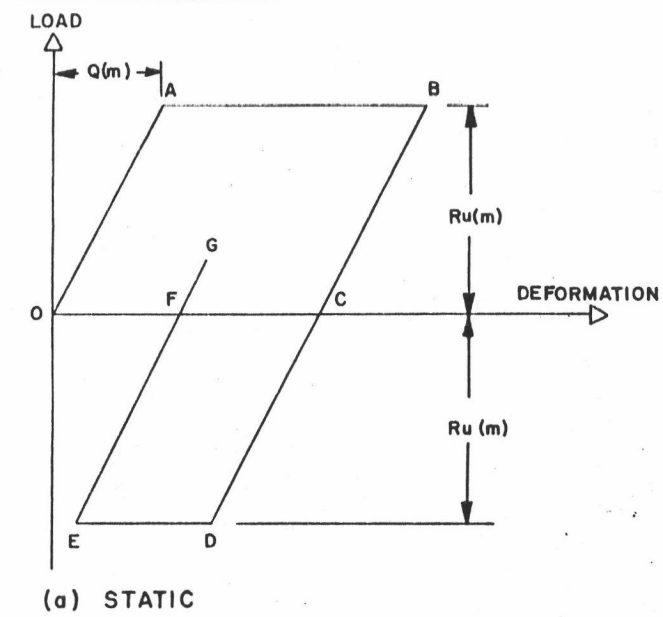
ค่าคงที่สปริงของเสาเข็ม และอุปกรณ์ตอก K_m คำนวณได้จากพื้นที่หน้าตัด, โมดูลัสยืดหยุ่น และความยาวของส่วนนั้น

$$K_m = A_m E_m / L_m \quad \dots (11)$$

สปริงที่ใช้แทนค่าสติฟเนสของเสาเข็มและอุปกรณ์ตอกนี้ มักเรียกกันว่า สปริงภายใน (INTERNAL SPRINGS)

สปริงที่ใช้แทนค่าความยืดหยุ่นของดิน (GROUND ELASTICITY) มักเรียกกันว่าสปริงภายนอก (EXTERNAL SPRINGS)

ลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการยุบตัวของดินที่ด้านข้าง และปลายเสา เข็ม ขณะตอกนั้นยังไม่เป็นที่ทราบแน่ชัด แต่อนุมานได้ว่ามีลักษณะ เช่นในรูปที่ 3.2 ซึ่งได้รับการยืนยันจาก LOWERY ET AL. (1969) เพื่อเป็นพื้นฐาน จะพิจารณากรณีที่น้ำหนักกระทำเป็นสแตติก (รูปที่ 3.2 a.) แนว OABCDEFG เป็นความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักกระทำและการยุบตัวของดิน ของ แรงเสียดทานที่ผิวของเสาเข็มในช่วงที่มีน้ำหนักกระทำ และถอนน้ำหนักออก (LOADING AND UNLOADING) สำหรับแรงต้านทานที่ปลายเสาเข็มนั้น น้ำหนักที่กระทำมีเพียงน้ำหนักกด (COMPRESSION LOADING) เท่านั้น ความสัมพันธ์ของน้ำหนักกระทำและการยุบตัวของดินจึงเป็น เพียงแนว OBCF ในช่วงแรก



รูปที่ 3.2 SOIL LOAD-DEFORMATION CHARACTERISTIC

ดินถูกน้ำหนักกระทำลักษณะอีลาสติก จนกระทั่งได้ค่าการยุบตัว "Q" หลังจากนั้นดินจะเกิดการยุบตัวในลักษณะพลาสติก (FAILS PLASTICALLY) ด้วยน้ำหนักกระทำที่คงที่เท่ากับที่ทำให้ได้ค่ายุบตัว "Q" ซึ่งน้ำหนักกระทำนี้ของแต่ละน้ำหนักย่อย เรียกในรูปทั่วไปว่า R_m

ฉะนั้น ค่าคงที่สปริงของดิน, K'_m ที่กระทำต่อแต่ละน้ำหนักย่อย เขียนได้ว่า

$$K'_m = R_m/Q \quad \dots (12)$$

จากรูปที่ 3.3 D_m เป็นระยะที่น้ำหนักย่อย m เคลื่อนที่ไปจากจุดเริ่มต้นซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ 3 D'_m เป็นระยะที่ดินยุบตัวในลักษณะพลาสติกซึ่งเกิดหลังจากที่ดินยุบตัวในช่วงอีลาสติก, Q แล้ว ฉะนั้นสปริงของดินที่กระทำกับน้ำหนักย่อย m จะถูกกดยุบตัวลงเป็นระยะเท่ากับ $D_m - D'_m$ แรงต้านที่เกิดในสปริงของดินจะสามารถหาได้ว่า

$$R_m = (D_m - D'_m) K'_m \quad \dots (13)$$

เมื่อพิจารณาถึงผลขณะตอกเสาเข็ม ซึ่งลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการยุบตัวของดินจะมีลักษณะดังรูปที่ 3.2 ข แรงต้านที่เกิดในสปริงของดินจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นเนื่องจากค่าคงที่หน่วงของดินซึ่งเป็นสัดส่วนกับความเร็วของแรงที่กระทำ สมการที่ 13 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

สำหรับแรงต้านที่ผิวของเสาเข็มแต่ละน้ำหนักย่อย

$$R_m = (D_m - D'_m) K'_m (1 + J_m V_m) \quad \dots (14)$$

สำหรับแรงต้านที่ปลายเสาเข็ม

$$R_p = (D_p - D'_p) K'_p (1 - J_p V_p) \quad \dots (15)$$

ในการวิเคราะห์คำนวณหาค่าการยุบตัวแบบ PLASTIC ของดิน D'_m และ D'_p ซึ่งใช้ในสมการที่ 14 และ 15 นั้น จะบรรจุอยู่ในโปรแกรมพิเศษในคอมพิวเตอร์ ดังนี้

ส่วนที่ 1 ค่าการยุบตัว D'_m สามารถคำนวณหาได้จาก

1. เมื่อ D_m มีค่าน้อยกว่า Q ค่า D'_m จะถูกกำหนดให้เท่ากับศูนย์
2. เมื่อ D_m มีค่ามากกว่า Q ค่า D'_m จะเท่ากับ $D_m - Q$

ซึ่งคอมพิวเตอร์จะเปรียบเทียบและปรับค่าเหล่านี้อยู่ตลอดช่วงระยะเวลาของการคำนวณ

ส่วนที่ 2 ค่าการยุบตัว D'_p คงที่โดยเริ่มจากมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะไม่เปลี่ยนแปลงไปนอกจากว่า D'_p จะมีค่าน้อยกว่า $D_p - Q$ ไม่ได้

ซึ่งคอมพิวเตอร์จะเปรียบเทียบและปรับค่าเหล่านี้ตลอดช่วงระยะเวลาของการคำนวณ
เช่นเดียวกันกับส่วนที่ 1

ส่วนที่ 3 จะเตรียมไว้สำหรับกรณีที่มี CAPBLOCK มีลักษณะ INELASTICITY โดยนำค่า
COEFFICIENT OF RESTITUTION, e_1 เข้ามาเกี่ยวข้องกับด้วย โดยเมื่อ
อ้างถึงรูปที่ 3.1 รูปของสมการที่ได้

$$F_1 = C_1 K_1 \quad (16)$$

ซึ่งก็คือ สมการที่ (5) นั้นเอง แต่ได้เขียนเฉพาะลงไปว่าเป็นแรงที่เกิดขึ้นใน CAPBLOCK
เมื่อแรงเป็น COMPRESSION และเมื่ออยู่ในช่วง RESTITUTION รูปสมการจะเป็น

$$F_1 = \frac{[K_1]C_1}{e_1^2} - \left[\frac{1}{e_1^2} - 1 \right] K_1 C_1 \max \quad (17)$$

โดยที่ e_1 เป็นค่า COEFFICIENT OF RESTITUTION ของ CAP BLOCK

C_{1max} เป็นระยะยุบมากที่สุดของสปริง

จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่ $e_1 = 1.00$ ซึ่งเป็นกรณีที่ CAP BLOCK มีคุณสมบัติเป็นอีลาส
ติกโดยสมบูรณ์ สมการที่ (17) ก็จะเหมือนสมการที่ (5) หรือ (16) นั้นเอง

โปรแกรมในส่วนที่ 3 นี้ มีลักษณะการทำงานพื้นฐานมาจาก STRESS-STRAIN DIAGRAM
ดังรูปที่ 3.3 ซึ่งลักษณะการคำนวณหาแรงที่เกิดขึ้นในสปริง จะมีลักษณะเช่นนี้

ช่วง (Q) จะใช้สมการที่ (16) จนกระทั่ง $C_1 - c_1$ มีค่าติดลบ ค่าสุดท้ายของ c_1 นี้ จะ
ถูกเก็บเป็นค่าคงที่ C_{1max}

ช่วง (b) การคำนวณหาแรงในสปริง จะใช้สมการที่ (17) แทนสมการที่ (16)

ช่วง (c) ยังคงใช้สมการที่ (17)

ช่วง (d) กลับมาใช้สมการที่ (16) จนกระทั่ง $C_1 - c_1$ มีค่าติดลบอีก ค่า c_1 ที่ได้ใหม่นี้
จะเป็นค่า C_{1max} ใหม่

ช่วง (e) ใช้สมการที่ (17) แทนสมการที่ (16) ซึ่งหากช่วงนี้มี RECOMPRESSION
เกิดขึ้นการคำนวณก็จะกลับไปซ้ำในขั้นตอนช่วง (c) อีก

ช่วง (f) ในช่วงนี้แรงภายในสปริงจะมีค่าไม่น้อยกว่าศูนย์ เพราะว่าลูกตุ้มตอกเสาเข็ม
แยกส่วนกันกับ CAP BLOCK ฉะนั้นจึงไม่สามารถถ่ายแรงดึงได้

ส่วนที่ 4 ได้เตรียมไว้สำหรับกรณีที่มีลักษณะ INELASTICITY ซึ่งสมการก็
มีรูปเหมือนของกรณี CAP BLOCK คือ

กรณีเมื่อแรงเป็นช่วง COMPRESSION

$$F_2 = C_2 K_2 \quad (18)$$

กรณีเมื่อเป็นช่วง RESTITUTION

$$F_2 = \frac{[K_2] C_2}{e_2^2} - [1/e_2^2 - 1] K_2 C_{2\max} \quad (19)$$

สมการเหล่านี้จะต้องเขียนไว้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งในการปฏิบัติงาน เมื่อทราบ
ความเร็วของลูกตุ้มขณะกำลังจะกระทบหัวเสาเข็มแล้ว ขั้นตอนการคำนวณจะเป็นดังนี้

1. คำนวณหา D_1 ถึง D_p โดยสมการที่ 3
2. คำนวณหา D'_p โดยโปรแกรมพิเศษ ส่วนที่ 2
3. คำนวณหา R_p โดยสมการที่ 15
4. คำนวณหา C_1 ถึง C_{p-1} โดยสมการ 4
5. คำนวณหา F_1 โดยโปรแกรมพิเศษ ส่วนที่ 3
6. คำนวณหา F_2 โดยโปรแกรมพิเศษ ส่วนที่ 4
7. คำนวณหา F_3 ถึง F_{p-1} โดยสมการที่ 5
8. คำนวณหา D'_3 ถึง D'_{p-1} โดยโปรแกรมพิเศษ ส่วนที่ 1
9. คำนวณหา R_3 ถึง R_{p-1} โดยสมการที่ 14
10. คำนวณหา V_1 ถึง V_p โดยสมการที่ 10

ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะเขียนไว้ให้เครื่องหยุดทำการวิเคราะห์เมื่อสิ่งเหล่านี้เกิดขึ้น

1. ค่า $D'_p - d'_p$ มีค่าเท่ากับศูนย์
2. ค่าของ V_1 ถึง V_p มีค่าเป็นลบหรือเท่ากับศูนย์

ทั้งนี้ เพราะเมื่อเกิดกรณีใดกรณีหนึ่งข้างต้น แสดงว่าระยะจมของเสาเข็มจากการตอก
หนึ่งครั้งได้เกิดขึ้นเสร็จสมบูรณ์แล้ว

ในการคาดคะเนหากำลังรับน้ำหนักของเสาเข็มโดยสมการคลื่นนั้น มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องใน
การวิเคราะห์ ดังนี้

1. น้ำหนักและขนาดลูกตุ้มตอกเสาเข็ม
2. ความเร็วของลูกตุ้มตอกเสาเข็มขณะกำลังจะกระทบหัวเสาเข็ม
3. ค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัวของหมอนรองหัวเสาเข็มต่าง ๆ
4. น้ำหนักของเสาเข็มแต่ละส่วน ๆ ที่แบ่งออก
5. ช่วงระยะเวลาที่คานวณ ซึ่งมักจะขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้ทำเสาเข็ม และความยาวเสาเข็มแต่ละส่วนที่แบ่งออกมา
6. ค่าของแรงต้านทานสูงสุดของดิน และสัดส่วนการต้านทานของแรงเสียดทานด้านข้าง และแรงต้านที่ปลาย
7. EARTH QUAKE และ DAMPING FACTOR ของดิน

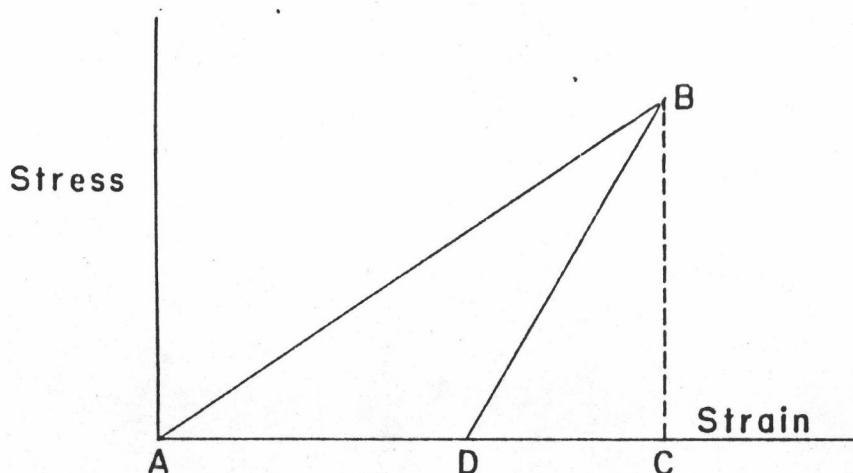
ลูกตุ้มที่ใช้ตอกเสาเข็ม ในกรณีที่เป็น DROP HAMMER และ STEAM HAMMER ซึ่งในการทำงานจริง ลูกตุ้มจะกระทบโดยตรงบนหมวกครอบหัวเสาเข็ม (HELMET) ซึ่งในส่วนบนของหมวกนี้จะมีหมอน (CAPBLOCK) อยู่ และลักษณะของลูกตุ้มมักไม่หยาบนัก ถือว่าเป็นวัตถุเกร็ง (RIGID BODY) ได้ ในการจำลองจากสภาพจริงเป็นสภาพอุดมคตินั้น จึงแทนลูกตุ้มเป็นน้ำหนักย่อย ๆ อันหนึ่ง ไม่มีค่าคงที่สปริง สำหรับในกรณีที่เครื่องตอกเป็น DIESEL HAMMER ซึ่งในขณะที่ตอกเสาเข็ม ลูกตุ้มจะกระทบ ANVIL ซึ่งเป็นแผ่นเหล็กหนาากก่อน แล้วจึงมากระทบหมวกครอบหัวเสาเข็มซึ่งมีหมอนรองอยู่ในส่วนบนเช่นกัน ลักษณะของลูกตุ้มจะยาว ฉะนั้นในการจำลองสภาพจะแทนลูกตุ้มนั้นด้วยน้ำหนักย่อยอันหนึ่ง และมีค่าคงที่สปริง จากการค้นพบว่าในขณะที่ลูกตุ้มของ DIESEL HAMMER กระทบกับ ANVIL นั้น จะประมาณ 1/10 เท่าของพื้นที่หน้าตัดลูกตุ้มเท่านั้น ฉะนั้นค่าของพื้นที่หน้าตัดของลูกตุ้มในสูตรการหาค่าคงที่สปริงจะต้องใช้ค่าที่สัมพันธ์กันจริง แทนที่จะใช้พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของวัสดุ

ความเร็วของลูกตุ้มตอกเสาเข็มขณะกำลังจะกระทบหัวเสาเข็ม เป็นค่าสำคัญที่จะต้องทราบ ทั้งนี้เพราะเป็นค่าเริ่มต้นของการคานวณในระบบ ความเร็วของลูกตุ้มขณะจะกระทบหัวเสาเข็มสามารถหาได้จาก เท่ากับ

$$\sqrt{\frac{\text{ประสิทธิภาพของเครื่องตอก} \times \text{พลังงานของลูกตุ้มที่จะตอกเสาเข็ม} \times \text{อัตราเร่ง-แรงโน้มถ่วงของโลก}}{\text{น้ำหนักของลูกตุ้ม}}}$$

ซึ่งสูตรการหาความเร็วของลูกตุ้มตอกเสาเข็มขณะจะกระทบหัวเสาเข็มนี้ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปง่าย ๆ ของเครื่องตอกเสาเข็มแต่ละชนิด ดังรายละเอียดในภาพผนวก ข.

จากการศึกษาลักษณะของ CAP BLOCK และ CUSHION BLOCK เมื่อมีแรงมากกระทันทันที่ทันใดแล้ว นำแรงนั้นออกปล่อยให้ขยายตัวอย่างอิสระจะให้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเค้น และแรงเครียด ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 STRESS-STRAIN DIAGRAM FOR CAPBLOCK

ค่าสัมประสิทธิ์การคืนตัวจะหาได้จาก

$$\frac{\text{พท. BCD}}{\text{พท. ABC}} = e^2 = \frac{\text{พลังงานที่ได้ออกมา}}{\text{พลังงานที่ให้}}$$

ซึ่งเป็นไปตาม Newton's law of Impact

ความลาดชันของเส้นกราฟช่วงให้หน้าหนัก AB จะมีค่าเท่ากับค่าคงที่สปริงของ CAPBLOCK

หรือ CUSHION BLOCK นั้น สำหรับความลาดชันของเส้นกราฟช่วงลดน้ำหนัก BD จะมีค่าเท่ากับ ค่าคงที่สปริงและสัมประสิทธิ์การคืนตัวของ CAPBLOCK และ CUSHION BLOCK

คุณสมบัติที่แท้จริงของ CAPBLOCK และ CUSHION BLOCK ขณะตอกนั้นทำได้ค่อนข้างลำบาก เพราะคุณสมบัติจะเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ เช่น การชำรุด การถูกอัดให้แน่นมากขึ้น ขณะตอก หมวกครอบหัวเสาเข็ม (HELMET OR PILE CAP) โดยปกติหมวกครอบหัวเสาเข็มมักจะมีน้ำหนักมากขนาดสั้น และถือว่าเป็นวัตถุเกร็ง (RIGID BODY) ฉะนั้นจึงแทนได้ด้วยน้ำหนักย่อยอันหนึ่ง ไม่มีค่าคงที่สปริง

สำหรับ เสาส่งโดยทั่วไปมักจะมีขนาดยาวและชลูด จึงมักแทนด้วยน้ำหนักย่อย และมีค่าคงที่สปริง

เป็นที่รู้จักโดยทั่วไปว่า ค่าคงที่สปริงหรือค่าคงที่การยืดหยุ่น สำหรับวัตถุที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ นั้น ทำได้จาก

$$K = AE/L$$

โดยที่ A = พื้นที่หน้าตัดของวัตถุนั้น

E = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

L = ความยาวของวัตถุในช่วงที่เราสนใจ

เสาเข็ม ในการจำลองเสาเข็มจากสภาพจริงเป็นสภาพอุดมคติ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ โดยสมการคลื่นนั้นจะแบ่งเสาเข็มออกเป็นน้ำหนักย่อยๆ เชื่อมต่อกันน้ำหนักย่อยๆ นี้ด้วยค่าคงที่สปริง ซึ่งแทนค่าความยืดหยุ่นของเสาเข็ม โดยค่าคงที่สปริงหาได้จาก AE/L เช่นกับ ความยาวของเสาเข็มที่แบ่งมักอยู่ในช่วง 5-10 ฟุต โดยปกติจะใช้ความยาว 10 ฟุต เพราะผลคำนวณที่ได้มีค่าแน่นอนสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย ก็อาจจะไม่คุ้มกัน

ในกรณีที่หน้าตัดเสาเข็มแปรเปลี่ยนตามความยาวของเสาเข็มยังคงใช้หลักการเหมือนกรณีเสาเข็มหน้าตัดคงที่ เพียงแต่ในการคำนวณหาค่าคงที่สปริง ค่าของพื้นที่หน้าตัดจะเปลี่ยนไปดังรายละเอียดในภาคผนวก ข.

สำหรับเสาเข็มที่หน้าตัดเปลี่ยนไปในแต่ละช่วงความยาวเสาเข็ม ในการวิเคราะห์จะแบ่งพิจารณาความยาวของแต่ละน้ำหนักย่อย และค่าคงที่สปริงแยกกันไปของแต่ละช่วงเหมือนกรณีเสาเข็มหน้าตัดคงที่ ซึ่งจะแตกต่างกันในภายหลัง ในวิธีการนำข้อมูลเข้าวิเคราะห์โดยเครื่องคอมพิวเตอร์

ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้วิเคราะห์ จะให้ระบุถึงแรงที่น้ำหนักย่อยแต่ละอันสามารถรับถ่ายกันได้ เช่น หากเสาเข็มสามารถรับแรงดึงได้บางส่วนในการบ่อนข้อมูลให้ เครื่องคอมพิวเตอร์วิเคราะห์ก็จะต้องใส่ค่าไปตามที่กำหนดไว้ ซึ่งค่านี้จะหมายถึงแรงลักษณะใดนั้นขึ้นอยู่กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เพิ่มขึ้น นอกจากนี้ก่อนที่จะแต่ละน้ำหนักย่อยจะสามารถรับแรงชนิดนั้นได้อาจจะต้องให้มีการยึดตัวก่อนแรงจึงจะสามารถถ่ายเทกันได้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ได้กำหนดค่าให้ระยะเวลาที่จำเป็นต้องยึดตัวเสาเข็ม ก่อนรับถ่ายแรงชนิดนั้นไว้เช่นกัน

การคาดคะเนการรับน้ำหนักของเสาเข็ม โดยสมการคลื่นนี้ สามารถพิจารณาถึงผลของน้ำหนักของเสาเข็ม เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่มีต่อกำลังรับน้ำหนักได้ แต่ผลที่ออกมาไม่แตกต่างกันมากมายนัก ขณะเดียวกันในการทำงานจริง กำลังรับน้ำหนักที่เสาเข็มรับได้ ได้รวมถึงน้ำหนักของตัวเสาเข็ม เองอยู่แล้ว

สำหรับค่า INTERNAL DAMPING ในตัวเสาเข็มเอง FOREHAND&REESE (1964) พบว่าผลต่อค่ากำลังรับน้ำหนักของเสาเข็มไม่มากนักหากเทียบกับข้อมูลด้านอื่นๆ ไม่ต้องพิจารณาก็ได้

ช่วงระยะเวลาที่คำนวณ (TIME INTERVAL) จะขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้ทำเสาเข็มและความยาวเสาเข็มแต่ละส่วนที่แบ่ง โดยหลักการจะต้องไม่มากกว่าระยะเวลาที่ STRESS WAVE ใช้ในการเดินทางในแต่ละน้ำหนักย่อยๆ นั้น ความเร็วของ STRESS WAVE สามารถหาได้เท่ากับ $\sqrt{E/p}$ โดยที่ E คือโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ และ p คือมวลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร (MASS PER UNIT VOLUME) ของวัสดุนั้น ในทางปฏิบัติช่วงระยะเวลาที่คำนวณจะเป็นครึ่งหนึ่งของเวลาวิกฤต (CRITICAL TIME) จากการที่ STRESS WAVE เคลื่อนที่ลงหรือย้อนขึ้นมาตามเสาเข็มโดยให้ใช้ค่าน้อยกว่า เวลาวิกฤตหาได้จาก

$$\begin{aligned} \text{CRITICAL TIME (Tm)} &= \sqrt{\frac{W_m}{12gK_m}} \\ &= \frac{1}{19.648} \sqrt{\frac{W_m}{K_m}} \end{aligned}$$

ในการวิเคราะห์โดยใช้คอมพิวเตอร์ไม่จำกัดช่วงระยะเวลาที่ผ่านไป แต่โดยปกติผลของการคำนวณที่เราสนใจศึกษา มักจะได้ออกมาเมื่อช่วงระยะเวลาผ่านไปไม่มากนัก ฉะนั้นเพื่อไม่ต้องเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์ เราสามารถจะคำนวณหาจำนวนช่วงระยะเวลาที่พอเพียงจะทำให้ได้ผลออกมา ได้ดังนี้

$$\text{จำนวนช่วงระยะเวลาที่พอเพียงจะให้ผล} = \frac{30L_p}{L_{min}}$$

โดยที่ L_p = ความยาวของเสาเข็มทั้งต้น

L_{min} = ความยาวของเสาเข็มท่อนสั้นที่สุดที่แบ่งเป็นน้ำหนักย่อย ๆ

ซึ่งค่านี้จะถูกป้อนเข้าไปในเครื่องคอมพิวเตอร์ เพื่อให้เครื่องหยุดทำงาน เมื่อคำนวณได้จำนวนเท่ากับช่วงระยะเวลาที่ป้อนเข้าไป นอกเหนือจากการที่เครื่องจะหยุดทำงาน เมื่อคำนวณได้ความเร็วที่ปลายเสาเข็มมีค่าเป็นศูนย์หรือติดลบ ซึ่งคำสั่งได้อยู่ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์อยู่แล้ว

ค่าแรงต้านทานสูงสุดของดิน และสัดส่วนการต้านทานของแรงเสียดทานด้านข้างและแรงต้านที่ปลาย จากการทดลองในอดีตพบว่า ลักษณะของแรงเสียดทานด้านข้างนั้นอาจจะมีค่ามากขึ้น, น้อยลง เมื่อความลึกของเสาเข็มมากขึ้น หรืออาจจะมีค่าคงที่ตลอดความลึกก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับแรงที่กระทำหัวเสาเข็ม, กำลังรับน้ำหนักของดินและ STIFFNESS ของเสาเข็ม กำลังรับน้ำหนักของเสาเข็มขึ้นอยู่กับระยะเวลา นับจากการตอกเสาเข็ม

ปัญหาประการหนึ่งของการคาดคะเนการรับน้ำหนักของเสาเข็มตอกโดยวิธีสมการคลื่นหรือสูตรไดนามิกอื่น ๆ ก็คือ การจะหาความสัมพันธ์ของระยะจมของเสาเข็มจากการตอกหนึ่งครั้งในระหว่างการตอกซึ่งถือเป็นแรงต้านทานแบบไดนามิก กับน้ำหนักที่เสาเข็มจะสามารถรับได้เมื่อการตอกแล้วเสร็จไประยะเวลาหนึ่ง ซึ่งถือว่าเป็นแรงต้านทานแบบสถิต

จากการศึกษาพบว่าแรงต้านทานแบบไดนามิกนั้น มีความเกี่ยวข้องกับสิ่งเหล่านี้ อาจจะอันใดอันหนึ่ง หรือทั้งหมดพร้อมกัน ดังนี้

1. มีความเกี่ยวข้องกับแรงต้านทานแบบสถิต
2. วิธีการตอกเสาเข็ม หากตอกโดยเร็วแรงต้านทานแบบไดนามิกจะมีค่ามากกว่าเมื่อตอกโดยปกติ
3. แรงเสียดทานเนื่องจากการเคลื่อนที่สัมผัสของเสาเข็มและดิน
4. VISCOUS RESISTANCE ซึ่งเกิดขึ้นขณะที่เสาเข็มแทรกผ่านดิน

ระหว่างการตอกเสาเข็ม แรงต้านทานจะเกิดที่ปลายและด้านข้างของเสาเข็ม แรงต้านทานไดนามิกนี้ จะเท่ากับแรงต้านทานสถิตบวกด้วยแรงต้านทานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของเสาเข็ม ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$\text{กรณีแรงต้านที่ปลายเสาเข็ม } R = (D_p - D'_p) K' (1 + Jv)$$

โดยที่	R	=	แรงต้านทานระหว่างการตอกเสาเข็ม ที่ปลายเสาเข็ม (แรงต้านทานไดนามิค)
	D_p	=	ระยะที่ปลายเสาเข็ม เคลื่อนที่ไป
	D'_p	=	ระยะที่ดินยุบตัวอย่างถาวร
	$(D_p - D'_p)$	=	ระยะที่ดินยุบตัวในช่วงอีลาสติค ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ GROUND QUAKE, Q
	K'	=	ค่าคงที่สปริงของดิน
	v	=	ความเร็วที่ปลายเสาเข็ม เคลื่อนที่
	J	=	ค่า DAMPING COEFFICIENT ของดินที่ปลายเสาเข็ม

สำหรับแรงต้านทานระหว่างการตอกเสาเข็มที่ด้านข้างของเสาเข็มก็มีรูปสมการเช่นเดียวกันนี้ เพียงแต่แทนที่จะใช้ค่าต่าง ๆ ที่ปลายเสาเข็มก็ใช้ค่าที่เกิดขึ้นด้านข้างของเสาเข็มแทน

ค่าคงที่สปริงของดินขึ้นอยู่กับค่าของ GROUND QUAKE และแรงต้านทานที่กระทำต่อเสาเข็มแต่ละส่วนที่แบ่งเป็นน้ำหนักย่อย ๆ ซึ่งแรงต้านทานที่กระทำต่อเสาเข็มแต่ละส่วนนี้ก็ขึ้นอยู่กับดินในบริเวณที่ตอกเสาเข็ม และชนิดของเสาเข็มนั้น HILEY ได้ทดลองและเสนอว่าค่า GROUND QUAKE จะมีค่าระหว่าง 0.05 - 0.50 นิ้ว SMITH (1962) ได้เสนอว่าควรใช้ค่า 0.10 นิ้ว

ค่า DAMPING COEFFICIENT (J) มีผลทำให้แรงต้านทานขณะตอกเสาเข็มมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับแรงต้านทานปกติแบบสแตติค แรงต้านทานขณะตอกเสาเข็มขึ้นอยู่กับแรงต้านทานแบบสแตติคและความเร็วของเสาเข็มน้อยกว่าค่าที่ปลายเสาเข็ม ทั้งนี้เป็นเพราะเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่สัมผัสระหว่างดิน และผิวข้างของเสาเข็มเท่านั้น ในขณะที่ปลายเสาเข็มนั้น เสาเข็มจะต้องแทรกตัวผลักดันให้ดินแยกออกให้เสาเข็มเคลื่อนที่ลงได้ ซึ่งทำให้เกิด VISCOUS ACTION ขึ้น ฉะนั้นค่า DAMPING COEFFICIENT ที่ด้านข้างของเสาเข็ม จึงมีค่าน้อยกว่าค่าที่ปลายเสาเข็ม

H.B. SEED & R. LUNDGREN (1954) ได้ทดลองในทรายชุ่มน้ำพบว่าแรงต้านทานแบบไดนามิคจะประมาณ 1.4 เท่าของแรงต้านทานสแตติคและได้พบว่าค่า DAMPING COEFFICIENT ของทรายที่ปลายเสาเข็มจะมีค่าเท่ากับ 0.133 นิ้ว ซึ่งค่านี้ใกล้เคียงกับค่า 0.15 ที่ SMITH (1962) ได้เคยเสนอไว้