บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่เกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ด้วยวิธีการถดถอยแบบริดจ์ โดยใช้วิธีการหาค่าคงที่ (k) จากวิธีต่างๆ คือ 1. วิธีโฮเอิร์ล์เคนนาร์ด (HK) 2. วิธีการค้นหาข้อมูลแบบลำดับ (SEQ) และ 3. วิธีเบส์ (BAY) ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการหาค่าคงที่จาก 3 วิธีข้างต้น โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองและเปอร์เซนต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีการถดถอยริดจ์ เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 1 กลุ่ม

ส่วนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีการถดถอยริดจ์ เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 2 กลุ่ม

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยในรูปตาราง โดยใช้สัญลักษณ์แทนค่าต่าง ๆ กล่าวคือ

ρ	แทน	ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ
σ	"	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน
AMSE	"	ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง
SD	"	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง
PDMSE	"	เปอร์เซนต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง
HK	"	การหาค่าคงที่ (k) จากวิธีโฮเอิร์ล์เคนนาร์ด
SEQ	"	การหาค่าคงที่ (k) จากวิธีการค้นหาข้อมูลแบบลำดับ
BAY	"	การหาค่าคงที่ (k) จากวิธีเบส์
n	"	ขนาดตัวอย่าง

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีการถดถอยริดจ์เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 1 กลุ่ม

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการศึกษาที่ $\mu = 0$ และ $\sigma = 0.05, 0.5, 1, 3$ ตามลำดับ โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 โดยทำการศึกษาที่ระดับความสัมพันธ์ $(\rho) = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ และ 0.99 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 50 และ 100 ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้จะนำเสนอในตารางที่ 4.1.1 - 4.1.8 และ 4.2.1 - 4.2.12

รายละเอียดของตารางที่ 4.1.1 - 4.1.8 และ 4.2.1 – 4.2.12

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมด	จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กัน	ระดับความสัมพันธ์	σ
4.1.1	3	2	(0.1,...,0.99)	0.05
4.1.2	3	2	(0.1,...,0.99)	0.5
4.1.3	3	2	(0.1,...,0.99)	1
4.1.4	3	2	(0.1,...,0.99)	3
4.1.5	3	3	(0.1,...,0.99)	0.05
4.1.6	3	3	(0.1,...,0.99)	0.5
4.1.7	3	3	(0.1,...,0.99)	1
4.1.8	3	3	(0.1,...,0.99)	3
4.2.1	5	3	(0.1,...,0.99)	0.05
4.2.2	5	3	(0.1,...,0.99)	0.5
4.2.3	5	3	(0.1,...,0.99)	1
4.2.4	5	3	(0.1,...,0.99)	3
4.2.5	5	4	(0.1,...,0.99)	0.05
4.2.6	5	4	(0.1,...,0.99)	0.5
4.2.7	5	4	(0.1,...,0.99)	1
4.2.8	5	4	(0.1,...,0.99)	3
4.2.9	5	5	(0.1,...,0.99)	0.05
4.2.10	5	5	(0.1,...,0.99)	0.5
4.2.11	5	5	(0.1,...,0.99)	1
4.2.12	5	5	(0.1,...,0.99)	3

ตารางที่ 4.1.1 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.05	AMSE	0.000435	0.000426	0.000328	0.000096	0.000096	0.000070	0.000053	0.000053	0.000039	0.000026	0.000026	0.000019
		SD	(0.00055)	(0.00052)	(0.00043)	(0.00010)	(0.00010)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)
		PDMSE	32.622	29.878	0.000	37.286	37.143	0.000	36.154	35.897	0.000	37.368	36.842	0.000
0.3	0.05	AMSE	0.000462	0.000451	0.000350	0.000102	0.000102	0.000075	0.000056	0.000056	0.000041	0.000027	0.000027	0.000020
		SD	(0.00059)	(0.00056)	(0.00047)	(0.00012)	(0.00012)	(0.00009)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)
		PDMSE	32.000	28.857	0.000	36.133	36.000	0.000	37.073	36.585	0.000	36.000	35.000	0.000
0.5	0.05	AMSE	0.000534	0.000516	0.000407	0.000118	0.000118	0.000087	0.000065	0.000065	0.000048	0.000031	0.000031	0.000023
		SD	(0.00072)	(0.00067)	(0.00057)	(0.00014)	(0.00014)	(0.00011)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	31.204	26.781	0.000	35.862	35.632	0.000	35.438	35.417	0.000	35.652	34.783	0.000
0.7	0.05	AMSE	0.000726	0.000679	0.000563	0.000161	0.000160	0.000121	0.000087	0.000087	0.000065	0.000042	0.000042	0.000031
		SD	(0.00109)	(0.00097)	(0.00088)	(0.00023)	(0.00022)	(0.00018)	(0.00012)	(0.00012)	(0.00009)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00004)
		PDMSE	28.952	20.604	0.000	33.058	32.231	0.000	33.892	33.846	0.000	36.452	35.484	0.000
0.9	0.05	AMSE	0.001732	0.001473	0.001386	0.000383	0.000352	0.000298	0.000204	0.000194	0.000159	0.000097	0.000094	0.000075
		SD	(0.00307)	(0.00246)	(0.00251)	(0.00067)	(0.00057)	(0.00053)	(0.00035)	(0.00032)	(0.00028)	(0.00017)	(0.00016)	(0.00013)
		PDMSE	24.964	6.277	0.000	28.523	18.121	0.000	28.302	22.013	0.000	29.333	25.333	0.000
0.99	0.05	AMSE	0.015390	0.012651	0.013064	0.003419	0.002599	0.002747	0.001801	0.001375	0.001442	0.000851	0.000645	0.000673
		SD	(0.03037)	(0.02484)	(0.02586)	(0.00674)	(0.00505)	(0.00543)	(0.00354)	(0.00265)	(0.00285)	(0.00167)	(0.00124)	(0.00133)
		PDMSE	21.650	0.000	3.265	31.551	0.000	5.694	30.982	0.000	4.873	31.938	0.000	4.341

*** สำหรับตัวแปร x3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.1.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2 มีความสัมพันธ์กัน (ตัวแปร X_3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE[1] ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์[2] แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธี

---

[1] PDMSE แทน เปอร์เซนต์ของอัตราส่วนผลต่างค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง

[2] ธันยากร ต้นชลขันธ์, "การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีริดจ์รีเกรสชัน และวิธี ที่ใช้หลักการของริดจ์และสไตล์ ในกรณีที่เกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ"(วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,2538),หน้า 216.

กำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

ตารางที่ 4.1.2 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.5	AMSE	0.042432	0.040022	0.034514	0.009614	0.009609	0.007157	0.005315	0.005316	0.003897	0.002589	0.002594	0.001892
		SD	(0.05404)	(0.04912)	(0.04569)	(0.01047)	(0.01019)	(0.00805)	(0.00558)	(0.00553)	(0.00421)	(0.00266)	(0.00266)	(0.00199)
		PDMSE	22.941	15.959	0.000	34.330	34.260	0.000	36.387	36.413	0.000	36.839	37.104	0.000
0.3	0.5	AMSE	0.044991	0.042214	0.036698	0.010238	0.010102	0.007640	0.005643	0.005621	0.004151	0.002741	0.002738	0.002012
		SD	(0.05852)	(0.05304)	(0.04978)	(0.01158)	(0.01100)	(0.00900)	(0.00614)	(0.00600)	(0.00467)	(0.00295)	(0.00292)	(0.00225)
		PDMSE	22.598	15.031	0.000	34.005	32.225	0.000	35.943	35.413	0.000	36.233	36.083	0.000
0.5	0.5	AMSE	0.051260	0.047829	0.042439	0.011866	0.011390	0.008973	0.006493	0.006349	0.004848	0.003137	0.003100	0.002319
		SD	(0.06973)	(0.06302)	(0.06032)	(0.01452)	(0.01313)	(0.01154)	(0.00770)	(0.00722)	(0.00601)	(0.00366)	(0.00352)	(0.00283)
		PDMSE	20.785	12.701	0.000	32.241	26.936	0.000	33.932	30.961	0.000	35.274	33.678	0.000
0.7	0.5	AMSE	0.067350	0.062400	0.057657	0.016249	0.014801	0.012650	0.008784	0.008174	0.006738	0.004197	0.003986	0.003173
		SD	(0.10116)	(0.09177)	(0.09051)	(0.02291)	(0.01931)	(0.01878)	(0.01208)	(0.01042)	(0.00975)	(0.00568)	(0.00504)	(0.00451)
		PDMSE	16.811	8.226	0.000	28.451	17.004	0.000	30.365	21.312	0.000	32.272	25.622	0.000
0.9	0.5	AMSE	0.137001	0.130440	0.129707	0.039620	0.034477	0.032690	0.020964	0.017825	0.017064	0.009802	0.008209	0.007789
		SD	(0.23957)	(0.22712)	(0.23313)	(0.06935)	(0.05833)	(0.05876)	(0.03626)	(0.02928)	(0.03037)	(0.01679)	(0.01310)	(0.01371)
		PDMSE	5.623	0.565	0.000	21.199	5.467	0.000	22.855	4.460	0.000	25.844	5.392	0.000
0.99	0.5	AMSE	0.854243	0.851907	0.981195	0.217364	0.212887	0.230995	0.135458	0.129043	0.132675	0.078238	0.070425	0.069513
		SD	(1.67165)	(1.66757)	(1.93548)	(0.42496)	(0.41603)	(0.45535)	(0.26529)	(0.25233)	(0.26158)	(0.15365)	(0.13789)	(0.13715)
		PDMSE	0.274	0.000	15.176	2.103	0.000	8.506	4.971	0.000	2.815	12.552	1.312	0.000

*** สำหรับตัวแปร x3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.1.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2 มีความสัมพันธ์กัน (ตัวแปร X_3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.1 กับ 4.1.2 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.1.3 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	1	AMSE	0.143369	0.136588	0.130765	0.038292	0.038213	0.029823	0.021186	0.021222	0.015969	0.010333	0.010397	0.007650
		SD	(0.17969)	(0.17021)	(0.16759)	(0.04209)	(0.04107)	(0.03392)	(0.02233)	(0.02208)	(0.01735)	(0.01062)	(0.01063)	(0.00808)
		PDMSE	9.639	4.453	0.000	28.398	28.133	0.000	32.670	32.895	0.000	35.072	35.908	0.000
0.3	1	AMSE	0.150837	0.142822	0.137931	0.040750	0.039964	0.031843	0.022532	0.022350	0.017076	0.010947	0.010911	0.008151
		SD	(0.19206)	(0.18171)	(0.18094)	(0.04665)	(0.04433)	(0.03797)	(0.02466)	(0.02383)	(0.01939)	(0.01181)	(0.01156)	(0.00916)
		PDMSE	9.357	3.546	0.000	27.972	25.503	0.000	31.951	30.885	0.000	34.303	33.861	0.000
0.5	1	AMSE	0.168633	0.160154	0.157400	0.047214	0.045038	0.037424	0.026047	0.025107	0.020097	0.012543	0.012180	0.009433
		SD	(0.22460)	(0.21292)	(0.21606)	(0.05868)	(0.05363)	(0.04874)	(0.03119)	(0.02867)	(0.02524)	(0.01467)	(0.01359)	(0.01157)
		PDMSE	7.137	1.750	0.000	26.160	20.345	0.000	29.606	24.929	0.000	32.969	29.121	0.000
0.7	1	AMSE	0.214634	0.204219	0.207944	0.063713	0.059181	0.051984	0.035530	0.032799	0.028236	0.016858	0.015485	0.013062
		SD	(0.31429)	(0.30011)	(0.31597)	(0.09091)	(0.08128)	(0.07754)	(0.04955)	(0.04317)	(0.04139)	(0.02294)	(0.01952)	(0.01871)
		PDMSE	5.100	0.000	1.824	22.563	13.845	0.000	25.832	16.160	0.000	29.061	18.550	0.000
0.9	1	AMSE	0.429305	0.421374	0.461238	0.126878	0.120071	0.116487	0.076833	0.070179	0.066225	0.039598	0.034388	0.032632
		SD	(0.73671)	(0.72543)	(0.81618)	(0.21735)	(0.20400)	(0.20630)	(0.13205)	(0.11812)	(0.11734)	(0.06810)	(0.05691)	(0.05776)
		PDMSE	1.882	0.000	9.460	8.920	3.077	0.000	16.018	5.971	0.000	21.347	5.381	0.000
0.99	1	AMSE	3.235612	3.223575	3.822323	0.707250	0.705779	0.833567	0.409257	0.407515	0.460576	0.217309	0.213269	0.230543
		SD	(5.32727)	(5.30525)	(5.53553)	(1.37638)	(1.37426)	(1.64033)	(0.79675)	(0.79357)	(0.90600)	(0.42373)	(0.41573)	(0.45356)
		PDMSE	0.373	0.000	18.574	0.208	0.000	18.106	0.427	0.000	13.021	1.894	0.000	8.100

*** สำหรับตัวแปร x3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.1.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2 มีความสัมพันธ์กัน (ตัวแปร X_3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นในกรณีที่ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ และ 0.9 และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้

ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.2 กับ 4.1.3 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.1.4 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	3	AMSE	0.894688	0.816584	1.012799	0.256709	0.233850	0.250050	0.161413	0.151946	0.144919	0.088315	0.086934	0.072754
		SD	(1.09060)	(0.99028)	(1.24829)	(0.28110)	(0.25746)	(0.27368)	(0.17234)	(0.16439)	(0.15570)	(0.09211)	(0.09210)	(0.07739)
		PDMSE	9.565	0.000	24.029	9.775	0.000	6.928	11.382	4.849	0.000	21.389	19.490	0.000
0.3	3	AMSE	0.954348	0.869400	1.070813	0.267004	0.243752	0.262743	0.167524	0.158132	0.152561	0.093196	0.090575	0.077098
		SD	(1.18466)	(1.07971)	(1.35349)	(0.30140)	(0.27610)	(0.29813)	(0.18474)	(0.17567)	(0.16963)	(0.10247)	(0.10016)	(0.08725)
		PDMSE	9.771	0.000	23.167	9.539	0.000	7.791	9.808	3.652	0.000	20.880	17.480	0.000
0.5	3	AMSE	1.093227	1.008131	1.228480	0.296642	0.272142	0.297834	0.185449	0.174531	0.172377	0.104531	0.099894	0.087770
		SD	(1.41859)	(1.30907)	(1.63241)	(0.35741)	(0.32823)	(0.36366)	(0.22088)	(0.20822)	(0.20812)	(0.12393)	(0.11777)	(0.10758)
		PDMSE	8.441	0.000	21.857	9.003	0.000	9.441	7.583	1.250	0.000	19.097	13.813	0.000
0.7	3	AMSE	1.470938	1.378592	1.654609	0.373379	0.349064	0.388290	0.229030	0.216040	0.222216	0.131230	0.124045	0.114951
		SD	(2.11356)	(1.99338)	(2.46372)	(0.50078)	(0.47006)	(0.53976)	(0.30624)	(0.28919)	(0.30683)	(0.17719)	(0.16652)	(0.16155)
		PDMSE	6.699	0.000	20.022	6.966	0.000	11.237	6.013	0.000	2.859	14.162	7.911	0.000
0.9	3	AMSE	3.362205	3.299680	3.886813	0.762223	0.744459	0.861225	0.439530	0.429852	0.475311	0.236683	0.229324	0.239487
		SD	(5.76406)	(5.66909)	(5.85982)	(1.24953)	(1.22644)	(1.47946)	(0.71708)	(0.70525)	(0.81155)	(0.38732)	(0.37692)	(0.41003)
		PDMSE	1.895	0.000	17.794	2.386	0.000	15.685	2.251	0.000	10.576	3.209	0.000	4.432
0.99	3	AMSE	28.609050	28.520430	34.085140	5.895205	5.888683	7.221545	3.220236	3.217273	3.888130	1.507732	1.505882	1.825103
		SD	(35.9460)	(35.8017)	(37.2260)	(9.45770)	(9.45138)	(10.1973)	(5.25642)	(5.25294)	(5.63584)	(2.92144)	(2.92045)	(3.58066)
		PDMSE	0.311	0.000	19.511	0.111	0.000	22.634	0.092	0.000	20.852	0.123	0.000	21.198

*** สำหรับตัวแปร x3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.1.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2 มีความสัมพันธ์กัน (ตัวแปร X_3 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 50,100 และที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ทั้งสองระดับความสัมพันธ์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ กรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.9$ โดยที่วิธี HK ให้ผลดีใกล้เคียงกับวิธี SEQ

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.5 และขนาดตัวอย่าง 50,100 และที่ระดับ $\rho = 0.7$ และขนาดตัวอย่าง 100 เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.7 และขนาดตัวอย่าง 10,30 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$ และ 0.99 ทุกขนาดตัวอย่าง เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึง

น้อยกว่าวิธี SEQ อีกทั้งเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้น วิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.3 กับ 4.1.4 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.1.5 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.05	AMSE	0.000439	0.000430	0.000332	0.000097	0.000097	0.000071	0.000054	0.000054	0.000039	0.000026	0.000026	0.000019
		SD	(0.00055)	(0.00053)	(0.00043)	(0.00011)	(0.00011)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)
		PDMSE	32.229	29.518	0.000	36.901	36.620	0.000	38.718	38.462	0.000	37.895	36.842	0.000
0.3	0.05	AMSE	0.000498	0.000484	0.000378	0.000111	0.000111	0.000080	0.000062	0.000061	0.000044	0.000030	0.000030	0.000021
		SD	(0.00065)	(0.00061)	(0.00051)	(0.00013)	(0.00013)	(0.00010)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)
		PDMSE	31.746	28.042	0.000	38.875	38.750	0.000	39.773	38.636	0.000	44.286	42.857	0.000
0.5	0.05	AMSE	0.000641	0.000609	0.000486	0.000145	0.000144	0.000104	0.000079	0.000079	0.000057	0.000038	0.000038	0.000027
		SD	(0.00087)	(0.00078)	(0.00069)	(0.00018)	(0.00017)	(0.00013)	(0.00009)	(0.00009)	(0.00007)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00003)
		PDMSE	31.893	25.309	0.000	39.423	38.462	0.000	39.298	38.596	0.000	41.481	40.741	0.000
0.7	0.05	AMSE	0.001003	0.000903	0.000760	0.000230	0.000224	0.000165	0.000125	0.000124	0.000089	0.000060	0.000060	0.000043
		SD	(0.00141)	(0.00119)	(0.00112)	(0.00029)	(0.00028)	(0.00022)	(0.00016)	(0.00015)	(0.00012)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00006)
		PDMSE	31.974	18.816	0.000	39.394	35.758	0.000	40.449	39.326	0.000	40.000	39.535	0.000
0.9	0.05	AMSE	0.002872	0.002290	0.002186	0.000663	0.000557	0.000476	0.000359	0.000314	0.000256	0.000171	0.000156	0.000121
		SD	(0.00422)	(0.00321)	(0.00337)	(0.00088)	(0.00069)	(0.00066)	(0.00047)	(0.00038)	(0.00035)	(0.00023)	(0.00019)	(0.00017)
		PDMSE	31.382	4.758	0.000	39.286	17.017	0.000	40.234	22.656	0.000	41.322	28.926	0.000
0.99	0.05	AMSE	0.027846	0.022478	0.022554	0.006511	0.004715	0.004755	0.003524	0.002513	0.002533	0.001674	0.001177	0.001181
		SD	(0.04208)	(0.03461)	(0.03548)	(0.00888)	(0.00644)	(0.00678)	(0.00475)	(0.00338)	(0.00356)	(0.00225)	(0.00157)	(0.00166)
		PDMSE	23.881	0.000	0.338	38.091	0.000	0.848	40.231	0.000	0.796	42.226	0.000	0.340

จากตารางที่ 4.1.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.1 กับ 4.1.5 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.1.6 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.5	AMSE	0.042893	0.040388	0.034873	0.009712	0.009660	0.007197	0.005378	0.005375	0.003935	0.002619	0.002624	0.001910
		SD	(0.05487)	(0.04974)	(0.04635)	(0.01058)	(0.01023)	(0.00809)	(0.00567)	(0.00561)	(0.00426)	(0.00271)	(0.00270)	(0.00202)
		PDMSE	22.998	15.815	0.000	34.945	34.223	0.000	36.671	36.595	0.000	37.120	37.382	0.000
0.3	0.5	AMSE	0.048504	0.045181	0.039713	0.011109	0.010706	0.008209	0.006134	0.006043	0.004464	0.002979	0.002952	0.002156
		SD	(0.06429)	(0.05790)	(0.05477)	(0.01272)	(0.01166)	(0.00971)	(0.00682)	(0.00648)	(0.00507)	(0.00328)	(0.00319)	(0.00245)
		PDMSE	22.136	13.769	0.000	35.327	30.418	0.000	37.410	35.372	0.000	38.173	36.920	0.000
0.5	0.5	AMSE	0.060649	0.055542	0.050584	0.014433	0.013157	0.010713	0.007927	0.007427	0.005763	0.003831	0.003664	0.002753
		SD	(0.08340)	(0.07459)	(0.07228)	(0.01754)	(0.01490)	(0.01349)	(0.00938)	(0.00824)	(0.00700)	(0.00451)	(0.00411)	(0.00336)
		PDMSE	19.898	9.802	0.000	34.724	22.813	0.000	37.550	28.874	0.000	39.157	33.091	0.000
0.7	0.5	AMSE	0.088608	0.080352	0.077003	0.022792	0.019271	0.017196	0.012457	0.010644	0.009141	0.005987	0.005228	0.004298
		SD	(0.12650)	(0.11449)	(0.11371)	(0.02929)	(0.02345)	(0.02299)	(0.01565)	(0.01248)	(0.01186)	(0.00750)	(0.00607)	(0.00560)
		PDMSE	15.071	4.349	0.000	32.542	12.067	0.000	36.276	16.442	0.000	39.297	21.638	0.000
0.9	0.5	AMSE	0.203227	0.188149	0.200963	0.063327	0.052132	0.050831	0.035421	0.028200	0.027183	0.016927	0.012912	0.012422
		SD	(0.30167)	(0.28259)	(0.30313)	(0.08679)	(0.07255)	(0.07191)	(0.04742)	(0.03776)	(0.03774)	(0.02248)	(0.01679)	(0.01727)
		PDMSE	8.014	0.000	6.811	24.583	2.559	0.000	30.306	3.741	0.000	36.266	3.945	0.000
0.99	0.5	AMSE	1.449311	1.383538	1.756225	0.365451	0.334157	0.419606	0.220874	0.200528	0.237617	0.130725	0.109532	0.119228
		SD	(2.22530)	(2.07043)	(2.63510)	(0.51852)	(0.46871)	(0.58005)	(0.31396)	(0.28282)	(0.32833)	(0.18434)	(0.15780)	(0.16826)
		PDMSE	4.754	0.000	26.937	9.365	0.000	25.572	10.146	0.000	18.496	19.349	0.000	8.852

จากตารางที่ 4.1.6 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.2 กับ 4.1.6 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.5 กับ 4.1.6 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.1.7 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	1	AMSE	0.144142	0.137449	0.131732	0.038599	0.038231	0.029924	0.021450	0.021436	0.016146	0.010453	0.010505	0.007728
		SD	(0.18132)	(0.17158)	(0.16938)	(0.04241)	(0.04100)	(0.03399)	(0.02273)	(0.02237)	(0.01761)	(0.01081)	(0.01077)	(0.00820)
		PDMSE	9.421	4.340	0.000	28.990	27.760	0.000	32.850	32.764	0.000	35.261	35.934	0.000
0.3	1	AMSE	0.158883	0.150423	0.147355	0.043844	0.041676	0.034100	0.024419	0.023655	0.018391	0.011868	0.011580	0.008736
		SD	(0.20531)	(0.19404)	(0.19588)	(0.05070)	(0.04629)	(0.04080)	(0.02725)	(0.02526)	(0.02109)	(0.01310)	(0.01234)	(0.00998)
		PDMSE	7.823	2.082	0.000	28.575	22.217	0.000	32.777	28.623	0.000	35.852	32.555	0.000
0.5	1	AMSE	0.191913	0.180826	0.184620	0.056232	0.051006	0.044431	0.031424	0.028639	0.023886	0.015219	0.013951	0.011195
		SD	(0.25790)	(0.24299)	(0.25410)	(0.06926)	(0.06047)	(0.05654)	(0.03746)	(0.03236)	(0.02937)	(0.01798)	(0.01549)	(0.01373)
		PDMSE	6.131	0.000	2.098	26.560	14.798	0.000	31.558	19.899	0.000	35.945	24.618	0.000
0.7	1	AMSE	0.269843	0.253969	0.276596	0.084638	0.073704	0.069761	0.048688	0.041793	0.038051	0.023666	0.019893	0.017642
		SD	(0.37912)	(0.35686)	(0.39375)	(0.11067)	(0.09540)	(0.09352)	(0.06205)	(0.05189)	(0.05000)	(0.02982)	(0.02382)	0.023173
		PDMSE	6.250	0.000	8.909	21.326	5.652	0.000	27.955	9.834	0.000	34.146	12.759	0.000
0.9	1	AMSE	0.640992	0.610719	0.736735	0.188046	0.166610	0.184668	0.117949	0.101478	0.105413	0.064210	0.051855	0.051180
		SD	(0.95042)	(0.89314)	(1.08438)	(0.25904)	(0.23157)	(0.25416)	(0.16140)	(0.14061)	(0.14504)	(0.08703)	(0.07157)	(0.07173)
		PDMSE	4.957	0.000	20.634	12.866	0.000	10.838	16.231	0.000	3.878	25.459	1.319	0.000
0.99	1	AMSE	5.583757	5.312046	6.915705	1.252660	1.141915	1.583165	0.684393	0.635808	0.869747	0.362695	0.323888	0.422693
		SD	(8.54486)	(7.89441)	(10.3347)	(1.75601)	(1.56332)	(2.15952)	(0.96434)	(0.86682)	(1.17842)	(0.51038)	(0.45028)	(0.57934)
		PDMSE	5.115	0.000	30.189	9.698	0.000	38.641	7.641	0.000	36.794	11.982	0.000	30.506

จากตารางที่ 4.1.7 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.7 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ กรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$ และ 0.99 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี

ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.3 กับ 4.1.7 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.6 กับ 4.1.7 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.1.8 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	3	AMSE	0.902872	0.823770	1.021168	0.257619	0.234823	0.251154	0.163301	0.153872	0.146661	0.089305	0.087503	0.073535
		SD	(1.10290)	(1.00120)	(1.26425)	(0.28158)	(0.25753)	(0.27446)	(0.17572)	(0.16763)	(0.15831)	(0.09365)	(0.09298)	(0.07863)
		PDMSE	9.602	0.000	23.963	9.708	0.000	6.955	11.346	4.917	0.000	21.446	18.995	0.000
0.3	3	AMSE	1.011376	0.927154	1.148294	0.279510	0.253919	0.280391	0.177190	0.165138	0.163936	0.098279	0.092311	0.082002
		SD	(1.27478)	(1.16087)	(1.47331)	(0.31600)	(0.28678)	(0.31858)	(0.19831)	(0.18537)	(0.18393)	(0.11043)	(0.10343)	(0.09417)
		PDMSE	9.084	0.000	23.851	10.078	0.000	10.425	8.085	0.733	0.000	19.850	12.572	0.000
0.5	3	AMSE	1.262372	1.171619	1.461563	0.333942	0.302489	0.352051	0.207932	0.190767	0.203279	0.118227	0.106381	0.102460
		SD	(1.66412)	(1.52532)	(1.95060)	(0.39639)	(0.35762)	(0.42155)	(0.24674)	(0.22533)	(0.24115)	(0.14211)	(0.12675)	(0.12530)
		PDMSE	7.746	0.000	24.747	10.398	0.000	16.385	8.998	0.000	6.559	15.388	3.827	0.000
0.7	3	AMSE	1.890219	1.786186	2.258636	0.471424	0.428046	0.533869	0.279970	0.257863	0.302482	0.162853	0.142585	0.153179
		SD	(2.63296)	(2.43556)	(3.14383)	(0.59232)	(0.53389)	(0.67371)	(0.35283)	(0.32055)	(0.37858)	(0.20909)	(0.18227)	(0.19759)
		PDMSE	5.824	0.000	26.450	10.134	0.000	24.722	8.573	0.000	17.303	14.215	0.000	7.430
0.9	3	AMSE	5.162677	4.923143	6.352509	1.177703	1.071666	1.460209	0.637780	0.597614	0.803287	0.347303	0.309057	0.394253
		SD	(7.64723)	(7.08468)	(9.26519)	(1.58425)	(1.41370)	(1.93845)	(0.86232)	(0.78157)	(1.05666)	(0.47148)	(0.41508)	(0.52812)
		PDMSE	4.865	0.000	29.034	9.895	0.000	36.256	6.721	0.000	34.416	12.375	0.000	27.566
0.99	3	AMSE	49.729790	47.201380	61.916450	10.709700	9.683608	13.955790	5.630896	5.151900	7.547081	2.737867	2.397236	3.546199
		SD	(65.9819)	(59.9873)	(72.4285)	(14.9337)	(13.1364)	(18.9485)	(7.83995)	(6.91688)	(10.1514)	(3.79162)	(3.23705)	(4.78774)
		PDMSE	5.357	0.000	31.175	10.596	0.000	44.118	9.297	0.000	46.491	14.209	0.000	47.929

จากตารางที่ 4.1.8 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 50 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.9$

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 และขนาดตัวอย่าง 50,100 และที่ระดับ $\rho = 0.7$ และขนาดตัวอย่าง 100 เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 และขนาดตัวอย่าง 10,30 และโดยส่วนใหญ่ที่ระดับ $\rho = 0.5$ ถึง 0.99 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ อีกทั้งเมื่อ ρ มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการ

ถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.4 กับ 4.1.8 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.7 กับ 4.1.8 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

จากตารางที่ 4.1.1 – 4.1.8 เราสามารถสรุปได้ว่า

1. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

2. เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่าเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีจะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

5. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ยกเว้นในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์สูงมาก (ρ = 0.99) หรือกรณีที่ σ = 1 ขนาดตัวอย่างน้อย(n=10) หรือกรณีที่ σ = 3 โดยส่วนใหญ่วิธี SEQ จะให้ผลดี ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้นเมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี และเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้น จะทำให้ความแปรปรวนสูงขึ้น ประสิทธิภาพของวิธี BAY จะลดลงถึงแม้ว่าระดับ ρ จะมีค่าน้อย (ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมาก)

ตารางที่ 4.2.1 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.05	AMSE	0.000641	0.000591	0.000474	0.000103	0.000103	0.000071	0.000055	0.000055	0.000037	0.000027	0.000027	0.000018
		SD	(0.00075)	(0.00060)	(0.00062)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.232	24.684	0.000	45.113	45.070	0.000	48.676	48.649	0.000	50.056	50.000	0.000
0.3	0.05	AMSE	0.000699	0.000637	0.000517	0.000111	0.000110	0.000076	0.000060	0.000060	0.000040	0.000029	0.000029	0.000020
		SD	(0.00083)	(0.00066)	(0.00069)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.203	23.211	0.000	46.053	44.737	0.000	50.500	50.000	0.000	45.050	45.000	0.000
0.5	0.05	AMSE	0.000831	0.000737	0.000615	0.000130	0.000129	0.000089	0.000071	0.000071	0.000048	0.000034	0.000034	0.000023
		SD	(0.00105)	(0.00081)	(0.00087)	(0.00009)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	35.122	19.837	0.000	46.067	44.944	0.000	47.938	47.917	0.000	47.913	47.826	0.000
0.7	0.05	AMSE	0.001156	0.000976	0.000862	0.000179	0.000173	0.000124	0.000099	0.000098	0.000068	0.000048	0.000048	0.000033
		SD	(0.00155)	(0.00116)	(0.00128)	(0.00016)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	34.107	13.225	0.000	44.355	39.516	0.000	45.588	44.118	0.000	45.545	45.455	0.000
0.9	0.05	AMSE	0.002839	0.002221	0.002170	0.000435	0.000363	0.000306	0.000245	0.000212	0.000169	0.000118	0.000108	0.000082
		SD	(0.00431)	(0.00321)	(0.00354)	(0.00053)	(0.00039)	(0.00041)	(0.00028)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00014)	(0.00011)	(0.00010)
		PDMSE	30.829	2.350	0.000	42.157	18.627	0.000	44.970	25.444	0.000	43.902	31.707	0.000
0.99	0.05	AMSE	0.024600	0.020577	0.020991	0.003933	0.002831	0.002902	0.002212	0.001566	0.001593	0.001064	0.000755	0.000769
		SD	(0.04111)	(0.03515)	(0.03568)	(0.00565)	(0.00405)	(0.00441)	(0.00303)	(0.00212)	(0.00225)	(0.00145)	(0.00101)	(0.00106)
		PDMSE	19.551	0.000	2.012	38.926	0.000	2.508	41.252	0.000	1.724	40.927	0.000	1.854

*** สำหรับตัวแปร x4, x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_4และ X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.5 กับ 4.2.1 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 3 เป็น 5) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า AMSE มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า เรามีข้อมูลมาอธิบายตัวแปรตามมากขึ้น ทำให้การประมาณค่าถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.2.2 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.5	AMSE	0.058098	0.052730	0.048272	0.010253	0.009684	0.007182	0.005509	0.005389	0.003765	0.002663	0.002642	0.001809
		SD	(0.06836)	(0.06333)	(0.06349)	(0.00529)	(0.00419)	(0.00469)	(0.00197)	(0.00161)	(0.00172)	(0.00085)	(0.00078)	(0.00079)
		PDMSE	20.355	9.235	0.000	42.760	34.837	0.000	46.321	43.134	0.000	47.208	46.048	0.000
0.3	0.5	AMSE	0.062421	0.056611	0.052380	0.011014	0.010141	0.007752	0.005979	0.005712	0.004086	0.002891	0.002818	0.001966
		SD	(0.07505)	(0.06982)	(0.07018)	(0.00661)	(0.00511)	(0.00581)	(0.00271)	(0.00209)	(0.00227)	(0.00125)	(0.00108)	(0.00108)
		PDMSE	19.170	8.078	0.000	42.079	30.818	0.000	46.329	39.794	0.000	47.050	43.337	0.000
0.5	0.5	AMSE	0.071897	0.064939	0.061408	0.012899	0.011351	0.009142	0.007089	0.006470	0.004867	0.003431	0.003230	0.002345
		SD	(0.09091)	(0.08521)	(0.08620)	(0.00936)	(0.00700)	(0.00805)	(0.00429)	(0.00309)	(0.00349)	(0.00204)	(0.00159)	(0.00166)
		PDMSE	17.081	5.750	0.000	41.096	24.163	0.000	45.654	32.936	0.000	46.311	37.740	0.000
0.7	0.5	AMSE	0.093271	0.084179	0.083325	0.017861	0.014928	0.012956	0.009865	0.008314	0.006910	0.004790	0.004172	0.003318
		SD	(0.12351)	(0.11670)	(0.12114)	(0.01654)	(0.01270)	(0.01403)	(0.00828)	(0.00583)	(0.00663)	(0.00394)	(0.00281)	(0.00311)
		PDMSE	11.936	1.025	0.000	37.859	15.221	0.000	42.764	20.318	0.000	44.364	25.738	0.000
0.9	0.5	AMSE	0.182096	0.171053	0.189568	0.041610	0.034420	0.032590	0.023971	0.019003	0.017892	0.011630	0.008988	0.008397
		SD	(0.27039)	(0.25690)	(0.29429)	(0.05321)	(0.04513)	(0.04549)	(0.02845)	(0.02217)	(0.02305)	(0.01348)	(0.00976)	(0.01053)
		PDMSE	6.456	0.000	10.824	27.677	5.615	0.000	33.976	6.209	0.000	38.502	7.038	0.000
0.99	0.5	AMSE	1.284059	1.223615	1.558813	0.215930	0.197526	0.247054	0.135741	0.122162	0.145692	0.081603	0.069071	0.074518
		SD	(2.10584)	(1.95762)	(2.55282)	(0.32403)	(0.29058)	(0.36351)	(0.19428)	(0.17356)	(0.20475)	(0.11470)	(0.09858)	(0.10554)
		PDMSE	4.940	0.000	27.394	9.317	0.000	25.074	11.116	0.000	19.261	18.144	0.000	7.886

*** สำหรับตัวแปร x4, x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_4และ X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

<u>ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

<u>ระดับความสัมพันธ์ 0.9</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

<u>ระดับความสัมพันธ์ 0.99</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho =$ 0.1 ถึง 0.9 โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$ และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้น

วิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.1 กับ 4.2.2 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

4. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.6 กับ 4.2.2 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 3 เป็น 5) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า AMSE มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า เรามีข้อมูลมาอธิบายตัวแปรตามมากขึ้น ทำให้การประมาณค่าถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.2.3 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	1	AMSE	0.180937	0.165734	0.176072	0.039685	0.036280	0.029428	0.021704	0.020601	0.015353	0.010569	0.010324	0.007295
		SD	(0.20229)	(0.19321)	(0.21554)	(0.02167)	(0.02046)	(0.02004)	(0.00810)	(0.00733)	(0.00742)	(0.00344)	(0.00308)	(0.00327)
		PDMSE	9.173	0.000	6.238	34.855	23.284	0.000	41.367	34.182	0.000	44.880	41.522	0.000
0.3	1	AMSE	0.192547	0.176417	0.189946	0.042560	0.038109	0.031753	0.023537	0.021617	0.016711	0.011463	0.010792	0.007935
		SD	(0.21941)	(0.20818)	(0.23658)	(0.02709)	(0.02511)	(0.02467)	(0.01114)	(0.00939)	(0.00979)	(0.00504)	(0.00403)	(0.00445)
		PDMSE	9.143	0.000	7.669	34.035	20.017	0.000	40.847	29.358	0.000	44.461	36.005	0.000
0.5	1	AMSE	0.220394	0.200824	0.221370	0.049206	0.042708	0.037268	0.027832	0.024442	0.020030	0.013580	0.012125	0.009494
		SD	(0.26369)	(0.24919)	(0.29043)	(0.03746)	(0.03365)	(0.03356)	(0.01754)	(0.01427)	(0.01504)	(0.00817)	(0.00603)	(0.00688)
		PDMSE	9.745	0.000	10.231	32.033	14.597	0.000	38.952	22.027	0.000	43.038	27.712	0.000
0.7	1	AMSE	0.286731	0.263068	0.301142	0.065380	0.055725	0.051864	0.038091	0.031963	0.028481	0.018869	0.015760	0.013541
		SD	(0.36350)	(0.34162)	(0.41340)	(0.06268)	(0.05637)	(0.05608)	(0.03303)	(0.02703)	(0.02816)	(0.01567)	(0.01161)	(0.01294)
		PDMSE	8.995	0.000	14.473	26.060	7.444	0.000	33.742	12.226	0.000	39.347	16.387	0.000
0.9	1	AMSE	0.610525	0.580259	0.707881	0.122928	0.108250	0.117295	0.080006	0.067603	0.069158	0.043660	0.035404	0.034178
		SD	(0.89167)	(0.83024)	(1.06791)	(0.15297)	(0.13732)	(0.15458)	(0.09552)	(0.08251)	(0.08745)	(0.05126)	(0.04155)	(0.04323)
		PDMSE	5.216	0.000	21.994	13.559	0.000	8.356	18.347	0.000	2.300	27.743	3.587	0.000
0.99	1	AMSE	5.010474	4.776367	6.167737	0.738531	0.671544	0.930159	0.421274	0.388557	0.534910	0.230008	0.211768	0.268800
		SD	(8.19542)	(7.59835)	(10.0670)	(1.08895)	(0.94855)	(1.34086)	(0.59199)	(0.52738)	(0.73442)	(0.32211)	(0.28907)	(0.36984)
		PDMSE	4.901	0.000	29.130	9.975	0.000	38.511	8.420	0.000	37.666	8.613	0.000	26.931

*** สำหรับตัวแปร x4, x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_4และ X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30, 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho =$ 0.1 ถึง 0.7 และขนาดตัวอย่าง 30,50,100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ กรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$ และ

0.99 และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ XX บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.2 กับ 4.2.3 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก $\sigma = 0.5$ เป็น $\sigma = 1$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = $\sigma^2 + \text{bias}^2$

4. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.7 กับ 4.2.3 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 3 เป็น 5) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า AMSE มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า เรามีข้อมูลมาอธิบายตัวแปรตามมากขึ้น ทำให้การประมาณค่าถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.2.4 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	3	AMSE	1.283391	1.139195	1.445945	0.247746	0.201507	0.244857	0.152444	0.126968	0.136499	0.084684	0.074582	0.067598
		SD	(1.36291)	(1.20912)	(1.66307)	(0.12775)	(0.11471)	(0.13612)	(0.06159)	(0.06501)	(0.06010)	(0.03212)	(0.03715)	(0.03162)
		PDMSE	12.658	0.000	26.927	22.947	0.000	21.513	20.065	0.000	7.507	25.276	10.332	0.000
0.3	3	AMSE	1.374159	1.236033	1.567549	0.259389	0.211099	0.260592	0.158904	0.131949	0.146197	0.090413	0.076851	0.072753
		SD	(1.50700)	(1.33211)	(1.84562)	(0.15364)	(0.13353)	(0.16555)	(0.07672)	(0.07427)	(0.07624)	(0.04395)	(0.04390)	(0.04151)
		PDMSE	11.175	0.000	26.821	22.876	0.000	23.445	20.428	0.000	10.798	24.274	5.633	0.000
0.5	3	AMSE	1.614968	1.457491	1.843849	0.288289	0.237847	0.299431	0.177544	0.147725	0.170243	0.102961	0.085938	0.085702
		SD	(1.88151)	(1.67169)	(2.31117)	(0.19842)	(0.16640)	(0.22191)	(0.10837)	(0.09835)	(0.11204)	(0.06394)	(0.05915)	(0.06135)
		PDMSE	10.805	0.000	26.508	21.208	0.000	25.892	20.185	0.000	15.243	20.138	0.275	0.000
0.7	3	AMSE	2.214690	2.021844	2.555098	0.363614	0.310343	0.400715	0.223554	0.190044	0.230193	0.130664	0.110717	0.117674
		SD	(2.75691)	(2.47679)	(3.40009)	(0.30621)	(0.25481)	(0.36275)	(0.17775)	(0.15314)	(0.19919)	(0.10739)	(0.09531)	(0.10738)
		PDMSE	9.538	0.000	26.375	17.165	0.000	29.120	17.633	0.000	21.126	18.016	0.000	6.284
0.9	3	AMSE	5.133078	4.883941	6.200671	0.772116	0.695879	0.931185	0.449009	0.404526	0.534785	0.248677	0.223227	0.270000
		SD	(7.46064)	(6.83195)	(9.25785)	(0.90284)	(0.76196)	(1.13695)	(0.49513)	(0.42439)	(0.62234)	(0.27545)	(0.24231)	(0.31858)
		PDMSE	5.101	0.000	26.960	10.955	0.000	33.814	10.996	0.000	32.200	11.401	0.000	20.953
0.99	3	AMSE	44.708420	42.613760	55.307670	6.296902	5.684927	8.197201	3.441128	3.153853	4.649429	1.730338	1.595626	2.273900
		SD	(63.1136)	(57.6259)	(70.1821)	(9.21213)	(7.90446)	(11.7319)	(4.78075)	(4.19820)	(6.33165)	(2.38019)	(2.11336)	(3.08594)
		PDMSE	4.915	0.000	29.788	10.765	0.000	44.192	9.109	0.000	47.421	8.443	0.000	42.508

*** สำหรับตัวแปร x4, x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_4และ X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ตัวอย่างขนาด 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 50 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.9$

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho =$ 0.1 ถึง 0.5 และขนาดตัวอย่าง 100 เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ อีกทั้งเมื่อ ρ มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่าง

จากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.3 กับ 4.2.4 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

4. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.1.8 กับ 4.2.4 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้นจาก 3 เป็น 5) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า AMSE มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า เรามีข้อมูลมาอธิบายตัวแปรตามมากขึ้น ทำให้การประมาณค่าถูกต้องมากขึ้น

ตารางที่ 4.2.5 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.05	AMSE	0.000646	0.000595	0.000477	0.000104	0.000104	0.000071	0.000056	0.000056	0.000038	0.000027	0.000027	0.000018
		SD	(0.00075)	(0.00061)	(0.00062)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.430	24.738	0.000	46.493	46.479	0.000	47.421	47.368	0.000	50.111	50.000	0.000
0.3	0.05	AMSE	0.000737	0.000664	0.000545	0.000118	0.000117	0.000081	0.000064	0.000064	0.000043	0.000031	0.000031	0.000021
		SD	(0.00088)	(0.00069)	(0.00073)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.229	21.835	0.000	45.679	44.444	0.000	48.884	48.837	0.000	47.667	47.619	0.000
0.5	0.05	AMSE	0.000940	0.000818	0.000697	0.000149	0.000147	0.000102	0.000081	0.000081	0.000054	0.000039	0.000039	0.000026
		SD	(0.00118)	(0.00089)	(0.00097)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	34.864	17.360	0.000	46.078	44.118	0.000	50.019	50.000	0.000	50.038	50.000	0.000
0.7	0.05	AMSE	0.001435	0.001178	0.001069	0.000227	0.000213	0.000155	0.000125	0.000121	0.000084	0.000060	0.000059	0.000040
		SD	(0.00190)	(0.00139)	(0.00157)	(0.00018)	(0.00015)	(0.00015)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	34.238	10.196	0.000	46.452	37.419	0.000	48.810	44.048	0.000	50.000	47.500	0.000
0.9	0.05	AMSE	0.003972	0.003078	0.003002	0.000625	0.000487	0.000427	0.000345	0.000280	0.000233	0.000166	0.000141	0.000111
		SD	(0.00555)	(0.00417)	(0.00462)	(0.00059)	(0.00040)	(0.00045)	(0.00031)	(0.00021)	(0.00023)	(0.00014)	(0.00010)	(0.00011)
		PDMSE	32.312	2.532	0.000	46.370	14.052	0.000	48.069	20.172	0.000	49.550	27.027	0.000
0.99	0.05	AMSE	0.035930	0.020517	0.020829	0.005997	0.004253	0.004297	0.003320	0.002312	0.002351	0.001590	0.001040	0.001051
		SD	(0.05231)	(0.04661)	(0.04613)	(0.00608)	(0.00435)	(0.00470)	(0.00322)	(0.00224)	(0.00244)	(0.00151)	(0.00102)	(0.00111)
		PDMSE	75.123	0.000	1.521	41.006	0.000	1.035	43.599	0.000	1.687	52.885	0.000	1.058

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ XX มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.1 กับ 4.2.5 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.6 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.5	AMSE	0.058381	0.052955	0.048557	0.010357	0.009744	0.007255	0.005567	0.005432	0.003795	0.002689	0.002658	0.001826
		SD	(0.06871)	(0.06360)	(0.06392)	(0.00546)	(0.00426)	(0.00484)	(0.00208)	(0.00168)	(0.00180)	(0.00090)	(0.00081)	(0.00081)
		PDMSE	20.232	9.057	0.000	42.757	34.307	0.000	46.693	43.136	0.000	47.262	45.564	0.000
0.3	0.5	AMSE	0.065030	0.058629	0.054804	0.011714	0.010544	0.008248	0.006349	0.005939	0.004327	0.003074	0.002950	0.002075
		SD	(0.07831)	(0.07295)	(0.07372)	(0.00727)	(0.00545)	(0.00632)	(0.00312)	(0.00226)	(0.00258)	(0.00141)	(0.00115)	(0.00117)
		PDMSE	18.659	6.979	0.000	42.022	27.837	0.000	46.730	37.254	0.000	48.145	42.169	0.000
0.5	0.5	AMSE	0.079776	0.071736	0.069056	0.014790	0.012502	0.010483	0.008072	0.007017	0.005511	0.003917	0.003536	0.002649
		SD	(0.10016)	(0.09439)	(0.09578)	(0.01066)	(0.00787)	(0.00909)	(0.00496)	(0.00333)	(0.00399)	(0.00231)	(0.00164)	(0.00185)
		PDMSE	15.524	3.881	0.000	41.086	19.260	0.000	46.471	27.327	0.000	47.867	33.484	0.000
0.7	0.5	AMSE	0.111007	0.099698	0.101424	0.022301	0.017798	0.016119	0.012340	0.009849	0.008578	0.005984	0.004863	0.004071
		SD	(0.14472)	(0.13677)	(0.14460)	(0.01872)	(0.01455)	(0.01581)	(0.00934)	(0.00661)	(0.00752)	(0.00434)	(0.00292)	(0.00341)
		PDMSE	11.343	0.000	1.731	38.352	10.416	0.000	43.856	14.817	0.000	46.991	19.455	0.000
0.9	0.5	AMSE	0.245009	0.223745	0.257019	0.056763	0.045234	0.044608	0.033129	0.025378	0.024474	0.016268	0.012005	0.0114170
		SD	(0.33027)	(0.30761)	(0.36759)	(0.05663)	(0.04954)	(0.04893)	(0.03087)	(0.02517)	(0.02539)	(0.01438)	(0.01065)	(0.01131)
		PDMSE	9.504	0.000	14.871	27.248	1.403	0.000	35.364	3.694	0.000	42.489	5.150	0.000
0.99	0.5	AMSE	1.948576	1.789976	2.298821	0.315498	0.273838	0.373022	0.195561	0.165056	0.213719	0.114272	0.089964	0.105981
		SD	(2.68834)	(2.41767)	(3.26551)	(0.33707)	(0.28663)	(0.38649)	(0.20641)	(0.17404)	(0.21814)	(0.11699)	(0.09756)	(0.10978)
		PDMSE	8.860	0.000	28.427	15.213	0.000	36.220	18.482	0.000	29.483	27.020	0.000	17.804

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.6 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ผลสรุปเหมือนที่ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.9$

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ และ 0.9 และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้

ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.2 กับ 4.2.6 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.5 กับ 4.2.6 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.2.7 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	1	AMSE	0.181741	0.166501	0.177091	0.040019	0.036407	0.029686	0.021931	0.020720	0.015478	0.010667	0.010337	0.007357
		SD	(0.20366)	(0.19387)	(0.21696)	(0.02225)	(0.02058)	(0.02056)	(0.00853)	(0.00750)	(0.00770)	(0.00361)	(0.00311)	(0.00335)
		PDMSE	9.153	0.000	6.360	34.808	22.640	0.000	41.691	33.867	0.000	44.991	40.506	0.000
0.3	1	AMSE	0.201820	0.183330	0.199121	0.044877	0.039196	0.033670	0.024902	0.022215	0.017685	0.012177	0.011150	0.008381
		SD	(0.23074)	(0.21834)	(0.24980)	(0.02932)	(0.02636)	(0.02656)	(0.01270)	(0.01018)	(0.01101)	(0.00567)	(0.00428)	(0.00483)
		PDMSE	10.086	0.000	8.613	33.285	16.412	0.000	40.809	25.615	0.000	45.293	33.039	0.000
0.5	1	AMSE	0.243214	0.220979	0.248842	0.055464	0.046691	0.042616	0.031413	0.026263	0.022606	0.015470	0.013122	0.010742
		SD	(0.28982)	(0.27217)	(0.32224)	(0.04202)	(0.03801)	(0.03771)	(0.02002)	(0.01596)	(0.01704)	(0.00928)	(0.00671)	(0.00769)
		PDMSE	10.062	0.000	12.609	30.148	9.562	0.000	38.959	16.177	0.000	44.014	22.156	0.000
0.7	1	AMSE	0.345247	0.313669	0.368657	0.078713	0.064456	0.063939	0.046830	0.037636	0.035277	0.023425	0.018462	0.016637
		SD	(0.43197)	(0.39930)	(0.49681)	(0.06840)	(0.06173)	(0.05207)	(0.03733)	(0.03198)	(0.03196)	(0.01737)	(0.01328)	(0.01431)
		PDMSE	10.067	0.000	17.531	23.106	0.809	0.000	32.749	6.687	0.000	40.801	10.970	0.000
0.9	1	AMSE	0.849644	0.778833	0.973855	0.163999	0.137484	0.163522	0.104452	0.084493	0.093690	0.059413	0.045444	0.046319
		SD	(1.12550)	(1.01527)	(1.35297)	(0.16090)	(0.14150)	(0.16676)	(0.10013)	(0.08646)	(0.09355)	(0.05471)	(0.04577)	(0.04648)
		PDMSE	9.092	0.000	25.040	19.286	0.000	18.939	23.622	0.000	10.885	30.739	0.000	1.925
0.99	1	AMSE	7.669730	7.026697	9.126771	1.124663	0.958723	1.434389	0.642838	0.541827	0.805412	0.331532	0.273773	0.390060
		SD	(10.5344)	(9.41719)	(12.9159)	(1.16904)	(0.94668)	(1.44863)	(0.65869)	(0.52506)	(0.78980)	(0.33594)	(0.26858)	(0.38116)
		PDMSE	9.151	0.000	29.887	17.308	0.000	49.615	18.643	0.000	48.647	21.097	0.000	42.476

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.7 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.7 และขนาดตัวอย่าง 30,50,100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ยกเว้นกรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$ และ 0.99 และที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ผลดี เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย

เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.3 กับ 4.2.7 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.6 กับ 4.2.7 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.2.8 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	3	AMSE	1.288532	1.147780	1.457046	0.250877	0.203272	0.247302	0.152626	0.127543	0.137381	0.085183	0.074368	0.067925
		SD	(1.37619)	(1.21997)	(1.67896)	(0.13103)	(0.11631)	(0.14033)	(0.06327)	(0.06506)	(0.06212)	(0.03300)	(0.03660)	(0.03206)
		PDMSE	12.263	0.000	26.945	23.419	0.000	21.661	19.666	0.000	7.713	25.407	9.485	0.000
0.3	3	AMSE	1.462677	1.301806	1.652330	0.271714	0.220485	0.276637	0.165194	0.135353	0.154382	0.094555	0.078388	0.076661
		SD	(1.60455)	(1.42303)	(1.96442)	(0.16498)	(0.14071)	(0.17959)	(0.08533)	(0.07902)	(0.08621)	(0.04807)	(0.04664)	(0.04491)
		PDMSE	12.358	0.000	26.926	23.235	0.000	25.467	22.047	0.000	14.059	23.342	2.253	0.000
0.5	3	AMSE	1.827197	1.636011	2.086783	0.320427	0.263499	0.343874	0.193843	0.157445	0.190802	0.112351	0.090485	0.096403
		SD	(2.10432)	(1.85978)	(2.58567)	(0.22630)	(0.18745)	(0.25373)	(0.11917)	(0.10227)	(0.12603)	(0.07205)	(0.06405)	(0.06796)
		PDMSE	11.686	0.000	27.553	21.605	0.000	30.503	23.118	0.000	21.186	24.165	0.000	6.540
0.7	3	AMSE	2.745732	2.466101	3.156141	0.444157	0.371367	0.507757	0.258841	0.217059	0.283948	0.150385	0.121453	0.143192
		SD	(3.35510)	(2.95969)	(4.13149)	(0.35538)	(0.28637)	(0.42139)	(0.19668)	(0.16245)	(0.22175)	(0.11489)	(0.09754)	(0.11573)
		PDMSE	11.339	0.000	27.981	19.601	0.000	36.726	19.249	0.000	30.816	23.822	0.000	17.899
0.9	3	AMSE	7.317149	6.647840	8.587846	1.106933	0.920116	1.345476	0.611345	0.518184	0.750672	0.325797	0.267467	0.369273
		SD	(9.56873)	(8.46220)	(11.8042)	(1.02120)	(0.79903)	(1.26964)	(0.55227)	(0.43449)	(0.67722)	(0.28901)	(0.22967)	(0.33272)
		PDMSE	10.068	0.000	29.183	20.304	0.000	46.229	17.978	0.000	44.866	21.808	0.000	38.063
0.99	3	AMSE	68.674910	62.909390	81.935420	9.744464	8.222816	11.735810	5.412667	4.491875	6.084503	2.615472	2.125479	3.000229
		SD	(84.1795)	(84.1378)	(95.8115)	(10.0200)	(7.95338)	(12.7527)	(5.44525)	(4.20960)	(6.84838)	(2.57450)	(1.95445)	(3.19362)
		PDMSE	9.165	0.000	30.244	18.505	0.000	42.723	20.499	0.000	35.456	23.053	0.000	41.155

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่น ๆ

จากตารางที่ 4.2.8 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4 มีความสัมพันธ์กัน (สำหรับตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตัวอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.5$ ขนาดตัวอย่าง 50,100 และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.9$

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho =$ 0.1 และ 0.3 และขนาดตัวอย่าง 100 เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ อีกทั้งเมื่อ ρ มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสอง

น้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.4 กับ 4.2.8 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.7 กับ 4.2.8 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.2.9 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.05	AMSE	0.000655	0.000601	0.000484	0.000106	0.000105	0.000072	0.000056	0.000056	0.000038	0.000027	0.000027	0.000018
		SD	(0.00077)	(0.00062)	(0.00063)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.331	24.174	0.000	47.222	45.833	0.000	47.368	47.368	0.000	50.000	50.000	0.000
0.3	0.05	AMSE	0.000783	0.000698	0.000579	0.000126	0.000125	0.000086	0.000068	0.000067	0.000045	0.000033	0.000033	0.000022
		SD	(0.00095)	(0.00073)	(0.00078)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	35.233	20.553	0.000	46.512	45.349	0.000	51.111	48.889	0.000	50.000	50.000	0.000
0.5	0.05	AMSE	0.001056	0.000899	0.000782	0.000169	0.000165	0.000115	0.000091	0.000090	0.000060	0.000044	0.000044	0.000029
		SD	(0.00131)	(0.00097)	(0.00108)	(0.00012)	(0.00010)	(0.00010)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	35.038	14.962	0.000	46.957	43.478	0.000	51.667	50.000	0.000	51.724	51.724	0.000
0.7	0.05	AMSE	0.001719	0.001381	0.001275	0.000276	0.000250	0.000187	0.000148	0.000140	0.000098	0.000072	0.000070	0.000048
		SD	(0.00216)	(0.00157)	(0.00179)	(0.00020)	(0.00015)	(0.00017)	(0.00009)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	34.824	8.314	0.000	47.594	33.690	0.000	51.020	42.857	0.000	50.000	45.833	0.000
0.9	0.05	AMSE	0.005091	0.003919	0.003820	0.000815	0.000608	0.000551	0.000439	0.000337	0.000289	0.000213	0.000171	0.000140
		SD	(0.00649)	(0.00488)	(0.00546)	(0.00061)	(0.00040)	(0.00050)	(0.00028)	(0.00017)	(0.00021)	(0.00013)	(0.00008)	(0.00010)
		PDMSE	33.272	2.592	0.000	47.913	10.345	0.000	51.903	16.609	0.000	52.143	22.143	0.000
0.99	0.05	AMSE	0.046310	0.039316	0.039812	0.008073	0.005682	0.005771	0.004350	0.002980	0.003006	0.002103	0.001422	0.001445
		SD	(0.05945)	(0.05424)	(0.05391)	(0.00613)	(0.00442)	(0.00503)	(0.00285)	(0.00196)	(0.00220)	(0.00133)	(0.00089)	(0.00104)
		PDMSE	17.789	0.000	1.262	42.080	0.000	1.566	45.973	0.000	0.872	47.890	0.000	1.617

จากตารางที่ 4.2.9 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho =$ 0.1 ถึง 0.9 ในทุกขนาดตัวอย่าง ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho =$ 0.99 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.5 กับ 4.2.9 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2.10 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	0.5	AMSE	0.058921	0.053406	0.049126	0.010483	0.009827	0.007349	0.005616	0.005459	0.003829	0.002723	0.002686	0.001846
		SD	(0.06956)	(0.06440)	(0.06488)	(0.00569)	(0.00447)	(0.00503)	(0.00214)	(0.00165)	(0.00180)	(0.00095)	(0.00085)	(0.00085)
		PDMSE	19.939	8.712	0.000	42.645	33.719	0.000	46.670	42.570	0.000	47.508	45.504	0.000
0.3	0.5	AMSE	0.068281	0.061317	0.057974	0.012440	0.010946	0.008733	0.006706	0.006129	0.004548	0.003264	0.003074	0.002193
		SD	(0.08250)	(0.07698)	(0.07808)	(0.00797)	(0.00589)	(0.00690)	(0.00328)	(0.00218)	(0.00264)	(0.00152)	(0.00114)	(0.00124)
		PDMSE	17.779	5.766	0.000	42.448	25.341	0.000	47.449	34.763	0.000	48.837	40.173	0.000
0.5	0.5	AMSE	0.087657	0.078246	0.076690	0.016722	0.013705	0.011832	0.009019	0.007523	0.006113	0.004407	0.003811	0.002947
		SD	(0.10808)	(0.10238)	(0.10447)	(0.01197)	(0.00904)	(0.01032)	(0.00506)	(0.00321)	(0.00404)	(0.00239)	(0.00153)	(0.00190)
		PDMSE	14.300	2.029	0.000	41.329	15.830	0.000	47.538	23.066	0.000	49.542	29.318	0.000
0.7	0.5	AMSE	0.128492	0.114306	0.119414	0.026850	0.020860	0.019379	0.014601	0.011112	0.010009	0.007152	0.005497	0.004785
		SD	(0.15822)	(0.15072)	(0.16127)	(0.02072)	(0.01696)	(0.01798)	(0.00901)	(0.00632)	(0.00725)	(0.00421)	(0.00270)	(0.00334)
		PDMSE	12.411	0.000	4.469	38.552	7.642	0.000	45.879	11.020	0.000	49.467	14.880	0.000
0.9	0.5	AMSE	0.302916	0.274094	0.323987	0.071883	0.055566	0.056732	0.041542	0.030880	0.030241	0.020686	0.014750	0.014262
		SD	(0.36797)	(0.34122)	(0.41937)	(0.05897)	(0.05397)	(0.05284)	(0.02833)	(0.02499)	(0.02380)	(0.01312)	(0.01023)	(0.01073)
		PDMSE	10.515	0.000	18.203	29.365	0.000	2.098	37.370	2.113	0.000	45.043	3.422	0.000
0.99	0.5	AMSE	2.592049	2.326933	3.036807	0.432611	0.349270	0.480268	0.247430	0.198302	0.273557	0.146387	0.109597	0.137466
		SD	(3.06999)	(2.68448)	(3.78164)	(0.34888)	(0.27367)	(0.39337)	(0.17947)	(0.14837)	(0.19249)	(0.10648)	(0.09117)	(0.10195)
		PDMSE	11.393	0.000	30.507	23.861	0.000	37.506	24.774	0.000	37.950	33.568	0.000	25.429

จากตารางที่ 4.2.10 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3 ยกเว้นกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.9 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ กรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ และ 0.9 และขนาดตัวอย่าง 10 และที่ระดับ $\rho = 0.99$ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่า

สูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.6 กับ 4.2.10 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.9 กับ 4.2.10 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.2.11 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	1	AMSE	0.183353	0.167675	0.179020	0.040457	0.036696	0.030076	0.022085	0.020695	0.015595	0.010799	0.010409	0.007442
		SD	(0.20584)	(0.19584)	(0.22004)	(0.02312)	(0.02156)	(0.02138)	(0.00870)	(0.00720)	(0.00770)	(0.00382)	(0.00320)	(0.00348)
		PDMSE	9.350	0.000	6.766	34.516	22.011	0.000	41.616	32.703	0.000	45.109	39.868	0.000
0.3	1	AMSE	0.210920	0.191428	0.210422	0.047246	0.040478	0.035522	0.026240	0.022775	0.018583	0.012908	0.011461	0.008854
		SD	(0.24213)	(0.22929)	(0.26430)	(0.03161)	(0.02830)	(0.02873)	(0.01328)	(0.01035)	(0.01130)	(0.00611)	(0.00433)	(0.00513)
		PDMSE	10.182	0.000	9.922	33.005	13.952	0.000	41.204	22.558	0.000	45.787	29.444	0.000
0.5	1	AMSE	0.267751	0.242435	0.277539	0.061610	0.050405	0.047688	0.034897	0.028150	0.025066	0.017342	0.014057	0.011944
		SD	(0.31543)	(0.29568)	(0.35328)	(0.04632)	(0.04227)	(0.04193)	(0.02047)	(0.01678)	(0.01730)	(0.00956)	(0.00681)	(0.00790)
		PDMSE	10.442	0.000	14.480	29.194	5.697	0.000	39.220	12.304	0.000	45.194	17.691	0.000
0.7	1	AMSE	0.400921	0.363386	0.437049	0.092234	0.072833	0.075921	0.054579	0.041894	0.040914	0.027798	0.020907	0.019501
		SD	(0.47789)	(0.43928)	(0.55625)	(0.07398)	(0.06753)	(0.06856)	(0.03576)	(0.03183)	(0.03065)	(0.01686)	(0.01342)	(0.01404)
		PDMSE	10.329	0.000	20.271	26.638	0.000	4.240	33.399	2.395	0.000	42.547	7.210	0.000
0.9	1	AMSE	1.070643	0.970526	1.239848	0.206262	0.165545	0.209291	0.128158	0.098145	0.115929	0.074055	0.053943	0.057684
		SD	(1.28141)	(1.13505)	(1.55633)	(0.16871)	(0.14489)	(0.17588)	(0.09025)	(0.08112)	(0.08587)	(0.05058)	(0.04527)	(0.04412)
		PDMSE	10.316	0.000	27.750	24.596	0.000	26.425	30.580	0.000	18.120	37.284	0.000	6.935
0.99	1	AMSE	10.245800	9.148787	12.079680	1.586908	1.246425	1.813822	0.832413	0.659839	0.954156	0.436409	0.335644	0.501354
		SD	(12.0643)	(10.4241)	(14.9823)	(1.23329)	(0.88913)	(1.46972)	(0.57701)	(0.42676)	(0.69234)	(0.31119)	(0.23042)	(0.34419)
		PDMSE	11.991	0.000	32.036	27.317	0.000	45.522	26.154	0.000	44.604	30.021	0.000	49.371

จากตารางที่ 4.2.11 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ระดับ $\rho = 0.7$ ขนาดตัวอย่าง 30 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 ,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 ,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ $\rho = 0.1$ ถึง 0.7 และขนาดตัวอย่าง 30,50,100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ กรณีที่ระดับ $\rho = 0.9$

และ 0.99 และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.7 กับ 4.2.11 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.10 กับ 4.2.11 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.2.12 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3, x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ)	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1	3	AMSE	1.304356	1.161188	1.474979	0.253429	0.205125	0.250111	0.153008	0.127414	0.138694	0.086147	0.074614	0.068730
		SD	(1.40029)	(1.24103)	(1.70743)	(0.13660)	(0.12190)	(0.14596)	(0.06269)	(0.06310)	(0.06206)	(0.03454)	(0.03776)	(0.03336)
		PDMSE	12.329	0.000	27.023	23.549	0.000	21.931	20.087	0.000	8.853	25.341	8.561	0.000
0.3	3	AMSE	1.538094	1.376102	1.753045	0.284940	0.229882	0.291739	0.170890	0.137662	0.161425	0.098245	0.079243	0.080698
		SD	(1.70880)	(1.51529)	(2.09128)	(0.17969)	(0.15060)	(0.19582)	(0.08616)	(0.07768)	(0.08714)	(0.05097)	(0.04721)	(0.04729)
		PDMSE	11.772	0.000	27.392	23.951	0.000	26.908	24.137	0.000	17.262	23.979	0.000	1.836
0.5	3	AMSE	2.031062	1.823930	2.342421	0.355653	0.285602	0.384054	0.208146	0.166204	0.211345	0.122792	0.094775	0.106837
		SD	(2.32496)	(2.05364)	(2.85793)	(0.25160)	(0.20124)	(0.28032)	(0.11906)	(0.10232)	(0.12643)	(0.07336)	(0.06440)	(0.06923)
		PDMSE	11.356	0.000	28.427	24.527	0.000	34.472	25.235	0.000	27.160	29.562	0.000	12.727
0.7	3	AMSE	3.231913	2.907686	3.770773	0.533723	0.425845	0.589617	0.298159	0.238618	0.323266	0.173506	0.132740	0.168276
		SD	(3.77286)	(3.30733)	(4.66382)	(0.40496)	(0.30851)	(0.46498)	(0.18740)	(0.15158)	(0.21078)	(0.11188)	(0.09399)	(0.11240)
		PDMSE	11.151	0.000	29.683	25.333	0.000	38.458	24.952	0.000	35.474	30.711	0.000	26.771
0.9	3	AMSE	9.306357	8.370786	10.986800	1.452674	1.138864	1.555661	0.760163	0.602920	0.837099	0.403147	0.312464	0.409370
		SD	(10.9824)	(9.53266)	(13.6432)	(1.12505)	(0.80791)	(1.33667)	(0.50641)	(0.37480)	(0.61169)	(0.27800)	(0.20688)	(0.30750)
		PDMSE	11.177	0.000	31.252	27.555	0.000	36.598	26.080	0.000	38.841	29.022	0.000	31.013
0.99	3	AMSE	91.902720	82.040820	108.52230	13.910950	10.780040	14.326620	7.052248	5.519461	7.533444	3.535046	2.633982	3.462419
		SD	(97.9948)	(90.1279)	114.42890	(10.6455)	(7.44050)	(12.9289)	(4.77236)	(3.38052)	(5.99772)	(2.39610)	(1.60316)	(2.84921)
		PDMSE	12.021	0.000	32.278	29.044	0.000	32.900	27.771	0.000	36.489	34.209	0.000	31.452

จากตารางที่ 4.2.12 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ (ρ) ได้ดังต่อไปนี้

ระดับความสัมพันธ์ 0.1 และ 0.3

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ระดับ $\rho = 0.1$ ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และ HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 และที่ระดับ $\rho = 0.3$ ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

ระดับความสัมพันธ์ 0.5 และ 0.7

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.9

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ $\rho = 0.1$ และ 0.3

ระดับความสัมพันธ์ 0.99

ผลสรุปเหมือนที่ $\rho = 0.9$

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho = 0.1$ ขนาดตัวอย่าง 100 เพราะเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ อีกทั้งเมื่อ ρ มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนักไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ

จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.8 กับ 4.2.12 (ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.2.11 กับ 4.2.12 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.12 เราสามารถสรุปได้ว่า

1. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

2. เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ มีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีจำนวนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีจะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

5. เมื่อทำการเปรียบเทียบในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น จาก 3 เป็น 5 นั้น พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระมีค่าเพิ่มขึ้น ค่า AMSE มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าเรามีข้อมูลมาอธิบายตัวแปรตามมากขึ้น ทำให้การประมาณค่าถูกต้องมากขึ้น

6. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ยกเว้นในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์สูงมาก (ρ = 0.99) หรือกรณีที่ σ = 1 ขนาดตัวอย่างน้อย (n=10) หรือกรณีที่ σ = 3 โดยส่วนใหญ่วิธี SEQ จะให้ผลดี ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้นเมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี และเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้น จะทำให้ความแปรปรวนสูงขึ้น ประสิทธิภาพของวิธี BAY จะลดลงถึงแม้ว่าระดับ ρ จะมีค่าน้อย (ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมาก)

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีการถดถอยริดจ์เมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 2 กลุ่ม

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการศึกษาที่ $\mu = 0$ และ $\sigma = 0.05, 0.5, 1, 3$ ตามลำดับ โดยมีจำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

- กรณีที่ 1 จำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 มีจำนวนเท่ากับ 2
- กรณีที่ 2 จำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันในกลุ่มที่ 1 เท่ากับ 3 และจำนวนตัวแปรอิสระ ในกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 2

4.2.1 กรณีที่ 1 จำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 มีจำนวนเท่ากับ 2

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 50 และ 100 ระดับความสัมพันธ์ต่างๆ โดยกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้

ρ_{12} = (ρ กลุ่มที่ 1, ρ กลุ่มที่ 2)

ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้จะนำเสนอในตารางที่ 4.3.1 - 4.3.24

รายละเอียดของตารางที่ 4.3.1 - 4.3.24

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมด	จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กัน (กลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2)	ρ_{12} = (กลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2)	σ
4.3.1	5	2 , 2	(0.1,0.1) , ... , (0.1,0.99)	0.05
4.3.2	5	2 , 2	(0.1,0.1) , ... , (0.1,0.99)	0.5
4.3.3	5	2 , 2	(0.1,0.1) , ... , (0.1,0.99)	1
4.3.4	5	2 , 2	(0.1,0.1) , ... , (0.1,0.99)	3
4.3.5	5	2 , 2	(0.3,0.1) , ... , (0.3,0.99)	0.05
4.3.6	5	2 , 2	(0.3,0.1) , ... , (0.3,0.99)	0.5
4.3.7	5	2 , 2	(0.3,0.1) , ... , (0.3,0.99)	1
4.3.8	5	2 , 2	(0.3,0.1) , ... , (0.3,0.99)	3
4.3.9	5	2 , 2	(0.5,0.1) , ... , (0.5,0.99)	0.05
4.3.10	5	2 , 2	(0.5,0.1) , ... , (0.5,0.99)	0.5
4.3.11	5	2 , 2	(0.5,0.1) , ... , (0.5,0.99)	1
4.3.12	5	2 , 2	(0.5,0.1) , ... , (0.5,0.99)	3

รายละเอียดของตารางที่ 4.3.1 - 4.3.24 (ต่อ)

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมด	จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กัน (กลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2)	ρ_{12} = (กลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2)	σ
4.3.13	5	2 , 2	(0.7,0.1) , ... , (0.7,0.99)	0.05
4.3.14	5	2 , 2	(0.7,0.1) , ... , (0.7,0.99)	0.5
4.3.15	5	2 , 2	(0.7,0.1) , ... , (0.7,0.99)	1
4.3.16	5	2 , 2	(0.7,0.1) , ... , (0.7,0.99)	3
4.3.17	5	2 , 2	(0.9,0.1) , ... , (0.9,0.99)	0.05
4.3.18	5	2 , 2	(0.9,0.1) , ... , (0.9,0.99)	0.5
4.3.19	5	2 , 2	(0.9,0.1) , ... , (0.9,0.99)	1
4.3.20	5	2 , 2	(0.9,0.1) , ... , (0.9,0.99)	3
4.3.21	5	2 , 2	(0.99,0.1) , ... , (0.99,0.99)	0.05
4.3.22	5	2 , 2	(0.99,0.1) , ... , (0.99,0.99)	0.5
4.3.23	5	2 , 2	(0.99,0.1) , ... , (0.99,0.99)	1
4.3.24	5	2 , 2	(0.99,0.1) , ... , (0.99,0.99)	3

ตารางที่ 4.3.1 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	0.05	AMSE	0.000638	0.000588	0.000471	0.000103	0.000103	0.000071	0.000055	0.000055	0.000037	0.000027	0.000027	0.000018
		SD	(0.00074)	(0.00060)	(0.00061)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.456	24.841	0.000	45.127	45.070	0.000	48.919	48.649	0.000	50.056	50.000	0.000
0.1,0.3	0.05	AMSE	0.000660	0.000605	0.000488	0.000107	0.000106	0.000073	0.000057	0.000057	0.000039	0.000027	0.000027	0.000018
		SD	(0.00077)	(0.00062)	(0.00064)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.246	23.975	0.000	46.575	45.205	0.000	46.667	46.154	0.000	50.111	50.000	0.000
0.1,0.5	0.05	AMSE	0.000719	0.000652	0.000533	0.000116	0.000116	0.000080	0.000063	0.000063	0.000043	0.000030	0.000030	0.000020
		SD	(0.00087)	(0.00069)	(0.00072)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.897	22.326	0.000	45.250	45.000	0.000	47.442	46.512	0.000	51.000	50.000	0.000
0.1,0.7	0.05	AMSE	0.000877	0.000774	0.000657	0.000143	0.000141	0.000101	0.000077	0.000077	0.000054	0.000036	0.000036	0.000025
		SD	(0.00117)	(0.00091)	(0.00097)	(0.00013)	(0.00012)	(0.00011)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.486	17.808	0.000	41.584	39.604	0.000	42.778	42.593	0.000	44.120	44.000	0.000
0.1,0.9	0.05	AMSE	0.001720	0.001421	0.001347	0.000281	0.000256	0.000211	0.000153	0.000145	0.000115	0.000071	0.000069	0.000053
		SD	(0.00296)	(0.00227)	(0.00245)	(0.00044)	(0.00035)	(0.00035)	(0.00024)	(0.00021)	(0.00019)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	27.691	5.494	0.000	33.175	21.327	0.000	33.043	26.087	0.000	33.962	30.189	0.000
0.1,0.99	0.05	AMSE	0.013121	0.011130	0.011186	0.002186	0.001674	0.001754	0.001175	0.000900	0.000938	0.000549	0.000416	0.000431
		SD	(0.02836)	(0.02392)	(0.02417)	(0.00470)	(0.00353)	(0.00381)	(0.00252)	(0.00189)	(0.00203)	(0.00118)	(0.00086)	(0.00093)
		PDMSE	17.889	0.000	0.503	30.585	0.000	4.779	30.556	0.000	4.222	31.971	0.000	3.606

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.1 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

ตารางที่ 4.3.2 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	0.5	AMSE	0.057680	0.052223	0.047901	0.010241	0.009705	0.007174	0.005487	0.005370	0.003731	0.002654	0.002637	0.001801
		SD	(0.06763)	(0.06238)	(0.06282)	(0.00523)	(0.00409)	(0.00461)	(0.00192)	(0.00156)	(0.00166)	(0.00084)	(0.00078)	(0.00078)
		PDMSE	20.415	9.023	0.000	42.752	35.280	0.000	47.065	43.929	0.000	47.363	46.419	0.000
0.1,0.3	0.5	AMSE	0.059188	0.053464	0.049437	0.010590	0.009901	0.007433	0.005702	0.005538	0.003904	0.002744	0.002716	0.001853
		SD	(0.06985)	(0.06447)	(0.06526)	(0.00583)	(0.00446)	(0.00507)	(0.00244)	(0.00198)	(0.00211)	(0.00100)	(0.00090)	(0.00087)
		PDMSE	19.724	8.146	0.000	42.473	33.203	0.000	46.055	41.855	0.000	48.084	46.573	0.000
0.1,0.5	0.5	AMSE	0.063337	0.057243	0.053531	0.011546	0.010532	0.008187	0.006262	0.005973	0.004356	0.002988	0.002926	0.002040
		SD	(0.07652)	(0.07105)	(0.07232)	(0.00758)	(0.00571)	(0.00653)	(0.00375)	(0.00300)	(0.00327)	(0.00150)	(0.00128)	(0.00128)
		PDMSE	18.318	6.934	0.000	41.028	28.643	0.000	43.756	37.121	0.000	46.471	43.431	0.000
0.1,0.7	0.5	AMSE	0.074152	0.067542	0.064479	0.014242	0.012582	0.010433	0.007735	0.007069	0.005559	0.003653	0.003446	0.002576
		SD	(0.09710)	(0.09122)	(0.09380)	(0.01326)	(0.01018)	(0.01149)	(0.00703)	(0.00540)	(0.00606)	(0.00299)	(0.00237)	(0.00252)
		PDMSE	15.002	4.750	0.000	36.509	20.598	0.000	39.144	27.163	0.000	41.809	33.773	0.000
0.1,0.9	0.5	AMSE	0.125736	0.119193	0.120387	0.028371	0.024714	0.022670	0.015526	0.013224	0.012183	0.007220	0.006092	0.005509
		SD	(0.20707)	(0.20104)	(0.21329)	(0.04475)	(0.03744)	(0.03887)	(0.02441)	(0.01927)	(0.02088)	(0.01099)	(0.00823)	(0.00913)
		PDMSE	5.489	0.000	1.002	25.148	9.016	0.000	27.440	8.545	0.000	31.058	10.583	0.000
0.1,0.99	0.5	AMSE	0.701782	0.694419	0.712007	0.141412	0.138490	0.142839	0.088535	0.084745	0.086389	0.049839	0.044838	0.045197
		SD	(1.48402)	(1.47313)	(1.75410)	(0.29792)	(0.29224)	(0.31881)	(0.18793)	(0.17973)	(0.18681)	(0.10637)	(0.09519)	(0.09544)
		PDMSE	1.060	0.000	2.533	2.110	0.000	3.140	4.472	0.000	1.940	11.153	0.000	0.801

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.1 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3) ยกเว้นในกรณีขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่ ρ_{12} = (0.1 , 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10, 30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มี

มากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ XX บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.1 กับ 4.3.2 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.3 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	1	AMSE	0.180031	0.164573	0.174918	0.039608	0.036351	0.029397	0.021614	0.020515	0.015212	0.010542	0.010331	0.007268
		SD	(0.20067)	(0.19072)	(0.21360)	(0.02132)	(0.02003)	(0.01968)	(0.00786)	(0.00702)	(0.00713)	(0.00339)	(0.00312)	(0.00324)
		PDMSE	9.393	0.000	6.286	34.735	23.655	0.000	42.085	34.861	0.000	45.047	42.144	0.000
0.1,0.3	1	AMSE	0.184819	0.168646	0.180356	0.040879	0.037084	0.030454	0.022452	0.021087	0.015924	0.010898	0.010578	0.007488
		SD	(0.20817)	(0.19705)	(0.22191)	(0.02376)	(0.02168)	(0.02159)	(0.01000)	(0.00867)	(0.00902)	(0.00405)	(0.00342)	(0.00362)
		PDMSE	9.590	0.000	6.944	34.232	21.771	0.000	40.995	32.423	0.000	45.540	41.266	0.000
0.1,0.5	1	AMSE	0.198080	0.180933	0.195065	0.044371	0.039632	0.033485	0.024753	0.022858	0.017885	0.011886	0.011286	0.008275
		SD	(0.22906)	(0.21737)	(0.24661)	(0.03053)	(0.02712)	(0.02752)	(0.01551)	(0.01328)	(0.01399)	(0.00611)	(0.00479)	(0.00535)
		PDMSE	9.477	0.000	7.811	32.510	18.357	0.000	38.401	27.805	0.000	43.637	36.387	0.000
0.1,0.7	1	AMSE	0.232179	0.214618	0.234252	0.054085	0.048341	0.042283	0.030733	0.027659	0.023010	0.014626	0.013261	0.010577
		SD	(0.29382)	(0.28035)	(0.32216)	(0.05200)	(0.04689)	(0.04702)	(0.02912)	(0.02445)	(0.02588)	(0.01228)	(0.00941)	(0.01066)
		PDMSE	8.182	0.000	9.148	27.912	14.327	0.000	33.564	20.204	0.000	38.281	25.376	0.000
0.1,0.9	1	AMSE	0.405569	0.389623	0.438720	0.092733	0.086285	0.081759	0.056939	0.051751	0.047301	0.029092	0.025333	0.022982
		SD	(0.65367)	(0.63886)	(0.75684)	(0.13905)	(0.13172)	(0.13543)	(0.08842)	(0.07937)	(0.08028)	(0.04488)	(0.03693)	(0.03860)
		PDMSE	4.093	0.000	12.601	13.422	5.536	0.000	20.376	9.408	0.000	26.586	10.230	0.000
0.1,0.99	1	AMSE	2.686434	2.661941	3.180074	0.465117	0.462596	0.537378	0.270763	0.269092	0.301517	0.137640	0.134965	0.145913
		SD	(4.67892)	(4.63864)	(5.86348)	(0.96951)	(0.96820)	(1.15443)	(0.56653)	(0.56473)	(0.64871)	(0.28816)	(0.28293)	(0.31360)
		PDMSE	0.920	0.000	19.464	0.545	0.000	16.166	0.621	0.000	12.050	1.982	0.000	8.112

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.1 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3) ยกเว้นในกรณีขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสอง

น้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.2 กับ 4.3.3 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.4 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	3	AMSE	1.272603	1.134451	1.440072	0.247938	0.202749	0.245756	0.150221	0.126035	0.135188	0.084897	0.074797	0.067416
		SD	(1.35832)	(1.20310)	(1.65466)	(0.12699)	(0.11434)	(0.13455)	(0.05795)	(0.06203)	(0.05747)	(0.03186)	(0.03782)	(0.03160)
		PDMSE	12.178	0.000	26.940	22.288	0.000	21.212	19.190	0.000	7.262	25.930	10.948	0.000
0.1,0.3	3	AMSE	1.309323	1.171674	1.488710	0.253944	0.208290	0.253577	0.155528	0.129687	0.140354	0.087294	0.076908	0.069596
		SD	(1.41914)	(1.25769)	(1.72683)	(0.13980)	(0.12294)	(0.14798)	(0.07122)	(0.07136)	(0.07161)	(0.03703)	(0.04080)	(0.03535)
		PDMSE	11.748	0.000	27.058	21.918	0.000	21.742	19.926	0.000	8.225	25.430	10.506	0.000
0.1,0.5	3	AMSE	1.414020	1.278148	1.616914	0.272805	0.226017	0.274291	0.166846	0.140182	0.152820	0.093816	0.082869	0.076114
		SD	(1.59380)	(1.42062)	(1.93884)	(0.17185)	(0.15110)	(0.18723)	(0.10307)	(0.09601)	(0.10496)	(0.05258)	(0.05284)	(0.04982)
		PDMSE	10.630	0.000	26.504	20.701	0.000	21.359	19.021	0.000	9.015	23.257	8.875	0.000
0.1,0.7	3	AMSE	1.709699	1.573764	1.958197	0.322446	0.277539	0.331152	0.195514	0.170172	0.185473	0.110189	0.098635	0.093220
		SD	(2.13186)	(1.93862)	(2.59003)	(0.27607)	(0.24909)	(0.31211)	(0.17011)	(0.15659)	(0.18174)	(0.09360)	(0.08946)	(0.09002)
		PDMSE	8.638	0.000	24.428	16.180	0.000	19.317	14.892	0.000	8.991	18.203	5.809	0.000
0.1,0.9	3	AMSE	3.286907	3.147220	3.773992	0.579617	0.544081	0.627152	0.337508	0.317673	0.350126	0.175227	0.164993	0.170394
		SD	(4.28083)	(4.08112)	(5.44052)	(0.80111)	(0.77369)	(0.97332)	(0.46991)	(0.45799)	(0.55109)	(0.24058)	(0.23398)	(0.26473)
		PDMSE	4.438	0.000	19.915	6.531	0.000	15.268	6.244	0.000	10.216	6.203	0.000	3.273
0.1,0.99	3	AMSE	23.82630	23.64035	28.40384	3.879171	3.859594	4.663999	2.148228	2.138662	2.552982	0.965317	0.961105	1.161355
		SD	(30.3663)	(30.0724)	(31.3017)	(5.06872)	(5.06005)	(6.00129)	(3.47130)	(3.47031)	(4.47664)	(1.99083)	(1.99064)	(2.48165)
		PDMSE	0.787	0.000	20.150	0.507	0.000	20.842	0.447	0.000	19.373	0.438	0.000	20.835

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.1 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.9)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางที่ 4.3.4 จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.3 กับ 4.3.4 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.5 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	0.05	AMSE	0.000663	0.000609	0.000491	0.000106	0.000106	0.000073	0.000057	0.000057	0.000038	0.000028	0.000028	0.000019
		SD	(0.00079)	(0.00063)	(0.00065)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.031	24.033	0.000	45.479	45.205	0.000	50.026	50.000	0.000	47.526	47.368	0.000
0.3,0.3	0.05	AMSE	0.000685	0.000626	0.000507	0.000110	0.000109	0.000075	0.000059	0.000059	0.000040	0.000029	0.000029	0.000019
		SD	(0.00082)	(0.00065)	(0.00068)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.108	23.471	0.000	46.667	45.333	0.000	48.000	47.500	0.000	52.737	52.632	0.000
0.3,0.5	0.05	AMSE	0.000744	0.000672	0.000553	0.000119	0.000119	0.000082	0.000065	0.000065	0.000044	0.000031	0.000031	0.000021
		SD	(0.00092)	(0.00072)	(0.00076)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.539	21.519	0.000	45.244	45.122	0.000	48.182	47.727	0.000	48.095	47.619	0.000
0.3,0.7	0.05	AMSE	0.000902	0.000794	0.000676	0.000146	0.000144	0.000103	0.000079	0.000079	0.000056	0.000038	0.000037	0.000026
		SD	(0.00121)	(0.00093)	(0.00100)	(0.00013)	(0.00012)	(0.00011)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.432	17.456	0.000	41.748	39.806	0.000	41.607	41.071	0.000	46.154	42.308	0.000
0.3,0.9	0.05	AMSE	0.001747	0.001441	0.001366	0.000284	0.000259	0.000213	0.000155	0.000146	0.000116	0.000072	0.000070	0.000054
		SD	(0.00299)	(0.00228)	(0.00248)	(0.00044)	(0.00035)	(0.00035)	(0.00024)	(0.00021)	(0.00019)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	27.892	5.490	0.000	33.333	21.596	0.000	33.621	25.862	0.000	33.333	29.630	0.000
0.3,0.99	0.05	AMSE	0.013366	0.011349	0.011483	0.002188	0.001675	0.001754	0.001178	0.000903	0.000941	0.000550	0.000416	0.000432
		SD	(0.02886)	(0.02437)	(0.02458)	(0.00469)	(0.00352)	(0.00380)	(0.00253)	(0.00189)	(0.00204)	(0.00118)	(0.00086)	(0.00093)
		PDMSE	17.772	0.000	1.181	30.627	0.000	4.716	30.454	0.000	4.208	32.212	0.000	3.846

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.3 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.1 กับ 4.3.5 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

ตารางที่ 4.3.6 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	0.5	AMSE	0.059826	0.054214	0.049902	0.010518	0.009857	0.007389	0.005673	0.005508	0.003883	0.002757	0.002714	0.001877
		SD	(0.07163)	(0.06640)	(0.06669)	(0.00561)	(0.00429)	(0.00493)	(0.00230)	(0.00187)	(0.00199)	(0.00107)	(0.00097)	(0.00094)
		PDMSE	19.887	8.641	0.000	42.347	33.401	0.000	46.098	41.849	0.000	46.883	44.592	0.000
0.3,0.3	0.5	AMSE	0.061181	0.055382	0.051276	0.010885	0.010116	0.007665	0.005882	0.005665	0.004039	0.002847	0.002795	0.001932
		SD	(0.07337)	(0.06812)	(0.06878)	(0.00624)	(0.00475)	(0.00543)	(0.00272)	(0.00217)	(0.00231)	(0.00121)	(0.00108)	(0.00101)
		PDMSE	19.317	8.008	0.000	42.009	31.977	0.000	45.630	40.257	0.000	47.360	44.669	0.000
0.3,0.5	0.5	AMSE	0.065292	0.059063	0.055332	0.011862	0.010789	0.008416	0.006431	0.006076	0.004468	0.003093	0.003005	0.002111
		SD	(0.08017)	(0.07475)	(0.07591)	(0.00789)	(0.00591)	(0.00678)	(0.00388)	(0.00306)	(0.00333)	(0.00164)	(0.00139)	(0.00134)
		PDMSE	18.000	6.743	0.000	40.946	28.196	0.000	43.935	35.989	0.000	46.518	42.350	0.000
0.3,0.7	0.5	AMSE	0.076243	0.069492	0.066299	0.014538	0.012805	0.010618	0.007895	0.007161	0.005663	0.003753	0.003516	0.002638
		SD	(0.10040)	(0.09470)	(0.09676)	(0.01343)	(0.01029)	(0.01163)	(0.00705)	(0.00536)	(0.00605)	(0.00302)	(0.00237)	(0.00251)
		PDMSE	14.999	4.816	0.000	36.918	20.597	0.000	39.414	26.452	0.000	42.267	33.283	0.000
0.3,0.9	0.5	AMSE	0.127356	0.120459	0.121905	0.028406	0.024677	0.022662	0.015712	0.013356	0.012303	0.007305	0.006137	0.005555
		SD	(0.20844)	(0.20222)	(0.21478)	(0.04419)	(0.03684)	(0.03846)	(0.02441)	(0.01925)	(0.02089)	(0.01092)	(0.00816)	(0.00906)
		PDMSE	5.726	0.000	1.200	25.346	8.892	0.000	27.709	8.559	0.000	31.503	10.477	0.000
0.3,0.99	0.5	AMSE	0.701415	0.694654	0.72342	0.142308	0.139332	0.143451	0.088874	0.085116	0.08666	0.049705	0.044688	0.044923
		SD	(1.47960)	(1.47018)	(1.75428)	(0.29932)	(0.29359)	(0.31977)	(0.18826)	(0.18019)	(0.18714)	(0.10579)	(0.09462)	(0.09510)
		PDMSE	0.973	0.000	4.141	2.136	0.000	2.956	4.415	0.000	1.814	11.227	0.000	0.526

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.6 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.3 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.5$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3 , 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3) ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3 , 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3 , 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มี

มากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.2 กับ 4.3.6 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.2 กับ 4.3.6 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.7 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	1	AMSE	0.185161	0.169465	0.181335	0.040595	0.036868	0.030233	0.022361	0.021012	0.015864	0.010941	0.010525	0.007572
		SD	(0.21055)	(0.20018)	(0.22548)	(0.02277)	(0.02093)	(0.02092)	(0.00950)	(0.00840)	(0.00859)	(0.00430)	(0.00367)	(0.00389)
		PDMSE	9.262	0.000	7.004	34.274	21.946	0.000	40.954	32.451	0.000	44.493	38.999	0.000
0.3,0.3	1	AMSE	0.190743	0.174162	0.186889	0.041964	0.037892	0.031412	0.023144	0.021474	0.016489	0.011298	0.010790	0.007806
		SD	(0.21825)	(0.20719)	(0.23403)	(0.02533)	(0.02317)	(0.02309)	(0.01107)	(0.00940)	(0.00984)	(0.00485)	(0.00400)	(0.00416)
		PDMSE	9.520	0.000	7.308	33.592	20.629	0.000	40.360	30.232	0.000	44.735	38.227	0.000
0.3,0.5	1	AMSE	0.203402	0.185788	0.201300	0.045543	0.040740	0.034483	0.025333	0.023065	0.018308	0.012291	0.011525	0.008564
		SD	(0.23967)	(0.22677)	(0.25870)	(0.03187)	(0.02862)	(0.02868)	(0.01590)	(0.01337)	(0.01418)	(0.00662)	(0.00520)	(0.00561)
		PDMSE	9.481	0.000	8.349	32.074	18.145	0.000	38.371	25.983	0.000	43.519	34.575	0.000
0.3,0.7	1	AMSE	0.237145	0.219317	0.240459	0.054942	0.048960	0.042974	0.031238	0.027837	0.023385	0.014986	0.013464	0.010808
		SD	(0.30224)	(0.28767)	(0.33168)	(0.05236)	(0.04725)	(0.04744)	(0.02902)	(0.02416)	(0.02573)	(0.01231)	(0.00937)	(0.01059)
		PDMSE	8.129	0.000	9.640	27.849	13.929	0.000	33.581	19.038	0.000	38.657	24.574	0.000
0.3,0.9	1	AMSE	0.410756	0.393456	0.444634	0.093255	0.086610	0.082220	0.057297	0.051979	0.047656	0.029329	0.025437	0.023106
		SD	(0.65810)	(0.64103)	(0.76252)	(0.13842)	(0.13094)	(0.13489)	(0.08786)	(0.07893)	(0.08003)	(0.04439)	(0.03651)	(0.03821)
		PDMSE	4.397	0.000	13.007	13.421	5.339	0.000	20.230	9.071	0.000	26.932	10.088	0.000
0.3,0.99	1	AMSE	2.688707	2.665220	3.185516	0.466465	0.463866	0.538610	0.271118	0.269317	0.301961	0.137700	0.134969	0.145911
		SD	(4.66983)	(4.63223)	(5.86382)	(0.97021)	(0.96896)	(1.15555)	(0.56554)	(0.56371)	(0.64860)	(0.28728)	(0.28208)	(0.31290)
		PDMSE	0.881	0.000	19.522	0.560	0.000	16.113	0.669	0.000	12.121	2.023	0.000	8.107

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.7 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.3 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3) ยกเว้นในกรณีที่ ρ_{12} = (0.3, 0.7) ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.7)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่าง

จากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.3 กับ 4.3.7 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.6 กับ 4.3.7 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ=1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.8 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	3	AMSE	1.317373	1.177295	1.494389	0.254177	0.206541	0.251418	0.153710	0.128983	0.139935	0.087263	0.075982	0.069622
		SD	(1.43906)	(1.27578)	(1.75400)	(0.13186)	(0.11785)	(0.14198)	(0.06867)	(0.06973)	(0.06797)	(0.03735)	(0.04000)	(0.03650)
		PDMSE	11.898	0.000	26.934	23.064	0.000	21.728	19.171	0.000	8.491	25.338	9.135	0.000
0.3,0.3	3	AMSE	1.361735	1.216830	1.543234	0.260552	0.212730	0.260525	0.158314	0.131982	0.144620	0.089235	0.077327	0.071935
		SD	(1.49935)	(1.33194)	(1.82665)	(0.14746)	(0.13024)	(0.15787)	(0.07639)	(0.07445)	(0.07746)	(0.04135)	(0.04239)	(0.03926)
		PDMSE	11.908	0.000	26.824	22.480	0.000	22.467	19.951	0.000	9.576	24.049	7.496	0.000
0.3,0.5	3	AMSE	1.460754	1.321214	1.670396	0.276444	0.229838	0.280767	0.169427	0.141769	0.156816	0.095944	0.083498	0.078584
		SD	(1.67936)	(1.49397)	(2.04163)	(0.17619)	(0.15164)	(0.19206)	(0.10439)	(0.09688)	(0.10743)	(0.05545)	(0.05406)	(0.05200)
		PDMSE	10.561	0.000	26.429	20.278	0.000	22.159	19.509	0.000	10.614	22.091	6.253	0.000
0.3,0.7	3	AMSE	1.754334	1.613858	2.011184	0.325821	0.280135	0.336374	0.199018	0.171370	0.189146	0.111680	0.098759	0.095173
		SD	(2.19326)	(1.99222)	(2.67035)	(0.27619)	(0.24616)	(0.31360)	(0.16931)	(0.15436)	(0.18144)	(0.09285)	(0.08708)	(0.08925)
		PDMSE	8.704	0.000	24.620	16.309	0.000	20.076	16.134	0.000	10.373	17.344	3.768	0.000
0.3,0.9	3	AMSE	3.335912	3.185175	3.827284	0.583405	0.547614	0.633037	0.340553	0.319144	0.353154	0.177221	0.165906	0.172223
		SD	(5.32071)	(5.10618)	(6.49283)	(0.80233)	(0.77119)	(0.97231)	(0.46668)	(0.45282)	(0.54851)	(0.23893)	(0.23138)	(0.26301)
		PDMSE	4.732	0.000	20.159	6.536	0.000	15.599	6.708	0.000	10.657	6.820	0.000	3.808
0.3,0.99	3	AMSE	23.87187	23.66976	28.45465	3.887323	3.867805	4.671168	2.151831	2.142332	2.556492	0.968029	0.963404	1.162974
		SD	(40.3377)	(40.0178)	(41.3090)	(5.06772)	(5.05861)	(7.00242)	(4.46626)	(4.46507)	(5.47460)	(1.98805)	(1.98767)	(2.47909)
		PDMSE	0.854	0.000	20.215	0.505	0.000	20.771	0.443	0.000	19.332	0.480	0.000	20.715

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.8 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.3 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

วิธี BAY ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางที่ 4.3.8 จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.4 กับ 4.3.8 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.7 กับ 4.3.8 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.9 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	0.05	AMSE	0.000727	0.000657	0.000540	0.000114	0.000114	0.000079	0.000062	0.000062	0.000042	0.000030	0.000030	0.000021
		SD	(0.00090)	(0.00071)	(0.00075)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.630	21.667	0.000	44.430	44.304	0.000	47.643	47.619	0.000	43.333	42.857	0.000
0.5,0.3	0.05	AMSE	0.000748	0.000674	0.000556	0.000118	0.000118	0.000081	0.000064	0.000064	0.000044	0.000031	0.000031	0.000021
		SD	(0.00093)	(0.00073)	(0.00077)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.532	21.223	0.000	45.926	45.679	0.000	46.136	45.455	0.000	48.571	47.619	0.000
0.5,0.5	0.05	AMSE	0.000807	0.000719	0.000600	0.000128	0.000127	0.000088	0.000070	0.000070	0.000047	0.000034	0.000034	0.000023
		SD	(0.00102)	(0.00080)	(0.00085)	(0.00009)	(0.00009)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	34.500	19.833	0.000	45.455	44.318	0.000	49.362	48.936	0.000	48.261	47.826	0.000
0.5,0.7	0.05	AMSE	0.000966	0.000841	0.000724	0.000154	0.000152	0.000107	0.000084	0.000084	0.000059	0.000040	0.000040	0.000028
		SD	(0.00130)	(0.00100)	(0.00108)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00011)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.425	16.160	0.000	43.925	42.056	0.000	42.390	42.373	0.000	43.214	42.857	0.000
0.5,0.9	0.05	AMSE	0.001805	0.001480	0.001405	0.000293	0.000266	0.000218	0.000160	0.000151	0.000119	0.000075	0.000073	0.000055
		SD	(0.00302)	(0.00231)	(0.00251)	(0.00044)	(0.00035)	(0.00035)	(0.00024)	(0.00020)	(0.00019)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	28.470	5.338	0.000	34.404	22.018	0.000	34.454	26.891	0.000	36.364	32.727	0.000
0.5,0.99	0.05	AMSE	0.013431	0.011403	0.011534	0.002194	0.001680	0.001757	0.001181	0.000905	0.000941	0.000552	0.000418	0.000432
		SD	(0.02888)	(0.02438)	(0.02462)	(0.00468)	(0.00351)	(0.00380)	(0.00252)	(0.00188)	(0.00203)	(0.00117)	(0.00086)	(0.00093)
		PDMSE	17.785	0.000	1.149	30.595	0.000	4.583	30.497	0.000	3.978	32.057	0.000	3.349

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.9 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.5 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ XX บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.5 กับ 4.3.9 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

ตารางที่ 4.3.10 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	0.5	AMSE	0.064242	0.058125	0.054207	0.011388	0.010444	0.008061	0.006173	0.005872	0.004268	0.003021	0.002937	0.002088
		SD	(0.07959)	(0.07395)	(0.07480)	(0.00717)	(0.00547)	(0.00622)	(0.00335)	(0.00261)	(0.00287)	(0.00166)	(0.00143)	(0.00144)
		PDMSE	18.512	7.228	0.000	41.273	29.562	0.000	44.634	37.582	0.000	44.684	40.661	0.000
0.5,0.3	0.5	AMSE	0.065787	0.059402	0.055708	0.011762	0.010711	0.008337	0.006383	0.006023	0.004408	0.003111	0.003010	0.002143
		SD	(0.08152)	(0.07578)	(0.07689)	(0.00768)	(0.00585)	(0.00664)	(0.00358)	(0.00275)	(0.00298)	(0.00174)	(0.00149)	(0.00146)
		PDMSE	18.093	6.631	0.000	41.082	28.475	0.000	44.805	36.638	0.000	45.170	40.457	0.000
0.5,0.5	0.5	AMSE	0.069932	0.063240	0.059769	0.012714	0.011360	0.009045	0.006923	0.006418	0.004793	0.003353	0.003211	0.002291
		SD	(0.08842)	(0.08266)	(0.08409)	(0.00913)	(0.00686)	(0.00782)	(0.00443)	(0.00337)	(0.00365)	(0.00204)	(0.00168)	(0.00161)
		PDMSE	17.004	5.807	0.000	40.564	25.594	0.000	44.440	33.904	0.000	46.355	40.157	0.000
0.5,0.7	0.5	AMSE	0.080483	0.073110	0.070555	0.015321	0.013291	0.011117	0.008411	0.007527	0.005998	0.004014	0.003712	0.002801
		SD	(0.10687)	(0.10079)	(0.10372)	(0.01378)	(0.01045)	(0.01178)	(0.00735)	(0.00558)	(0.00623)	(0.00319)	(0.00246)	(0.00258)
		PDMSE	14.071	3.621	0.000	37.816	19.556	0.000	40.230	25.492	0.000	43.306	32.524	0.000
0.5,0.9	0.5	AMSE	0.131209	0.123843	0.125876	0.029338	0.025396	0.023271	0.016213	0.013720	0.012614	0.007567	0.006327	0.005720
		SD	(0.21186)	(0.20520)	(0.21823)	(0.04448)	(0.03725)	(0.03871)	(0.02439)	(0.01922)	(0.02090)	(0.01086)	(0.00808)	(0.00902)
		PDMSE	5.948	0.000	1.642	26.071	9.132	0.000	28.532	8.768	0.000	32.290	10.612	0.000
0.5,0.99	0.5	AMSE	0.705336	0.698475	0.817123	0.142498	0.139442	0.148519	0.087831	0.084021	0.085970	0.049895	0.044865	0.045074
		SD	(1.47910)	(1.47012)	(1.75474)	(0.29778)	(0.29215)	(0.31871)	(0.18471)	(0.17661)	(0.18486)	(0.10550)	(0.09437)	(0.09476)
		PDMSE	0.982	0.000	16.987	2.192	0.000	6.510	4.535	0.000	2.320	11.211	0.000	0.466

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.10 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.5 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.5 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.9)

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มี

มากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.6 กับ 4.3.10 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.9 กับ 4.3.10 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.11 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	1	AMSE	0.198627	0.181919	0.196595	0.043899	0.039425	0.033021	0.024362	0.022366	0.017496	0.011996	0.011277	0.008442
		SD	(0.23429)	(0.22222)	(0.25363)	(0.02921)	(0.02666)	(0.02636)	(0.01381)	(0.01152)	(0.01230)	(0.00668)	(0.00535)	(0.00596)
		PDMSE	9.184	0.000	8.067	32.943	19.394	0.000	39.243	27.835	0.000	42.099	33.582	0.000
0.5,0.3	1	AMSE	0.203774	0.185880	0.202117	0.045260	0.040394	0.034155	0.025121	0.022801	0.018053	0.012351	0.011516	0.008677
		SD	(0.24022)	(0.22715)	(0.26101)	(0.03126)	(0.02851)	(0.02810)	(0.01458)	(0.01191)	(0.01272)	(0.00701)	(0.00556)	(0.00606)
		PDMSE	9.627	0.000	8.735	32.514	18.267	0.000	39.151	26.300	0.000	42.342	32.719	0.000
0.5,0.5	1	AMSE	0.217034	0.198274	0.216810	0.048556	0.042801	0.036940	0.027163	0.024238	0.019646	0.013288	0.012174	0.009292
		SD	(0.26304)	(0.24841)	(0.28648)	(0.03646)	(0.03275)	(0.03271)	(0.01793)	(0.01466)	(0.01552)	(0.00814)	(0.00620)	(0.00667)
		PDMSE	9.462	0.000	9.349	31.446	15.866	0.000	38.262	23.374	0.000	43.005	31.016	0.000
0.5,0.7	1	AMSE	0.249807	0.230410	0.255637	0.057155	0.050195	0.044763	0.033172	0.029247	0.024818	0.015958	0.014115	0.011459
		SD	(0.32139)	(0.30374)	(0.35554)	(0.05283)	(0.04717)	(0.04760)	(0.03034)	(0.02574)	(0.02665)	(0.01292)	(0.00975)	(0.01082)
		PDMSE	8.418	0.000	10.949	27.684	12.135	0.000	33.661	17.846	0.000	39.262	23.178	0.000
0.5,0.9	1	AMSE	0.422307	0.404739	0.459704	0.095678	0.088194	0.084203	0.058960	0.053142	0.048884	0.030413	0.026290	0.023851
		SD	(0.66880)	(0.64882)	(0.77485)	(0.13849)	(0.13082)	(0.13491)	(0.08779)	(0.07892)	(0.08004)	(0.04440)	(0.03666)	(0.03821)
		PDMSE	4.341	0.000	13.580	13.628	4.740	0.000	20.612	8.710	0.000	27.512	10.226	0.000
0.5,0.99	1	AMSE	2.703719	2.678848	3.200412	0.468128	0.465082	0.539730	0.271569	0.269690	0.301592	0.139354	0.136547	0.146879
		SD	(5.66865)	(5.62818)	(6.86595)	(0.96710)	(0.96549)	(1.15323)	(0.56204)	(0.56046)	(0.64483)	(0.28841)	(0.28331)	(0.31326)
		PDMSE	0.928	0.000	19.470	0.655	0.000	16.051	0.697	0.000	11.829	2.056	0.000	7.567

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.11 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.5 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK(ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสอง

น้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.7 กับ 4.3.11 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.10 กับ 4.3.11 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.12 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	3	AMSE	1.436716	1.294470	1.631990	0.266976	0.220527	0.269181	0.164712	0.138330	0.150828	0.094171	0.082427	0.076684
		SD	(1.64411)	(1.47124)	(2.00475)	(0.15948)	(0.14139)	(0.17455)	(0.09185)	(0.08702)	(0.09314)	(0.05546)	(0.05413)	(0.05359)
		PDMSE	10.989	0.000	26.074	21.063	0.000	22.063	19.072	0.000	9.035	22.804	7.489	0.000
0.5,0.3	3	AMSE	1.484191	1.331311	1.680743	0.274941	0.225186	0.277471	0.167582	0.140394	0.155369	0.096023	0.083180	0.078790
		SD	(1.69563)	(1.51600)	(2.06905)	(0.16920)	(0.14845)	(0.18618)	(0.09365)	(0.08708)	(0.09647)	(0.05698)	(0.05471)	(0.05459)
		PDMSE	11.483	0.000	26.247	22.095	0.000	23.219	19.365	0.000	10.666	21.872	5.572	0.000
0.5,0.5	3	AMSE	1.585138	1.433629	1.807377	0.291167	0.240587	0.298362	0.176968	0.148499	0.167147	0.100826	0.086508	0.084251
		SD	(1.87892)	(1.67441)	(2.28506)	(0.19766)	(0.16793)	(0.21918)	(0.11132)	(0.10062)	(0.11673)	(0.06268)	(0.05785)	(0.05980)
		PDMSE	10.568	0.000	26.070	21.024	0.000	24.014	19.171	0.000	12.558	19.673	2.679	0.000
0.5,0.7	3	AMSE	1.868273	1.719127	2.147093	0.335664	0.288464	0.352094	0.206339	0.175352	0.199660	0.116352	0.101436	0.101028
		SD	(2.36650)	(2.13675)	(2.88316)	(0.27557)	(0.23927)	(0.31648)	(0.17273)	(0.15408)	(0.18562)	(0.09462)	(0.08654)	(0.09164)
		PDMSE	8.676	0.000	24.894	16.363	0.000	22.058	17.671	0.000	13.862	15.168	0.404	0.000
0.5,0.9	3	AMSE	3.434986	3.284208	3.962660	0.595117	0.555110	0.649539	0.349461	0.324398	0.363431	0.182705	0.169150	0.178379
		SD	(5.41548)	(5.16348)	(6.60132)	(0.80014)	(0.75905)	(0.97013)	(0.46625)	(0.44715)	(0.54734)	(0.23788)	(0.22844)	(0.26208)
		PDMSE	4.591	0.000	20.658	7.207	0.000	17.011	7.726	0.000	12.032	8.014	0.000	5.456
0.5,0.99	3	AMSE	24.01173	23.80300	28.59027	3.906439	3.884958	4.685783	2.162529	2.152458	2.562827	0.977511	0.972392	1.170172
		SD	(40.3334)	(39.9956)	(41.3293)	(5.05532)	(5.04196)	(6.99188)	(4.45619)	(4.45310)	(5.46212)	(1.99004)	(1.98895)	(2.47895)
		PDMSE	0.877	0.000	20.112	0.553	0.000	20.613	0.468	0.000	19.065	0.526	0.000	20.340

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.12 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.5 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางที่ 4.3.12 จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.8 กับ 4.3.12 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.11 กับ 4.3.12 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.3.13 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	0.05	AMSE	0.000896	0.000786	0.000673	0.000138	0.000136	0.000097	0.000076	0.000075	0.000053	0.000037	0.000037	0.000026
		SD	(0.00122)	(0.00095)	(0.00101)	(0.00012)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.135	16.790	0.000	42.268	40.206	0.000	43.396	41.509	0.000	43.077	42.308	0.000
0.7,0.3	0.05	AMSE	0.000916	0.000801	0.000687	0.000141	0.000140	0.000099	0.000078	0.000077	0.000054	0.000038	0.000038	0.000027
		SD	(0.00124)	(0.00096)	(0.00103)	(0.00012)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.333	16.594	0.000	42.424	41.414	0.000	44.444	42.593	0.000	41.111	40.741	0.000
0.7,0.5	0.05	AMSE	0.000975	0.000845	0.000731	0.000151	0.000149	0.000105	0.000083	0.000083	0.000058	0.000041	0.000041	0.000028
		SD	(0.00132)	(0.00101)	(0.00109)	(0.00013)	(0.00012)	(0.00010)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.379	15.595	0.000	43.810	41.905	0.000	43.448	43.103	0.000	47.500	46.429	0.000
0.7,0.7	0.05	AMSE	0.001134	0.000966	0.000851	0.000177	0.000173	0.000123	0.000098	0.000097	0.000068	0.000047	0.000047	0.000032
		SD	(0.00157)	(0.00119)	(0.00130)	(0.00016)	(0.00015)	(0.00013)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	33.255	13.514	0.000	43.902	40.650	0.000	44.118	42.647	0.000	47.188	46.875	0.000
0.7,0.9	0.05	AMSE	0.001976	0.001607	0.001527	0.000316	0.000285	0.000231	0.000174	0.000163	0.000127	0.000082	0.000079	0.000059
		SD	(0.00320)	(0.00243)	(0.00265)	(0.00044)	(0.00034)	(0.00035)	(0.00024)	(0.00020)	(0.00019)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	29.404	5.239	0.000	36.797	23.377	0.000	37.008	28.346	0.000	38.983	33.898	0.000
0.7,0.99	0.05	AMSE	0.013410	0.011364	0.011400	0.002216	0.001698	0.001769	0.001195	0.000917	0.000950	0.000558	0.000424	0.000436
		SD	(0.02849)	(0.02402)	(0.02433)	(0.00467)	(0.00350)	(0.00379)	(0.00251)	(0.00187)	(0.00203)	(0.00117)	(0.00085)	(0.00093)
		PDMSE	18.004	0.000	0.317	30.506	0.000	4.181	30.316	0.000	3.599	31.604	0.000	2.830

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.13 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.7 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.05 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.9 กับ 4.3.13 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

ตารางที่ 4.3.14 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	0.5	AMSE	0.075488	0.068649	0.065719	0.013768	0.012152	0.010019	0.007556	0.006880	0.005395	0.003721	0.003493	0.002654
		SD	(0.10127)	(0.09484)	(0.09756)	(0.01208)	(0.00915)	(0.01043)	(0.00648)	(0.00487)	(0.00551)	(0.00325)	(0.00261)	(0.00278)
		PDMSE	14.865	4.458	0.000	37.419	21.290	0.000	40.056	27.525	0.000	40.203	31.613	0.000
0.7,0.3	0.5	AMSE	0.076953	0.069926	0.067098	0.014123	0.012404	0.010239	0.007760	0.007012	0.005517	0.003812	0.003564	0.002710
		SD	(0.10263)	(0.09617)	(0.09900)	(0.01225)	(0.00925)	(0.01054)	(0.00655)	(0.00489)	(0.00554)	(0.00326)	(0.00261)	(0.00277)
		PDMSE	14.687	4.215	0.000	37.933	21.145	0.000	40.656	27.098	0.000	40.664	31.513	0.000
0.7,0.5	0.5	AMSE	0.080867	0.073202	0.071075	0.015055	0.013044	0.010893	0.008289	0.007375	0.005858	0.004048	0.003741	0.002847
		SD	(0.10760)	(0.10060)	(0.10426)	(0.01303)	(0.00980)	(0.01109)	(0.00692)	(0.00511)	(0.00573)	(0.00333)	(0.00260)	(0.00275)
		PDMSE	13.777	2.993	0.000	38.208	19.747	0.000	41.499	25.896	0.000	42.185	31.401	0.000
0.7,0.7	0.5	AMSE	0.091665	0.083208	0.081724	0.017592	0.014907	0.012817	0.009712	0.008385	0.006878	0.004695	0.004199	0.003255
		SD	(0.12494)	(0.11783)	(0.12248)	(0.01637)	(0.01244)	(0.01370)	(0.00873)	(0.00643)	(0.00710)	(0.00403)	(0.00300)	(0.00311)
		PDMSE	12.164	1.816	0.000	37.255	16.306	0.000	41.204	21.910	0.000	44.240	29.002	0.000
0.7,0.9	0.5	AMSE	0.140982	0.132240	0.136450	0.031361	0.026789	0.024652	0.017609	0.014735	0.013530	0.008251	0.006791	0.006147
		SD	(0.22154)	(0.21328)	(0.22892)	(0.04442)	(0.03728)	(0.03861)	(0.02473)	(0.01955)	(0.02115)	(0.01087)	(0.00800)	(0.00896)
		PDMSE	6.611	0.000	3.184	27.215	8.669	0.000	30.148	8.906	0.000	34.228	10.477	0.000
0.7,0.99	0.5	AMSE	0.715285	0.707458	0.826048	0.144510	0.141165	0.150072	0.088638	0.084647	0.086528	0.050428	0.045332	0.046398
		SD	(1.47936)	(1.46780)	(1.75386)	(0.29717)	(0.29166)	(0.31866)	(0.18335)	(0.17527)	(0.18405)	(0.10489)	(0.09386)	(0.09433)
		PDMSE	1.106	0.000	16.763	2.370	0.000	6.310	4.715	0.000	2.222	11.242	0.000	2.352

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.14 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.7 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.5 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มี

มากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.10 กับ 4.3.14 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.13 กับ 4.3.14 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.15 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	1	AMSE	0.234697	0.216180	0.237794	0.052422	0.046606	0.040663	0.029936	0.026752	0.022289	0.014832	0.013406	0.010837
		SD	(0.30002)	(0.28554)	(0.33384)	(0.04769)	(0.04271)	(0.04284)	(0.02666)	(0.02193)	(0.02354)	(0.01316)	(0.01025)	(0.01159)
		PDMSE	8.566	0.000	9.998	28.918	14.615	0.000	34.308	20.023	0.000	36.864	23.706	0.000
0.7,0.3	1	AMSE	0.239466	0.220426	0.243284	0.053598	0.047455	0.041558	0.030629	0.027128	0.022758	0.015199	0.013661	0.011077
		SD	(0.30550)	(0.28975)	(0.33965)	(0.04834)	(0.04337)	(0.04330)	(0.02685)	(0.02201)	(0.02358)	(0.01326)	(0.01032)	(0.01160)
		PDMSE	8.638	0.000	10.370	28.972	14.190	0.000	34.586	19.202	0.000	37.212	23.328	0.000
0.7,0.5	1	AMSE	0.250428	0.231027	0.257754	0.056556	0.049513	0.044126	0.032485	0.028328	0.024119	0.016078	0.014232	0.011622
		SD	(0.32050)	(0.30235)	(0.35782)	(0.05070)	(0.04535)	(0.04540)	(0.02804)	(0.02293)	(0.02431)	(0.01344)	(0.01030)	(0.01149)
		PDMSE	8.398	0.000	11.569	28.169	12.208	0.000	34.686	17.451	0.000	38.341	22.457	0.000
0.7,0.7	1	AMSE	0.284982	0.262493	0.296331	0.064015	0.055436	0.051204	0.037584	0.032127	0.028276	0.018506	0.015845	0.013299
		SD	(0.37510)	(0.35249)	(0.42196)	(0.06067)	(0.05385)	(0.05453)	(0.03480)	(0.02877)	(0.02991)	(0.01600)	(0.01192)	(0.01296)
		PDMSE	8.567	0.000	12.891	25.020	8.265	0.000	32.918	13.619	0.000	39.153	19.144	0.000
0.7,0.9	1	AMSE	0.454616	0.433558	0.500147	0.101507	0.091974	0.089757	0.063163	0.056044	0.052346	0.032850	0.027995	0.025568
		SD	(0.70132)	(0.67187)	(0.81412)	(0.13886)	(0.12984)	(0.13479)	(0.08843)	(0.07952)	(0.08064)	(0.04431)	(0.03665)	(0.03798)
		PDMSE	4.857	0.000	15.359	13.091	2.470	0.000	20.664	7.065	0.000	28.481	9.492	0.000
0.7,0.99	1	AMSE	2.743215	2.715470	3.238806	0.474849	0.470718	0.545287	0.274830	0.272352	0.304167	0.141421	0.138287	0.148398
		SD	(4.67251)	(4.62162)	(5.86853)	(0.96403)	(0.96147)	(1.15159)	(0.55783)	(0.55607)	(0.64236)	(0.28668)	(0.28168)	(0.31205)
		PDMSE	1.022	0.000	19.272	0.878	0.000	15.842	0.910	0.000	11.682	2.266	0.000	7.312

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.15 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.7 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.11 กับ 4.3.15 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.14 กับ 4.3.15 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.16 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	3	AMSE	1.766092	1.612140	1.998841	0.310085	0.263764	0.317867	0.191652	0.165727	0.180813	0.111642	0.099697	0.094723
		SD	(2.22514)	(2.03321)	(2.71433)	(0.24225)	(0.21780)	(0.27743)	(0.15433)	(0.14190)	(0.16489)	(0.09827)	(0.09325)	(0.09664)
		PDMSE	9.550	0.000	23.987	17.562	0.000	20.512	15.643	0.000	9.103	17.862	5.251	0.000
0.7,0.3	3	AMSE	1.800682	1.646387	2.047952	0.314689	0.267674	0.324983	0.194070	0.167194	0.184842	0.113276	0.100357	0.096749
		SD	(2.26825)	(2.06402)	(2.76613)	(0.24446)	(0.21728)	(0.28019)	(0.15464)	(0.14029)	(0.16559)	(0.09870)	(0.09290)	(0.09657)
		PDMSE	9.372	0.000	24.391	17.564	0.000	21.410	16.075	0.000	10.555	17.082	3.729	0.000
0.7,0.5	3	AMSE	1.898656	1.740247	2.175750	0.327788	0.280355	0.346881	0.201554	0.173048	0.196500	0.116935	0.102006	0.101485
		SD	(2.39452)	(2.16685)	(2.92452)	(0.26002)	(0.22541)	(0.29938)	(0.15966)	(0.14150)	(0.17260)	(0.09690)	(0.08902)	(0.09543)
		PDMSE	9.103	0.000	25.025	16.919	0.000	23.729	16.473	0.000	13.552	15.224	0.513	0.000
0.7,0.7	3	AMSE	2.198308	2.011580	2.511442	0.368238	0.319047	0.402240	0.224827	0.193525	0.228336	0.126845	0.109785	0.115480
		SD	(2.84947)	(2.57217)	(3.47561)	(0.31140)	(0.26448)	(0.36837)	(0.19225)	(0.16645)	(0.21323)	(0.10565)	(0.09309)	(0.10720)
		PDMSE	9.283	0.000	24.849	15.418	0.000	26.075	16.175	0.000	17.988	15.539	0.000	5.187
0.7,0.9	3	AMSE	3.730244	3.543183	4.324865	0.625593	0.576015	0.697427	0.370513	0.337449	0.392189	0.194020	0.176854	0.193682
		SD	(5.70007)	(5.36286)	(6.95163)	(0.80009)	(0.73288)	(0.96770)	(0.46937)	(0.43522)	(0.54956)	(0.23802)	(0.22236)	(0.26144)
		PDMSE	5.279	0.000	22.062	8.607	0.000	21.078	9.798	0.000	16.222	9.706	0.000	9.515
0.7,0.99	3	AMSE	24.36960	24.14255	28.94884	3.962195	3.935124	4.734414	2.195760	2.183252	2.589778	0.994815	0.988087	1.185014
		SD	(40.3624)	(39.9544)	(41.3804)	(6.03299)	(6.00659)	(7.97393)	(3.44064)	(3.43106)	(4.44847)	(1.98194)	(1.97728)	(2.47071)
		PDMSE	0.940	0.000	19.908	0.688	0.000	20.312	0.573	0.000	18.620	0.681	0.000	19.930

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.16 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.7 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.17, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก ($\sigma = 3$) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.12 กับ 4.3.16 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.15 กับ 4.3.16 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.3.17 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	0.05	AMSE	0.001793	0.001470	0.001404	0.000263	0.000240	0.000195	0.000149	0.000140	0.000110	0.000074	0.000071	0.000055
		SD	(0.00313)	(0.00239)	(0.00259)	(0.00039)	(0.00032)	(0.00032)	(0.00023)	(0.00020)	(0.00018)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	27.707	4.701	0.000	34.872	23.077	0.000	35.455	27.273	0.000	34.545	29.091	0.000
0.9,0.3	0.05	AMSE	0.001807	0.001478	0.001411	0.000267	0.000244	0.000197	0.000151	0.000142	0.000112	0.000075	0.000072	0.000056
		SD	(0.00313)	(0.00238)	(0.00259)	(0.00039)	(0.00032)	(0.00032)	(0.00023)	(0.00019)	(0.00018)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	28.065	4.748	0.000	35.533	23.858	0.000	34.821	26.786	0.000	33.929	28.571	0.000
0.9,0.5	0.05	AMSE	0.001867	0.001522	0.001453	0.000276	0.000252	0.000203	0.000156	0.000147	0.000115	0.000077	0.000074	0.000057
		SD	(0.00317)	(0.00240)	(0.00262)	(0.00039)	(0.00031)	(0.00032)	(0.00023)	(0.00019)	(0.00018)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	28.493	4.749	0.000	35.961	24.138	0.000	35.652	27.826	0.000	35.088	29.825	0.000
0.9,0.7	0.05	AMSE	0.002025	0.001637	0.001564	0.000303	0.000274	0.000219	0.000171	0.000160	0.000124	0.000084	0.000081	0.000061
		SD	(0.00330)	(0.00249)	(0.00273)	(0.00040)	(0.00031)	(0.00032)	(0.00023)	(0.00019)	(0.00018)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	29.476	4.668	0.000	38.356	25.114	0.000	37.903	29.032	0.000	37.705	32.787	0.000
0.9,0.9	0.05	AMSE	0.002861	0.002266	0.002197	0.000441	0.000375	0.000310	0.000246	0.000220	0.000173	0.000118	0.000110	0.000082
		SD	(0.00453)	(0.00342)	(0.00375)	(0.00053)	(0.00039)	(0.00040)	(0.00030)	(0.00024)	(0.00023)	(0.00014)	(0.00012)	(0.00010)
		PDMSE	30.223	3.141	0.000	42.258	20.968	0.000	42.197	27.168	0.000	43.902	34.146	0.000
0.9,0.99	0.05	AMSE	0.014019	0.011760	0.011820	0.002340	0.001791	0.001842	0.001269	0.000975	0.000993	0.000596	0.000454	0.000459
		SD	(0.02825)	(0.02363)	(0.02427)	(0.00463)	(0.00345)	(0.00376)	(0.00249)	(0.00185)	(0.00202)	(0.00116)	(0.00084)	(0.00092)
		PDMSE	19.209	0.000	0.510	30.653	0.000	2.848	30.154	0.000	1.846	31.278	0.000	1.101

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.17 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.9 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 0.05$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.13 กับ 4.3.17 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

ตารางที่ 4.3.18 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	0.5	AMSE	0.127416	0.120521	0.123973	0.026581	0.022951	0.020981	0.015066	0.012731	0.011720	0.007368	0.006250	0.005677
		SD	(0.21147)	(0.20530)	(0.22276)	(0.04039)	(0.03328)	(0.03476)	(0.02329)	(0.01808)	(0.01974)	(0.01142)	(0.00869)	(0.00959)
		PDMSE	5.721	0.000	2.864	26.691	9.389	0.000	28.549	8.626	0.000	29.787	10.093	0.000
0.9,0.3	0.5	AMSE	0.128645	0.121504	0.125060	0.027069	0.023371	0.021293	0.015234	0.012839	0.011807	0.007482	0.006340	0.005754
		SD	(0.21145)	(0.20518)	(0.22275)	(0.04064)	(0.03358)	(0.03498)	(0.02316)	(0.01793)	(0.01963)	(0.01144)	(0.00871)	(0.00962)
		PDMSE	5.877	0.000	2.927	27.126	9.759	0.000	29.025	8.741	0.000	30.031	10.184	0.000
0.9,0.5	0.5	AMSE	0.132199	0.124520	0.128847	0.027886	0.023920	0.021805	0.015760	0.013203	0.012133	0.007734	0.006520	0.005904
		SD	(0.21368)	(0.20685)	(0.22529)	(0.04041)	(0.03336)	(0.03478)	(0.02311)	(0.01786)	(0.01959)	(0.01140)	(0.00865)	(0.00959)
		PDMSE	6.167	0.000	3.475	27.888	9.700	0.000	29.894	8.819	0.000	30.996	10.434	0.000
0.9,0.7	0.5	AMSE	0.140517	0.131253	0.137876	0.030339	0.025706	0.023538	0.017100	0.014116	0.012998	0.008363	0.006930	0.006273
		SD	(0.21795)	(0.20955)	(0.23170)	(0.04099)	(0.03402)	(0.03511)	(0.02318)	(0.01786)	(0.01958)	(0.01132)	(0.00849)	(0.00948)
		PDMSE	7.058	0.000	5.046	28.894	9.211	0.000	31.559	8.601	0.000	33.317	10.473	0.000
0.9,0.9	0.5	AMSE	0.186311	0.173198	0.189617	0.041704	0.034577	0.032830	0.024070	0.019350	0.018224	0.011642	0.009076	0.008415
		SD	(0.28582)	(0.27109)	(0.30848)	(0.05205)	(0.04369)	(0.04404)	(0.03000)	(0.02375)	(0.02478)	(0.01384)	(0.01004)	(0.01073)
		PDMSE	7.571	0.000	9.480	27.030	5.321	0.000	32.079	6.179	0.000	38.348	7.855	0.000
0.9,0.99	0.5	AMSE	0.765749	0.752266	0.880062	0.153686	0.148383	0.157177	0.095733	0.090659	0.091609	0.054537	0.048900	0.047224
		SD	(1.49840)	(1.47341)	(1.77481)	(0.29419)	(0.28806)	(0.31588)	(0.18441)	(0.17673)	(0.18462)	(0.10554)	(0.09507)	(0.09484)
		PDMSE	1.792	0.000	16.988	3.574	0.000	5.927	5.597	0.000	1.048	15.486	3.549	0.000

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.18 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.9 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.5 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.99)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} =

(0.9, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.14 กับ 4.3.18 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.17 กับ 4.3.18 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.19 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	1	AMSE	0.418128	0.400197	0.454180	0.087374	0.080890	0.076425	0.055490	0.050202	0.045699	0.029323	0.025636	0.023419
		SD	(0.67967)	(0.66397)	(0.79711)	(0.12646)	(0.11941)	(0.12215)	(0.08473)	(0.07550)	(0.07625)	(0.04573)	(0.03798)	(0.03992)
		PDMSE	4.481	0.000	13.489	14.326	5.842	0.000	21.425	9.854	0.000	25.210	9.467	0.000
0.9,0.3	1	AMSE	0.422312	0.403640	0.458795	0.088573	0.081728	0.077424	0.055818	0.050255	0.045926	0.029806	0.026044	0.023763
		SD	(0.67974)	(0.66294)	(0.79778)	(0.12674)	(0.11957)	(0.12250)	(0.08378)	(0.07440)	(0.07554)	(0.04595)	(0.03828)	(0.04012)
		PDMSE	4.626	0.000	13.664	14.400	5.559	0.000	21.539	9.426	0.000	25.430	9.599	0.000
0.9,0.5	1	AMSE	0.433305	0.413050	0.472914	0.090887	0.083124	0.079446	0.057433	0.051313	0.047162	0.030777	0.026754	0.024377
		SD	(0.68524)	(0.66474)	(0.80582)	(0.12565)	(0.11813)	(0.12173)	(0.08335)	(0.07392)	(0.07524)	(0.04590)	(0.03831)	(0.04005)
		PDMSE	4.904	0.000	14.493	14.401	4.630	0.000	21.778	8.802	0.000	26.254	9.751	0.000
0.9,0.7	1	AMSE	0.465332	0.438919	0.509657	0.097000	0.087440	0.085870	0.061712	0.054172	0.050629	0.033038	0.028252	0.025870
		SD	(0.70695)	(0.67675)	(0.83351)	(0.12610)	(0.11748)	(0.12223)	(0.08348)	(0.07368)	(0.07527)	(0.04555)	(0.03799)	(0.03963)
		PDMSE	6.018	0.000	16.116	12.961	1.828	0.000	21.891	6.998	0.000	27.708	9.208	0.000
0.9,0.9	1	AMSE	0.632865	0.591979	0.709650	0.124839	0.111631	0.119931	0.079883	0.068394	0.069958	0.043524	0.035434	0.034316
		SD	(0.95431)	(0.89182)	(1.12677)	(0.15315)	(0.13854)	(0.15344)	(0.10067)	(0.08735)	(0.09311)	(0.05251)	(0.04236)	(0.04417)
		PDMSE	6.907	0.000	19.878	11.832	0.000	7.435	16.798	0.000	2.287	26.833	3.258	0.000
0.9,0.99	1	AMSE	2.936933	2.891217	3.452954	0.503859	0.495293	0.574085	0.295692	0.289647	0.322579	0.152704	0.147196	0.157927
		SD	(4.74171)	(4.63941)	(5.94838)	(0.95599)	(0.94329)	(1.14157)	(0.55664)	(0.55107)	(0.64061)	(0.28441)	(0.27839)	(0.31032)
		PDMSE	1.581	0.000	19.429	1.729	0.000	15.908	2.087	0.000	11.370	3.742	0.000	7.290

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.19 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.9 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.9)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 และกรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10

เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.15 กับ 4.3.19 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.18 กับ 4.3.19 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.20 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	3	AMSE	3.431195	3.272610	3.924336	0.534195	0.495660	0.579164	0.320431	0.300293	0.334666	0.184425	0.174527	0.177865
		SD	(4.56604)	(4.36613)	(5.82752)	(0.69218)	(0.67040)	(0.85429)	(0.43025)	(0.41576)	(0.51228)	(0.26169)	(0.25616)	(0.28455)
		PDMSE	4.846	0.000	19.915	7.774	0.000	16.847	6.706	0.000	11.446	5.671	0.000	1.913
0.9,0.3	3	AMSE	3.469121	3.303688	3.968947	0.536790	0.499575	0.586194	0.323871	0.302560	0.338322	0.186157	0.175407	0.179906
		SD	(5.57395)	(5.36182)	(5.84034)	(0.69262)	(0.66488)	(0.85342)	(0.42778)	(0.41150)	(0.50975)	(0.26122)	(0.25500)	(0.28403)
		PDMSE	5.008	0.000	20.137	7.449	0.000	17.339	7.044	0.000	11.820	6.129	0.000	2.565
0.9,0.5	3	AMSE	3.567454	3.387670	4.094900	0.552580	0.510390	0.605769	0.333810	0.309169	0.349736	0.190139	0.177757	0.184721
		SD	(5.62541)	(5.37680)	(5.90927)	(0.69115)	(0.65367)	(0.85072)	(0.42750)	(0.40624)	(0.50857)	(0.25941)	(0.25103)	(0.28208)
		PDMSE	5.307	0.000	20.877	8.266	0.000	18.687	7.970	0.000	13.121	6.966	0.000	3.918
0.9,0.7	3	AMSE	3.852746	3.619597	4.429358	0.586097	0.537671	0.662176	0.356566	0.325469	0.380998	0.199618	0.183879	0.198237
		SD	(5.83574)	(5.49323)	(6.16743)	(0.69987)	(0.63610)	(0.85755)	(0.43359)	(0.39705)	(0.51204)	(0.25692)	(0.24220)	(0.27960)
		PDMSE	6.441	0.000	22.372	9.007	0.000	23.156	9.555	0.000	17.061	8.559	0.000	7.808
0.9,0.9	3	AMSE	5.360271	4.984463	6.217201	0.795144	0.723586	0.957991	0.466871	0.423717	0.546099	0.241139	0.218741	0.269226
		SD	(8.02617)	(7.37591)	(9.78442)	(0.91223)	(0.79187)	(1.14918)	(0.55631)	(0.48177)	(0.67256)	(0.27483)	(0.24103)	(0.32331)
		PDMSE	7.540	0.000	24.732	9.889	0.000	32.395	10.185	0.000	28.883	10.240	0.000	23.080
0.9,0.99	3	AMSE	26.08327	25.69785	30.86575	4.209111	4.140729	4.993697	2.352086	2.312901	2.745844	1.069572	1.048867	1.264159
		SD	(40.9436)	(40.0551)	(42.0755)	(6.95765)	(6.81925)	(7.88495)	(4.40996)	(4.33804)	(5.41209)	(1.95432)	(1.91938)	(2.44188)
		PDMSE	1.500	0.000	20.110	1.651	0.000	20.599	1.694	0.000	18.719	1.974	0.000	20.526

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.20 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.9 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.99)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.16 กับ 4.3.20 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.19 กับ 4.3.20 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.3.21 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	0.05	AMSE	0.013620	0.011454	0.011610	0.002001	0.001512	0.001589	0.001149	0.000869	0.000908	0.000564	0.000432	0.000447
		SD	(0.02949)	(0.02468)	(0.02535)	(0.00428)	(0.00316)	(0.00343)	(0.00246)	(0.00181)	(0.00197)	(0.00121)	(0.00090)	(0.00097)
		PDMSE	18.910	0.000	1.362	32.341	0.000	5.093	32.221	0.000	4.488	30.556	0.000	3.472
0.99,0.3	0.05	AMSE	0.013594	0.011428	0.011603	0.002010	0.001521	0.001596	0.001151	0.000870	0.000909	0.000565	0.000433	0.000448
		SD	(0.02938)	(0.02458)	(0.02531)	(0.00429)	(0.00317)	(0.00344)	(0.00246)	(0.00181)	(0.00197)	(0.00121)	(0.00090)	(0.00097)
		PDMSE	18.953	0.000	1.531	32.150	0.000	4.931	32.299	0.000	4.483	30.485	0.000	3.464
0.99,0.5	0.05	AMSE	0.013674	0.011501	0.011666	0.002019	0.001528	0.001601	0.001157	0.000875	0.000913	0.000568	0.000436	0.000449
		SD	(0.02944)	(0.02463)	(0.02537)	(0.00428)	(0.00316)	(0.00344)	(0.00246)	(0.00181)	(0.00197)	(0.00121)	(0.00090)	(0.00097)
		PDMSE	18.894	0.000	1.435	32.134	0.000	4.777	32.229	0.000	4.343	30.275	0.000	2.982
0.99,0.7	0.05	AMSE	0.013935	0.011737	0.011854	0.002045	0.001551	0.001617	0.001170	0.000887	0.000921	0.000574	0.000441	0.000453
		SD	(0.02969)	(0.02488)	(0.02558)	(0.00427)	(0.00315)	(0.00343)	(0.00245)	(0.00180)	(0.00196)	(0.00121)	(0.00089)	(0.00097)
		PDMSE	18.727	0.000	0.997	31.850	0.000	4.255	31.905	0.000	3.833	30.159	0.000	2.721
0.99,0.9	0.05	AMSE	0.014812	0.012462	0.012470	0.002186	0.001658	0.001703	0.001247	0.000947	0.000968	0.000610	0.000469	0.000474
		SD	(0.03009)	(0.02526)	(0.02597)	(0.00423)	(0.00311)	(0.00341)	(0.00243)	(0.00178)	(0.00195)	(0.00119)	(0.00088)	(0.00096)
		PDMSE	18.857	0.000	0.064	31.846	0.000	2.714	31.679	0.000	2.218	30.064	0.000	1.066
0.99,0.99	0.05	AMSE	0.025036	0.020073	0.020191	0.004054	0.002939	0.002949	0.002261	0.001628	0.001639	0.001083	0.000760	0.000766
		SD	(0.04281)	(0.03684)	(0.03732)	(0.00564)	(0.00407)	(0.00431)	(0.00318)	(0.00227)	(0.00245)	(0.00148)	(0.00103)	(0.00109)
		PDMSE	24.725	0.000	0.588	37.938	0.000	0.344	38.882	0.000	0.682	42.500	0.000	0.789

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.21 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.99 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.05 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.1) และ (0.99. 0.3)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.5) และ (0.99. 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.99)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.17 กับ 4.3.21 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

ตารางที่ 4.3.22 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	0.5	AMSE	0.728504	0.723262	0.852552	0.128072	0.125220	0.133921	0.085302	0.081187	0.082988	0.050801	0.045976	0.046362
		SD	(1.54525)	(1.53830)	(1.84549)	(0.26782)	(0.26234)	(0.28723)	(0.18062)	(0.17166)	(0.17914)	(0.10859)	(0.09783)	(0.09834)
		PDMSE	0.725	0.000	17.876	2.278	0.000	6.949	5.069	0.000	2.218	10.495	0.000	0.840
0.99,0.3	0.5	AMSE	0.730060	0.724539	0.853964	0.128647	0.125757	0.134549	0.085052	0.080934	0.082834	0.050694	0.045865	0.047303
		SD	(1.54526)	(1.53809)	(1.84574)	(0.26828)	(0.26280)	(0.28815)	(0.17953)	(0.17061)	(0.17847)	(0.10811)	(0.09737)	(0.09806)
		PDMSE	0.762	0.000	17.863	2.298	0.000	6.991	5.088	0.000	2.348	10.529	0.000	3.135
0.99,0.5	0.5	AMSE	0.734152	0.728292	0.857963	0.128416	0.125469	0.134370	0.086083	0.081935	0.083492	0.051229	0.046375	0.047629
		SD	(1.54558)	(1.53783)	(1.84667)	(0.26547)	(0.26008)	(0.28624)	(0.18052)	(0.17169)	(0.17909)	(0.10866)	(0.09795)	(0.09841)
		PDMSE	0.805	0.000	17.805	2.349	0.000	7.094	5.063	0.000	1.900	10.467	0.000	2.704
0.99,0.7	0.5	AMSE	0.742861	0.736041	0.867298	0.130994	0.127782	0.136201	0.087385	0.083109	0.084357	0.051755	0.046819	0.047953
		SD	(1.54356)	(1.53325)	(1.84672)	(0.26552)	(0.26028)	(0.28619)	(0.18004)	(0.17140)	(0.17878)	(0.10814)	(0.09750)	(0.09810)
		PDMSE	0.927	0.000	17.833	2.514	0.000	6.589	5.145	0.000	1.502	10.543	0.000	2.422
0.99,0.9	0.5	AMSE	0.789923	0.776528	0.916654	0.141726	0.136572	0.144904	0.094015	0.088636	0.089606	0.055004	0.049033	0.049985
		SD	(1.55127)	(1.52993)	(1.85941)	(0.26402)	(0.25847)	(0.28462)	(0.17945)	(0.17115)	(0.17837)	(0.10713)	(0.09684)	(0.09746)
		PDMSE	1.725	0.000	18.045	3.774	0.000	6.101	6.069	0.000	1.094	12.178	0.000	1.942
0.99,0.99	0.5	AMSE	1.361950	1.271659	1.593336	0.225764	0.207362	0.257264	0.144701	0.127971	0.150650	0.082172	0.069053	0.072872
		SD	(2.27584)	(2.10626)	(2.71002)	(0.32399)	(0.29418)	(0.36305)	(0.21373)	(0.18996)	(0.22070)	(0.11687)	(0.09984)	(0.10847)
		PDMSE	7.100	0.000	25.296	8.874	0.000	24.065	13.073	0.000	17.722	18.998	0.000	5.531

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.22 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.99 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ σ = 0.5 ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.1) และ (0.99. 0.3)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.5) และ (0.99. 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99. 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์

ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.18 กับ 4.3.22 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.21 กับ 4.3.22 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.23 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	1	AMSE	2.808894	2.805036	3.350247	0.413584	0.411114	0.482034	0.255239	0.253446	0.287760	0.146248	0.143779	0.153277
		SD	(4.95768)	(4.96316)	(6.24707)	(0.85257)	(0.85161)	(1.02886)	(0.53148)	(0.52961)	(0.61770)	(0.30770)	(0.30299)	(0.33034)
		PDMSE	0.138	0.000	19.437	0.601	0.000	17.251	0.707	0.000	13.539	1.717	0.000	6.606
0.99,0.3	1	AMSE	2.814120	2.809627	3.355544	0.414772	0.412277	0.483405	0.255430	0.253575	0.287796	0.146168	0.143652	0.153184
		SD	(4.95689)	(4.96083)	(6.24730)	(0.85224)	(0.85127)	(1.02995)	(0.52994)	(0.52808)	(0.61646)	(0.30661)	(0.30192)	(0.32954)
		PDMSE	0.160	0.000	19.430	0.605	0.000	17.252	0.732	0.000	13.495	1.751	0.000	6.635
0.99,0.5	1	AMSE	2.828620	2.822482	3.370639	0.416811	0.413993	0.484442	0.258060	0.255988	0.289738	0.146960	0.144317	0.153875
		SD	(4.95675)	(4.95544)	(6.24894)	(0.84831)	(0.84736)	(1.02625)	(0.53113)	(0.52924)	(0.61742)	(0.30607)	(0.30138)	(0.32958)
		PDMSE	0.217	0.000	19.421	0.681	0.000	17.017	0.809	0.000	13.184	1.831	0.000	6.623
0.99,0.7	1	AMSE	2.864895	2.853914	3.408189	0.425041	0.421289	0.491186	0.262758	0.259974	0.293232	0.148657	0.145683	0.155092
		SD	(4.95160)	(4.93909)	(6.24972)	(0.84657)	(0.84493)	(1.02480)	(0.52960)	(0.52735)	(0.61627)	(0.30383)	(0.29926)	(0.32817)
		PDMSE	0.385	0.000	19.422	0.891	0.000	16.591	1.071	0.000	12.793	2.041	0.000	6.459
0.99,0.9	1	AMSE	3.050194	3.007582	3.605988	0.459085	0.449511	0.524881	0.283587	0.276917	0.311919	0.158687	0.153464	0.163195
		SD	(4.98901)	(4.91206)	(6.30155)	(0.83974)	(0.82829)	(1.01650)	(0.52587)	(0.51938)	(0.61247)	(0.29978)	(0.29429)	(0.32482)
		PDMSE	1.417	0.000	19.897	2.130	0.000	16.767	2.409	0.000	12.640	3.403	0.000	6.341
0.99,0.99	1	AMSE	5.326320	4.966115	6.308264	0.775030	0.710046	0.971871	0.468600	0.417389	0.556271	0.232039	0.210280	0.272593
		SD	(5.87204)	(5.18051)	(8.69882)	(1.09111)	(0.97375)	(1.34934)	(0.68165)	(0.59300)	(0.79406)	(0.32928)	(0.29100)	(0.37783)
		PDMSE	7.253	0.000	27.026	9.152	0.000	36.874	12.269	0.000	33.274	10.348	0.000	29.633

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.23 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.99 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 1$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99. 0.1) และ (0.99. 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99. 0.5) และ (0.99. 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99. 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99. 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.19 กับ 4.3.23 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.22 กับ 4.3.23 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.3.24 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2) , (x3, x4) มีความสัมพันธ์กัน ***

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	3	AMSE	24.984960	24.878840	29.984250	3.412478	3.394635	4.166841	2.009003	2.000211	2.430195	1.042450	1.037731	1.230450
		SD	(43.0280)	(42.8905)	(44.8624)	(5.01201)	(5.01101)	(5.87355)	(3.15927)	(3.15742)	(4.19961)	(2.16729)	(2.16712)	(2.63866)
		PDMSE	0.427	0.000	20.521	0.526	0.000	22.748	0.440	0.000	21.497	0.455	0.000	18.571
0.99,0.3	3	AMSE	25.030270	24.923940	30.030740	3.420743	3.403127	4.175128	2.014867	2.005290	2.433610	1.044297	1.039393	1.231607
		SD	(43.0198)	(42.8736)	(44.8610)	(6.00706)	(6.00413)	(6.87403)	(4.15583)	(4.15365)	(5.19544)	(2.16452)	(2.16391)	(2.63590)
		PDMSE	0.427	0.000	20.490	0.518	0.000	22.685	0.478	0.000	21.360	0.472	0.000	18.493
0.99,0.5	3	AMSE	25.158290	25.062790	30.161510	3.442523	3.424164	4.192146	2.031008	2.019775	2.446800	1.049950	1.044370	1.236551
		SD	(43.0091)	(42.8757)	(44.8641)	(5.99168)	(5.98387)	(6.85789)	(4.15224)	(4.14810)	(5.19456)	(2.16000)	(2.15844)	(2.63347)
		PDMSE	0.381	0.000	20.344	0.536	0.000	22.428	0.556	0.000	21.142	0.534	0.000	18.402
0.99,0.7	3	AMSE	25.496580	25.345780	30.501260	3.505768	3.482873	4.249701	2.067269	2.053467	2.477879	1.064839	1.057968	1.249186
		SD	(42.9769)	(42.7292)	(44.8733)	(6.97001)	(6.94668)	(7.83781)	(4.13981)	(4.12776)	(5.18348)	(2.14998)	(2.14558)	(2.62469)
		PDMSE	0.595	0.000	20.341	0.657	0.000	22.017	0.672	0.000	20.668	0.649	0.000	18.074
0.99,0.9	3	AMSE	27.161560	26.750640	32.284790	3.793647	3.716674	4.547612	2.231694	2.187324	2.641366	1.132026	1.115563	1.321168
		SD	(43.3358)	(42.5469)	(45.3474)	(7.90289)	(7.76443)	(8.75285)	(4.10200)	(4.02572)	(5.14024)	(2.12158)	(2.08878)	(2.59331)
		PDMSE	1.536	0.000	20.688	2.071	0.000	22.357	2.029	0.000	20.758	1.476	0.000	18.431
0.99,0.99	3	AMSE	47.617400	44.416850	56.582600	6.629273	6.023011	8.570463	3.896830	3.421324	4.845767	1.750847	1.589366	2.304792
		SD	(59.2010)	(53.0484)	(65.8859)	(9.25495)	(8.16087)	(11.8329)	(5.58624)	(4.75388)	(6.84561)	(2.44387)	(2.13006)	(3.14745)
		PDMSE	7.206	0.000	27.390	10.066	0.000	42.295	13.898	0.000	41.634	10.160	0.000	45.013

*** สำหรับตัวแปร x5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

จากตารางที่ 4.3.24 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2) และ (X_3, X_4) มีความสัมพันธ์กัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2 เท่ากับ 0.99 (ตัวแปร X_5 ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ) และ $\sigma = 3$ ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.5) และ (0.99, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.99)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_3 กับ X_4 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.20 กับ 4.3.24 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1 กับ X_2 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) พบว่า ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2 .

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.23 กับ 4.3.24 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

จากตารางที่ 4.3.1 – 4.3.24 เราสามารถสรุปได้ว่า

1. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

2. เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีจะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

4. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มาก เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ยกเว้นในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งมีค่าสูงมาก (ρ = 0.99) หรือกรณีที่ σ = 1 ทั้งกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองกลุ่มมีค่าสูง (ρ = 0.9) และกรณีที่ขนาดตัวอย่างน้อย (n=10) หรือกรณีที่ σ = 3 โดยส่วนใหญ่วิธี SEQ จะให้ผลดี ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี และเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้น จะทำให้ความแปรปรวนสูงขึ้น ประสิทธิภาพของวิธี BAY จะลดลงถึงแม้ว่าระดับ ρ จะมีค่าน้อย (ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมาก)

4.2.2 กรณีที่ 2 จำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันในกลุ่มที่ 1 เท่ากับ 3 และกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 2

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 50 และ 100 ระดับความสัมพันธ์ต่างๆ โดยกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้

ρ_{12} = (ρ กลุ่มที่ 1, ρ กลุ่มที่ 2)

ซึ่งผลการวิจัยส่วนนี้จะนำเสนอในตารางที่ 4.4.1 - 4.4.24

รายละเอียดของตารางที่ 4.4.1 - 4.4.24

ตารางที่	จำนวนตัวแปรอิสระทั้งหมด	จำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กัน (กลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2)	ρ_{12} = (ρ กลุ่มที่ 1, ρ กลุ่มที่ 2)	σ
4.4.1	5	3 , 2	(0.1,0.1),...,(0.1,0.99)	0.05
4.4.2	5	3 , 2	(0.1,0.1),...,(0.1,0.99)	0.5
4.4.3	5	3 , 2	(0.1,0.1),...,(0.1,0.99)	1
4.4.4	5	3 , 2	(0.1,0.1),...,(0.1,0.99)	3
4.4.5	5	3 , 2	(0.3,0.1),...,(0.3,0.99)	0.05
4.4.6	5	3 , 2	(0.3,0.1),...,(0.3,0.99)	0.5
4.4.7	5	3 , 2	(0.3,0.1),...,(0.3,0.99)	1
4.4.8	5	3 , 2	(0.3,0.1),...,(0.3,0.99)	3
4.4.9	5	3 , 2	(0.5,0.1),...,(0.5,0.99)	0.05
4.4.10	5	3 , 2	(0.5,0.1),...,(0.5,0.99)	0.5
4.4.11	5	3 , 2	(0.5,0.1),...,(0.5,0.99)	1
4.4.12	5	3 , 2	(0.5,0.1),...,(0.5,0.99)	3
4.4.13	5	3 , 2	(0.7,0.1),...,(0.7,0.99)	0.05
4.4.14	5	3 , 2	(0.7,0.1),...,(0.7,0.99)	0.5
4.4.15	5	3 , 2	(0.7,0.1),...,(0.7,0.99)	1
4.4.16	5	3 , 2	(0.7,0.1),...,(0.7,0.99)	3
4.4.17	5	3 , 2	(0.9,0.1),...,(0.9,0.99)	0.05
4.4.18	5	3 , 2	(0.9,0.1),...,(0.9,0.99)	0.5
4.4.19	5	3 , 2	(0.9,0.1),...,(0.9,0.99)	1
4.4.20	5	3 , 2	(0.9,0.1),...,(0.9,0.99)	3
4.4.21	5	3 , 2	(0.99,0.1),...,(0.99,0.99)	0.05
4.4.22	5	3 , 2	(0.99,0.1),...,(0.99,0.99)	0.5
4.4.23	5	3 , 2	(0.99,0.1),...,(0.99,0.99)	1
4.4.24	5	3 , 2	(0.99,0.1),...,(0.99,0.99)	3

ตารางที่ 4.4.1 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	0.05	AMSE	0.000645	0.000594	0.000476	0.000104	0.000103	0.000071	0.000057	0.000056	0.000037	0.000028	0.000027	0.000018
		SD	(0.00075)	(0.00060)	(0.00062)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.504	24.790	0.000	46.479	45.070	0.000	52.973	51.351	0.000	55.556	50.000	0.000
0.1,0.3	0.05	AMSE	0.000669	0.000613	0.000495	0.000107	0.000107	0.000074	0.000058	0.000057	0.000039	0.000029	0.000028	0.000019
		SD	(0.00080)	(0.00064)	(0.00066)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.152	23.838	0.000	45.000	44.595	0.000	47.692	46.154	0.000	50.000	47.368	0.000
0.1,0.5	0.05	AMSE	0.000730	0.000660	0.000541	0.000118	0.000117	0.000081	0.000062	0.000062	0.000042	0.000032	0.000030	0.000021
		SD	(0.00090)	(0.00071)	(0.00075)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.935	21.996	0.000	45.185	44.444	0.000	48.333	47.619	0.000	52.381	42.857	0.000
0.1,0.7	0.05	AMSE	0.000889	0.000783	0.000668	0.000144	0.000142	0.000102	0.000075	0.000075	0.000053	0.000037	0.000036	0.000026
		SD	(0.00119)	(0.00093)	(0.00099)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00011)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.084	17.216	0.000	41.176	39.216	0.000	42.075	41.509	0.000	42.308	38.462	0.000
0.1,0.9	0.05	AMSE	0.001722	0.001416	0.001345	0.000284	0.000260	0.000214	0.000145	0.000137	0.000108	0.000071	0.000069	0.000053
		SD	(0.00291)	(0.00222)	(0.00241)	(0.00045)	(0.00036)	(0.00036)	(0.00022)	(0.00019)	(0.00017)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	28.030	5.279	0.000	32.710	21.495	0.000	34.259	26.852	0.000	33.962	30.189	0.000
0.1,0.99	0.05	AMSE	0.012916	0.010905	0.011015	0.002210	0.001688	0.001770	0.001094	0.000831	0.000866	0.000539	0.000410	0.000425
		SD	(0.02788)	(0.02340)	(0.02400)	(0.00475)	(0.00356)	(0.00384)	(0.00234)	(0.00172)	(0.00187)	(0.00115)	(0.00085)	(0.00092)
		PDMSE	18.441	0.000	1.009	30.924	0.000	4.858	31.649	0.000	4.212	31.463	0.000	3.659

จากตารางที่ 4.4.1 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.05 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.1) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.1 กับ 4.4.1 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.2 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	0.5	AMSE	0.058406	0.053023	0.048538	0.010290	0.009708	0.007201	0.005530	0.005412	0.003772	0.002673	0.002655	0.001819
		SD	(0.06876)	(0.06376)	(0.06387)	(0.00534)	(0.00420)	(0.00473)	(0.00198)	(0.00158)	(0.00173)	(0.00087)	(0.00080)	(0.00081)
		PDMSE	20.330	9.240	0.000	42.897	34.815	0.000	46.607	43.478	0.000	46.949	45.959	0.000
0.1,0.3	0.5	AMSE	0.060252	0.054664	0.050277	0.010663	0.009984	0.007519	0.005712	0.005547	0.003901	0.002764	0.002737	0.001886
		SD	(0.07253)	(0.06744)	(0.06763)	(0.00609)	(0.00478)	(0.00537)	(0.00228)	(0.00178)	(0.00195)	(0.00103)	(0.00093)	(0.00092)
		PDMSE	19.840	8.726	0.000	41.814	32.784	0.000	46.424	42.194	0.000	46.554	45.122	0.000
0.1,0.5	0.5	AMSE	0.064475	0.058319	0.054434	0.011660	0.010710	0.008339	0.006205	0.005917	0.004284	0.003007	0.002936	0.002075
		SD	(0.07971)	(0.07442)	(0.07521)	(0.00815)	(0.00635)	(0.00717)	(0.00326)	(0.00250)	(0.00280)	(0.00157)	(0.00135)	(0.00135)
		PDMSE	18.446	7.137	0.000	39.825	28.433	0.000	44.841	38.119	0.000	44.916	41.494	0.000
0.1,0.7	0.5	AMSE	0.075709	0.068967	0.065760	0.014388	0.012808	0.010623	0.007549	0.006906	0.005396	0.003663	0.003445	0.002602
		SD	(0.10059)	(0.09526)	(0.09684)	(0.01388)	(0.01080)	(0.01212)	(0.00624)	(0.00470)	(0.00536)	(0.00300)	(0.00240)	(0.00254)
		PDMSE	15.129	4.877	0.000	35.442	20.569	0.000	39.900	27.984	0.000	40.776	32.398	0.000
0.1,0.9	0.5	AMSE	0.124167	0.117584	0.120277	0.028305	0.024658	0.022796	0.014831	0.012647	0.011545	0.007175	0.006080	0.005502
		SD	(0.20086)	(0.19494)	(0.20931)	(0.04488)	(0.03737)	(0.03933)	(0.02250)	(0.01763)	(0.01915)	(0.01084)	(0.00820)	(0.00906)
		PDMSE	5.599	0.000	2.290	24.167	8.168	0.000	28.463	9.545	0.000	30.407	10.505	0.000
0.1,0.99	0.5	AMSE	0.680302	0.676762	0.797979	0.142254	0.139541	0.149526	0.083737	0.079658	0.081389	0.049811	0.044934	0.045921
		SD	(1.43477)	(1.43219)	(1.72145)	(0.30027)	(0.29489)	(0.32274)	(0.17681)	(0.16797)	(0.17310)	(0.10623)	(0.09534)	(0.09498)
		PDMSE	0.523	0.000	17.911	1.944	0.000	7.156	5.121	0.000	2.173	10.854	0.000	2.197

จากตารางที่ 4.4.2 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.5 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.1) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.9)

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3) ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ $\rho_{.2}$ = (0.1, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.2 กับ 4.4.2 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.1 กับ 4.4.2 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = $\sigma^2 + \text{bias}^2$

ตารางที่ 4.4.3 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	1	AMSE	0.181525	0.166393	0.176907	0.039826	0.036369	0.029501	0.021788	0.020682	0.015391	0.010613	0.010384	0.007339
		SD	(0.20311)	(0.19377)	(0.21654)	(0.02191)	(0.02047)	(0.02019)	(0.00817)	(0.00722)	(0.00745)	(0.00351)	(0.00318)	(0.00333)
		PDMSE	9.094	0.000	6.319	34.999	23.281	0.000	41.563	34.377	0.000	44.611	41.491	0.000
0.1,0.3	1	AMSE	0.187311	0.171117	0.182915	0.041232	0.037464	0.030811	0.022509	0.021120	0.015937	0.010982	0.010658	0.007625
		SD	(0.21469)	(0.20442)	(0.22940)	(0.02502)	(0.02313)	(0.02285)	(0.00937)	(0.00801)	(0.00840)	(0.00419)	(0.00364)	(0.00381)
		PDMSE	9.464	0.000	6.895	33.822	21.593	0.000	41.237	32.522	0.000	44.026	39.777	0.000
0.1,0.5	1	AMSE	0.201013	0.183202	0.198097	0.044851	0.040433	0.034091	0.024497	0.022546	0.017590	0.011967	0.011325	0.008422
		SD	(0.23822)	(0.22697)	(0.25662)	(0.03300)	(0.03007)	(0.03009)	(0.01351)	(0.01127)	(0.01208)	(0.00638)	(0.00518)	(0.00565)
		PDMSE	9.722	0.000	8.130	31.563	18.603	0.000	39.267	28.175	0.000	42.092	34.469	0.000
0.1,0.7	1	AMSE	0.235584	0.216670	0.238084	0.054295	0.048829	0.042766	0.029997	0.026975	0.022360	0.014666	0.013287	0.010682
		SD	(0.30084)	(0.28870)	(0.33130)	(0.05342)	(0.04839)	(0.04885)	(0.02597)	(0.02176)	(0.02306)	(0.01233)	(0.00963)	(0.01077)
		PDMSE	8.729	0.000	9.883	26.958	14.177	0.000	34.155	20.640	0.000	37.296	24.387	0.000
0.1,0.9	1	AMSE	0.403285	0.387796	0.440192	0.093970	0.087685	0.083148	0.054931	0.049902	0.045123	0.028984	0.025334	0.022972
		SD	(0.63887)	(0.62546)	(0.74528)	(0.14329)	(0.13557)	(0.13917)	(0.08233)	(0.07396)	(0.07416)	(0.04444)	(0.03690)	(0.03837)
		PDMSE	3.994	0.000	13.511	13.015	5.457	0.000	21.736	10.591	0.000	26.171	10.282	0.000
0.1,0.99	1	AMSE	2.607116	2.592299	3.128026	0.469141	0.466929	0.543617	0.246439	0.244525	0.275731	0.138622	0.135869	0.145520
		SD	(4.49406)	(4.47756)	(5.74201)	(0.97964)	(0.97844)	(1.16898)	(0.51088)	(0.50893)	(0.58986)	(0.29021)	(0.28486)	(0.31245)
		PDMSE	0.572	0.000	20.666	0.474	0.000	16.424	0.783	0.000	12.762	2.026	0.000	7.103

จากตารางที่ 4.4.3 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 1 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.1) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.7) ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.7)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.1, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสอง

น้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.3 กับ 4.4.3 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.2 กับ 4.4.3 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.4.4 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.1,0.1	3	AMSE	1.285609	1.145561	1.454386	0.249462	0.202746	0.245294	0.152729	0.127487	0.136785	0.085359	0.075416	0.068141
		SD	(1.37303)	(1.21718)	(1.67378)	(0.12846)	(0.11544)	(0.13706)	(0.06135)	(0.06471)	(0.05983)	(0.03314)	(0.03900)	(0.03251)
		PDMSE	12.225	0.000	26.958	23.042	0.000	20.986	19.800	0.000	7.293	25.268	10.676	0.000
0.1,0.3	3	AMSE	1.336105	1.188394	1.507102	0.256451	0.209325	0.254315	0.155729	0.130486	0.140730	0.088229	0.077757	0.070877
		SD	(1.46789)	(1.30615)	(1.78348)	(0.14319)	(0.12770)	(0.15405)	(0.06728)	(0.06858)	(0.06632)	(0.03876)	(0.04391)	(0.03724)
		PDMSE	12.429	0.000	26.818	22.513	0.000	21.493	19.345	0.000	7.851	24.482	9.707	0.000
0.1,0.5	3	AMSE	1.452257	1.298909	1.640805	0.275813	0.228184	0.276426	0.166004	0.140348	0.152203	0.094944	0.083652	0.077488
		SD	(1.66577)	(1.49920)	(2.01805)	(0.18680)	(0.16425)	(0.20241)	(0.09096)	(0.08867)	(0.09191)	(0.05630)	(0.05758)	(0.05293)
		PDMSE	11.806	0.000	26.322	20.873	0.000	21.142	18.280	0.000	8.447	22.527	7.955	0.000
0.1,0.7	3	AMSE	1.758302	1.597236	1.994414	0.326245	0.281694	0.335238	0.193299	0.166891	0.181907	0.111060	0.098838	0.093946
		SD	(2.20713)	(2.02688)	(2.67424)	(0.29186)	(0.26142)	(0.32741)	(0.15306)	(0.14366)	(0.16139)	(0.09463)	(0.09121)	(0.09081)
		PDMSE	10.084	0.000	24.867	15.815	0.000	19.008	15.824	0.000	8.997	18.217	5.207	0.000
0.1,0.9	3	AMSE	3.253601	3.139686	3.797570	0.588110	0.553561	0.637217	0.317535	0.297020	0.330049	0.177228	0.166169	0.171032
		SD	(5.18872)	(5.00383)	(6.36195)	(0.83174)	(0.80265)	(1.00165)	(0.42163)	(0.40956)	(0.49462)	(0.24310)	(0.23660)	(0.26445)
		PDMSE	3.628	0.000	20.954	6.241	0.000	15.112	6.907	0.000	11.120	6.655	0.000	2.927
0.1,0.99	3	AMSE	23.15474	23.03795	27.96208	3.924286	3.906818	4.721940	1.911525	1.902236	2.311211	0.964702	0.960440	1.152577
		SD	(38.7887)	(38.6730)	(40.2721)	(6.17274)	(6.16446)	(7.13637)	(3.93686)	(3.93563)	(4.92480)	(1.98678)	(1.98647)	(2.45980)
		PDMSE	0.507	0.000	21.374	0.447	0.000	20.864	0.488	0.000	21.500	0.444	0.000	20.005

จากตารางที่ 4.4.4 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.1) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.5) และ (0.1, 0.7)

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.9)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.1, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) ถึง (0.1, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY

มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.4 กับ 4.4.4 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.3 กับ 4.4.4 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.4.5 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	0.05	AMSE	0.000702	0.000639	0.000520	0.000111	0.000111	0.000076	0.000060	0.000060	0.000041	0.000029	0.000029	0.000020
		SD	(0.00084)	(0.00067)	(0.00070)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.000	22.885	0.000	46.447	46.053	0.000	46.829	46.341	0.000	46.500	45.000	0.000
0.3,0.3	0.05	AMSE	0.000726	0.000657	0.000537	0.000115	0.000114	0.000079	0.000062	0.000062	0.000042	0.000030	0.000030	0.000020
		SD	(0.00088)	(0.00070)	(0.00073)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00006)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00001)	(0.00001)	(0.00001)
		PDMSE	35.196	22.346	0.000	45.570	44.304	0.000	48.095	47.619	0.000	51.000	50.000	0.000
0.3,0.5	0.05	AMSE	0.000786	0.000704	0.000584	0.000125	0.000124	0.000086	0.000067	0.000067	0.000045	0.000032	0.000032	0.000022
		SD	(0.00098)	(0.00077)	(0.00081)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00001)
		PDMSE	34.589	20.548	0.000	45.349	44.186	0.000	49.333	48.889	0.000	46.818	45.455	0.000
0.3,0.7	0.05	AMSE	0.000946	0.000827	0.000708	0.000151	0.000149	0.000107	0.000080	0.000080	0.000055	0.000039	0.000039	0.000027
		SD	(0.00126)	(0.00097)	(0.00105)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00012)	(0.00006)	(0.00006)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.616	16.808	0.000	41.121	39.252	0.000	46.000	45.455	0.000	45.185	44.444	0.000
0.3,0.9	0.05	AMSE	0.001779	0.001458	0.001383	0.000292	0.000265	0.000219	0.000149	0.000141	0.000110	0.000073	0.000071	0.000054
		SD	(0.00294)	(0.00223)	(0.00244)	(0.00045)	(0.00036)	(0.00036)	(0.00021)	(0.00018)	(0.00017)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)
		PDMSE	28.633	5.423	0.000	33.333	21.005	0.000	35.455	28.182	0.000	35.185	31.481	0.000
0.3,0.99	0.05	AMSE	0.012976	0.010957	0.011057	0.002218	0.001694	0.001775	0.001098	0.000834	0.000869	0.000541	0.000412	0.000426
		SD	(0.02789)	(0.02342)	(0.02402)	(0.00475)	(0.00356)	(0.00384)	(0.00234)	(0.00172)	(0.00187)	(0.00115)	(0.00085)	(0.00092)
		PDMSE	18.427	0.000	0.913	30.933	0.000	4.782	31.655	0.000	4.197	31.311	0.000	3.398

จากตารางที่ 4.4.5 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.05 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.3) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.1, 0.1) และ (0.1, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำสังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.1 กับ 4.4.5 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.5 กับ 4.4.5 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.6 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	0.5	AMSE	0.062738	0.056868	0.052731	0.011035	0.010136	0.007751	0.005994	0.005715	0.004090	0.002902	0.002830	0.001972
		SD	(0.07593)	(0.07076)	(0.07107)	(0.00654)	(0.00500)	(0.00572)	(0.00273)	(0.00208)	(0.00228)	(0.00127)	(0.00110)	(0.00109)
		PDMSE	18.977	7.845	0.000	42.369	30.770	0.000	46.553	39.731	0.000	47.160	43.509	0.000
0.3,0.3	0.5	AMSE	0.064231	0.057942	0.054136	0.011412	0.010420	0.008048	0.006177	0.005860	0.004216	0.002993	0.002912	0.002033
		SD	(0.07849)	(0.07297)	(0.07388)	(0.00709)	(0.00545)	(0.00617)	(0.00297)	(0.00224)	(0.00244)	(0.00138)	(0.00119)	(0.00116)
		PDMSE	18.647	7.030	0.000	41.799	29.473	0.000	46.513	38.994	0.000	47.221	43.237	0.000
0.3,0.5	0.5	AMSE	0.068539	0.061751	0.058364	0.012387	0.011128	0.008814	0.006667	0.006215	0.004572	0.003235	0.003113	0.002216
		SD	(0.08559)	(0.07987)	(0.08117)	(0.00878)	(0.00671)	(0.00759)	(0.00371)	(0.00275)	(0.00301)	(0.00176)	(0.00146)	(0.00143)
		PDMSE	17.434	5.803	0.000	40.538	26.254	0.000	45.822	35.936	0.000	45.984	40.478	0.000
0.3,0.7	0.5	AMSE	0.079653	0.072239	0.069505	0.015101	0.013192	0.011072	0.008003	0.007175	0.005669	0.003891	0.003615	0.002742
		SD	(0.10539)	(0.09971)	(0.10184)	(0.01428)	(0.01110)	(0.01241)	(0.00631)	(0.00467)	(0.00532)	(0.00305)	(0.00239)	(0.00255)
		PDMSE	14.600	3.934	0.000	36.389	19.147	0.000	41.171	26.566	0.000	41.904	31.838	0.000
0.3,0.9	0.5	AMSE	0.127922	0.120561	0.123867	0.028996	0.025090	0.023226	0.015283	0.012924	0.011818	0.007402	0.006239	0.005641
		SD	(0.20253)	(0.19647)	(0.21135)	(0.04478)	(0.03734)	(0.03929)	(0.02235)	(0.01748)	(0.01904)	(0.01077)	(0.00811)	(0.00901)
		PDMSE	6.106	0.000	2.742	24.843	8.025	0.000	29.320	9.359	0.000	31.218	10.601	0.000
0.3,0.99	0.5	AMSE	0.684330	0.679829	0.801433	0.142912	0.140088	0.149944	0.084154	0.080036	0.080655	0.050032	0.045137	0.044061
		SD	(1.43445)	(1.43097)	(1.72192)	(0.30007)	(0.29467)	(0.32259)	(0.17657)	(0.16784)	(0.17295)	(0.10611)	(0.09526)	(0.09491)
		PDMSE	0.662	0.000	17.887	2.016	0.000	7.036	5.145	0.000	0.773	13.552	2.442	0.000

จากตารางที่ 4.4.6 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ= 0.5 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.3) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.3, 0.9)

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3) ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.3, 0.99)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) โดยส่วนใหญ่ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มี

มากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.2 กับ 4.4.6 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.6 กับ 4.4.6 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.5 กับ 4.4.6 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.7 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	1	AMSE	0.193056	0.176956	0.190998	0.042579	0.038001	0.031695	0.023576	0.021585	0.016713	0.011508	0.010846	0.007961
		SD	(0.22223)	(0.21084)	(0.23939)	(0.02661)	(0.02432)	(0.02419)	(0.01114)	(0.00923)	(0.00979)	(0.00510)	(0.00410)	(0.00449)
		PDMSE	9.098	0.000	7.935	34.340	19.896	0.000	41.064	29.151	0.000	44.555	36.239	0.000
0.3,0.3	1	AMSE	0.198331	0.181442	0.196626	0.043913	0.039077	0.032942	0.024290	0.022109	0.017248	0.011869	0.011144	0.008219
		SD	(0.23199)	(0.22022)	(0.25065)	(0.02887)	(0.02647)	(0.02609)	(0.01213)	(0.00993)	(0.01050)	(0.00556)	(0.00447)	(0.00480)
		PDMSE	9.308	0.000	8.369	33.304	18.624	0.000	40.828	28.183	0.000	44.409	35.588	0.000
0.3,0.5	1	AMSE	0.211530	0.193366	0.211996	0.047291	0.041733	0.035930	0.026213	0.023473	0.018769	0.012838	0.011850	0.008987
		SD	(0.25431)	(0.24132)	(0.27641)	(0.03505)	(0.03171)	(0.03165)	(0.01512)	(0.01231)	(0.01298)	(0.00711)	(0.00555)	(0.00597)
		PDMSE	9.394	0.000	9.635	31.620	16.151	0.000	39.661	25.063	0.000	42.851	31.857	0.000
0.3,0.7	1	AMSE	0.246729	0.226676	0.251896	0.056604	0.049940	0.044500	0.031616	0.027838	0.023439	0.015531	0.013833	0.011248
		SD	(0.31474)	(0.30077)	(0.34874)	(0.05479)	(0.04966)	(0.04993)	(0.02613)	(0.02187)	(0.02289)	(0.01249)	(0.00966)	(0.01077)
		PDMSE	8.847	0.000	11.126	27.200	12.225	0.000	34.886	18.768	0.000	38.078	22.982	0.000
0.3,0.9	1	AMSE	0.415636	0.397502	0.454151	0.095954	0.088787	0.084796	0.056510	0.050863	0.046201	0.029816	0.025930	0.023529
		SD	(0.64424)	(0.62855)	(0.75268)	(0.14276)	(0.13510)	(0.13892)	(0.08190)	(0.07367)	(0.07373)	(0.04411)	(0.03669)	(0.03816)
		PDMSE	4.562	0.000	14.251	13.159	4.707	0.000	22.313	10.091	0.000	26.720	10.204	0.000
0.3,0.99	1	AMSE	2.622141	2.607522	3.141760	0.471355	0.468803	0.545281	0.248026	0.245800	0.276788	0.139425	0.136592	0.146079
		SD	(4.49366)	(4.47905)	(5.74370)	(0.97864)	(0.97727)	(1.16837)	(0.51016)	(0.50821)	(0.58930)	(0.28981)	(0.28452)	(0.31217)
		PDMSE	0.561	0.000	20.488	0.544	0.000	16.313	0.906	0.000	12.607	2.074	0.000	6.946

จากตารางที่ 4.4.7 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 1 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.3) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.3 กับ 4.4.7 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.7 กับ 4.4.7 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.6 กับ 4.4.7 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.8 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.3,0.1	3	AMSE	1.380358	1.240905	1.576479	0.261907	0.211980	0.260749	0.160324	0.133012	0.146497	0.090598	0.077590	0.073124
		SD	(1.53061)	(1.35090)	(1.86786)	(0.14985)	(0.12990)	(0.16319)	(0.07705)	(0.07474)	(0.07687)	(0.04454)	(0.04520)	(0.04215)
		PDMSE	11.238	0.000	27.043	23.553	0.000	23.006	20.533	0.000	10.138	23.896	6.107	0.000
0.3,0.3	3	AMSE	1.427308	1.284198	1.630082	0.268187	0.217785	0.269192	0.163873	0.135694	0.150634	0.093413	0.080038	0.075810
		SD	(1.62595)	(1.44182)	(1.97235)	(0.15960)	(0.13870)	(0.17453)	(0.08192)	(0.07776)	(0.08195)	(0.04865)	(0.04966)	(0.04563)
		PDMSE	11.144	0.000	26.934	23.143	0.000	23.604	20.767	0.000	11.010	23.220	5.577	0.000
0.3,0.5	3	AMSE	1.546628	1.391938	1.764035	0.285654	0.235088	0.290509	0.173448	0.143949	0.161659	0.099471	0.085204	0.082375
		SD	(1.81148)	(1.62137)	(2.19367)	(0.19206)	(0.16508)	(0.21220)	(0.09688)	(0.08995)	(0.09898)	(0.05912)	(0.05774)	(0.05544)
		PDMSE	11.113	0.000	26.732	21.509	0.000	23.575	20.493	0.000	12.303	20.754	3.434	0.000
0.3,0.7	3	AMSE	1.859627	1.686876	2.115447	0.336339	0.286709	0.349517	0.199936	0.169712	0.191228	0.115384	0.100649	0.098995
		SD	(2.32826)	(2.12882)	(2.82613)	(0.29855)	(0.26042)	(0.33551)	(0.15209)	(0.13868)	(0.16057)	(0.09501)	(0.08993)	(0.09087)
		PDMSE	10.241	0.000	25.406	17.310	0.000	21.907	17.809	0.000	12.678	16.555	1.671	0.000
0.3,0.9	3	AMSE	3.365677	3.225836	3.922338	0.598316	0.559502	0.651970	0.325744	0.301283	0.339605	0.181871	0.169053	0.175992
		SD	(5.24418)	(5.03165)	(6.42821)	(0.83084)	(0.79312)	(0.99982)	(0.41843)	(0.40301)	(0.49109)	(0.24159)	(0.23384)	(0.26270)
		PDMSE	4.335	0.000	21.591	6.937	0.000	16.527	8.119	0.000	12.720	7.582	0.000	4.105
0.3,0.99	3	AMSE	23.28748	23.15271	28.08574	3.944583	3.924038	4.736777	1.923797	1.912864	2.320624	0.971007	0.965959	1.157579
		SD	(38.7881)	(38.6334)	(40.2865)	(7.16418)	(7.15462)	(8.13103)	(3.93042)	(3.92816)	(4.91983)	(1.98364)	(1.98264)	(2.45724)
		PDMSE	0.582	0.000	21.306	0.524	0.000	20.712	0.572	0.000	21.317	0.523	0.000	19.837

จากตารางที่ 4.4.8 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.3) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 (ทั้งสองระดับความสัมพันธ์) รองลงมาคือวิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ขนาดตัวอย่าง 30 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.3) ขนาดตัวอย่าง 10,30 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.5) และ (0.3, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.3, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) และ (0.3, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.3, 0.1) ถึง (0.3, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี

BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.4 กับ 4.4.8 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.1 เป็น 0.3) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.8 กับ 4.4.8 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.7 กับ 4.4.8 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $\sigma = 1$ เป็น $\sigma = 3$) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า $MSE = \sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.4.9 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	0.05	AMSE	0.000834	0.000739	0.000618	0.000130	0.000129	0.000089	0.000071	0.000071	0.000048	0.000035	0.000034	0.000023
		SD	(0.00105)	(0.00081)	(0.00087)	(0.00009)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	34.951	19.579	0.000	46.067	44.944	0.000	48.333	47.917	0.000	52.174	47.826	0.000
0.5,0.3	0.05	AMSE	0.000858	0.000757	0.000636	0.000134	0.000132	0.000092	0.000073	0.000073	0.000049	0.000035	0.000035	0.000024
		SD	(0.00108)	(0.00084)	(0.00090)	(0.00009)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	34.906	19.025	0.000	45.652	43.478	0.000	49.388	48.980	0.000	46.667	45.833	0.000
0.5,0.5	0.05	AMSE	0.000917	0.000801	0.000681	0.000144	0.000142	0.000099	0.000078	0.000078	0.000052	0.000038	0.000038	0.000026
		SD	(0.00117)	(0.00089)	(0.00097)	(0.00011)	(0.00010)	(0.00009)	(0.00005)	(0.00005)	(0.00004)	(0.00002)	(0.00002)	(0.00002)
		PDMSE	34.655	17.621	0.000	45.455	43.434	0.000	50.038	50.000	0.000	46.923	46.154	0.000
0.5,0.7	0.05	AMSE	0.001077	0.000923	0.000804	0.000170	0.000166	0.000119	0.000091	0.000090	0.000062	0.000044	0.000044	0.000030
		SD	(0.00143)	(0.00108)	(0.00118)	(0.00015)	(0.00014)	(0.00012)	(0.00007)	(0.00007)	(0.00005)	(0.00003)	(0.00003)	(0.00003)
		PDMSE	33.955	14.801	0.000	42.857	39.496	0.000	46.774	45.161	0.000	47.333	46.667	0.000
0.5,0.9	0.05	AMSE	0.001908	0.001550	0.001473	0.000311	0.000280	0.000230	0.000160	0.000151	0.000117	0.000079	0.000076	0.000057
		SD	(0.00304)	(0.00229)	(0.00252)	(0.00044)	(0.00035)	(0.00036)	(0.00021)	(0.00018)	(0.00017)	(0.00010)	(0.00009)	(0.00008)
		PDMSE	29.532	5.227	0.000	35.217	21.739	0.000	36.752	29.060	0.000	38.596	33.333	0.000
0.5,0.99	0.05	AMSE	0.013098	0.011062	0.011138	0.002237	0.001710	0.001786	0.001110	0.000843	0.000875	0.000547	0.000417	0.000429
		SD	(0.02788)	(0.02341)	(0.02403)	(0.00474)	(0.00355)	(0.00384)	(0.00233)	(0.00172)	(0.00187)	(0.00115)	(0.00084)	(0.00092)
		PDMSE	18.405	0.000	0.687	30.819	0.000	4.444	31.673	0.000	3.796	31.175	0.000	2.878

จากตารางที่ 4.4.9 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.05 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.5) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.5 กับ 4.4.9 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.9 กับ 4.4.9 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.10 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	0.5	AMSE	0.072318	0.065299	0.061768	0.012956	0.011403	0.009176	0.007103	0.006472	0.004870	0.003441	0.003239	0.002349
		SD	(0.09170)	(0.08598)	(0.08683)	(0.00937)	(0.00702)	(0.00805)	(0.00428)	(0.00306)	(0.00348)	(0.00205)	(0.00160)	(0.00167)
		PDMSE	17.080	5.717	0.000	41.194	24.270	0.000	45.852	32.895	0.000	46.488	37.888	0.000
0.5,0.3	0.5	AMSE	0.073988	0.066703	0.063447	0.013308	0.011654	0.009442	0.007276	0.006585	0.004979	0.003532	0.003313	0.002410
		SD	(0.09395)	(0.08805)	(0.08919)	(0.00960)	(0.00720)	(0.00821)	(0.00440)	(0.00312)	(0.00355)	(0.00210)	(0.00164)	(0.00171)
		PDMSE	16.614	5.132	0.000	40.945	23.427	0.000	46.134	32.255	0.000	46.556	37.469	0.000
0.5,0.5	0.5	AMSE	0.077828	0.069837	0.067259	0.014250	0.012311	0.010156	0.007768	0.006950	0.005330	0.003770	0.003496	0.002563
		SD	(0.09881)	(0.09253)	(0.09474)	(0.01072)	(0.00807)	(0.00911)	(0.00489)	(0.00346)	(0.00387)	(0.00232)	(0.00177)	(0.00183)
		PDMSE	15.714	3.833	0.000	40.311	21.219	0.000	45.741	30.394	0.000	47.093	36.403	0.000
0.5,0.7	0.5	AMSE	0.088521	0.079762	0.078133	0.016907	0.014328	0.012284	0.009078	0.007860	0.006342	0.004424	0.003978	0.003065
		SD	(0.11640)	(0.11018)	(0.11331)	(0.01536)	(0.01186)	(0.01319)	(0.00683)	(0.00487)	(0.00554)	(0.00327)	(0.00242)	(0.00263)
		PDMSE	13.295	2.085	0.000	37.634	16.640	0.000	43.141	23.936	0.000	44.339	29.788	0.000
0.5,0.9	0.5	AMSE	0.136326	0.127227	0.131976	0.030718	0.026246	0.024334	0.016344	0.013618	0.012466	0.007934	0.006593	0.005961
		SD	(0.20813)	(0.20202)	(0.21774)	(0.04457)	(0.03728)	(0.03919)	(0.02205)	(0.01719)	(0.01882)	(0.01062)	(0.00790)	(0.00890)
		PDMSE	7.152	0.000	3.733	26.235	7.857	0.000	31.109	9.241	0.000	33.098	10.602	0.000
0.5,0.99	0.5	AMSE	0.693349	0.687441	0.809438	0.144503	0.141391	0.151013	0.085158	0.080948	0.082292	0.050549	0.045617	0.046381
		SD	(1.43418)	(1.42943)	(1.72259)	(0.29933)	(0.29394)	(0.32218)	(0.17605)	(0.16752)	(0.17262)	(0.10584)	(0.09507)	(0.09474)
		PDMSE	0.859	0.000	17.747	2.201	0.000	6.805	5.201	0.000	1.660	10.812	0.000	1.675

จากตารางที่ 4.4.10 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.5$ (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.5) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3) ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.6 กับ 4.4.10 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.10 กับ 4.4.10 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.9 กับ 4.4.10 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.11 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	1	AMSE	0.221155	0.201508	0.222422	0.049429	0.042956	0.037398	0.027867	0.024419	0.020020	0.013625	0.012168	0.009514
		SD	(0.26516)	(0.25046)	(0.29212)	(0.03752)	(0.03384)	(0.03356)	(0.01745)	(0.01406)	(0.01497)	(0.00821)	(0.00609)	(0.00692)
		PDMSE	9.750	0.000	10.379	32.170	14.862	0.000	39.196	21.973	0.000	43.210	27.896	0.000
0.5,0.3	1	AMSE	0.226166	0.206646	0.228960	0.050638	0.043799	0.038495	0.028495	0.024778	0.020446	0.013980	0.012434	0.009769
		SD	(0.27334)	(0.25866)	(0.30122)	(0.03838)	(0.03466)	(0.03424)	(0.01787)	(0.01432)	(0.01524)	(0.00845)	(0.00632)	(0.00709)
		PDMSE	9.446	0.000	10.798	31.544	13.778	0.000	39.367	21.188	0.000	43.106	27.280	0.000
0.5,0.5	1	AMSE	0.238431	0.217538	0.243564	0.053597	0.045918	0.041223	0.030370	0.026191	0.021949	0.014892	0.013064	0.010395
		SD	(0.29097)	(0.27383)	(0.32207)	(0.04202)	(0.03779)	(0.03757)	(0.01981)	(0.01615)	(0.01668)	(0.00927)	(0.00691)	(0.00759)
		PDMSE	9.604	0.000	11.964	30.017	11.389	0.000	38.366	19.327	0.000	43.261	25.676	0.000
0.5,0.7	1	AMSE	0.272599	0.249633	0.283037	0.062189	0.053287	0.049141	0.035408	0.030130	0.026163	0.017535	0.015047	0.012541
		SD	(0.34568)	(0.32762)	(0.38762)	(0.05811)	(0.05231)	(0.05263)	(0.02779)	(0.02317)	(0.02374)	(0.01326)	(0.01007)	(0.01107)
		PDMSE	9.200	0.000	13.381	26.552	8.437	0.000	35.336	15.163	0.000	39.821	19.982	0.000
0.5,0.9	1	AMSE	0.443377	0.419635	0.485584	0.100786	0.091755	0.089073	0.060061	0.053166	0.048777	0.031776	0.027268	0.024811
		SD	(0.66355)	(0.64299)	(0.77650)	(0.14138)	(0.13377)	(0.13826)	(0.08078)	(0.07296)	(0.07282)	(0.04351)	(0.03630)	(0.03771)
		PDMSE	5.658	0.000	15.716	13.150	3.011	0.000	23.134	8.998	0.000	28.072	9.903	0.000
0.5,0.99	1	AMSE	2.656377	2.636810	3.173636	0.477185	0.473614	0.549552	0.251650	0.248827	0.279336	0.141316	0.138230	0.147354
		SD	(5.49305)	(5.47056)	(6.74620)	(0.97609)	(0.97431)	(1.16672)	(0.50821)	(0.50647)	(0.58797)	(0.28885)	(0.28368)	(0.31151)
		PDMSE	0.742	0.000	20.359	0.754	0.000	16.034	1.135	0.000	12.261	2.233	0.000	6.601

จากตารางที่ 4.4.11 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 1 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.5) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.5, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ถึง (0.5, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.7 กับ 4.4.11 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.11 กับ 4.4.11 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.10 กับ 4.4.11 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.12 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.5,0.1	3	AMSE	1.620004	1.464317	1.853858	0.289950	0.238483	0.299945	0.178585	0.148782	0.170683	0.103381	0.086654	0.085970
		SD	(1.89865)	(1.68438)	(2.32689)	(0.19653)	(0.16485)	(0.22078)	(0.10913)	(0.09876)	(0.11253)	(0.06488)	(0.06037)	(0.06194)
		PDMSE	10.632	0.000	26.602	21.581	0.000	25.772	20.031	0.000	14.720	20.252	0.796	0.000
0.5,0.3	3	AMSE	1.663101	1.504936	1.911351	0.294299	0.243500	0.308772	0.181956	0.150378	0.174027	0.105424	0.088395	0.088480
		SD	(1.97003)	(1.74760)	(2.40441)	(0.20162)	(0.16816)	(0.22544)	(0.10973)	(0.09813)	(0.11418)	(0.06746)	(0.06329)	(0.06387)
		PDMSE	10.510	0.000	27.005	20.862	0.000	26.806	20.999	0.000	15.726	19.265	0.000	0.096
0.5,0.5	3	AMSE	1.776144	1.609882	2.046152	0.312362	0.257952	0.330191	0.189027	0.156462	0.185378	0.109941	0.091501	0.094059
		SD	(2.13662)	(1.89891)	(2.59842)	(0.22152)	(0.18295)	(0.24989)	(0.11808)	(0.10304)	(0.12345)	(0.07241)	(0.06605)	(0.06827)
		PDMSE	10.328	0.000	27.100	21.093	0.000	28.005	20.813	0.000	18.481	20.153	0.000	2.796
0.5,0.7	3	AMSE	2.087778	1.893678	2.392419	0.363799	0.304683	0.387949	0.215882	0.178958	0.214609	0.124796	0.105290	0.110432
		SD	(2.60116)	(2.35359)	(3.16729)	(0.31208)	(0.25994)	(0.35465)	(0.15716)	(0.13649)	(0.16877)	(0.09725)	(0.08850)	(0.09359)
		PDMSE	10.250	0.000	26.337	19.402	0.000	27.329	20.633	0.000	19.921	18.526	0.000	4.884
0.5,0.9	3	AMSE	3.622356	3.424785	4.206131	0.627869	0.576569	0.690570	0.344609	0.311607	0.362588	0.192107	0.175193	0.187421
		SD	(5.41868)	(5.15314)	(6.64201)	(0.82888)	(0.76991)	(0.99489)	(0.41289)	(0.38812)	(0.48389)	(0.23842)	(0.22746)	(0.25909)
		PDMSE	5.769	0.000	22.814	8.897	0.000	19.772	10.591	0.000	16.361	9.654	0.000	6.980
0.5,0.99	3	AMSE	23.59365	23.41769	28.37321	3.993838	3.966313	4.775370	1.951996	1.938014	2.343553	0.985684	0.978735	1.169025
		SD	(38.7805)	(38.5539)	(40.3078)	(6.14329)	(6.12585)	(8.11621)	(2.91604)	(2.91005)	(3.90797)	(1.97619)	(1.97352)	(2.45131)
		PDMSE	0.751	0.000	21.161	0.694	0.000	20.398	0.721	0.000	20.925	0.710	0.000	19.442

จากตารางที่ 4.4.12 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.5) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)</u>

วิธี BAY ให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือวิธี SEQ(ใกล้เคียงกับวิธี BAY) และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.3) ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.5) และ (0.5, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.5, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK (ใกล้เคียงกับวิธี SEQ) และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และ (0.5, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.5, 0.1) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดีโดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.8 กับ 4.4.12 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.3 เป็น 0.5) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.12 กับ 4.4.12 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.11 กับ 4.4.12 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = $\sigma^2 + \text{bias}^2$

ตารางที่ 4.4.13 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	0.05	AMSE	0.001161	0.000980	0.000867	0.000180	0.000174	0.000124	0.000100	0.000098	0.000068	0.000048	0.000048	0.000033
		SD	(0.00156)	(0.00117)	(0.00129)	(0.00016)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	33.910	13.033	0.000	45.161	40.323	0.000	47.059	44.118	0.000	45.485	45.455	0.000
0.7,0.3	0.05	AMSE	0.001186	0.000999	0.000886	0.000183	0.000177	0.000126	0.000101	0.000100	0.000069	0.000049	0.000049	0.000034
		SD	(0.00160)	(0.00119)	(0.00131)	(0.00016)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	33.860	12.754	0.000	45.238	40.476	0.000	46.377	44.928	0.000	44.147	44.118	0.000
0.7,0.5	0.05	AMSE	0.001245	0.001042	0.000930	0.000193	0.000186	0.000133	0.000106	0.000104	0.000072	0.000052	0.000051	0.000035
		SD	(0.00166)	(0.00124)	(0.00137)	(0.00017)	(0.00014)	(0.00013)	(0.00008)	(0.00008)	(0.00006)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	33.871	12.043	0.000	45.113	39.850	0.000	47.222	44.444	0.000	48.571	45.714	0.000
0.7,0.7	0.05	AMSE	0.001405	0.001160	0.001049	0.000220	0.000209	0.000151	0.000119	0.000117	0.000080	0.000058	0.000057	0.000039
		SD	(0.00187)	(0.00139)	(0.00155)	(0.00019)	(0.00016)	(0.00015)	(0.00009)	(0.00008)	(0.00007)	(0.00004)	(0.00004)	(0.00003)
		PDMSE	33.937	10.582	0.000	45.695	38.411	0.000	48.750	46.250	0.000	48.718	46.154	0.000
0.7,0.9	0.05	AMSE	0.002237	0.001788	0.001707	0.000360	0.000318	0.000259	0.000189	0.000174	0.000133	0.000092	0.000088	0.000065
		SD	(0.00333)	(0.00250)	(0.00277)	(0.00045)	(0.00034)	(0.00036)	(0.00021)	(0.00017)	(0.00017)	(0.00010)	(0.00009)	(0.00008)
		PDMSE	31.049	4.745	0.000	38.996	22.780	0.000	42.105	30.827	0.000	41.538	35.385	0.000
0.7,0.99	0.05	AMSE	0.013413	0.011327	0.011350	0.002286	0.001751	0.001814	0.001138	0.000867	0.000891	0.000561	0.000428	0.000437
		SD	(0.02789)	(0.02343)	(0.02407)	(0.00472)	(0.00353)	(0.00383)	(0.00232)	(0.00170)	(0.00186)	(0.00114)	(0.00084)	(0.00091)
		PDMSE	18.416	0.000	0.203	30.554	0.000	3.598	31.257	0.000	2.768	31.075	0.000	2.103

จากตารางที่ 4.4.13 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.05 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.7) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.7, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.9 กับ 4.4.13 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.13 กับ 4.4.13 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.14 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	0.5	AMSE	0.093608	0.084379	0.083627	0.017905	0.014961	0.012985	0.009905	0.008359	0.006935	0.004807	0.004191	0.003330
		SD	(0.12420)	(0.11720)	(0.12184)	(0.01654)	(0.01271)	(0.01402)	(0.00831)	(0.00589)	(0.00666)	(0.00395)	(0.00283)	(0.00312)
		PDMSE	11.935	0.899	0.000	37.890	15.218	0.000	42.826	20.534	0.000	44.354	25.856	0.000
0.7,0.3	0.5	AMSE	0.095232	0.08596	0.085492	0.018176	0.01508	0.013161	0.010089	0.008487	0.007039	0.004892	0.004248	0.003382
		SD	(0.12686)	(0.11970)	(0.12442)	(0.01640)	(0.01249)	(0.01385)	(0.00828)	(0.00587)	(0.00664)	(0.00393)	(0.00280)	(0.00311)
		PDMSE	11.393	0.547	0.000	38.105	14.581	0.000	43.330	20.571	0.000	44.648	25.606	0.000
0.7,0.5	0.5	AMSE	0.099174	0.089113	0.089232	0.019069	0.015664	0.013766	0.010551	0.008773	0.007318	0.005125	0.004405	0.003527
		SD	(0.13042)	(0.12305)	(0.12873)	(0.01681)	(0.01285)	(0.01417)	(0.00829)	(0.00583)	(0.00661)	(0.00395)	(0.00278)	(0.00310)
		PDMSE	11.290	0.000	0.134	38.522	13.788	0.000	44.179	19.882	0.000	45.308	24.894	0.000
0.7,0.7	0.5	AMSE	0.108831	0.097675	0.099469	0.021598	0.017552	0.015704	0.011812	0.009607	0.008184	0.005769	0.004845	0.003944
		SD	(0.14257)	(0.13499)	(0.14272)	(0.01930)	(0.01511)	(0.01625)	(0.00914)	(0.00642)	(0.00712)	(0.00440)	(0.00308)	(0.00339)
		PDMSE	11.422	0.000	1.837	37.532	11.768	0.000	44.330	17.388	0.000	46.273	22.845	0.000
0.7,0.9	0.5	AMSE	0.155787	0.143107	0.152440	0.035038	0.029221	0.027269	0.018980	0.015323	0.014115	0.009266	0.007425	0.006765
		SD	(0.22399)	(0.21592)	(0.23682)	(0.04477)	(0.03785)	(0.03934)	(0.02173)	(0.01695)	(0.01845)	(0.01045)	(0.00764)	(0.00871)
		PDMSE	8.861	0.000	6.522	28.490	7.158	0.000	34.467	8.558	0.000	36.970	9.756	0.000
0.7,0.99	0.5	AMSE	0.714287	0.705064	0.829400	0.148485	0.144599	0.153821	0.087616	0.083039	0.084915	0.051839	0.046741	0.047582
		SD	(1.43350)	(1.42461)	(1.72386)	(0.29752)	(0.29220)	(0.32109)	(0.17476)	(0.16664)	(0.17180)	(0.10517)	(0.09461)	(0.09433)
		PDMSE	1.308	0.000	17.635	2.687	0.000	6.378	5.512	0.000	2.259	10.907	0.000	1.799

จากตารางที่ 4.4.14 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.5 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.7) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)

ผลสรุปโดยส่วนใหญ่เหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3) ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) โดยส่วนใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.5) ถึง (0.7, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 10 และกรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.10 กับ 4.4.14 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.14 กับ 4.4.14 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.13 กับ 4.4.14 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = $\sigma^2 + \text{bias}^2$

ตารางที่ 4.4.15 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	1	AMSE	0.287801	0.263455	0.302014	0.065272	0.055578	0.051806	0.038348	0.032206	0.028611	0.018970	0.015895	0.013618
		SD	(0.36490)	(0.34237)	(0.41546)	(0.06216)	(0.05573)	(0.05566)	(0.03326)	(0.02744)	(0.02837)	(0.01579)	(0.01184)	(0.01308)
		PDMSE	9.241	0.000	14.636	25.993	7.281	0.000	34.032	12.565	0.000	39.301	16.721	0.000
0.7,0.3	1	AMSE	0.291329	0.267511	0.308508	0.066122	0.055873	0.052561	0.038990	0.032712	0.029048	0.019277	0.016063	0.013813
		SD	(0.37218)	(0.34804)	(0.42363)	(0.06135)	(0.05481)	(0.05511)	(0.03322)	(0.02765)	(0.02832)	(0.01570)	(0.01173)	(0.01299)
		PDMSE	8.904	0.000	15.325	25.800	6.301	0.000	34.226	12.614	0.000	39.557	16.289	0.000
0.7,0.5	1	AMSE	0.304941	0.278848	0.323377	0.069064	0.057846	0.055002	0.040578	0.033648	0.030161	0.020143	0.016588	0.014384
		SD	(0.38612)	(0.36017)	(0.44076)	(0.06304)	(0.05630)	(0.05644)	(0.03320)	(0.02777)	(0.02816)	(0.01576)	(0.01177)	(0.01295)
		PDMSE	9.357	0.000	15.969	25.566	5.171	0.000	34.538	11.561	0.000	40.038	15.323	0.000
0.7,0.7	1	AMSE	0.337634	0.308484	0.362221	0.076293	0.063282	0.062070	0.044941	0.036480	0.033609	0.022600	0.018318	0.016130
		SD	(0.42928)	(0.39913)	(0.49222)	(0.07015)	(0.06270)	(0.06335)	(0.03605)	(0.03007)	(0.03011)	(0.01754)	(0.01346)	(0.01424)
		PDMSE	9.449	0.000	17.420	22.914	1.953	0.000	33.717	8.542	0.000	40.112	13.565	0.000
0.7,0.9	1	AMSE	0.509235	0.475504	0.565150	0.112396	0.098622	0.100318	0.068371	0.058330	0.055321	0.036545	0.030400	0.028026
		SD	(0.72312)	(0.68687)	(0.84859)	(0.14004)	(0.13052)	(0.13807)	(0.07936)	(0.07181)	(0.07131)	(0.04270)	(0.03602)	(0.03691)
		PDMSE	7.094	0.000	18.853	13.966	0.000	1.720	23.590	5.439	0.000	30.397	8.471	0.000
0.7,0.99	1	AMSE	2.736594	2.705966	3.253808	0.491432	0.485479	0.560777	0.260439	0.255894	0.285822	0.145888	0.141929	0.150552
		SD	(5.49407)	(5.44953)	(6.75212)	(0.97019)	(0.96712)	(1.16242)	(0.50383)	(0.50224)	(0.58470)	(0.28653)	(0.28148)	(0.30987)
		PDMSE	1.132	0.000	20.246	1.226	0.000	15.510	1.776	0.000	11.695	2.789	0.000	6.076

จากตารางที่ 4.4.15 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 1 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.7) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) ถึง (0.7, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.11 กับ 4.4.15 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.15 กับ 4.4.15 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.14 กับ 4.4.15 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = $\sigma^2 + bias^2$

ตารางที่ 4.4.16 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.7,0.1	3	AMSE	2.235174	2.027144	2.563035	0.365040	0.310555	0.401298	0.225669	0.191314	0.231228	0.130828	0.111644	0.118323
		SD	(2.77183)	(2.48773)	(3.41835)	(0.30435)	(0.25265)	(0.36169)	(0.18074)	(0.15566)	(0.20076)	(0.10854)	(0.09742)	(0.10853)
		PDMSE	10.262	0.000	26.436	17.544	0.000	29.220	17.957	0.000	20.863	17.183	0.000	5.982
0.7,0.3	3	AMSE	2.256913	2.065118	2.619604	0.374133	0.315306	0.410225	0.227113	0.192062	0.234125	0.132392	0.112545	0.120242
		SD	(2.83374)	(2.53569)	(3.48764)	(0.30644)	(0.25260)	(0.36201)	(0.17765)	(0.15238)	(0.19839)	(0.10852)	(0.09708)	(0.10804)
		PDMSE	9.287	0.000	26.850	18.657	0.000	30.104	18.250	0.000	21.901	17.635	0.000	6.839
0.7,0.5	3	AMSE	2.382663	2.164717	2.756883	0.387033	0.327417	0.431478	0.234370	0.196075	0.244030	0.137347	0.114454	0.125349
		SD	(2.97002)	(2.64833)	(3.64841)	(0.31788)	(0.25877)	(0.37426)	(0.17765)	(0.14992)	(0.19744)	(0.10880)	(0.09578)	(0.10775)
		PDMSE	10.068	0.000	27.355	18.208	0.000	31.782	19.531	0.000	24.457	20.002	0.000	9.519
0.7,0.7	3	AMSE	2.674040	2.430396	3.105238	0.434993	0.363126	0.489994	0.254028	0.210631	0.272333	0.147839	0.121928	0.139960
		SD	(3.35664)	(2.99372)	(4.10866)	(0.36448)	(0.29108)	(0.42870)	(0.18853)	(0.15500)	(0.21322)	(0.11779)	(0.10171)	(0.11755)
		PDMSE	10.025	0.000	27.767	19.791	0.000	34.938	20.603	0.000	29.294	21.251	0.000	14.789
0.7,0.9	3	AMSE	4.229042	3.925489	4.919321	0.704784	0.620355	0.791216	0.386106	0.335775	0.420926	0.213993	0.188580	0.216090
		SD	(5.95838)	(5.54015)	(7.28521)	(0.83450)	(0.72578)	(0.99721)	(0.40621)	(0.35883)	(0.47506)	(0.23407)	(0.21351)	(0.25385)
		PDMSE	7.733	0.000	25.317	13.610	0.000	27.542	14.990	0.000	25.360	13.476	0.000	14.588
0.7,0.99	3	AMSE	24.31978	24.07111	29.09733	4.113871	4.068326	4.876432	2.018766	1.995860	2.401881	1.019683	1.008365	1.197731
		SD	48.78841	48.42411	60.36452	(8.09467)	(8.05132)	(10.07769)	(3.88344)	(3.86471)	(4.87878)	(1.95941)	(1.95135)	(2.43668)
		PDMSE	1.033	0.000	20.881	1.120	0.000	19.863	1.148	0.000	20.343	1.122	0.000	18.780

จากตารางที่ 4.4.16 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.7) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และวิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.5) และ (0.7, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.9)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.1) และ (0.7, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.7, 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.7, 0.9)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลง เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.12 กับ 4.4.16 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.5 เป็น 0.7) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.16 กับ 4.4.16 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.15 กับ 4.4.16 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.17 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	0.05	AMSE	0.002851	0.002231	0.002180	0.000435	0.000363	0.000307	0.000245	0.000213	0.000170	0.000118	0.000108	0.000082
		SD	(0.00433)	(0.00323)	(0.00356)	(0.00053)	(0.00039)	(0.00041)	(0.00028)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00014)	(0.00011)	(0.00010)
		PDMSE	30.780	2.339	0.000	41.694	18.241	0.000	44.118	25.294	0.000	43.902	31.707	0.000
0.9,0.3	0.05	AMSE	0.002878	0.002253	0.002199	0.000439	0.000367	0.000309	0.000247	0.000214	0.000171	0.000119	0.000109	0.000083
		SD	(0.00435)	(0.00324)	(0.00358)	(0.00053)	(0.00038)	(0.00041)	(0.00028)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00014)	(0.00011)	(0.00010)
			30.878	2.456	0.000	42.071	18.770	0.000	44.444	25.146	0.000	43.373	31.325	0.000
0.9,0.5	0.05	AMSE	0.002942	0.002301	0.002244	0.000449	0.000374	0.000315	0.000252	0.000218	0.000173	0.000122	0.000111	0.000084
		SD	(0.00439)	(0.00327)	(0.00362)	(0.00053)	(0.00038)	(0.00041)	(0.00028)	(0.00021)	(0.00021)	(0.00014)	(0.00011)	(0.00010)
		PDMSE	31.105	2.540	0.000	42.540	18.730	0.000	45.665	26.012	0.000	45.238	32.143	0.000
0.9,0.7	0.05	AMSE	0.003092	0.002411	0.002347	0.000476	0.000394	0.000331	0.000265	0.000229	0.000181	0.000128	0.000116	0.000088
		SD	(0.00448)	(0.00332)	(0.00369)	(0.00052)	(0.00037)	(0.00041)	(0.00028)	(0.00020)	(0.00021)	(0.00013)	(0.00010)	(0.00010)
		PDMSE	31.743	2.727	0.000	43.807	19.033	0.000	46.409	26.519	0.000	45.455	31.818	0.000
0.9,0.9	0.05	AMSE	0.003933	0.003043	0.002983	0.000616	0.00049	0.000423	0.000334	0.000278	0.000224	0.000162	0.000143	0.000109
		SD	(0.00547)	(0.00411)	(0.00456)	(0.00061)	(0.00042)	(0.00048)	(0.00030)	(0.00021)	(0.00022)	(0.00015)	(0.00011)	(0.00011)
		PDMSE	31.847	2.011	0.000	45.626	15.839	0.000	49.107	24.107	0.000	48.624	31.193	0.000
0.9,0.99	0.05	AMSE	0.014994	0.012584	0.012942	0.002541	0.001939	0.001965	0.001283	0.000974	0.000986	0.000631	0.000482	0.000489
		SD	(0.02806)	(0.02365)	(0.02437)	(0.00464)	(0.00343)	(0.00379)	(0.00225)	(0.00164)	(0.00182)	(0.00111)	(0.00080)	(0.00089)
		PDMSE	19.151	0.000	2.845	31.047	0.000	1.341	31.725	0.000	1.232	30.913	0.000	1.452

จากตารางที่ 4.4.17 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 0.05$ (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.9) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.9) ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.99) เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดีในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.13 กับ 4.4.17 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.17 กับ 4.4.17 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.18 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	0.5	AMSE	0.182753	0.171517	0.190098	0.041487	0.034231	0.032478	0.024146	0.019231	0.018039	0.011702	0.009089	0.008461
		SD	(0.27131)	(0.25773)	(0.29519)	(0.05285)	(0.04463)	(0.04516)	(0.02872)	(0.02258)	(0.02331)	(0.01358)	(0.00992)	(0.01064)
		PDMSE	6.551	0.000	10.833	27.739	5.397	0.000	33.854	6.608	0.000	38.305	7.422	0.000
0.9,0.3	0.5	AMSE	0.185120	0.171968	0.191106	0.041917	0.034608	0.032883	0.024251	0.019253	0.018076	0.011786	0.009147	0.008512
		SD	(0.27025)	(0.25620)	(0.29510)	(0.05296)	(0.04499)	(0.04537)	(0.02846)	(0.02228)	(0.02311)	(0.01352)	(0.00987)	(0.01060)
		PDMSE	7.648	0.000	11.129	27.473	5.246	0.000	34.161	6.511	0.000	38.463	7.460	0.000
0.9,0.5	0.5	AMSE	0.188137	0.174834	0.194866	0.042631	0.035018	0.033324	0.024676	0.019490	0.018313	0.012008	0.009281	0.008643
		SD	(0.27199)	(0.25740)	(0.29727)	(0.05221)	(0.04436)	(0.04482)	(0.02813)	(0.02195)	(0.02285)	(0.01336)	(0.00971)	(0.01049)
		PDMSE	7.609	0.000	11.458	27.929	5.083	0.000	34.746	6.427	0.000	38.933	7.382	0.000
0.9,0.7	0.5	AMSE	0.197342	0.181683	0.203893	0.045071	0.036755	0.035010	0.025846	0.020203	0.019022	0.012659	0.009711	0.009050
		SD	(0.27482)	(0.25915)	(0.30198)	(0.05185)	(0.04458)	(0.04457)	(0.02753)	(0.02153)	(0.02242)	(0.01313)	(0.00956)	(0.01036)
		PDMSE	8.619	0.000	12.225	28.738	4.984	0.000	35.874	6.209	0.000	39.878	7.304	0.000
0.9,0.9	0.5	AMSE	0.241448	0.220655	0.255408	0.056152	0.044760	0.044120	0.032094	0.024591	0.023520	0.015903	0.011841	0.011191
		SD	(0.32539)	(0.30535)	(0.36271)	(0.05914)	(0.05145)	(0.05106)	(0.02986)	(0.02423)	(0.02408)	(0.01434)	(0.01059)	(0.01114)
		PDMSE	9.423	0.000	15.750	27.271	1.451	0.000	36.454	4.554	0.000	42.105	5.808	0.000
0.9,0.99	0.5	AMSE	0.808747	0.786677	0.931593	0.166513	0.157997	0.168461	0.099178	0.091882	0.093308	0.058079	0.051713	0.052280
		SD	(1.44679)	(1.41851)	(1.74081)	(0.29036)	(0.28403)	(0.31604)	(0.16948)	(0.16257)	(0.16798)	(0.10215)	(0.09282)	(0.09232)
		PDMSE	2.805	0.000	18.421	5.390	0.000	6.623	7.941	0.000	1.552	12.310	0.000	1.096

จากตารางที่ 4.4.18 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.5 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.9) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ และวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.99)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10,30 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 50,100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.9) และขนาดตัวอย่าง 30, 50, 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่าวิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี SEQ จะให้ผลดี กรณีที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.99) และที่ขนาดตัวอย่าง 10 เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์

ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.14 กับ 4.4.18 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.18 กับ 4.4.18 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.17 กับ 4.4.18 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.19 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	1	AMSE	0.612782	0.581378	0.709391	0.123035	0.107804	0.117151	0.080661	0.068281	0.069663	0.044013	0.035990	0.034552
		SD	(0.89360)	(0.83213)	(1.07017)	(0.15216)	(0.13604)	(0.15394)	(0.09667)	(0.08394)	(0.08831)	(0.05199)	(0.04275)	(0.04393)
		PDMSE	5.402	0.000	22.019	14.128	0.000	8.670	18.131	0.000	2.024	27.382	4.162	0.000
0.9,0.3	1	AMSE	0.625472	0.585064	0.714324	0.124605	0.108780	0.118501	0.081039	0.068561	0.069921	0.044445	0.036385	0.034815
		SD	(0.89329)	(0.83129)	(1.07178)	(0.15262)	(0.13702)	(0.15419)	(0.09593)	(0.08334)	(0.08772)	(0.05196)	(0.04291)	(0.04389)
		PDMSE	6.907	0.000	22.093	14.548	0.000	8.936	18.200	0.000	1.984	27.660	4.510	0.000
0.9,0.5	1	AMSE	0.634995	0.595535	0.728894	0.127263	0.110427	0.120762	0.082006	0.068879	0.070697	0.045192	0.036758	0.035279
		SD	(0.89952)	(0.83414)	(1.07946)	(0.15127)	(0.13590)	(0.15306)	(0.09409)	(0.08141)	(0.08636)	(0.05122)	(0.04221)	(0.04333)
		PDMSE	6.626	0.000	22.393	15.246	0.000	9.359	19.058	0.000	2.639	28.099	4.192	0.000
0.9,0.7	1	AMSE	0.668117	0.622361	0.766001	0.134231	0.114652	0.127199	0.085648	0.070898	0.073590	0.047618	0.038406	0.036965
		SD	(0.91673)	(0.84374)	(1.10064)	(0.14995)	(0.13435)	(0.15156)	(0.09240)	(0.08006)	(0.08476)	(0.05061)	(0.04230)	(0.04291)
		PDMSE	7.352	0.000	23.080	17.077	0.000	10.944	20.805	0.000	3.797	28.819	3.898	0.000
0.9,0.9	1	AMSE	0.836316	0.770885	0.970347	0.160757	0.135178	0.160668	0.101674	0.081476	0.090241	0.058318	0.045261	0.045642
		SD	(1.12078)	(1.01735)	(1.33991)	(0.16756)	(0.14552)	(0.17264)	(0.09651)	(0.08328)	(0.08920)	(0.05468)	(0.04629)	(0.04617)
		PDMSE	8.488	0.000	25.874	18.922	0.000	18.857	24.790	0.000	10.758	28.848	0.000	0.842
0.9,0.99	1	AMSE	3.106928	3.023160	3.662703	0.552443	0.531930	0.619483	0.296642	0.283558	0.319374	0.166361	0.157095	0.166953
		SD	(5.55400)	(5.41718)	(6.82099)	(0.95101)	(0.92820)	(1.14301)	(0.48899)	(0.48041)	(0.56983)	(0.27744)	(0.27126)	(0.30210)
		PDMSE	2.771	0.000	21.155	3.856	0.000	16.459	4.614	0.000	12.631	5.898	0.000	6.275

จากตารางที่ 4.4.19 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 1 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.9) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)</u>

วิธี BAY จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 รองลงมาคือ วิธี SEQ และวิธี HK ตามลำดับ ส่วนวิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุด กรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 30,50 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.9)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 10 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.9, 0.99)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ลำดับ แนวโน้มของค่า AMSE ของแต่ละวิธีผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ กรณีที่ ρ = (0.9, 0.1) ถึง (0.9, 0.7) และขนาดตัวอย่าง 100 ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วนวิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.15 กับ 4.4.19 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.19 กับ 4.4.19 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.18 กับ 4.4.19 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.4.20 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.9,0.1	3	AMSE	5.157225	4.890492	6.210376	0.781423	0.696088	0.932022	0.450315	0.404777	0.536102	0.246343	0.223513	0.270909
		SD	(7.47115)	(6.84077)	(9.26953)	(0.90456)	(0.76052)	(1.13552)	(0.49572)	(0.42529)	(0.62368)	(0.27449)	(0.24352)	(0.31999)
		PDMSE	5.454	0.000	26.989	12.259	0.000	33.894	11.250	0.000	32.444	10.214	0.000	21.205
0.9,0.3	3	AMSE	5.295849	4.926532	6.260239	0.789831	0.699484	0.941151	0.450833	0.407115	0.539655	0.248356	0.225153	0.273040
		SD	(7.49471)	(6.84560)	(9.29549)	(0.90524)	(0.75714)	(1.13164)	(0.49269)	(0.42242)	(0.62084)	(0.27369)	(0.24306)	(0.31900)
		PDMSE	7.496	0.000	27.072	12.916	0.000	34.549	10.738	0.000	32.556	10.305	0.000	21.269
0.9,0.5	3	AMSE	5.376619	5.021835	6.390207	0.806189	0.710551	0.962515	0.457649	0.410855	0.548687	0.254129	0.227394	0.277819
		SD	(7.55006)	(6.87006)	(9.36115)	(0.90266)	(0.74782)	(1.12365)	(0.48584)	(0.41295)	(0.61275)	(0.27095)	(0.23858)	(0.31525)
		PDMSE	7.065	0.000	27.248	13.460	0.000	35.460	11.389	0.000	33.548	11.757	0.000	22.175
0.9,0.7	3	AMSE	5.684452	5.262511	6.731501	0.854288	0.735842	1.019210	0.477615	0.420721	0.575021	0.266521	0.233202	0.291886
		SD	(7.72324)	(6.96850)	(9.56771)	(0.89488)	(0.72529)	(1.10993)	(0.47899)	(0.39808)	(0.59977)	(0.26788)	(0.23202)	(0.30959)
		PDMSE	8.018	0.000	27.914	16.097	0.000	38.509	13.523	0.000	36.675	14.288	0.000	25.164
0.9,0.9	3	AMSE	7.191448	6.590734	8.568887	1.083707	0.903012	1.320273	0.581903	0.487716	0.720823	0.317088	0.265701	0.365005
		SD	(9.55370)	(8.51365)	(11.7172)	(1.06836)	(0.82949)	(1.31314)	(0.52263)	(0.41184)	(0.64704)	(0.29324)	(0.23662)	(0.33493)
		PDMSE	9.115	0.000	30.014	20.010	0.000	46.208	19.312	0.000	47.796	19.340	0.000	37.374
0.9,0.99	3	AMSE	27.65291	26.91655	32.78095	4.640094	4.461764	5.405814	2.307446	2.214615	2.703927	1.166034	1.121498	1.345623
		SD	(49.3322)	(48.1180)	(60.9897)	(7.93698)	(7.67719)	(9.90684)	(3.77080)	(3.63668)	(4.74763)	(1.89970)	(1.83955)	(2.36934)
		PDMSE	2.736	0.000	21.787	3.997	0.000	21.159	4.192	0.000	22.095	3.971	0.000	19.984

จากตารางที่ 4.4.20 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.9) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.5) และ (0.9, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.9, 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.9, 0.1) และ (0.9, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY น้อยกว่าวิธี SEQ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า PDMSE ของวิธี BAY มีค่าลดลงโดยส่วนใหญ่ เพราะว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น (จาก 30 ถึง 100) จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.16 กับ 4.4.20 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.7 เป็น 0.9) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.20 กับ 4.4.20 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.19 กับ 4.4.20 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.21 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	0.05	AMSE	0.024645	0.020111	0.020324	0.003933	0.002843	0.002893	0.002218	0.001564	0.001589	0.001067	0.000749	0.000761
		SD	(0.04120)	(0.03522)	(0.03573)	(0.00565)	(0.00405)	(0.00441)	(0.00303)	(0.00213)	(0.00226)	(0.00145)	(0.00101)	(0.00107)
		PDMSE	22.545	0.000	1.059	38.340	0.000	1.759	41.816	0.000	1.598	42.457	0.000	1.602
0.99,0.3	0.05	AMSE	0.024610	0.020236	0.020668	0.003947	0.002847	0.002915	0.002217	0.001569	0.001599	0.001068	0.000751	0.000762
		SD	(0.04101)	(0.03504)	(0.03560)	(0.00567)	(0.00408)	(0.00443)	(0.00303)	(0.00212)	(0.00225)	(0.00145)	(0.00102)	(0.00107)
		PDMSE	21.615	0.000	2.135	38.637	0.000	2.388	41.300	0.000	1.912	42.210	0.000	1.465
0.99,0.5	0.05	AMSE	0.024930	0.020507	0.020893	0.003950	0.002847	0.002905	0.002223	0.001570	0.001607	0.001070	0.000752	0.000763
		SD	(0.04159)	(0.03568)	(0.03601)	(0.00565)	(0.00405)	(0.00441)	(0.00303)	(0.00212)	(0.00225)	(0.00145)	(0.00101)	(0.00107)
		PDMSE	21.568	0.000	1.882	38.743	0.000	2.037	41.592	0.000	2.376	42.287	0.000	1.463
0.99,0.7	0.05	AMSE	0.025062	0.020644	0.020987	0.003976	0.002869	0.002909	0.002233	0.001584	0.001620	0.001076	0.000757	0.000770
		SD	(0.04156)	(0.03571)	(0.03601)	(0.00563)	(0.00404)	(0.00440)	(0.00301)	(0.00210)	(0.00224)	(0.00144)	(0.00101)	(0.00106)
		PDMSE	21.401	0.000	1.661	38.585	0.000	1.394	40.972	0.000	2.247	42.140	0.000	1.717
0.99,0.9	0.05	AMSE	0.025746	0.021505	0.021853	0.004120	0.002980	0.003029	0.002301	0.001635	0.001655	0.001109	0.000771	0.000785
		SD	(0.04148)	(0.03567)	(0.03603)	(0.00556)	(0.00397)	(0.00436)	(0.00296)	(0.00205)	(0.00221)	(0.00141)	(0.00098)	(0.00104)
		PDMSE	19.721	0.000	1.618	38.255	0.000	1.644	40.734	0.000	1.223	43.839	0.000	1.816
0.99,0.99	0.05	AMSE	0.035565	0.029055	0.029674	0.006016	0.004009	0.004056	0.003240	0.002243	0.002297	0.001575	0.001055	0.001071
		SD	(0.05030)	(0.04470)	(0.04486)	(0.00631)	(0.00451)	(0.00494)	(0.00310)	(0.00215)	(0.00230)	(0.00148)	(0.00101)	(0.00108)
		PDMSE	22.406	0.000	2.130	50.062	0.000	1.172	44.449	0.000	2.407	49.289	0.000	1.517

จากตารางที่ 4.4.21 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.05 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.99) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือ วิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.5) และ (0.99, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.17 กับ 4.4.21 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.21 กับ 4.4.21 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.4.22 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	0.5	AMSE	1.283633	1.223623	1.558238	0.216705	0.197198	0.247214	0.136483	0.122502	0.146474	0.082229	0.070054	0.075399
		SD	(2.10381)	(1.95598)	(2.55111)	(0.32487)	(0.29042)	(0.36374)	(0.19605)	(0.17495)	(0.20615)	(0.11633)	(0.10084)	(0.10716)
		PDMSE	4.904	0.000	27.346	9.892	0.000	25.363	11.413	0.000	19.569	17.379	0.000	7.630
0.99,0.3	0.5	AMSE	1.285663	1.225156	1.559001	0.218505	0.197641	0.248008	0.136465	0.122313	0.146205	0.082794	0.070795	0.075840
		SD	(2.10277)	(1.95466)	(2.54960)	(0.32704)	(0.29160)	(0.36468)	(0.19517)	(0.17390)	(0.20538)	(0.11716)	(0.10204)	(0.10784)
		PDMSE	4.939	0.000	27.249	10.557	0.000	25.484	11.570	0.000	19.533	16.949	0.000	7.126
0.99,0.5	0.5	AMSE	1.300523	1.229439	1.563710	0.218970	0.198565	0.248446	0.136661	0.122338	0.146263	0.083094	0.070850	0.075816
		SD	(2.10577)	(1.95517)	(2.55179)	(0.32611)	(0.29089)	(0.36398)	(0.19414)	(0.17275)	(0.20474)	(0.11685)	(0.10149)	(0.10741)
		PDMSE	5.782	0.000	27.189	10.276	0.000	25.121	11.708	0.000	19.556	17.282	0.000	7.009
0.99,0.7	0.5	AMSE	1.308345	1.236606	1.571928	0.219768	0.199748	0.249604	0.137410	0.123375	0.146843	0.083828	0.071485	0.076226
		SD	(2.09897)	(1.94764)	(2.54906)	(0.32275)	(0.28798)	(0.36210)	(0.19281)	(0.17178)	(0.20381)	(0.11647)	(0.10121)	(0.10717)
		PDMSE	5.801	0.000	27.116	10.023	0.000	24.959	11.376	0.000	19.022	17.267	0.000	6.632
0.99,0.9	0.5	AMSE	1.359378	1.281959	1.620630	0.230625	0.208240	0.258460	0.142177	0.127371	0.150686	0.086631	0.073414	0.077803
		SD	(2.09897)	(1.94360)	(2.55515)	(0.31828)	(0.28327)	(0.35804)	(0.18838)	(0.16778)	(0.20058)	(0.11340)	(0.09833)	(0.10487)
		PDMSE	6.039	0.000	26.418	10.750	0.000	24.116	11.624	0.000	18.305	18.003	0.000	5.978
0.99,0.99	0.5	AMSE	1.927549	1.764884	2.305489	0.318031	0.272442	0.372096	0.189111	0.157620	0.206273	0.114671	0.090963	0.106103
		SD	(2.63232)	(2.35430)	(3.18951)	(0.35239)	(0.29391)	(0.39990)	(0.19424)	(0.16482)	(0.20670)	(0.11606)	(0.09847)	(0.10834)
		PDMSE	9.217	0.000	30.631	16.733	0.000	36.578	19.979	0.000	30.867	26.063	0.000	16.644

จากตารางที่ 4.4.22 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 0.5 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.99) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)</u>

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดโดยส่วนใหญ่ รองลงมาคือ วิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ และกรณีที่ขนาดตัวอย่าง 100 วิธี SEQ ยังให้ค่า AMSE น้อยที่สุด แต่รองลงมาคือวิธี BAY และวิธี HK ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.5) และ (0.99, 0.7)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.9)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.5) และ (0.99, 0.3)

<u>กรณีที่</u> ρ_{12} = <u>(0.99, 0.99)</u>

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.5) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.18 กับ 4.4.22 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.22 กับ 4.4.22 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.21 กับ 4.4.22 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.05 เป็น σ = 0.5) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

ตารางที่ 4.4.23 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	1	AMSE	5.011107	4.776501	6.167308	0.742253	0.671457	0.930719	0.421564	0.388339	0.536108	0.230201	0.211818	0.269670
		SD	(8.19331)	(7.59447)	(10.0642)	(1.09213)	(0.94939)	(1.34160)	(0.59389)	(0.52810)	(0.73636)	(0.32296)	(0.28997)	(0.37130)
		PDMSE	4.912	0.000	29.118	10.544	0.000	38.612	8.556	0.000	38.052	8.679	0.000	27.312
0.99,0.3	1	AMSE	5.019666	4.784281	6.171937	0.750135	0.672568	0.932806	0.421898	0.388871	0.535953	0.231398	0.212589	0.270256
		SD	(8.19164)	(7.59410)	(10.0615)	(1.09894)	(0.95067)	(1.34315)	(0.59261)	(0.52698)	(0.73503)	(0.32334)	(0.29060)	(0.37176)
		PDMSE	4.920	0.000	29.004	11.533	0.000	38.693	8.493	0.000	37.823	8.848	0.000	27.126
0.99,0.5	1	AMSE	5.080469	4.806031	6.189121	0.751224	0.675856	0.934940	0.423239	0.389747	0.536590	0.233243	0.213729	0.270817
		SD	(8.20285)	(7.60427)	(10.0667)	(1.09485)	(0.94830)	(1.34110)	(0.59032)	(0.52430)	(0.73324)	(0.32344)	(0.29035)	(0.37127)
		PDMSE	5.710	0.000	28.778	11.151	0.000	38.334	8.593	0.000	37.676	9.130	0.000	26.710
0.99,0.7	1	AMSE	5.117974	4.838434	6.225173	0.755753	0.682211	0.940523	0.425960	0.394068	0.539516	0.236293	0.215959	0.272515
		SD	(8.18718)	(7.58114)	(10.0626)	(1.08639)	(0.94081)	(1.33540)	(0.58600)	(0.52143)	(0.73062)	(0.32287)	(0.28908)	(0.37034)
		PDMSE	5.777	0.000	28.661	10.780	0.000	37.864	8.093	0.000	36.909	9.416	0.000	26.188
0.99,0.9	1	AMSE	5.320251	5.009792	6.421335	0.791355	0.710696	0.974955	0.441491	0.408461	0.555247	0.247222	0.223777	0.280071
		SD	(8.18871)	(7.54506)	(10.0897)	(1.06788)	(0.91539)	(1.31693)	(0.57237)	(0.50553)	(0.71826)	(0.31609)	(0.28069)	(0.36341)
		PDMSE	6.197	0.000	28.176	11.349	0.000	37.183	8.086	0.000	35.936	10.477	0.000	25.156
0.99,0.99	1	AMSE	7.589912	6.928159	9.156217	1.132920	0.953173	1.429678	0.614040	0.511002	0.776453	0.329788	0.274989	0.390458
		SD	(10.3118)	(9.16363)	(12.6182)	(1.22274)	(0.96791)	(1.49464)	(0.61666)	(0.49248)	(0.74953)	(0.33075)	(0.26953)	(0.37752)
		PDMSE	9.552	0.000	32.159	18.858	0.000	49.991	20.164	0.000	51.947	19.928	0.000	41.990

จากตารางที่ 4.4.23 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ $\sigma = 1$ (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.99) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.5) และ (0.99, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์)

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.19 กับ 4.4.23 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.23 กับ 4.4.23 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.22 กับ 4.4.23 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 0.5 เป็น σ = 1) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + $bias^2$

ตารางที่ 4.4.24 การเปรียบเทียบค่า AMSE และ PDMSE ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 (x1, x2, x3) , (x4, x5) มีความสัมพันธ์กัน

ระดับความสัมพันธ์(ρ_{12})	ความคลาดเคลื่อน (σ)	เกณฑ์	n = 10			n = 30			n = 50			n = 100		
			HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY	HK	SEQ	BAY
0.99,0.1	3	AMSE	44.72379	42.63053	55.31266	6.332180	5.686256	8.199824	3.453059	3.153311	4.652696	1.738707	1.593316	2.275136
		SD	(63.1197)	(57.6372)	(80.1752)	(9.23328)	(7.90821)	(11.7339)	(4.79644)	(4.19832)	(6.33604)	(2.38704)	(2.11072)	(3.08765)
		PDMSE	4.910	0.000	29.749	11.359	0.000	44.204	9.506	0.000	47.550	9.125	0.000	42.793
0.99,0.3	3	AMSE	44.82233	42.67743	55.36327	6.402668	5.693249	8.211721	3.454786	3.159540	4.655022	1.747516	1.596179	2.277496
		SD	(65.1166)	(59.6046)	(81.1704)	(9.28086)	(7.90206)	(11.7345)	(4.79118)	(4.19385)	(6.33053)	(2.38986)	(2.10901)	(3.08668)
		PDMSE	5.026	0.000	29.725	12.461	0.000	44.236	9.345	0.000	47.332	9.481	0.000	42.684
0.99,0.5	3	AMSE	45.37682	42.86302	55.50640	6.412274	5.719618	8.232521	3.468562	3.171047	4.663782	1.761933	1.603934	2.282945
		SD	(65.2074)	(63.6680)	(82.1922)	(9.24640)	(7.88131)	(11.7191)	(4.77804)	(4.17797)	(6.31958)	(2.39041)	(2.10431)	(3.08289)
		PDMSE	5.865	0.000	29.497	12.110	0.000	43.935	9.382	0.000	47.074	9.851	0.000	42.334
0.99,0.7	3	AMSE	45.74945	43.17290	55.85112	6.458045	5.781489	8.287893	3.487846	3.204847	4.690809	1.782946	1.620479	2.297118
		SD	(65.5165)	(64.4999)	(83.1973)	(9.18350)	(7.82602)	(11.6774)	(4.73718)	(4.14702)	(6.29711)	(2.38227)	(2.08866)	(3.07238)
		PDMSE	5.968	0.000	29.366	11.702	0.000	43.352	8.830	0.000	46.366	10.026	0.000	41.755
0.99,0.9	3	AMSE	47.54483	44.66919	57.62491	6.762210	6.025338	8.593280	3.609849	3.325069	4.833163	1.867919	1.683090	2.368455
		SD	(66.1314)	(63.1011)	(83.4590)	(9.01193)	(7.58443)	(11.5017)	(4.61208)	(3.99746)	(6.18701)	(2.33604)	(2.01493)	(3.01547)
		PDMSE	6.438	0.000	29.004	12.230	0.000	42.619	8.565	0.000	45.355	10.982	0.000	40.721
0.99,0.99	3	AMSE	68.00816	61.83441	82.21856	9.842160	8.176959	12.64128	5.164090	4.212574	6.525002	2.586088	2.110116	3.256989
		SD	(82.1954)	(75.3373)	(93.1752)	10.4929	(8.12416)	13.14329	(5.09655)	(3.93539)	(6.50370)	(2.52849)	(1.94969)	(3.16533)
		PDMSE	9.984	0.000	32.966	20.365	0.000	54.596	22.588	0.000	54.893	22.557	0.000	54.351

จากตารางที่ 4.4.24 กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร (X_1, X_2, X_3) และ (X_4, X_5) มีความสัมพันธ์กัน และ σ = 3 (เมื่อระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เท่ากับ 0.99) ผู้วิจัยได้สรุปผลโดยแบ่งเป็นกลุ่มระดับความสัมพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

วิธี SEQ จะให้ค่า AMSE น้อยที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง รองลงมาคือวิธี HK และวิธี BAY ตามลำดับ ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.5) และ (0.99, 0.7)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.9)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

กรณีที่ ρ_{12} = (0.99, 0.99)

ผลสรุปเหมือนที่ระดับ ρ_{12} = (0.99, 0.1) และ (0.99, 0.3)

จากตารางนี้จะสามารถสรุปแนวโน้มของค่า AMSE และ PDMSE ได้ดังนี้

1. วิธี SEQ ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วยเพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี ประสิทธิภาพของวิธี BAY จึงน้อยกว่าวิธี SEQ

2. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้น (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_4 กับ X_5 เพิ่มขึ้น) เพราะว่า เมื่อระดับ ρ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อเราเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.20 กับ 4.4.24 (กรณีที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่าง X_1, X_2, X_3 เพิ่มขึ้นจาก 0.9 เป็น 0.99) ค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้น เหตุผลเหมือนกับข้อที่ 2.

4. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.3.24 กับ 4.4.24 (กรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 เพิ่มขึ้นจาก 2 เป็น 3) พบว่า เมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า

AMSE เพิ่มขึ้น เพราะว่า ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ ที่มีค่าน้อยมีเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น

5. เมื่อเราทำการเปรียบเทียบตารางที่ 4.4.23 กับ 4.4.24 (ในกรณีที่ σ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก σ = 1 เป็น σ = 3) พบว่า เมื่อข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

จากตารางที่ 4.4.1 – 4.4.24 เราสามารถสรุปได้ว่า

1. ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะความเบี่ยงเบนที่ไม่ทราบสาเหตุจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้การประมาณค่าแม่นยำมากขึ้น

2. เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เพราะว่า เมื่อระดับความสัมพันธ์เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ $X'X$ บางค่ามีค่าน้อย ซึ่งส่งผลให้ค่า AMSE เพิ่มขึ้น ดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2

3. เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น ค่า AMSE ของแต่ละวิธีมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า MSE = σ^2 + bias^2

4. วิธี BAY ให้ผลดีกว่าวิธีอื่นๆ โดยส่วนใหญ่ ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองกลุ่มมีค่าไม่สูงมากนัก และในกรณีที่ σ มีค่าน้อย และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี BAY ที่มีค่าเท่ากับศูนย์ และโดยส่วนใหญ่ค่า PDMSE ของวิธี SEQ และวิธี HK มีค่ามากกว่าวิธี BAY มากเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เพราะว่า วิธี BAY เป็นวิธีที่เราทราบข้อมูลก่อนของพารามิเตอร์ ดังนั้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จึงเหมือนมีข้อมูลมากขึ้น ทำให้ประสิทธิภาพของวิธี BAY ดีเพิ่มขึ้น ยกเว้นในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งมีค่าสูงมาก (ρ = 0.99) หรือกรณีที่ σ = 1 ทั้งกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองกลุ่มมีค่าสูง (ρ = 0.9) และกรณีที่ขนาดตัวอย่างน้อย (n=10) หรือกรณีที่ σ = 3 โดยส่วนใหญ่วิธี SEQ จะให้ผลดี ซึ่งสังเกตได้จากค่า PDMSE ของวิธี SEQ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะเมื่อ ρ มีค่าสูง จะทำให้ค่า k ที่หาได้จากวิธีต่างๆ มีค่าสูงขึ้นไปด้วย เพราะค่า k จะแปรผันตามระดับความสัมพันธ์ แต่ค่า k ที่เหมาะสมควรจะมีค่าไม่ห่างจากศูนย์มากนัก ไม่เช่นนั้นอาจจะส่งผลให้ค่า AMSE ของวิธีการถดถอยริดจ์มีมากกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้ ดังนั้นวิธี SEQ จะเป็นวิธีที่ให้ผลดี ในการหาค่า k มากกว่าวิธีอื่นๆ (เพราะวิธี SEQ จะเข้าใกล้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมากขึ้น เมื่อค่า k เข้าใกล้ศูนย์) อีกทั้งเมื่อ σ มีค่ามาก (σ = 3) แสดงว่าข้อมูลที่เราทราบก่อนนั้นไม่ได้เป็นข้อมูลที่ดี และเมื่อจำนวนตัวแปรอิสระที่สัมพันธ์กันมีเพิ่มขึ้น จะทำให้ความแปรปรวนสูงขึ้น ประสิทธิภาพของวิธี BAY จะลดลง ถึงแม้ว่าระดับ ρ จะมีค่าน้อย (ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างมาก)

เนื่องจากในบางกรณีวิธีการประมาณค่าทั้ง 3 วิธีในการศึกษาครั้งนี้นั้น อาจให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) ของค่า AMSE ที่มีค่ามาก โดยเฉพาะกรณีที่ขนาดตัวอย่างน้อย และกรณีที่ σ มีค่ามาก ทั้งนี้เนื่องจากข้อมูลที่นำมาใช้เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์แต่ละตัวนั้นมีค่าน้อยเกินไป อีกทั้งข้อมูลที่นำมาใช้มีความคลาดเคลื่อนมาก ทำให้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จึงคลาดเคลื่อนจากค่าจริงมาก ทำให้ค่า AMSE มีค่ามาก ซึ่งส่งผลให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า AMSE มีค่าสูงด้วย