บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้จัดทำขึ้นเพื่อศึกษาเปรียบเทียบ วิธีการประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีพื้นฐานซึ่งมีทั้งสิ้น 3 วิธี คือ ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood : ML), ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(Invariance Quadratic Estimator : IQE) และตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด(Restricted Maximum Likelihood : REML) ซึ่งตัวประมาณพื้นฐานดังกล่าวมีความเหมาะเฉพาะกรณี ดังนั้น จึงนำสู่การศึกษาหาวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนจากตัวประมาณพื้นฐานดังกล่าว ที่เหมาะสม ซึ่งการศึกษาครั้งนี้ได้รวบรวมวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนไว้ทั้งสิ้น 4 วิธี คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักที่เท่ากัน : (EQ), วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของ $\bar{y}_{..}$: (Vy) , วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณแยกเป็น 2 ส่วนย่อยๆ คือกรณีประมาณ σ_τ^2 : (Vt) และกรณีประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน : (VV) และวิธีสุดท้ายคือวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เป็นการศึกษาเฉพาะแผนการทดลองสุ่มสมบูรณ์(CRD) ในกรณีศึกษาต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยรวม(μ) 40
- ค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ มีความสัมพันธ์ในรูป

$$\frac{\sigma_\tau^2}{\sigma_e^2} = k$$

โดย กำหนด k เป็น 0.1, 0.5, 1, 4 และ 9

และ กำหนด σ_e^2 เป็น 8

ดังนั้น σ_τ^2 เป็น 0.8, 4, 8, 32 และ 72

- จำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) 2, 4, 6, 8, 10 และ 12
- จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n) 2, 4 และ 6

เกณฑ์การพิจารณาหาตัวประมาณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่ดีนั้น จะต้องเป็นตัวประมาณที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Mean Square Error : MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ต่ำ ดังนั้นจะได้ว่าตัวประมาณที่โดดเด่นที่สุดในกลุ่มคือตัวประมาณที่มีค่าความคลาด

เคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)ต่ำที่สุด ซึ่งในบทนี้มีการสรุปผลการวิจัยแบ่งเป็น 4 ส่วน โดยแต่ละส่วนจะกล่าวถึงผลการประมาณค่าของตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนซึ่งเป็นผลรวมของตัวประมาณ σ_τ^2 และ σ_ε^2 ควบคู่กัน สำหรับการเสนอแนะได้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือด้านการนำไปใช้ และด้านการศึกษาวิจัยโดยมีรายละเอียดดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 ตัวประมาณด้วยวิธีพื้นฐาน

ตัวประมาณพื้นฐานที่มีความโดดเด่นในแต่ละกรณีศึกษามี 2 ตัวเท่านั้นคือตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood : ML) และตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(Invariance Quadratic Estimator : IQE) สรุปได้ดังนี้

5.1.1.1 กรณี k มีค่าน้อย

สำหรับตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) โดดเด่นที่สุด ยกเว้นเฉพาะกรณีที่จำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) มาก และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)น้อยๆ ที่ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(ML) มีความโดดเด่นที่สุด

สำหรับตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(ML) โดดเด่นที่สุด ยกเว้นเฉพาะกรณีที่จำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)น้อยๆ หรือเมื่อจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)มากขึ้น จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n) ต้องเพิ่มมากขึ้นด้วย ที่ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) มีความโดดเด่นที่สุด

5.1.1.2 กรณี k มีค่ามาก

ทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ให้ผลสอดคล้องกัน โดยพบว่าตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) โดดเด่นในทุกกรณี

5.1.2 ตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม1

วิธีนี้เป็นการนำตัวประมาณพื้นฐานทั้ง 3 วิธี ซึ่งได้แก่ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood : ML), ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(Invariance Quadratic Estimator : IQE) และตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด (Restricted Maximum Likelihood : REML) มาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักสรุปได้ดังนี้

5.1.2.1 กรณี k มีค่าน้อยๆ

สำหรับตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 ในกลุ่ม1นี้ พบว่าวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณ σ_τ^2 : (Vt1) โดดเด่นในทุกกรณี

สำหรับตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม1 พบว่ากรณีส่วนใหญ่วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน : (VV1) โดดเด่นที่สุด ยกเว้นเฉพาะกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)ค่อนข้างมาก และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)น้อยๆ ที่วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของ $\bar{y}_{..}$: (Vy1) โดดเด่นที่สุด

5.1.2.2 กรณี k มีค่ามาก

ทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนให้ผลสอดคล้องกัน โดยพบว่ากรณีส่วนใหญ่วิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA1) โดดเด่นที่สุด ยกเว้นเฉพาะกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)น้อยๆ หรือเมื่อจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) เพิ่มขึ้น จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)ต้องเพิ่มมากขึ้นด้วย ที่วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณ ซึ่งกรณีประมาณ σ_τ^2 : (Vt1) และกรณีประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน : (VV1) มีความโดดเด่นที่สุด

5.1.3 ตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2

วิธีนี้เป็นการนำตัวประมาณพื้นฐานทั้ง 2 วิธี ซึ่งได้แก่ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood : ML) และตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(Invariance Quadratic Estimator : IQE) มาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักสรุปได้ดังนี้

5.1.3.1 กรณี k มีค่าน้อยๆ

สำหรับตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 ด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2 สามารถสรุปผลที่ได้เป็น 3 กลุ่มโดยพบว่าวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณ σ_τ^2 : (Vt2) ซึ่งโดดเด่นที่สุดในกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)น้อยๆ หรือเมื่อจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)เพิ่มขึ้น จำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)ต้องเพิ่มมากขึ้นด้วย ในส่วนวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของ $\bar{y}_{..}$: (Vy2) โดดเด่นที่สุดในกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)มาก และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)น้อยๆ และสุดท้ายคือวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA2) ซึ่งจะโดดเด่นที่สุดในกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)มาก และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)มากด้วย

สำหรับตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2 สามารถสรุปผลที่ได้เป็น 3 กลุ่มเช่นกัน โดยพบว่าวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA2) โดดเด่นที่สุดในกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)ค่อนข้างน้อย และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)น้อยๆ ในส่วนวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของ $\bar{y}_{..}$: (Vy2) จะโดดเด่นในกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)ค่อนข้างมาก และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)น้อยๆ และสุดท้ายคือวิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน : (VV2) มีความโดดเด่นที่สุดในกรณีจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)มาก

5.1.3.2 กรณี k มีค่ามาก

ทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวนต่างให้ผลสอดคล้องกัน โดยพบว่ากรณีส่วนใหญ่วิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA2) โดดเด่นที่สุด ยกเว้นเฉพาะกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a)น้อยๆ ที่วิธีการถ่วงน้ำหนักโดยอาศัยค่าประมาณความแปรปรวนของตัวประมาณ ซึ่งกรณีประมาณ σ_τ^2 : (Vt2) และกรณีประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน : (VV2) มีความโดดเด่นที่สุด

สรุปผลวิจัยของทั้ง 3 กลุ่มสามรถนำเสนอเป็นรูปภาพได้ 2 รูป โดยแบ่งตามชนิดตัวประมาณ ซึ่งได้แก่ตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ดังจะได้นำเสนอในรูปที่ 5.1 – 5.2 ตามลำดับ

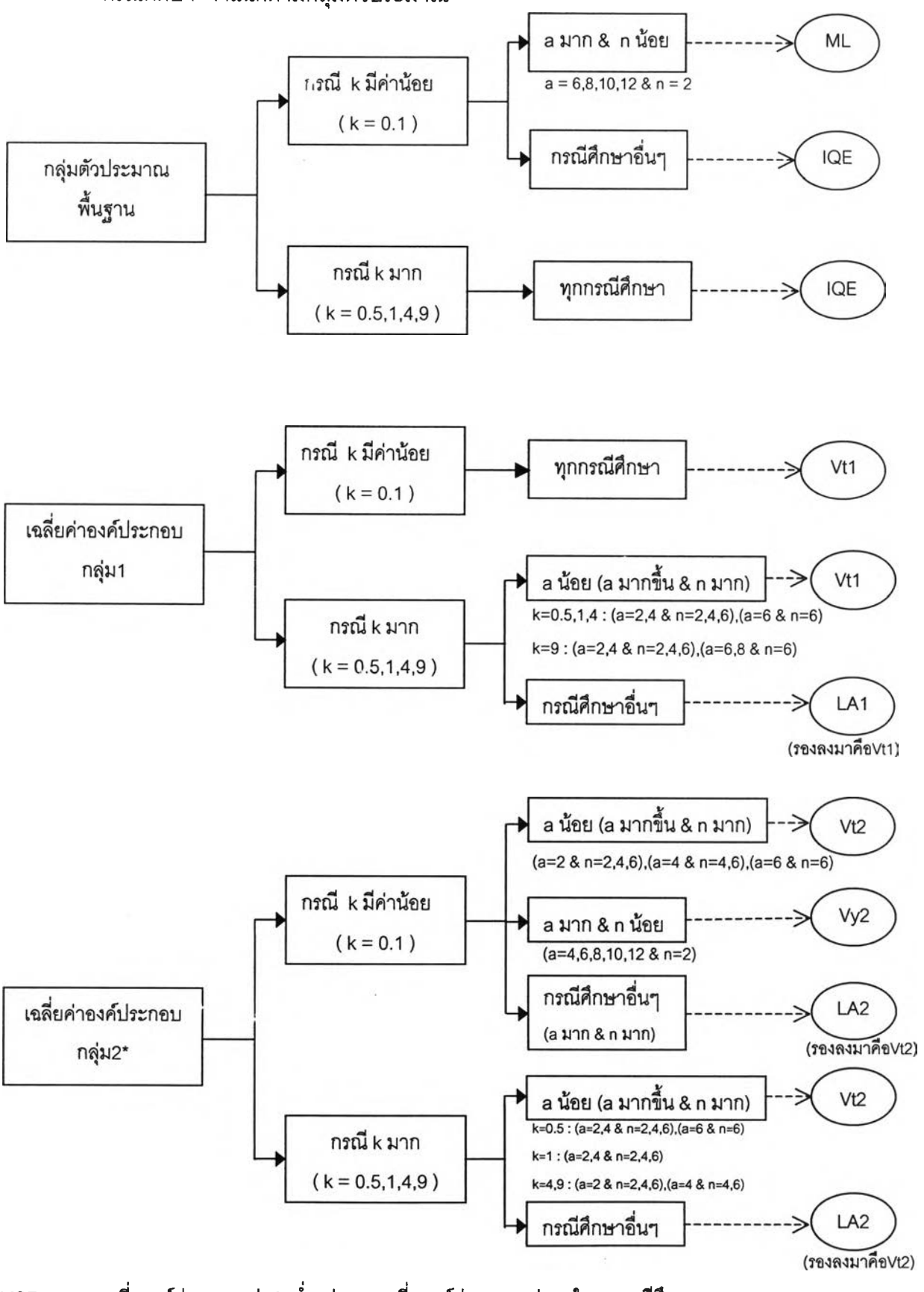
5.1.4 การเปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณด้วยวิธีพื้นฐานและตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนทั้งกลุ่ม1 และกลุ่ม2

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ของทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ทุกตัวไม่ว่าจะเป็นตัวประมาณด้วยวิธีพื้นฐาน และตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ต่างให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)ลดลง เมื่อจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) หรือจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n) มีค่าเพิ่มขึ้นเสมอ ยกเว้นเฉพาะกรณีประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 สำหรับ k = 0.1 กรณี a = 2 เมื่อ n = 2 ที่ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ต่ำกว่ากรณี a = 4 เมื่อ n = 2 อันเนื่องสูตรการคำนวณตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) ต้องใช้อัตราส่วนของจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n) มาเป็นส่วนหนึ่งในการคำนวณ ในกรณี a = 2 เมื่อ n = 2 อัตราส่วนดังกล่าวมีค่าน้อยมาก ประกอบกับกรณี k = 0.1 ทำให้ σ_τ^2 มีค่าน้อย ด้วยเหตุดังกล่าวจึงส่งผลต่อตัวประมาณ

วิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2 ของทั้งตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 และตัวประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ของตัวประมาณต่ำกว่า วิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม1 เสมอในทุกกรณีเพราะเนื่องจากตัวประมาณพื้นฐานก่อนนำมาเฉลี่ยที่มีความโดดเด่นมีเพียง 2 ตัวเท่านั้น คือตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(ML) และตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) ดังนั้นวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม1 ซึ่งได้นำตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด(REML)มาเฉลี่ยรวมด้วย ย่อมทำให้ตัวประมาณที่ได้ด้อยกว่าวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2

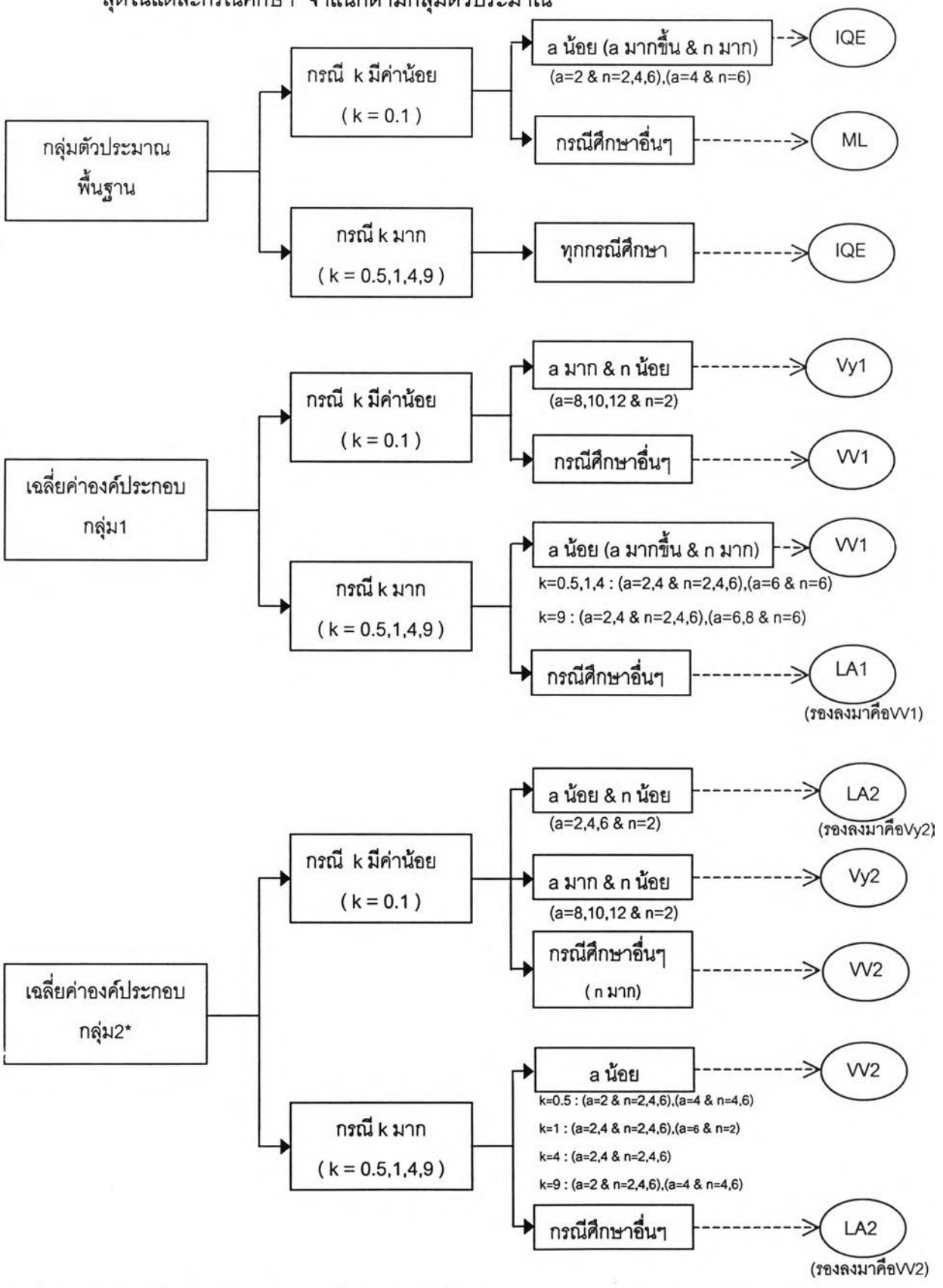
ตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2 ที่โดดเด่นในแต่ละกรณีดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 5.1.3 ต่างมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ของตัวประมาณ อยู่ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ของตัวประมาณพื้นฐานก่อนนำมาเฉลี่ยซึ่งได้แก่ ตัวประมาณแบบความควรจะเป็นสูงสุด(ML) และตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) แต่จะค่อนมาทางด้านตัวประมาณพื้นฐานที่มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)ต่ำกว่าในกรณีนั้นๆเสมอ ยกเว้นในบางกรณีที่ k มีค่าน้อยๆ ที่ตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกลุ่ม2 มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ต่ำกว่าค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) ของตัวประมาณพื้นฐานทั้ง 2 ตัวดังกล่าว

รูปที่ 5.1 แสดงการสรุปผลการการประมาณค่าพารามิเตอร์ σ_τ^2 ด้วยวิธีการที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Mean Square Error : MSE) ของตัวประมาณต่ำที่สุดในแต่ละกรณีศึกษา จำแนกตามกลุ่มตัวประมาณ



*ค่า MSE ของการเฉลี่ยองค์ประกอบกลุ่ม2 ต่ำกว่า การเฉลี่ยองค์ประกอบกลุ่ม1 ในทุกกรณีศึกษา

รูปที่ 5.2 แสดงการสรุปผลการวิจัยในการประมาณองค์ประกอบความแปรปรวน ด้วยวิธีการที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Mean Square Error : MSE) ของตัวประมาณต่ำที่สุดในแต่ละกรณีศึกษา จำแนกตามกลุ่มตัวประมาณ



*ค่า MSE ของการเฉลี่ยองค์ประกอบกลุ่ม2 ต่ำกว่า การเฉลี่ยองค์ประกอบกลุ่ม1 ในทุกกรณีศึกษา

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยที่ได้จะขอแบ่งข้อเสนอแนะออกเป็น 2 ด้านดังนี้

5.2.1 ด้านการนำไปใช้

5.2.1.1 เนื่องจากตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ σ_τ^2 แบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน (IQE) สำหรับ k = 0.1 กรณี a = 2 เมื่อ n = 2 ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE) มากกว่ากรณี a = 4 เมื่อ n = 2 ซึ่งผิดจากรูปแบบทั่วไปของตัวประมาณอื่นๆ ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(MSE)ลดลง เมื่อจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง(a) หรือจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย(n)มีเพิ่มขึ้น ดังนั้นควรหลีกเลี่ยงการใช้ตัวประมาณแบบกำลังสองไม่แปรเปลี่ยน(IQE) เฉพาะ k = 0.1 กรณี a = 2 เมื่อ n = 2 แต่เมื่อนำตัวประมาณดังกล่าวมาเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีใดๆ จะทำให้ปัญหาที่เกิดขึ้นหมดไป

5.2.1.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ_τ^2 และองค์ประกอบความแปรปรวนโดยการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA) แม้ว่าจะให้ผลการประมาณที่ดีในบางกรณีดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น แต่ในทางการนำไปใช้แล้วค่าถ่วงน้ำหนักที่มีอยู่อาจไม่ดีนัก เนื่องจากค่าถ่วงน้ำหนักที่มีเป็นค่าคงที่เฉพาะกรณีจำนวนระดับของปัจจัยที่ใช้ในการทดลอง = a และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละระดับของปัจจัย = n นั้นได้มาจากการเฉลี่ยค่าถ่วงน้ำหนักจากเพียง 5 กรณีย่อย (k = 0.1, 0.5, 1, 4 และ 9) ทำให้ค่าถ่วงน้ำหนักที่ได้อาจไม่เหมาะสมสำหรับกรณีที่ค่า k นอกเหนือไปจากที่ทำการศึกษา ดังนั้นจึงควรใช้วิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนที่มีความโดดเด่นรองจากวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA) แทน

5.2.1.3 ตัวประมาณด้วยวิธีการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวน อาจทำให้คุณสมบัติบางประการของตัวประมาณพื้นฐานก่อนการนำมาเฉลี่ยหายไป และเป็นการยากต่อการศึกษาถึงคุณสมบัติของตัวประมาณดังกล่าว

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

5.2.2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ σ_τ^2 และองค์ประกอบความแปรปรวน โดยการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนด้วยวิธีค่าสัมบูรณ์ต่ำสุด : (LA) สามารถพัฒนาให้เป็นตัวประมาณที่ดีได้ภายใต้การเฉลี่ยค่าถ่วงน้ำหนักจากกรณีย่อยที่มากขึ้น ซึ่งอาจใช้หลักการการลู่เข้าของค่าเฉลี่ยมาเป็นหลักการตัดสินใจกำหนดกรณีย่อยที่นำมาเฉลี่ยหาค่าถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมได้

5.2.2.2 การศึกษาครั้งนี้ได้นำตัวประมาณด้วยวิธีพื้นฐาน ภายใต้หลักการแก้ปัญหาตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 ที่มีค่าติดลบโดยกำหนดให้ตัวประมาณดังกล่าวมีค่าเป็น 0 มาทำการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ดังนั้นในการศึกษาครั้งต่อไปอาจนำตัวประมาณด้วยวิธีพื้นฐานตัวใหม่โดยใช้หลักการอื่นๆ เพื่อการแก้ปัญหาตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 มีค่าติดลบ นอกเหนือจากวิธีที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้มาทำการเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวน ซึ่งอาจเป็นตัวประมาณภายใต้หลักการที่ทำให้ตัวประมาณพารามิเตอร์ σ_τ^2 มีค่าไม่เป็นลบเป็นต้น

5.2.2.3 การศึกษาในครั้งต่อไปอาจใช้การเฉลี่ยค่าองค์ประกอบความแปรปรวนกับแผนการทดลองอื่นๆ