บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องผลของการใช้เกมคณิตศาสตร์ในการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสำนึกด้านจำนวนของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์
   - 1.1 รากฐานของแนวคิดในทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์
     - 1.1.1 รากฐานทางปรัชญา
     - 1.1.2 รากฐานทางจิตวิทยาการเรียนรู้
   - 1.2 แนวคิดและข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้ของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์
2. สำนึกทางด้านจำนวน (number sense)
   - 2.1 ความหมาย
   - 2.2 ความสำคัญของสำนึกด้านจำนวน
   - 2.3 การพัฒนาสำนึกด้านจำนวน
   - 2.4 แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสำนึกด้านจำนวน
   - 2.5 การประเมินผลความสามารถด้านจำนวน
3. เกม
   - 3.1 ความหมายของเกม
   - 3.2 ชนิดของเกม
   - 3.3 การนำเกมมาสอนในวิชาคณิตศาสตร์
4. วิชาคณิตศาสตร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
   - 4.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
   - 4.2 วิสัยทัศน์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
   - 4.3 ธรรมชาติ/ลักษณะเฉพาะของคณิตศาสตร์
   - 4.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามความมุ่งหวังของหลักสูตร
   - 4.5 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทรรศนะของคอนสตรัคติวิสต์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
    2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวน
    3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเกมคณิตศาสตร์

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสำนึกด้านจำนวนของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้ามีดังต่อนี้

1. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

1.1 รากฐานของแนวคิดในทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

1.1.1 รากฐานทางปรัชญา

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์อธิบายความรู้ (knowledge) ว่าเป็นผลของความพยายามทางปัญญาของมนุษย์ในการจัดการกับโลกแห่งประสบการณ์ของคนด้วยตนเอง ซึ่งแนวคิดนี้ตรงกับแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ในปรัชญาปฏิบัตินิยม (pragmatism) ซึ่งเสนอโดยวิลเลียม เจมส์ (William James) และ จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) ในตอนต้นของคริสต์ศตวรรษที่ 20

เจมส์ (James, 1975) ให้แนวคิดว่า ความรู้คือความสามารถรายบุคคลในการปรับประสบการณ์เก่าหรือความเชื่อเดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ได้ด้วยกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงได้และมีความสมเหตุสมผล (process of verification and validation) ก่อให้เกิดประโยชน์ในทางปฏิบัติ และกระบวนการของการนำความคิดที่ผ่านกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงและมีความสมเหตุสมผลแล้วไปสู่ความคิดอื่น ๆ ในประสบการณ์อื่น ๆ ที่มีประโยชน์ในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและลดข้อขัดแย้งระหว่างความคิดในประสบการณ์เก่ากับประสบการณ์ใหม่

วิธีการค้นหาความรู้ของกลุ่มปฏิบัตินิยมไม่ได้เริ่มต้นจากความจริงทั่วไปแล้วใช้หลักเหตุผลเข้าช่วยหาความจริงย่อย ๆ ออกมาดังเช่นการนิรนัย (deduction) ตามที่ปรากฏในลัทธิเหตุผลนิยม แต่

ปฏิบัตินิยมยอมรับประสบการณ์และข้อเท็จจริงที่ได้รับทางประสาทสัมผัส (senses) แต่ไม่ถือเอาประสาทสัมผัสเพียงอย่างเดียวเป็นบ่อเกิดของความรู้ และไม่ใช่ประสบการณ์ทุกประสบการณ์จะเป็นความรู้ ความรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีการไตร่ตรอง (reflection) เกี่ยวกับประสบการณ์นั้น (Dewey, 1929)

ดิวอี้ (Dewey, 1929) ได้แบ่งประสบการณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิด (non – cognitive experience) และประสบการณ์ที่รู้คิด (cognitive experience) ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิดเป็นกระบวนการของการกระทำและการประสบความเปลี่ยนแปลงระหว่างอินทรีย์กับสภาพแวดล้อมโดยที่ยังไม่ได้มีการไตร่ตรอง (reflection) มักเกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของอินทรีย์จากการมีความสัมพันธ์จากสิ่งต่าง ๆ ในลักษณะต่าง ๆ อย่างไม่มีความหมาย และกลายเป็นความเคยชินโดยที่อินทรีย์ไม่ได้ตระหนักรู้เกี่ยวกับสิ่งเหล่านั้น แต่เมื่อกระบวนการไตร่ตรองเริ่มขึ้น ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิดเหล่านั้นจะค่อย ๆ มีความหมายขึ้น ผู้ไตร่ตรองจึงเริ่มรู้และเข้าใจในสิ่งที่ตนประสบ ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิดซึ่งผ่านกระบวนการไตร่ตรองแล้วก็จะกลายเป็นประสบการณ์ที่รู้คิดซึ่งเป็นความรู้นั่นเอง ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิดจึงเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการไตร่ตรอง เป็นสิ่งที่มีอยู่ก่อนและมีขอบเขตกว้างกว่าประสบการณ์รู้คิดซึ่งเป็นความรู้

แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างความรู้จากประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน และการขจัดความขัดแย้งระหว่างความคิดในประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ของกลุ่มปรัชญาปฏิบัตินิยมดังกล่าวมานี้มีอิทธิพลต่อแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างความรู้ในทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มาก

นอกจากนี้กลุ่มนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ในแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ยังได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงทัศนคติเกี่ยวกับวิธีหาความรู้ในปรัชญาวิทยาศาสตร์ (philosophy of science) ในครึ่งหลังของคริสต์ศตวรรษที่ 20 โดยมี คาร์ล ปอปเปอร์ (Karl Popper) ผู้ที่คัดค้านการปกป้องทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ให้เป็นความรู้ที่ตายตัว โดยปอปเปอร์กล่าวว่า ความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์จะก้าวหน้าได้ก็โดยการพิสูจน์ว่าไม่จริง (refuting) มากกว่าการยืนยันสมมติฐานเดิม นอกจากนั้นปอปเปอร์ยังมีความต้องการที่จะดำรงไว้ซึ่งการแบ่งแยกวิทยาศาสตร์ออกจากความรู้ประเภทอื่น ด้วยการมีวิธีของวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะ คือ "ลัทธิการพิสูจน์ว่าผิด" (falsificationism) (Popper, quoted in Steedman, 1991)

นอกจากนี้ยังมีคือ เฟเยอราเบนด์ (Feyerabend, quoted in Steedman, 1991) ซึ่งเป็นลูกศิษย์คนหนึ่งของปอปเปอร์เขาเห็นด้วยกับปอปเปอร์ที่คัดค้านการปกป้องทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ให้เป็นความรู้ที่ตายตัว แต่ไม่เห็นด้วยกับความคิดที่ว่าต้องการดำรงไว้ซึ่งการแบ่งแยกวิทยาศาสตร์ออกจากวิถีชีวิตและความรู้ในรูปแบบอื่นด้วยการมีวิธีการหาความรู้ที่เป็นอภิสิทธิ์วิธี เขาเห็นว่าไม่ควรจำกัดวิธีการหาความรู้ใด ๆ ไว้กับศาสตร์ใด ๆ แต่ควรจะมีใจเปิดกว้างให้กับความรู้และวิธีการเรียนรู้ในรูปแบบต่าง ๆ การพยายามดำรงไว้ซึ่งความคิดอย่างหนึ่ง อาจจะเป็นการปิดกั้นโอกาสที่จะได้รับความรู้จากทางเลือกอื่น ๆ การเปลี่ยนแปลงของทัศนคติดังกล่าวนี้ มีผลกระทบไปถึงทฤษฎีและการปฏิบัติทางการศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ประมาณปี ค.ศ. 1980 เป็นต้นมา ซึ่งได้ให้โอกาสแก่นักเรียนในการจัดการกับการเรียนรู้ของตนเองด้วยวิธีที่นักเรียนรู้สึกว่าสามารถเรียนได้ดีกว่า และมีความเชื่อมั่นยิ่งกว่า (Burton, 1992)

1.1.2 รากฐานทางจิตวิทยาการเรียนรู้

ในบรรดาแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ กันนั้น แนวคิดหนึ่งที่มีอิทธิพลมากในช่วงระยะประมาณปี ค.ศ. 1960 จนถึง ค.ศ. 1970 เศษ นั่นคือแนวคิดของ จีน เพียเจต์ (Jean Piaget 1896-1980) นักญาณวิทยา (epistemologist) และนักจิตวิทยาชาวสวิตเซอร์แลนด์ผู้ซึ่งได้รับอิทธิพลมาจาก ดาร์วิน (Darwin) ในเรื่องของการดำรงเผ่าพันธุ์ของสิ่งมีชีวิต เพียเจต์มีความเห็นว่าคนเราเรียนรู้โดยกระบวนการของการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม ซึ่งหมายถึงการทำให้เกิดสภาวะสมดุลย์ (equilibrium) ระหว่างอินทรีย์กับสิ่งแวดล้อมด้วยกระบวนการสู่ภาวะสมดุลย์ ซึ่งประกอบด้วยกลไกพื้นฐานสองอย่างคือ การดูดซึมเข้าสู่โครงสร้าง (assimilation) และการปรับโครงสร้าง (accommodation) (Sutherland, 1992)

การดูดซึมเข้าสู่โครงสร้างเป็นความสามารถในการตีความ หรือการรับเอาข้อมูลจากสิ่งแวดล้อมเข้ามารวมไว้ในโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ หรือการปรับสิ่งแวดล้อมให้เข้ากับโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ ส่วนการปรับโครงสร้างเป็นความสามารถในการเปลี่ยนแปลงหรือขยายโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม (เพ็ญพิไล ฤทธานานนท์, 2536) ดังนั้นในกรณีที่อินทรีย์ประสบกับปัญหาที่ต้องแก้ การดูดซึมเข้าสู่โครงสร้างก็คือ ความสามารถในการตีความปัญหา หรือจัดปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถแก้ไขได้ด้วยมโนทัศน์ หรือวิธีการเดิมที่มีอยู่ การปรับโครงสร้าง

คือความสามารถในการหาวิธีใหม่ หรือคำอธิบายใหม่มาแก้หรือตีความปัญหา เมื่อวิธีเดิมหรือมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่ไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีอยู่ได้และเมื่ออินทรีย์แก้ปัญหาได้ก็เกิดสภาวะสมดุลย์

กระบวนการสู่สภาวะสมดุลย์ดังกล่าวนี้เด็กจะสร้างและปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาจากประสบการณ์ของเด็กเองในสภาพแวดล้อมตัวเด็กอยู่ เพียเจต์จึงนับเป็นผู้บุกเบิกคนหนึ่งของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยที่แนวคิดนี้ของเพียเจต์ เป็นรากฐานของแนวคิดหลักของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่ว่า เด็กสร้างความรู้จากประสบการณ์ของเด็กเอง และกระบวนการในการสร้างความรู้เป็นการกระทำของเด็กเอง (active) แต่ทฤษฎีของเพียเจต์ในส่วนที่เกี่ยวกับลำดับขั้นของพัฒนาการทางปัญญานั้นไม่เป็นที่ยอมรับของกลุ่มคอนสตรัคติวิสต์จำนวนมากในปัจจุบันโดยที่กลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ปัจจุบันมองพัฒนาการทางปัญญา (cognitive development)ว่าเป็นกระบวนการของการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาอย่างต่อเนื่องมากกว่าที่จะเปลี่ยนแปลงแบบพลิกผันและ คงที่เป็นช่วง ๆ ตามการอธิบายของเพียเจต์ (Sutherland, 1992)

รากฐานทางทฤษฎีอีกทางหนึ่งที่อยู่เบื้องหลังการเคลื่อนไหวของกลุ่มคอนสตรัคติวิสต์คือทฤษฎีโครงสร้างส่วนบุคคล (personal - construct) ของ ยอร์ช เคลลี่ (George Kelly) กล่าวไว้ว่าตามทฤษฎีโครงสร้างส่วนบุคคลนั้น บุคคลจะสร้างความหมายต่อสิ่งต่าง ๆ ตามประสบการณ์เดิมของตน ดังนั้นประสบการณ์และบุคลิกภาพส่วนตัวของบุคคลจะเป็นตัวกำหนดว่าเขาจะสร้างความหมายต่อสิ่งต่าง ๆ อย่างไร (Kelly, quoted in Sutherland, 1992)

ออซูเบล (Ausubel, 1968) เป็นนักทฤษฎีคนสำคัญคนหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อแนวคิดของนักทฤษฎีกลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ ได้กล่าวไว้ว่า โครงสร้างส่วนบุคคล (the child's own personal constructs) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่สุดของการศึกษา สิ่งสำคัญที่สุดที่ครูจะต้องรู้ในจุดเริ่มแรกของการสอนคือสิ่งที่เด็กรู้ เพื่อที่ครูจะได้วางแผนการสอนโดยใช้ความรู้เดิมและกลวิธีการเรียนรู้เดิมของเด็กเป็นจุดเริ่มต้น แนวคิดนี้เป็นที่ยอมรับของกลุ่มคอนสตรัคติวิสต์เป็นอย่างยิ่ง แต่กลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ไม่เห็นด้วยกับแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้อย่างมีความหมายด้วยภาษา (meaningful verbal learning) ของออซูเบลซึ่งเสนอให้มีการจัดโครงสร้างทางความคิด (advance organizer) ให้แก่เด็กก่อนที่จะให้เด็กได้รับระสบการณ์เฉพาะเชิงรูปธรรมทางโครงสร้างนั้น (White, quoted in Sutherland, 1992)

1.2 แนวคิดและข้อตกลงเบื้องต้นทางการเรียนรู้ของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

คอนสตรัคติวิสซึม หรือ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นทฤษฎีการรู้ด้วยการกระทำของตนเอง (theory of active knowing) ซึ่งมีแนวคิดหลักว่า บุคคลเรียนรู้ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กันโดยอาศัยประสบการณ์เดิม โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ และแรงจูงใจภายในพื้นฐานมากกว่าการอาศัยแต่เพียงการรับข้อมูลจากสิ่งแวดล้อมหรือรับการสอนจากภายนอกเพียงอย่างเดียวเท่านั้น (Kamii, 1990; Nodding, 1990)

นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงความขัดแย้งทางปัญญา (cognitive conflict) ที่เกิดจากการที่บุคคลเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ซึ่งไม่สามารถแก้ไข หรืออธิบายได้ด้วยโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ หรือจากการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นจะเป็นแรงจูงใจให้เกิดการไตร่ตรอง (reflection) ซึ่งจะเป็นการนำไปสู่โครงสร้างใหม่ทางปัญญา (cognitive restructuring) ที่สามารถคลี่คลายปัญหาหรือสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือขจัดความขัดแย้งทางปัญญาได้ และใช้เป็นเครื่องมือสำหรับการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์เฉพาะอื่น ๆ ที่อยู่ในกรอบของโครงสร้างนั้นได้ และเป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ต่อไป (Piaget, 1965; Confrey, 1991)

นอกจากนี้ยังมีผู้ให้แนวคิดและข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับแนวทางการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์หลายคนซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

อันเดอร์ฮิล (Underhill, 1991) กล่าวถึงข้อตกลงเบื้องต้น (assumptions) ของการเรียนรู้ตามแบบคอนสตรัคติวิสต์ดังนี้

1) ความขัดแย้งทางปัญญา (cognitive conflict) และความอยากรู้อยากเห็น (curiosity) เป็นกลไกหลักสองประการที่จูงใจให้ผู้เรียนอยากเรียน

2) การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนเป็นองค์ประกอบหลักในการสร้างความขัดแย้งทางปัญญา

3) ความขัดแย้งทางปัญญาก่อให้เกิดกิจกรรมไตร่ตรอง (reflective activity)

4) การไตร่ตรองเป็นองค์ประกอบหลักของซึ่งกระตุ้นให้เกิดการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (cognitive restructuring)

5) ข้อ 1, 2, 3 , และ 4 จะเป็นวงจร

6) วงจรข้างต้นนี้จะเกิดขึ้นเสมอในประสบการณ์ของผู้เรียน

7) วงจรนี้ให้อำนาจแก่ผู้เรียนในการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง

ไดรเวอร์และเบล (Driver and Bell, 1986) ได้กล่าวไว้ดังนี้ดังนี้

1) ผลของการเรียนรู้ไม่ได้ขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้เท่านั้น แต่ยังขึ้นอยู่กับความรู้เดิมของผู้เรียน

2) การเรียนรู้คือการสร้างความหมาย ความหมายที่สร้างขึ้นโดยผู้เรียนจากสิ่งที่ผู้เรียนเห็นหรือได้ยินอาจจะเป็นหรือไม่เป็นไปตามความมุ่งหมายของผู้สอน ความหมายที่ผู้เรียนสร้างขึ้นได้รับผลกระทบอย่างมากจากความรู้เดิมที่ผู้เรียนมีอยู่

3) การสร้างความหมายเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องและผู้เรียนเป็นผู้กระทำกระบวนการนั้นเอง ในสถานการณ์การเรียนรู้ ผู้เรียนจะตั้งสมมติฐานตรวจสอบและอาจเปลี่ยนสมมติฐานในขณะที่มีปฏิสัมพันธ์กับปรากฏการณ์และกับผู้อื่น

4) ความหมายที่ผู้เรียนสร้างขึ้นจะได้รับการตรวจสอบ และอาจได้รับการยอมรับหรือปฏิเสธ

5) ผู้เรียนเป็นผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ในการสร้างความตั้งใจในการทำงานการดึงความรู้ที่มีอยู่มาสร้างความหมายให้แก่ตนเอง และการตรวจสอบความหมายที่สร้างขึ้นนั้น

6) มีแบบแผนของความหมายที่ผู้เรียนสร้างขึ้นจากประสบการณ์ โลกเชิงกายภาพและภาษาธรรมชาติที่มีความหมายเดียวกันในเชิงนามธรรม

นอกจากนี้ยังได้มีผู้อธิบายคำศัพท์ต่าง ๆ ซึ่งเป็นคำศัพท์เฉพาะที่ใช้เป็นกรอบในการอธิบายแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ดังนี้

1) โครงสร้างทางปัญญา

คำว่า "โครงสร้างทางปัญญา" มักจะมีนักคิดบางท่านนำมาใช้แทนกันกับคำว่า "โครงสร้างความรู้ (knowledge structure)" นักจิตวิทยาแนวปัญญานิยม (cognitive science) ในปัจจุบันเรียกความรู้ที่อยู่ในระดับทั่วไปซึ่งไม่ใช่ข้อเท็จจริงเฉพาะว่า "โครงสร้าง"

รอยเออร์ (Royer, 1979) ได้แบ่งโครงสร้างทางปัญญาออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่ โครงสร้างทางนามธรรม (abstract structure) และโครงสร้างทางด้านการดำเนินการ (procedural structure)

โครงสร้างด้านนามธรรม (abstract structure) เป็นตัวแทนความรู้ในเชิงมโนทัศน์โดยที่โครงสร้างซึ่งมีความเป็นทั่วไปมากกว่าจะครอบคลุมโครงสร้างที่มีความเป็นทั่วไปน้อยกว่า

โครงสร้างด้านการดำเนินการ (procedural structure) ประกอบด้วยข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการดำเนินการโครงสร้างด้านการดำเนินการจะกระตุ้นโครงสร้างย่อย ๆ ให้ดำเนินการกระทำการต่าง ๆ ให้สำเร็จ

คอนเฟรย์ (Confrey, 1991) กล่าวว่า โครงสร้างทางปัญญาคือสิ่งที่บุคคลสร้างขึ้นจากความพยายามในการกระทำเพื่อแก้ปัญหา และได้รับการพิสูจน์ว่าสามารถนำไปใช้ซ้ำในสถานการณ์ใหม่อย่างได้ผล บุคคลจึงทำการพัฒนาปรับปรุงให้เป็นตัวแทน หรือเครื่องมือ สำหรับนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

ออซูเบล (Ausubel, 1968) กล่าวว่า โครงสร้างทางปัญญาหมายถึงกรอบของมโนทัศน์ที่เป็นตัวแทนของประสบการณ์ทางประสาทสัมผัสของรายบุคคล ซึ่งมีการจัดอย่างเป็นลำดับขั้น

จากความหมายของโครงสร้างทางปัญญาตามที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ดังนี้

โครงสร้างทางปัญญาหมายถึง กรอบ หรือแบบแผนของการคิดที่บุคคลสร้างขึ้นมาจากสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหา แล้วใช้เป็นเครื่องมือในการตีความ การให้เหตุผล หรือการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ และใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ต่อไป ทั้งนี้โครงสร้างทางปัญญามีลักษณะที่เป็นนามธรรมมาก จึงไม่สามารถวัดโครงสร้างทางปัญญาได้โดยตรง แต่อาจจะสามารถวัดได้จากพฤติกรรม การตีความ การแสดงออก การให้เหตุผล การแก้ปัญหาของแต่ละบุคคล

2) ความขัดแย้งทางปัญญา (cognitive conflict) และแรงจูงใจภายใน (intrinsic motivation)

ความขัดแย้งทางปัญญา หมายถึงสภาวะไม่สมดุลย์ (disequilibrium) อันเกิดจากการเผชิญกับความไม่สอดคล้องในความเชื่อบางอย่างที่ยึดถืออยู่ ความไม่สอดคล้องกันของข้อมูล ความไม่สมเหตุสมผล ความลังเล สภาวะที่ตัดสินใจไม่ได้ หรือสภาวะที่โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ไม่สามารถดูดซึมข้อมูลใหม่ หรือแก้สถานการณ์ปัญหาที่เผชิญอยู่ (Piaget, 1965; Balacheff, 1991)

แรงจูงใจภายในเป็นความพอใจที่ได้รับจากตัวเสริมแรงภายใน (internal reinforcer) ของบุคคล ไม่ขึ้นกับจุดมุ่งหมายภายนอก พฤติกรรมที่เกิดจากแรงจูงใจภายในประกอบด้วย การสำรวจ การสืบสวน การจัดกระทำ การเผชิญความท้าทาย เพื่อสนองความสนใจ ความเพลิดเพลิน เหตุผลส่วนตัว หรือความอยากรู้อยากเห็น และหลังจากได้ประจักษ์ในความสามารถของตนแล้ว จะเกิดความพยายามมุ่งหน้าไม่ลดละ และนำตนเองเข้าผูกพันกับงานใหม่ต่อไป (Condry, and Chambers, quoted in Reeve, 1992)

บิกส์และเทลเฟอร์ (Biggs, and Telfer, 1957) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดแรงจูงใจภายในว่าเกิดจาก

(1) การสร้างความขัดแย้งที่ให้ผลดีที่สุด (creating optimumconflict) ช่องว่างที่กว้างเกินไปประหว่างข้อมูลใหม่กับโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่จะนำไปสู่การหลีกเลี่ยง ช่องที่แคบเกินไปก็จะขาดความน่าสนใจ เทคนิคที่สามารถช่วยสร้างระดับของความขัดแย้งที่นำไปสู่แรงจูงใจภายในทางบวกมีหลายอย่าง เช่น การสร้างความประหลาดใจ การมีทางเลือกให้เกิดความงง การทำให้จนมุม การทำให้ขัดแย้งกับสิ่งที่เรียนไปแล้ว และการใช้คำถาม

(2) ระดับของความไม่เข้ากัน (degree of mismatch) แรงจูงใจภายในอาจเกิดขึ้นเมื่อมีความไม่เข้ากันระหว่างโครงสร้างทางปัญญาที่แวดล้อมต้องการและโครงสร้างทาปัญญาที่บุคคลมีอยู่ ในกรณีที่ระดับของความไม่เข้ากันมีไม่มากพอ บุคคลจะสามารถจัดกระทำกับสิ่งแวดล้อมได้โดยแทบจะไม่ต้องมีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม งานก็จะไม่ท้าทาย ในกรณีที่ระดับความไม่เข้ากันมีมากเกินไป ก็อาจมีผลให้เกิดแรงจูงใจภายในทางลบ (negative intrinsic motivation) ซึ่งเป็นความหวาดกลัว ตื่นตกใจ และต้องการหลีกหนี ดังนั้น แรงจูงใจภายในทางบวก (positive intrinsic motivation) จะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลเผชิญกับสถานการณ์ที่ท้าทายซึ่งมีระดับความไม่เข้ากันของสิ่งที่รู้แล้วกับสิ่งที่กำลังเรียนรู้อยู่ในระดับที่ไม่มากไม่น้อยเกินไปสำหรับบุคคลนั้น

(3) ความต้องการสร้างสมรรถภาพ (a need to build up competence) ในทางชีววิทยา มนุษย์ถูกสร้างขึ้นมาให้มีความต้องการภายในที่จะสร้างสมรรถภาพในการจัดการกับสิ่งแวดล้อม และมีความพอใจในพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถของตน โดยมีความอยากรู้อยากเห็นเป็นกลไกสำคัญในการรวบรวมวิธีต่าง ๆ เพื่อจัดการกับสิ่งแปลกใหม่ ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงและความเจริญงอกงามทางปัญญา

บิกส์และเทลเฟอร์ได้สรุปนัยทั่วไปเกี่ยวกับแรงจูงใจภายในไว้ดังนี้

(1) แรงจูงใจภายในเป็นสัญญาณของการมีความเกี่ยวข้องเชิงคุณภาพสูง (high-quality involvement) นั่นคือ ข้อมูลใหม่ต้องการโครงสร้างทางปัญญาเกินโครงสร้างที่ผู้เรียนมีอยู่ ถ้าส่วนที่เกินนั้นอยู่ภายในขอบข่ายความสามารถที่ผู้เรียนจะจัดการได้ จะให้ผลเป็นแรงจูงใจภายในทางบวก ถ้าส่วนที่เกินมีมากเกินไปจะให้ผลเป็นแรงจูงใจภายในทางลบ ส่วนในสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องเชิงคุณภาพต่ำ (low-quality involvement) นั้นโครงสร้างทางปัญญาที่ผู้เรียนมีอยู่สามารถใช้จัดการกับข้อมูลใหม่ได้โดยแทบจะไม่มีการปรับเลยแรงจูงใจภายในจะไม่เกิดขึ้น

(2) แรงจูงใจภายในมีส่วนระกอบเรื่องอารมณ์ หรือทางความรู้สึก (emotional or affective accompaniments) แรงจูงใจภายในทางบวกจะประกอบด้วยความรู้สึกที่เป็นความสนุกและความพอใจ แรงจูงใจภายในทางลบจะเต็มไปด้วยความรู้สึกที่เป็นความกลัว หรือความเครียด ส่วนในกรณีที่มีความเกี่ยวข้องเชิงคุณภาพต่ำจะให้ความรู้สึกเป็นกลาง

(3) แรงจูงใจภายในทางบวกเป็นสิ่งหล่อเลี้ยงตนเอง (self-maintaining) ส่วนแรงจูงใจภายในทางลบเป็นสิ่งที่บั่นทอนตนเอง (self-terminating)

3) การไตร่ตรอง (reflection)

การไตร่ตรองเป็นการพิจารณาความเชื่อ หรือข้อสมมติฐานของความรู้ใด ๆ อย่างรอบคอบแข็งขัน และมุ่งหน้าไม่ลดละที่จะหาหลักฐานมาสนับสนุน หรือคัดค้านความเชื่อหรือข้อสมมติฐานนั้น ๆ และข้อสรุปที่จะได้ต่อไปตามแนวโน้มของมัน (Dewey, 1933)

นอกจากนั้นเขายังกล่าวอีกว่า กิจกรรมไตร่ตรอง จะเริ่มต้นด้วยสถานการณ์ที่งงงวย ยุ่งยาก หรือสับสนด้วยปัญหาหรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งเรียกว่าสถานการณ์ก่อนไตร่ตรอง (pre-reflective) และจบลงด้วยสถานการณ์ที่แจ่มชัด หรือปรองดองกันได้ เกิดการ รู้แจ้ง (mastery) มีความพอใจ และสนุกกับผลที่ได้รับ ซึ่งเรียกว่าสถานการณ์หลังไตร่ตรอง (post reflective) ส่วนกิจกรรมที่เกิดขึ้นในระหว่างการดำเนินการไตร่ตรองประกอบด้วยขั้นต่าง ๆ 5 ขั้น ดังนี้

(1) ขั้นเกิดข้อเสนอ (suggestions) เป็นขั้นที่มีความคิดผุดขึ้นมา โดยที่จิตจะโลดแล่นไปยังคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งมีลักษณะปลายเปิด ข้อเสนอเหล่านี้จะกระตุ้นให้กับการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดต่อไป

(2) ขั้นกำหนดรู้ปัญหา (an intellectualization of the perplexity into a problem to be solved) เป็นการสำรวจเงื่อนไขของสถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่ว่าเงื่อนไขใดที่ก่อความยุ่งยากและเป็นสาเหตุของความยุ่งยากนั้น การรู้จุดที่เป็นปัญหาจริง ๆ จะทำให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น ในความเป็นจริงแล้ว การรู้ปัญหาที่แท้จริงจะเกิดขึ้นพร้อม ๆ กันกับการพบทางแก้ปัญหา

(3) ขั้นกำหนดความคิดนำทาง หรือตั้งสมมติฐาน (leading idea or hypothesis) หลังจากได้พิจารณาเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาในขั้นที่สองแล้ว ข้อมูลในปัญหาและความเข้าใจในปัญหาจะปรับเปลี่ยนความคิดที่เกิดขึ้นในขั้นที่หนึ่งให้เป็นสมมติฐานที่เป็นไปได้มากขึ้น เพื่อใช้เป็นความคิดนำทาง (guiding idea) หรือสมมติฐานดำเนินการ (working hypothesis) ในการสังเกตและการรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมภายใต้การควบคุม

(4) ขั้นใช้เหตุผล (reasoning) เป็นการขยายความคิด หรือสมมติฐานด้วยเหตุผล โดยที่การใช้เหตุผลเป็นเพียงส่วนหนึ่งของการอ้างอิง ข้อเท็จจริงที่ได้จากการสังเกตและเป็นตัวบ่งชี้คำตอบ การปรับปรุงสมมติฐานโดยการใช้เหตุผลจะช่วยเชื่อมโยงองค์ประกอบทั้งหมด ซึ่งดูเหมือนขัดแย้งกันเข้าด้วยกันได้อย่างสอดคล้องตรงกัน คณิตศาสตร์สามารถแสดงให้เห็นถึงการใช้เหตุผลโยงความคิดที่สัมพันธ์กันได้อย่างยืดยาวโดยไม่ต้องอาศัยการสังเกตในเชิงประจักษ์ สมมติฐานที่กำหนดขึ้นจากการสังเกตในเชิงวิทยาศาสตร์และเชิงทดลองใดได้รับการทำให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ สมมติฐานนั้นจะสามารถเปลี่ยนรูปไปได้อย่างมากจนกระทั่งอยู่ในรูปที่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างฉับไวและได้ผลดี

(5) ขั้นกระทำเพื่อทดสอบสมมติฐาน (testing hypothesis by action) เป็นขั้นทดสอบสมมติฐานด้วยการกระทำให้รากฏออกมาเป็นหลักฐานในเชิงประจักษ์ (overt action) หรือกระทำด้วยการพิสูจน์ในเชิงเหตุผล (imaginative action) ความคิดซึ่งเป็นที่ยอมรับได้ต้องมีผลตามมาที่แน่นอน แม้ว่าข้อสรุปจะเป็นเพียงเชิงภาระสันนิษฐาน (hypothetical) หรือเชิงเงื่อนไข (conditional) ถ้าเราพบว่าเงื่อนไขทั้งหมดเป็นไปตามทฤษฎี และไม่พบลักษณะเชิงสมบัติของทางเลือกอื่นที่จะมาเทียบได้ แนวโน้มที่จะรับสมมติฐานนั้นก็เป็นไปได้สูง บางครั้งการสังเกตโดยตรงจะเป็นหลักฐานยืนยัน จึงต้องมีการทดลอง โดยการจัดเงื่อนไขตามสมมติฐานนั้นอย่างรอบคอบ เพื่อดูว่าผลตามความคิดในเชิงทฤษฎีจะเกิดขึ้นจริงหรือไม่ ถ้าหากพบว่าผลการทดลองเป็นไปตามการนิรนัยเชิงทฤษฎี และมีเหตุผลที่จะเชื่อว่าผลดังกล่าวเกิดจากเงื่อนไขนั้นเท่านั้น ก็เป็นการยืนยันที่

เข้มแข็งมากพอที่จะก่อให้เกิดข้อสรุปที่ยอมรับได้จนกว่าจะพบข้อเท็จจริงที่ขัดแย้ง ซึ่งจะเป็นตัวชี้นำการแก้ไขต่อไป

ขั้นตอนในการไตร่ตรองทั้งห้าขั้นตอนของดิวอี้นี้ไม่จำเป็นต้องเรียงลำดับตายตัว และบางขั้นตอนอาจจะข้ามไปในการปฏิบัติจริง เพราะขั้นตอนทั้งห้าขั้นตอนเป็นเพียงโครงร่างของลักษณะการคิดอย่างไตร่ตรอง อาจเป็นเพียงการหาสมมติฐานในแต่ละขั้นตอน การปรับปรุงความคิดหรือสมมติฐานแต่ละครั้งจะนำไปสู่การสังเกตใหม่ที่ให้ข้อเท็จจริงหรือข้อมูลใหม่และช่วยพิจารณาตัดสินข้อเท็จจริงที่มีอยู่แล้วว่ามีความตรงกับปัญหาเพียงใดได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น การปรับเปลี่ยนสมมติฐานอาจเกิดขึ้นในขั้นตอนไหนก็ได้ การทดสอบให้ปรากฏผลออกมาอาจจะยังไม่เป็นที่สิ้นสุดของกระบวนการไตร่ตรอง แต่อาจเป็นตัวนำไปสู่การเกิดข้อเสนอใหม่และการสังเกตใหม่ก็ได้ และบางขั้นตอนอาจจะถูกข้ามไปอย่างรวดเร็ว แต่บางครั้งการบรรลุข้อสรุปอาจเกิดขึ้นในขั้นตอนเดียว หรือบางครั้งอาจจะต้องย้อนกลับไปมาในขั้นต่าง ๆ หลายครั้งก็ได้

หลังจากมีการไตร่ตรองแต่ละครั้งผลที่ได้อาจจะไม่เป็นไปตามที่คิดเสมอ แต่ประโยชน์ที่ได้รับจากการมีนิสัยไตร่ตรองคือ ความล้มเหลวที่เกิดจากการไตร่ตรองจะช่วยชี้ทางว่าควรจะทำการสังเกตอย่างไรต่อไป ควรจะปรับเปลี่ยนสมมติฐานเดิมอย่างไร อีกทั้งนำไปสู่การพบปัญหาใหม่ หรืออาจช่วยให้ปัญหาเดิมกระจ่างขึ้น

เมื่อบุคคลมีการไตร่ตรอง เขาย้อนคิดเกี่ยวกับความคิดของเขาโดยอาศัยความคิดที่มีอยู่ก่อนหรือหลักของความรู้ที่ได้เรียนรู้แล้วเป็นเครื่องมือส่วนหนึ่งของการตรวจสอบความคิด ดังนั้น การเรียนรู้ในระดับไตร่ตรองจึงเป็นการตรวจสอบความคิด หรือข้อสมมติฐานของความรู้อย่างพินิจพิเคราะห์และระมัดระวังด้วยเหตุการณ์เชิงประจักษ์ หรือเหตุการณ์ที่ทดสอบได้ ซึ่งสนับสนุน หรือคัดค้านความคิดหรือข้อสมมติฐานของความรู้นั้นและข้อสรุปที่จะได้ต่อไปจากความคิดหรือข้อสมมติฐานนั้น การเรียนรู้ในลักษณะนี้อยู่บนพื้นฐานของวิธีการทางวิทยาศาสตร์ (scientific approach) และในกระบวนการของการไตร่ตรองนั้น จะมีการทดลองและตรวจสอบความคิดหรือทางเลือกหลายทางแล้วเลือกเก็บความคิดที่ดีที่สุดไว้ กระบวนการดังกล่าวนี้ทำให้ความคิดและความเข้าใจของบุคคลเจริญงอกงามขึ้น (Bigge, 1982)

เพียเจต์ (Piaget, 1965) กล่าวว่าการไตร่ตรองเป็นกิจกรรมของการหลอมรวมความโน้มเอียงและความเชื่อที่แตกต่างกันของรายบุคคลในวิถีทางซึ่งการสนทนาและการแลกเปลี่ยนทางสังคมหลอมรวมความเห็นของรายบุคคลให้เป็นความเห็นกลาง (median opinion) ที่ทุกคนยอมรับได้

โคโนลด์ (Konold, 1991) มีข้อเสนอแนะให้กับครูผู้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เป็นคนดำเนินการไตร่ตรอง โดยการอภิปรายถึงความเชื่อของตนเกี่ยวกับสถานการณ์เฉพาะอย่างหนึ่งเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนประเมิน หรือตรวจสอบความเชื่อของตนตามเกณฑ์ต่อไปนี้

(1) ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อของตนเองกับความเชื่อของผู้อื่นในเรื่องเดียวกัน

(2) ความสอดคล้องภายในความเชื่อของตนเอง ระหว่างสถานการณ์เฉพาะต่าง ๆ ที่อยู่ในกรอบโครงสร้างความสัมพันธ์เดียวกัน

(3) ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อกับผลจากการสังเกตในเชิงประจักษ์

สรุปได้ว่าการไตร่ตรองเป็นกิจกรรมของการตรวจสอบและปรับเปลี่ยนสมมติฐานต่าง ๆ ที่แต่ละบุคคลนำเสนอเพื่อคลี่คลายสถานกาณ์ที่เป็นปัญหาอย่างพินิจพิจารณาด้วยเหตุผล หรือเป็นเหตุการณ์ที่ทดสอบได้ โดยอาศัยประสบการณ์ โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมของแต่ละบุคคล และการแลกเปลี่ยนทางสังคมเป็นเครื่องมือ จนได้สมมติฐานที่สามารถขจัดความขัดแย้งทางปัญญาระหว่างบุคคล ภายในบุคคลและระหว่างความคิดกับผลจากการทดสอบ สมมติฐานที่ได้มานี้คือโครงสร้างใหม่ทางปัญญาที่แต่ละบุคคลและกลุ่มได้ร่วมกันสร้างขึ้นเป็นความรู้ใหม่อย่างต่อเนื่อง กิจกรรมดังกล่าวนี้นอกจากจะส่งเสริมการพัฒนาโครงสร้างทางปัญญาที่ร่วมกันของกลุ่มแล้ว ยังสามารถส่งเสริมการพัฒนาโครงสร้างทางปัญญาที่เป็นส่วนตัวด้วย

4) การให้อำนาจแก่ผู้เรียน (learner empowerment)

เนื่องจากกระบวนการสร้างความรู้ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการที่ให้อำนาจแก่ผู้เรียนในการสร้างความหมายต่อเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นอิสระและเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องไปตลอดชีวิตไม่มีที่สิ้นสุด ดังนั้นครูจะมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเป็นผู้บอกความรู้ และครูจะต้องคำนึงถึงโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนและประสบการณ์เดิมของผู้เรียนด้วย ไม่ว่าจะเป็นประสบการณ์จากภายในโรงเรียน จากนอกโรงเรียน หรือจากชีวิตประจำวันก็ตาม เพื่อที่จะได้นำมาพิจารณาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนจะเกิด

การเรียนรู้ได้ดีที่สุด แต่ครูไม่ควรมองข้ามวิธีการเรียนรู้เดิมของผู้เรียนที่เรียนรู้ได้ผลจริง ๆ เพราะต้องเข้าใจว่าผู้เรียนไม่สามารถเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยวิธีเดียวกันหมดทุกคน

การให้นักเรียนได้พูดออกมาถึงความเห็นเกี่ยวกับปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาทำให้ผู้สอนแน่ใจได้ว่านักเรียนกำลังตรวจสอบโครงสร้างทางปัญญาของตนเองอยู่ (Von Glasersfeld, 1991) สิ่งที่มีค่ามากซึ่งเกิดขึ้นในระหว่างการตรวจสอบนี้ คือการที่นักเรียนได้รู้ถึงความไม่เพียงพอ ความขัดแย้ง หรือความไม่ตรงของความเข้าใจหรือกระบวนการคิดของตนเองอันนำไปสู่การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของตนเองในที่สุด (Balacheff, 1991)

จากข้อเขียนของแต่ละบุคคลทั้งหมดที่กล่าวมาในเรื่องการสร้างความรู้ใหม่ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์จะเห็นว่า ประเด็นหลักของการสร้างความรู้คือความขัดแย้งทางปัญญา ดังนั้นหน้าที่ของครูในแนวคอนสตรัคติวิสต์คือ การหากลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญาอันเป็นองค์ประกอบหลักในการนำมาซึ่งองค์ประกอบอื่น ๆ และโครงสร้างทางปัญญาที่นักเรียนสร้างขึ้นใหม่จะทำหน้าที่เป็นโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมสำหรับใช้แก้ปัญหาใหม่ต่อไป

2. สำนึกทางด้านจำนวน (number sense)

สำนึกด้านจำนวน หรือบางครั้งอาจจะเรียกว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) หลาย ๆ คนอาจจะยังไม่คุ้นเคยกับคำนี้นัก แต่ในความจริงแล้วสำนึกด้านจำนวนไม่ใช่เรื่องใหม่ในวงการคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกด้านล้วนแต่ต้องใช้สำนึกด้านจำนวนทั้งสิ้น สำนึกด้านจำนวนเป็นทักษะที่มีอยู่ในทุกบุคคลและในแต่ละบุคคลจะมีพัฒนาการทางด้านสำนึกด้านจำนวนในระดับต่าง ๆ กัน

2.1 ความหมาย

การจะให้คำจำกัดความที่สมบูรณ์ของคำว่าสำนึกด้านจำนวนนั้นทำได้ค่อนข้างยาก เช่นเดียวกับการที่เราไม่สามารถให้คำอธิบายที่ชัดเจนว่า "สามัญสำนึก" (common sense) ที่แท้จริงแล้วคืออะไร เราอาจกล่าวได้ว่าสำนึกด้านจำนวนคือ ความเข้าใจโดยสัญชาติญาณเกี่ยวกับจำนวน ความหมาย สมบัติ และการนำไปใช้ ความเข้าใจเกี่ยวกับนัยสำคัญของจำนวนรวมถึงความตระหนัก

ถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ หรืออีกนัยหนึ่ง สำนึกด้านจำนวนก็คือความมีสามัญสำนึกในการใช้จำนวนนั้นเอง

อย่างไรก็ดีสำนึกด้านจำนวนที่ใช้เป็นกรอบในการพัฒนามักอ้างอิงถึงความหมายตามสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ สหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้ให้ไว้ กล่าวว่าเด็กที่มีสำนึกด้านจำนวนที่ดี (good number sense) จะต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) เข้าใจความหมายของจำนวนเป็นอย่างดีซึ่งหมายถึงจำนวนเชิงการนับ (cardinal number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (ordinal number)

2) พัฒนาความเข้าใจในเรื่อง ความสัมพันธ์หลากหลายระหว่างจำนวน (number relationships)

3) เข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (relative magnitudes of numbers)

4) รู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน (relative effect of operating on numbers)

5) พัฒนาการอ้างอิงสำหรับการวัดของวัตถุต่าง ๆ และสถานการณ์ในสภาพแวดล้อมของเขา (reference for measures of among objects and situations in their environment)

6) ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (flexible mental computation)

7) ความสามารถในการประมาณค่า (estimation)

ส่วนนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลาย ๆ ท่านได้เสริมความคิดต่อจากความหมายที่ NCTM กล่าวไว้ เช่น กรีโน (Greeno, 1991) ได้กำหนดคุณลักษณะของสำนึกด้านจำนวนในเชิงทฤษฎี ในฐานะที่เป็นรูปแบบหนึ่งของความเชี่ยวชาญทางการคิด (a form of cognitive expertise) กรีโน ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนว่า เป็นกลุ่มของความสามารถต่าง ๆ ในการสร้างและให้เหตุผลภายในโมเดลสมอง (mental model) ซึ่งประกอบด้วย

1) การคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น (flexible mental computation) การคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่นนั้น เป็นสำนึกด้านจำนวนรูปแบบหนึ่งที่กล่าวถึงการรู้จักเกี่ยวกับการสมมูลย์กัน (recognition of equivalence) และสามารถใช้ในการจัดกลุ่มของจำนวนเสียใหม่ (regroup) เพื่อประโยชน์ในการคิดคำนวณในใจ (mental computation)

2) การประมาณค่าในเชิงตัวเลข (numerical estimation) เป็นปฏิบัติการที่แสดงให้เห็นถึงสำนึกทางด้านจำนวนที่ชัดเจนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งกล่าวถึงการรู้จักที่จะหาค่าใกล้เคียงในโจทย์คำนวณ (context of computation)

3) การตัดสินเชิงปริมาณ (quantitative judgement) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้ภาพของสำนึกทางด้านจำนวนชัดเจนขึ้น โดยได้กล่าวถึงการตัดสินและสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณด้วยค่าที่แสดงด้วยตัวเลขต่าง ๆ (numerical values)

ทอมป์สันและรัธเมลล์ (Thompson and Rathmell, 1989) ได้ให้ความหมายของสำนึกด้านจำนวนว่า สำนึกที่ดีด้านจำนวนนั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1) ความหมายและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน (number meaning and relationships)

ในการพัฒนาความเข้าใจนั้น จะต้องพัฒนาตั้งแต่เบื้องต้น เริ่มจากการนับ โดยเข้าใจถึงค่าประจำหลัก สำหรับจำนวนที่มีค่ามาก ๆ และทศนิยม ตลอดจนเศษส่วน นอกจากนี้จะต้องพัฒนาสำนึกที่ดีเกี่ยวกับการที่จะสามารถประกอบหรือแยกจำนวนออกจากกันได้ เช่นรู้ว่า 5 ประกอบด้วย 4 และ 1 หรือ 2 และ 3 75 สามารถประกอบด้วย 25 และ 50 และสามารถแยก 735 ออกเป็น 700 + 30 + 5 หรือ 73 (10) + 5 เป็นต้น นอกจากนี้การรู้ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมที่เท่ากัน เป็นสิ่งจำเป็นเพราะเป็นจำนวนที่ใช้กันอยู่ในชีวิตประจำวัน

2) ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (relative magnitudes of number)

สำนึกทางด้านจำนวนที่ดีนั้นจำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจอันดีเกี่ยวกับขนาดของจำนวนในเชิงเปรียบเทียบกับจำนวนอื่น ๆ ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน เช่น เข้าใจว่า 29 มีค่ามากกว่า 5 ก็จริง แต่มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับ 90 และ 486 ใกล้เคียงกับ 500 มากกว่า 562 เป็นต้น สิ่งเหล่านี้สำคัญมากสำหรับการเป็นนักประมาณค่าที่ดี ซึ่งต้องอาศัยการรู้จักที่จะประมาณให้ได้ค่าที่เหมาะสม (nice number) ที่สุดจากจำนวนต่าง ๆ ที่กำหนดในโจทย์เพื่อใช้จำนวนที่เหมาะสมที่สุดเหล่านั้นในการคิดคำนวณในใจ

3) **ผลเชิงสัมพัทธ์ของการปฏิบัติต่าง ๆ บนจำนวน** (relative effects of operation on number)

การรู้ผลที่ได้จากการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการ (operator) ตัวหนึ่งบนจำนวนอื่น ๆ ตัวอย่าง เช่น รู้ว่าจำนวนบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 คูณกับจำนวนบวกใด ๆ แล้ว ผลที่ได้จะมีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม ถ้าจำนวนบวกที่มีค่ามากกว่า 1 คูณกับจำนวนบวกใด ๆ แล้วผลที่ได้จะมีค่ามากขึ้น แล้วถ้านำความรู้เกี่ยวกับผลเชิงสัมพัทธ์ของการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการมาเชื่อมโยงกับความรู้ในเรื่องของขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน แล้วจะทำให้เข้าใจในเรื่องของการประมาณค่าดีขึ้น เช่น สามารถเข้าใจได้ว่าผลคูณของ 2.946 กับ 31 จะได้ประมาณ 3 x 30

4) **การอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณและการวัด ในฐานะที่จำนวนต่าง ๆ ถูกใช้ในชีวิตประจำวัน** (referents for quantities and measures as number uses in everyday situations)

หมายถึงการอ้างอิงที่เหมาะสมเกี่ยวกับจำนวนต่าง ๆ ที่ใช้อยู่ในชีวิตประจำวัน เช่น เป็นไปไม่ได้ที่เด็กจะสูงกว่า 10 เมตร หรือห้องเรียนห้องหนึ่ง ๆ จะจุนักเรียน 3,154 คน เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับจำนวนของแต่ละคน ซึ่งช่วยพัฒนาการอ้างอิงที่มีเหตุผล มีหลักการหรือความเป็นไปได้สูง (reasonable referents) เกี่ยวกับปริมาณต่าง ๆ ที่ได้จากการชั่ง ตวง วัด โดยเริ่มรู้ว่าจำนวนไหนสามารถใช้บ่งชี้ปริมาณของวัตถุ หรือสิ่งต่าง ๆ และช่วงไหนที่สามารถยอมรับได้

รีส์และคณะ (Reys and others, 1992) กล่าวว่าสำนึกทางด้านจำนวนเป็นความรู้สึกเชิงสหัชญาณ (intuition) สำหรับจำนวน การใช้จำนวน การตีความจำนวนได้อย่างหลากหลาย รวมถึงความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

ซาวเดอร์ (Sowder, 1992) กล่าวว่า การมีสำนึกด้านจำนวนที่ดี นอกจาก 5 ข้อตามความหมายของ NCTM แล้วสำนึกด้านจำนวนที่ดียังรวมถึงความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

ฮาวเดน (Howden, 1989) ได้ให้ความหมายของสำนึกด้านจำนวนในแนวกว้างว่า สำนึกด้านจำนวน หมายถึง ฌาณที่ดี (good in intuition) เกี่ยวกับจำนวนต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเหล่านั้น ซึ่งพัฒนาขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป อันเป็นผลที่ได้จากการสำรวจจำนวนและการมองในบริบทที่หลากหลาย โดยสามารถนำจำนวนเหล่านั้นมาสัมพันธ์กันด้วยวิธีต่าง ๆ โดยไม่ได้

จำกัดเฉพาะกระบวนการที่เคยใช้กันตามปกติ (traditional algorithm) ในแบบเรียนตามหลักสูตร ซึ่งจำกัดแต่วิธีการที่ใช้กระดาษและดินสอ (paper – and – pencil orientation)

โฮป (Hope, 1989) ได้กล่าวถึงสำนึกด้านจำนวนว่า สำนึกด้านจำนวนเป็นคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (desirable trait) ซึ่งควรจะได้รับการส่งเสริม ถึงแม้ว่าความหมายจะเหมือนสามัญสำนึก (common sense) กล่าวคือ สามารถกล่าวถึงในรูปของความรู้สึก (feeling) เกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนและการตีความจำนวนอย่างหลากหลาย และการรู้ซึ้งถึงระดับของความแม่นยำต่าง ๆ เมื่อมีการคำนวณตลอดจนการใช้วิธีสามัญสำนึก (common sense approach) ในการคำนวณเพื่อสนับสนุนข้อโต้แย้งหนึ่ง ๆ พูดอีกอย่างหนึ่งก็คือ ความสามารถ (ability) ที่จะประมาณค่าอย่างมีหลักการหรือมีเหตุผล (reasonable estimates) ความสามารถที่จะสืบค้นข้อผิดพลาดทางเลขคณิต ความสามารถที่จะเลือกวิธีการในการคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และความสามารถที่จะรู้จัก "แบบรูปของจำนวน" (number patterns)

ไครทีส (Crites, 1992) กล่าวว่า สำนึกด้านจำนวนเป็นความสามารถอย่างหนึ่งในการใช้จำนวนทั้งในเชิงสัมพัทธ์ และสัมบูรณ์ เพื่อที่จะทำการตัดสินในเชิงปริมาณและคุณภาพ ซึ่งไม่ได้จำกัดแต่เพียงการเปรียบเทียบจำนวนเท่านั้น แต่ยังรวมไปถึง การคิดหาผลลัพธ์จากการคำนวณที่ไม่สามารถบอกเหตุผลได้ (unreasonable results)

จากเอกสารอ้างอิงเกี่ยวกับความหมายของสำนึกด้านจำนวนซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้อย่างหลากหลายนั้น สามารถสรุปได้ว่า สำนึกด้านจำนวน คือ ความสามารถคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น โดยการนำจำนวนต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันโดยใช้วิธีการหรือรูปแบบที่หลากหลาย โดยไม่จำเป็นว่าจะต้องยึดวิธีที่เคยเรียนมาในชั้นเรียนปกติ (traditional algorithm) ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการประมาณค่า และความสามารถในการตัดสินเชิงปริมาณ ซึ่งกลุ่มของความสามารถต่าง ๆ เหล่านี้มีพื้นฐานอยู่บนความรู้ความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับความหมาย และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน และผลเชิงสัมพัทธ์ของปฏิบัติการต่าง ๆ บนจำนวน ตลอดจนสามารถที่จะพิจารณาถึงความสมเหตุสมผล (reasonableness) ของคำตอบที่ได้ โดยสามารถพิจารณาถึงชนิดของจำนวนที่เป็นคำตอบ และช่วงของคำตอบที่เป็นไปได้ จากบริบทของปัญหานั้น ๆ

2.2 ความสำคัญของสำนึกด้านจำนวน

ในปัจจุบันวงการศึกษาคณิตศาสตร์ของหลายประเทศกำลังให้ความสนใจเกี่ยวกับ "สำนึกทางด้านจำนวน" (number sense) กันอย่างแพร่หลาย เพราะถือว่าเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ในขณะนี้ นักการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ และนักวิจารณ์ต่าง ๆ ยอมรับว่าสำนึกทางด้านจำนวนที่ได้รับการปรับปรุงแล้วเป็นสิ่งที่พึงปรารถนาของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง (National Council of Teachers of Mathematics, 1989)

จากความหมายของสำนึกด้านจำนวนดังกล่าว จะเห็นได้ว่าสำนึกด้านจำนวนนั้นมีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่ ฮาวเดน (Howden, 1989) ได้กล่าวว่า สำนึกด้านจำนวน เป็นสิ่งที่ช่วยสร้างการเรียนรู้แบบหยั่งเห็นที่เป็นธรรมชาติ (natural insights) และช่วยทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่สามารถเข้าใจได้ ไม่ได้เป็นแต่เพียงที่รวมของบรรดากฎเกณฑ์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปประยุกต์ใช้เท่านั้น แต่นักเรียนยังสามารถที่จะทำการตัดสินเกี่ยวกับความมีเหตุผลหรือความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ และรู้ว่ามีวิธีการในการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ช่วยเพิ่มความมั่นใจในความสามารถของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ความสามารถในการนำจำนวนต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันในหลาย ๆ ลักษณะยังเป็นทักษะที่มีประโยชน์มากในการศึกษาคณิตศาสตร์ในขั้นสูงต่อไป เช่น "หลักของการกระจาย" (distribution principle) ซึ่งนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการประมาณค่าและการคิดคำนวณในใจ นักเรียนที่ใช้หลักการนี้จะช่วยให้เข้าใจพีชคณิตได้ดีขึ้น เพราะสามารถประยุกต์ใช้กับพีชคณิตได้เป็นอย่างดี

แมคไบรด์ และแลมบ์ (McBride and Lamb, 1986) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับสำนึกด้านจำนวนไว้อีกว่า นักเรียนที่ได้รับการพัฒนาสำนึกด้านจำนวนจะเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว เมื่อเขาได้เริ่มเรียนรู้โครงสร้าง หลักการและปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งคุณลักษณะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ สามารถสอนได้ โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีคิดลัดเกี่ยวกับจำนวน เพราะวิธีคิดลัดส่วนมากมักจะง่ายต่อการเรียนรู้ และสามารถสอนให้นักเรียนรู้เรื่องได้ในเวลาอย่างรวดเร็ว เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ประสบกับความสำเร็จ และจำได้ในทันทีทันใด

I21174945

โรเนา (Ronau, 1988) ได้กล่าวว่าสำนึกด้านจำนวนเป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า (estimation) การหาค่าใกล้เคียง (approximating) และการแก้ปัญหา (problem solving) ในปัจจุบันการพัฒนาสำนึกด้านจำนวนที่มีค่ามาก ๆ (sense of large numbers) เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะว่าหนังสือพิมพ์ โทรทัศน์ และรายงานข่าวต่าง ๆ มักจะอ้างถึงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ อยู่เสมอ เช่น เงินงบประมาณประจำปีของประเทศ ซึ่งคิดเป็นเงินที่เยอะมาก หรือระยะทางในอวกาศมีหลายล้านปีแสง หรือหลายหมื่นล้านไมล์ หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์เป็นจิกะไบต์ เป็นต้น การพัฒนาสำนึกด้านจำนวนที่มีค่ามาก ๆ นั้นมีความสำคัญต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในสภาพสังคมปัจจุบันเป็นอย่างมาก สมควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ตระหนักและมีสำนึกด้านจำนวนที่ดีในทุกระดับชั้น

จากเหตุผลความสำคัญต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาอาจสรุปได้ว่าสำนึกด้านจำนวนเป็นสิ่งที่ควรให้ความสนใจและควรส่งเสริมให้แก่นักเรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างรวดเร็ว ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความสามารถที่จะทำการตัดสินเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณอย่างมีเหตุผล โดยดูความเป็นไปได้ตามหลักของความเป็นจริง จากบริบทของปัญหานั้น ๆ ตลอดจนช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นในการหาวิธีคิด เลือกวิธีคิดเพื่อนำไปใช้หาคำตอบได้หลาย ๆ วิธี นอกจากนี้สำนึกด้านจำนวนยังมีความสำคัญในแง่ของเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งจะช่วยทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้

2.3 การพัฒนาสำนึกด้านจำนวนในโรงเรียน

การที่ผู้เรียนจะเกิดทักษะต่าง ๆ เกี่ยวกับสำนึกด้านจำนวนที่กล่าวมาข้างต้นนั้นได้ ครูผู้สอนจะต้องรับผิดชอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อให้เกิดการพัฒนาสำนึกด้านจำนวน และจากการที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวว่าสำนึกด้านจำนวนมีความสำคัญ มีประโยชน์และมีความจำเป็นต่อการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก และทุกท่านยังเน้นย้ำว่าสำนึกด้านจำนวนเป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนได้ ขึ้นอยู่กับการจัดสภาพแวดล้อมและประสบการณ์ในการเรียนรู้อย่างเหมาะสมในรูปของกิจกรรมต่าง ๆ ที่เอื้อต่อการส่งเสริมทักษะสำนึกด้านจำนวน (number sense skill) ดังที่มีผู้เสนอแนะแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาสำนึกด้านจำนวนไว้หลายท่านดังนี้

โฮป (Hope, 1989) กล่าวว่า หากการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน ถูกพิจารณาในฐานะที่เป็นเป้าหมายสำคัญของหลักสูตรในโรงเรียน ครูจำเป็นจะต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนและคำนึงถึงว่าสำนึกด้านจำนวน เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาขึ้นได้ โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ที่มีเป้าหมายและมีความหมายในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

1) การคำนวณ (calculating)

2) การวัด (measuring)

3) การประมาณค่า (estimating)

การคำนวณกับสำนึกด้านจำนวนนั้น โฮป กล่าวว่า เวลาที่อยู่นอกโรงเรียนจะไม่สามารถแยกการคิดคำนวณออกจากการดำเนินชีวิตประจำวันได้ เพราะนักเรียนจะต้องเผชิญกับปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา และจะต้องอาศัยการคำนวณอยู่ตลอดเวลา ซึ่งต่างกับในโลกของโรงเรียน นักเรียนมักเกี่ยวข้องกับจำนวนต่าง ๆ ในลักษณะที่แยกตัวอย่างโดดเดี่ยวออกจากสิ่งแวดล้อมประจำวัน การคำนวณดำเนินไป เพื่อจุดมุ่งหมายเฉพาะอย่างของตัวของมันเอง และผลที่ได้ก็คือ เป็นการยากที่นักเรียนจะสามารถประยุกต์ไปสู่ปัญหาในทางปฏิบัติได้ ดังนั้น ครูจำเป็นจะต้องให้นักเรียนเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1) การคำนวณ กระทำเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติ กล่าวคือ การคำนวณจะต้องไม่แยกตัวออกจากงานที่ปฏิบัติ ไม่ว่าการคำนวณนั้นจะคำนวณด้วยเครื่องคิดเลข ด้วยกระดาษและดินสอ หรือคำนวณในใจก็ตาม นักเรียนจะต้องคำนวณเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติ ไม่ใช่การคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องอย่างเดียว โดยขาดเหตุผลหรือวิจารณญาณในการคิด จะทำให้นักเรียนได้พฤติกรรมแบบเครื่องจักร ซึ่งเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาสำนึกทางจำนวนของนักเรียน และจะทำให้นักเรียนมีปัญหาในการคำนวณโดยไม่ใช้กระดาษและดินสอ เพราะเมื่อการคำนวณสิ่งใดที่มีเป้าหมายในทางปฏิบัติแล้ว เขาจะมีแนวโน้มที่จะเป็นนักคำนวณที่มีความแม่นยำมากขึ้น

2) การเลือกวิธีการคำนวณ ต้องขึ้นอยู่กับโจทย์ที่กำหนดให้ โดยนักเรียนจะต้องได้รับการส่งเสริมให้รู้จักพิจารณาโจทย์ในเชิงปฏิบัติ (practical context) ก่อนที่จะลงมือเลือกวิธีใดวิธีหนึ่งเพื่อนำมาคำนวณ

3) การคำนวณสามารถปรับให้ง่ายขึ้นได้ หมายถึง นักเรียนจะต้องเข้าใจว่ามีวิธีการในการคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องได้มากมายหลายวิธี โดยนักเรียนสามารถปรับโจทย์ให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น เพื่อสะดวกในการคำนวณหาคำตอบ

4) บริบทของโจทย์ปัญหา สามารถช่วยในการประเมินความเป็นไปได้ของคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณ

5) คำตอบที่คำนวณได้ ต้องถูกตีความ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องเรียนรู้ที่จะตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีการตีความผลที่ได้จากการคำนวณ โดยครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกตีความคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ที่คำนวณได้ จากแบบฝึกหัดที่ครูเสนอให้

การวัดกับสำนึกด้านจำนวน โฮป กล่าวเสนอว่า ครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนมีโอกาสที่จะใช้การวัดในสถานการจริงในชีวิตประจำวันได้ และเป็นสิ่งที่สำคัญมากที่นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจบางประการเกี่ยวกับเรื่องของการวัดดังนี้

1) การวัดจะต้องกระทำโดยมีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจน ตัวอย่างปัญหาปลายเปิดที่ดีจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ วางแผน อภิปราย ค้นคว้า และคิดพอ ๆ กับการลงมือปฏิบัติจริง

2) การเลือกเครื่องมือวัดขึ้นอยู่กับบริบทที่กำหนดให้ นักเรียนเองต้องเรียนรู้เครื่องมือวัดแต่ละชนิด ซึ่งจะมีลักษณะเด่นเฉพาะตัวของมันเองแตกต่างกันออกไป นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีการเลือกเครื่องมือวัดให้เหมาะกับสถานการณ์หรือสิ่งที่จะวัด นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีอ่านและคำนวณเกี่ยวกับเครื่องมือวัด และประยุกต์กลวิธีในการวัด

3) การเลือกและกำหนดระดับความแม่นยำในการวัดขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการวัด

4) หน่วยของการวัดมักมีความคลุมเครือ จำนวนต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่ได้กำหนดด้วยหน่วยใดหน่วยหนึ่งเพียงหน่วยเดียวเสมอไป และความหมายของการแสดงถึงลักษณะความสำคัญของจำนวนเหล่านี้ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในบริบทที่จำนวนเหล่านั้นปรากฏอยู่ ตามความ

เข้าใจของบุคคลใดบุคคลหนึ่ง หน่วยของจำนวนต่าง ๆ บางหน่วยจะมีความหมายเฉพาะสำหรับกลุ่มคนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น

การประมาณค่ากับสำนึกด้านจำนวนเกี่ยวข้องกันคือ การประมาณค่าตัวเลขที่เหมาะสมเป็นสิ่งจำเป็นมาก เพราะสามารถส่งเสริมสำนึกด้านจำนวนได้เป็นอย่างดี ครูผู้สอนจำเป็นจะต้องเน้นมโนทัศน์ของการประมาณค่า โดยเริ่มตั้งแต่ชั้นเล็ก ๆ จนกระทั่งถึงระดับมัธยมศึกษาเพราะ

1) การประมาณค่าเกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบปริมาณต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องเรียนรู้และเข้าใจความหมายของคำว่า ระหว่าง ประมาณ ใกล้ ใกล้เคียง เด็กจะสามารถเรียนรู้คำต่าง ๆ เหล่านี้ได้ดีจากการเปรียบเทียบปริมาณในรูปของอันดับ

2) คำตอบที่ได้จากการคำนวณในแต่ละครั้ง สามารถถูกประมาณค่าได้หลายวิธี ซึ่งการประมาณค่านี้จำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับ "ขนาดสัมพัทธ์" ของปริมาณต่าง ๆ พอ ๆ กับวิธีที่จะแปลงรูปแบบของจำนวนจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้เพื่อให้ง่ายต่อการคิดคำนวณ ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนประมาณค่า ส่วนลด 35 % ของสินค้าชิ้นหนึ่ง ซึ่งติดราคาไว้ 23.85 บาท โจทย์ปัญหานี้อาจคิดคำนวณโดยการประมาณได้ดังนี้

2.1) แปลงรูปเสียใหม่เป็น 30 % ของ 20 บาท โดยคิด 10 % ของ 20 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 บาท ก่อน จากนั้นคูณ 2 ด้วย 3 จะได้ค่าประมาณ 6 บาท

2.2) วิธีนี้ทำเหมือนวิธีแรก เพียงแต่ปัด 23.85 บาท เป็น 24 บาท ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ได้ค่าโดยประมาณเป็น 7.20 บาท

2.3) แปลงรูปใหม่เป็น 35 % ของ 24 บาท แล้วคิด 10 % ของ 24 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2.40 บาท แล้วคูณด้วย 3 เท่า ได้เป็น 7.20 บาท ต่อจากนั้นก็ทำให้ละเอียดขึ้นอีกโดยการบวกด้วย 1.20 บาท (เพราะ 5 % เท่ากับครึ่งหนึ่งของ 10 %)

3) ความละเอียดที่ต้องการจากการประมาณค่าขึ้นอยู่กับการใช้ประโยชน์ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกหัดในการกำหนดความละเอียดแม่นยำที่พึงปรารถนา ครูจะต้องมีความระมัดระวังการกำหนดระดับความแม่นยำที่ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าสมุด 5 เล่ม ราคาเล่มละ 18.95 บาท การใช้ 5 x 20 = 100 บาท นั้นจะมีประโยชน์มากกว่าที่จะคิดโดยใช้ 5 x 19 = 95 บาท

ธอร์นตัน และทัคเกอร์ (Thornton and Tucker, 1989) ได้เสนอแนวคิดและแนวทางในการพัฒนาสำนึกด้านจำนวน โดยเริ่มจากการวางแผนประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวน การปฏิบัติการบนจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ได้ดีขึ้น พร้อมกับได้ยกตัวอย่าง 2 ตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นถึงการใช้สำนึกด้านจำนวนที่ดีของเด็กสองคน ดังนี้

เด็กคนที่ 1

แม่ของจอห์นนี่ให้เงินมา 10 เหรียญ เพื่อให้เขาไปซื้อนม และขนมปัง ในการนี้จอห์นนี่รู้ว่านม 1 แกลลอน ราคาประมาณ 2 เหรียญและขนมปังราคาแถวละ 1 เหรียญ พอไปถึงร้าน จอห์นนี่ซื้อนมมา 3 แกลลอน และขนมปัง 3 แถว จอห์นนี่มั่นใจมากขณะยืนเข้าแถวเพื่อรอชำระเงิน เพราะเขาแน่ใจว่าเอาเงินไปพอจ่ายค่าของทั้งหมด

เด็กคนที่ 2

ซู-หลิน คิดตรวจดูคำตอบของปัญหา 36 + 48 ที่เธอได้คำนวณไว้แล้ว เธอคิดในใจว่า "คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแน่นอน เพราะจำนวน 2 จำนวนมีค่าน้อยกว่า 50 ดังนั้นผลบวกของมันจะต้องต่ำกว่า 100"

ธอร์นตันและทัคเกอร์ได้สรุปจากทั้งสองเหตุการณ์ว่า"เป้าหมายสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ การช่วยให้นักเรียนคิดคำนวณในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อนักเรียนมีความมั่นใจเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแล้ว เขาก็จะพัฒนาสำนึกอย่างหนึ่งขึ้นมา เพื่อที่จะใช้ในการควบคุมสถานการณ์เกี่ยวกับจำนวน (numerical situations) เมื่อได้เผชิญกับปัญหาไม่ว่าจะเป็นในโรงเรียนหรือนอกโรงเรียน โดยนักเรียนจะแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยเจคติที่เป็นบวก และสามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น โดยนักเรียนบางคนอาจบรรลุสำนึกแห่งความมั่นใจนี้อย่างเป็นธรรมชาติ

ซาวเดอร์และซาวเดอร์ (Sowder and Sowder, 1989) มีความเห็นว่า สำนึกด้านจำนวนสามารถพัฒนาได้ด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ที่เหมาะสม การสอนวิธีลัดและการให้นักเรียนได้เรียนรู้ที่จะพิจารณาคำตอบที่ได้โดยใช้วิธีการต่าง ๆ กัน และจำนวนที่เป็นคำตอบนั้นจะต้องมีความหมาย ซึ่งสิ่ง

นี้จำเป็นจะต้องอาศัยการตรวจสอบอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้กิจกรรมการฝึกทักษะการประมาณค่าและกิจกรรมการฝึกคิดคำนวณในใจ

2.4 แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสำนึกด้านจำนวน

ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพัฒนาสำนึกด้านจำนวนนั้นเป็นหน้าที่ของครูจะต้องดำเนินการดังนี้

1) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริง โดยเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับประสบการณ์ ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ว่าสำนึกด้านจำนวนเป็นสิ่งที่มีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา

2) หาวิธีคิดคำนวณที่หลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนรู้จักที่จะคิดอย่างยืดหยุ่น

3) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในใจ

1) ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการคำนวณ

2) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การประมาณค่าในการแก้ปัญหาสถานการณ์

3) ใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น "ทำไมจึงคิดเช่นนั้น" "มีวิธีคิดอย่างอื่น ๆ ได้อีกหรือไม่"

4) ใช้กิจกรรมการวัดที่หลากหลาย ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดจะช่วยให้สร้างสำนึกด้านจำนวนของนักเรียนเพราะนักเรียนจะสามารถตรวจสอบการประมาณค่าและการคำนวณโดยการวัดจริง หาวิธีที่จะตรวจสอบความคิดของเขากับการปฏิบัติจริงมากกว่าที่จะฟังคำตอบจากครูหรือจากหนังสือ ส่งเสริมให้เด็กกล้าคาดเดาและตรวจสอบคำตอบหรือพยายามหาหนทางใหม่ในการแก้ปัญหา

ในการที่จะทำให้นักเรียนมีสำนึกในการควบคุมสถานการณ์เกี่ยวกับจำนวนอย่างเป็นธรรมชาติไม่ว่าจะอยู่ในโรงเรียนหรือสถานที่อื่น ๆ ธอร์นตันและทัคเกอร์ได้ให้ความสำคัญกับครูเป็นอย่างมาก พวกเขาเน้นว่าในการวางแผนการเรียนการสอนในบทเรียนคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ครูผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

1) ระลึกถึงความสำคัญของการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน

2) สร้างบรรยากาศทางบวก เพื่อให้นักเรียนได้งอกงามในด้านความเข้าใจและการประยุกต์ใช้เกี่ยวกับจำนวน

3) สร้างสถานการณ์ที่กระตุ้นพัฒนาการเกี่ยวกับสำนึกด้านจำนวน

สำหรับการพัฒนาบรรยากาศในทางบวกสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ธอร์นตัน และทัคเกอร์ เสนอแนะว่า ครูควรได้พิจารณาถึงสิ่งต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1) นักเรียนมีความเต็มใจมากกว่าการถูกบังคับ ในการที่จะสำรวจสถานการณ์ด้านจำนวน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยสิ่งที่เขาคุ้นเคย

2) นักเรียนมีวิธีการที่จะเข้าถึงปัญหา หรือสถานการณ์ด้านจำนวนที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้น การยอมรับและการส่งเสริม การตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียนจึงเป็นตัวเร่งให้นักเรียนมีพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่น (flexible thinking) มากขึ้น และทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการประมาณค่า

3) การใช้การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) จะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้ฟังความคิดเห็นเกี่ยวกับจำนวนซึ่งกันและกัน ผลที่ตามมาก็คือนักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ ที่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

4) นักเรียนจะต้องมีโอกาสได้เสี่ยงและทำการตัดสินเกี่ยวกับจำนวนด้วยตนเอง ภายใต้บรรยากาศในการยอมรับและไม่บีบบังคับ เพราะการให้โอกาสให้แก่นักเรียนเช่นนี้ จะช่วยให้นักเรียนมีความชำนาญในการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนมากขึ้น

5) เนื้อหาวิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์และการอ่านจะน่าสนใจขึ้น ถ้าได้สอดแทรกสำนึกด้านจำนวนเข้าไป ตัวอย่างเช่น ในการไปทัศนศึกษาในวิชาสังคมศึกษาครั้งหนึ่ง ครูอาจถามนักเรียนว่า ในการไปทัศนศึกษาพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่ง เงิน 30 บาทต่อนักเรียน 1 คน เพียงพอหรือไม่ที่จะใช้จ่ายทั้งวัน เพราะเหตุใด

สำหรับในเรื่องการวางแผน การเรียนประจำวันนั้น ธอร์นตันและทัคเกอร์เน้นว่าครูจำเป็นต้องพิจารณาสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1) การเชื่อมโยงความรู้ในหัวข้อใหม่กับความรู้เก่าที่เรียนไปแล้วเข้าด้วยกัน

2) การใช้วิธีการในเชิงของการจัดกระทำ

3) การทำให้สอดคล้องกับประสบการณ์จริงในชีวิตของนักเรียน

4) การส่งเสริมการอภิปรายโดยใช้เทคนิคในการถามคำถามอย่างเหมาะสม

5) การตรวจสอบความเข้าใจ

สรุปแล้วการพิจารณาสำนึกด้านจำนวนตามแนวคิดของธอร์นตันและทัคเกอร์นั้น เน้นที่การวางแผนบทเรียนคณิตศาสตร์ประจำวันตามหลักสูตรปกติเป็นสำคัญโดยผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดประสบการณ์ได้สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและสร้างบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียนก็คือตัวครูและนักเรียน จะต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุด ในลักษณะของการเรียนรู้ร่วมกัน

2.5 การประเมินผลความสามารถเกี่ยวกับสำนึกด้านจำนวน

ในการเลือกใช้วิธีการวัดและการประเมินอย่างไรให้เหมาะสมนั้น ครูควรทราบก่อนว่า ผู้ที่มีสำนึกด้านจำนวนที่ดีควรมีความสามารถอย่างไรบ้าง ซึ่งในที่นี้ได้เสนอความสามารถ 9 ประการของผู้ที่มีสำนึกด้านจำนวนที่ดีคือ

1) ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เช่น นักเรียนสามารถคิดได้ว่า 12 x 15 สามารถคิดคำนวณได้จาก 6 x 30

2) ความสามารถที่จะจดจำได้ถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น การรู้ว่า ผลต่างระหว่าง 3 กับ 5 เหมือนกับผลต่างระหว่าง 123 และ 125

3) ความสามารถที่เกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น นักเรียนตระหนักว่า เขาไม่สามารถหยิบเหรียญบาท 200 อัน ได้ในครั้งเดียว

4) ความสามารถที่จะใช้สิ่งอ้างอิง เช่น 50 เป็นจำนวนที่มากเมื่อเทียบกับจำนวน 1

5) ความสามารถที่จะเชื่อมโยงจำนวน การดำเนินการ และความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย

6) ความสามารถที่จะเข้าใจผลของการดำเนินการของจำนวนเช่นนักเรียนรู้ว่าผลต่างของ 289 กับ 348 คือ 59 ดังนั้น ผลต่างของ 289 กับ 358 คือ 69

7) ความสามารถที่จะสร้างวิธีคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลต่างของ 28 กับ 65 โดยคิดจากผลต่างของ 30 กับ 67

8) ความสามารถที่จะใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่น เพื่อประมาณคำตอบในการคิดคำนวณและจดจำได้ เมื่อใช้การประมาณได้อย่างเหมาะสม เช่นบอกได้ว่าผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวนนั้นมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 100 และสามารถอธิบายเหตุผลได้

9) ความสามารถในการพัฒนาความเข้าใจอย่างแจ่มชัดเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนที่มีสำนึกทางด้านจำนวนจะเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และสามารถพัฒนาความหมายนั้นได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับจำนวน

ความสามารถต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วเป็นตัวบ่งชี้ถึงความมีสำนึกด้านจำนวน ดังนั้น การประเมินว่ามีความสามารถเกี่ยวกับสำนึกด้านจำนวน จึงต้องกระทำในหลายรูปแบบโดยครูกระทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยไม่ได้มุ่งเน้นไปที่การสอบกลางภาค หรือปลายภาคเท่านั้น ในการประเมินผลควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนกระทำเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทั้งของครูและของนักเรียน คือครูจะได้ปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และเป็นข้อมูลในการช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนมากที่สุด

3. เกม

เกมเป็นสิ่งที่เหมาะกับเด็กเพราะเกมเป็นการเล่น เป็นกิจกรรมที่เด็กชอบ ให้ความสนุกสนานเพลิดเพลิน แต่ขณะเดียวกันเกมก็เป็นสิ่งที่นักเรียนเกิดการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ ดังนั้นตามทฤษฎีของ Piaget จึงใช้เกมเป็นเครื่องมือสำหรับการพัฒนาสติปัญญาและพัฒนาทางสังคมสำหรับเด็ก

การนำเกมมาประกอบการสอน เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่จะลดความเครียดให้กับผู้เรียน เป็นการให้ความสนุกสนานเพลิดเพลินแก่นักเรียน และนักเรียนจะได้เรียนในบรรยากาศที่ผ่อนคลายไม่ตึงเครียด เพราะมีผู้กล่าวอยู่เสมอว่าคนมักจะเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีความสุขได้ดีกว่าการเรียนรู้ในประสบการณ์ที่ไม่มีความสุข ดังนั้นเกมจึงเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่สามารถสร้างประสบการณ์ที่เป็นความสุขให้แก่ผู้เรียนจึงน่าที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

3.1 ความหมายของเกม

เกม หมายถึง ระบบการแข่งขันที่มีผู้เล่นตั้งแต่สองคนขึ้นไป ผู้เล่นต้องเล่นตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดและเมื่อสิ้นสุดการเล่นลงแล้วมีการตัดสินแพ้ชนะ (วิมล ร่วมสุข, 2522) เกม เป็นสื่อการสอนที่ทำให้เกิดแรงจูงใจในการเรียน เพราะความต้องการที่จะเอาชนะหรือให้บรรลุถึงจุดประสงค์ที่ได้

ตั้งเอาไว้แล้ว (เกศนี โชติเสถียร) ซึ่งสอดคล้องกับสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดในเขตการศึกษา3 (2529 : 21) กล่าวว่าเกมเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนมีการแข่งขันกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย และมีกฎเกณฑ์ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่เรียนและสนุกสนานไปกับการเรียน

รีส (Reese, 1977) กล่าวว่า เกมเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจและทัศนคติตามที่ต้องการ นอกเหนือจากความสนุกสนาน

จากความหมายของเกมตามที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า เกม หมายถึง กิจกรรมที่มีเล่นหรือการแข่งขัน โดยมีกฎเกณฑ์ หรือกติกาควบคุมให้การเล่นดำเนินไปอย่างต่อเนื่อง มีการตัดสินผลแพ้ชนะเมื่อเกมจบลง และที่สำคัญมีความสนุกสนานและเกิดการเรียนรู้ขึ้นกับผู้เรียนตามวัตถุประสงค์ของเกมแต่ละเกม

3.2 ชนิดของเกม

เนื่องจากเกมสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาสติปัญญาและพัฒนาการทางสังคมของนักเรียนได้ ดังนั้นในการแบ่งประเภทเกมของ Kamii and DeVries (1981) จึงได้เน้นในเรื่องบทบาทของการเล่นและพัฒนาการด้านร่างกาย จิตใจ ที่มีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกันอย่างต่อเนื่อง จึงแบ่งเกมเป็น 4 ประเภท คือ

1) ประเภทเล็งเป้าหมาย (aiming games) เป็นการเล่นที่มีการเล็งวัตถุเป้าหมายและเกี่ยวกับความรู้ด้านการเคลื่อนที่ของวัตถุลักษณะต่าง ๆ

2) ประเภทเกี่ยวกับการแข่งขัน (races) เป็นการเล่นเกี่ยวกับการวิ่งแข่งทั่ว ๆ ไป โดยจะเริ่มออกวิ่งพร้อมกัน ผู้ที่วิ่งถึงที่หมายก่อนเป็นผู้ชนะ และสามารถแบ่งได้ 3 ลักษณะคือ

2.1) หากิจกรรมอย่างอื่นทำไปด้วย

2.2) มีความสัมพันธ์กันระหว่างทิศทาง ระยะทาง และเวลา

2.3) มีการผลัดกัน

3) ประเภทวิ่งไล่ตาม (chasing game) เป็นการเล่นที่ผู้เล่นมีบทบาทตรงกันข้าม แบ่งการเล่นออกเป็น 3 ลักษณะดังนี้

3.1) ให้ฝ่ายหนึ่งไล่จับอีกฝ่ายหนึ่งวิ่งหนี

3.2) ให้ผู้วิ่งไล่ตาม จะต้องเลือกผู้เล่นอีกคนเป็นผู้วิ่งหนี

3.3) ให้ผู้วิ่งไล่ตาม จะต้องจับผู้วิ่งหนีทั้งหมด

4) ประเภทซ่อนสิ่งของ (hinging game) เป็นการเล่นที่ผู้เล่นต้องใช้การสังเกต มีไหวพริบปฏิภาณในการเดา คาดคะเน มีการเล่น 2 ลักษณะคือ

4.1) ซ่อนวัตถุหรือสิ่งของ

4.2) ซ่อนตนเอง

5) ประเภทเดาหรือทาย (guessing game) เป็นการเล่นที่ต้องเดาว่าสิ่งของนั้นซ่อนไว้ที่ไหน ผู้ทายจะมองไม่เห็นสิ่งของเหล่านั้น แบ่งการเล่นเป็น 4 แบบ คือ

5.1) เดาหรือทายด้วยการคลำ

5.2) เดาหรือทายด้วยการฟังเสียง

5.3) เดาหรือทายด้วยลักษณะท่าทาง

5.4) เดาหรือทายจากคำพูด

6) ประเภทที่ใช้คำสั่งหรือคำพูด (game involving verbal commands) เป็นการเล่นที่ผู้เล่นต้องทำตามคำสั่ง แบ่งเป็น 3 ลักษณะคือ

6.1) ทำตามคำสั่งโดยไม่มีการลวง

6.2) ทำตามคำสั่งและหลีกเลี่ยงโดยใช้เทคนิค

6.3) ทำตามคำสั่งเป็นคู่หรือกลุ่ม

7) ประเภทบัตรคำหรือบัตรภาพ (card game) เป็นการเล่นที่ใช้บัตรเป็นอุปกรณ์ในการเล่น มีลักษณะการเล่นที่ต่างกันจากรูปแบบของบัตรคำหรือบัตรภาพ แบ่งการเล่นเป็น 7 ลักษณะ คือ

7.1) จำบัตรภาพหระบัตรคำบางตัว

7.2) จับกลุ่มบัตรที่มีลักษณะเหมือนกัน

7.3) เรียงลำดับบัตร

7.4) เลือกบัตรภาพหรือบัตรคำที่มีจำนวนมากกว่าหรือมากที่สุด

7.5) จับคู่บัตรที่มีลักษณะเหมือนกัน

7.6) เรียงบัตรเป็นชุดหรือกลุ่ม

7.7) จับกลุ่มบัตรตามจำนวนที่ต้องการ

8) ประเภทที่มีแผ่นกระดานเป็นส่วนประกอบ (board game) เป็นการเล่นที่มีแผ่นกระดาน หรือแผ่นกระดาษเป็นอุปกรณ์สำคัญ แบ่งเป็น 4 ลักษณะ คือ

8.1) ให้เคลื่อนตัวไปตามทิศทางที่กำหนด

8.2) ให้เป็นผู้เติมช่องว่างต่าง ๆ ให้เต็ม

8.3) ให้นำวิธีเล่นแบบที่ 1 กับแบบที่ 2 มารวมกัน

8.4) เล่นแบบตรงกันข้าม เคลื่อนเบี้ยหลายตัวในการเดินเข้าหากันตามวิธีเล่นของผู้เล่นทั้งสองฝ่าย

ถ้าพิจารณาตามลักษณะของการนำเกมไปใช้ สามารถแบ่งเกมได้เป็น 2 พวกคือเกมที่ไม่เกี่ยวกับการศึกษา (nonacademic games) และเกมการศึกษา (academic games) (วรสุดา บุญยไวโรจน์, 2530)

1) เกมที่ไม่เกี่ยวกับการศึกษา (nonacademic games) เป็นเกมที่จัดเพื่อความสนุกสนาน ลักษณะของความแตกต่างของเกมชนิดนี้เป็นเรื่องของกฎเกณฑ์ หรือกติกาที่กำหนดไว้ให้เหมาะสมกับการเล่นในแต่ละเกมเท่านั้น เกมพวกนี้พบเห็นได้ทั่วไป เช่น หมากรุก ฟุตบอล บิงโก บันไดงู หรือโดมิโน เป็นต้น

2) เกมการศึกษา (academic games) เป็นเกมที่จัดขึ้นเพื่อใช้ประโยชน์ในการเรียนการสอน หรือด้านการศึกษา บางครั้งอาจนำเอาเกมที่ไม่เกี่ยวกับการศึกษาที่เด็กชอบนำมาดัดแปลงเป็นเกมการศึกษาได้ โดยยึดเนื้อหาและจุดประสงค์ของการสอนบทเรียนนั้น ๆ

เกมการศึกษายังแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1) เกมที่เป็นสถานการณ์จำลอง (simulation games) เป็นเกมที่จัดขึ้นเพื่อจำลองแบบจากชีวิตจริงหรือคล้ายคลึงสภาพความเป็นจริง โดยกำหนดบทบาท ลักษณะต่าง ๆ ให้เหมือนจริงตามแบบ เพื่อจุดมุ่งหมายที่จะนำสถานการณ์จำลองนี้ไปใช้ในการศึกษา

2.2) เกมที่ไม่ใช่สถานการณ์จำลอง (nonsimulation games) เป็นเกมที่จัดขึ้นเพื่อให้ผู้เล่นได้แก้ไขปัญหาที่ไม่ค่อยเข้าใจ เป็นการย้ำ ซ้ำทวน เพื่อให้ผู้เล่นเกิดความเข้าใจและเกิดทักษะในบทเรียนที่ดียิ่งขึ้น โดยจัดในรูปของการแข่งขันในกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีครูร่วมอยู่ด้วยในฐานะผู้นำเกมและผู้ตัดสินการแข่งขัน

เกมคณิตศาสตร์เป็นเกมการศึกษาที่ผู้สอนจัดเตรียมมาใช้ประกอบการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้สอนได้ทั้งการเริ่มเนื้อหาใหม่ การทบทวน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้ตามจุดประสงค์ที่ผู้สอนตั้งไว้ โดยที่ผู้สอนอาจนำมาจากเกมที่มีอยู่แล้ว มี

อุปกรณ์ให้พร้อมแล้ว หรือผู้สอนจะคิดเกมขึ้นเองเพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่ต้องการสอนและยังสามารถผลิตอุปกรณ์ในการเล่นขึ้นมาได้เองด้วย ซึ่งเกมคณิตศาสตร์มีหลายประเภทดังนี้

ชนิดของเกมคณิตศาสตร์

กิลแมน (Gillman, 1976) ได้แบ่งเกมต่าง ๆ ที่ส่งเสริมการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1) เกมพัฒนาการ (developmental games) เป็นเกมที่ทำให้ผู้เล่นได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ ๆ

2) เกมยุทธวิธี (strategy games) เป็นเกมที่เร้าให้ผู้เล่นสร้างแผนการหรือหาแนวทางเพื่อจะได้บรรลุจุดมุ่งหมายโดยเฉพาะ

3) เกมเสริมแรง (reinfocement games) เป็นเกมที่ช่วยให้ผู้เล่นได้เรียนรู้ความจริงที่เป็นพื้นฐานต่าง ๆ และฝึกทักษะในการนำความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

โลแวล (Lovell อ้างถึงใน ปราณี วิชกูล, 2528) ได้แบ่งเกมคณิตศาสตร์แตกต่างออกไปคือ

1) เกมเบื้องต้น (preliminary games) เป็นเกมที่มีความสนุกสนาน การเล่นจะไม่เป็นระเบียบแบบแผน การกระทำจะสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่วางไว้น้อยมากหรือเกือบไม่มีเลย เป็นเกมที่เหมาะกับเด็กอนุบาลหรือเด็กเล็ก

2) เกมที่มีโครงสร้าง (structured games) เป็นเกมที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์ที่วางไว้ การสร้างเกมนั้นจะต้องจะต้องสร้างตามแนวของความคิดรวบยอด โดยให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่ต้องการสอน

3) เกมฝึกหัด (practice games) เป็นเกมที่ช่วยเน้นให้เข้าใจในเนื้อหาที่ต้องการสอนมากยิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนอาจนำเกมนี้ไปเล่นในเวลาว่างได้

3.3 การนำเกมมาสอนในวิชาคณิตศาสตร์

3.3.1 แนวคิดในการนำเกมมาสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

Kamii and DeVries (1981) ได้กล่าวถึงลักษณะการจัดกิจกรรมการเล่นสำหรับเด็กตามหลักการทฤษฎีของ Piaget ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1) เสนอสิ่งที่น่าสนใจและท้าทาย เพื่อให้เด็กได้ค้นหาวิธีการเล่น โดยคำนึงถึงระดับพัฒนาการของเด็กเป็นสำคัญ เพราะจะทำให้เด็กเกิดความรู้สึกที่ดี สนใจ จะทำให้เด็กอยากรู้อยากเห็น อยากทดลอง กิจกรรมที่จัดให้เด็กนั้นควรมีความยากพอที่จะท้าทายแต่ก็ง่ายพอที่เด็กสามารถทำได้ด้วยตนเอง การท้าทายเรื่องการคิดหาวิธีเล่นจะทำให้เด็กได้คิดอย่างกว้างขวาง ซึ่งจะช่วยกระตุ้นให้เด็กเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาในการแบ่งหน้าที่ของตนเอง ทำให้เด็กเกิดการเรียนรู้ในการกระทำของตนเอง รู้จักเปรียบเทียบกับเพื่อน และทำให้มีความพยายามที่จะหาวิธีการเล่นที่ดีในครั้งต่อไป

นอกจากนี้สิ่งที่ควรวิเคราะห์จากการเล่นของเด็กคือ สิ่งที่เด็กคิดและจะเล่นและทำได้ด้วยตนเอง กิจกรรมที่พัฒนาความคิดเพียงเล็กน้อยจึงไม่ควรนำมาให้เด็กเล่น เพราะจะไม่ช่วยกระตุ้นให้เด็กเกิดความสนใจ หรืออยากรู้อยากเห็น ส่วนกิจกรรมที่มีวิธีการยุ่งยากเกินไปก็ไม่เหมาะกับระดับพัฒนาการ ทำให้เด็กไม่สนใจ

2) ทำให้เด็กสามารถตัดสินใจในความสำเร็จของตนเองได้ เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมลงควรให้เด็กประเมินผลการเล่นได้ด้วยตนเอง และผลที่ได้ต้องชัดเจนและตัดสินใจในความสำเร็จได้ ทำให้เด็กมีความพยายามคิดค้นวิธีการเล่นที่ดีขึ้น แต่ถ้าเด็กไม่สามารถตัดสินใจในความสำเร็จของตนเอง จะทำให้เด็กสนใจกิจกรรมน้อยลง

3) ถ้าผู้เล่นทุกคนมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างตั้งใจตลอดกิจกรรม เพราะถ้าผู้เล่นไม่มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น ก็จะไม่เกิดแรงกระตุ้นในการอยากเข้าร่วมกิจกรรม การที่จะให้เด็กมีส่วนร่วมได้ตลอดกิจกรรม การเล่นจะต้องก่อให้เกิดความสนใจ ท้าทาย ซึ่งมีผลต่อจิตใจและพัฒนาการทางความคิด

จากหลักเกณฑ์ดังกล่าว Kamii and DeVries ได้สรุปว่าไม่เพียงเพื่อให้เด็กได้เรียนรู้จากการเล่นเท่านั้น แต่สำคัญอยู่ที่ว่าเด็กจะได้เล่นถูกต้องตามกฎเกณฑ์การเล่นหรือไม่ ได้สาระประโยชน์ในการพัฒนาความคิดหรือไม่ และเพื่อความสามารถในการเล่นหรือการมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากน้อยเพียงใด

3.3.2 ประโยชน์ของเกมในวิชาคณิตศาสตร์

Kamii (1985) กล่าวว่าเกมคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมพัฒนาการของเด็กดังนี้

1) เด็กอยู่ในสถานการณ์ที่ต้องแสดงความคิดเห็นกับเพื่อน มีการขยายแนวคิดของตนเพื่อแลกเปลี่ยนกับเพื่อน

2) เด็กต้องมีการตัดสินใจอย่างมาก เช่น จะเล่นกับใคร เล่นเกมประเภทใด เป็นต้น

3) เกมเป็นประสบการณ์ที่เหมาะสมเกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข เพราะกิจกรรมเปิดโอกาสให้เรียนรู้เรื่องจำนวน

4) ความสามารถในการคิดของเด็กทำให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนได้ดีกว่าการสอนแบบชี้นำของครู จึงควรสนับสนุนให้เด็กเกิดความมั่นใจในตนเอง ด้วยการพยายามกระตุ้นให้คิดคำนวณสิ่งต่าง ๆ เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ครูยังต้องจัดเตรียม หรือจัดหาเกมที่มีความหลากหลาย ทั้งวิธีการที่ใช้ต่างกัน จำนวนผู้เล่น ประเภทของอุปกรณ์ วิธีเล่น และระดับความยากง่ายของเกม จัดหาข้อมูลเพื่อแนะนำกลุ่มหรือเด็กแต่ละคน ค้นหาวิธีเล่นของนักเรียนที่เป็นผู้ชนะ เทคนิควิธีการต่าง ๆ ในการนับเลข การนับในใจ และการหาข้อยุติความขัดแย้ง

เกมต่าง ๆ มีประโยชน์มากมายตามที่กล่าวมา ในการเลือกเกมมาใช้ประกอบ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นผู้สอนจะต้องเลือกให้เหมาะกับผู้เรียน เรื่องที่จะเรียน วัย เวลา ฯลฯ ทั้งนี้เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในการใช้เกมมาประกอบการสอนในแต่ละครั้ง หรือเพื่อให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนที่ต้องการ

3.3.3 หลักในการนำเกมมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์

1) กติกาการเล่นต้องไม่ซับซ้อนเกินไป
2) ใช้เวลาในการเล่นไม่มากนัก
3) เป็นเกมที่มีการเสี่ยง ให้โอกาส ให้ความรู้
4) ให้ความสนุกสนาน
5) ช่วยให้การฝึกฝนที่จำเป็นและน่าสนใจ
6) เกมบางเกมควรให้เด็กเรียนอ่อนชนะได้บ้าง

7) เกมทุกชนิดควรใช้เพื่อให้เกิดการแข่งขันกับตนเอง
8) ควรมีรูปร่างลักษณะที่น่าสนใจ สะดุดตา สวยงาม
9) คำสั่งเข้าใจง่าย
10) วิธีการให้คะแนนชัดเจน
11) ผู้เล่นมีโอกาสชนะได้บ่อย ๆ
12) ใช้เครื่องมือ อุปกรณ์น้อย
13) เตรียมอุปกรณ์ล่วงหน้า

3.3.4 ขั้นตอนในการใช้เกมประกอบการสอนคณิตศาสตร์

1) บอกชื่อเกมให้นักเรียนทราบ
2) จัดนักเรียนให้อยู่ในจำนวนและลักษณะที่ต้องการ
3) อธิบายวิธีการเล่นเกม รวมทั้งกฎ กติกา การตัดสิน
4) สาธิตให้ดูเพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น
5) ตอบคำถามเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจ
6) เริ่มเล่นเกม
7) มีความยุติธรรมเมื่อเกิดปัญหาขึ้น
8) พยายามกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม
9) นักเรียนทุกคนควรร่วมกันเล่นจนจบเกม
10) เมื่อเล่นเกมจบแล้ว ต้องมีการสรุปสิ่งที่ได้จากการเล่นเกมทันที

ในการเล่นเกมทุกเกมผู้สอนควรจะสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรมให้นักเรียนด้วยเช่น การไม่เห็นแก่ตัว ไม่คิดแต่การเอาชนะเพียงอย่างเดียว ซื่อสัตย์ เคารพกติกา ฯลฯ และเกมที่ต้องเล่นเป็นกลุ่มจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาการทางสังคมได้โดยตรง ซึ่งขณะผู้เรียนเล่นเกมอยู่หากมีปัญหาครูผู้สอนควรช่วยแก้ปัญหาและสอนสอดแทรกคุณธรรมไปด้วย

4. วิชาคณิตศาสตร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

4.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลย์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ, 2544)

4.2 วิสัยทัศน์การเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อไป ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่จะต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาอารยประเทศ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ, 2544)

4.3 ธรรมชาติและลักษณะเฉพาะของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย คำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้อง เที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ, 2544)

มนุษย์เริ่มต้นการเรียนรู้ธรรมชาติด้วยวิธีการบรรยาย แต่เมื่อมนุษย์เกิดการเรียนรู้และรับรู้ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของธรรมชาติมากขึ้น มนุษย์ก็เริ่มสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของธรรมชาติขึ้นมา มีการกำหนดความหมายของคำที่นำไปใช้ในการสร้างสัจพจน์ (axioms) นักคณิตศาสตร์จะใช้การนิรนัยเชิงตรรกวิทยา (logical deduction) สร้างทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (mathematical theory) ขึ้นมา ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ในเชิงตรรกวิทยาแล้ว จะถูกนำกลับไปใช้แก้ปัญหาหรือตีความเหตุการณ์ในธรรมชาติ โดยธรรมชาติแล้วคนส่วนใหญ่จะเรียนรู้คณิตศาสตร์จากธรรมชาติแล้วสรุปเป็นทฤษฎีและกฎด้วยสหัชญาณ (intuition) มากกว่าด้วยการพิสูจน์ (proof) แต่ทฤษฎีและกฎที่ได้มาด้วยสหัชญาณมักจะเป็นข้อความที่สับสน ไม่เป็นระเบียบ ยากแก่การจำและการนำไปใช้ ผู้ค้นพบจึงพยายามจัดและทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยหวนกลับไปสร้างสัจพจน์ที่จำเป็น แล้วสร้างทฤษฎีขึ้นมาจากสัจพจน์เหล่านั้นและมีคณิตศาสตร์ใหม่หลายแขนงที่นักคณิตศาสตร์พัฒนามาจากระบบสัจพจน์อย่างสมเหตุสมผลตามหลักตรรกวิทยา โดยไม่ได้เป็นการบรรยายสิ่งต่าง ๆ ในธรรมชาติเลย

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญดังนี้

4.3.1 โครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีส่วนประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ 1) อนิยาม (undefined term) 2) นิยาม (definition, or defined term) 3) กติกา (postulate) หรือ

ข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) หรือ สัจพจน์ (axiom) 4) ทฤษฎี (theorem) (หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา, 2534)

1) อนิยาม หมายถึง คำที่ไม่ได้ให้ความหมายหรือ คำจำกัดความแต่ให้เข้าใจตรงกัน นักคณิตศาสตร์ได้เริ่มโครงสร้างของคณิตศาสตร์ด้วยคำกลุ่มหนึ่ง ซึ่งไม่ต้องให้ความหมายหรือคำจำกัดความ โดยที่ตกลงกันว่า คำเหล่านี้เป็นที่เข้าใจกัน อาจจะทำความเข้าใจให้ตรงกันโดยใช้วิธียกตัวอย่างหรือเข้าใจด้วยปฏิภาณ ตัวอย่างของอนิยามในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น จุด ค่าคงที่ เท่ากัน มากกว่า เซต ระนาบ ฯลฯ โดยที่ในโครงสร้างของคณิตศาสตร์จะพยายามให้มีอนิยามเป็นจำนวนน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

2) นิยาม หมายถึง คำที่มีการให้ความหมายหรือคำจำกัดความโดยการนำอนิยามมาบรรยายหรือกำหนดคุณลักษณะของคำเหล่านั้น เช่น ใช้คำว่า "เซต" ไปอธิบายความหมายของ "สับเซต" ตัวอย่างของคำที่มีการให้คำจำกัดความในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น วงกลม สับเซต ฯลฯ

3) กติกา คณิตศาสตร์บางแขนงใช้คำว่าข้อตกลงเบื้องต้นในคณิตศาสตร์แนวเก่าใช้คำว่าสัจพจน์ (axiom) หมายถึงประโยคหรือข้อความที่ให้ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ มักจะแสดงถึงความสัมพันธ์ของนิยาม หรืออนิยามที่เป็นพื้นฐานมากจนไม่จำเป็นต้องพิสูจน์ เช่น "กำหนดจุดสองจุดจะลากเส้นตรงผ่านได้เพียงเส้นเดียว"

4) ทฤษฎีบท เป็นผลสรุปที่ได้จากข้อมูลชุดหนึ่ง หรือจาก เงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงทุกกรณี คือสมเหตุสมผล (valid) การพิสูจน์ทฤษฎีใช้การให้เหตุผลทางตรรกวิทยา โดยการนำนิยาม กติกา หรือทฤษฎีบทที่ได้พิสูจน์แล้วไปสนับสนุนว่าทฤษฎีนั้นเป็นจริง ความเป็นจริงในทุกกรณีของทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสมเหตุ สมผล ไม่ได้หมายถึงข้อเท็จจริง (fact) แต่ความเป็นจริงในทุกกรณีของทฤษฎีทางคณิตศาสตร์บางแขนงบางเรื่องอาจจะตรงกับข้อเท็จจริงทุกกรณีด้วย ทฤษฎีบทจัดเป็นจุดสุดยอดของโครงสร้างของคณิตศาสตร์ นักคณิตศาสตร์จะพยายามสร้างทฤษฎีบทให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

4.3.2 วิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาเป็นนามธรรม (abstract) ความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์เกิดขึ้นเมื่อมนุษย์ตระหนักว่าประสบการณ์มีมากมายจนเกินกว่าจะจารไนได้อย่างครบถ้วน การสรุปเหตุการณ์เชิงรูปธรรมให้เป็นนามธรรมในวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้มนุษย์มีความเข้าใจโลกแห่งวิทยาศาสตร์และชีวิตประจำวันชัดเจนขึ้น และทำให้มนุษย์สามารถอธิบายประสบการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและสอดคล้องกับการสังเกต

4.3.3 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการพิสูจน์ (proof) หรือการให้เหตุผล คณิตศาสตร์จะตอบคำถามว่า "ทำไม" มากกว่า "อย่างไร" การคำนวณไม่ใช่เนื้อแท้ของคณิตศาสตร์ เนื้อแท้ของคณิตศาสตร์คือการพิสูจน์ หรือการให้เหตุผล คณิตศาสตร์ไม่ใช้สามัญสำนึกเป็นเครื่องตัดสิน แต่ใช้นิยาม กติกา และทฤษฎีบทมาเป็นเหตุผลสนับสนุนว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นจริง ยิ่งระดับที่เป็นนามธรรมลึกซึ้งมากขึ้นเพียงใด เหตุผลก็ยิ่งมีบทบาทสำคัญมากขึ้นเพียงนั้น (หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา, 2534)

4.3.4 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มุ่งหานัยทั่วไป (generalization) ของสิ่งต่าง ๆ เพื่อประโยชน์ในการนำไปใช้แก้ปัญหากรณีเฉพาะต่าง ๆ ที่ร่วมโครงสร้างเดียวกันได้อย่างสะดวกและรวดเร็ว ทฤษฎีบทต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ทุกสาขา เป็นตัวอย่างของความเป็นกรณีทั่วไป ความเป็นกรณีทั่วไปของคณิตศาสตร์มีความเด่นมาก จนกล่าวกันว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของแบบแผน (pattern) ซึ่งเป็นโครงใหญ่กว้าง ๆ ที่รวมกรณีเฉพาะต่าง ๆ ไว้อย่างไม่จำกัด (หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา, 2534)

4.4 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามความมุ่งหวังของหลักสูตร

แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาโดยเน้นความสำคัญทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

4.4.1 แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน

ในขั้นดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึงคือ ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่ หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในขั้นปฏิบัติกิจกรรมผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมีความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในขั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนสามารถสรุปหรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามด้วยตนเอง ในขณะที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน แต่ผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจและให้คำแนะนำตามความจำเป็น

เนื่องจากลักษณะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่ต่อเนื่องกัน ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับเด็กเล็ก ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติ / ทำกิจกรรม ได้ฝึกทักษะ / กระบวนการ โดยฝึกการสังเกต ฝึกให้เหตุผล และหาข้อสรุปจากสื่อรูปธรรม หรือแบบจำลองต่าง ๆ ก่อน และขยายวงความรู้สู่นามธรรมให้กว้างขึ้นสูงขึ้นตามความสามารถของผู้เรียน ถ้าสาระเนื้อหา หรือกิจกรรมที่ผู้สอนจัดให้นั้นยากเกินไป หรือต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่สูงกว่าที่ผู้เรียนมี ผู้สอนควรสร้างพื้นฐานความรู้ใหม่ อาจใช้วิธีลดรูปของปัญหานั้นให้ง่ายกว่าเดิม หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสริมเพิ่มเติมให้อีกก็ได้

4.4.2 แนวการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

การจัดการเรียนรู้ของกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์จะคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมต้องสอดคล้องกับวุฒิภาวะ ความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง จากการฝึกปฏิบัติ ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ และแก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนต้องผสมผสานสาระทั้งทางด้านเนื้อหาและด้านทักษะกระบวนการ ตลอดจนปลูกฝังคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่ดีงาม ถูกต้อง และเหมาะสมให้แก่ผู้เรียน

แนวการจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นตัวตั้ง หรือเป็นสำคัญนี้ หมายถึงกระบวนการที่พัฒนาร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรมของผู้เรียนให้เจริญงอกงาม โดยการสร้างให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมรู้ร่วมคิด ร่วมกระทำ ผู้สอนทำหน้าที่ร่วมวางแผนในกิจกรรมที่เหมาะสม กระตุ้นให้ผู้เรียน

มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเองอย่างเต็มที่ ตามความต้องการ ตามความสนใจ และเต็มศักยภาพของผู้เรียน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือปฏิบัติจริง ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น รู้จักบูรณาการความรู้ต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ รวมถึงการปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยม และลักษณะอันพึงประสงค์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประเมินผลงานและปรับปรุงงานตลอดจนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตและอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

4.4.3 แนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร การสืบเสาะ และเลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล การเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหานอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาทางวิทยาศาสร์และเทคโนโลยีตลอดจนพื้นฐานในการพัฒนาวิชาการอื่น ๆ

ในการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดกระบวนการเรียนรู้ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์เพื่อพัฒนาคุณภาพของชีวิต และพัฒนาคุณภาพของสังคมไทยให้ดีขึ้น ผู้จัดควรคำนึงถึงความเหมาะสมและความจำเป็นในหลาย ๆ ด้าน ได้แก่ ความพร้อมของสถานศึกษาในด้านบุคลากร ผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียน และสิ่งอำนวยความสะดวก การจัดสาระการเรียนรู้จะต้องจัดให้สอดคล้องกับสาระของกลุ่มคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่กำหนดสาระการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ดังนี้

1) จำนวนและการดำเนินการ
2) การวัด
3) เรขาคณิต
4) พีชคณิต
5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
6) ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

4.4.4 รูปแบบของการจัดการเรียนรู้

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียนของผู้เรียนได้ดังนี้

1) การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง
2) การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและให้เหตุผล
3) การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า
4) การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

4.4.5 แนวการพัฒนาทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ 5 มาตรฐาน ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว แนวการพัฒนาทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นมีดังนี้

1) การพัฒนาทักษะ / กระบวนการแก้ปัญหา
2) การพัฒนาทักษะ / กระบวนการให้เหตุผล
3) การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4) การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง
5) การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4.5 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทรรศนะของคอนสตรัคติวิสต์

ในทรรศนะของคอนสตรัคติวิสต์ตัวบุคคลเป็นผู้สร้างความหมายทางคณิตศาสตร์ภายในกรอบแห่งประสบการณ์ของตนเอง การอธิบายและการคิดค้นของตัวบุคคลเป็นเรื่องของญาณวิทยา (epistemology) โดยตรงและเป็นแหล่งแรกของการศึกษาของนักวิจัยในแนวคอนสตรัคติวิสต์ นักคิดในแนวคอนสตรัคติวิสต์เห็นว่า ความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้นมาและมีการแลกเปลี่ยนกันภายในวัฒนธรรมของนักคณิตศาสตร์ วิศวกร นักสถิติศาสตร์ นักวิทยาศาสตร์ และกว้างออกไปในสังคม เมื่อคณิตศาสตร์ควบคุมกิจกรรมในการพาณิชย์ การก่อสร้างและออกกฎระเบียบต่าง ๆ

คอนสตรัคติวิสต์ไม่ปฏิเสธการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการปฏิบัติหรือจากประสบการณ์ แต่ต้องการคำอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนคิดและความหมายที่นักเรียนสร้างขึ้น และคอนสตรัคติวิสต์จะไม่ปฏิเสธความเห็นใด ๆ ของนักเรียนก่อนที่จะให้โอกาสนักเรียนได้ตรวจสอบและพบความคลาดเคลื่อนด้วยตัวของนักเรียน (Davis and Hersh, 1982)

คอนสตรัคติวิสต์ปฏิเสธความคิดเกี่ยวกับความจริงแบบ เปลโต (Platonist Truths) ซึ่งเป็นความจริงที่มีอยู่โดยอิสระจากมนุษยชาติ แต่เชื่อมั่นในการอธิบายซึ่งเป็นพื้นฐานของการแลกเปลี่ยนทางสังคมเกี่ยวกับความหมาย การสร้างสรรค์ของรายบุคคล ในทรรศนของคอนสตรัคติวิสต์ความคิดทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นมาจากการแลกเปลี่ยนทางวัฒนธรรมในประวัติศาสตร์อันยาวนานของมนุษยชาติ (Lakatos, 1976)

คอนสตรัคติวิสต์มุ่งเน้นพัฒนาการของความคิดทางคณิตศาสตร์ในเด็ก วัยรุ่น และผู้ใหญ่ และตั้งข้อสมมติฐานเกี่ยวกับพัฒนาการของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (Confrey,1991)

1) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งสร้างสรรค์ของมนุษย์ซึ่งวิวัฒนาการมาภายในบริบทของวัฒนธรรม คอนสตรัคติวิสต์ค้นหาความหลากหลายของความหมายข้ามสาขาวิชา วัฒนธรรม การจัดกระทำทางประวัติศาสตร์และการประยุกต์และตั้งสมมติฐานว่า มนุษย์สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมของการไตร่ตรอง การสนทนาและการแลกเปลี่ยนความหมายกัน เพื่อใช้ในการจัดระเบียบ ประสบการณ์และแก้ปัญหา

2) ในการตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่ง ทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน คอนสตรัคติวิสต์จะสืบค้นว่านักเรียนเข้าถึงมันโดยวิธีการใด โดยคาดหวังในความหลากหลาย และการให้เหตุผลที่แปลก แตกต่างกันไปจากเดิม ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ของผู้ตรวจสอบ จะเป็นตัวชี้นำการสืบค้นนี้ ความมุ่งหวังของคอนสตรัคติวิสต์คือการตรวจสอบการใช้จินตนาการ ภาษา คำจำกัดความ ตัวอย่างหรือการอุปมาอุปไมย ฯลฯ ของนักเรียนเพื่อสร้างรูปแบบสำหรับอธิบายการกระทำและคำพูดของนักเรียน ซึ่งอาจเปลี่ยนความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ของผู้ตรวจสอบเองได้อย่างดีในวิธีทางอย่างง่าย

3) ปัญหามีบทบาทสำคัญในการสร้างความรู้ ปัญหาอยู่ในใจของนักเรียนไม่ใช่อยู่ในหนังสือเรียน หรือในคณิตศาสตร์ ปัญหาคือความรู้สึกขัดแย้ง ความรู้สึกว่ามีอุปสรรคต่อการบรรลุจุดมุ่งหมาย ความรู้สึกเหล่านี้นำไปสู่การกระทำในการรับมือกับปัญหานั้น บุคคลต้องมีความเชื่อว่าสามารถแก้มันได้ และกระทำประหนึ่งว่าปัญหาและคำตอบมีอยู่ก่อน วงจรของการสังเกตและบรรลุความเป็นปัญหา การกระทำและการคิดเกี่ยวกับปัญหา ตามด้วยการไตร่ตรองเกี่ยวกับผลของการกระทำเหล่านั้นผูกพันธ์กับอารมณ์ แรงจูงใจ และความต้องการของบุคคล กระบวนการของการสร้างความรู้นี่เองที่เป็นแหล่งสำคัญสำหรับครูหรือนักวิจัยในแนวคอนสตรัคติวิสต์

4) การแก้ปัญหาอย่างที่กระทำในการวิจัย หรือในการเรียนการสอนแบบคอนสตรัคติวิสต์ เป็นกระบวนการเชิงปฏิสัมพันธ์ นักวิจัยหรือผู้สอนเลือกงานที่เกี่ยวข้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งให้นักเรียนทำ งานนั้นเชิญชวนให้นักเรียนตีความและบรรลุคำตอบด้วยวิธีการอันหลากหลาย นักวิจัยหรือผู้สอนต้องศึกษาให้เข้าใจถึงปัญหาของนักเรียน ทางเลือกของการกระทำ และวิธีการไตร่ตรองของนักเรียน โดยจัดสภาพการสัมภาษณ์หรือการสอนให้ส่งเสริมการไตร่ตรองด้วยตนเอง และส่งเสริมวิธีการในการสร้างความรู้ที่แข็งกว่า โดยคาดหวังว่านิยาม มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องและสิ่งที่ก่อให้เกิดคำตอบที่เหมาะสมจะค่อย ๆ เกิดขึ้นในระหว่างการดำเนินการสัมภาษณ์หรือในระหว่างการดำเนินกระบวนการการเรียนการสอน

5) การตอบของนักเรียนซึ่งเบี่ยงเบนจากความคาดหวังของนักวิจัย หรือผู้สอน อาจเป็นสิ่งที่นักเรียนเห็นว่ามีเหตุผลและวิจารณญาณที่ดี มันอาจถูกต้องโดยตลอดในฐานะที่เป็นทางเลือกอีกทางหนึ่ง หรืออาจนำไปใช้อย่างได้ผลในขอบข่ายที่จำกัด นักวิจัยหรือผู้สอนต้องกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายความเชื่อของเขา และระลึกอยู่เสมอว่าความเบี่ยงเบนให้โอกาสที่มีค่าสำหรับนักวิจัยหรือผู้สอนในการได้เห็นทรรศนะของนักเรียน

จากการวิเคราะห์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามทรรศนะของคอนสตรัคติวิสต์ สรุปได้ว่าทฤษฎีนี้ให้ความสำคัญกับประสบการณ์และกระบวนการคิดเพื่อให้ได้คำตอบของรายบุคคล ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้กระทำกิจกรรมไตร่ตรองเพื่อตรวจสอบทางเลือกที่หลากหลาย เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถถ่ายโยงประสบการณ์ส่วนตัวทั้งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และไม่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เพื่อจะช่วยให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา

คณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง กระบวนการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีนี้จะตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ดี

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

โคโนลด์ (Konold, 1989) ได้ศึกษาเรื่องมโนทัศน์ของนักศึกษาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น (probability) โดยการสัมภาษณ์นักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยได้พบว่านักศึกษาจำนวนมากอธิบายความน่าจะเป็นในความหมายที่ไม่ถูกต้อง นักศึกษาไม่ได้มีการตีความในความหมายของความน่าจะเป็นของจำนวนครั้งที่จะเกิดเหตุการณ์ แต่ตีความหมายในทางการทำนาย เหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นจากการทดลองเพียงหนึ่งครั้งเท่านั้น ซึ่งเป็นการสะท้อนให้ผู้สอนเห็นว่าผู้เรียน มีความเข้าใจจากการเรียนรู้เป็นอย่างไร และผู้เรียนจะได้ตระหนักรู้ว่าตนเองมีความขัดแย้งระหว่าง มโนทัศน์ที่เป็นมาตรฐานกับความเข้าใจของผู้เรียนที่คลาดเคลื่อนไป ซึ่งอาจจะเป็นผลดีในการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ของผู้เรียนได้

เบล (Bell, 1984) ได้ศึกษาเรื่องผลของการสอนแบบให้เผชิญความขัดแย้งกับการสอนแบบชี้นำส่งผลต่อความคงทนและการถ่ายโยงการเรียนรู้หรือไม่ ซึ่งได้พบว่าการสอนแบบให้เผชิญความขัดแย้ง (conflict teaching) ส่งผลต่อความคงทนและการถ่ายโยงการเรียนรู้มากกว่าการสอนแบบชี้นำ (direct instruction) ซึ่งใช้เวลาในการทดลองสอนเพียง 8 ชั่วโมง การสอนกระบวนการที่ถูกต้องทันที โดยหลีกเลี่ยงการให้นักเรียนได้แก้ปัญหา หรือพบกับความผิดพลาดก่อนนั้น ผลที่เกิดขึ้นจะไม่ฝังใจนักเรียนเท่ากับการสอนแบบให้นักเรียนเผชิญกับความขัดแย้ง

นอกจากนี้เขาได้พบว่า ปริมาณของความขัดแย้งทางปัญญาที่เกิดขึ้นจากการอภิปราย มีความสัมพันธ์กับคะแนนที่นักเรียนได้จากการทดสอบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเขาได้พบว่า มีสองวิธีที่ให้ผลในการกระตุ้นความขัดแย้งทางปัญญาได้ดีมากคือ (1) การให้นักเรียนตั้งปัญหา (2) การให้นักเรียนทำการบ้านที่เป็นเรื่องจริงหรือเรื่องแต่งขึ้น

มินสเทรล (Minstrell, 1982) ได้วิจัยเกี่ยวกับความขัดแย้งทางปัญญา และการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา คือได้ทำการทดลองปรับเปลี่ยนความเชื่อของนักเรียนในวิชาฟิสิกส์ โดยให้นักเรียนตรวจสอบความเชื่อเดิมของตนเองตามเกณฑ์ 3 ข้อ คือ (1) ความสอดคล้องระหว่างบุคคล (2) ความสอดคล้องระหว่างเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน (3) ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อกับผลการสังเกตในเชิงประจักษ์ ผลการทดลองพบว่า ความขัดแย้งทางปัญญาที่เกิดขึ้นจากการตรวจสอบตามเกณฑ์ดังกล่าวสามารถทำให้นักเรียนสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญาและเปลี่ยนความเชื่อเดิม

บาลาเชฟ (Balacheff, 1991) ได้ศึกษาพฤติกรรมของเด็กอายุ 13-14 ปี เมื่อเด็กเผชิญกับตัวอย่างค้าน (counterexample) โดยใช้การเกิดปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกระตุ้นให้นักเรียนเผชิญความเห็นที่แตกต่างกันเกี่ยวกับการหาวิธีคำนวณจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม โดยแบ่งการสังเกตเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงที่ 1เป็นการสังเกตกึ่งอิสระของผู้สังเกต โดยผู้สังเกตทำการสังเกตปฏิสัมพันธ์ระหว่างโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนแต่ละคู่ ซึ่งร่วมกันทำงานตามที่กำหนด ช่วงที่ 2 เป็นการสังเกตโดยผู้สังเกตการมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนหลังจากที่นักเรียนคู่ใดคู่หนึ่งแจ้งว่าหาวิธีคำนวณได้แล้ว ผู้สังเกตจะไม่บอกให้นักเรียนทราบว่าวิธีคำนวณของนักเรียนถูก หรือ ผิด แต่จะขอให้นักเรียนใช้วิธีคำนวณเส้นทแยงมุมตัวอย่างที่ผู้สังเกตกำหนดให้ และให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีคำนวณใหม่เมื่อพบว่าตัวอย่างค้านนั้นปฏิเสธวิธีคำนวณของนักเรียน เช่น วิธีคำนวณของนักเรียนอาจจะใช้ได้กับการคำนวณหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม และหกเหลี่ยม แต่ไม่สามารถนำมาคำนวณกับรูปเจ็ดเหลี่ยมได้ เป็นต้น จากผลการสังเกตพบว่าขั้นตอนการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ของ "รูปหลายเหลี่ยม" และ "เส้นทแยงมุม" ในโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน นักเรียนสร้างวิธีคำนวณโดยอาศัยการทดลองมากกว่าการพิสูจน์ด้วยเหตุผล จากการวิเคราะห์การสนทนาของนักเรียนพบว่า นักเรียนขาดความสามารถในการใช้ภาษาเชิงเหตุผลสำหรับการพิสูจน์ในระดับสูง ขาดการระลึกถึงและดึงมโนทัศน์ที่จำเป็นมาใช้ในการพิสูจน์ แต่ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเป็นกลไกสำคัญที่นำนักเรียนไปสู่ความตระหนักในความจำเป็นของการพิสูจน์ และเป็นตัวบีบบังคับให้นักเรียนพิจารณาตัวเอง หรือดึงเอาเหตุผลมาทำการตัดสินใจในจำนวนนักเรียน 14 คู่ มีเพียง 2-3 คู่เท่านั้นที่ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเป็นอุปสรรคต่อการพิสูจน์ของเขา เนื่องจากความขัดแย้งทางปัญญาระหว่างนักเรียนในคู่เหล่านั้นมีมากเกินไปหรือมีน้อยเกินไป

การฟัง การสังเกตการโต้แย้งของผู้อื่น ก็อาจทำให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาขึ้นได้ และสามารถที่จะพัฒนาไปสู่การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาได้เช่นกัน

คอบบ์ วูด และแยคเคล (Cobb, Wood, and Yackel, 1991) ได้ทดลองนำเอาทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไปสู่การปฏิบัติในสถานการณ์การเรียนการสอนจริงในโรงเรียนซึ่งมีข้อจำกัดต่าง ๆ มากมาย แต่ก็ยังได้ผลเป็นที่น่าพอใจ ซึ่งเขาได้ทดลองโดยร่วมกับครูผู้สอนจำนวน 18 คน จากโรงเรียนในระบบเดียวกัน ได้ทำการทดลองสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนเกรด 2 ซึ่งมีอายุ 7 ปี ด้วยวิธีการแบบคอนสตรัคติวิสต์เป็นเวลา 1 ปีการศึกษาภายใต้ข้อบังคับต่าง ๆของโรงเรียน เช่น ต้องใช้จุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มโรงเรียน ต้องใช้ค่าเฉลี่ยจากแบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน (standardized achievement test) เป็นเกณฑ์ในการประเมินผลการเรียน และยังต้องต่อสู้กับความห่วงกังวลของบิดามารดาของนักเรียนที่ร่วมโครงการ แม้ว่าข้อจำกัดเหล่านี้จะมีอิทธิพลต่อการแปลงทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไปสู่การปฏิบัติ แต่โครงการก็ยังประสบผลสำเร็จอย่างมาก ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเป็นที่น่าพอใจ โครงการได้รับการสนับสนุนจากผู้ปกครองของนักเรียนในตอนกลางของปีการศึกษา ทัศนคติของผู้บริหารโรงเรียนและกลุ่มโรงเรียนมีต่อโครงการพัฒนาขึ้นในทางบวก นักเรียนมีพัฒนาการในการสร้างความสัมพันธ์ทางสังคมและการพูดแสดงความคิดเห็นอย่างเห็นได้ชัด ผู้วิจัยส่วนใหญ่มีความประทับใจที่สุดในด้านอารมณ์ของชั้นเรียน ซึ่งมีความมุ่งมั่น มีความกระตือรือร้น และมีโอกาสได้สัมผัสกับความรู้สึกชนิดหนึ่งเมื่อสามารถแก้ปัญหาที่ท้าทายได้ โครงการนี้พยายามลดการใช้อำนาจในชั้นเรียนของครูลง มีการสร้างข้อตกลงและความคาดหวังที่แน่นอนระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่ไว้ใจซึ่งกันและกัน ครูให้ความสำคัญต่อความพยายามของพวกเขา

ไพจิตร สดวกการ (2539) ได้ศึกษาเรื่องผลของการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 145 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 75 คน กลุ่มควบคุมจำนวน 70 คน ได้ข้อค้นพบดังนี้

1) นักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนระดับเดียวกันที่ได้รับการสอนตามปกติ ที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .01 แต่ไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในนักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงและต่ำ

2) ขนาดของความแตกต่างระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เนื่องมาจากการสอนด้วยกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและการสอนตามปกติในนักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ ใหญ่กว่าขนาดของความแตกต่างในนักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง

3) นักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงและปานกลางที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและที่ได้รับการสอนตามปกติมีความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ งานวิจัยนี้ไม่ได้เปรียบเทียบความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในนักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ในระดับนี้ได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการซ่อมเสริมตามระเบียบการวัดผลของโรงเรียนในช่วงเวลาที่ทิ้งระยะไว้เพื่อวัดความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4) นักเรียนระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนระดับเดียวกันที่ได้รับการสอนตามปกติที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .05, .001, และ .05 ตามลำดับ

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสำนึกด้านจำนวน

เรย์ และคณะ (Reys and Others, 1982) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการที่ใช้ในการประมาณค่า โดยมีวัตถุประสงค์ในการวิจัย คือ เพื่ออธิบายกระบวนการในการประมาณค่าในทางคำนวณที่ใช้กลวิธีการคิดและเทคนิคเมื่อระมาณค่าของนักประมาณค่าที่ดี เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบประเมินการประมาณค่าทางการคำนวณ (assessing computational estimation

หรือ ACE Test) เพื่อคัดเลือกนักประมาณค่าที่ดีจำนวน 59 คน จากตัวอย่างประชากรทั้งหมด 1200 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนระดับ 7 - 12 และผู้ใหญ่ที่คัดเลือกมาทำการสังเกตขณะที่เขาทำแบบฝึกหัดการประมาณค่าหลายชุด จากนั้นจึงสัมภาษณ์นักประมาณค่าที่ดีเพื่อทราบกลวิธีและกระบวนการที่เขาใช้ในการแก้ปัญหาในการประมาณค่า ผลการวิจัยพบว่า ทุกคนมีการระลึกได้อย่างรวดเร็ว และถูกต้องในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐาน และความเข้าใจในค่าระจำหลักเพื่อการวินิจฉัยที่ถูกต้อง สิ่งที่ใช้ในการคิดในใจระกอบด้วย การปัดเศษ ทักษะการปัดเศษจากการคูณด้วย 10 และความอดทนต่อความผิดพลาดในกระบวนการประมาณค่า นอกจากนี้ส่วนใหญ่เข้าใจและสามารถใช้ลักษณะตัวเลขพื้นฐาน และใช้กลวิธีหนึ่งหรือมากกว่านั้นในเรื่อง การปรับใหม่ เป็นการเปลี่ยนข้อมูลตัวเลขให้อยู่ในรูปที่จัดการได้โดยใช้การคิดคำนวณในใจแต่คงโครงสร้างเดิมไว้ การแปลงค่า กระบวนการนี้นักระมาณค่าได้เปลี่ยนโครงสร้างหรือสมการให้เป็นรูที่จัดการได้ง่ายขึ้น และการทดแทนเป็นการปรับเพื่อทดแทนความไม่ถูกต้องที่เกิดจากการแปลงค่า และการปรับใหม่ มีประมาณ 20 - 30 % ของผู้ที่ถูกสัมภาษณ์ใช้กลวิธีหลาย ๆ อย่าง มีความมั่นใจในความสามารถในการประมาณค่าของตน และใช้กระบวนการทดแทนในระดับกลาง

สกอตต์ (Scott, 1987) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลกระทบของโปรแกรมสำนึกด้านจำนวนต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ 8 ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ และคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกในโปรแกรม สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถคล้ายคลึงกันแต่ไม่ได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 มีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างความสามารถด้านจำนวน number sense competency) กับคะแนนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ และคะแนนเก็บในกลุ่มทดลอง และมีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถทางด้านสำนึกด้านจำนวนกับคะแนนผลสัมฤทธิ์ด้านการคำนวณ นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบอีกว่า เพศชายมีคะแนนเฉลี่ยในการทำแบบสอบวัดสำนึกด้านจำนวนสูงกว่าเพศหญิง ส่วนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ถูกศึกษาเฉพาะในกลุ่มทดลอง ซึ่งพบว่าไม่แตกต่างกันระหว่างคะแนนสอบก่อนทดลองและหลังทดลองในการทำแบบทดสอบวัดความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์

ไครทิส (Crites, 1990) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเหมือนและลักษณะของกลวิธีที่ใช้โดยนักเรียนระดับสาม ห้า และเจ็ด เพื่อทำการประมาณค่าตัวเลข วัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เพื่อศึกษาข้อมูลเบื้องต้นในความสามารถของนักเรียนดังกล่าวเมื่อทำการประมาณค่า 2) เพื่อศึกษา

ความสัมพันธ์ระหว่างการประมาณค่า การคิดในใจ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั่วไป 3) เพื่อศึกษากลวิธีที่ใช้เมื่อทำการประมาณค่าตัวเลข มีนักเรียนประมาณ 400 คน จากโรงเรียนในขนบทได้รับการทดสอบการคิดในใจ และการประมาณค่า ผลจากแบบทดสอบการคิดในใจ และแบบทดสอบการประมาณค่าใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทั้งสองอย่าง ส่วนความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั่วไปวัดจากแบบทดสอบทักษะพื้นฐานความเข้าใจ ผลการทดลองพบว่า

1) การประมาณค่าตัวเลขของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ มีค่าเฉลี่ยความถูกต้องอยู่ระหว่าง .25 ถึง .56

2) ความสามารถในการประมาณค่าเพิ่มขึ้นตามระดับชั้นของนักเรียน

3) ความสามารถในการประมาณค่าระหว่างนักเรียนชายและหญิงไม่แตกต่างกัน

3) การปฏิบัติการทดสอบการประมาณค่าแบบเลือกตอบนั้นสูงกว่าแบบปลายเปิด

จุรีรัตน์ รุ่งปิติ (2525) ได้ทำการศึกษา ความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2524 จำนวน 421 คน ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนมีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่ำ

2) นักเรียนที่อาศัยอยู่ในอำเภอเมือง และนอกอำเภอเมืองมีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

3) นักเรียนในโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎ์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดีกว่าโรงเรียนประถมศึกษาที่ระดับนัยสำคัญ .01 แต่นักเรียนในโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎ์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

4) นักเรียนที่บิดา หรือมารดามีอาชีพค้าขาย มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดีกว่า นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดามีอาชีพเป็น ข้าราชการ เกษตรกร และอื่น ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ .01 แต่สำหรับนักเรียนที่มีบิดา หรือมารดามีอาชีพเป็นข้าราชการ เกษตรกรรม และอื่น ๆ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุนทรี สุกาญจนาเศรษฐ์ (2533) ได้วิจัยเรื่องการพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 45 คน การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกรุงเทพคริสเตียนวิทยาลัย จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ โปรแกรมคอมพิวเตอร์และแบบสอบทักษะการคิดคำนวณในใจ การพัฒนาทักษะนี้จัดเป็น 4 ขั้นตอน คือ การแนะนำใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ การประเมินผลก่อนใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ การทดลองใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และการประเมินผลหลังการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แล้วนำข้อมูลมาทำการทดสอบค่าที (t-test) ผลการทดลองพบว่า

1) ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่คะแนนทักษะการบวกเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการลบเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการคูณเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการหารเลขในใจอย่างง่าย และคะแนนทักษะการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2) อัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่ อัตราเร็วในการบวกเลขในใจ อัตราเร็วในการลบเลขในใจ อัตราเร็วในการลบเลขในใจ อัตราเร็วในการคูณเลขในใจ อัตราเร็วในการหารเลขในใจ และอัตราเร็วในการบวก ลบ คูณ หารจำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีค่าสูงกว่าอัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

อุษา คงทอง (2538) ได้ศึกษาเรื่องผลของสำนึกทางด้านจำนวนและตัวแปรคัดสรร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร ซึ่งผลการวิจัยมีดังนี้

ระยะที่ 1 พบว่าตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รองลงมาคือความรู้พื้นฐานเดิม และสำนึกทางด้านจำนวนเป็นลำดับที่สาม

ระยะที่ 2 ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวนมีคะแนนเฉลี่ยของสำนึกทางด้านจำนวน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเกม

ภาวิณี สิทธิชัยจารุ (2532) ศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำของเด็กอนุบาลที่ฝึกด้วยเกมการศึกษากับแบบฝึก วัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ ต้องการเปรียบเทียบความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำของเด็กอนุบาลที่ฝึกด้วยเกมการศึกษากับแบบฝึก กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นอนุบาลปีที่ 2 ปีการศึกษา 2531 ของโรงเรียนอนุบาลพิบูลย์เวศน์ จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มที่ฝึกด้วยเกมการศึกษา 20 คน กลุ่มที่ฝึกด้วยแบบฝึก 20 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งได้มาโดยการจับคู่คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบความสามารถในการจำแนกด้วยสายตาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำหลังการทดลองนักเรียนกลุ่มที่ฝึกด้วยเกมการศึกษา สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึกด้วยแบบฝึก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 หลังการทดลองนักเรียนกลุ่มที่ฝึกด้วยเกมการศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำ รูปคำไม่แตกต่างกันที่ระดับ .05 ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ฝึกด้วยแบบฝึกที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ระดับสูง ปานกลาง และต่ำ มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ในระดับสูง มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำ สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ในระดับต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาปานกลางระดับ .05 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการจำแนกด้วยสายตาอยู่ในระดับปานกลาง กับต่ำ มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความพร้อมในการอ่านโดยการจำรูปคำไม่แตกต่างกันที่ระดับ .05

ชบา ดำชื่น (2533) ศึกษาเรื่องผลของการใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า

1) การใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องนาฬิกา ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2) การใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องการอ่านนาฬิกาเป็นชั่วโมงตรงในเวลากลางวันและกลางคืน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3) การใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องการอ่านนาฬิกา เป็นชั่วโมง กับ 5, 10, 15 .... นาที ในเวลากลางกันและกลางคืน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80