



รายงานการวิจัย

เรื่อง

การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ
ก 15
007385

อาจารย์ อัมพร ม้าคอง

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มิถุนายน 2538

รายงานการวิจัย

เรื่อง

การวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



อาจารย์ อัมพร มีาคนอง

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มิถุนายน 2536

I16428425



ชื่อเรื่อง การวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ผู้วิจัย อาจารย์ อัมพร ม้าคนอง
ปี 2536

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ตรีโกณมิติ และการประยุกต์ เมตริกซ์ กำหนดการเชิงเส้น เวกเตอร์ จำนวนเชิงซ้อน และสถิติ (2) ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 21 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเครื่องมือทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชนิดความเรียง ให้แสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัย สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ตามลำดับ
2. ความถี่ของข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน มีดังนี้ ด้านการตีความโจทย์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน การนำข้อมูลมาใช้ผิด มากที่สุด รองลงมาคือ แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ มากที่สุด รองลงมาคือ ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง จากทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด และขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ ตามลำดับ

ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน สรุปผลไม่

ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี มากที่สุด รองลงมาคือ ขาดความระมัดระวัง
ในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ
ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ และขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น
ตามลำดับ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TITLE A DIAGNOSIS OF MATHEMATICS LEARNING
DEFICIENCY OF MATHAYOM SUKSA FIVE STUDENTS OF
CHULALONGKORN UNIVERSITY DEMONSTRATION SCHOOL
RESEARCHER ACHARN AUMPORN MAKANONG
YEAR 1993

ABSTRACT

The purpose of this research was to diagnose mathematics learning deficiencies of mathayom suksa five students of Chulalongkorn University Demonstration School on Exponential and Logarithm Functions, Trigonometry and Application, Matrix, Linear Programming, Vectors, Complex Number and Statistics (2). The samples were 21 mathayom suksa five students of Chulalongkorn University Demonstration School.

The research instruments composed of exercises in textbooks and lesson exercises, applied problems and lesson tests constructed by the researcher. All of instruments were essay types of mathematics problem solving which had to present steps in solving the problems.

The findings were as follows:

1. The students had mathematics learning deficiencies in using of theory, formula, law, definition and properties the most, followed by computation and problem interpretation respectively.

2. Frequencies of mathematics learning deficiencies of each component of each aspect were as follows:

In the aspect of problem interpretation,

students had deficiencies in using data incorrectly the most and in translating verbal sentences to symbol sentences incorrectly secondly.

In the aspect of using of theory, formula, law, definition and properties, students had deficiencies in using basic concepts about theory, formula, law, definition and properties the most and in applying the given data and the theory, formula, law, definition and properties incorrectly, remembering the theory, formula, law, definition and properties incorrectly and lacking of skills in selecting appropriated theory, formula, law, definition and properties respectively.

In the aspect of computation, students had deficiencies in concluding the answers incorrectly or concluding the answers from every cases incompletely the most and carelessly in computation, lacking of skills in basic algebra for solving equation and inequation, misusing the correct steps in computation and lacking of understanding in fundamental principles of mathematics respectively.

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



คำนำ

การวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เกิดจากความคิดของผู้วิจัยที่มุ่งจะค้นหาข้อผิดพลาดในตัวผู้เรียน ลักษณะของงานวิจัยจึงเป็นการสำรวจเชิงเนื้อหามากกว่าการใช้สถิติขั้นสูง ทั้งนี้ผู้วิจัยมุ่งให้ผลการวิจัยเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้จริง

การวิจัยดำเนินการมาจนแล้วเสร็จ โดยได้รับการสนับสนุนทุน สุรินทร์ โอสธานุเคราะห์ ปีการศึกษา 2535 จากคณะครุศาสตร์ ได้รับความอนุเคราะห์จากคณาจารย์ ภาควิชามัธยมศึกษา ในการให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 ของโรงเรียน ในการให้ใช้สถานที่และให้ข้อมูลในการทำวิจัย ผู้วิจัยขอขอบคุณไว้ ณ โอกาสนี้

อัมพร มีาคนอง

มิถุนายน 2536

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ฅ
คำนำ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
บทที่	
1	
บทนำ.....	1
ความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
2	
วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
การวินิจฉัยการเรียน.....	4
ความหมายของการวินิจฉัยการเรียน.....	4
วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยการเรียน..	5
ลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	10
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
งานวิจัยในประเทศ.....	11
งานวิจัยต่างประเทศ.....	14
3	
วิธีดำเนินการวิจัย.....	18
ประชากรและตัวอย่างประชากร.....	18
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	18
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	23
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	24

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	25
5 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย.....	64
สรุปผลการวิจัย.....	64
อภิปรายผลการวิจัย.....	65
ข้อเสนอแนะจากการวิจัย.....	66
บรรณานุกรม.....	68
ภาคผนวก.....	72
ภาคผนวก ก ตัวอย่างแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำบท.....	73
ภาคผนวก ข ตัวอย่างข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน.....	76

เลขหมู่ คพ
 ค 15
 เลขทะเบียน 007385
 วัน,เดือน,ปี 14 ก.ค. 36

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	จำนวนแบบฝึกหัดและจำนวนข้อของแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 จำแนกตามเนื้อหา.....	19
2	จำนวนจุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อของแบบฝึกหัด ประจำบท จำแนกตามเนื้อหา.....	20
3	จำนวนข้อของโจทย์ประยุกต์ จำแนกตามเนื้อหาและระดับ พฤติกรรม.....	21
4	จำนวนข้อของแบบทดสอบย่อยประจำบท จำแนกตามเนื้อหา.....	22
5	ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตาม ความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านและตามเนื้อหา	26
6	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม.....	29
7	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง ตรีโกณมิติและการประยุกต์.....	35
8	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง เมตริกซ์.....	42
9	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น.....	46
10	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง เวกเตอร์.....	49

สารบัญตาราง (ต่อ)

หน้า

11	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาดเรื่อง จำนวนเชิงซ้อน.....	54
12	ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาดเรื่อง สถิติ (2).....	59

สถาบันวิจัยบริการ
คูฟาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1
บทนำ



ความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นกระบวนการที่ช่วยพัฒนามนุษย์ ทั้งในด้านสติปัญญา ความคิด ความรู้สึกอารมณ์ ตลอดจนทักษะในการทำงาน ทั้งนี้โดยอาศัยการเรียนการสอนที่มีระบบ ซึ่งมีองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องอยู่ 6 ประการ คือ ผู้เรียน ผู้สอน หลักสูตร วิธีสอน สื่อการเรียนการสอนและสิ่งแวดล้อม (Dalen 1973) องค์ประกอบทั้ง 6 ประการ เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการจัดการเรียนการสอน ทำให้กระบวนการทางการศึกษาประกอบด้วยคุณลักษณะเบื้องต้น 3 ประการ คือ เป้าหมายทางการศึกษา (Educational Goal) ที่ต้องกำหนดขึ้นอย่างชัดเจน ประสบการณ์การเรียนรู้ (Learning Experiences) ที่ต้องจัดให้สอดคล้องกับเป้าหมายที่กำหนดไว้ และการวัดและประเมินผล (Evaluation Procedure) ซึ่งใช้บ่งชี้ประสบการณ์ที่ผู้เรียนได้รับ (Stanley and Hopkins 1972)

การวัดและประเมินผลทางการศึกษา มีความสำคัญต่อกระบวนการศึกษาเป็นอย่างมาก เพราะผลจากการวัดและประเมินผลจะเป็นพื้นฐานในการตัดสินใจของครูผู้สอนและนักการศึกษา เพื่อใช้ในการปรับปรุงวิธีสอน การแนะนำ การประเมินหลักสูตร แบบเรียน การใช้อุปกรณ์ ตลอดจนการจัดการระบบบริหารทั่วไปของโรงเรียน และยังช่วยปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ได้ผลดียิ่งขึ้น (พร้อมพรรณ อุดมสิน 2533) การวัดและประเมินผลในปัจจุบันนี้ มักจะทำการวัดผลโดยใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ โดยเฉพาะระดับมัธยมศึกษา ซึ่งวิธีการดังกล่าวไม่เกิดประโยชน์มากนักทั้งกับผู้เรียนและผู้สอน เพราะการที่นักเรียนตอบถูก มิได้หมายความว่านักเรียนจะแก้ปัญหาได้ถูกต้องทุกขั้นตอน หรือการที่นักเรียนตอบผิด อาจผิดเพียงบางขั้นตอน ซึ่งมีผลต่อคำตอบ ทำให้ได้คำตอบสุดท้ายผิด ผลของการทดสอบดังกล่าวจึงไม่สามารถบอกได้ว่านักเรียนแต่ละคนผิดพลาดในเรื่องใด การวัดและประเมินผลดังกล่าวจึงไม่เกิดประโยชน์เท่าที่ควรเพราะการวัดและประเมินผลทางการศึกษา นอกจากจะทำเพื่อตัดสินผลการเรียนแล้ว ยังมี

จุดมุ่งหมายเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนด้วย (สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ 2524) และจะเกิดประโยชน์มากยิ่งขึ้นหากนำผลที่ได้ไปใช้แก้ไขความบกพร่อง หรือความผิดพลาดในตัวผู้เรียนได้สำเร็จ ดังนั้น แม้จะมีการนำนักเรียนที่สอบไม่ผ่านมาสอบซ่อมอีกครั้ง ก็ใช้วิธีการเดียวกัน ซึ่งไม่สามารถแก้ไขความผิดพลาด หรือความบกพร่องของผู้เรียนได้ อันจะมีผลต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความสามารถทางความคิดและสติปัญญาในระดับสูง การแก้ไขข้อผิดพลาดที่ไม่ตรงประเด็นจะไม่ช่วยพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้น ดังจะเห็นได้จากรายงานการวิจัยทางการศึกษาของกรมสามัญศึกษา เรื่องการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษาทั่วประเทศที่ใช้กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2525 จำนวน 30,902 คน พบว่า คะแนนเฉลี่ยจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 9.94 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน (กระทรวงศึกษาธิการ กรมสามัญศึกษา หน่วยศึกษานิเทศก์ 2527) ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยที่ค่อนข้างต่ำ ผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า การจะพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพดีขึ้นนั้น ผู้สอนควรจะได้ทราบว่า ผู้เรียนที่ตนสอนนั้น มีข้อผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใดและมีลักษณะของการบกพร่องเป็นอย่างไร เพื่อจะเป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ไขข้อบกพร่องนั้น ทั้งในระดับรายบุคคลและโดยส่วนรวม ซึ่งจะเป็นการแก้ไขที่ตรงประเด็น อันจะเป็นการวางพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดีขึ้น และจะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนในการศึกษาต่อไปในระดับสูงขึ้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ต่อผู้สอนในการปรับปรุง และพัฒนาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ครอบคลุมข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์ในสายวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ค 013 และ ค 014 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2533

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การวิเคราะห์เพื่อศึกษา และค้นหาความผิดพลาดอันเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียน ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ ซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่เลือกเรียนสาขาวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางสำหรับผู้บริหาร และผู้จัดทำหลักสูตร ในการนำข้อผิดพลาดไปใช้ในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น
2. เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์และตัวผู้เรียน ได้นำข้อผิดพลาดที่พบไปปรับปรุงแก้ไขการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น
3. เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยเกี่ยวกับข้อผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

บทที่ 2

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาและการวินิจฉัยข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียน ได้มีผู้สนใจศึกษา และทำการวิจัยไว้ทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ โดยอาจเป็นตำรา เอกสาร และงานวิจัยซึ่งจะนำเสนอเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 การวินิจฉัยการเรียน

ความหมายของการวินิจฉัยการเรียน

วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยการเรียน

ลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศ

การวินิจฉัยการเรียน

ความหมายของการวินิจฉัยการเรียน

รุจิรี ภู่อสาระ (2520) ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนไว้ว่าเป็นการค้นหาข้อบกพร่องที่ทำให้เด็กเรียน เรียนไม่ได้ในวิชาต่าง ๆ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529) ได้กล่าวถึงการวินิจฉัยการเรียนว่าเป็นการค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรค ทำให้เด็กเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน

สิงหะ (Singha 1974) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนว่า หมายถึง การสืบค้นกระบวนการที่ไม่ประสบความสำเร็จทางการศึกษาหรือทางการเรียน เพื่อหาสาเหตุแล้วพยายามหาทางแก้ไข

จากความหมายข้างต้น พอจะประมวลได้ว่า การวินิจฉัยการเรียน หมายถึง การค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน อันเป็นสาเหตุทำให้นักเรียนเรียนไม่ได้ หรือทำให้นักเรียนไม่สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วิธีการและแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยการเรียน

แบบทดสอบแบบเลือกตอบที่นิยมใช้ในปัจจุบัน จะมีผลต่อการให้คะแนนและความสะดวกของผู้วัดและประเมินผลและมีความเที่ยงตรงในการให้คะแนนสูง แต่หากจะให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ควรใช้แบบทดสอบเป็นอันดับข้างเพื่อที่จะวัดระดับความสามารถของผู้เรียนได้ใกล้เคียงกับความจริงมากขึ้น เพราะแบบทดสอบแบบอัตนัยจะใช้เพื่อศึกษา และวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบ วิเคราะห์หาค่าความยากในกรณีนักเรียนทำแบบทดสอบได้คะแนนศูนย์ และการจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง (Radatz 1979)

วิธีการวินิจฉัยการเรียน อาจต้องใช้หลายวิธีการประกอบกัน ดังที่ พันทิพา อุกัยสุข (2523) ได้กล่าวถึงวิธีการเหล่านั้น ไว้ดังนี้

1. การสังเกตการสอน เป็นการพิจารณาดูว่า นักเรียนมีความสนใจ และมีสมาธิในการเรียนหรือไม่
2. การศึกษาเด็กเป็นรายกรณี เป็นการศึกษารื่องทั่ว ๆ ไป ของนักเรียนบางคน ที่คิดว่าอาจมีปัญหา
3. การทดสอบปกติ เป็นการดูผลการเรียนที่ได้จากการสอบและดูความก้าวหน้าของนักเรียน
4. การทดสอบอย่างละเอียด เป็นการค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ได้ตรงจุดจริง ๆ ว่า ส่วนใดต้องแก้ไข โดยพยายามออกข้อสอบให้ได้คำตอบอย่างชัดเจนถึงข้อบกพร่องของนักเรียน
5. การสัมภาษณ์ผู้ปกครอง เป็นการปรึกษาหารือเกี่ยวกับปัญหาต่างๆ ของนักเรียนทั้งด้านการเรียน และด้านอื่น ๆ

นอกจากวิธีการที่ใช้ในการวินิจฉัยแล้ว การเลือกใช้เครื่องมือ และเกณฑ์การพิจารณาข้อผิดพลาดก็มีส่วนสำคัญในการได้มาซึ่งข้อมูลที่ถูกต้อง

มอว์โซวิทซ์ - ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et. al 1987) มีความเห็นว่า ข้อบกพร่องของนักเรียนจะเป็นแหล่งข้อมูลที่สำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จึงได้ศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนตามแนวคิดของ ราดาตซ์ (Radatz 1979) โดยสร้างเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่อง 6 ประการ คือ การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ

แบบทดสอบวินิจฉัยการเขียน เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะพิเศษกว่าแบบทดสอบชนิดอื่นเพราะมีข้อดีอยู่หลายประการ ดังจะกล่าวถึงดังนี้

ทองหล่อ วิภาวิน (2521) กล่าวถึงการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยการเขียนว่าให้ประโยชน์หลายประการ กล่าวคือ

สำหรับนักเรียน :

1. เมื่อผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่า จบบทเรียนจะมีการทดสอบวินิจฉัยการเขียน ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลว ซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ ทั้งยังมีผลทางด้านจิตวิทยาทำให้ผู้เรียนมีเรียนดีขึ้น
2. ผลการสอบจะทำให้ผู้เรียนประเมินตนเองได้ว่า เขาได้เรียนรู้เรื่องนั้นมากน้อยเพียงใด และควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้นักเรียนรู้จักความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร
3. แบบทดสอบวินิจฉัยการเขียนจะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่า ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาหรือทักษะในเรื่องเหล่านั้น ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือยัง

สำหรับครู :

1. ช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนของครู เพื่อให้รู้ว่า ครูควรสอนเรื่องอะไร และหัวข้อใดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง
2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตามความต้องการของผู้เรียน โดยใช้เทคนิคได้เหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน

ลินควิสต์ (Lindquist 1956) กล่าวถึงข้อดีของแบบทดสอบวินิจฉัยการเขียน สรุปได้ว่า

1. สามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ละเอียดกว่าวิธีการอื่น ๆ
2. ช่วยให้ครูได้ทราบถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ลำดับขั้นที่จำเป็นตลอดจนอุปสรรคในการเรียนการสอน
3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย ทำให้มีเวลาจัดซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลได้มากขึ้น
4. ช่วยให้นักเรียนทราบว่า ตนเองต้องเรียนอะไรเพิ่มเติมจากการปรับปรุงข้อบกพร่องที่สำคัญของตนเอง
5. ประหยัดเวลาของครูในการจัดหรือเตรียมการซ่อมเสริม และช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอน

จากประโยชน์และความสำคัญดังกล่าว การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนจึงต้องมีวิธีการและขั้นตอนที่ชัดเจน ดังที่มีผู้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนไว้ดังนี้

สมศักดิ์ สินธุระเวชกุล (2522) สรุปลำดับขั้นในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนไว้ดังนี้

1. แยกหรือวิเคราะห์ทักษะใหญ่ออกเป็นส่วนย่อย
2. สร้างข้อคำถามในแต่ละทักษะย่อยเหล่านั้นโดยไม่จำเป็นต้องเป็นคำถามที่ยากนัก แต่ควรมีจำนวนมากข้อ

วรรณดี ชุณหวิธานนท์ (2524) ได้ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนแล้วสรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดและแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ
3. วิเคราะห์ทักษะที่ต้องการจะวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ ให้ชัดเจน
4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
5. วิเคราะห์สาเหตุที่นักเรียนไม่รอบรู้ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
6. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

จินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์ (2526) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ
วินิจฉัยการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์หรือแยกแยะกฎ หลักการ ความรู้ในเนื้อหา และทักษะ
ใหญ่ออกเป็นส่วนย่อย ๆ อย่างละเอียด และต้องสร้างให้ครอบคลุมกฎ และ
หลักการต่าง ๆ
2. ข้อสอบแต่ละทักษะย่อย ๆ ไม่จำเป็นต้องยากนัก แต่ควรมีมาก ๆ
ข้อ ข้อสอบจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามลักษณะที่ต้องการวินิจฉัย
3. ข้อสอบแต่ละข้อต้องมีความตรงในการวัดทักษะย่อยๆ และทดลอง
ใช้ข้อสอบเพื่อปรับปรุงให้ดีขึ้น

ลินควิสต์ (Lindquist 1956) ให้แนวคิดว่าการสร้างแบบทดสอบ
วินิจฉัย ควรดำเนินการดังนี้

1. ระบบสอบวินิจฉัยต้องสัมพันธ์กับหลักสูตร และมีความชัดเจนใน
จุดประสงค์ที่ต้องการสอบ
2. คำถามในแบบทดสอบนั้น สร้างให้สามารถวัดได้ตรงจุดประสงค์ที่
ต้องการสอบ
3. ทำการวิเคราะห์ข้อสอบอย่างละเอียด โดยอาศัยการทดลองและ
อุปสรรคหรือความไม่เข้าใจในการเรียนเป็นหลัก
4. แบบทดสอบ สามารถวัดพฤติกรรมทางสมองของนักเรียนได้อย่าง
เพียงพอ และต้องให้ค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนได้
5. แบบทดสอบ ต้องเสนอแนะจุดบกพร่องในแต่ละองค์ประกอบทาง
การเรียนที่ทำการวัดได้อย่างถูกต้อง
6. แบบทดสอบ มีความครอบคลุมเกณฑ์ทางการเรียนรู้อย่างทั่วถึง
7. แบบทดสอบ ต้องสามารถศึกษาความบกพร่องทางการเรียนที่ผ่าน
มาได้ และสามารถสืบหาความบกพร่องนี้จากเนื้อหาแต่ละตอนที่ทำการสอบได้

นอลลี และสแกนเนอร์ (Noll and Scanner 1972) กล่าวถึง
การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลายชนิด
สามารถใช้เพื่อการวินิจฉัยการเรียนรู้ได้ แต่เสียเวลา กำลังงาน และต้องมีระบบ
การวินิจฉัยมากกว่าแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นโดยเฉพาะซึ่งมีลำดับขั้น
ที่สำคัญในการสร้างดังนี้

1. ต้องวิเคราะห์กฎ หลักการ ความรู้ หรือทักษะที่ต้องการจะวัด

อย่างรอบคอบ

2. ต้องมีการวางแผนและโครงสร้างครอบคลุมและหลักการอย่างเพียงพอตามจุดประสงค์ที่จะทดสอบ
3. เรียบเรียงข้อสอบเป็นกลุ่มเพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ และวินิจฉัย

สิงห์ (Singha 1974) กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้อาจสร้างเป็นแบบมาตรฐานหรือสร้างขึ้นเพื่อใช้เอง แต่แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อใช้เองจะให้ประโยชน์คุ้มค่าและมีประสิทธิภาพมากกว่าสร้างเป็นแบบมาตรฐาน โดยมีลำดับขั้นในการสร้างดังนี้

1. วางแผน
2. เขียนข้อสอบ
3. รวบรวมเป็นแบบทดสอบ
4. เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบ
5. เตรียมเฉลยพร้อมแบบแผนการให้คะแนน
6. ตรวจสอบความเรียบร้อยของแบบทดสอบ

ในกรณีที่สร้างข้อสอบเป็นแบบปรนัยหรือแบบเติมคำตอบสั้น ๆ ควรมีข้อสอบไม่น้อยกว่า 3 ข้อ ในแต่ละจุดประสงค์ ไม่ต้องคำนึงถึงความต่อเนื่องของเนื้อหาในแต่ละด้าน ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและไม่คำนึงถึงเกณฑ์ปกติ

จากวิธีการและการสร้างเครื่องมือเพื่อวินิจฉัยการเรียนรู้นั้น จะพบว่า มีขั้นตอนที่ต่อเนื่องและจำเป็นที่ผู้สร้างต้องคำนึงถึงขั้นตอนดังกล่าว เพื่อให้ได้มาซึ่งเครื่องมือและวิธีการวินิจฉัยที่มีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ผู้ทำการวินิจฉัยควรตระหนักว่าแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้แม้จะมีประสิทธิภาพดีเพียงใดก็ตาม ก็เป็นเพียงเครื่องมือค้นหาความผิดพลาดหรือความบกพร่องของผู้เรียนเท่านั้น มิใช่เป็นเครื่องมือที่จะแก้ไขความผิดพลาดให้หมดไป และมีได้เป็นเครื่องมือในการป้องกันไม่ให้เกิดความผิดพลาดในการเรียน ดังนั้นถ้าจะให้เกิดประโยชน์สูงสุด ควรนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยไปวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ไขข้อผิดพลาดต่อไป

ลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์

ก่อนการหาแนวทางในการแก้ไขข้อผิดพลาดของผู้เรียน ผู้สอนควรจะทราบก่อนว่าผู้เรียนมีข้อผิดพลาดในลักษณะใด ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

คาเซย์ (Casay 1988 quoted in Truran 1987) ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้น" แล้วสรุปลักษณะข้อผิดพลาดโดยขยายทฤษฎีบทของนิวแมน (Newman 1983 quoted in Truran 1987) ในการหาสาเหตุที่ผิด และแบ่งระดับความผิดพลาดของนักเรียนออกเป็น 9 ด้านคือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำตอบ
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจาก
การขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรม
ของนักเรียน

มอว์โซวิทซ์ - ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et. al 1987) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา" โดยศึกษาตามแนวความคิดของ ราดัทซ์ (Radatz 1979 quoted in Movshovitz-Hadar et. al 1987) วิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง แล้วสรุปลักษณะข้อบกพร่องไว้ 6 ด้าน คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

4. การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

จากลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ดังกล่าว จะพบว่ายังมีรายละเอียดของความผิดพลาดในแต่ละหัวข้ออีกมากมาย ซึ่งเป็นสิ่งที่ควรศึกษาต่อไปว่า รายละเอียดเหล่านั้นคืออะไร และตัวอย่างของความผิดพลาดนั้นเป็นอย่างไร

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยที่เกี่ยวข้องกับข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียน ได้มีนักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจและศึกษาไว้บ้างแล้ว ทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ ดังจะได้ประมวลมาเสนอ ดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

อุไรวรรณ ทศนบุตร (2523) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 990 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วน การลบเศษส่วน การคูณเศษส่วนและโจทย์ปัญหาเศษส่วน เป็นแบบเติมคำตอบสั้น ๆ ผลการวิจัยพบว่าสาเหตุของความบกพร่องที่สำคัญคือไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการบวก ลบ คูณหารเศษส่วน และบกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

จินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์ (2526) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างลำดับชั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็ม "ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่สอง" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 396 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น

แบบทดสอบวินิจฉัยการเรีนคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็ม ผลการวิจัยปรากฏว่า ได้ลำดับชั้นเนื้อหาวิชา 5 ตอน ประกอบด้วยลำดับชั้นทั้งหมด 34 ลำดับชั้น และพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด เนื่องมาจากไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องคุณสมบัติของศูนย์เกี่ยวกับการหาร รองลงมาได้แก่ไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกด้วย จำนวนเต็มลบ และไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มลบ

ปราโมทย์ มากชู (2530) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนประจำจังหวัด 8 โรงเรียน ในภาคเหนือของประเทศไทยจำนวน 160 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นโจทย์สมการพีชคณิตจำนวน 19 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์มีข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการ และการทำให้เป็นผลสำเร็จน้อยแต่มีข้อผิดพลาดในด้านการประยุกต์มาก

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2528) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "รายงานผลการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ม.ศ.5) ปีการศึกษา 2523 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์สาย 6 คาบต่อสัปดาห์ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีทั้งสิ้น 3,747 คน ใน 107 ห้องเรียน จากโรงเรียน 64 โรงเรียน และ 33 จังหวัด โรงเรียนเหล่านี้อยู่ในเขตการศึกษาต่าง ๆ ยกเว้นเขตการศึกษา 2 และเขตการศึกษา 4 งานวิจัยนี้เก็บข้อมูลจากครูคณิตศาสตร์ที่สอนห้องเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 107 คน และเก็บข้อมูลจากผู้บริหารโรงเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 64 โรงเรียนนี้ด้วย เครื่องมือที่ใช้คือแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 8 ฉบับ แบบสอบถามสำหรับนักเรียน แบบสอบถามสำหรับครู แบบสอบถามโอกาสทางการเรียน แบบสอบถามสำหรับผู้บริหารโรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า ในด้านความเห็นของครูเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ครูส่วนใหญ่เห็นว่า คณิตศาสตร์ช่วยให้คนคิดอย่างมีเหตุผล คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มของกฎเกณฑ์ เป็นวิชาที่เหมาะสมสำหรับผู้ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การคาดคะเนเป็นทักษะที่สำคัญ และการแก้โจทย์ปัญหาทำได้หลายวิธี สำหรับการสอนกิจกรรมที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์นั้น ครูมีความเห็นว่าการตรวจสอบคำตอบโดยย้อนกลับไปพิจารณาบทวนตั้งแต่ต้นใหม่อีกครั้งหนึ่ง การจดจำกฎและสูตรการแก้โจทย์ปัญหา และการคาดคะเนคำตอบของโจทย์ปัญหา

ล้วนเป็นกิจกรรมที่มีความสำคัญ ครูส่วนใหญ่ชอบสอบกิจกรรมเหล่านี้ โดยมีความเห็นว่า การตรวจสอบคำตอบและจดจำกฎและสูตร เป็นกิจกรรมที่สอนง่าย แต่การแก้โจทย์ปัญหา และการคาดคะเนคำตอบเป็นกิจกรรมที่สอนยาก ในด้านนักเรียน กิจกรรมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนรู้สึกที่สำคัญและยากคือ การแก้โจทย์ปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎีบท การจดจำกฎและสูตรการคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน การแก้สมการ และการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กิจกรรมที่นักเรียนรู้สึกที่สำคัญและชอบคือการคำนวณเกี่ยวกับอันดับและอนุกรม การอ่านตารางทางสถิติ การแก้สมการ การตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยทบทวนขั้นตอนที่ทำมาแล้ว และการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ทั้งนี้กิจกรรมที่นักเรียนรู้สึกที่สำคัญมากและชอบ คือการแก้สมการ ส่วนกิจกรรมเกี่ยวกับการใช้เครื่องคิดเลขนั้นนักเรียนรู้สึกว่าเป็นกิจกรรมที่ง่ายแต่ไม่แน่ใจในความสำคัญของกิจกรรม และไม่แน่ใจว่าชอบกิจกรรมนี้หรือไม่เพียงใด

กรมวิชาการ (2523) ได้รายงานผลการวิจัยเกี่ยวกับการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 41 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือข้อสอบวินิจฉัยคุณานานจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องใน 3 ลักษณะเรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อย คือด้านการคิดคำนวณ การแก้โจทย์ปัญหา และความคิดรวบยอด นอกจากนี้ยังพบว่าในด้านความคิดรวบยอดนักเรียนบกพร่องในเรื่องเลขศูนย์มากที่สุด รองลงมา เรื่องการนับเลขหนึ่ง และหลักเลข สำหรับด้านการคิดคำนวณนักเรียนบกพร่องส่วนมากในเรื่องความสะเพร่า รองลงมา เรื่องเลขสองหลักไม่มียืม และสับสนในวิธีการเป็นต้น สำหรับด้านการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนทุกคนบกพร่องในการแปลงภาษาโจทย์เป็นภาษาคณิตศาสตร์

ทัศนาวพร คลังแก้ว (2532) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร" กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 70 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง "ภาคตัดกรวย" และ "ตรีโกณมิติ" การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยได้ใช้เกณฑ์ ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องของแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของ โมว์โซวิทซ์-ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ของข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบ

อัตรณ์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ ข้อมูลผิดพลาดเป็นน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม และข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

งานวิจัยต่างประเทศ

บอสแลนด์ (Bosland 1978) ได้ศึกษาจุดบกพร่องเพื่อทำการสอน ช่อมเสริมในจุดที่บกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวก สำหรับนักเรียน เกรด 3 และเกรด 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยค้นหาจุดบกพร่อง ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนซึ่งมีข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเพราะขาดทักษะ พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน

เดวิส (Davis 1979) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทาง การเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้อง กับ โครงสร้างของสาเหตุข้อบกพร่อง พร้อมทั้งวิธีการแก้ไข ผลการวิจัยพบข้อ ผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และ แคลคูลัส 7 อย่าง คือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวข้องกับการสุมกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การสรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และ การใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

ชัย (Chai 1987) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิต และ สมการโดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของ เซลเซีย ซึ่งสร้างโดยปรับปรุงจากแบบสอบถามของโครงการในประเทศอังกฤษ ซึ่ง มีชื่อว่ามโนทัศน์ของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (CSMS) และโครงการที่มีชื่อว่า กลวิธีและความผิดพลาดของวิชาคณิตศาสตร์และ วิทยาศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (SESM) และการทดสอบนักเรียน โดยการใช้การสัมภาษณ์ นำผลการสอบทั้งสองอย่างของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหา จุดบกพร่องในวิธีการ 6 อย่าง คือ การประเมินตัวอักษร ตัวอักษรที่ไม่มี ประโยชน์ ตัวอักษรที่ใช้แทนสิ่งของ ตัวอักษรที่ไม่ทราบความหมาย ตัวอักษรที่ใช้

แทนตัวเลขและตัวแปร ผลที่พบคือ นักเรียนที่ใช้กลวิธีของเขาเองจะล้มเหลวถ้าพบปัญหาที่ยาก นอกจากนั้นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่ก็เนื่องมาจากการตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมายของตัวอักษร และจากการสัมภาษณ์ทำให้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์หรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ

มอว์โซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et. al 1987) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา" ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ ลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้ คือการบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม การใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

อง และลิ้ม (Ong and Lim 1987) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต" โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับ ความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ ตัวอย่างประชากรคือนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี ในสิงคโปร์ 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (Secondary Four Students) จำนวน 356 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 (Pre-University I Students) จำนวน 356 คน และนักเรียนระดับวิทยาลัย (Junior Colleges) จำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีแวน (Evans 1983) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตง่าย ๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการ ซึ่งมีตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวแปรหรือสมการที่ยากกว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ และนักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้ เช่น การใช้ 0 แทนค่าใดค่าหนึ่งในสมการ



ทรูแรน (Truran 1987) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษาในกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7 - 15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการศึกษาเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุที่ผิดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้านของคาเซีย คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากการขาดความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมาย ใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยคอ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

แบลนโด และคณะ (Blando et. al 1989) ได้ทำการศึกษาเรื่อง "การวิเคราะห์และรูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต" วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษารูปแบบความผิดพลาดของนักเรียนในการใช้เครื่องหมายทางเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวน กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐซานฟรานซิสโก โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตอยู่ในเกณฑ์ดีกับกลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตในเกณฑ์ต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเลขคณิตที่เกี่ยวกับความผิดพลาดในการทำเลขคณิตของนักเรียนจำนวน 3 ฉบับ โดยศึกษาความคลาดเคลื่อนของนักเรียนในด้านการมีลำดับที่มากกว่า การทำผิดความหมาย และรูปแบบของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดความระมัดระวัง ผลการวิจัยพบว่าข้อผิดพลาดในการคำนวณของนักเรียนมีหลายรูปแบบ เช่น ผิดพลาดในการบวกก่อนคูณ เป็นจำนวน 67 เปอร์เซ็นต์

การคูณแทนการบวก 10 เปอร์เซนต์ ซาดความระมัดระวังในการคูณ 3
เปอร์เซนต์ ฯลฯ



สถาบันวิจัยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเพื่อค้นหาข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของการดำเนินการวิจัย ตามขั้นตอนต่อไปนี้

ประชากรและตัวอย่างประชากร

ประชากร ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่เรียนวิชา ค 013 และ ค 014 จำนวน 156 คน

ตัวอย่างประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2535 จำนวน 1 ห้องเรียน 21 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด คือ

1. แบบฝึกหัด ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 แบบฝึกหัดประจำบท และแบบฝึกหัดที่เป็นโจทย์ประยุกต์ซึ่งแบบฝึกหัดเหล่านี้นักเรียนต้องแสดงวิธีทำแบบฝึกหัดลงในสมุดแบบฝึกหัด หรือ เอกสาร เพื่อให้ผู้วิจัยได้ตรวจสอบแบบฝึกหัดหรือเอกสาร
2. แบบทดสอบย่อยประจำบท เป็นข้อสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง

เครื่องมือทั้ง 2 ประเภท ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องต่อไปนี้
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม
ตรีโกณมิติและการประยุกต์
เมตริกซ์

กำหนดการเชิงเส้น
แวกเตอร์
จำนวนเชิงซ้อน
สถิติ (2)

รายละเอียดของเครื่องมือแต่ละชนิด มีดังนี้

1. แบบฝึกหัด ประกอบด้วย 3 ส่วน ดังนี้

1.1 แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 หมายถึง แบบฝึกหัดที่ปรากฏในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 ซึ่งในแต่ละบทมีหลายแบบฝึกหัดและผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกทำหลังจากเรียนเนื้อหาแต่ละหัวข้อจบแล้ว มีจำนวนแบบฝึกหัดและจำนวนข้อดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 จำนวนแบบฝึกหัดและจำนวนข้อ ของแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 จำแนกตามเนื้อหา

เนื้อหา	จำนวนแบบฝึกหัด	จำนวนข้อ
ค 013		
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม	10	42
ตรีโกณมิติและการประยุกต์ เมตริกซ์	5	44
กำหนดการเชิงเส้น	13	99
	1	7
ค 014		
แวกเตอร์	6	51
จำนวนเชิงซ้อน	4	35
สถิติ (2)	6	36

1.2 แบบฝึกหัดประจำบท หมายถึง แบบฝึกหัดนอกเหนือจากแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ซึ่งในแต่ละแบบฝึกหัดจะรวมแนวคิดหลักในแต่ละบทเข้าด้วยกัน และผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนทำลงในเอกสาร หลังจากเรียนเนื้อหาในแต่ละบทจบแล้ว เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาทั้งหมดที่นักเรียนได้เรียนมาในบทนั้น ๆ แบบฝึกหัดประจำบทเป็นแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาแต่ละบท มีจำนวนข้อดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 จำนวนจุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อของแบบฝึกหัดประจำบทจำแนกตามเนื้อหา

เนื้อหา	จำนวนจุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ
ค 013		
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล		
และฟังก์ชันลอการิทึม	31	65
ตรีโกณมิติและการประยุกต์	13	22
เมตริกซ์	33	42
กำหนดการเชิงเส้น	4	10
ค 014		
เวกเตอร์	16	24
จำนวนเชิงซ้อน	15	20
สถิติ (2)	18	32

1.3 โจทย์ประยุกต์ เป็นโจทย์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้มีความยากมากกว่าแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดประจำบท มุ่งให้นักเรียนฝึกการนำไปใช้ การวิเคราะห์และสังเคราะห์ ในการแก้ปัญหาโจทย์ ในการทำโจทย์แต่ละข้อ นักเรียนต้องรู้จักแยกแยะหาส่วนสำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญเหล่านั้น เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปใช้กับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม ที่เหมาะสม ซึ่งจะได้คำตอบที่โจทย์ต้องการในที่สุด โดยโจทย์ดังกล่าวว่านักเรียนอาจเคยทำหรือไม่เคยทำมาก่อน ผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในเอกสาร ที่

สามารถนำกลับมาตรวจได้

ในการสร้างโจทย์ประยุกต์ มีลำดับขั้นดังนี้

1. รวบรวมเนื้อหา ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และแนวคิดหลักของเนื้อหาแต่ละเรื่อง

2. วิเคราะห์ข้อมูลในข้อ 1 และรวบรวมสาเหตุของข้อผิดพลาดทางการเรียนในเนื้อหาเหล่านั้น เพื่อวางแผนสร้างโจทย์ให้สอดคล้องกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้และข้อผิดพลาดที่ต้องการวัด โดยให้นักเรียนได้ใช้พฤติกรรมระดับการนำไปใช้ การวิเคราะห์ และการสังเคราะห์

3. ดำเนินการสร้างโจทย์ตามแผนที่วางไว้ในข้อ 2 ซึ่งได้จำนวนข้อของแต่ละเนื้อหา จำแนกตามระดับพฤติกรรม ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 จำนวนข้อของโจทย์ประยุกต์ จำแนกตามเนื้อหาและระดับพฤติกรรม

เนื้อหา	ระดับของพฤติกรรม (จำนวนข้อ)			รวม
	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	การสังเคราะห์	
ค 013				
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล				
และฟังก์ชันลอการิทึม	5	8	3	16
ตรีโกณมิติและการประยุกต์	5	5	4	14
เมตริกซ์	4	5	1	10
กำหนดการเชิงเส้น	2	3	-	5
ค 014				
เวกเตอร์	4	5	3	12
จำนวนเชิงซ้อน	4	4	2	10
สถิติ (2)	8	5	2	15

2. แบบทดสอบย่อยประจำบท เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อทำการวัดและประเมินผลผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละบท โดยเป็นแบบทดสอบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอนที่คิดลงในเอกสาร แบบทดสอบประเภทนี้มีทั้งข้อยากและง่ายคละกันไป และมีจำนวนข้อของแต่ละเนื้อหาไม่มากนัก สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาแต่ละบท โดยแต่ละข้อจะรวมจุดประสงค์หลายจุดประสงค์เข้าด้วยกัน มีจำนวนข้อของแต่ละเนื้อหา ดังแสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 จำนวนข้อของแบบทดสอบย่อยประจำบท จำแนกตามเนื้อหา

เนื้อหา	จำนวนข้อ
ค 013	
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	20
ตรีโกณมิติและการประยุกต์	10
เมตริกซ์	10
กำหนดการเชิงเส้น	5
ค 014	
เวกเตอร์	12
จำนวนเชิงซ้อน	10
สถิติ (2)	15

เครื่องมือส่วนที่เป็นแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 นำมาใช้โดยมิได้ปรับปรุง สำหรับส่วนที่เป็น แบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท ผู้วิจัยสร้างควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาในชั้นเรียน ทั้งนี้เพื่อนำแนวคิดหลักในแต่ละเนื้อหามาใช้ในเครื่องมือแต่ละประเภทที่สร้างให้มากที่สุด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1. ผู้วิจัยทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 013 และ ค 014 ในขณะสอนมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และแบบทดสอบอย่างต่อเนื่อง โดยแบบฝึกหัดส่วนที่เป็นแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 มอบหมายให้ทำหลังจากเรียนเนื้อหาแต่ละตอนจบแล้ว แบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท มอบหมายให้ทำหลังจากเรียนเนื้อหาแต่ละบทจบแล้ว

2. นำสมุดแบบฝึกหัด และเอกสารแสดงวิธีทำของแบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อยประจำบท ทั้ง 4 ประเภท มาตรวจ ในช่วงเดือนมิถุนายน ถึง กันยายน 2535 และในช่วงเดือนพฤศจิกายน 2535 ถึง มีนาคม 2536 เพื่อทำการรวบรวมข้อผิดพลาดที่พบ

3. แจกแจงความถี่ของข้อผิดพลาด ซึ่งจำแนกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

ด้านการตีความจากโจทย์ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาด ดังนี้

1. แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
2. นำข้อมูลมาใช้ผิด

ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาดดังนี้

1. จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด
2. ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
3. ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้
4. ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง

ด้านการคิดคำนวณ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น
2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการ และ
อสมการ
3. ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ
4. ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
5. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. หาความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตาม
ความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน และตามเนื้อหา
2. หาความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วน
ประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด ที่พบในเนื้อหา
แต่ละเรื่อง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลจากการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยใช้เครื่องมือ 4 ประเภท คือ แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014 แบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท ปรากฏว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดแตกต่างกันออกไป ซึ่งได้นำเสนอผลการวินิจฉัยดังกล่าวเป็น 2 ตอน ดังนี้

- ตอนที่ 1 แสดงความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน และตามเนื้อหา แสดงในตารางที่ 5
- ตอนที่ 2 แสดงความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด ที่พบในเนื้อหาแต่ละเรื่อง แสดงในตารางที่ 6 ถึงตารางที่ 12

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเขียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน และตามเนื้อหา

ข้อผิดพลาด	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม	ตรีโกณมิติและ การประยุกต์	เมตริกซ์	กำหนดการเชิงเส้น	เวกเตอร์	จำนวนเชิงซ้อน	สถิติ (2)	รวม
1. ด้านการตีความ จากโจทย์								
1.1 แปลความหมาย จากประโยค ภาษาเป็น ประโยคสัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง	0	0	0	5	0	1	0	6
1.2 นำข้อมูล มาใช้ผิด	0	3	0	4	0	0	0	7
รวม	0	3	0	9	0	1	0	13
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และ สมบัติ								
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด	7	2	1	0	5	9	3	27

ตารางที่ 5 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน และตามเนื้อหา (ต่อ)

ข้อผิดพลาด	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม	ตรีโกณมิติและ การประยุกต์	เมตริกซ์	กำหนดการเชิงเส้น	เวกเตอร์	จำนวนเชิงซ้อน	สถิติ (2)	รวม
2.2 ขาดความเข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และ สมบัติ	29	28	26	10	32	25	15	165
2.3 ขาดทักษะในการ เลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่ เหมาะสมมาใช้	0	0	1	0	0	2	1	4
2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูล กับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และ สมบัติ ไม่ถูกต้อง	2	2	0	1	6	17	4	32
รวม	38	32	28	11	43	53	23	228
3. ด้านการคิดคำนวณ								
3.1 ขาดความเข้าใจ ในหลักเลขคณิต เบื้องต้น	3	0	1	0	3	2	1	10

ตารางที่ 5 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกตามความผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน และตามเนื้อหา (ต่อ)

ข้อผิดพลาด	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม	ตรีโกณมิติและ การประยุกต์	เมตริกซ์	กำหนดการเชิงเส้น	เวกเตอร์	จำนวนเชิงซ้อน	สถิติ (2)	รวม
3.2 ขาดทักษะใน หลักพีชคณิต เบื้องต้นในการ แก้สมการและ อสมการ	4	0	1	4	0	5	0	14
3.3 ทำผิดขั้นตอน ที่ถูกต้องใน การคำนวณ	2	8	0	0	0	1	0	11
3.4 ขาดความระมัด ระวังในการคิด คำนวณ	13	1	0	2	0	9	0	25
3.5 สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ ครบทุกกรณี	16	4	2	0	5	2	3	32
รวม	38	13	4	6	8	19	4	92

จากตารางที่ 5 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมีค่ามากที่สุด รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ ตามลำดับ

ตารางที่ 6 ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์	ความถี่
1. ด้านการตีความจากโจทย์	
1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์	
ไม่ถูกต้อง	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
รวม	(0)
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด	
2.1.1 $2x \log 3 = \log 5$	
$2x = \frac{\log 5}{\log 3}$	
$= \log 5 - 3$	(2)
2.1.2 $\log x^2 + y^2 = 2 \log x + 2 \log y$	(1)
2.1.3 $\log \frac{x}{b} = \frac{\log x}{\log b}$	(3)
2.1.4 $\log a + b = \log a + \log b$	(1)
รวม	(7)

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

$$2.2.1 \quad (x^3 - y^3)^{\frac{1}{3}} = x - y \quad (1)$$

$$2.2.2 \quad (x^m + x^n)^{-1} = x^{-m} + x^{-n} \quad (1)$$

$$2.2.3 \quad \sqrt{a^2} = a \quad (3)$$

$$2.2.4 \quad \log x^2 = (\log x)^2 \quad (2)$$

$$2.2.5 \quad 3x^{-1} - x^{-3} = x^{-1} (3 - x^3) \quad (1)$$

$$2.2.6 \quad 2^x + 2^x = 2^{2x} \quad (1)$$

$$2.2.7 \quad \sqrt{x^2 - y^2} = x - y \quad (1)$$

$$2.2.8 \quad \sqrt{(x+y)^2} = x + y \quad (2)$$

$$2.2.9 \quad \log_a (\log_a a) = \log a \quad (1)$$

$$2.2.10 \quad \left(\sqrt[3]{\sqrt{x^3}} \right)^2 = x \quad (5)$$

$$2.2.11 \quad \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = \sqrt{36} \quad (1)$$

$$2.2.12 \quad r = x|y = \log_a x^2 + 1$$

จะได้ $r \in \mathbb{R}^+$ (3)

$$2.2.13 \quad \log_b a^{-1} = \frac{1}{\quad} \quad (2)$$

$$2.2.14 \quad \frac{a^{-3} - b^{-3}}{a^{-1} - b^{-1}} = \frac{\log_b a}{a^1 - b^1} \quad (1)$$

$$\frac{a^{-3} - b^{-3}}{a^{-1} - b^{-1}} = \frac{a^3 - b^3}{a^3 - b^3}$$

$$2.2.15 \quad x^{\frac{1}{2}} = -2$$

$$x = 4 \quad (2)$$

$$2.2.16 \quad 5 \cdot 2^{\frac{2}{3}} + 2 \cdot 2^{\frac{2}{3}} - 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot 2^{\frac{6}{3}} = 16 \quad (1)$$

$$2.2.17 \quad \frac{1}{4} \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \log_2 x = 7$$

$$\log_2 x \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 \right) = 7$$

$$\log_2 \frac{7}{4} x = 7 \quad (1)$$

รวม (29)

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่
เหมาะสมมาใช้

ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
ไม่ถูกต้อง

$$2.4.1 \quad \log \log 4 = \log \log 2^2$$

$$= \log 2 \log 2$$

$$= (\log 2)^2 \quad (1)$$

2.4.2 $f(x) = (\cos 135^\circ)^x$ เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพ
เนนเชียลแบบฟังก์ชันลด (1)

รวม (2)

รวม (38)

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

$$3.1.1 \quad 10^{10} = 100 \quad (1)$$

$$3.1.2 \quad -3^4 = 81 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 3.1.3 \quad \log N &= -2.5229 \\
 &= -2+0.5229 \qquad (1)
 \end{aligned}$$

$$\text{รวม} \qquad (3)$$

3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

$$3.2.1 \quad \text{ถ้า } x^n = m \quad \text{แล้ว จะได้ } \frac{m}{x^n} = 1$$

$$(\text{จะเป็นเท็จเมื่อ } x \text{ เป็น } 0) \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}
 3.2.2 \quad x^2 &= 9 \\
 x &= 3 \qquad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.2.3 \quad \sqrt{x-3} &= \sqrt{x} - 3 \\
 x-3 &= x - 6\sqrt{x} + 9 \\
 -12 &= -6\sqrt{x} \\
 2 &= \sqrt{x} \\
 4 &= x \qquad (2)
 \end{aligned}$$

$$\text{รวม} \qquad (4)$$

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

$$3.3.1 \quad \text{กำหนด } 125^{-k} = 7 \text{ จงหาค่าของ } 625^k$$

$$\text{จาก } 125^{-k} = 7$$

$$125^k = \frac{1}{7}$$

$$625^k = 5 \cdot 125^k = 5 \cdot \frac{1}{7} = \frac{5}{7}$$

$$(\quad 625^k = 5^{4k})$$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } 125^{-k} &= 5^{-3k} = 7 \quad \frac{-4}{-4} = \frac{7 \cdot -4}{-4} \\
 5^{4k} &= (5^{-3k})^{\frac{-4}{-3}} = (7)^3 = \sqrt[3]{(7)^{-4}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\text{รวม} \qquad (2)$$

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

$$3.4.1 \quad \log 7.2 = \log (0.9 \times 0.8) \qquad (1)$$

$$3.4.2 \quad 9(\sqrt{a^2+b^2})^2 = 9a^2+b^2 \qquad (1)$$

$$3.4.3 \quad \log_{10} 100 = 10 \log_{10} 10 \qquad (1)$$

$$3.4.4 \quad \log_{\frac{1}{2}} b = \log_{\frac{1}{2}} b \qquad (2)$$

$$\begin{aligned}
 3.4.5 \quad 2^{2x-3} &= 3^{x-\frac{3}{2}} \\
 2x-3 \log 2 &= x-\frac{3}{2} \log 3 \\
 x &= 3\log 2 - \frac{3}{2} \log 3 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$3.4.6 \quad (2ab)^{-2} = \frac{1}{2a^2 b^2} \quad (1)$$

$$3.4.7 \quad -2^{-4} = \frac{1}{2^4} \quad (1)$$

$$3.4.8 \quad \frac{y^{-5}}{y^{-7}} = y^{-5-7} \quad (1)$$

$$3.4.9 \quad \frac{3}{x} - x^{-3} = \frac{3 - x^{-4}}{x} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 3.4.10 \quad \frac{3^2 - x^4}{\frac{3-x^{-4}}{x}} &= \frac{3^2 - x^4}{3-x^{-4}} \cdot x \\
 &= \frac{3^2 - x^5}{3-x^{-4}} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$3.4.11 \quad 37100 \frac{2}{2} = 3.71 \times 10^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 3.4.12 \quad \log 0.807^3 &= \frac{2}{3} \log 0.807 \\
 &= \frac{2}{3} \log 8.07 \times 10^{-1} \\
 &= \frac{2}{3} \log 8.07 - 1 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\text{รวม} \quad (13)$$

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

$$3.5.1 \quad \log x \log 2x = \log 5 \log 10$$

$$x = 5 \quad (4)$$

$$3.5.2 \quad \frac{x}{a} = \frac{x}{b}$$

$$a = b \quad (2)$$

$$3.5.3 \quad \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} + \left(\frac{8}{5}\right)^{\log x} = \frac{89}{40}$$

$$= \frac{5 \times 5 + 8 \times 8}{8 \times 5}$$

$$= \frac{5}{8} + \frac{8}{5}$$

จะได้ $\log x = 1$

$$x = 10 \quad (4)$$

$$3.5.4 \quad 3^{2x} = 3^{2x}$$

$$x = 1 \quad (1)$$

$$3.5.5 \quad \text{สมการ } \frac{3x-7}{9} = \frac{3x-7}{11}$$

ไม่มีคำตอบในจำนวนจริง (2)

$$3.5.6 \quad \log x = 1 - \log(x-9)$$

$$\log x + \log(x-9) = 1$$

$$\log x(x-9) = 1$$

$$x^2 - 9x = 10$$

$$x^2 - 9x - 10 = 10$$

$$(x-10)(x+1) = 0$$

$$x = 10, -1$$

(x เป็น -1 ไม่ได้ เนื่องจาก $y = \log_a x$

เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ เป็นฟังก์ชันจากจำนวนจริงบวกไปจำนวนจริง)

(3)



รวม

(16)

รวม

(38)

จากตารางที่ 6 ในเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด ในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ โดยผิดพลาดในลักษณะที่ไม่เข้าใจสมบัติของรากที่ n ของจำนวนใด ๆ รองลงมาคือ ในส่วนสรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี โดยผิดพลาดในลักษณะที่หาค่าตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียลไม่ครบ

ตารางที่ 7 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องตรีโกณมิติและการประยุกต์

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความถี่

1. ด้านการตีความจากโจทย์

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ไม่ถูกต้อง

ไม่พบข้อผิดพลาด

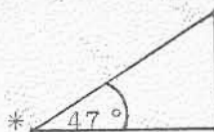
(0)

รวม

(0)

1.2 นำข้อมูลมาตีความ

1.2.1 นักเรียนเข้าใจผิดว่า มุมเงยของวัตถุใดก็ตาม วัตถุนั้นจะต้องอยู่ระดับเดียวกับพื้นราบ เช่น มุมเงยของยอดเนินแห่งหนึ่งเป็น 47° ตำแหน่งของยอดเนินจะอยู่ที่พื้นราบ



ยอดเนิน

(3)

รวม (3)

รวม (3)

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.1 จากทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผัด

$$2.1.1 \text{ จำ } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{เป็น } \frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} \quad (1)$$

$$2.1.2 a^2 = b^2 + c^2 + 2bccosA \quad (1)$$

รวม (2)

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.2.1 อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชัน

(ฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 อินเวอร์สจึงไม่เป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ากำหนดโดเมนให้เหมาะสม อินเวอร์สจะเป็นฟังก์ชัน) (1)

2.2.2 คู่อันดับ (x, y) ใด ๆ บนวงกลม $x^2 + y^2 = 4$

เขียนแทนด้วย $(\cos\theta, \sin\theta)$ เมื่อ θ คือมุมที่จุดศูนย์กลางซึ่งรองรับความยาวเส้นรอบวงจากจุด $(0, 0)$ ถึงจุด (x, y)
(ต้องเป็น $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$) (2)

$$2.2.3 \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos A}{2} \quad (1)$$

$$2.2.4 \cos A^2 = \cos^2 A \quad (1)$$

2.2.5 การสมมติตัวแปร ในการแก้สมการ

$\arcsin x = \arccos x$ จะสมมติตัวแปรเดียวกันคือให้ $\arcsin x = A$ และ $\arccos x = A$ ทำให้แก้สมการไม่ได้ (1)

$$2.2.6 \quad \sin (\arcsin x) = x$$

$$\cos (\arccos x) = x$$

(ต้องมีเงื่อนไขว่า $-1 < x < 1$) (2)

$$2.2.7 \quad \tan x \sin x + \tan x = 0$$

$$x = 0^\circ$$

(คำตอบที่ได้จากการแก้สมการตรีโกณมิติอาจมีหลายคำตอบ เนื่องจากฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็น ฟังก์ชัน many to one แต่การแก้สมการฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันซึ่งเป็นฟังก์ชัน 1-1 คำตอบจะมีเพียงคำตอบเดียว) (3)

$$2.2.8 \quad \cot A = \frac{1}{\tan A} \text{ เป็นสมการตรีโกณมิติ}$$

(ต้องเป็นเอกลักษณ์ เนื่องจากเป็นจริงทุกค่า A ที่ทำให้หาค่าของ $\cot A$, $\tan A$ และ $\frac{1}{\tan A}$ ได้) (2)

$$2.2.9 \quad \text{เนื่องจาก } -1 < \sin \theta < 1$$

ดังนั้น $-3 < \sin 3\theta < 3$ (1)

($-1 < \sin 3\theta < 1$)

$$2.2.10 \quad \sin \left(\arccos -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{9}{4}$$

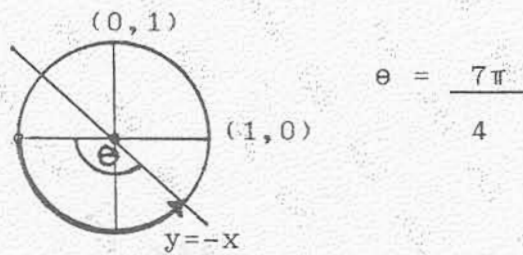
(ค่า \sin ของมุมหรือจำนวนจริงใด ๆ เป็น $\frac{9}{4}$ ไม่ได้เนื่องจากมากกว่า 1) (1)

$$2.2.11 \quad \text{ทอนมุมให้เหลือมุมบวกที่เล็กที่สุดคือ เช่น}$$

$$\theta = \frac{22\pi}{3} = 7\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

2.2.12 การระบุค่ามุม จากรูป



$$\theta = \frac{7\pi}{4}$$

$$\left(\text{มุม } \theta \text{ ที่ถูกต้องคือ } \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (4)$$

2.2.13 เนื่องจาก $-1 < \sin \theta < 1$

$$\text{และ} \quad -1 < \cos \theta < 1$$

ดังนั้น $\sin \theta + \cos \theta = 2$ เป็นจริง

$$\left(\text{ไม่มี } \theta \text{ ที่ทำให้ } \sin \theta \text{ และ } \cos \theta \text{ เป็น } 1 \text{ พร้อมกัน} \right) \quad (2)$$

2.2.14 หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติเมื่อมุมอยู่ในรูปจำนวนจริงที่เป็นความยาวของเส้นรอบวงซึ่งรองรับมุม θ ที่จุดศูนย์กลางไม่ได้ เช่น หาค่าของ $\sin 7.85$ ไม่ได้ แต่หาค่าของ $\sin \frac{3\pi}{2}$ ได้

(3)

2.2.15 จากเอกลักษณ์ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\text{นักเรียนคิดว่า } (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 \quad (1)$$

2.2.16 ถ้า $\theta = \arcsin x$

$$\theta = \frac{1}{\sin x}$$

(เนื่องจากอาจใช้ $\sin^{-1} x$ แทน $\arcsin x$)

$$\text{จึงเข้าใจว่า } \arcsin x = \sin^{-1} x = \frac{1}{\sin x} \quad (1)$$

2.2.17 อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ จะใช้ arc นำหน้าได้เสมอ

(อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ไม่เป็นฟังก์ชัน จะไม่ใช่ arc นำหน้า)

(1)

รวม

(28)

2.3	ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ที่เหมาะสมมาใช้ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
	รวม	(0)
2.4	ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง	
2.4.1	$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2 \alpha$	
	ดังนั้น $\sin 2 \alpha < 2$	(1)
2.4.2	$\arcsin(-X) \neq -\arcsin x$ (เนื่องจากนักเรียนทราบว่าเครื่องหมายลบ ของมุมบ่งถึงการหมุนตามเข็มนาฬิกา จึงดึงมาไว้ข้างหน้าไม่ได้โดยมิได้นำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ มา ใช้พิสูจน์ข้อมูลที่มีอยู่)	(1)
	รวม	(2)
<hr/>		
รวม		(32)
<hr/>		

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1	ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
	รวม	(0)
3.2	ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
	รวม	(0)
3.3	ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ	
3.3.1	$4 \sin^3 x = \sin x$	
	$4 \sin^2 x = 1$	
	$\sin^2 x = \frac{1}{4}$	

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

(ขั้นตอนที่ถูกต้อง ควรเป็นดังนี้)

$$4\sin^3 x = \sin x$$

$$4\sin^3 x - \sin x = 0$$

$$\sin x(4\sin^2 x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ หรือ } \sin x = \pm \frac{1}{2} \quad (5)$$

3.3.2 ค่าสูงสุดของ $\sin x - \cos x$ คือ 2

เมื่อ $\sin x = 1$ และ $\cos x = -1$ และค่าต่ำสุดเป็น

-2 เมื่อ $\sin x = -1$ และ $\cos x = 1$

นักเรียนต้องเปลี่ยน $\sin x - \cos x$ ให้อยู่ในรูปพจน์เดียวซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

$$\begin{aligned} \sin x - \cos x &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) \\ &= \sqrt{2} (\sin x \cos 45^\circ - \cos x \sin 45^\circ) \\ &= \sqrt{2} \sin(x + 45^\circ) \end{aligned}$$

ดังนั้นค่าสูงสุดของ $\sin x - \cos x$ คือ $\sqrt{2}$ เมื่อ

$\sin(x + 45^\circ) = 1$ และค่าต่ำสุดคือ $-\sqrt{2}$

เมื่อ $\sin(x + 45^\circ) = -1$ (3)

รวม (8)

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

$$\begin{aligned} 3.4.1 \quad \cos 4a &= \cos 2(2a) \\ &= 2\cos^2 2A - 1 \\ &= 2(\cos^2 A - 1) - 1 \end{aligned} \quad (1)$$

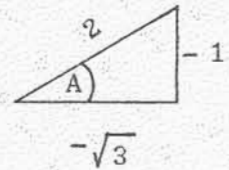
รวม (1)

3.5 สรุปลงไม่ถูกต้องหรือสรุปลงไม่ครบทุกกรณี

$$3.5.1 \quad \text{การหาค่าของ } \sin(\arccos - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\text{กำหนด } \arccos -\frac{\sqrt{3}}{2} = A$$

$$\cos A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\sin(\arccos -\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sin A = -\frac{1}{2}$$

$$(\arccos -\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{5\pi}{6}$$

เนื่องจาก $0 < \arccos x < \pi$

$$\text{ดังนั้น } \sin(\arccos -\frac{\sqrt{3}}{2}) = \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$3.5.2 \quad \tan x \sin x + \tan x = 0$$

$$\tan x (\sin x + 1) = 0$$

$$\text{จะได้ } \sin x = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{หรือ } \tan x = 0$$

$$x = 0, \pi$$

$$\text{ดังนั้นคำตอบคือ } \{ 0, \frac{3\pi}{2}, \pi \}$$

$$(x \text{ เป็น } \frac{3\pi}{2} \text{ จะหาค่า } \tan x \text{ ไม่ได้}) \quad (2)$$

$$\text{รวม} \quad (4)$$

$$\text{รวม} \quad (13)$$

จากตารางที่ 7 ในเนื้อหาเรื่อง ตรีโกณมิติและการประยุกต์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด ในส่วนทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ โดยผิดพลาดในลักษณะที่ใช้ขั้นตอนในการแก้สมการผิด รองลงมาคือ ในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ โดยผิดพลาดในการระบุค่ามุม จากวงกลมหนึ่งหน่วย

ตารางที่ 8 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่อง เมตริกซ์

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์	ความถี่
1. ด้านการตีความจากโจทย์	
1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์	
ไม่ถูกต้อง	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
รวม	(0)
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด	
2.1.1 เมตริกซ์มีสมบัติการสลับที่ของการคูณ	(1)
รวม	(1)
2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.2.1 $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	
(เมตริกซ์ ไม่เท่ากับ จำนวนจริง)	(1)
2.2.2 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์	(1)

$$2.2.3 \quad 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 18 \\ 18 & 6 & 9 \\ 3 & 3 & 12 \end{vmatrix} \quad (1)$$

2.2.4 การพิสูจน์ข้อความเป็นจริง นักเรียนจะยกตัวอย่างในการพิสูจน์ซึ่งไม่สมควร เนื่องจาก อาจมีข้อมูลบางชุดที่ไม่จริงสำหรับข้อความเดียวกันนี้ ดังนั้นควรใช้วิธีการพิสูจน์ที่ถูกต้อง (3)

2.2.5 อินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์ เป็นจำนวนจริง (1)

2.2.6 ถ้า A เป็นเมตริกซ์ใด ๆ $OA = 0$ (1)
(จำนวนจริงคูณเมตริกซ์ได้เมตริกซ์)

$$2.2.7 \quad (A+B)(A-B) = A^2 - B^2 \quad (2)$$

$$2.2.8 \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2.9 ถ้า $A \neq \mathbf{0}$ และ $AB = AC$ แล้ว จะได้ว่า $B = C$ (1)

$$2.2.10 \quad (AB)^t = A^t B^t \quad (1)$$

$$2.2.11 \quad \text{มีเมตริกซ์ } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ ซึ่ง } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(ถ้าสมการเป็นจริง $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ เป็นอินเวอร์สของ

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ซึ่งเป็นไปไม่ได้เพราะ } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ เท่ากับศูนย์} \quad (4)$$

2.2.12 ถ้า $A \neq B$ แล้ว $\det A \neq \det B$ (1)

$$2.2.13 \quad \det(A+B) = \det A + \det B \quad (1)$$

2.2.14 ถ้า $AB = O$ แล้ว ต้องมีอย่างน้อยหนึ่งเมตริกซ์
เป็นเมตริกซ์ศูนย์ (2)

2.2.15 ถ้า $\det A = \det B$ แล้ว จะได้ว่า $A=B$
(ถ้า $A=B$ แล้ว $\det A = \det B$ แต่ในทางกลับกัน
อาจไม่จริง) (2)

2.2.16
$$\begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$$

อาจเป็น singular matrix หรือ
non-singular matrix ขึ้นอยู่กับค่าของ θ
($\begin{vmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{vmatrix} = 1$ สำหรับทุก θ
ดังนั้น เป็น non-singular matrix) (3)

รวม (26)

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
ที่เหมาะสมมาใช้

2.3.1 การหา $|A^{-1}|$ เมื่อกำหนด A มาให้ นักเรียน
จะหา A^{-1} ก่อน และถ้าได้ A^{-1} คิด $|A^{-1}|$
จะคิดด้วย ควรจะใช้สมบัติ $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

เมื่อ $|A| \neq 0$ ซึ่งโอกาสคิดพลาด

จะน้อยกว่า หรือการหา $\det A^2$ นักเรียนจะหา
 A^2 ก่อนแล้วจึงหา $|A^2|$ ซึ่งจะคิดพลาดในขั้นหา
 A^2 ควรใช้สมบัติ

$\det A^n = (\det A)^n$ (1)

รวม (1)

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

ไม่ถูกต้อง

ไม่พบข้อคิดพลาด (0)

รวม (0)

รวม (28)



3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

$$3.1.1 \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$$

ไม่มี x ในจำนวนจริงที่สอดคล้องสมการ (1)

รวม (1)

3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

$$3.2.1 x^2 \neq -1$$

ไม่มี x ในจำนวนจริงที่สอดคล้องสมการ (1)

รวม (1)

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

3.5.1 ถ้า A และ B เป็น singular matrix แล้ว
จะได้ $A+B$ เป็น singular matrix ด้วย (2)

รวม (2)

รวม (4)

จากตารางที่ 8 ในเนื้อหาเรื่อง เมตริกซ์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด 2 ส่วนคือ ในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท สูตร กฏนิยาม และสมบัติ โดยผิดพลาดในการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์ รองลงมาในส่วนเดียวกัน โดยผิดพลาดในการพิสูจน์เกี่ยวกับเมตริกซ์และการพิจารณาเมตริกซ์ว่าเป็น singular matrix หรือ non-singular matrix

ตารางที่ 9 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องกำหนดการเชิงเส้น

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์	ความถี่
1. ด้านการตีความจากโจทย์	
1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง	
1.1.1 ไม่เกิน 5 คือ น้อยกว่า 5 ไม่น้อยกว่า 14 คือ มากกว่า 14	(2)
1.1.2 สร้างสมการข้อจำกัดและสมการจุดประสงค์จากสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้ไม่ได้	(3)
รวม	(5)
1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด	
1.2.1 $2x + 5y > 1,200$ เมื่อ x แทน จำนวนกระป๋องของอาหารชนิดที่ 1 ซึ่งมี 2 ระดับ y แทน จำนวนกระป๋องของอาหารชนิดที่ 2 ซึ่งมี 5 ระดับ และ 1,200 คือ จำนวนเงิน (นักเรียนจะเปรียบเทียบราคารวมให้มากกว่า หรือเท่ากับ 1,200 บาท แต่จากสมการ เป็นการเปรียบเทียบจำนวน กระป๋องกับจำนวนเงิน)	(4)
รวม	(4)
รวม	(9)

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.2.1 ค่ามากที่สุดหรือน้อยสุดของสมการจุดประสงค์ ต้องมาจากค่าของตัวแปรจากจุดมุมของกราฟที่ได้ จากอสมการข้อจำกัดเท่านั้น	(5)
2.2.2 ค่ามากที่สุดหรือน้อยสุดของสมการจุดประสงค์ ต้องหาได้เสมอ	(3)
2.2.3 ค่ามากที่สุดและค่าน้อยสุดของสมการจุดประสงค์ จะเกิดขึ้นพร้อมกันไม่ได้	(2)
รวม	(10)
2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่ เหมาะสมมาใช้	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง	
2.4.1 กำหนด $ x+1 < 3$ จะได้ $-3 < x < 3$	(1)
รวม	(1)
รวม	(11)

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ	
3.2.1 หาจุดตัดของเส้นตรง 2 เส้นไม่ได้เมื่อกำหนดสมการ	

เส้นตรงทั้งสองมาให้	(1)
3.2.2 หาบริเวณที่เกิดจากการอินเตอร์เซกกันของสมการ ข้อจำกัดไม่ถูกต้อง	(3)
รวม	(4)
3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ	
3.4.1 สร้างสมการข้อจำกัดถูก แต่เขียนกราฟและ หาบริเวณผิด เนื่องจากแทนค่า x, y ผิด และดูเครื่องหมายสมการผิด	(2)
รวม	(2)
3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
<hr/>	
รวม	(6)
<hr/>	

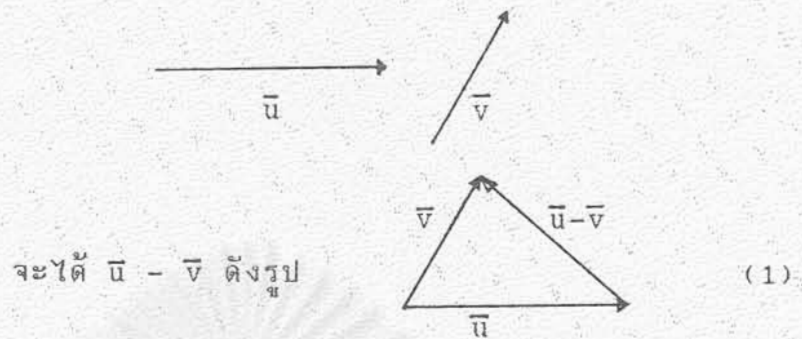
จากตารางที่ 9 ในเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด ในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ โดยผิดพลาดเรื่องการหาค่ามากที่สุดหรือน้อยสุดจากสมการจุดประสงค์ รองลงมาคือ ในส่วนนำข้อมูลมาใช้ผิด โดยผิดพลาดในการเปรียบเทียบปริมาณที่ไม่ใช่ประเภทเดียวกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องเวกเตอร์

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์	ความถี่
1. ด้านการตีความจากโจทย์	
1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์	
ไม่ถูกต้อง	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
1.2 นำข้อมูลมาใช้อนุ	
ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
รวม	(0)
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด	
2.1.1 เส้นมีขนานคือเส้นที่ลากจากจุดยอดมาตั้งฉากกับด้านตรงข้าม	(2)
2.1.2 ถ้า $A(-3, 5)$ และ $B(-2, 7)$ เป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของเวกเตอร์ \vec{AB} ตามลำดับแล้ว \vec{AB} คือ $\begin{bmatrix} -3 + 2 \\ 5 - 7 \end{bmatrix}$	(1)
2.1.3 ความชันของ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ $\frac{a}{b}$ เมื่อ $b \neq 0$	(1)

2.1.4 กำหนด \vec{u} และ \vec{v} ดังรูป



รวม (5)

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.2.1 ไม่เข้าใจระบบ three figure system

(การกำหนดทิศทางโดยบอกค่าของมุมที่วัดจากทิศเหนือตามเข็มนาฬิกา ไปยังทิศที่ต้องการ โดยค่าของมุมจะอยู่ระหว่าง 0° ถึง 360° ถ้าค่าของมุมต่ำกว่า 100° จะเขียนศูนย์นำทุกครั้ง)

(4)

2.2.2 $\vec{PQ} = \vec{QP}$

($|\vec{PQ}| = |\vec{QP}|$ แต่ $\vec{PQ} \neq \vec{QP}$ ถ้า \vec{PQ} ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์)

(2)

2.2.3 ผลคูณสเกลาร์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยเป็น 1 เสมอ

(ไม่เป็นจริงเช่น $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$)

(1)

2.2.4 เวกเตอร์ทุกเวกเตอร์หาความชันได้เสมอ

(ไม่เป็นจริงสำหรับ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ เมื่อ $a = 0$)

(3)

2.2.5 เวกเตอร์ 3 หน่วยที่มีทิศเดียวกับ $\vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

คือ $3\vec{u}$

(2)

2.2.6 ถ้า \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ใด ๆ จะมีค่าคงตัว $c \in \mathbb{R}$ ที่ทำให้ $\vec{u} = c\vec{v}$ เสมอ (3)

2.2.7 เวกเตอร์ที่มีความชันเท่ากัน ต้องอยู่บนเส้นตรง เดียวกัน (1)

2.2.8 ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$ เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับ \vec{u} หรือขนานกับ \vec{u} จะหาความชันได้เสมอ (2)

2.2.9 $\vec{0} = \vec{0}$
($\vec{0} \neq \vec{0}$ แต่ $|\vec{0}| = 0$) (1)

2.2.10 $(\vec{u}-\vec{v}) + \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v}$
($\vec{u}-\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เป็นสเกลาร์
ดังนั้น $(\vec{u}-\vec{v}) + \vec{u} \cdot \vec{v}$ ไม่มีความหมาย) (2)

2.2.11 $\vec{u} = \vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ $|\vec{u}| = |\vec{v}|$
(ไม่ใช่เพียงขนาดเท่ากันเท่านั้น ต้องมีทิศ
ทางเดียวกันด้วย) (1)

2.2.12 เนื่องจาก $|\vec{u}| \geq 0$ และ $|\vec{v}| \geq 0$
ดังนั้น $\vec{u} \cdot \vec{v} \geq 0$ ด้วย
(ค่าของ $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ) (1)

2.2.13 ค่า $|\vec{AB}| : |\vec{CD}| = 2 : 5$ แล้ว
จะได้ว่า $\vec{AB} = \frac{2}{5} \vec{CD}$ (2)

2.2.14 ถ้า θ เป็นมุมที่ \vec{u} ทำกับ \vec{v} เมื่อจะหา
 $\vec{u} + \vec{v}$ แล้ว การหา $\vec{u} - \vec{v}$ อาจใช้ θ เดิมได้
(ต้องใช้ $180 - \theta$) (3)

2.2.15 เวกเตอร์ขนาด 1 หน่วย บวกกันได้เวกเตอร์
ขนาด $\sqrt{2}$ หน่วย เสมอ

$$\text{เช่น } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ และ } \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

(ไม่เป็นจริงเสมอ เช่น

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ \\ \\ 0 \end{bmatrix} \text{ ขนาด } \sqrt{3} \text{ หน่วย) (2)}$$

2.2.16 มีเวกเตอร์ 3 เวกเตอร์ที่ผลคูณสเกลาร์แต่ละคู่
เป็น 0 และเวกเตอร์ทั้ง 3 ประกอบกัน
เป็นรูปสามเหลี่ยม (2)

รวม (32)

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
ที่เหมาะสมมาใช้
ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
ไม่ถูกต้อง

2.4.1 ถ้า $|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u} - \vec{v}|$ แล้ว จะได้ว่ามุมระหว่าง
 \vec{u} กับ \vec{v} เป็นมุมแหลม

$$(|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u} - \vec{v}|$$

$$|\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 < |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} < -\vec{u} \cdot \vec{v}$$

แสดงว่า $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$

และเนื่องจาก $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$ เมื่อ θ เป็นมุม
ระหว่าง \vec{u} กับ \vec{v} จะได้ $\cos \theta < 0$

นั่นคือ θ เป็นมุมป้าน) (4)

2.4.2 การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่มี \vec{u} และ \vec{v}

เป็นด้านประชิดใช้ $\frac{1}{2} |\vec{u}| |\vec{v}|$ (2)

2

รวม (6)

รวม (43)

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

3.1.1 เขียน $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ ในรูป i และ j ได้ถูกต้อง

แต่เขียน $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ ในรูปของ $-i$ และ $-j$ ไม่ได้ (3)

รวม	(3)
3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
3.5 สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี	
3.5.1 ถ้า $\bar{u} + \bar{v}$ ตั้งฉากกับ $\bar{u} - \bar{v}$ แล้ว จะได้ว่า $ \bar{u} = \bar{v} $ ดังนั้น ถ้า \bar{a} ตั้งฉากกับ \bar{b} แล้ว จะได้ว่า $ \bar{a} = \bar{b} $ (ถ้า \bar{a} ตั้งฉากกับ \bar{b} ขนาดของ \bar{a} อาจเท่ากับ หรือไม่เท่ากับขนาดของ \bar{b} ก็ได้)	(3)
3.5.2 ถ้า $a\bar{u} + b\bar{v} = \bar{0}$ และ \bar{u} ไม่ขนานกับ \bar{v} แล้ว จะได้ว่า $a = b = 0$ (ข้อสรุปไม่ถูกต้องเนื่องจาก \bar{u} และ \bar{v} อาจเป็น $\bar{0}$)	(2)
รวม	(5)
รวม	(8)

จากตารางที่ 10 ในเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด 2 ส่วน คือ ในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ โดยไม่เข้าใจระบบ three figure system และในส่วนประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้องโดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในการหามุมระหว่างเวกเตอร์ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 11 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องจำนวนเชิงซ้อน

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์	ความถี่
1. ด้านการตีความจากโจทย์	
1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง	
1.1.1 จงหารากที่สองของ 1 ให้ x เป็นรากที่สองของ 1 จะได้ $1^2 = x$	(1)
รวม	(1)
1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด ไม่พบข้อผิดพลาด	(0)
รวม	(0)
รวม	(1)
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ	
2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด	
2.1.1 $(a+bi)(x+yi)=ax + byi^2$	(1)
2.1.2 อินเวอร์สการคูณของ (3, 4) คือ	
$\frac{3}{\sqrt{9+16}}, \frac{-4}{\sqrt{9+16}}$	(2)
2.1.3 ขนาดของ $a+bi$ คือ $\sqrt{a^2 + (bi)^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$	(2)
2.1.4 $(a+bi)(c+di)=(ac+bd)+(bc+ad)i$	(1)
2.1.5 สังยุคของ $-2+3i$ คือ $2-3i$	(1)
2.1.6 เอกลักษณะการคูณในจำนวนเชิงซ้อนคือ (1, 1)	(1)

$$2.1.7 \text{ ขนาดของ } a+bi \text{ คือ } a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$\text{รวม} \quad (9)$$

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

$$2.2.1 \text{ ค่าของ } (a+bi)^n \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่ต้องเป็นบวกเสมอ} \\ (\text{อาจเป็นลบได้เช่น } (1+i)^6 = -8i) \quad (2)$$

$$2.2.2 \text{ มี } z \text{ ในจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง } |z| = i - \sqrt[4]{3}i \\ (|z| \text{ ต้องเป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์}) \quad (1)$$

$$2.2.3 \text{ ถ้า } z^2 = \frac{2+i}{2-i} + \frac{3+4i}{1+2i} \\ \text{จะได้ } |z^2| = \left| \frac{2+i}{2-i} \right| + \left| \frac{3+4i}{1+2i} \right| \quad (2)$$

$$2.2.4 \text{ ขาดความเข้าใจพื้นฐานในการทอนมุม} \\ \cos \frac{30\pi}{4} = \cos 7\pi + \frac{2\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$2.2.5 \text{ กำหนด } a+bi = 2-3i \\ \text{ส่วนจริงคือ } 2 \text{ และส่วนจินตภาพคือ } -3i \quad (1)$$

$$2.2.6 \text{ ขนาดของ } z = a+bi \text{ เป็น } \sqrt{-2} \text{ ได้เนื่องจาก} \\ \sqrt{-2} \text{ เป็นจำนวนเชิงซ้อน} \\ (\text{ขนาดของจำนวนเชิงซ้อนเป็นจำนวนจริง}) \quad (1)$$

$$2.2.7 \text{ เนื่องจาก } i^{10} = i^2 = -1 \\ \text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^{10} i = -1$$

$$\left(\sum_{i=1}^{10} i = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{10} \right) \\ = i^9 + i^{10} \\ = i-1 \quad (3)$$

$$2.2.8 \text{ } -i < i \quad (2)$$

$$2.2.9 \text{ ถ้า } z^{-1} = (a+bi)^{-1} + (c+di)^{-1} \text{ แล้ว} \\ \text{จะได้ } z = (a+bi) + (c+di) \quad (1)$$

2.2.10 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้ 2 จำนวน จะเท่ากันก็ต่อเมื่อค่า r และ θ เท่ากัน (θ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน ถ้าต่างกันครึ่งละ 2π จำนวนเชิงซ้อนทั้งสองก็เท่ากันได้) (1)

2.2.11 การหาค่า θ เพื่อให้รูปเชิงชี้ อาจใช้ค่า θ ที่เป็นลบได้ (ใช้ θ ที่เป็นมุมบวกที่เล็กที่สุด) (1)

2.2.12 การคอนจูเกตคือการหาขนาดของจำนวนเชิงซ้อน (การคอนจูเกตทำเพื่อเปลี่ยนตัวส่วนของจำนวนเชิงซ้อนให้เป็นจำนวนจริง ไม่ใช้การหาขนาด) (1)

$$2.2.13 i^{53} = i^{52} + i \quad (1)$$

$$2.2.14 |z| = \sqrt{2} \\ z^2 = 2 \quad (2)$$

$$2.2.15 (-2i)^6 = (-2^6)i^6 \\ = (-64)(-1) \\ = 64 \quad (3)$$

$$2.2.16 (1-i)^{10} = [(1-i)^2]^5 \\ = [1+i^2]^5 \\ = 0 \quad (1)$$

รวม (25)

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ที่เหมาะสมมาใช้

2.3.1 ให้ $2 - \sqrt{3}i$ เป็นคำตอบ ๑ หนึ่งในของสมการพหุนาม $x^2 - 4x + 7 = 0$ คำตอบที่เหลือคือ $3 - \sqrt{2}i$ (ทฤษฎีที่ควรนำมาใช้คือ ถ้า $a+bi$ เป็นคำตอบของสมการแล้ว $a-bi$ จะเป็นคำตอบของสมการด้วย) (2)

รวม (2)

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง

2.4.1 สร้างสมการพหุนามกำลังสี่ที่มี $-1, 2$ และ $3i$ เป็นคำตอบไม่ได้ (4)

2.4.2 ทหารากสมการ $z^4 + 1 = 0$ โดยใช้ทฤษฎีบทของเดอมัวร์ไม่ได้ (5)

2.4.3 จาก $z = 3-3i$
 $r = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 $\tan \theta = \frac{-3}{3} = -1$
 $\theta = 135^\circ$
 ดังนั้น $3-3i = 3\sqrt{2} (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$
 (ต้องเป็น $3\sqrt{2} (\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$) (4)

2.4.4 จงหา $|\sqrt{3}-i|$
 จะได้ $|\sqrt{3}-i| = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ (1)

2.4.5 หาค่าของ $3i^{-3}$ ไม่ได้ เนื่องจากกำลังเป็นจำนวนเต็มลบ
 $(3i^{-3} = 3 \left(\frac{1}{i}\right)^3$
 $= 3 \left(\frac{1}{-i}\right)$
 $= \frac{-3}{i} \cdot \frac{i}{i}$
 $= \frac{-3i}{-1}$
 $= 3i$) (3)

รวม (17)

รวม (53)

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

3.1.1 $z = 3+4i$
 $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (1)

3.1.2 $\frac{(1+i)^2}{(2i+1)}$ = $\frac{(1+i)^2}{(2i+1)}$ - 2i (1)
 $2i$

รวม (2)

3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

3.2.1 หาคำตอบระบบสมการที่ประกอบด้วย

$$ax+by=c \text{ และ } xy=d \text{ เมื่อ } a, b, c \text{ และ } d \text{ เป็นจำนวนจริงใด ๆ ไม่ได้} \quad (2)$$

3.2.2 $z^2 = 4$

$$z = \pm 2 \quad (1)$$

3.2.3 $|z^2| = 2$

$$|z| = 4 \quad (2)$$

รวม (5)

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

3.3.1 จาก $z^4 = -4$

$$\text{จะได้ } z = \sqrt[4]{-4} = \sqrt[4]{4i} \quad (1)$$

รวม (1)

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

3.4.1 $\left(\frac{-17}{10}, \frac{1}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{-17}{100+100}, \frac{-1}{100+100}\right) \quad (3)$

3.4.2 $|-2+2\sqrt{3}i| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2}$
 $= \sqrt{4+6} = \sqrt{10} \quad (2)$

3.4.3 $z = 81$
 $|z| = \sqrt{81} \quad (1)$

3.4.4 กำหนดคำตอบของสมการพหุนามกำลังสอง คือ

$5 \pm \sqrt{3}i$ สร้างสมการดังกล่าวได้ดังนี้

$$(x-5-\sqrt{3}i)(x+5-\sqrt{3}i) = 0$$

$$x^2 - 2\sqrt{3}ix - 28 = 0 \quad (3)$$

รวม (9)

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

3.5.1 กำหนด $a+bi$ คือ $(\sqrt{2}-i)^2$ ส่วนจริงคือ $\sqrt{2}$
 และส่วนจินตภาพคือ -1

(ต้องทำให้อยู่ในรูปผลสำเร็จก่อน โดย

$$(\sqrt{2}-i)^2 = 2-2\sqrt{2}i-1 = 1-2\sqrt{2}i$$

ดังนั้นส่วนจริงคือ 1 และส่วนจินตภาพ
คือ $-2\sqrt{2}$

(2)

รวม

(2)

รวม

(19)

จากตารางที่ 11 ในเนื้อเรื่องจำนวนเชิงซ้อน นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุดในส่วนประยุกต์ให้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง โดยผิดพลาดเรื่องการหารากสมการโดยใช้ทฤษฎีบทของเดอมัวร์ รองลงมาในส่วนเดียวกัน โดยผิดพลาดในเรื่องการสร้างสมการพหุนาม และการเขียนจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงชี้้ว

ตารางที่ 12 ความถี่ของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน จำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาด เรื่องสถิติ (2)

ลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความถี่

1. ด้านการตีความจากโจทย์

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ไม่ถูกต้อง

ไม่พบข้อผิดพลาด

(0)

รวม

(0)

1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด

ไม่พบข้อผิดพลาด

(0)

รวม

(0)

รวม

(0)

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด

2.1.1 เมื่อนำค่าคงตัว k ไปคูณข้อมูลแต่ละตัวในข้อมูลชุดหนึ่ง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่มีค่าเป็น k เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดเดิม

$$\begin{aligned} (S_{\text{ใหม่}} &= |k| S_{\text{เดิม}} \\ \text{และ } S^2_{\text{ใหม่}} &= k^2 S_{\text{เดิม}}) \end{aligned} \quad (3)$$

รวม (3)

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.2.1 ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูล 19 จำนวน คือ 1.5 หากค่ามาตรฐานของข้อมูลอีกหนึ่งจำนวนที่เหลือไม่ได้

(ขาดความเข้าใจพื้นฐานว่า ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ มีค่าเป็นศูนย์) (2)

$$\begin{aligned} 2.2.2 \quad Q_3 &= 3Q_1 \\ Q_2 &= 2Q_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$2.2.3 \quad Q_2 = \frac{Q_3 + Q_1}{2} \quad (1)$$

2.2.4 กำหนดข้อมูล 2, 2, 3, 5, 7

$$Q_3 = \frac{3(5+1)}{4} = 4.5$$

(การใช้สูตร $Q_k = \frac{k(N+1)}{4}$ เป็นการหาตำแหน่ง

เท่านั้น ต้องนำตำแหน่งที่ได้ไปเทียบหาข้อมูลต่อไป) (1)

2.2.5 ถ้าข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งมีพิสัยเป็น 0 แสดงว่าข้อมูลทุกตัวเป็น 0

(ถ้าพิสัยเป็น 0 อาจเป็นไปได้ว่าข้อมูลทุกตัวมีค่าเท่ากันโดยไม่เท่ากับ 0) (2)

2.2.6 ข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางจัดเป็นข้อมูลประเภทแจกแจงความถี่เสมอ
(ข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางอาจไม่ใช่ข้อมูลประเภทแจกแจงความถี่) (2)

2.2.7 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลแต่ละชุด สามารถนำมาเปรียบเทียบการกระจายกันได้ โดยข้อมูลชุดที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่า จะมีการกระจายมากกว่า (2)

2.2.8 ความแปรปรวนของข้อมูลชุดใด ๆ มีค่ามากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนั้น ๆ เสมอ $S^2 > S$
(ความแปรปรวนอาจมีค่าน้อยกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ เช่น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.1 ความแปรปรวนเป็น 0.01) (2)

2.2.9 ข้อความ "นักเรียน 5 คน แต่ละคนใส่รองเท้าเบอร์ 3" เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ (2)

รวม (15)

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้

2.3.1 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม (\bar{x} รวม) ของข้อมูล k ชุดเลือกใช้สูตร

$$\bar{x} \text{ รวม} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i}{k} \quad (1)$$

รวม (1)

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง

- 2.4.1 กำหนดอันตรภาคชั้นแบบช่วงเปิดให้ ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) มัธยฐาน (Median) และฐานนิยม (Mode) ได้
(เฉพาะค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) เท่านั้นที่หาไม่ได้) (2)
- 2.4.2 เมื่อกำหนดจำนวนข้อมูลทั้งหมดมาให้ เพื่อให้หาจำนวนข้อมูลที่มีคะแนนอยู่ในช่วงคะแนนที่ต้องการจากโค้งปกติมาตรฐานนักเรียนจะนำพื้นที่ใต้ช่วงคะแนนดังกล่าวคูณ 100 เสมอ
(ต้องคูณด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด) (2)
- รวม (4)

รวม (23)

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

3.1.1 กำหนด $\sum_{i=1}^n x_i = 12$

ดังนั้น $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 144$ (1)

รวม (1)

3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ไม่พบข้อผิดพลาด (0)

รวม (0)

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

- 3.5.1 สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลชุดที่ 1 และชุดที่ 2 มีค่า 0.75 และ 0.35 ตามลำดับ

แสดงว่า ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจายดีกว่าข้อมูล
ชุดที่ 2 (3)

รวม (4)

จากตารางที่ 12 ในเนื้อหาเรื่อง สถิติ (2) นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุด 2 ส่วน คือ ในส่วนจำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด โดยจำสมบัติของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและความแปรปรวนผิด และในส่วน สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี โดยเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลโดยใช้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ผิด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในเนื้อหา ค 013 และ ค 014 หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2533 โดยใช้เครื่องมือ 4 ประเภท คือ แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน แบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์ และแบบทดสอบย่อยประจำบท ได้ข้อสรุปตามผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ตามลำดับ

2. ความถี่ของข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน มีดังนี้ ด้านการตีความจากโจทย์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนการนำข้อมูลมาใช้ผิด มากที่สุด รองลงมาคือ แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง จากทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด และขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ ตามลำดับ

ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี มากที่สุด รองลงมาคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ และขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้นตามลำดับ

อภิปรายผลการวิจัย

1. การที่นักเรียนผิดพลาดในด้านทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติมากที่สุด โดยเฉพาะในส่วนที่เป็นความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัตินั้น สาเหตุหนึ่งอาจมาจากการที่นักเรียนไม่ให้ความสนใจในเงื่อนไขหรือกฎเกณฑ์ ที่จะนำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติเหล่านั้นไปใช้ เช่น $a^2 = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกหรือศูนย์เท่านั้น แต่นักเรียนจะเข้าใจว่า $a^2 = a$ เสมอ โดยไม่ให้ความสำคัญกับเงื่อนไข ซึ่งเป็นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นได้ง่าย นักเรียนควรทำความเข้าใจ และนำไปใช้จนเกิดความเคยชิน จึงจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโจทย์ยากได้ ส่วนที่นักเรียนมีข้อผิดพลาดมากอีกส่วนหนึ่งในด้านนี้คือ ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนขาดการฝึกฝนการทำ โจทย์จึงไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เรียนไปแล้วได้ ซึ่งในประเด็นนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ ปราโมทย์ มากชู (2528) ที่พบว่า นักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์มีข้อผิดพลาดในด้านการประยุกต์มาก อันเป็นผลให้ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ประยุกต์ในระดับสูงๆ ได้ นักเรียนส่วนใหญ่จะแก้ปัญหาได้กับโจทย์ที่เคยทำหรือคล้ายคลึงกับที่เคยทำมาแล้ว สำหรับโจทย์ที่ประยุกต์ให้ยากขึ้นและมีลักษณะแตกต่างกัน แม้จะมีจำนวนข้อให้ฝึกมากเพียงใดก็ยังคงทำไม่ได้ เช่นแบบทดสอบคัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัย ตั้งแต่ปี 2520 เป็นต้นมา วิชาคณิตศาสตร์ ก มีจำนวนข้อของเนื้อหาสถิติไม่ต่ำกว่า 8 ข้อ จากจำนวน 50 ข้อ เกือบทุกปี (สุวิณา อุทัยรัตน์ 2534) แต่ลักษณะการประยุกต์ของโจทย์แตกต่างกันออกไป ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเท่าที่ควร

2. การที่นักเรียนผิดพลาดในด้านการคิดคำนวณ รองลงมาจากด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ เพราะการคิดคำนวณต้องใช้ทักษะและความเข้าใจ เป็นพื้นฐานสำคัญที่จะฝึกฝนให้เกิดความชำนาญ ซึ่งควรจะได้ปฏิบัติมาตั้งแต่เริ่มเรียนวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น อย่างไรก็ตาม ในด้านนี้นักเรียนผิดพลาดในส่วนสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี มากที่สุด สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์หากรณีที่จะให้คำตอบซึ่งสอดคล้องกับโจทย์ได้ครบ คำตอบที่ได้จึงยังไม่ถูกต้อง อีกส่วนหนึ่งที่นักเรียนผิดพลาดมากคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ เช่น คิดว่า $\log_a \frac{1}{2} b$ มีค่าเท่ากับ $\log_a b$ ซึ่งทำ

ให้ได้คำตอบสุดท้ายผิด ข้อผิดพลาดส่วนนี้จึงมีสาเหตุมาจากความไม่รอบคอบ ไม่ระมัดระวังของผู้เรียน ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้นักเรียนควรจะได้ฝึกฝนไว้ เนื่องจากจำเป็นสำหรับการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ทุกระดับ

3. ข้อผิดพลาดในด้านการตีความจากโจทย์ นักเรียนผิดพลาดในส่วนนำข้อมูลมาใช้ผิดมากที่สุด เช่น โจทย์กำหนดให้ x แทนจำนวนกระป๋องอาหาร แต่นักเรียนนำ x มาใช้แทนราคาต่อกระป๋อง ทั้งนี้เพราะนักเรียนขาดทักษะในการตีความจากโจทย์ โจทย์ที่มีระดับความยากสูง มักจะไม่ให้ข้อมูลที่นักเรียนต้องการใช้โดยตรง แต่มักให้มาในรูปความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ซึ่งนักเรียนต้องพยายามตีความในส่วนนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงกับที่ต้องการใช้ โดยอ่านโจทย์หลาย ๆ ครั้งให้เข้าใจ ดังที่ ทูราน (Turun 1987) ได้เสนอว่า การอ่านที่ถูกต้องในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาไปสู่การคำนวณ และการให้ครูอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ เป็นการแก้ไขข้อบกพร่องได้

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. ผลการวิจัยครั้งนี้ แสดงให้เห็นลักษณะข้อผิดพลาดที่นักเรียนมี ผู้สอนควรใช้ข้อผิดพลาดเหล่านี้ เป็นประโยชน์ในการหาวิธีสอนที่จะหลีกเลี่ยงข้อผิดพลาดดังกล่าว และในขณะเดียวกันทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ทั้งนี้ทั้งในระดับส่วนบุคคลและส่วนรวม

2. ผู้เรียนควรจะได้ทราบว่า ในเนื้อหาแต่ละเรื่องนั้น จะผิดพลาดในจุดใดได้บ้าง ทั้งนี้ผู้สอนควรอธิบายลักษณะที่ผิดพลาดว่าผิดอย่างไรและที่ถูกต้องเป็นอย่างไร ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบที่ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ผิดพลาดในจุดนั้น ๆ น้อยลง

3. ในด้านการวัดและประเมินผล ผู้สอนควรตระหนักถึงผลที่ได้จากการสอบว่า ควรจะนำผลสอบนั้นไปแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียนได้ด้วย ดังนั้นแบบทดสอบควรมีชนิดอัตนัยรวมอยู่ด้วย และโดยเฉพาะแบบทดสอบที่ใช้สอบซ่อมไม่ควรใช้ข้อสอบชุดเดิม และควรเป็นข้อสอบอัตนัยเท่านั้น

4. ควรจะมีการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาทุกระดับชั้น และทุกเนื้อหา เพื่อเผยแพร่ข้อมูลที่ได้ให้ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ได้พยายามร่วมมือกันหาแนวทางในการแก้ไขข้อผิดพลาดที่พบ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

- จินดา ลีเมธาวรรตริพงษ์. การสร้างลำดับชั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ เรื่อง "จำนวนเต็ม" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง.
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.
- ทองหล่อ วิภาวีน. "ข้อสอบวินิจฉัย." ใน พัฒนาวิถึผล 14. กรุงเทพมหานคร :
โรงพิมพ์ศรีอรุณ, 2521 : 49-52.
- ทัศนภาพ คลังแก้ว. การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์
แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร.
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2532.
- ปราโมทย์ มากชู. "การวิจัยทางการศึกษาและการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา."
เอกสารประกอบการประชุมทางวิชาการ ครั้งที่ 5 เล่ม 1.
กรุงเทพมหานคร : 2530.
- พันทิพา อุทัยสุข. "การสอนซ่อมเสริม." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการระบบ
การเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช,
2523.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.
- รุจิรี ภูสาระ. เอกสารประกอบคำบรรยายกระบวนวิชาการศึกษาวัดผลและประเมินผล
การศึกษา. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาการทดสอบและวิจัย
มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2520.
- วรรณดี ชุณหวิษยานนท์. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
โพลิโนเมียล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.3) ในเขตท้องที่
การศึกษา 4 กรุงเทพมหานคร. ปรึญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.
- วิชาการ, กรม. โครงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทางด้านความรู้ความคิด.
กรุงเทพมหานคร : กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ,
2532.

- ศึกษานิเทศก์, หน่วย, กรมสามัญศึกษา. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษาทั่วประเทศ." วารสารวิจัยทางการศึกษา 14 (มกราคม-มีนาคม 2527) : 79-98.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. รายงานผลการวิจัยและประเมินผลการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัดโรงพิมพ์ชวนพิมพ์, 2528.
- สุชาวดี เอี่ยมอรพรรณ. แผ่นใสชุดวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดผลวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : (ม.ป.ท.), 2524.
- สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์. การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน แผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.
- สมศักดิ์ ลินธุระเวชญ์. แบบทดสอบวินิจฉัย. กรุงเทพมหานคร : สำนักทดสอบกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2522. (อัดสำเนา)
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. สถิติศาสตร์สำหรับครู. กรุงเทพมหานคร : (ม.ป.ท.), 2534.
- อุไรวรรณ ทิศนบุตร. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523.

ภาษาต่างประเทศ

- Blando, J.A., Kelly, N.E., Schacider, B.R. and Sleeman, D. Analyzing and Modeling Arithmetic Errors. Journal for Research in Mathematics Education. 20 (May 1989) : 301-308.
- Bosland, V.J. Diagnostic Assessment of Addition Process with Identification and Remediation of Error Patterns. Ph.D. Dissertation, George Peabody Colledge for Teachers, 1977. Dissertation Abstracts International. 38 (February 1978) : 4636-A.

- Casay, L.M. Measurement and Evaluation School Learning.
Newton Massachusetts, 1988.
- Chai, C.M. and Ang, B.H. Identifying the reasons underlying pupils particular errors in simple algebraic expressions and equations. Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. (ICMI-SEAMS) (June 1-3, 1987) : 189-198.
- Davis, R.B. Error Analysis in High School Mathematics. In Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association. 8-12. San Francisco, California April. n.p., 1979.
- Lindquist, E.F. Educational Measurement. Forth printing. Washington D.C. : American Council and Education, 1956.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. and Inbar, S. Analyzing and Modeling Arithmetic Errors. Journal for Research in Mathematic Education. 18 (January 1987) : 3-14.
- Noll, V.H. and Scannell, D.P. Introduction to Educational Measurement. Third Edition. New York : Houghton Mifflin Company, 1972.
- Ong, S.T. and Lim, S.K. Understanding and Errors in Algebra. Proceedings of fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. (ICMI-SEAMS) (June 1-3, 1987) : 199-205.
- Rodatz, H. Error analysis in mathematics education. Journal for Research in Mathematics Education, 1979 : 163-172.
- Singha, H.S. Modern Educational Testing. New Delhi : Sterling Pub., 1974.
- Stanley J.C. and Hopkins K.D. Educational and Psychological Measurement and Evaluation. Prentice-Hall Inc., 1972.

Truran, K.M. Error Analysis as a Remedial Teaching Technique.
Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on
Mathematical Education. (ICMI-SEAMS) (June 1-3,
1987) : 92-96.

Van Dalen, D.B. Understanding Educational Research.
McGraw-Hill Inc., 1973.

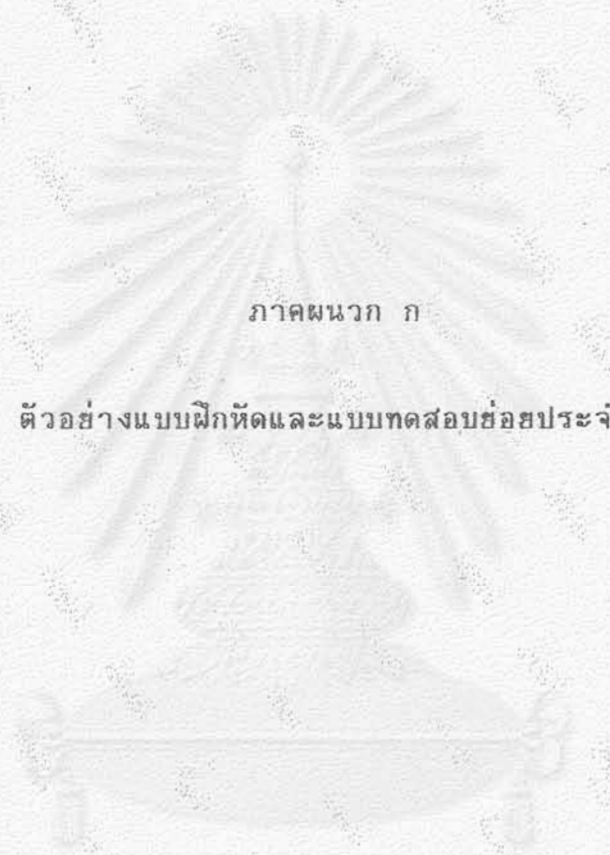


สถาบันวิจัยประชากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

ตัวอย่างแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำบท

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำบท

ตัวอย่างแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ค 013 และ ค 014

1. จงหาค่าของ x จากสมการ $2^{2x+2} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$
2. อุตสาหกรรมภายในครัวเรือนแห่งหนึ่ง ผลิตแก๊วสองชนิดคือชนิด A และชนิด B โดยที่แก๊วชนิด A แต่ละตัวต้องเสียเวลาในการผลิตขั้นต้น 1 ชั่วโมง ขั้นที่สอง 2 ชั่วโมงและขายได้กำไรตัวละ 30 บาท ส่วนแก๊วชนิด B แต่ละตัวเสียเวลาในการผลิตขั้นต้น 2 ชั่วโมง ขั้นที่สอง 2 ชั่วโมง และขายได้กำไรตัวละ 50 บาท โรงงานสำหรับการผลิตขั้นต้น และขั้นที่สองทำงานไม่เกินวันละ 8 และ 10 ชั่วโมง ตามลำดับ จงหาว่าอุตสาหกรรมในครัวเรือน ควรผลิตแก๊วแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าใดในแต่ละวัน จึงจะได้กำไรมากที่สุด และกำไรเท่าใด

ตัวอย่างแบบฝึกหัดประจำบท

1. กำหนด $z = \frac{2+i}{2-i} + \frac{3+4i}{i+2i}$ จงหาค่าของ $|z|$
2. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูล 19 จำนวน คือ 1.5 จงหาค่ามาตรฐานของข้อมูลอีกจำนวนหนึ่งที่เหลือ

ตัวอย่างโจทย์ประยุกต์

1. จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $f(x) = \sin x - \cos x$
2. จงหาค่า x ที่สอดคล้องสมการ $\log x \log 2x = \log 5 \log 10$



ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยประจำบท

1. จงอธิบายว่าฟังก์ชันต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล หรือไม่ และเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.1 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

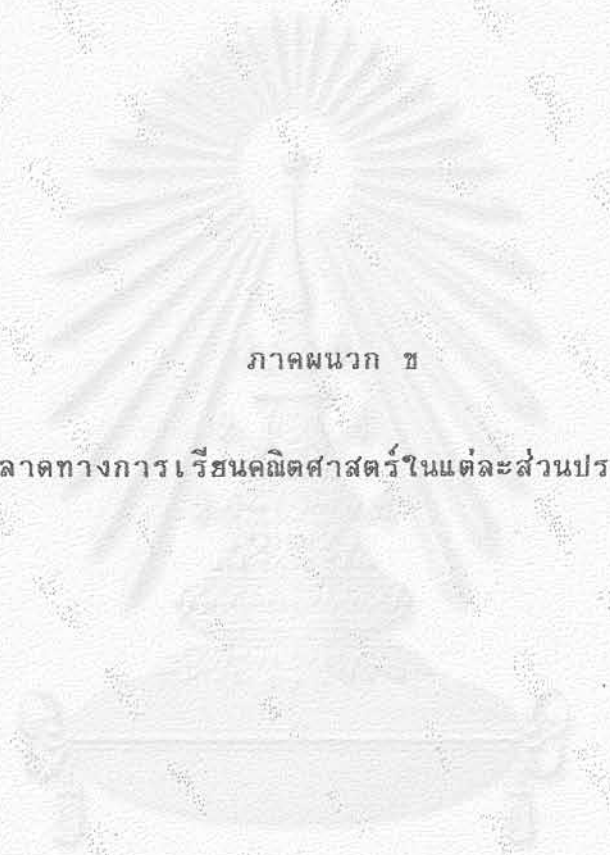
1.2 $f(x) = (\sin 45^\circ)^x$

1.3 $f(x) = (\cos 135^\circ)^x$

2. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 17 และ 33 ตามลำดับ แต่ปรากฏว่าในการคำนวณครั้งนี้แท้จริงแล้วมีข้อมูลอยู่เพียง 9 จำนวน และจำนวนที่เพิ่มเข้าไปคือ 26 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ถูกต้อง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างข้อผิดพลาดทางการเขียนคณิตศาสตร์ในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละส่วนประกอบของ
แต่ละด้าน

1. ด้านการตีความจากโจทย์

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่าง จงหารากที่สองของ -1

วิธีทำ กำหนดให้ x เป็นรากที่สองของ -1

จะได้ว่า $x^2 = -1$ นักเรียนทำผิดพลาดเป็น $(-1)^2 = x$

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 - i^2 = 0$$

$$(x+i)(x-i) = 0$$

$$x = -i \text{ หรือ } i$$

1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด

ตัวอย่าง อาหารกระป๋องชนิดที่ 1 มี 2 ระเบิด รวม x กระป๋อง
ราคากระป๋องละ 5 บาท ชนิดที่ 2 มี 5 ระเบิด รวม y
กระป๋อง ราคากระป๋องละ 2 บาท ชายอาหารกระป๋อง
ทั้ง 2 ชนิดหมดแล้วได้เงินไม่น้อยกว่า 1,200 บาท
จงสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าว

วิธีทำ จำนวนเงินจากอาหารกระป๋องชนิดที่ 1 คือ $5x$ บาท
จำนวนเงินจากอาหารกระป๋องชนิดที่ 2 คือ $2y$ บาท
รวมเงินทั้งหมด $5x + 2y$ บาท

จะได้สมการคือ $5x + 2y \geq 1,200$ บาท

นักเรียนทำผิดพลาดเป็น $2x + 5y \geq 1,200$ บาท

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.1 จำกัดทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด

ตัวอย่าง จงหาอินเวอร์สการคูณของ $(3, 4)$

วิธีทำ อินเวอร์สการคูณของ $(3, 4) = \left(\frac{3}{3^2+4^2}, -\frac{4}{3^2+4^2} \right)$

$$= \left(\frac{3}{25}, -\frac{4}{25} \right)$$

นักเรียนทำผิดพลาดเป็น $\left(\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}, -\frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} \right)$

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

ตัวอย่าง จงหาค่าสูงสุดของ $\cos 3\theta$

วิธีทำ ค่าสูงสุดของ $\cos 3\theta$ คือ 1 เนื่องจาก 3θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ มีค่าไม่เกิน 1 นักเรียนเข้าใจผิดว่า $\cos 3\theta$ เท่ากับ $3 \cos \theta$ ซึ่งทำให้ได้ค่าสูงสุดเป็น 3

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสมมาใช้

ตัวอย่าง กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา $|A^{-1}|$

วิธีทำ จาก $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$= \frac{1}{2-12}$$

$$= -\frac{1}{10}$$

นักเรียนหา A^{-1} ก่อน แล้วนำมาหา $|A^{-1}|$ ซึ่ง
จะเกิดการผิดพลาดในขั้นหา A^{-1}

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่าง จาก $f(x) = (\cos 135^\circ)^x$

จะได้ $f(x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^x$

เนื่องจาก $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ มีค่าเป็นลบ $f(x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^x$ จึงไม่

เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และไม่เป็นฟังก์ชันลดหรือ
ฟังก์ชันเพิ่ม นักเรียนคิดว่าเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
แบบฟังก์ชันลด เนื่องจากไม่ได้นำข้อมูลที่มีอยู่ไปใช้กับ
นิยามของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น

กำหนด กำหนด $\log 3 = 0.4771$ จงหาค่า N เมื่อ
 $\log N = -2.5229$

วิธีทำ จาก $\log N = -2.5229$
 $= -2 + (-0.5229) + 1 - 1$
 $\log N = -3 + 0.4771$
 $= \log 10^{-3} + \log 3$

จะได้ $\log N = \log 3 \times 10^{-3}$

$$N = 3 \times 10^{-3}$$

นักเรียนเข้าใจหลักเลขคณิตผิด คิดว่า -2.5229 มีค่าเท่ากับ $-2 + 0.5229$

3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $\sqrt{x-3} = \sqrt{x} - 3$

วิธีทำ จาก $\sqrt{x-3} = \sqrt{x} - 3$

จะได้ $x-3 = x-6\sqrt{x} + 9$
 $6\sqrt{x} = 12$
 $\sqrt{x} = 2$
 $x = 4$

เนื่องจาก $x = 4$ ทำให้สมการเป็นเท็จ จึงไม่มีคำตอบที่สอดคล้องสมการ นักเรียนทำผิดพลาดโดยใช้ค่า x ที่ได้เป็นคำตอบของสมการเสมอ

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

ตัวอย่าง กำหนด $125^{-k} = 7$ จงหาค่าของ 625^k

วิธีทำ จาก $125^{-k} = 7$

จะได้ $125^k = \frac{1}{7}$

และ $5^{3k} = \frac{1}{7}$

จาก $625^k = 5^{4k}$

และ $(5^{3k})^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{4}{3}}$

จะได้ $5^{4k} = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{4}{3}}$

ดังนั้น $625^k = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{4}{3}}$

นักเรียนจะผิดพลาดในขั้นตอนการกระจาย 625^k

$$625^k = 5 \cdot 125^k$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{7}$$

$$= \frac{5}{7}$$

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

ตัวอย่าง จงหาอินเวอร์สการคูณของ $\left(-\frac{17}{10}, \frac{1}{10}\right)$

วิธีทำ อินเวอร์สการคูณของ

$$\begin{aligned} \left(-\frac{17}{10}, \frac{1}{10}\right) &= \left(\frac{-\frac{17}{10}}{\left(-\frac{17}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2}, \frac{-\frac{1}{10}}{\left(-\frac{17}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2}\right) \\ &= \left(\frac{-\frac{17}{10}}{\frac{290}{100}}, \frac{-\frac{1}{10}}{\frac{290}{100}}\right) \\ &= \left(-\frac{17}{29}, -\frac{1}{29}\right) \end{aligned}$$

นักเรียนขาดความระมัดระวังในการนำส่วนมาใช้ โดยหา

อินเวอร์สเป็น $\left(\frac{-17}{10^2+10^2}, \frac{-1}{10^2+10^2}\right)$

ซึ่งได้คำตอบ $\left(\frac{-17}{200}, \frac{-1}{200}\right)$

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

ตัวอย่าง จงหาค่า x จากสมการ $\left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} + \left(\frac{8}{5}\right)^{\log x} = \frac{89}{40}$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} + \left(\frac{8}{5}\right)^{\log x} = \frac{89}{40}$

นำ $\left(\frac{5}{8}\right)^{\log x}$ คูณตลอด จะได้

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{2 \log x} + 1 - \frac{89}{40} \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} = 0$$

นำ 40 คูณตลอด จะได้

$$40 \left(\frac{5}{8}\right)^{2 \log x} + 40 - 89 \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} = 0$$

$$\left(5 \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} - 8\right) \left(8 \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} - 5\right) = 0$$

จะได้ $\left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} = \frac{8}{5}$ หรือ $\left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} = \frac{5}{8}$

และ $\log x = -1$ หรือ $\log x = 1$

ดังนั้น $x = \frac{1}{10}$ หรือ $x = 10$

นักเรียนจะผิดพลาดโดยได้เพียงคำตอบใดคำตอบหนึ่งเท่านั้น เช่น นักเรียนบางคนทำดังนี้

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} + \left(\frac{8}{5}\right)^{\log x} &= \frac{89}{40} = \frac{5 \times 5 + 8 \times 8}{8 \times 5} \\ &= \frac{5}{8} + \frac{8}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น $\log x = 1$ และ $x = 10$



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย