

การประเมินค่าพันธะหนี้สินที่มีหลักประกัน  
ด้วยการแจกแจงแบบที่คอปพูลา



นางสาวพรรณทิพา วาณิชย์จิรัฐติกาล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-14-2264-4

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PRICING COLLATERALIZED DEBT OBLIGATIONS  
BY T- DISTRIBUTION COPULA

Miss Puntipa Wanitjirattikal

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

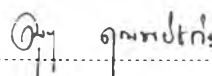
Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-14-2264-4

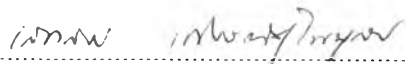
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประเมินค่าพันธะหนี้สินที่มีหลักประกันด้วยการแจกแจงแบบที่คอปพูลา
โดย	นางสาวพรรณทิพา วาณิชย์จิรัฐติกาล
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร.สันติ อธิพัฒน์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ ดร.อนันต์ เขียววงศ์

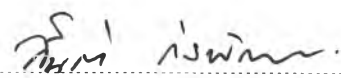
คณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย  
นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

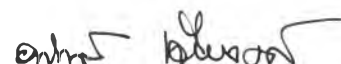
  
..... คณะบดีคณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ดนุชา คุณพนิชกิจ)


คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ครุวงศ์วัฒนา)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(อาจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สันติ อธิพัฒน์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(อาจารย์ ดร.อนันต์ เขียววงศ์)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วาณิชย์บัญชา)

พรรณทิพา วาณิชจริฐติกา : การประเมินค่าพันธะหนี้สินที่มีหลักประกันด้วยการแจกแจงแบบที่คอปพูลา (PRICING COLLATERALIZED DEBT OBLIGATIONS BY T-DISTRIBUTION COPULA) อ. ที่ปรึกษา : อ. ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์, รศ. ดร. สันติ ธิรพัฒน์ และ อ. ดร.อนันต์ เจียรวงศ์, 84 หน้า. ISBN 974-14-2264-4.

งานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สนใจศึกษาความสัมพันธ์ของค่าที่สุดปลาย (Extreme Values) ที่รู้จักกันในนาม Tail Dependence ของตัวแปรสุ่ม 2 ตัว เมื่อมีการแจกแจงร่วมแตกต่างกัน โดยเปรียบเทียบค่า Tail Dependence ของการแจกแจงคอปพูลา 3 แบบ คือ การแจกแจงคอปพูลาแบบปกติ, การแจกแจงคอปพูลาแบบที และการแจกแจงคอปพูลาแบบดับเบิลที และผลกระทบของ Tail Dependence ที่ใช้อธิบายการประเมินมูลค่าตราสารอนุพันธ์ CDO

ผลจากการวิจัยสามารถเรียงลำดับค่า Tail Dependence จากมากไปหาน้อยตามการแจกแจงเป็นดังนี้คือ การแจกแจงคอปพูลาแบบที, การแจกแจงคอปพูลาแบบดับเบิลที และการแจกแจงคอปพูลาแบบปกติ

Tail Dependence สำหรับการคำนวณความเสี่ยงด้านเครดิต สามารถพิจารณาว่าเป็นสภาวะของการคงอยู่พร้อมกัน หรือ การล้มละลายพร้อมกันระหว่าง 2 บริษัท ในกรณี 2 บริษัทใน portfolio สมมติว่าความถี่ในการล้มละลาย ค่า Tail Dependence สามารถอธิบายความแตกต่างในการประเมินมูลค่า CDO ที่มีคอปพูลาที่แตกต่าง และพบว่า การแจกแจงคอปพูลาแบบปกติให้การประเมินมูลค่า CDO มากที่สุด ตามด้วยการแจกแจงแบบดับเบิลที และการแจกแจงแบบทีตามลำดับ อีกในหนึ่ง Tail Dependence แปรผกผันกับการประเมินมูลค่า CDO

ในกรณี 50 บริษัท ค่า Tail Dependence สามารถอธิบายการประเมินมูลค่า CDO จากการแจกแจงคอปพูลาแบบต่าง ๆ ได้เพียงบางส่วน ในกรณีนี้จะพบว่า การแจกแจงคอปพูลาแบบปกติจะให้มูลค่า CDO มากที่สุด อย่างไรก็ตามการแจกแจงคอปพูลาแบบที และการแจกแจงคอปพูลาแบบดับเบิลที ไม่มีรูปแบบที่ชัดเจนแน่นอน

ภาควิชาสถิติ.....  
สาขาวิชาสถิติ.....  
ปีการศึกษา 2548.....

ลายมือชื่อนิสิต .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

## 4682331926: MAJOR STATISTICS

KEY WORD: COPULA / TAIL DEPENDENCE / CDO

PUNTIPA WANITJIRATTIKAL : PRICING COLLATERALIZED DEBT OBLIGATIONS BY T- DISTRIBUTION COPULA. THESIS ADVISOR : SEKSAN KIATSUPAIBUL, Ph.D. THESIS COADVISOR : ASSOC.PROF.SUNTI TIRAPAT, Ph.D., ANANT CHIARAWANGSE, Ph.D. , 84 pp. ISBN 974-14-2264-4.

In this thesis, the dependences at the extreme, known as *Tail Dependence*, between two random variables with different joint distribution are investigated. This study compares the Tail Dependences among three copula models: Gaussian copula, the Student's t copula and the double t copula. Finally, the effects of the Tail Dependence on pricing CDO are explored.

From the study, the levels of Tail Dependence among the three copulas can be ranked from the highest to the lowest as follows: the Student's t copula, the double t copula, and Gaussian copula.

Tail Dependence for credit risk computation can be interpreted as the state of co-survival or co-default between two companies. In the case of two companies in the bond portfolio, assuming identical default intensity, Tail Dependence can fully explain the difference in prices of a CDO with different copula models. It is found that, in the two-company case, Gaussian copula offers the highest CDO price, followed by the double t and the Student's t, respectively. In other words, Tail Dependence is inversely proportional to the CDO price.

In case of 50 companies, Tail Dependence can partially explain the difference in prices of a CDO with different copula models. In this case, it is found that Gaussian copula offers the highest CDO price. However, the prices from the Student's t copula and the double t copula have no obvious pattern.

Department Statistics.....  
 Field of study Statistics.....  
 Academic year 2005.....

Student's signature..... *Pontipa W.*  
 Advisor's signature..... *Seksan Kiatsupaibul*  
 Co-advisor's signature..... *Sunti Tirapat*  
 Co-advisor's signature..... *Anant Chiarawangse*

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณา และความเอาใจใส่ของ อาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และให้ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยดีตลอดมาจนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สันติ ธิรพัฒน์ และ อาจารย์ ดร.อนันต์ เจียรวงศ์ ในฐานะอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล คุรงค์วัฒนา ในฐานะประธานสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา ในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่ให้ผู้วิจัยมีโอกาสเข้ามาศึกษา ณ ที่อันทรงเกียรติแห่งนี้

ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และพี่น้อง ครอบครัว ที่ช่วยส่งเสริม และสนับสนุนให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสทางการศึกษาเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา สุดท้ายนี้ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ที่คอยให้ความช่วยเหลือ คำแนะนำและกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดีตลอดมา

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ญ
สารบัญแผนผัง.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
1.3 สมมติฐานการวิจัย.....	6
1.4 ขอบเขตการวิจัย.....	6
1.5 วิธีดำเนินการวิจัย.....	6
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
2 ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง.....	7
2.1 Correlation.....	7
2.2 Copula.....	9
2.3 การแจกแจงแบบปกติ.....	11
2.4 การแจกแจงแบบที.....	12
2.5 การแจกแจงแบบดับเบิลที.....	13
2.6 การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง.....	15
2.7 Tail Dependence.....	16
2.8 การจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล.....	16
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	18
3.1 แผนการดำเนินการวิจัย.....	18
3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย.....	19
3.3 การคำนวณค่า Tail Dependence ของแต่ละการแจกแจง.....	19
3.3.1 การหาค่า Tail Dependence ของการแจกแจงแบบปกติ.....	19

	หน้า
3.3.2 การหาค่า Tail Dependence ของการแจกแจงแบบที่.....	22
3.3.3 การหาค่า Tail Dependence ของการแจกแจงแบบดับเบิลที่.....	24
3.4 การคำนวณมูลค่า CDO ในกรณี 2 บริษัท โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล.....	25
3.4.1 กรณีที่ 1 เมื่อ Tranche Width $\leq 50\%$ .....	26
3.4.2 กรณีที่ 2 เมื่อ Tranche Width $> 50\%$ .....	32
3.5 การคำนวณมูลค่า CDO ในกรณี 50 บริษัท โดยใช้วิธีมอนติคาร์โล.....	42
3.5.1 สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่าง ๆ.....	42
3.5.2 คำนวณหามูลค่า CDO โดยใช้วิธีมอนติคาร์โล.....	45
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	48
4.1 ค่า Tail Dependence.....	48
4.1.1 กรณีที่มีการแจกแจงแบบปกติ.....	48
4.1.2 กรณีที่มีการแจกแจงแบบที่.....	51
4.1.3 กรณีที่มีการแจกแจงแบบดับเบิลที่.....	54
4.2 การเปรียบเทียบค่า Tail Dependence.....	57
4.3 มูลค่า CDO ในกรณี 2 บริษัท.....	58
4.3.1 กรณีที่ Tranche Width $\leq 50\%$ .....	58
4.3.2 กรณีที่ Tranche Width $> 50\%$ .....	59
4.4 มูลค่า CDO ในกรณีที่มีบริษัท 50บริษัท.....	60
4.4.1 กรณีที่มีการแจกแจงแบบปกติ.....	60
4.4.2 กรณีที่มีการแจกแจงแบบที่.....	64
4.4.3 กรณีที่มีการแจกแจงแบบดับเบิลที่.....	68
4.5 การเปรียบเทียบมูลค่า CDO ในกรณีที่มีจำนวนบริษัทเป็น 50 บริษัท.....	72
5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	81
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	81
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	82
รายการอ้างอิง.....	83
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	84



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ตารางแสดงค่า Tail Dependence at Rank $u$ โดยประมาณของการแจกแจงแบบปกติ เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน .....	49
4.2 ตารางแสดงค่า Tail Dependence at Rank $u$ โดยประมาณของการแจกแจงแบบที่ เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน .....	52
4.3 ตารางแสดงค่า Tail Dependence at Rank $u$ โดยประมาณของการแจกแจงแบบดับเบิ้ลที่ เมื่อมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน .....	55
4.4 ตารางแสดงค่า CDO โดยวิธีมอนติคาร์โลที่มีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเลขชี้กำลังที่ต่างกัน .....	61
4.5 ตารางแสดงค่า CDO โดยวิธีมอนติคาร์โลที่มีการแจกแจงแบบที่ เมื่อมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเลขชี้กำลังที่ต่างกัน .....	65
4.6 ตารางแสดงค่า CDO โดยวิธีมอนติคาร์โลที่มีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลที่ เมื่อมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเลขชี้กำลังที่ต่างกัน .....	69
4.7 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่า CDO กรณีที่มีการจ่ายเงินปันผล 1 ครั้งต่อปี เมื่อมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเลขชี้กำลังที่ต่างกัน .....	73
4.8 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่า CDO กรณีที่มีการจ่ายเงินปันผล 2 ครั้งต่อปี เมื่อมีค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเลขชี้กำลังที่ต่างกัน .....	76

สารบัญภาพ

ภาพ	หน้า
1.1 แสดงภาพ Multivariate Distribution โดยภาพทางซ้ายสร้างความสัมพันธ์จากการแจกแจงเป็น Guassian Copula และภาพทางขวาสร้างความสัมพันธ์จากการแจกแจงเป็น t-Distribution Copula โดยที่ให้ X และ Y มีการแจกแจงส่วนริมเป็น Gamma และมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็น 0.7.....	2
1.2 แสดงการประเมินมูลค่าของตราสารอนุพันธ์ด้านเครดิตที่เรียกว่า “พันธะหนี้สินที่มีหลักประกัน: Collateralized Debt Obligations (CDO)” ซึ่งทางซ้ายของภาพคือตราสารที่ Trust ทำการลงทุนซื้อมา ส่วนทางขวาของภาพเป็นตราสารที่ Trust ขายในแต่ละชั้นความเสี่ยง (Tranche).....	3
2.1 แสดงการกระจายของจุดตัวอย่างจำนวน 1,000 จุด Standard Multivariate Normal ซึ่งมีค่า $\rho$ เป็น 0.....	8
2.2 แสดงการกระจายของจุดตัวอย่างจำนวน 1,000 จุด Standard Multivariate Normal ซึ่งมีค่า $\rho$ เป็น 0.7.....	8
2.3 แสดงการกระจายของจุดตัวอย่างจำนวน 1,000 จุด Guassian Copula ซึ่งมีค่า $\rho$ เป็น 0.7.....	9
2.4 แสดงการกระจายของจุดตัวอย่างจำนวน 1,000 จุด t-Copula ซึ่งมีค่า $\rho$ เป็น 0.7.....	10
2.5 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบปกติ, การแจกแจงแบบทึ และ การแจกแจงแบบดับเบิลที่ตามลำดับ เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น 1 .....	14
2.6 แสดงฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบปกติ, การแจกแจงแบบทึ และการแจกแจงแบบดับเบิลที่ เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 .....	14
3.1 แสดงการประเมินมูลค่าของตราสารอนุพันธ์ (Collateralized Dept Obligations : CDO) ซึ่งทางซ้ายของภาพ คือ ตราสารที่ Trust ทำการลงทุนซื้อมา ส่วนทางขวาของภาพเป็นตราสารที่ Trust ขายในแต่ละชั้นความเสี่ยง (Tranche) .....	25
3.2 แสดงการประเมินมูลค่าของตราสารอนุพันธ์ (Collateralized Dept Obligations : CDO) ซึ่งทางซ้ายของภาพ คือ ตราสารที่ Trust ทำการลงทุนซื้อมา ส่วนทางขวาของภาพเป็นตราสารที่ Trust ขายในแต่ละชั้นความเสี่ยง (Tranche) .....	33
4.1 แสดงสัมประสิทธิ์ค่า Tail Dependence ของการแจกแจงปกติ, การแจกแจงทึ และ การแจกแจงดับเบิลที่ เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0, ค่าความแปรปรวนเป็น 1 และ $\rho = 0.1$ .....	57

ภาพ	หน้า
4.2 แสดงสัมประสิทธิ์ค่า Tail Dependence ของการแจกแจงปกติ, การแจกแจงที และการแจกแจงดับเบิลที เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0, ค่าความแปรปรวนเป็น 1 และ $\rho = 0.5$	58
4.3 แสดงมูลค่า CDO ของการแจกแจงปกติ, การแจกแจงที และการแจกแจงดับเบิลที เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0, ความแปรปรวนเป็น 1 และ $\rho = 0.1$ .....	80
4.4 แสดงการขยายภาพ 4.3 ในช่วงปีที่จะเกิดการล้มละลายระหว่าง 5- 20 ปี ซึ่งแสดงมูลค่า CDO ของการแจกแจงปกติ, การแจกแจงที และการแจกแจงดับเบิลที เมื่อมีค่าเฉลี่ยเป็น 0, ความแปรปรวนเป็น 1 และ $\rho = 0.1$ .....	80

สารบัญแผนผัง

แผนผัง	หน้า
2.1 แผนผังเทคนิคมอนติคาร์โล .....	17
3.1 แผนผังการคำนวณหาค่า CDO .....	47