

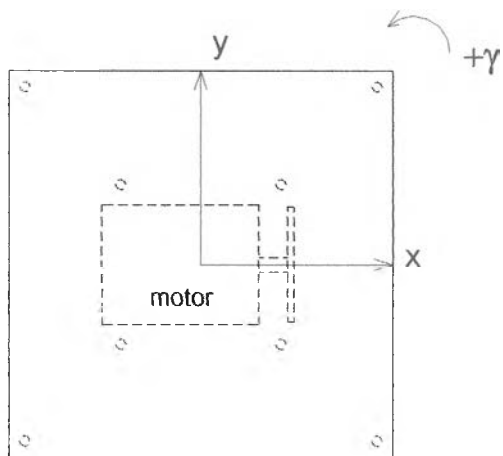
บทที่ 5



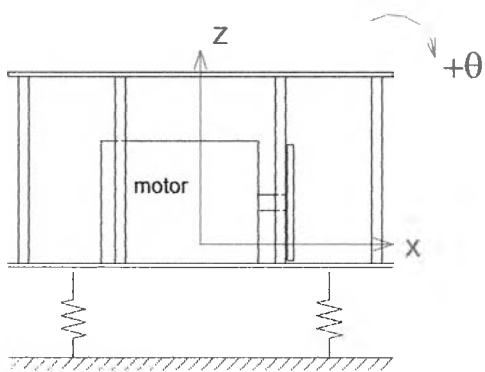
การทดลองวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของระบบเมื่อติดตั้ง ตัวกันการสั่นสะเทือน (Vibration Isolator)

เครื่องจักรที่จะทำการวิเคราะห์กำหนดให้มีความเร็วรอบในการทำงานเต็มภาระ (Full Load) ที่ 1500 rpm และเมื่อภาระในการทำงานลดลงจะทำงานในช่วง 800 ถึง 1500 rpm มีการติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือนโดยใช้สปริงโลหะ ซึ่งโดยปกติมีค่าอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) ประมาณ 0.005 (จากภาคผนวก ค) ซึ่งน้อยมาก ในการวิเคราะห์นี้จะละอัตราส่วนความหน่วงของระบบ

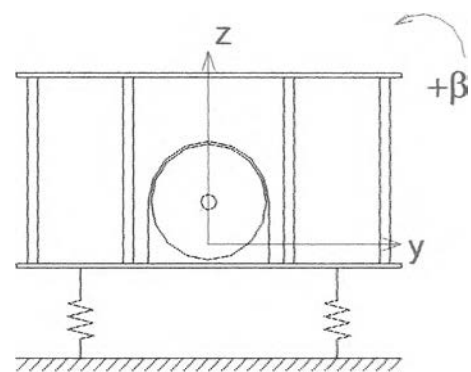
จำลองระบบที่เครื่องจักรมีความไม่สมดุลทางพลวัต (Dynamic Unbalance) ที่เกิดจากการทำงานแบบหมุนของเครื่องจักร ทำให้เกิดแรงไม่สมดุล (Unbalance Force) แยกแรงเป็นแรงกระตุ้นในแนวแกน y คือ $F_y = F_0 \cos \omega t$ และแรงกระตุ้นในแนวแกน z คือ $F_z = F_0 \sin \omega t$ โดย F_0 เป็นขนาดของแรงกระตุ้น เพื่อให้การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนใกล้เคียงการสั่นสะเทือนจริงมากกว่าในบทที่ 2 (ซึ่งวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในลักษณะ 1 ลำดับชั้นความเร็วในแนวตั้ง) จึงวิเคราะห์ระบบในลักษณะ 6 ลำดับชั้นความเร็ว (Degrees of Freedom) คือ พิกัด x,y,z และพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุมรอบแกน x,y,z คือ β, θ, γ ตามลำดับ ดังรูปที่ 5-1



TOP VIEW

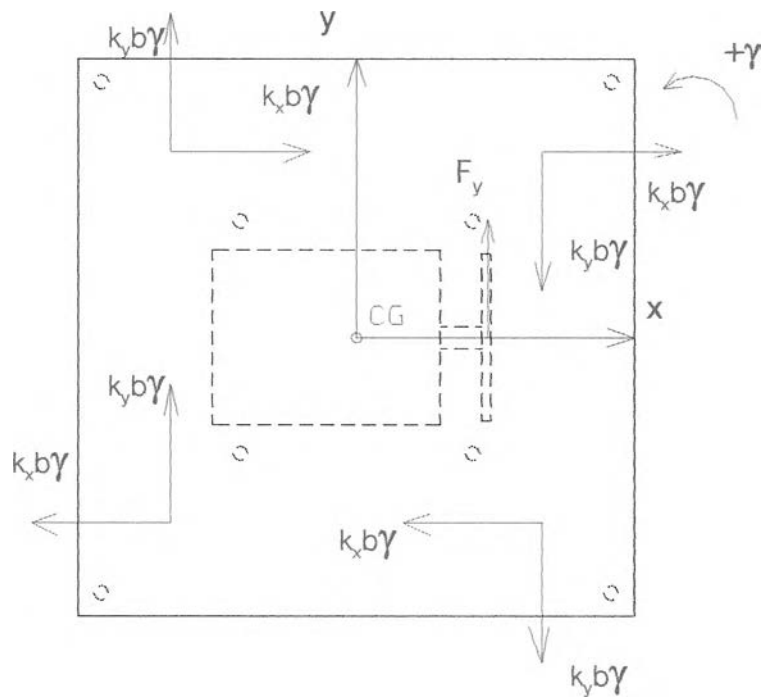


FRONT VIEW

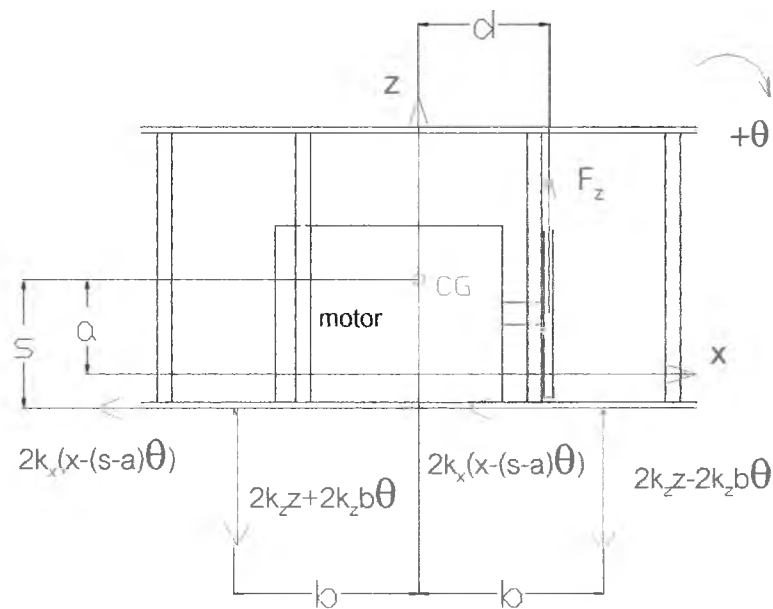


SIDE VIEW

รูปที่ 5-1 ระบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์ผลของตัวกันการสั่นสะเทือนโดยมี 6 ลำดับชั้นความเร็ว

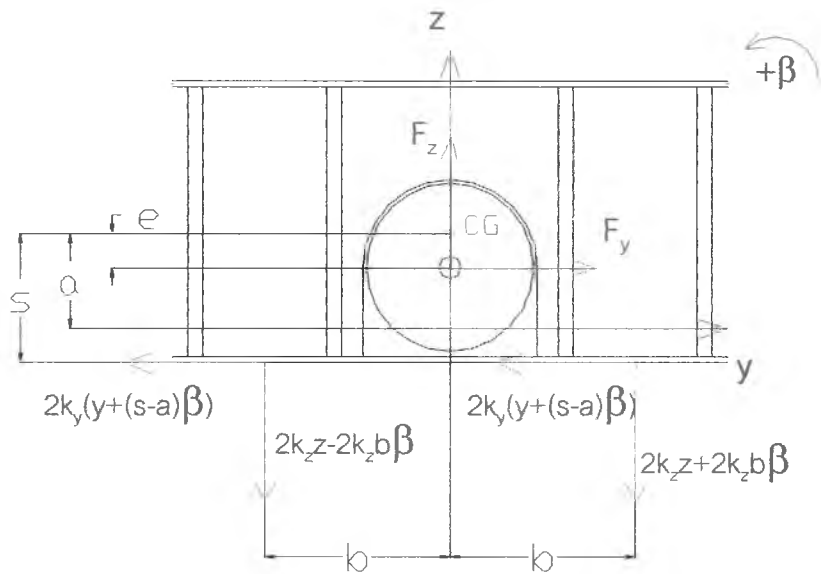


Top View (สำหรับวิเคราะห์การเคลื่อนที่ในพิกัด γ)



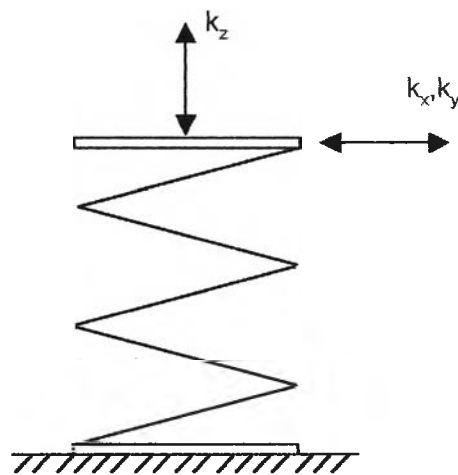
Front View (สำหรับวิเคราะห์การเคลื่อนที่ในพิกัด x, z, θ)

รูปที่ 5-2 พังแรงอิสระของระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน



Side View (สำหรับวิเคราะห์การเคลื่อนที่ในพิกัด y, z, β)

รูปที่ 5-2 ผังแรงอิสระของระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน (ต่อ)



รูปที่ 5-3 ค่าความแข็งสปริงในแนวแกน x, y และ z

5-1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ของระบบ

จากรูปที่ 5-2 โดยมีสมมติฐานว่า วัตถุที่อยู่บนสปริงทั้งหมดเป็นวัตถุเดียวกัน เป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) การเคลื่อนที่เชิงมุมมีค่าน้อย จุด CG อยู่บนแกน z (แกน z เป็นแกนแนวตั้งที่ผ่านจุดกึ่งกลางระหว่างตัวกันการสั่นสะเทือนทั้งหมด ดังรูปที่ 2) ไม่มีความหน่วง และผลจากการบิดเกลียว (Torsion) ของสปริงแต่ละตัวรอบแกน z มีน้อย ใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's Second Law) อธิบายการเคลื่อนที่ของระบบทั้ง 6 พิกัด ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 m(\ddot{x} + a\ddot{\theta}) &= -4k_x(x - (s - a)\theta) \\
 m(\ddot{y} - a\ddot{\beta}) &= -4k_y(y + (s - a)\beta) + F_0 \cos \omega t \\
 m\ddot{z} &= -4k_z z + F_0 \sin \omega t \\
 I_x \ddot{\beta} &= -4k_y s(y + (s - a)\beta) - 4k_z b^2 \beta + F_0 e \cos \omega t \\
 I_y \ddot{\theta} &= 4k_x s(x - (s - a)\theta) - 4k_z b^2 \theta - F_0 d \sin \omega t \\
 I_z \ddot{\gamma} &= -4k_x b^2 \gamma - 4k_y b^2 \gamma + F_0 d \cos \omega t
 \end{aligned} \tag{5-1}$$

โดย m คือ มวลของวัตถุที่อยู่บนตัวกันการสั่นสะเทือนทั้งหมด

I_x, I_y, I_z คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล (Mass Moment of Inertia) รอบแกน x, y, z ตามลำดับ

k_x, k_y, k_z คือ ค่าความแข็งสปริงในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

จากระบบสมการ 5-1 สังเกตว่า คำตอบจะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned}
 x &= X \sin \omega t \\
 y &= Y \cos \omega t \\
 z &= Z \sin \omega t \\
 \beta &= \beta_0 \cos \omega t \\
 \theta &= \theta_0 \sin \omega t \\
 \gamma &= \gamma_0 \cos \omega t
 \end{aligned} \tag{5-2}$$

และได้แอมพลิจูดการกระจัดทั้ง 6 พิกัดจากการแก้สมการ 5-1 เป็น

$$X = \frac{-4asdmk_x\omega^2 F_0 + 16asdk_x^2 F_0 - 16s^2 dk_x^2 F_0}{4sk_x(-m\omega^4 I_y + 4s^2 m\omega^2 k_x + 4\omega^2 I_y k_x + 4b^2 m\omega^2 k_z - 16b^2 k_x k_z)} \quad (5-3)$$

$$Y = \frac{eF_0}{4sk_y} + \frac{(-me\omega^2 F_0 - 4sk_y F_0 + 4ek_y F_0)(\omega^2 I_x + 4s(s-a)k_y + 4b^2 k_z)}{4sk_y(-m\omega^4 I_x + 4s^2 m\omega^2 k_y + 4\omega^2 I_x k_y + 4b^2 m\omega^2 k_z - 16b^2 k_y k_z)} \quad (5-4)$$

$$Z = \frac{F_0}{4m\omega^2 - 4k_z} \quad (5-5)$$

$$\beta_0 = \frac{-me\omega^2 F_0 - 4sk_y F_0 + 4ek_y F_0}{-m\omega^4 I_x + 4s^2 m\omega^2 k_y + 4\omega^2 I_x k_y + 4b^2 m\omega^2 k_z - 16b^2 k_y k_z} \quad (5-6)$$

$$\theta_0 = \frac{dF_0(m\omega^2 - 4k_x)}{-m\omega^4 I_y + 4s^2 m\omega^2 k_x + 4\omega^2 I_y k_x + 4b^2 m\omega^2 k_z - 16b^2 k_x k_z} \quad (5-7)$$

$$\gamma_0 = \frac{dF_0}{\omega^2 I_z - 4b^2 k_x - 4b^2 k_y} \quad (5-8)$$

พารามิเตอร์ต่าง ๆ มีค่าดังต่อไปนี้

$$s = 10.2 \text{ cm}, a = 13.8 \text{ cm}, b = 20 \text{ cm}, d = 14 \text{ cm}, e = 4.2 \text{ cm},$$

$$m = 53.85 \text{ kg},$$

$$k_x = k_y = 4709 \text{ N/m}, k_z = 47.2 \text{ kN/m},$$

$$I_x = 2.11 \text{ kg-m}^2, I_y = 2.15 \text{ kg-m}^2 \text{ และ } I_z = 2.50 \text{ kg-m}^2$$

คำนวณค่าความถี่ธรรมชาติของระบบได้จากสมการ 5-3 ถึง 5-8 โดยให้พจน์ที่เป็นตัวหารมีค่าเป็นศูนย์ ดังในภาคผนวก ง จะได้ค่าความถี่ธรรมชาติดังนี้

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด x และ θ (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174 และ 581 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด z อยู่ที่ 565 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด y และ β (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174 และ 586 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด γ อยู่ที่ 234 rpm

ค่าการส่งผ่าน (Transmissibility) ทั้ง 3 แนวแกนคำนวณได้จาก

$$TR_x = \frac{4Xk_x}{F_0} \quad (5-9)$$

$$TR_y = \frac{4Yk_y}{F_0} \quad (5-10)$$

$$TR_z = \frac{4Zk_z}{F_0} \quad (5-11)$$

ขนาดของแรงไม่สมดุล

แรงไม่สมดุลเกิดจากจานเหล็กเจาะรูเยื้องศูนย์กลางที่สวมเข้ากับเพลามอเตอร์ ดังรูปที่ 5-4
ขนาดของแรงไม่สมดุล F_0 หน่วยเป็น N คำนวณจากความสัมพันธ์

$$F_0 = m\omega^2 R \quad (5-12)$$

โดย m คือ มวลที่หายไปจากรูเยื้องศูนย์กลางของจาน (kg)

ω คือ ความเร็วรอบของมอเตอร์ (rad/s)

R คือ ระยะจากจุดศูนย์กลางจานถึงจุดศูนย์กลางมวลของรูเยื้องศูนย์กลาง

และ
$$m = \pi r^2 t \rho \quad (5-13)$$

โดย r คือ รัศมีของรูเยื้องศูนย์กลาง (m)

t คือ ความหนาของจาน (m)

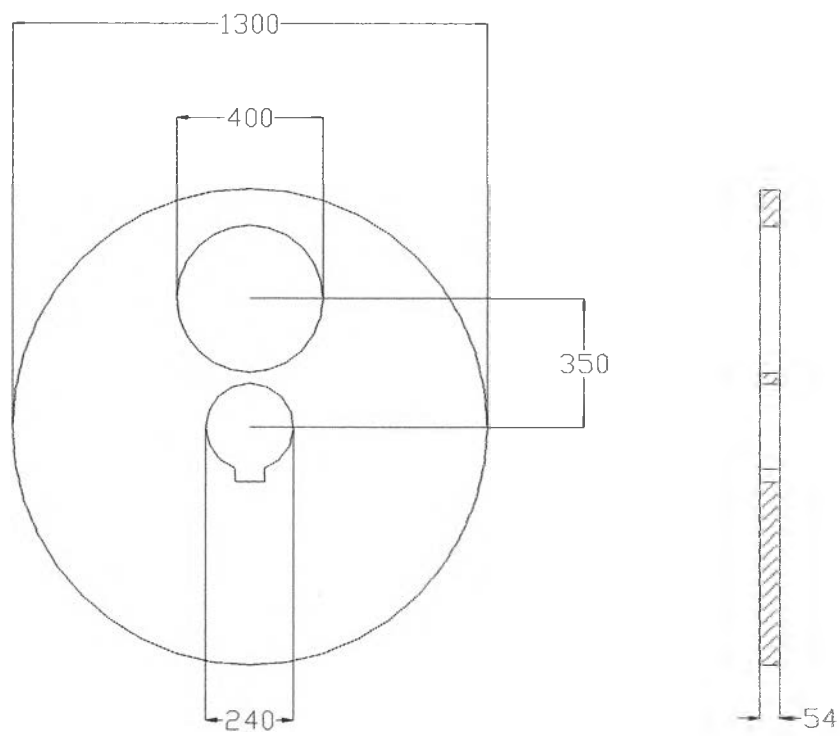
ρ คือ ความหนาแน่นของเหล็ก (kg/m^3)

จากรูปที่ 5-4 $r = 0.02$ m , $t = 0.0054$ m , $\rho = 7870$ kg/m^3 และ $R = 0.035$ m

$$F_0 = \pi(0.02)^2(0.0054)(7870)\omega^2(0.035)$$

$$F_0 = 0.00187\omega^2 \quad (5-14)$$

จะได้สมการ 5-14 เป็นสมการคำนวณแรงไม่สมดุลที่ขึ้นกับความเร็วยรอบของเครื่องจักร



รูปที่ 5-4 มิติของงานเจาะรูที่ใช้สร้างแรงไม่สมดุล

5-2 อุปกรณ์การทดลอง

1. ชุดจำลองระบบเครื่องจักรที่มีความไม่สมดุลทางพลวัตและมีการติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน

1.1 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส ขนาด 2 แรงม้า

1.2 สปริงที่ใช้แทนตัวกันการสั่นสะเทือน มีค่าความแข็งสปริง (Spring Stiffness)

รวม 188.7 kN/m

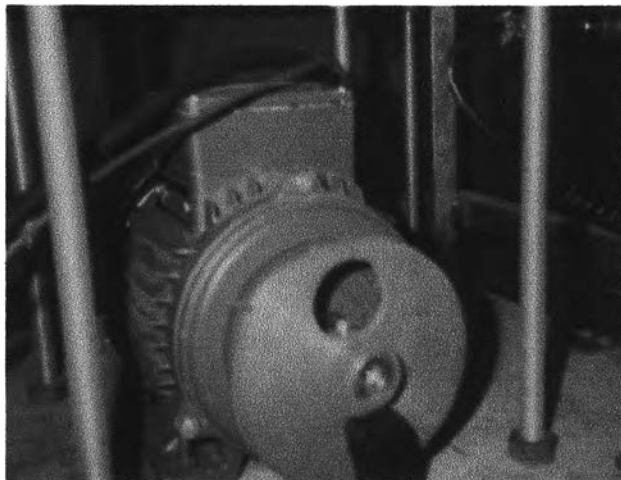
1.3 โครงสร้างฐานรองรับมอเตอร์

1.4 จานเจาะรูเยื้องศูนย์กลางเพื่อสร้างแรงไม่สมดุล

2. อินเวอร์ตเตอร์สำหรับแปลงเป็นกระแสไฟฟ้า 3 เฟส

3. อุปกรณ์วัดสัญญาณการสั่นสะเทือน MICROLOG DATA COLLECTOR (MDC) รุ่น CMVA10

4. โพรบ (Probe) วัดความเร่งสำหรับไมโครล็อก (MICROLOG)



รูปที่ 5-5 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสสลับและจานเจาะรูเชื่อมศูนย์ที่ใช้แทนเครื่องจักร



รูปที่ 5-6 อินเวอร์ตเตอร์



รูปที่ 5-7 ไมโครล็อกและโพรบ



รูปที่ 5-8 ระบบจำลองที่ใช้ในการทดลอง

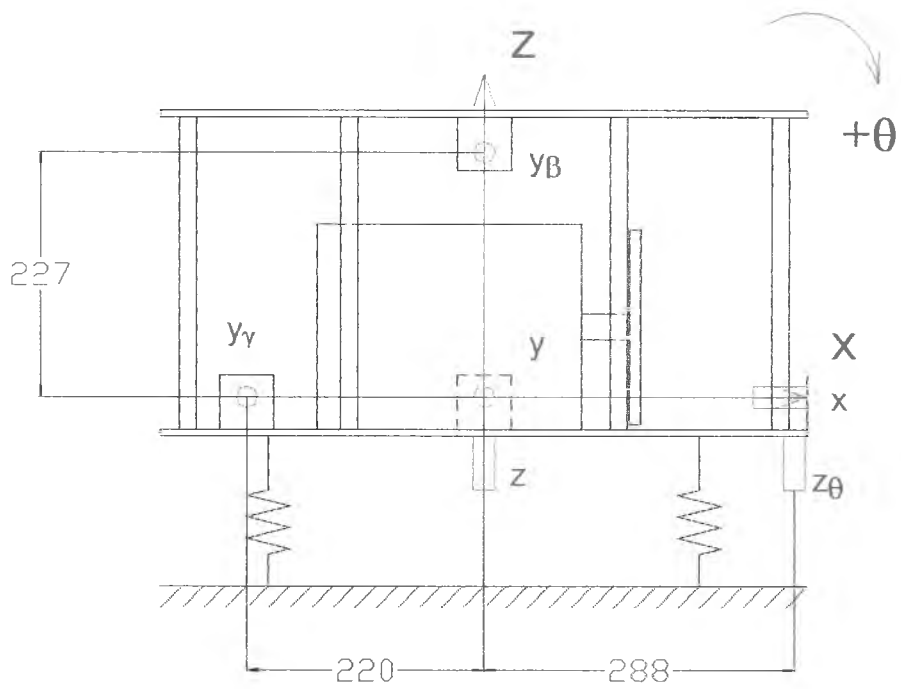
5-3 ขั้นตอนการทดลอง

1. จำลองระบบที่ประกอบด้วยเครื่องจักร โครงสร้าง และตัวกันการสั่นสะเทือน ด้วยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสสลับ 3 เฟส จ่ายกระแสไฟและปรับความเร็วรอบของมอเตอร์โดยอินเวอร์เตอร์ และติดตั้งงานเจาะรูเข้ากับเพลามอเตอร์เพื่อให้เกิดความไม่สมดุลทางพลวัตเหมือนในเครื่องจักรจริง
2. ติดตั้งโพรบโดยใช้แรงแม่เหล็กจากหัวโพรบของไมโครล็อกเข้ากับระบบที่จำลองขึ้นเพื่อใช้วัดสัญญาณการสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งที่ต้องการ
3. เดินเครื่องมอเตอร์และปรับความถี่ที่อินเวอร์เตอร์ เพื่อให้มอเตอร์หมุนด้วยความเร็วรอบจาก 300 ถึง 1500 rpm โดยเพิ่มขึ้นครั้งละ 100 rpm
4. แต่ละค่าความเร็วรอบในขั้นตอนที่ 3 วัดสัญญาณการสั่นสะเทือนจากไมโครล็อกในรูปแบบสเปกตรัม (Spectrum) ของการกระจัด (Displacement) รวบรวมสัญญาณเข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 30 วินาทีและจดบันทึกแอมพลิจูดการกระจัดที่ตำแหน่งความถี่เท่ากับความเร็วรอบของเครื่องจักร เพื่อเป็นข้อมูลของการกระจัดเฉพาะที่เกิดจากแรงไม่สมดุลของเครื่องจักรเท่านั้น การสั่นสะเทือนจากค่าความถี่อื่นจะไม่นำมาวิเคราะห์
5. เปลี่ยนตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบ ทำการทดลองข้อ 3 และข้อ 4 เพื่อให้ได้สัญญาณการสั่นสะเทือนของพิกัด $x, y, z, \theta, \beta, \gamma$ จนครบ
6. นำข้อมูลมาแสดงในรูปแบบตารางและกราฟ และอภิปรายผลการทดลอง

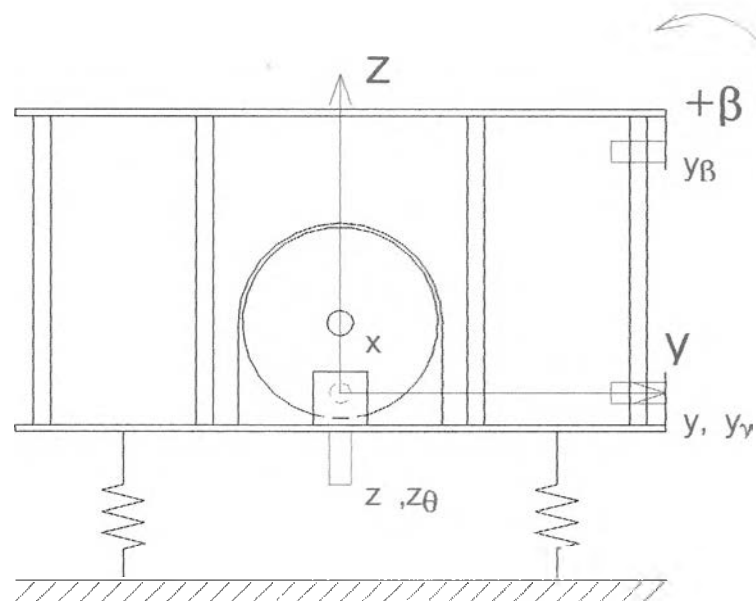
5-4 ตำแหน่งและการวัดสัญญาณในพิกัดการเคลื่อนที่ทั้ง 6 พิกัด

ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบเพื่อวัดสัญญาณการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่ทั้ง 6 พิกัด แสดงในรูปที่ 5-9 โดยวัดการสั่นสะเทือนในพิกัด x, y, z ได้จากตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบ x, y, z ตามลำดับ เนื่องจากไม่สามารถวัดขนาดการสั่นสะเทือนในพิกัดเชิงมุม θ, β และ γ ได้โดยตรง จึงต้องคำนวณจากการวัดการสั่นสะเทือนในพิกัดเชิงเส้น 2 ตำแหน่ง พิจารณารูปที่ 5-9 สังเกตว่า การสั่นสะเทือนทางการทดลองในพิกัด θ สามารถคำนวณได้จากข้อมูลการวัดการสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งโพรบ z และ $z\theta$ ดังสมการ 5-15, การสั่นสะเทือนทางการทดลองในพิกัด β สามารถคำนวณได้จากข้อมูลการวัดการสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งโพรบ y และ $y\beta$ ดังสมการ 5-16 และการสั่นสะเทือนในพิกัด γ ทางการทดลองคำนวณได้จากข้อมูลการวัดการสั่นสะเทือนที่ตำแหน่งโพรบ y และ $y\gamma$ ดังสมการ 5-17

การวัดสัญญาณเริ่มต้นที่ความเร็วรอบ 300 rpm ถึง 1500 rpm เนื่องจากที่ความถี่ 0-200 rpm มีสัญญาณการสั่นสะเทือนแอมพลิจูดค่อนข้างสูงของโครงสร้างที่รองรับชุดทดลองหรือจากพื้น จึงไม่วิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนในช่วงนี้

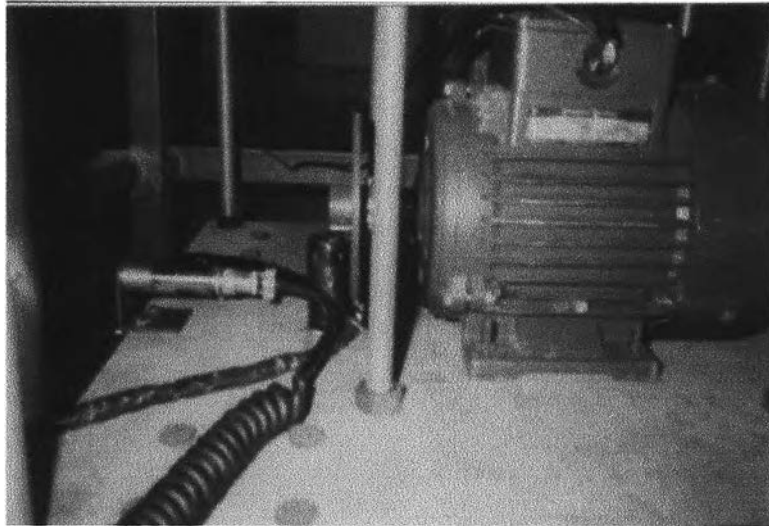


FRONT VIEW

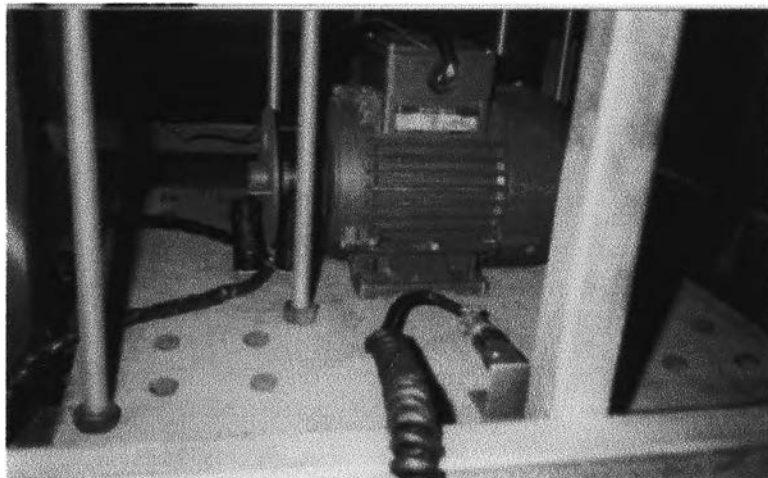


SIDE VIEW

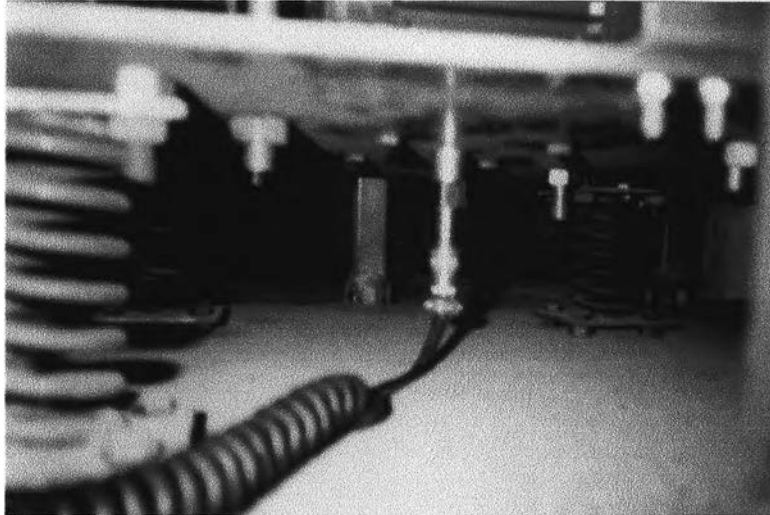
รูปที่ 5-9 ตำแหน่งที่ติดโพรมเพื่อวิเคราะห์การสั่นสะเทือน 6 ลำดับชั้นความเสรี



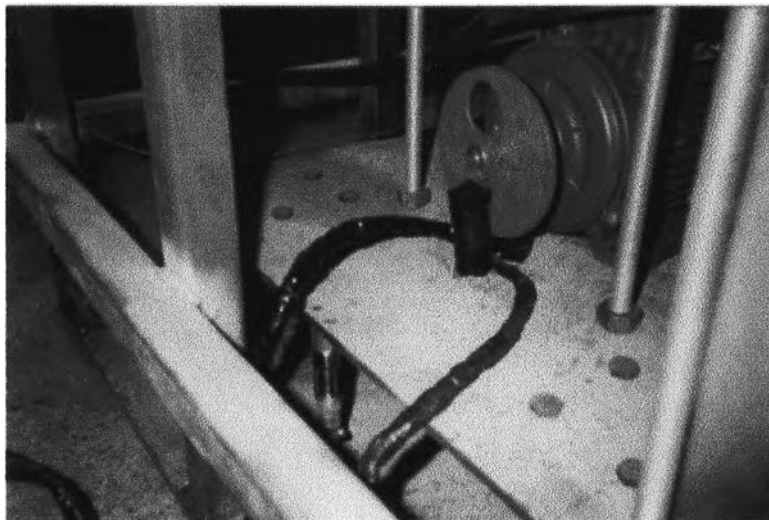
รูปที่ 5-10 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน x



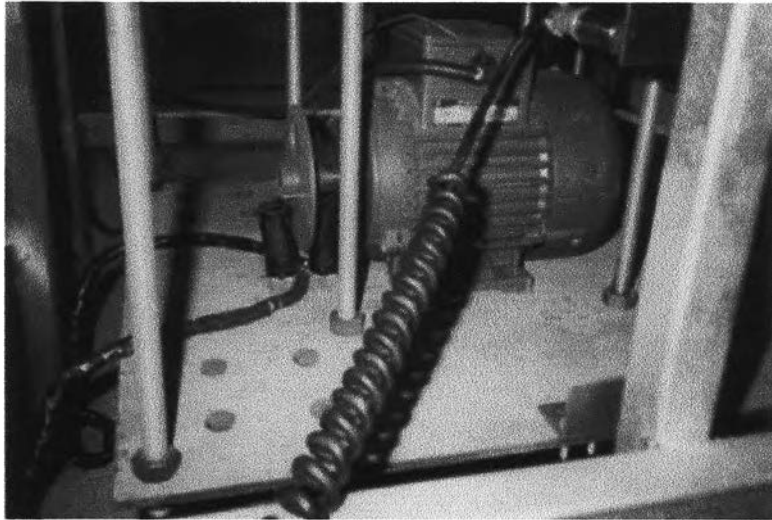
รูปที่ 5-11 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน y



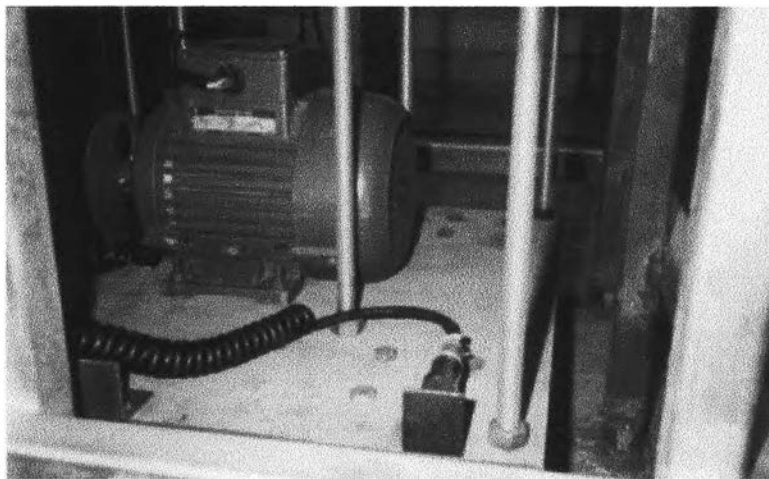
รูปที่ 5-12 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรมและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน z



รูปที่ 5-13 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรมและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน zθ



รูปที่ 5-14 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน $y\beta$



รูปที่ 5-15 ตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบและวัดสัญญาณการสั่นสะเทือน $y\gamma$

5-5 ผลการทดลอง

Running Speed (rpm)	X (micrometres)	Y (micrometres)	Z (micrometres)	Z _θ (micrometres)	Y _β (micrometres)	Y _γ (micrometres)
300	723.30	582.90	15.17	206.10	1308.00	800.10
400	24.05	40.37	38.23	39.88	80.08	81.23
500	36.05	24.16	176.60	151.90	61.20	43.20
600	44.71	12.12	210.10	149.30	63.48	71.76
700	354.40	431.20	99.72	375.00	194.50	604.60
800	80.01	97.95	59.41	216.60	21.14	65.17
900	42.28	66.39	54.00	140.60	32.79	37.82
1000	29.33	53.27	46.80	109.60	35.05	29.05
1100	24.49	48.44	43.65	98.12	38.18	25.70
1200	22.38	45.63	42.10	92.21	41.42	24.68
1300	19.52	41.08	38.44	81.33	41.85	22.50
1400	18.77	39.53	36.76	78.13	45.13	22.25
1500	19.03	38.51	36.97	77.08	51.18	22.73

ตารางที่ 5-1 ข้อมูลดิบแสดงแอมพลิจูดการกระจัดตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบ 6 ตำแหน่ง

จากการวิเคราะห์ทางทฤษฎีจากสมการ 5-3 ถึง 5-8 สังเกตว่าบางพิกัดมีการควบ (Coupling) กัน ให้นำแนวทางในการวิเคราะห์ผลการทดลองเป็น 4 ส่วน คือ

1. พิจารณาการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น x ควบคู่กับพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม θ
2. พิจารณาการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น y ควบคู่กับพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม β
3. พิจารณาการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น z
4. พิจารณาการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม γ

จากตารางที่ 5-1 คำนวณผลการทดลองในตาราง 5-2 ถึง 5-5 ได้โดย

-คำนวณค่าแรงไม่สมดุลจากสมการ 5-14

-คำนวณค่า X,Y,Z ทางทฤษฎีจากสมการ 5-3, 5-4 และ 5-5

-คำนวณค่า θ_0 , β_0 , γ_0 ทางทฤษฎีจากสมการ 5-6, 5-7 และ 5-8

-คำนวณค่า TR_x , TR_y , TR_z ทางทฤษฎีและจากการทดลองจากสมการ

$$TR_x = \frac{4Xk_x}{F_0}$$

$$TR_y = \frac{4Yk_y}{F_0}$$

$$TR_z = \frac{4Zk_z}{F_0}$$

-จากรูปที่ 5-9 คำนวณค่า θ_0 , β_0 , γ_0 จากการทดลองจากสมการ 5-15, 5-16 และ 5-17

$$\theta_0 = \frac{Z - Z_e}{0.288} \quad (5-15)$$

$$\beta_0 = \frac{Y - Y_\beta}{0.227} \quad (5-16)$$

$$\gamma_0 = \frac{Y - Y_\gamma}{0.220} \quad (5-17)$$

โดยตัวเลข 0.288, 0.227 และ 0.220 เป็นระยะห่างระหว่างตำแหน่งที่ติดตั้งโพรบ

ดังในรูป 5-9

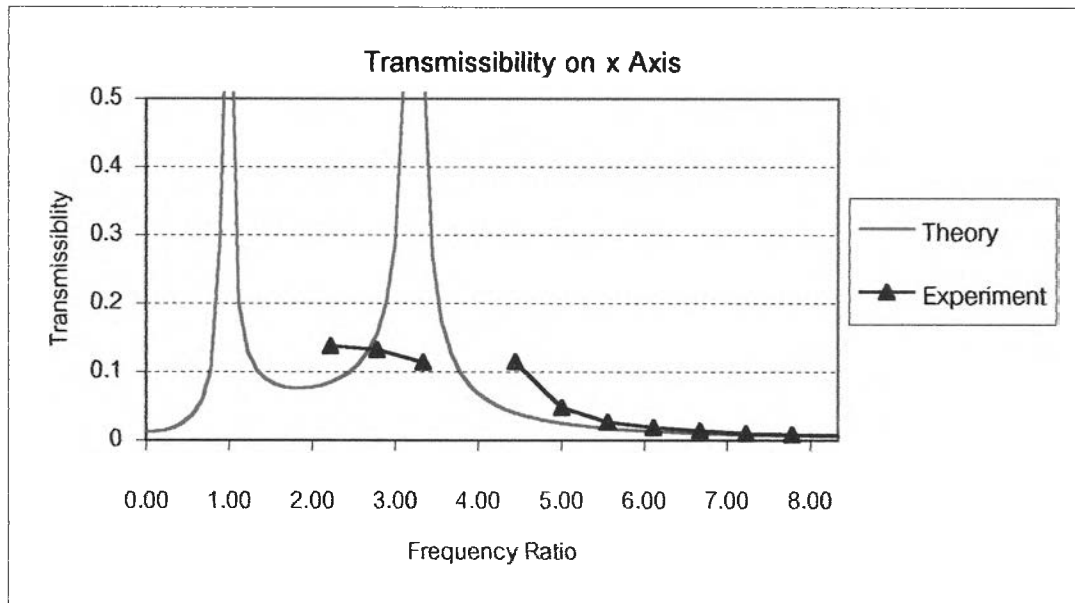
-คำนวณค่าอัตราส่วนความถี่จากความถี่รอบของเครื่องจักรหารด้วยความถี่ธรรมชาติ

ค่าที่ต่ำที่สุดที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี

1. ผลการทดลองในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น x ควบคู่กับพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม θ

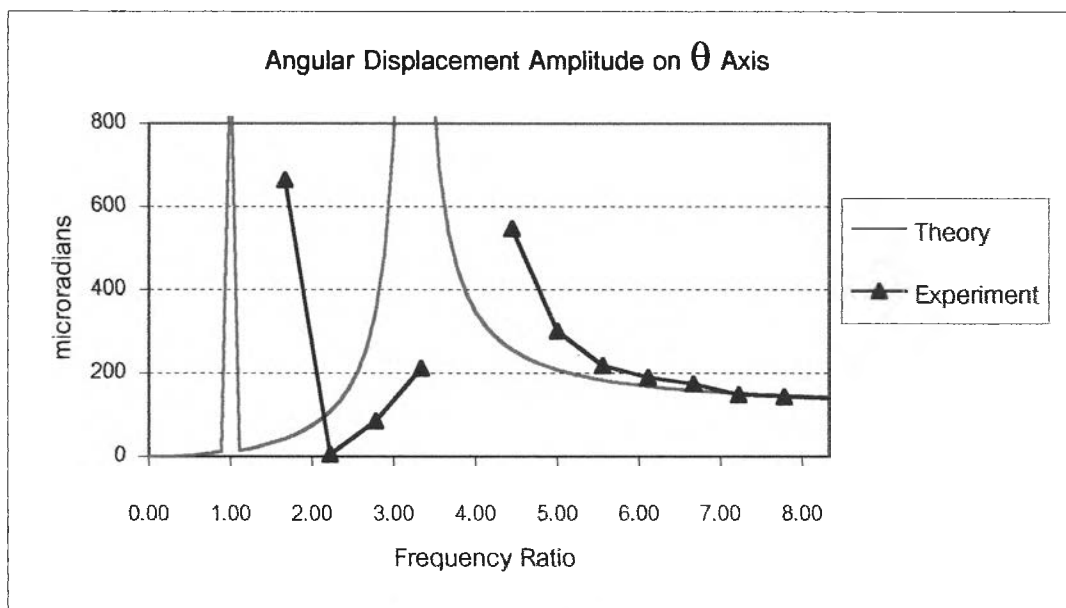
Machine Speed (rpm)	Unbalance Force (N)	Frequency Ratio	T_x		θ_0 (microradians)	
			Theory	Experiment	Theory	Experiment
0	0.00	0.00	0.0127	-	0.00	-
100	0.20	0.56	0.0367	-	4.02	-
200	0.82	1.11	0.2033	-	13.69	-
300	1.84	1.67	0.0784	7.3849	43.15	664.10
400	3.28	2.22	0.0851	0.1381	108.55	5.74
500	5.12	2.78	0.1555	0.1325	345.94	85.91
600	7.38	3.33	0.5708	0.1141	1936.38	211.48
700	10.04	3.89	0.0817	0.6646	390.17	957.50
800	13.12	4.44	0.0404	0.1149	257.17	546.75
900	16.60	5.00	0.0255	0.0480	208.51	301.22
1000	20.50	5.56	0.0180	0.0270	183.67	218.43
1100	24.80	6.11	0.0136	0.0186	168.81	189.46
1200	29.52	6.67	0.0107	0.0143	159.02	174.30
1300	34.64	7.22	0.0087	0.0106	152.16	149.18
1400	40.18	7.78	0.0072	0.0088	147.12	143.90
1500	46.12	8.33	0.0061	0.0078	143.30	139.51

ตารางที่ 5-2 การสันสะท้อนในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น x และพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม θ ทางทฤษฎีและจากการทดลองที่ความเร็วรอบของเครื่องจักร 300 ถึง 1500 rpm



มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (1.67, 7.385) และ (3.89, 0.665) ซึ่งเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-16 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการส่งผ่านในแนวแกน x และอัตราส่วนความถี่ สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความเสรี



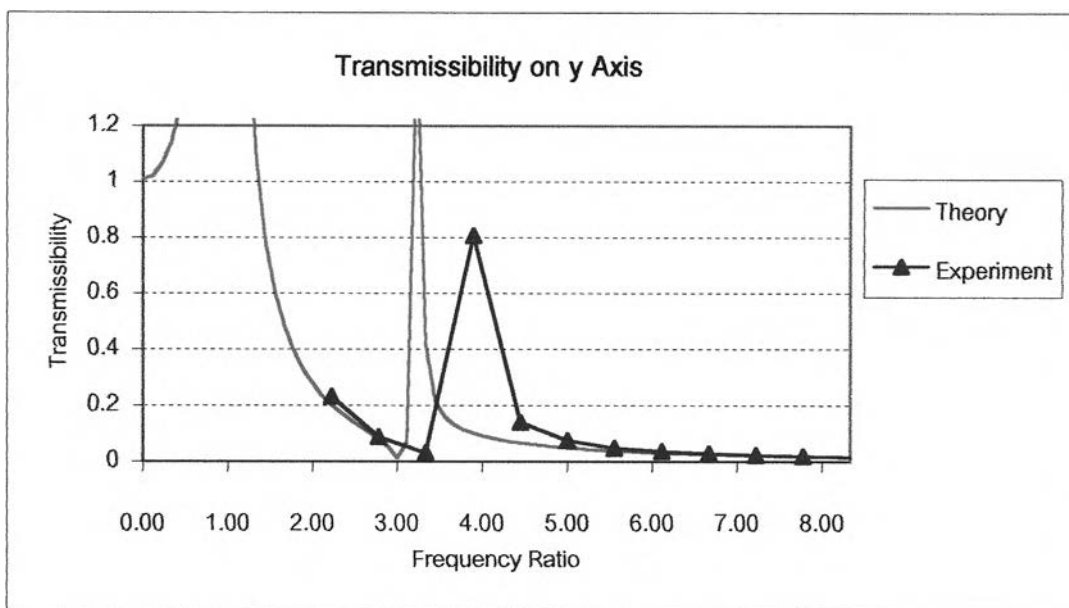
มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (3.89, 957.50) ซึ่งเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-17 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม θ_0 และอัตราส่วนความถี่ สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความเสรี

2. ผลการทดลองในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น y ควบคู่กับพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม β

Machine Speed (rpm)	Unbalance Force (N)	Frequency Ratio	TR_y		β_0 (microradians)	
			Theory	Experiment	Theory	Experiment
0	0.00	0.00	1.0087	-	0.00	-
100	0.20	0.56	1.4985	-	4.57	-
200	0.82	1.11	3.0854	-	57.24	-
300	1.84	1.67	0.4833	5.9514	36.12	3188.65
400	3.28	2.22	0.2033	0.2318	58.34	174.63
500	5.12	2.78	0.0806	0.0888	146.15	162.88
600	7.38	3.33	0.4184	0.0309	1089.69	225.86
700	10.04	3.89	0.1017	0.8086	153.13	1040.90
800	13.12	4.44	0.0672	0.1406	94.26	337.77
900	16.60	5.00	0.0500	0.0753	73.40	147.76
1000	20.50	5.56	0.0391	0.0489	62.90	80.12
1100	24.80	6.11	0.0316	0.0368	56.67	45.12
1200	29.52	6.67	0.0262	0.0291	52.59	18.51
1300	34.64	7.22	0.0221	0.0223	49.74	3.39
1400	40.18	7.78	0.0189	0.0185	47.65	24.63
1500	46.12	8.33	0.0163	0.0157	46.07	55.72

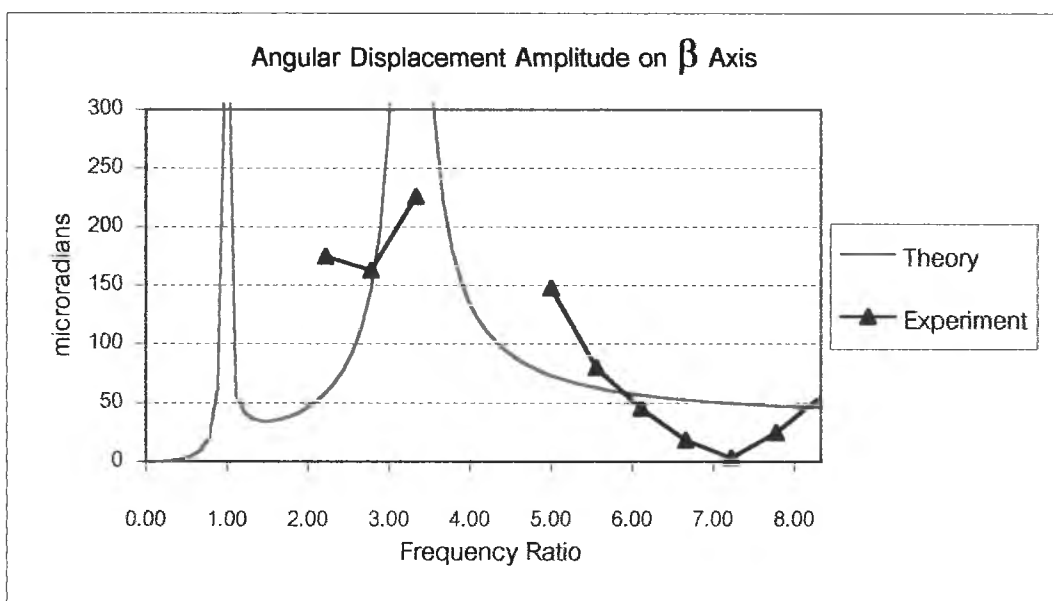
ตารางที่ 5-3 การสัมพันธ์ในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น y และพิกัดการเคลื่อนที่เชิงมุม β ทาง
ทฤษฎีและจากการทดลองที่ความเร็วรอบของเครื่องจักร 300 ถึง 1500 rpm



มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (1.67,5.951)

ซึ่งเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-18 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการส่งผ่านในแนวแกน y และอัตราส่วนความถี่
สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความถี่



มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (1.67,3188), (3.89,1041) และ (4.44,338)

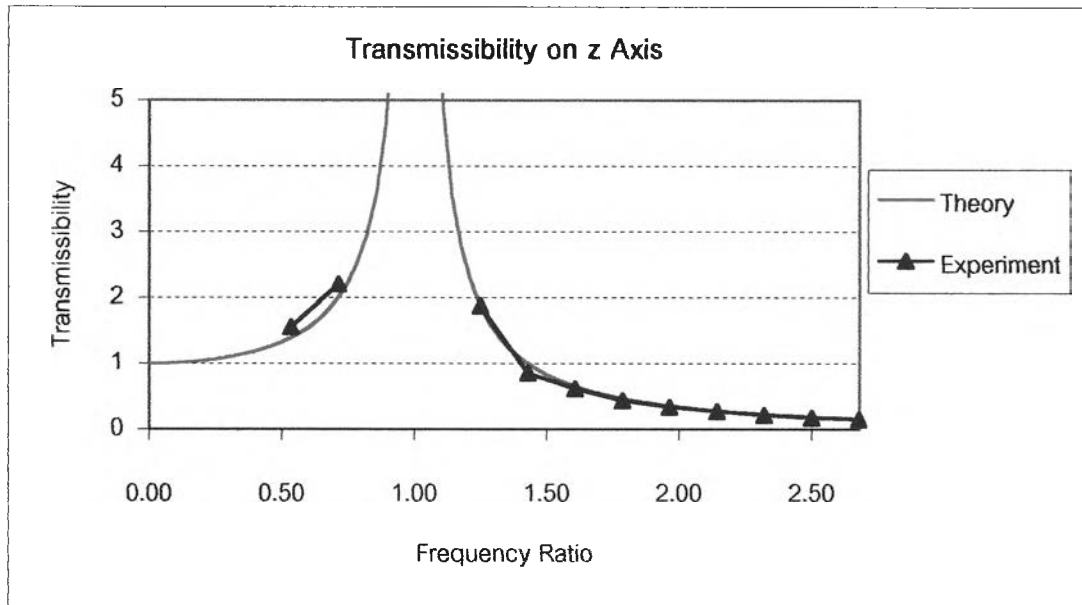
ซึ่งข้อมูล (1.67,3188) และ (3.89,1041) เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-19 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม β_0 และอัตราส่วนความถี่
สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความถี่

3. ผลการทดลองในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น z

Machine Speed (rpm)	U _{kolonns} Force (N)	Frequency Ratio	TR _z	
			Theory	Experiment
0	0.00	0.00	1.00	-
100	0.20	0.18	1.03	-
200	0.82	0.36	1.14	-
300	1.84	0.54	1.39	1.55
400	3.28	0.71	2.00	2.20
500	5.12	0.89	4.60	6.50
600	7.38	1.07	7.88	5.37
700	10.04	1.25	1.87	1.87
800	13.12	1.43	1.00	0.85
900	16.60	1.61	0.65	0.61
1000	20.50	1.79	0.47	0.43
1100	24.80	1.96	0.36	0.33
1200	29.52	2.14	0.29	0.27
1300	34.64	2.32	0.23	0.21
1400	40.18	2.50	0.19	0.17
1500	46.12	2.68	0.17	0.15

ตารางที่ 5-4 การสัมพันธ์ในพิกัดการเคลื่อนที่เชิงเส้น z ทางทฤษฎีและจากการทดลองที่
ความเร็วรอบของเครื่องจักร 300 ถึง 1500 rpm



มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (0.89,6.50) และ (1.07,5.37)

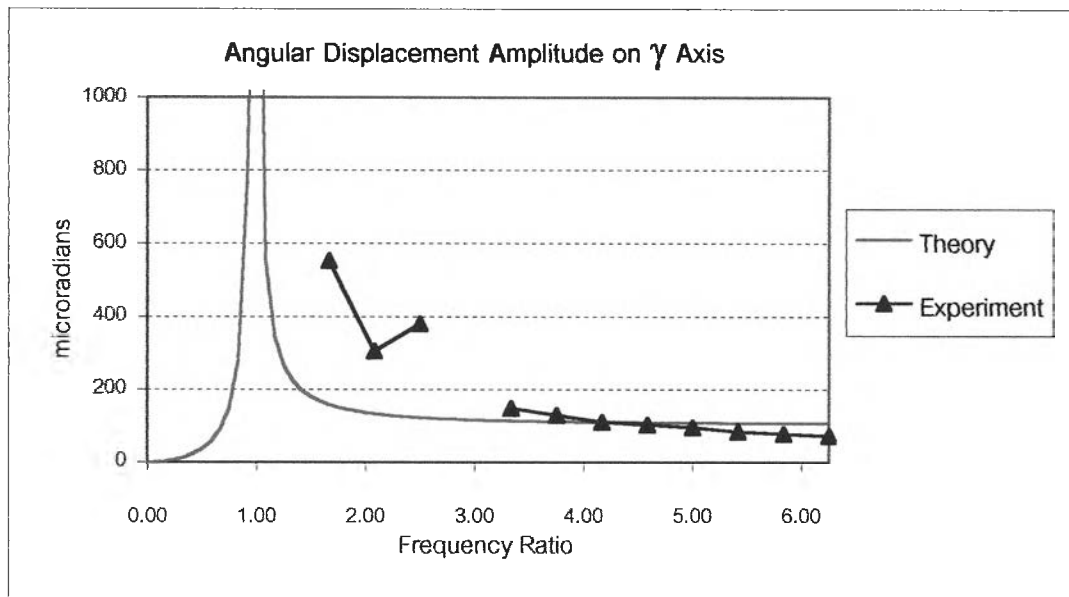
ซึ่งข้อมูล (0.89,6.50) เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการส่งผ่านในแนวแกน z และอัตราส่วนความถี่
สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความเร็ว

4. ผลการทดลองในพิภักการเคลื่อนที่เชิงมุม γ

Machine Speed (rpm)	Unbalance Force (N)	Frequency Ratio	γ_0 (microradians)	
			Theory	Experiment
100	0.20	0.42	23.29	-
200	0.82	0.83	280.66	-
300	1.84	1.25	268.11	6286.36
400	3.28	1.67	159.18	552.73
500	5.12	2.08	133.98	306.18
600	7.38	2.50	123.37	381.27
700	10.04	2.92	117.75	4708.18
800	13.12	3.33	114.37	149.00
900	16.60	3.75	112.16	129.86
1000	20.50	4.17	110.63	110.09
1100	24.80	4.58	109.53	103.36
1200	29.52	5.00	108.70	95.23
1300	34.64	5.42	108.07	84.45
1400	40.18	5.83	107.57	78.55
1500	46.12	6.25	107.17	71.73

ตารางที่ 5-5 การสันสะท้อนในพิภักการเคลื่อนที่เชิงมุม γ ทางทฤษฎีและจากการทดลองที่
ความเร็วรอบของเครื่องจักร 300 ถึง 1500 rpm



มีข้อมูลจากการทดลองอยู่เหนือกราฟซึ่งไม่ได้แสดงให้เห็นที่พิกัด (1.25,6286) และ (2.92,4708) ซึ่งเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของการทดลอง

รูปที่ 5-21 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม γ_0 และอัตราส่วนความถี่ สำหรับระบบที่ติดตั้งตัวกันการสั่นสะเทือน วิเคราะห์แบบ 6 ลำดับชั้นความถี่

พิจารณาพิภักการเคลื่อนที่เชิงเส้น x

ทฤษฎี

1. มีความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) 2 ค่า เนื่องจากการควบของพิภัก (Coupling Coordinate) ระหว่างพิภัก x และ θ
2. ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติ 2 ค่าของระบบ จะมีตำแหน่งที่ค่าการส่งผ่านต่ำที่สุดหนึ่งตำแหน่ง แต่มีค่ามากกว่า 0
3. ค่าการส่งผ่านที่อัตราส่วนความถี่ (Frequency Ratio) เป็น 0 ไม่เท่ากับ 1 ซึ่งต่างจากค่าการส่งผ่านในพิภักการเคลื่อนที่ z
4. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบมาก ๆ ค่าการส่งผ่านจะยิ่งมีค่าลดลง

การทดลอง

1. แนวโน้มของกราฟจากการทดลองคล้ายกับทางทฤษฎี
2. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่าเหมือนทางทฤษฎี แต่ค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่า มีค่ามากกว่าทางทฤษฎี

พิจารณาพิภักการเคลื่อนที่เชิงมุม θ

ทฤษฎี

1. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า และมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติในแนวแกน x ทั้ง 2 ค่าเนื่องจากเกิดการควบของพิภัก ระหว่างพิภัก x และ θ
2. ที่อัตราส่วนความถี่เป็น 0 มีค่าการระจัดเชิงมุมเท่ากับ 0 microradian
3. ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบ จะมีตำแหน่งที่มีแอมพลิจูดการระจัดเชิงมุม θ ต่ำที่สุดหนึ่งตำแหน่ง และมีค่ามากกว่า 0 microradian
4. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบมาก ๆ แอมพลิจูดการระจัดเชิงมุม θ_0 จะยิ่งมีค่าลดลง

การทดลอง

1. แนวโน้มของกราฟจากการทดลอง คล้ายกับในทางทฤษฎี
2. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่าเหมือนในทางทฤษฎี แต่ค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่า มีค่ามากกว่าในทางทฤษฎี

พิจารณาพิภักการเคลื่อนที่เชิงเส้น y

ทฤษฎี

1. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า เนื่องจากเกิดการควบของพิภักระหว่างพิภัก y และ β
2. ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบ มีตำแหน่งที่ค่าการส่งผ่านต่ำที่สุดหนึ่งตำแหน่งและมีค่าเท่ากับ 0
3. ค่าการส่งผ่านที่อัตราส่วนความถี่เป็น 0 ไม่เท่ากับ 1 แต่ในระบบนี้มีค่าใกล้เคียง 1 มาก ซึ่งต่างจากค่าการส่งผ่านในแนวแกน z
4. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบมาก ๆ ค่าการส่งผ่านยังมีค่าลดลง

การทดลอง

1. แนวโน้มของกราฟจากการทดลองคล้ายกับในทางทฤษฎี
2. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่าเหมือนทางทฤษฎี แต่ค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่า มีค่ามากกว่าทางทฤษฎี

พิจารณาพิภักการเคลื่อนที่เชิงมุม β

ทฤษฎี

1. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า และมีค่าเท่ากับค่าความถี่ธรรมชาติในแนวแกน y ทั้ง 2 ค่า เนื่องจากเกิดการควบของพิภักระหว่างพิภัก y และ β
2. ที่อัตราส่วนความถี่เป็น 0 มีค่าการกระจัดเชิงมุมเท่ากับ 0 microradian
3. ระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบ จะมีตำแหน่งที่มีแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม β ต่ำที่สุดหนึ่งตำแหน่ง แต่มีค่ามากกว่า 0 microradian
4. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าของระบบมาก ๆ ค่าแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม β_0 จะยังมีค่าลดลง

การทดลอง

1. แนวโน้มของกราฟจากการทดลองคล้ายกับในทางทฤษฎี
2. มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่าเหมือนในทางทฤษฎี แต่ค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่า มีค่ามากกว่าในทางทฤษฎี
3. ที่ความเร็วรอบของเครื่องจักร 1300 rpm อัตราส่วนความถี่ 7.22 เป็นตำแหน่งที่แอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุม β_0 มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ต่างจากทางทฤษฎีซึ่งไม่มีตำแหน่งนี้

พิจารณาพิภคการเคลื่อนที่เชิงเส้น z

ทฤษฎี

1. มีค่าความถี่ธรรมชาติ 1 ค่า
2. ค่าการส่งผ่านที่อัตราส่วนความถี่ (Frequency ratio) เป็น 0 เท่ากับ 1
3. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติของระบบ

มาก ๆ ค่าการส่งผ่านจะยิ่งมีค่าลดลง

การทดลอง

แนวโน้มของกราฟจากการทดลอง คล้ายกับในทางทฤษฎีมาก

พิจารณาพิภคการเคลื่อนที่เชิงมุม γ

ทฤษฎี

1. มีค่าความถี่ธรรมชาติ 1 ค่า
2. ที่อัตราส่วนความถี่เป็น 0 ค่าการกระจัดเชิงมุมมีค่าเท่ากับ 0 microradian
3. เมื่อความเร็วรอบในการทำงานของเครื่องจักรมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติของระบบ

มาก ๆ ค่าแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุมรอบแกน γ จะมีค่าลดลง

การทดลอง

แนวโน้มของกราฟจากการทดลอง คล้ายกับในทางทฤษฎี แต่มีค่าความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า

5-6 อภิปรายผลการทดลอง

1. พิจารณารูปที่ 5-16 และ 5-17 เนื่องจากลักษณะกราฟของพิกัด x และ θ เปรียบเทียบระหว่างในทางทฤษฎีกับการทดลองมีลักษณะแนวโน้มของกราฟคล้ายคลึงกัน คือ มีความถี่ธรรมชาติ 2 ค่า จุดต่ำสุดของกราฟมีค่าใกล้เคียงกัน สังเกตว่าลักษณะของกราฟในการทดลองเลื่อนไปทางขวาจากกราฟในทางทฤษฎี และความถี่ธรรมชาติของระบบในพิกัด x และ θ มีค่าเท่ากันทั้ง 2 ค่า พิจารณาได้ว่าการควบของพิกัด (Coupling coordinate) ระหว่างพิกัดทั้งสอง ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ในพิกัดทั้งสองมีผลต่อกัน ทำให้เกิดความถี่ธรรมชาติขึ้น 2 ค่า คือที่ 300 และ 700 rpm (ดูได้จากตารางที่ 5-2) แต่ค่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่าจากการทดลองมีค่ามากกว่าในทางทฤษฎี ซึ่งน่าจะเกิดจากความคลาดเคลื่อนในการหาค่าพารามิเตอร์ค่าต่าง ๆ ของระบบ ค่าพารามิเตอร์ที่น่าจะเกิดความคลาดเคลื่อนมากได้แก่ ค่าความแข็งของสปริง, โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล (Mass Moment of Inertia) และการหาจุดศูนย์กลางมวล (Center of Mass)

2. พิจารณารูปที่ 5-18 และ 5-19 ระหว่างพิกัด y และ β มีการควบของพิกัดเกิดขึ้น โดยสังเกตจากตำแหน่งของความถี่ธรรมชาติเป็นตำแหน่งเดียวกันทั้ง 2 ค่า พิจารณารูปที่ 5-21 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุมรอบแกน γ และอัตราส่วนความถี่ พบว่ามีความแตกต่างกับในทางทฤษฎีมาก โดยความถี่ธรรมชาติมีถึง 2 ตำแหน่ง แต่ในทางทฤษฎีมีเพียง 1 ตำแหน่ง และตำแหน่งของความถี่ธรรมชาติจากการทดลองทั้ง 2 ตรงกับตำแหน่งความถี่ธรรมชาติในพิกัด y และ β คือที่ความถี่ประมาณ 300 และ 700 rpm (ดูได้จากตารางที่ 5-3 และ 5-5) ดังนั้นพิจารณาได้ว่า พิกัดทั้ง 3 มีการควบของพิกัดเกิดขึ้น ซึ่งน่าจะเกิดจากการเอียงของจุดศูนย์กลางมวล (Center of Gravity, CG) ไปตามแนวแกน x ดังรูปที่ 5-22 สังเกตรูปที่ 5-19 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดการกระจัดเชิงมุมรอบแกน β และอัตราส่วนความถี่พบว่า เมื่อความเร็วรอบของเครื่องจักรมากกว่าความถี่ธรรมชาติทั้ง 2 ค่า (ที่อัตราส่วนความถี่สูง ๆ) เส้นกราฟจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอีก ซึ่งต่างจากในทางทฤษฎี สาเหตุเกิดจากมีการควบกับพิกัด γ และเมื่ออัตราส่วนความถี่สูงขึ้นมากกว่าช่วงที่ใช้ในการทดลองจะพบความถี่ธรรมชาติตำแหน่งที่ 3 และความผิดพลาดในการวัดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ทำให้ความถี่ธรรมชาติค่าที่สูงที่สุดในการทดลองมีค่าสูงกว่าในทางทฤษฎีมาก

3. พิจารณารูปที่ 5-20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการส่งผ่านในแนวแกน z และอัตราส่วนความถี่พบว่า เส้นกราฟจากการทดลองและในทางทฤษฎีมีแนวโน้มเหมือนกันมาก คือ เส้นกราฟเกือบจะทับกันพอดี ดังนั้นพิจารณาได้ว่า ทฤษฎีของการสั่นสะเทือนในพิกัดการเคลื่อนที่ z ที่นำมาใช้นั้นถูกต้อง และไม่เห็นผลจากการควบกับพิกัดอื่น ดังนั้น การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนต่อจากบทนี้ไปจะวิเคราะห์การสั่นสะเทือนเฉพาะในแนวแกน z และมีสมมติฐานว่า ไม่มีการควบกับพิกัดการเคลื่อนที่ในแนวแกนอื่น

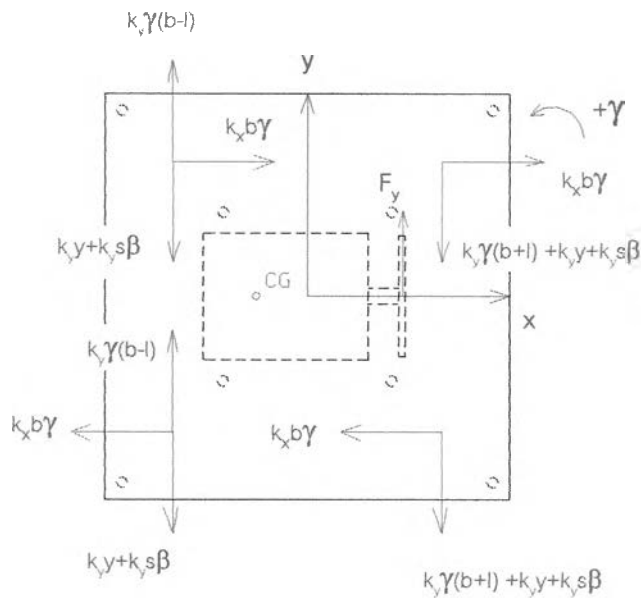
4. จากตาราง 5-6 ซึ่งคำนวณแรงส่งผ่านไปยังพื้นที่ความเร็วรอบต่าง ๆ ของเครื่องจักร โดยนำขนาดการกระจัด X, Y และ Z จากตารางข้อมูลดิบ 5-1 คูณกับค่าความแข็งสปริง $4k_x$, $4k_y$ และ $4k_z$ ตามลำดับ (มีตัวกันการสั่นสะเทือน 4 ตัว) สังเกตว่าเมื่อเครื่องจักรทำงานที่ความเร็วรอบ 300 ถึง 1500 rpm แรงส่งผ่านไปยังพื้นที่ในแนวแกน z มีค่ามากกว่าในแนวแกน x และ y มาก ยกเว้นที่ความเร็วรอบ 300 และ 700 rpm เป็นความถี่ธรรมชาติของการสั่นสะเทือนในแนวแกน x และ y ซึ่งโดยปกติการติดตั้งเครื่องจักรจะหลีกเลี่ยงไม่ให้ความถี่ธรรมชาติของระบบตรงกับความเร็วรอบของเครื่องจักร ดังนั้น การทดลองต่อจากบทนี้ไปจะวิเคราะห์เฉพาะแรงส่งผ่านไปยังพื้นที่ในแนวแกน z เท่านั้น เพราะมีค่าแรงส่งผ่านไปยังพื้นที่สูงกว่าในแนวแกน x และ y มาก

Running Speed (rpm)	F_{Tx} (N)	F_{Ty} (N)	F_{Tz} (N)
300	13.62	10.98	2.86
400	0.45	0.76	7.21
500	0.68	0.46	33.32
600	0.84	0.23	39.64
700	6.68	8.12	18.81
800	1.51	1.84	11.21
900	0.80	1.25	10.19
1000	0.55	1.00	8.83
1100	0.46	0.91	8.23
1200	0.42	0.86	7.94
1300	0.37	0.77	7.25
1400	0.35	0.74	6.93
1500	0.36	0.73	6.97

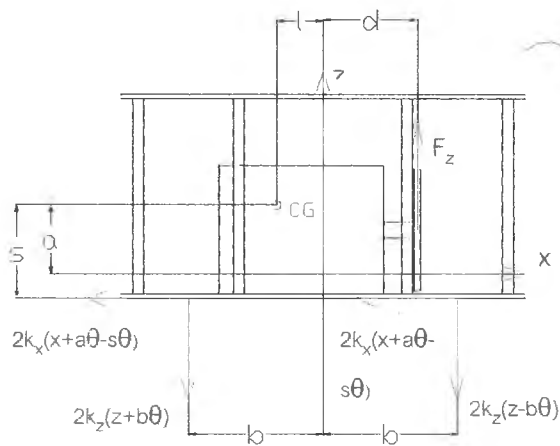
ตารางที่ 5-6 แรงส่งผ่านไปยังพื้นที่ 3 แนวแกนที่ความเร็วรอบเครื่องจักรต่าง ๆ

อภิปรายการสั่นสะเทือนของระบบเมื่อจุด CG ไม่ได้อยู่บนแกน z

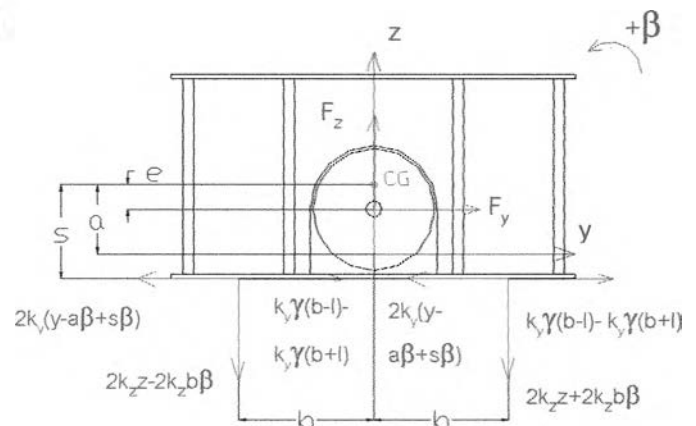
ในการติดตั้งเครื่องจักรจุด CG อาจไม่อยู่บนแกน z พิจารณารูปที่ 5-22 สังเกตว่าโดยปกติเครื่องจักรจะมีความสมดุลรอบระนาบ XZ การเอียงของจุด CG ไปตามแนวแกน y จะเกิดขึ้นน้อยมาก แต่การเอียงของจุด CG ไปตามแนวแกน x อาจเกิดขึ้นได้ กำหนดให้มีการเอียงของจุด CG ไปตามแนวแกน x เป็นระยะ l



TOP VIEW



FRONT VIEW



SIDE VIEW

รูปที่ 5-22 ผังแรงอิสระของระบบ เมื่อจุด CG เอียงไปตามแนวแกน x เป็นระยะ l

จากรูปที่ 5-22 โดยมีสมมติฐานว่า วัตถุที่อยู่บนสปริงทั้งหมดเป็นวัตถุเดียวกัน เป็นวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid Body) การเคลื่อนที่เชิงมุมมีค่าน้อย และไม่มีความหน่วง ใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's Second Law) อธิบายการเคลื่อนที่ของระบบทั้ง 6 พิกัด ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 m(\ddot{x} + a\ddot{\theta}) &= -4k_x(x - (s - a)\theta) \\
 m(\ddot{y} - a\ddot{\beta}) &= -4k_y(y + (s - a)\beta) + 2k_y\gamma(b - l) - 2k_y\gamma(b + l) + F_0 \cos \omega t \\
 m(\ddot{z} + l\ddot{\theta}) &= -4k_z z + F_0 \sin \omega t \\
 I_x \ddot{\beta} &= -4k_y s(y + (s - a)\beta) - 4k_z b^2 \beta + [2k_z \gamma(b - l) - 2k_z \gamma(b + l)]s + F_0 e \cos \omega t \\
 I_y \ddot{\theta} &= 4k_x s(x - (s - a)\theta) + 2k_z(z - b\theta)(b + l) - 2k_z(z + b\theta)(b - l) \\
 &\quad - F_0(d + l) \sin \omega t \\
 I_z \ddot{\gamma} &= -4k_x b^2 \gamma - 2k_y \gamma(b - l)^2 - 2k_y \gamma(b + l)^2 + 2k_y \gamma(b - l) - 2k_y \gamma(b + l) \\
 &\quad + 2k_y s \beta(b - l) - 2k_y s \beta(b + l) + F_0(d + l) \cos \omega t
 \end{aligned}$$

(5-18)

คำตอบของสมการจะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned}
 x &= X \sin \omega t \\
 y &= Y \cos \omega t \\
 z &= Z \sin \omega t \\
 \beta &= \beta_0 \cos \omega t \\
 \theta &= \theta_0 \sin \omega t \\
 \gamma &= \gamma_0 \cos \omega t
 \end{aligned}$$

จากสมการ 5-18 ได้คำตอบของสมการตั้งในภาคผนวก จ สังเกตว่า จากระบบสมการ 5-18 มีการควบของพิกัด x, z, θ และการควบของพิกัด y, β, γ ซึ่งการควบของพิกัด y, β, γ ตรงกับส่วนอภิปรายการทดลองและเกิดขึ้นอย่างชัดเจน ส่วนการควบของพิกัด x, z, θ ไม่ได้เกิดขึ้นในการทดลอง อาจเกิดจากการเยื้องของจุด CG มีน้อยจึงเห็นผลชัดเจนเฉพาะในบางพิกัด

พิจารณาเปรียบเทียบตำแหน่งความถี่ธรรมชาติเมื่อระยะ l เป็น 0 (จุด CG อยู่บนแกน z) และระยะ $l = 0.05$ m

เมื่อระยะ l เป็น 0 นั่นคือการวิเคราะห์ระบบโดยจุด CG อยู่บนแกน z ดังที่วิเคราะห์ไว้ในตอนต้นของบทโดยแสดงการคำนวณในภาคผนวก ง ได้ค่าความถี่ธรรมชาติในแต่ละพิกัดดังนี้

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด x และ θ (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174 และ 581 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด z อยู่ที่ 565 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด y และ β (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174 และ 586 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด γ อยู่ที่ 234 rpm

เมื่อระยะ l เป็น 0.05 m ค่าความถี่ธรรมชาติของระบบจากคำตอบของสมการ 5-18 (ในภาคผนวก จ) โดยใช้แนวทางการคำนวณจากภาคผนวก ง ได้ดังนี้

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด x , z และ θ (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174, 506 และ 684 rpm

-ความถี่ธรรมชาติของการเคลื่อนที่ในพิกัด y , β และ γ (มีการควบของพิกัด) อยู่ที่ 174, 234 และ 586 rpm

สังเกตว่า ตำแหน่งความถี่ธรรมชาติเปลี่ยนแปลงไม่มาก เมื่อมีการเยื้องจุด CG ไปตามแนวแกน x เป็นระยะ 5 cm

ดังนั้น ควรมีการติดตั้งมวลเพื่อให้จุด CG อยู่ใกล้แกน z (แกน z อยู่ในแนวตั้งและผ่านตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างตัวกันการสั่นสะเทือนทั้ง 4 ตัว) มากที่สุด โดยสังเกตให้ระยะหดตัวของตัวกันการสั่นสะเทือนทั้ง 4 ตัวเท่ากัน เพื่อให้ระบบจริงใกล้เคียงกับระบบที่วิเคราะห์ทางทฤษฎีมากที่สุด ก่อนจะมีการติดตั้งตัวดูดซับการสั่นสะเทือนต่อไป