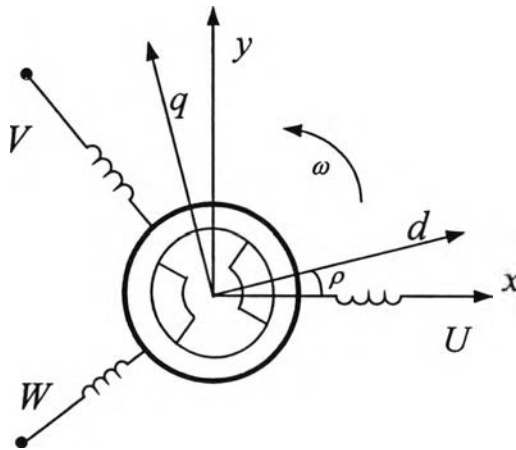


บทที่ 2

แบบจำลองพลวัตของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในที่เป็นเชิงเส้น

ในบทนี้เราจะกล่าวถึงประเด็นหลักของงานวิจัยนี้คือ การนำเสนอแบบจำลองพลวัตของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในแบบใหม่ที่เป็นเชิงเส้น โดยอันดับแรกจะกล่าวถึงแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะทำให้เกิดปัญหาเมื่อนำมาสร้างตัวสังเกตเพื่อเปรียบเทียบให้เห็นความแตกต่างของแบบจำลอง

2.1 แบบจำลองพลวัตของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในที่ไม่เป็นเชิงเส้น



รูปที่ 2.1 โครงสร้างของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายใน

แบบจำลองโดยทั่วไปของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายใน ในรูปที่ 2.1 อ้างอิงบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์แสดงได้ดังสมการ (2.1)

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt} L_x(\rho) & -\omega L_{xy}(\rho) \\ \omega L_{xy}(\rho) & R + \frac{d}{dt} L_y(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \omega \Psi \begin{bmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega$$

โดยที่

$$L_{xy}(\rho) = \frac{L_d - L_q}{2} * \sin(2\rho),$$

$$L_x(\rho) = \frac{L_d + L_q}{2} + \left[\frac{L_d - L_q}{2} * \cos(2\rho) \right],$$

$$L_y(\rho) = \frac{L_d + L_q}{2} - \left[\frac{L_d - L_q}{2} * \cos(2\rho) \right]$$

นิยามสัญลักษณ์

- u_x, u_y : แรงดันสเตเตอร์ในแกน x, y
- i_x, i_y : กระแสสเตเตอร์ในแกน x, y
- R : ค่าความต้านทานของขดลวดสเตเตอร์
- L_d, L_q : ค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดสเตเตอร์ในแกน d, q
- Ψ : ฟลักซ์แม่เหล็กจากแม่เหล็กถาวร
- ω, ρ : ความเร็วและตำแหน่งของโรเตอร์ในทางไฟฟ้า

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ตัวห้อย x, y แสดงถึงองค์ประกอบในแกน x, y บนแกนอ้างอิงสเตเตอร์
 ตัวห้อย d, q แสดงถึงองค์ประกอบในแกน d, q บนแกนอ้างอิงโรเตอร์
 "-" แสดงถึง ปริมาณปริภูมิเวกเตอร์

จากสมการ (2.1) เราจะสังเกตได้ว่าในสมการแบบจำลองจะมีเทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้น อันได้แก่เทอมของแรงดันเหนี่ยวนำจากฟลักซ์แม่เหล็กถาวร $(\omega\Psi \begin{bmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{bmatrix})$ และค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดสเตเตอร์ $L_x(\rho), L_y(\rho)$ และ $L_{xy}(\rho)$ ซึ่งขึ้นกับตำแหน่งเชิงมุมของโรเตอร์ ทำให้เกิดความยุ่งยากต่อการวิเคราะห์เสถียรภาพและการสร้างระบบควบคุม

จากปัญหาดังกล่าว ทำให้งานวิจัยที่ผ่านมาได้มีผู้วิจัยที่นำเสนอแนวทางในการปรับแบบจำลองใหม่โดยการนิยาม Extended EMF ขึ้นมาใช้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

แบบจำลองพลวัตของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในอาศัยนิยามแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำแบบขยาย (Extended EMF) แสดงบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์ได้ดังสมการ (2.2)

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt} L_d & \omega(L_d - L_q) \\ -\omega(L_d - L_q) & R + \frac{d}{dt} L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega$$

นิยาม Extended EMF บนแกนอ้างอิงสเตเตอร์แสดงได้ดังสมการ (2.3)

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \triangleq \{ (L_d - L_q)(\omega i_d - \dot{i}_q) + \omega \Psi \} \begin{bmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

" " : การเปลี่ยนแปลงเชิงเวลา ($\frac{d}{dt}$)
 i_d, i_q : กระแสสเตเตอร์ในแกน d, q

สมการแบบจำลองที่อาศัยนิยาม Extended EMF (2.2) แสดงให้เห็นถึงลักษณะความเป็นเชิงเส้นที่เกิดขึ้นภายหลังการปรับแบบจำลองใหม่โดยอาศัยนิยามดังกล่าว แต่เมื่อเราพิจารณาการเปลี่ยนแปลงเชิงเวลาของ Extended EMF ($\frac{d\bar{e}}{dt}$) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (2.4)

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = J\omega\bar{e} + (L_d - L_q)(\omega\dot{i}_d - \ddot{i}_q) \begin{bmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงเชิงเวลาของ Extended EMF ($\frac{d\bar{e}}{dt}$) ยังคงมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏอยู่ในรูป $\begin{bmatrix} -\sin \rho \\ \cos \rho \end{bmatrix}$ นอกจากนี้ยังมีเทอม \dot{i}_d และ \ddot{i}_q ที่ทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ซับซ้อนยิ่งขึ้น ดังนั้นเพื่อให้แบบจำลองของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในมีลักษณะเป็นเชิงเส้นโดยปราศจากความซับซ้อนเหมือนในกรณีที่ใช้ Extended EMF ในงานวิจัยนี้เราจึงนำเสนอแนวคิดใหม่ที่อาศัยนิยามฟลักซ์ขยาย (Extended flux) มาใช้ภายในแบบจำลองใหม่ดังแสดงในหัวข้อต่อไป

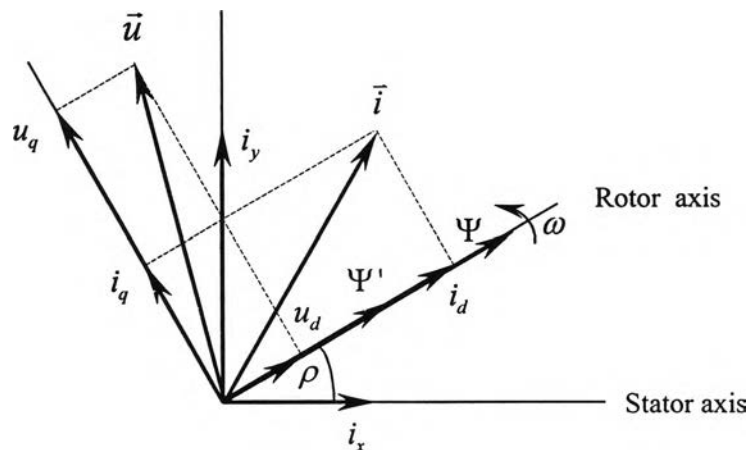
2.2 แบบจำลองพลวัตของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในที่เป็นเชิงเส้น

แบบจำลองโดยทั่วไปของมอเตอร์ซิงโครนัสชนิดแม่เหล็กถาวรภายในแสดงบนแกนอ้างอิงโรเตอร์ได้ดังสมการ (2.5)

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt} L_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R + \frac{d}{dt} L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + J\omega \begin{bmatrix} \Psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{d\rho}{dt} = \omega$$

และรูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นถึงการอ้างอิงปริมาณปริภูมิเวกเตอร์กระแสและแรงดันบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์และแกนอ้างอิงโรเตอร์



รูปที่ 2.2 การอ้างอิงปริภูมิเวกเตอร์กระแสและแรงดันบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์และแกนอ้างอิงโรเตอร์

เราสามารถนำสมการ (2.5) มาจัดให้อยู่ในรูปสมการที่มีเมตริกสมมาตรได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt} L_q & -\omega L_q \\ \omega L_q & R + \frac{d}{dt} L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + (L_d - L_q) \begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \omega i_d \end{bmatrix} + J\omega \begin{bmatrix} \Psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

จากสมการ (2.6) เราสามารถเขียนแบบจำลองบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์ได้ดังสมการ (2.7)

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt}L_q & 0 \\ 0 & R + \frac{d}{dt}L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + (L_d - L_q) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \cos \rho \\ i_d \sin \rho \end{bmatrix} + J\omega \begin{bmatrix} \Psi_x \\ \Psi_y \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

สมการ (2.7) เป็นสมการแบบจำลองที่ไม่เป็นเชิงเส้นเนื่องจากเทอม $(L_d - L_q) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \cos \rho \\ i_d \sin \rho \end{bmatrix}$ ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ เราจึงกำหนดนิยามฟลักซ์ขยายเพื่อช่วยแก้ปัญหาดังนี้

นิยาม ฟลักซ์ขยาย (Extended Flux) Ψ' อ้างอิงบนแกนอ้างอิงโรเตอร์เป็นดังสมการ (2.8)

$$\begin{bmatrix} \Psi' \\ 0 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \Psi \\ 0 \end{bmatrix} + (L_d - L_q) \begin{bmatrix} i_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ฟลักซ์ขยายแสดงบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Psi'_x \\ \Psi'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_x \\ \Psi_y \end{bmatrix} + (L_d - L_q) \begin{bmatrix} i_d \cos \rho \\ i_d \sin \rho \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ซึ่งเขียนในรูปปริภูมิเวกเตอร์ได้เป็น

$$\bar{\Psi}' = (\Psi + (L_d - L_q)i_d) * e^{J\rho}$$

จากนิยามของฟลักซ์ขยายข้างต้น สังเกตได้ว่าปริภูมิเวกเตอร์ของฟลักซ์ขยาย $\bar{\Psi}'$ จะมีทิศเดียวกับฟลักซ์จากโรเตอร์ $\bar{\Psi}$ คือชี้ในแกน d ของโรเตอร์ จากการจัดรูปสมการ (2.7) โดยอาศัยนิยามฟลักซ์ขยายที่กล่าวมา เราจะได้สมการแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นซึ่งมีลักษณะสมมาตรดังแสดงในสมการ (2.10)

สมการแบบจำลองบนแกนอ้างอิงสเตเตอร์

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + \frac{d}{dt}L_q & 0 \\ 0 & R + \frac{d}{dt}L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi'_x \\ \Psi'_y \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi'_x \\ \Psi'_y \end{bmatrix} = J\omega \begin{bmatrix} \Psi'_x \\ \Psi'_y \end{bmatrix} + (L_d - L_q) \frac{di_d}{dt} \begin{bmatrix} \cos \rho \\ \sin \rho \end{bmatrix}$$

จากแบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นตามสมการ (2.10) เราสามารถเขียนสมการสถานะทั้งหมดของมอเตอร์ได้เป็น

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{\Psi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_q}I - J\frac{\omega}{L_q} \\ 0 & J\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{\Psi}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} \bar{u} + \begin{bmatrix} -\frac{(L_d - L_q)}{L_q} \frac{di_d}{dt} \begin{bmatrix} \cos \rho \\ \sin \rho \end{bmatrix} \\ (L_d - L_q) \frac{di_d}{dt} \begin{bmatrix} \cos \rho \\ \sin \rho \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

โดยที่ตัวแปรสถานะคือ $[\bar{i} \ \bar{\Psi}']^T$

จากสมการ (2.11) เราสามารถเขียนแบบจำลองที่อ้างอิงบนแกนอ้างอิงโรเตอร์ได้ดังนี้

สมการแบบจำลองบนแกนอ้างอิงโรเตอร์

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = L_q \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega L_q i_q \\ \omega L_q i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Psi' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (L_d - L_q) \frac{di_d}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \rho \\ \Psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ (L_d - L_q) \frac{di_d}{dt} \end{bmatrix}$$

ถึงแม้ว่าแบบจำลองที่นำเสนอใหม่นี้จะยังคงมีเทอมไม่เชิงเส้นในสมการ (2.11) ซึ่งเกิดจากลักษณะพลวัตของฟลักซ์ขาย แต่เนื่องจากโดยทั่วไปแล้วค่า $\frac{di_d}{dt}$ จะมีค่าน้อยหรือเป็นศูนย์ ดังนั้นเทอมไม่เชิงเส้นนี้มีผลน้อยต่อลักษณะทางพลวัตของมอเตอร์ เราจึงสามารถกล่าวได้ว่าแบบจำลอง

ใหม่ที่อาศัยนิยามฟลักซ์ขายมีความเป็นเชิงเส้นกว่าแบบจำลองในอดีต และเราสามารถเขียนสมการสเตเตอร์บนแกนอ้างอิงโรเตอร์ได้ดังสมการ (2.13)

สมการแบบจำลองบนแกนอ้างอิงโรเตอร์:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \cong R \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L_q \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega L_q i_q \\ \omega L_q i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Psi' \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

นอกจากนี้สมการทางด้านโรเตอร์บนแกนอ้างอิงโรเตอร์สามารถแสดงได้ดังสมการ (2.14) และสมการแรงบิดของมอเตอร์แสดงได้ดังสมการ (2.15)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \rho \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\Psi' = (\Psi + (L_d - L_q)i_d) * e^{J\rho}$$

$$T_m = \frac{P}{2} \Psi' i_q \quad (2.15)$$

โดยที่ p คือจำนวนขั้วแม่เหล็กของมอเตอร์

เราจะนำแบบจำลองนี้ไปสร้างระบบควบคุมแรงบิดในบทที่ 3 และสร้างตัวสังเกตเพื่อประมาณค่าตำแหน่งฟลักซ์แม่เหล็กในบทที่ 4 และบทที่ 5 ตามลำดับ และในบทต่อไปก็จะนำเสนอแนวทางการวิเคราะห์เสถียรภาพและการออกแบบอัตราขยายป้อนกลับของระบบประมาณค่าเพื่อให้ระบบโดยรวมมีเสถียรภาพตลอดย่านการทำงาน