การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอย
แบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด

นายเกียรติเทพ ตั้งสันติถาวร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-14-2295-4

A COMPARISON BETWEEN BAYES AND TWO-STAGE LEAST SQUARES METHODS IN ESTIMATING PARAMETERS

Mr. Keattep Tangsantitawon

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Sceince Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-14-2295-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองชั้นกำลังสองน้อยสุด
โดย	นายเกียรติเทพ ตั้งสันติถาวร
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

------------------------------------ คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

------------------------------------ ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

------------------------------------ อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา)

------------------------------------ กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

เกียรติเทพ ตั้งสันติถาวร : การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด (A COMPARISON BETWEEN BAYES AND TWO-STAGE LEAST SQUARES METHODS IN ESTIMATING PARAMETERS) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา. 126 หน้า. ISBN 974-14-2295-4

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์ (Bayes Method) เมื่อใช้การแจกแจงก่อนคู่สังยุค กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด (Two-Stage Least Squares Method หรือ 2SLS) เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ คือ ค่าร้อยละของความผิดพลาดของค่าประมาณที่ได้กับค่าพารามิเตอร์จริง (Average Percent Difference) และ ค่าความแปรปรวน (Variance) การแจกแจงของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มที่ใช้ในการศึกษา คือ การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.15 0.25 0.5 0.6 1 และ 1.5 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา (n) มีค่าเท่ากับ 10 30 50 75 100 จำนวนตัวแปรภายนอก (Exogenous Variable)ที่ศึกษาเท่ากับ 1 ตัวแปรคือ z และ ตัวแปรภายใน (Endogenous Variable) ที่ใช้มี 2 ตัวแปร คือ x และ y โดยในการศึกษาจะกำหนดให้ค่า $\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ เท่ากับ 0, 2, 0, 3 ตามลำดับ และ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2) เมื่อ σ_β^2 เท่ากับ 0.1, 0.25, 1, 10 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 5,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

จากวิทยานิพนธ์ เรื่องการวิเคราะห์เชิงเบส์สำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเดียว ในปี พ.ศ. 2542 ของ วีรพา ฐานะปรัชญ์ ได้แสดงให้เห็นว่า การแจกแจงภายหลังที่ได้จากการใช้การแจกแจงก่อนเจฟฟรีส์เหมือนกับการแจงแจกภายหลังเมื่อใช้การแจกแจงก่อนที่ไม่ให้ข้อมูล และผลที่ได้จากการใช้การแจกแจงก่อนที่ไม่ให้ข้อมูลจะมีประสิทธิภาพด้อยกว่าที่ให้ข้อมูล ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าโดยใช้การแจกแจงก่อนคู่สังยุคที่ให้ข้อมูลกับวิธี 2SLS เท่านั้น และผลการวิจัยมีข้อสรุปดังนี้

ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่าร้อยละของความผิดพลาด และค่าความแปรปรวนของทั้งสองวิธี คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม และขนาดตัวอย่าง โดยพบว่าค่าร้อยละของความผิดพลาด และ ค่าความแปรปรวน จะแปรผันตามค่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม และจะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง จากการเปรียบเทียบค่าร้อยละของความผิดพลาด และ ค่าความแปรปรวน จากทั้งสองวิธีพบว่า ค่าประมาณที่ได้จากวิธีเบส์จะให้ค่าต่ำกว่าทุกกรณีของขนาดตัวอย่างและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนที่ใช้ศึกษา ทั้งนี้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์จะเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าเมื่อขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาดเล็กจนถึงขนาดกลาง แต่เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น ตัวประมาณทั้งสองก็จะมีค่าลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง ซึ่งจะส่งผลให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่าจากวิธีเบส์ไม่เด่นชัด และหากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเพิ่มขึ้น ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ก็จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี 2SLS นอกจากนี้ประสิทธิภาพจากวิธีเบส์ก็ยังขึ้นกับค่า σ_β^2 กล่าวคือ ถ้ามีค่าสูงเกินไปก็จะมีผลต่อประสิทธิภาพการประมาณด้วยวิธีเบส์ให้ลดต่ำลง

ภาควิชา สถิติ	ลายมือชื่อนิสิต ......
สาขาวิชา สถิติ	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ......
ปีการศึกษา 2548	

4682176026 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD : BAYESIAN METHOD/TWO-STAGE LEAST SQUARES METHOD

KEATTEP TANGSANTITAWON : A COMPARISON BETWEEN BAYES AND TWO-STAGE LEAST SQUARES METHODS IN ESTIMATING PARAMETERS.THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF.KANLAYA VANICHBUNCHA. 126 pp. ISBN 974-14-2295-4

This research was carried out to compare between Bayes using Conjugate Prior Distribution and Two-Stage Least Squares methods in estimating parameters. The comparison criterion used is average percent difference between estimators and coefficient parameters, and variance. The distribution of residual is normal with mean equal to 0 and standard deviation of 0.15, 0.25, 0.5, 0.6, 1 and 1.5. The sample sizes studied are 10, 30, 50, 75 and 100. In this study, there is one exogenous, which is z, and two endogenous variables, which are x and y. The parameters $\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ are set at 0, 2, 0, 3 respectively. In addition, the distribution of prior beta is normal with prior mean of 1.5, or can be written as β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β). The variance is set at 0.1, 0.25, 1, and 10 thorugh all study cases. And, the data has been generated through Monte Carlo Technique with the repetition of 5,000 times for each case.

According to the research named Bayesian Analysis for Simple Linear Regression Model by Weerapa Thanaprach, the result showed that the posterior distribution by using Jeffrey's prior distribution had the same distribution as the posterior distribution when using a non-informative prior distribution. However, the efficiency of non-informative prior distribution was lower than informative prior distribution. Therefore, this study was carried out by using informative Conjugate prior distribution and Two-Stage Least Squares methods only.

Empirically, the factors affect average percent difference and variance of both methods are standard deviation of residuals and sample size. The average percent difference and variance are proportionate to standard deviation of residuals, but inversely proportionate to sample size. Comparing the result from Bayes and 2SLS, the average percent difference and variance from Bayes method are lower in all cases, thus the estimators from Bayes method are more efficient than 2SLS method especially at small to medium size of samples. But when the sample size becomes larger, the estimators will converse to parameters. Consequently, the higher efficiency from Bayes method will not be crucial. In addition, the efficiency of Bayes method will be higher when the standard deviation of residuals is higher. Besides, the efficiency of Bayes method is inversely proportionate to prior variance.

Department Statistics .... Student's signature ....

Field of study Statistics .... Advisor's signature Kalyu Vanichbun ....

Academic year 2005

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดีจากความอนุเคราะห์ของบุคคลหลายฝ่ายด้วยกัน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. กัลยา วานิชย์บัญชา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาสละเวลาให้คำแนะนำ ปรึกษา ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา และ รองศาสตราจารย์ ดร. ธีระพร วีระถาวร ในฐานะประธานกรรมการ และกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้ ให้ข้อคิด และแนะแนวทางที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ทั้งนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ ที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งให้การสนับสนุน และเพื่อนๆ ที่ให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

สารบัญ

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

สารบัญแผนภาพ

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

แผนภาพ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการวิจัยในสาขาต่างๆ จำเป็นต้องอาศัยระเบียบวิธีวิจัยทางสถิติเข้ามาช่วย เพื่อให้งานวิจัยที่ได้มีความถูกต้องและมีความน่าเชื่อถือ ในหลายๆงานวิจัยนั้นบ่อยครั้งผู้วิจัยจะใช้วิธีการวิเคราะห์ความถดถอยเพื่อใช้ในการพยากรณ์ วิธีที่นิยมใช้ในการสร้างตัวแบบการถดถอยนั้นจะใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดประมาณค่าตัวแบบ วิธีการดังกล่าวเป็นวิธีที่ใช้เพียงข้อมูลปัจจุบันในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งนั่นหมายถึงจะทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนจากการประมาณ ดังนั้นในการที่จะทำให้ความคลาดเคลื่อนลดต่ำลงได้ จึงจำเป็นต้องใช้ข้อมูล หรือความรู้ในอดีตของพารามิเตอร์มาช่วยในการประมาณ กล่าวคือ ควรใช้การแจกแจงก่อน (Prior Distribution) ของพารามิเตอร์ โดยแนวคิดแบบนี้เรียกว่าเป็นการวิเคราะห์แบบเบส์ การวิเคราะห์ดังกล่าวจะมีองค์ประกอบที่สำคัญในการใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 ส่วน โดยที่ส่วนแรกเป็นข้อมูลในปัจจุบันหรือฟังก์ชันควรจะเป็น (Likelihood Function) ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากทดลอง ส่วนที่สอง ข้อมูลในอดีต หรือการแจกแจงก่อน (Prior Distribution) และส่วนสุดท้ายข้อมูลในอนาคต หรือการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ซึ่งเป็นผลจากการทราบข้อมูลในอดีตรวมกับปัจจุบันโดยใช้ความสัมพันธ์ที่ว่า การแจกแจงภายหลังแปรผันกับผลคูณของฟังก์ชันความควรจะเป็น กับการแจกแจงก่อน การนำแนวทางของเบส์มาใช้จึงเป็นแนวทางที่นักสถิติกำลังให้ความสนใจมากในปัจจุบัน เป็นเพราะว่าการใช้แนวทางเบส์มีแนวโน้มจะทำให้สร้างตัวแบบที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกว่าวิธีการภายใต้แนวทางอื่น ๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจทำการศึกษาเปรียบเทียบสมการถดถอยที่เป็นระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) ที่ได้จากวิธีการเบส์ (Bayes) กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด (Two - Stage Least Squares Regression) ซึ่งวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นเป็นที่นิยมใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ กับระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง ดังนั้นถ้าผลการวิจัยพบว่าวิธีการใดมีประสิทธิภาพในการพยากรณ์มากที่สุด ก็ควรจะเลือกนำไปใช้ในการวิเคราะห์ต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1) เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ภายใต้แนวทางของเบส์และวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุดในระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง

2) เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธีการเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1) วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) ภายใต้แนวทางของเบส์ จะให้ค่าพยากรณ์ที่ถูกต้องและแม่นยำกว่าวิธีการวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด

2) วิธีการเฉลี่ยตัวแบบของเบส์จะให้ค่าพยากรณ์ที่ถูกต้องและแม่นยำกว่าวิธีการอื่น ๆ

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

ต่อไปนี้ผู้วิจัยจะใช้สัญลักษณ์ต่างๆ แทนความหมายคำต่างๆ ดังต่อไปนี้

γ_1 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของเส้นที่ 2

γ_0 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นค่าโดยเฉลี่ยของ x_i เมื่อ z_i เป็น 0

β_1 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของเส้นที่ 1

β_0 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นค่าโดยเฉลี่ยของ y_i เมื่อ x_i เป็น 0

β_{prior} ~N($\mu_\beta, \sigma^2_\beta$) หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยก่อนของ β_1 มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_β และมีค่าความแปรปรวน σ^2_β

μ_β หมายถึง ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์ความถดถอยก่อนของ β_1

σ^2_β หรือ Vbeta หมายถึง ค่าความแปรปรวนก่อนของ β_1

σ_1 หรือ Std1 หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของ ε_{1i}

σ_2 หรือ Std2 หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของ ε_{2i}

Average % Diff หมายถึง ร้อยละของความผิดพลาดของค่าประมาณกับค่าจริงโดยเฉลี่ย

Variance หมายถึง ค่าความแปรปรวน

Iteration หมายถึง จำนวนครั้งที่ใช้ในการจำลองในแต่ละรอบ

1) รูปแบบทั่วไปของสมการถดถอยต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) มีรูปแบบสมการดังนี้

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_{1i}$, i = 1, 2,..., n (เป็นสมการหลักที่สนใจ)

$x_i = \gamma_0 + \gamma_1 z_i + \varepsilon_{2i}$, i = 1, 2,..., n (เป็นสมการเกี่ยวเนื่องจากสมการหลัก)

เมื่อ y_i คือ ค่าสังเกต

x_i คือ ค่าตัวแปรที่ใช้อธิบายค่าสังเกต y_i

z_i คือ ค่าตัวแปรที่ใช้อธิบายค่าสังเกต x_i

$\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ คือ ค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ

$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม

n คือ ขนาดตัวอย่าง

2) ตัวแปรที่ใช้อธิบายถือว่าเป็นค่าคงที่

3) ตัวแปรอิสระ z_i มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1

4) ความคลาดเคลื่อนสุ่มของ $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ ที่เหมือนกันและอิสระต่อกัน

5) การแจกแจงก่อนที่ใช้มี 2 แบบ

5.1 การแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูล (Informative Prior Distribution)

เป็นการแจกแจงที่ให้ข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์อย่างแน่ชัด ดังนั้นการแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูลที่มีคุณสมบัติเป็นการแจกแจงก่อนสังยุค (Conjugate Prior Distribution) โดยมีรูปแบบดังนี้

$$p\left(\underset{\sim}{\beta}\right) = (2\pi)^{-1}(\det \Sigma)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\beta}}\right)' \Sigma^{-1}\left(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\beta}}\right)\right\}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\overline{\beta}}$ เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย

Σ เป็นเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมซึ่งเป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน (positive definite matrix)

5.2 การแจกแจงก่อนของเจฟฟรีส์ (Jeffrey's Prior Distribution) ซึ่งการแจกแจงนี้เป็นสัดส่วน กับ รากที่สองของดีเทอร์มิแนนท์ ของเมตริกซ์ข้อสนเทศของฟิชเชอร์(Fisher Information)

$$p\left(\underset{\sim}{\beta}\right) \propto \left|I\left(\underset{\sim}{\beta}\right)\right|^{\frac{1}{2}}$$

เมื่อ $\left|I\left(\underset{\sim}{\beta}\right)\right|$ คือ เมตริกซ์ข้อสนเทศของฟิชเชอร์

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1) ตัวแบบสมการถดถอยต่อเนื่องที่สนใจเป็นตัวแบบเชิงเส้นในพารามิเตอร์แล้วยังเป็นตัวแบบเชิงเส้นในตัวแบบที่ใช้อธิบาย

2) ขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษาตัวแบบคือ 10, 30, 50, 75 และ 100

3) ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของ $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}$ มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.15, 0.25, 0.5, 0.6, 1 และ 1.5 ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเฉพาะกรณีที่ σ_1, σ_2 มีค่าเท่ากัน เพื่อที่จะไม่ให้ขอบเขตการวิจัยกว้างเกินไป ทั้งนี้จะส่งผลทำให้ Parameter Space มีขนาดลดลง[1]

4) ค่า β_{prior} ~N ($\mu_\beta, \sigma_\beta^2$) โดยที่ μ_β เท่ากับ 1.5 และ σ_β^2 เท่ากับ 0.1, 0.25, 1 และ 10[1]

5) ค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของ γ_1, β_1 เท่ากับ 3 และ 2 ตามลำดับ โดยจะกำหนดให้ γ_0, β_0 เท่ากับ 0 ทั้งสองค่า[1]

1.6 ขั้นตอนในการวิจัย

1) กำหนดลักษณะการแจกแจงของค่าคลาดเคลื่อน ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญ
2) สร้างข้อมูลตัวแปรและค่าคลาดเคลื่อนที่มีลักษณะการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา
3) ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้ง 2 แนวทาง
4) หาค่าร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้กับค่าพารามิเตอร์จริงของทั้งสองแนวทาง
5) สรุปผลการเปรียบเทียบวิธีการทั้งสองโดยใช้ตารางและรูปภาพ

1.7 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์ที่ในการตัดสินใจใช้ คือร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธ์ที่ประมาณได้กับค่าพารามิเตอร์จริง (Average Percent Difference) โดยที่ค่าประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยที่ดีที่สุด จะทำให้ค่าประมาณ Average Percent Difference ต่ำสุดโดยที่ค่า

$$\text{Average \% Difference} = \frac{\sum_{j=1}^{5000} \frac{(\hat{\beta}_j - \beta_1)}{\beta_1} x100}{Iteration}$$

---

[1] ในส่วนขอบเขตของการวิจัยเพื่อที่จะไม่ให้ขอบเขตการศึกษาวิจัยกว้างไป ผู้วิจัยจึงได้กำหนดค่าพารามิเตอร์ให้มีค่าต่างๆของระบบสมการที่ศึกษาดังข้างต้น เพื่อที่จะทำให้ Parameter Space ไม่ใหญ่เกินไป

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) เป็นแนวทางการศึกษาวิธีการสร้างระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) ภายใต้แนวทางของเบส์

2) ได้ทราบถึงความถูกต้องเหมาะสมและประสิทธิภาพของการพยากรณ์ของตัวแบบที่ได้จากวิธีการเบส์กับวิธีวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด

บทที่ 2

ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นทั่วไปสามารถเขียนได้ดังนี้

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$ สำหรับทุกค่า i = 1, 2, ..., n

เมื่อ y_i คือ เวกเตอร์ค่าสังเกต

β_0, $\beta_1 \ldots . \beta_k$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย

x_{i1}, .. x_{ik} คือ ค่าตัวแปรอิสระที่ใช้อธิบาย y หรือ เป็นตัวแปรต้นเหตุของการผันแปรของ y

ε_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากข้อผิดพลาดจากการวัด หรือข้อผิดพลาดจากการที่ละเลยตัวแปรบางตัว

หรือ เขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

โดยที่

$$\underset{\sim}{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ . \\ . \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$x=\begin{bmatrix}1 & x_{12} & .. & x_{1k}\\ 1 & x_{12} & .. & x_{2k}\\ . & .. & .. & ..\\ . & .. & .. & ..\\ 1 & x_{12} & .. & x_{nk}\end{bmatrix}$$

เมื่อ y คือ เวกเตอร์ของค่าสังเกตของตัวแปรตาม หรือตัวแปรที่ถูกอธิบายที่มีขนาด n x 1

x คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรที่ใช้อธิบายความผันแปรที่มีขนาด n x (k +1) และมีลำดับชั้น เท่ากับ k

$\underset{\sim}{\beta}$ คือ เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยขนาด (k + 1) x 1

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ คือ เวกเตอร์ค่าคลาดเคลื่อนขนาด n x 1 โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon}\overset{iid}{\sim} N(\underset{\sim}{0},\sigma^2 I_n)$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

k คือ จำนวนตัวแปรอิสระ หรือ ตัวแปรที่ใช้อธิบาย

2.1 การประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (OLS)

ตัวประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดของสัมประสิทธิ์การถดถอย $\underset{\sim}{\beta}$ คือ $\underset{\sim}{b}$ ซึ่งหาได้จาก

$$\frac{\partial}{\partial \underset{\sim}{b}}\left\{(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})'(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})\right\}=\underset{\sim}{0}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\varepsilon}=(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})$ และ $\underset{\sim}{\varepsilon}'\underset{\sim}{\varepsilon}=(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})'(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})$

โดยที่ $(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})'(\underset{\sim}{y}-\mathrm{X}\underset{\sim}{b})$ เป็นผลบวกกำลังสองของค่าคลาดเคลื่อน จะได้ว่า

$$-2\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}+2(\mathrm{X}'\mathrm{X})\underset{\sim}{b}=0$$

$$(\mathrm{X}'\mathrm{X})\underset{\sim}{b}=\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}$$

ดังนั้น $\underset{\sim}{b}=(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}$

<u>คุณสมบัติของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยสุด</u>

1) ตัวประมาณ $\underset{\sim}{b}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\underset{\sim}{\beta}$ ภายใต้เงื่อนไขที่ว่า $\underset{\sim}{\varepsilon}\overset{iid}{\sim} N(\underset{\sim}{0},\sigma^2 I_n)$ โดยสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

$$\mathrm{E}\left[(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}\right] = (\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\mathrm{E}(\underset{\sim}{y})$$

$$\mathrm{E}\left[(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}\right] = (\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\mathrm{X}\underset{\sim}{\beta}$$

$$\mathrm{E}\left[(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}\right] = \underset{\sim}{\beta}$$

2) เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim}{b}$ ซึ่งแสดงได้โดย

$$COV(\underset{\sim}{b}) = COV\left[(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\underset{\sim}{y}\right]$$

$$= (\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\left\{COV(\underset{\sim}{y})\right\}\mathrm{X}(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}$$

$$= \sigma^2(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}$$

โดยที่ในแนวเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ค่าความแปรปรวน และ ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณ $\underset{\sim}{b}$ เป็นค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ $\underset{\sim}{b}$ และนอกเส้นทแยงมุมเป็นค่าความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณ $\underset{\sim}{b}$ และ จากทฤษฎีเกาสส์-มาโคฟ (Gauss-Markov theorem) ตัวประมาณ $\underset{\sim}{b}$ จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นโดยมีค่าความแปรปรวนต่ำที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator: BLUE)

<u>ข้อกำหนดของค่าคลาดเคลื่อน</u> $\underset{\sim}{\varepsilon}$

1) $\underset{\sim}{\varepsilon}$ มีการแจกแจงแบบปกติ

2) ข้อกำหนดของค่าคลาดเคลื่อน $\mathrm{E}(\underset{\sim}{\varepsilon}) = 0$ สมมติฐานนี้จะส่งผลต่อตัวแบบสมการถดถอยเท่ากับ

$$\mathrm{E}(\underset{\sim}{y}) = \mathrm{X}\underset{\sim}{\beta}$$

หากสมมติฐานข้อนี้ไม่เป็นจริงจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่คำนวนได้จะมีลักษณะเอนเอียง (biased)

3) $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$, $\forall_i$

4) $\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, $\forall_i \neq j$

จากข้อกำหนดข้อที่ 3 และ4 สามารถแสดงได้ตามเมทริกซ์ด้านล่าง

$$Var(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} Var(\varepsilon_1) & \mathrm{cov}(\varepsilon_1,\varepsilon_2) & \ldots & \mathrm{cov}(\varepsilon_1,\varepsilon_n) \\ \mathrm{cov}(\varepsilon_1,\varepsilon_2) & Var(\varepsilon_2) & \ldots & . \\ . & \mathrm{cov}(\varepsilon_2,\varepsilon_3) & \ldots & . \\ . & . & \ldots & \mathrm{cov}(\varepsilon_{n-1},\varepsilon_n) \\ \mathrm{cov}(\varepsilon_1,\varepsilon_n) & . & \ldots & Var(\varepsilon_n) \end{bmatrix}$$

จากเมทริกซ์ข้างต้น ถ้า $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ จะได้ว่า

$$Var(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} Var(\varepsilon_1) & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & Var(\varepsilon_2) & \ldots & . \\ . & 0 & \ldots & . \\ . & . & \ldots & 0 \\ 0 & . & \ldots & Var(\varepsilon_n) \end{bmatrix}$$

และถ้าค่าความแปรปรวนจากการประมาณคงที่จะได้

$$Var(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \ldots & . \\ . & 0 & \ldots & . \\ . & . & \ldots & 0 \\ 0 & . & \ldots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

หรือ $$Var(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & . \\ . & 0 & \ldots & . \\ . & . & \ldots & 0 \\ 0 & . & \ldots & 1 \end{bmatrix} = \sigma^2 I_n$$

จากข้อกำหนดข้อที่ 1-4 ของ $\underset{\sim}{\varepsilon}$ เราสามารถเขียนได้อีกแบบคือ $\underset{\sim}{\varepsilon} \overset{iid}{\sim} N(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 I_n)$

5) $\text{cov}(\varepsilon_i, x_i) = 0$

2.2 ตัวแบบสมการต่อเนื่อง (Simultaneous equation)

คุณสมบัติของตัวประมาณภายใต้วิธีกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญ (Ordinary Least Squares)

ในการใช้วิธีการคำนวณแบบ OLS กับสมการแต่ละสมการในระบบสมการต่อเนื่อง ค่าตัวประมาณที่คำนวณได้จะมีลักษณะ biased และ inconsistency[1] ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรที่ใช้ในการอธิบายทางด้านขวามือของสมการมีความสัมพันธ์กับตัวรบกวน ε_i กล่าวคือ $\text{cov}(\varepsilon_i, x_i) \neq 0$ ซึ่งเรียกว่า Simultaneous Bias เมื่อตัวแปรอิสระกับตัวรบกวนมีความสัมพันธ์ดังกล่าวจะส่งผลให้ตัวประมาณที่คำนวณได้เป็นตัวประมาณที่ไม่พึงปรารถนา โดยสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

กำหนดตัวแบบสมการต่อเนื่องเป็นดังนี้

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + \varepsilon_i \qquad \text{........... (1)}$$

---

[1] Gujarati, Damodar, Basic Econometrics, Mc Graw Hill, page 342

$$X_i = a_0 + a_1 Y_i + a_2 Z_i + v_i \qquad \text{........... (2)}$$

โดยที่ ε_i และ v_i เป็นตัวรบกวนที่มีคุณสมบัติตาม classical normal basic assumptions และอิสระจากกัน จากสมการดังกล่าวข้างต้น สมการที่ 1 เป็นสมการที่ต้องการประมาณค่า แต่เนื่องจากตัวแปร X_i ถูกอธิบายจากตัวแปรอื่นซึ่งจะส่งผลทำให้ X_i ไม่อิสระจาก ε_i และพิสูจน์ได้ดังต่อไปนี้

$$X_i = a_0 + a_1(b_0 + b_1 x_i + \varepsilon_i) + a_2 Z_i + v_i \qquad \text{............. (3)}$$

หรือ $$X_i = \frac{a_0 + b_0 a_1}{1 - b_1 a_1} + \frac{a_2}{1 - b_1 a_1} Z_i + \left(\frac{a_1 \varepsilon_i + v_i}{1 - b_1 a_1}\right) \qquad \text{............. (4)}$$

และ $$\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \mathrm{X}_i) = E[X_i - E(X_i)][\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)]$$

เนื่องจาก $E(X_i) = \dfrac{a_0 + b_0 a_1}{1 - b_1 a_1} + \dfrac{a_2}{1 - b_1 a_1} Z_i$ และ $E(\varepsilon_i) = 0$ จะได้ว่า

$$\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \mathrm{X}_i) = E[X_i - E(X_i)]\varepsilon_i$$

$$= E[\frac{\varepsilon_i}{1 - b_1 a_1}\{a_0 + a_1 b_0 + a_2 Z + a_1 \varepsilon_i + v_i - (a_a + a_1 b_0 + a_2 Z)\}]$$

$$= E[\frac{\varepsilon_i}{1 - b_1 a_1}(a_1 \varepsilon_i + v_i)]$$

$$= \frac{1}{1 - b_1 a_1} E(a_1 \varepsilon_i^2 + \varepsilon_i v_i)$$ เนื่องจาก ε_i และ v_i อิสระจากกัน

$$= \frac{a_1}{1 - b_1 a_1} E(\varepsilon_i^2) \text{ หรือ } \frac{a_1}{1 - b_1 a_1} \sigma^2 \neq 0$$

เพราะฉะนั้นในระบบสมการต่อเนื่องจะส่งผลทำให้ตัว ε_i มีความสัมพันธ์กับ X_i หรือ $\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \mathrm{X}_i) \neq 0$ ซึ่งถ้าใช้วิธี OLS ในการประมาณจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่ได้เป็นตัวประมาณที่ biased และ inconsistency ซึ่งสามารถที่จะพิสูจน์ได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้ตัวแบบสมการถดถอยแบบง่าย และแสดงข้อมูลดิบให้อยู่ในรูปผลต่างจากค่าเฉลี่ยของ $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ คือ

$$Y = \beta_1 X + \varepsilon \qquad \text{........... (5)}$$

$$\sum xy = \beta_1 \sum x^2 + \sum x\varepsilon \qquad \text{........... (6)}$$

เมื่อ $y_i = Y_i - \bar{Y}$ และ $x_i = X_i - \bar{X}$

หารสมการที่ (6) ด้วยเทอม $\sum x^2$ จะได้

$$\frac{\sum xy}{\sum x^2} = \beta_1 + \frac{\sum x\varepsilon}{\sum x^2} \qquad \text{........... (7)}$$

และกำหนดให้ $b_1 = \dfrac{\sum xy}{\sum x^2}$ ดังนั้นสมการที่ (7) เขียนใหม่ คือ

$$b_1 = \beta_1 + \frac{\sum x\varepsilon}{\sum x^2} \qquad \text{........... (8)}$$

เมื่อ $E(b_1) = \beta_1 + E\left(\dfrac{\sum x\varepsilon}{\sum x^2}\right)$

เพราะฉะนั้น $E(\hat{b}_1) \neq b_1$ เนื่องจาก $\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \mathrm{X}_i) \neq 0$ จึงทำให้ $\sum x\varepsilon \neq 0$

ลำดับต่อไปจะพิสูจน์ให้เห็นว่าตัวประมาณของ β_1 ว่ามีลักษณะไม่ consistent กล่าวคือ ถึงขนาดตัวอย่างที่ใช้จะเพิ่มขึ้น ตัวประมาณที่ได้ก็ยังคงเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (biased estimator)

$$p\Big(\lim(b_1)\Big) = p\Big(\lim(\beta_1)\Big) + p\left(\lim\Big(\frac{\sum x\varepsilon}{\sum x^2}\Big)\right) \qquad \text{........... (9)}$$

$$p\Big(\lim(b_1)\Big) = p\Big(\lim(\beta_1)\Big) + p\left(\lim\Big(\frac{\sum x\varepsilon / n}{\sum x^2 / n}\Big)\right)$$

$$= \beta_1 + p\left(\lim\Big(\frac{\sum x\varepsilon / n}{\sum x^2 / n}\Big)\right) \qquad \text{........... (10)}$$

$$= \beta_1 + \frac{a_1\sigma^2}{(1-b_1a_1)\sigma_x^2} \qquad \text{........... (11)}$$

$$p\big(\lim(b_1)\big) \neq \beta_1$$

จากการพิสูจน์ข้างต้นแสดงให้เห็นว่า ถ้าใช้วิธีประมาณกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญ (OLS) ตัวประมาณที่ได้จะเป็นตัวประมาณที่ไม่พึงปรารถนา หรือเป็นตัวประมาณที่ไม่ดี กล่าวคือ เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (biased) และไม่แนบนัย หรือไม่คงเส้นคงวา (inconsistentcy)

2.3 **การประมาณระบบสมการต่อเนื่องด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด 2 ขั้น** (2 SLS)

เป็นวิธีการที่พัฒนาขึ้นโดยนักเศรษฐมิติชื่อ H. Theil พร้อมกับ R.L. Bosmann วิธีนี้เป็นการคำนวณทีละสมการ ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้ในกรณีที่สมการที่ต้องการวิเคราะห์เป็นสมการต่อเนื่อง และตัวประมาณที่ได้จากวิธีการนี้จะมีลักษณะเป็นตัวประมาณเอนเอียง (biased) แต่แนบนัยหรือคงเส้นคงวา (consistency) กล่าวคือ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็กตัวประมาณที่ได้จะมีคุณสมบัติเอนเอียง หรือ ได้ว่าเส้นประมาณที่ได้จะต่ำกว่าหรือสูงกว่าเส้นจริง แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจนเข้าสู่ค่าอนันต์ ตัวประมาณที่ได้ก็จะไม่มีความเอนเอียง ดังนั้นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง

เพิ่มขึ้น ตัวประมาณที่ได้จะมีคุณสมบัติ asymptotic unbiasedness และ asymptotic efficiency[2] ซึ่งสามารถจะพิสูจน์ให้เห็นได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $Y = X\beta + \varepsilon$ ถ้า X, ε จะได้ว่า

$$X'Y = X'X\beta + X'\varepsilon$$

$$p\left(\lim\left(\frac{1}{n}X'\varepsilon\right)\right) \neq 0$$

ดังนั้น $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ จะเป็นตัวประมาณที่ไม่แนบนัย หรือไม่คงเส้นคงวา (Inconsistency) สำหรับ β

ถ้าเปลี่ยนมาใช้ตัวแปรเครื่องมือในการประมาณค่า β โดยที่ตัวแปรเครื่องมือนั้นจะต้องมีความสัมพันธ์กับ X มากๆ โดยกำหนดให้มีคุณสมบัติดังนี้

$$p\left(\lim\left(\frac{1}{n}Z'\varepsilon\right)\right) = 0$$

$$p\left(\lim\left(\frac{1}{n}Z'X\right)\right) = \Sigma$$

เมื่อ Z คือ ตัวแปรเครื่องมือ

จะได้ $Z'Y = Z'X\beta + Z'\varepsilon$

$$\hat{\beta} = (Z'X)^{-1}(Z'X)\beta + (Z'X)^{-1}(Z'\varepsilon) = \beta + (Z'X)^{-1}(Z'\varepsilon)$$

$$p\lim \hat{\beta}^* = \beta + p\lim[(Z'X)^{-1}(Z'\varepsilon)]$$

$$= \beta + \Sigma^{-1}0 = \beta$$

โดยที่มีเมทริกซ์ค่าความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix)

$$V = s^2(Z'X)^{-1}(Z'Z)(X'Z)^{-1}$$

เมื่อ $s^2 = \dfrac{1}{n-k}(Y - X\hat{\beta}^*)'(Y - X\hat{\beta}^*)$

ดังนั้นในการใช้วิธี 2SLS จะทำให้ตัวประมาณที่ได้มีคุณสมบัติความแนบนัย หรือคงเส้นคงวา (consistent)

2.4 ทฤษฎีของเบส์

สมมติว่า $\underset{\sim}{y} = (y_1,...,y_n)'$ เป็นเวกเตอร์ของค่าสังเกต n ค่า โดยมีการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม (Joint Probability Distribution) $p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)$ ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ $\underset{\sim}{\beta} = (\beta_1,...,\beta_p)'$ และ σ เมื่อ $(\underset{\sim}{\beta},\sigma)$ มีการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม $p(\underset{\sim}{\beta},\sigma)$ ดังนั้น

---

[2] J.Johnston, Econometric Methods, 3rd Edition, page 363

$$p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)\,p(\underset{\sim}{\beta},\sigma) = p(\underset{\sim}{y};\underset{\sim}{\beta},\sigma) = p(\underset{\sim}{\beta},\sigma|\underset{\sim}{y})\,p(\underset{\sim}{y})$$

การแจกแจงร่วมมีเงื่อนไข (Joint Conditional Distribution) ของ $\underset{\sim}{\beta},\sigma$ เมื่อกำหนดข้อมูลค่าสังเกต $\underset{\sim}{y}$ คือ

$$p(\underset{\sim}{\beta},\sigma|\underset{\sim}{y}) = \frac{p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)\,p(\underset{\sim}{\beta},\sigma)}{p(\underset{\sim}{y})}$$

เมื่อ

$$p(\underset{\sim}{y}) = E\left[\,p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)\right]$$

$$= \begin{cases} \iint_{\Theta} p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)\,p(\underset{\sim}{\beta},\sigma)\,d(\underset{\sim}{\beta})\,d(\sigma) & ,\underset{\sim}{\beta},\sigma \quad \text{ต่อเนื่อง} \\ \sum_{\sigma,\underset{\sim}{\beta}} p(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta},\sigma)\,p(\underset{\sim}{\beta},\sigma) & ,\underset{\sim}{\beta},\sigma \quad \text{ไม่ต่อเนื่อง} \end{cases}$$

<u>การแจกแจงภายหลังเมื่อใช้การแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูล</u>

ฟังก์ชันความควรจะเป็นสำหรับ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อกำหนดตัวอย่างของค่าสังเกต $\underset{\sim}{y} = (y_1,\ldots,y_n)'$ โดยที่ σ^2 ทราบค่า คือ

$$l(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta})\ \alpha\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underset{\sim}{y}-X\underset{\sim}{\beta})'(\underset{\sim}{y}-X\underset{\sim}{\beta})\right\}$$

การแจกแจงก่อนสังยุค[3] (Conjugate Prior) สำหรับ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อ σ^2 ทราบค่าเป็นการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (Multivariate Normal Distribution)

$$p(\underset{\sim}{\beta})\ \alpha\ \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\beta}})'\overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1}(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\beta}})\right\}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{\overline{\beta}}$ คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยก่อน (Prior Mean)

และ $\overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมก่อน (Prior Covariance) ของ $\underset{\sim}{\beta}$

[3] ถ้ามีการแจกแจงก่อนที่ทำให้การแจกแจงก่อนและการแจกแจงภายหลัง มีการแจกแจงแบบเดียวกัน จะเรียกการแจกแจงนั้นว่า การแจกแจงคู่สังยุค

เมื่อกำหนดให้ $A = \sigma^2 \overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1}$ เราจะได้ว่า $\overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1} = \dfrac{A}{\sigma^2}$ และกำหนดให้ $A^{\frac{1}{2}}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร (Symmetric Matrix) ที่มีคุณสมบัติ $A^{\frac{1}{2}}, A^{\frac{1}{2}}$ = A เมื่อ A เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (Positive Definite Matrix) ดังนั้นจะเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$p(\underset{\sim}{\beta}) \ \alpha \ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta})'(A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta})\right\}$$

โดยใช้ทฤษฎีบทของเบส์ จะได้ว่าการแจกแจงภายหลังสำหรับ $\underset{\sim}{\beta}$ เมื่อ σ^2 ทราบค่าดังนี้

$$p(\underset{\sim}{\beta}|\underset{\sim}{y}) \ \alpha \ p(\underset{\sim}{\beta}) l(\underset{\sim}{y}|\underset{\sim}{\beta})$$

$$\alpha \ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left\{(A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta})'(A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta}) + (\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta})'(\underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta})\right\}\right]$$

$$\alpha \ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left\{\begin{pmatrix} A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta} \\ \underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta}\end{pmatrix}'\begin{pmatrix} A^{1/2}\underset{\sim}{\overline{\beta}} - A^{1/2}\underset{\sim}{\beta} \\ \underset{\sim}{y} - X\underset{\sim}{\beta}\end{pmatrix}\right\}\right]$$

$$\alpha \ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(w - G\underset{\sim}{\beta})'(w - G\underset{\sim}{\beta})\right\}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{w}_{\{(n+p+1)x1\}} = \begin{pmatrix} A^{1/2}\underset{\sim}{\bar{\beta}} \\ \underset{\sim}{y}\end{pmatrix}$

$$\underset{\sim}{G}_{\{(n+p+1)x(p+1)\}} = \begin{pmatrix} A^{1/2} \\ X \end{pmatrix}$$

กำหนดให้

$$\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}} = (G'G)^{-1}G'\underset{\sim}{w}$$

$$= (A + X'X)^{-1}(A\underset{\sim}{\bar{\beta}} + X'\underset{\sim}{y})$$

$$= (A + X'X)^{-1}(A\underset{\sim}{\bar{\beta}} + X'X\underset{\sim}{b})$$

จะได้ว่า

$$p(\underset{\sim}{\beta}|\underset{\sim}{y}) \ \alpha \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})'G'G(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})\right\}$$

$$\alpha \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})'(A + X'X)(\underset{\sim}{\beta} - \underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})\right\}$$

$$\alpha \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})'(\underset{\sim}{\overline{\Sigma}}_{\beta}^{-1}+X'X/\sigma^2)(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})\right\}$$

$$\alpha \exp\left\{-\frac{1}{2}(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})'\underset{\sim}{\overline{\overline{\Sigma}}}_{\beta}^{-1}(\underset{\sim}{\beta}-\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}})\right\}$$

เมื่อ $\quad \overline{\overline{\Sigma}}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1} = \overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1} + X'X/\sigma^2$

และ $\quad \underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}} = (A+X'X)^{-1}(A\underset{\sim}{\overline{\beta}}+X'X\underset{\sim}{b})$

$$= \left[\overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1} + X'X/\sigma^2\right]^{-1}\left[\overline{\Sigma}_{\underset{\sim}{\beta}}^{-1}\underset{\sim}{\overline{\beta}} + (X'X/\sigma^2)\underset{\sim}{b}\right]$$

ดังนั้นการแจกแจงภายหลังสำหรับ $\underset{\sim}{\beta}$ มีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรด้วยค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\overline{\overline{\beta}}}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\overline{\overline{\Sigma}}_{\underset{\sim}{\beta}}$ [4]

---

[4] ที่มาการพิสูจน์จาก Helmot Lutkepohl, Tsoung-Chao Lee, George G. Judge, W.E Griffiths & R.Carter Hill, The Theory and Practice of Econometrics, 2nd Edition

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้ในตัวแบบสมการถดถอยแบบต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) โดยได้ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยใน 2 แนวทาง ในแนวทางที่ 1 นั้นจะใช้วิธีที่นิยมในการประมาณค่าในระบบสมการต่อเนื่อง คือ การประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสองขั้นตอน ในแนวทางที่ 2 นั้นจะเป็นแนวทางวิธีเบส์โดยใช้การแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูล (Bayesian method using informative prior) ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพนั้นจะใช้ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้กับพารามิเตอร์จริงภายใต้สถานการณ์ต่างๆที่ได้กำหนดขึ้น โดยทำการจำลองข้อมูลด้วยวิธีเทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique)

3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดสถานการณ์ต่างๆที่ต้องการศึกษาดังนี้

3.1.1 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ทำการศึกษา คือ 10, 30, 50, 75 และ 100

3.1.2 ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.15, 0.25, 0.50, 0.60, 1 และ 1.50

3.1.3 ตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1

3.1.4 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเมื่อ β_0 = 0, β_1 = 2, γ_0 = 0, γ_1 = 3, ในตัวแบบ

3.1.5 กำหนด $\beta_{prior} \sim N(\mu_\beta = 1.5,\ \sigma^2_\beta)$ เมื่อ σ^2_β เท่ากับ 0.1, 0.25, 1, 10

3.2 ขั้นตอนการวิจัย

3.2.1 การสร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (Z) ที่เป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มจากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1

3.2.2 การสร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อน $(\underset{\sim}{\varepsilon},\underset{\sim}{v})$ ให้มีการแจกแจงปกติโดยมีลักษณะข้อมูลต่างๆ ตามค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด

3.2.3 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย $(\underset{\sim}{\beta} = (\beta_0, \beta_1)', \underset{\sim}{\gamma} = (\gamma_0, \gamma_1)')$ ที่ใช้ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้น $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$, i = 1,2,...,n และ $\underset{\sim}{x} = z\underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{v}$

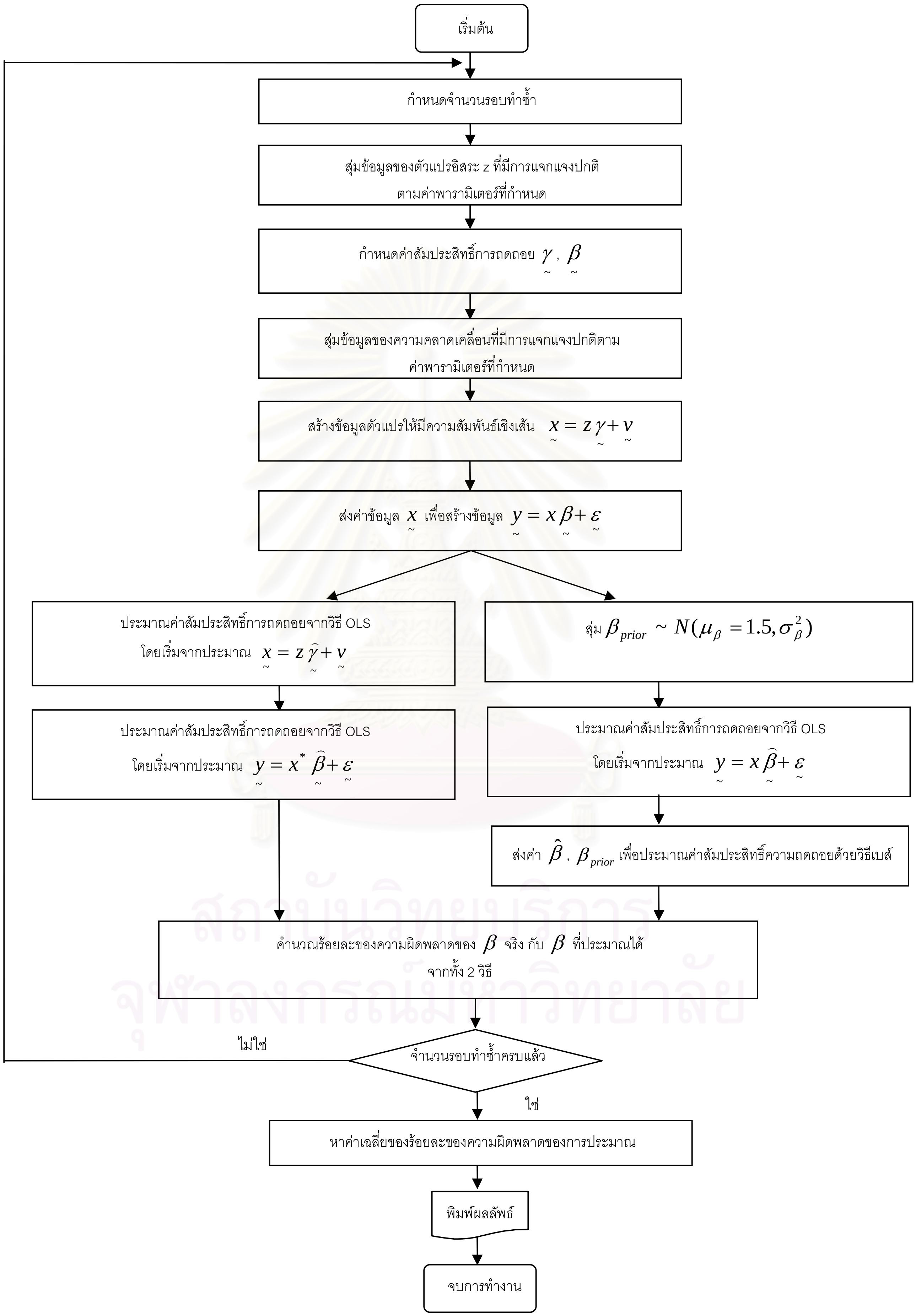
3.2.4 การสร้างข้อมูลตัวแปรตาม $(\underset{\sim}{y})$ ที่มีรูปแบบความสัมพันธ์เชิงเส้น คือ

$\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$ โดยสร้างค่า $\underset{\sim}{x} = z\underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{v}$ ก่อน

3.2.5 สร้างตัวแบบโดยวิธีการทั้งสอง

3.2.6 คำนวนร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยที่ได้จากวิธีการทั้งสอง และทำการเปรียบเทียบ

ผังงานแสดงขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย



เริ่มต้น
กำหนดจำนวนรอบทำซ้ำ
สุ่มข้อมูลของตัวแปรอิสระ z ที่มีการแจกแจงปกติ ตามค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด
กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย $\underset{\sim}{\gamma}$, $\underset{\sim}{\beta}$
สุ่มข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติตาม ค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด
สร้างข้อมูลตัวแปรให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้น $\underset{\sim}{x} = z\underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{v}$
ส่งค่าข้อมูล $\underset{\sim}{x}$ เพื่อสร้างข้อมูล $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$
ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากวิธี OLS โดยเริ่มจากประมาณ $\underset{\sim}{x} = z\underset{\sim}{\hat{\gamma}} + \underset{\sim}{v}$
ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากวิธี OLS โดยเริ่มจากประมาณ $\underset{\sim}{y} = x^{*}\underset{\sim}{\hat{\beta}} + \underset{\sim}{\varepsilon}$
สุ่ม $\beta_{prior} \sim N(\mu_{\beta} = 1.5, \sigma_{\beta}^{2})$
ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากวิธี OLS โดยเริ่มจากประมาณ $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\hat{\beta}} + \underset{\sim}{\varepsilon}$
ส่งค่า $\hat{\beta}$, β_{prior} เพื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยด้วยวิธีเบส์
คำนวณร้อยละของความผิดพลาดของ β จริง กับ β ที่ประมาณได้ จากทั้ง 2 วิธี
จำนวนรอบทำซ้ำครบแล้ว
ไม่ใช่
ใช่
หาค่าเฉลี่ยของร้อยละของความผิดพลาดของการประมาณ
พิมพ์ผลลัพธ์
จบการทำงาน

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีถดถอยแบบสองขั้น (2SLS) กับวิธีเบส์ (Bayes) ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการใช้เทคนิคการจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 5,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่าวิธีใดจะเหมาะสมกว่าคือ ร้อยละของความผิดพลาดโดยเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้กับค่าพารามิเตอร์จริง (Average Percent Difference) โดยที่ค่าประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยที่ดีที่สุด จะทำให้ค่าประมาณ Average Percent Difference ต่ำสุดโดยที่ค่า

$$\text{Average \% Difference} = \frac{\sum_{j=1}^{5000} \frac{(\hat{\beta}_j - \beta_1)}{\beta_1} x100}{Iteration}$$

และสัญลักษณ์ที่ใช้ต่างๆ เป็นดังนี้

γ_1 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของเส้นที่ 2

γ_0 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นค่าโดยเฉลี่ยของ x_i เมื่อ z_i เป็น 0

β_1 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความถดถอยของเส้นที่ 1

β_0 หมายถึง ค่าพารามิเตอร์ที่เป็นค่าโดยเฉลี่ยของ y_i เมื่อ x_i เป็น 0

$\beta_{prior} \sim N(\mu_\beta, \sigma_\beta^2)$ หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยก่อนของ β_1 มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_β และมีค่าความแปรปรวน σ_β^2

μ_β หมายถึง ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์ความถดถอยก่อนของ β_1

σ_β^2 หรือ Vbeta หมายถึง ค่าความแปรปรวนก่อนของ β_1

$\hat{\beta}$ หรือ Beta หมายถึง ค่าประมาณของ β_1

σ_1 หรือ Std1 หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของ ε_{1i}

σ_2 หรือ Std2 หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มของ ε_{2i}

Average % Diff หมายถึง ร้อยละของความผิดพลาดของค่าประมาณกับค่าจริงโดยเฉลี่ย

Variance หมายถึง ค่าความแปรปรวน

Iteration หมายถึง จำนวนครั้งที่ใช้ในการจำลองในแต่ละรอบ

โดยแบ่งการศึกษาออกเป็นกรณีต่างๆดังนี้

4.1 การศึกษาเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

4.2 การศึกษาเมื่อค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.3 การศึกษาเมื่อค่าความแปรปรวนก่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.4 การศึกษาเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย Gamma เพิ่มขึ้น

4.1 การศึกษาเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

4.1.1 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10 โดยแสดงในตารางที่ 4.1 – 4.3

<u>ตารางที่ 4.1</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9907	1.9971	2.0000	1.9987	1.9988
	Avg % Diff	4.2860	2.6081	2.0714	1.7062	1.4939
	Variance	0.0146	0.0048	0.0029	0.0019	0.0014
2SLS	Beta	1.9992	2.0002	2.0012	2.0001	1.9996
	Avg % Diff	5.7259	3.0771	2.2987	1.9190	1.6256
	Variance	0.0249	0.0061	0.0035	0.0023	0.0017

<u>ตารางที่ 4.2</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9881	1.9964	1.9977	1.9987	1.9988
	Avg % Diff	4.3352	2.6117	2.0985	1.7171	1.5173
	Variance	0.0130	0.0047	0.0028	0.0019	0.0014
2SLS	Beta	1.9992	2.0002	2.0012	2.0001	1.9996
	Avg % Diff	5.7259	3.0771	2.2987	1.9190	1.6256
	Variance	0.0249	0.0061	0.0035	0.0023	0.0017

<u>ตารางที่ 4.3</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N (μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

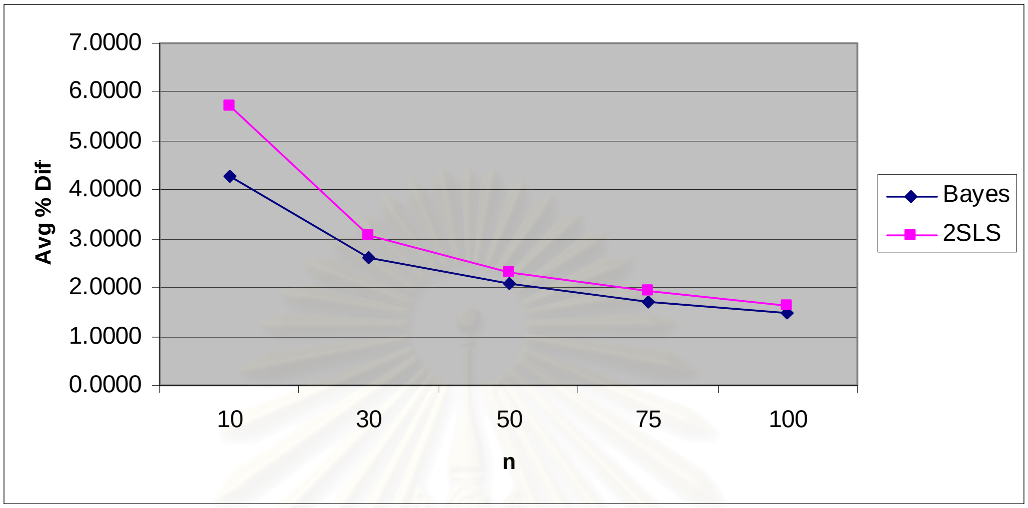
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9986	1.9998	1.9997	2.0002	2.0000
	Avg % Diff	4.9992	2.7815	2.1481	1.7560	1.5334
	Variance	0.0177	0.0051	0.0030	0.0020	0.0015
2SLS	Beta	1.9992	2.0002	2.0012	2.0001	1.9996
	Avg % Diff	5.7259	3.0771	2.2987	1.9190	1.6256
	Variance	0.0249	0.0061	0.0035	0.0023	0.0017

<u>ตารางที่ 4.4</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

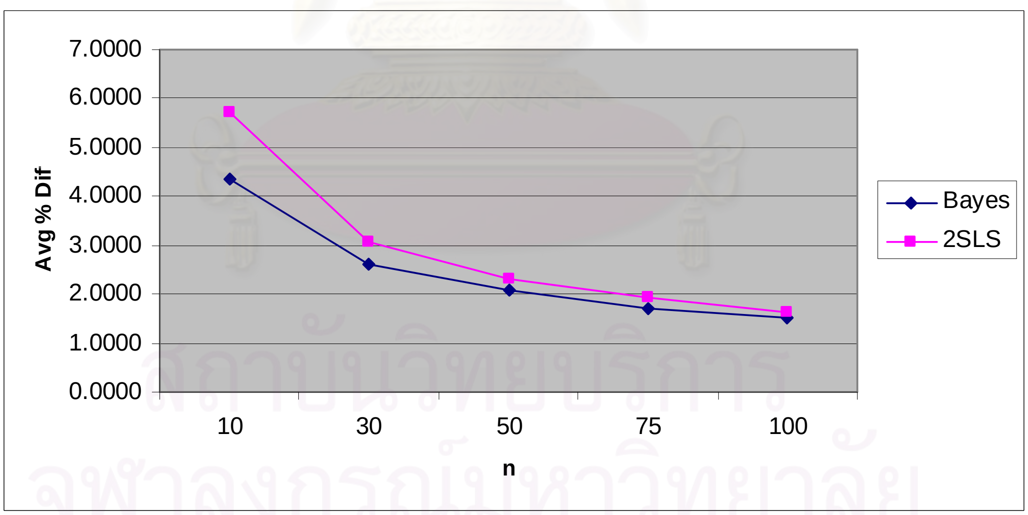
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	2.0030	1.9998	1.9989	1.9996	1.9995
	Avg % Diff	5.0947	2.8618	2.1139	1.8063	1.5103
	Variance	0.0180	0.0051	0.0030	0.0020	0.0015
2SLS	Beta	1.9992	2.0002	2.0012	2.0001	1.9996
	Avg % Diff	5.7259	3.0771	2.2987	1.9190	1.6256
	Variance	0.0249	0.0061	0.0035	0.0023	0.0017

แผนภาพที่ 4.1 – 4.4 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

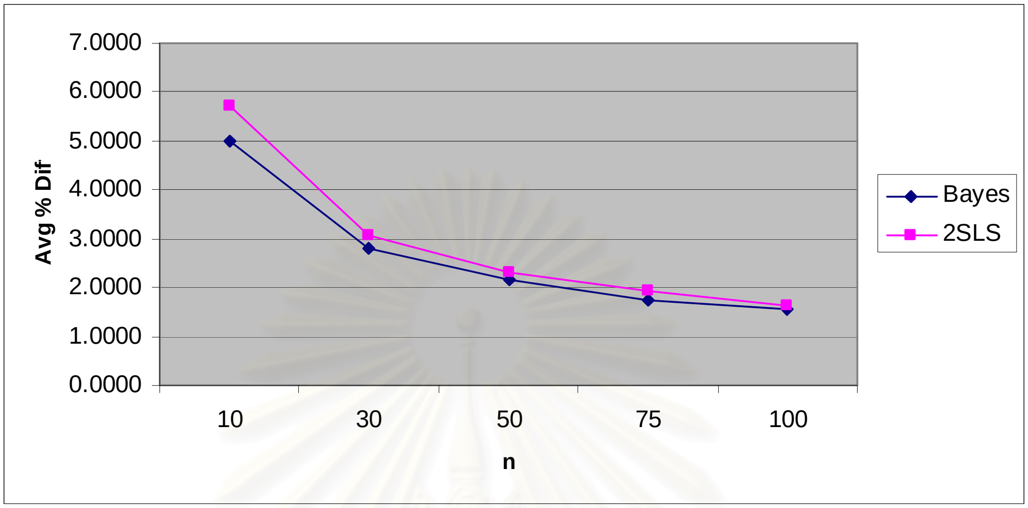
แผนภาพที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



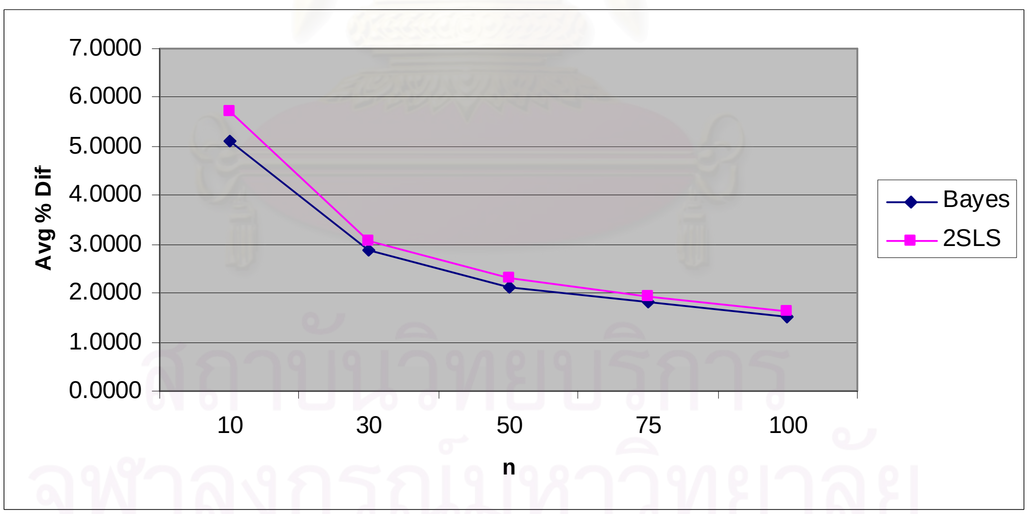
แผนภาพที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.3</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)

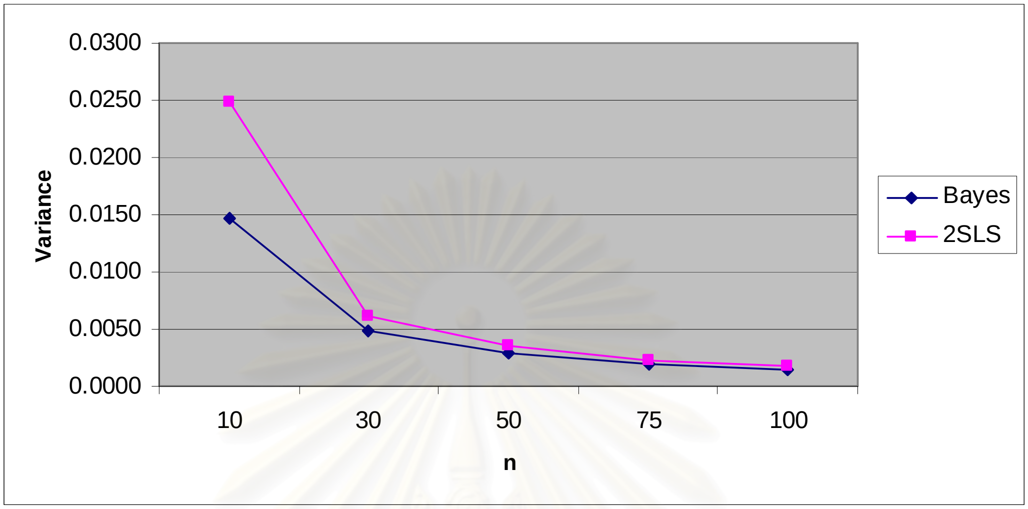


<u>แผนภาพที่ 4.4</u> แสดงการเปรียบเทียบค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)

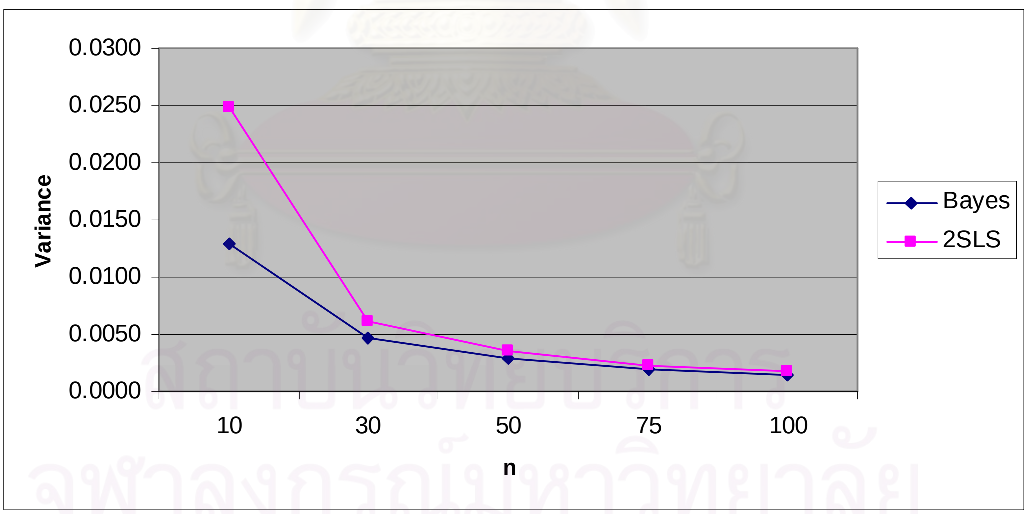


แผนภาพที่ 4.5 – 4.8 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.5$ เมื่อ σ^2_β มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

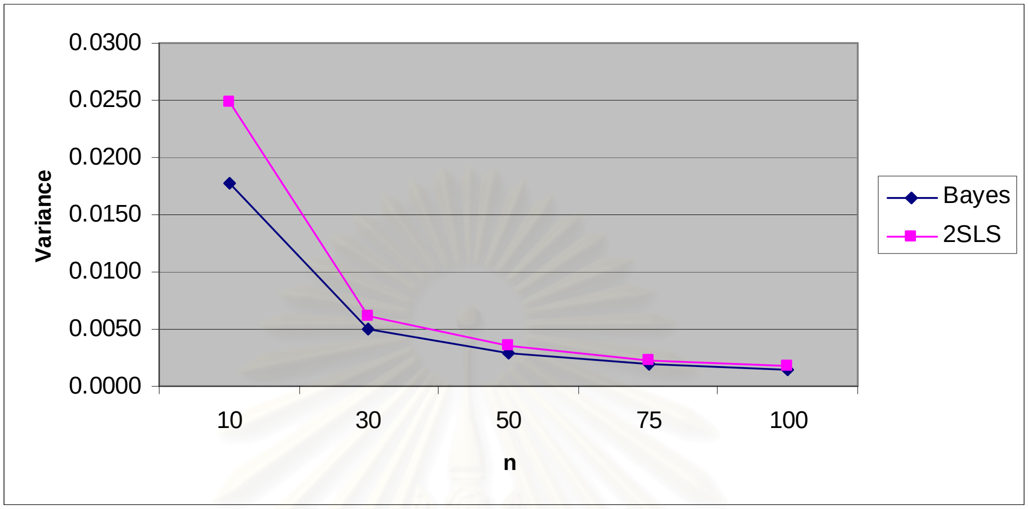
<u>แผนภาพที่ 4.5</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



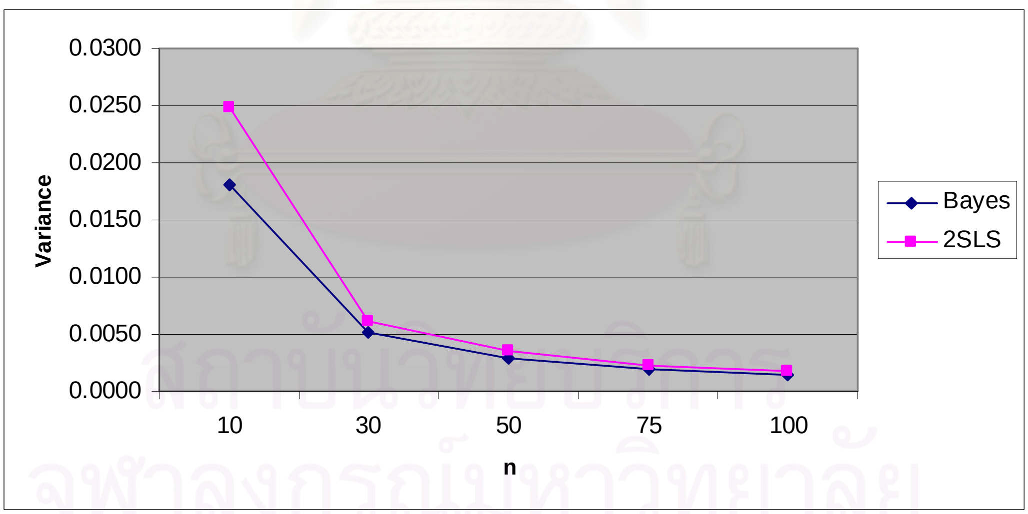
<u>แผนภาพที่ 4.6</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.7</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



<u>แผนภาพที่ 4.8</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)



จากตารางที่ 4.1 – 4.4 และ แผนภาพที่ 4.1 – 4.8 ผลสรุปที่ได้เป็นดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะพบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองจะให้ค่า Average % Difference จะลู่เข้าใกล้กัน โดยที่หากเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงขนาดปานกลาง ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยของทั้งสองวิธีจะ

แตกต่างกันมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับเมื่อขนาดตัวอย่างที่ใช้โตขึ้นโดยที่ ถ้าตัวอย่างมีขนาดเล็กมาก ข้อผิดพลาดโดยการใช้วิธีเบส์ Bayes จะมีขนาดต่ำกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี 2SLS กล่าวคือ ตัวประมาณเบส์ Bayes จะเป็นตัวประมาณที่ดีกว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงปานกลาง จากแผนภาพที่ 4.5 – 4.8 จะเห็นได้ว่า ค่า Variance จะลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น (n) ทั้งนี้เพราะค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีทั้งสองได้ลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริงมากยิ่งขึ้น

<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อขนาดค่า μ_β มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes โดยที่ ถ้า μ_β มีค่าเท่ากับ 0.1,0.25 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าต่ำ ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีจะแตกต่างกันมาก แต่เมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 1 ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจะเริ่มมีความแตกต่างกันลดลง และเมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 10 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าสูง ก็จะทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีการทั้งสองยิ่งเข้าใกล้กัน ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากว่า ค่า σ_β^2 ที่ขนาดต่างๆกันจะส่งผลต่อ ประสิทธิภาพของการประมาณการด้วยวิธีเบส์ Bayes โดยที่ถ้าหากค่า σ_β^2 มีขนาดที่สูงเกินไปจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes มีประสิทธิภาพต่ำลง (Average % Difference) และเมื่อพิจารณาค่า Variance ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธี พบว่าเมื่อค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น ค่า Variance ที่ได้ จะมีค่าเข้าใกล้กันยิ่งขึ้น โดยที่ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ก็จะยิ่งมีผลทำให้ค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีมีค่าลู่เข้าเข้าใกล้กันเร็วขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference และ ค่า Variance ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยในกรณีนี้ได้แก่ ขนาดตัวอย่างและค่า σ_β^2 โดยที่ตัวประมาณที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลดีกว่าวิธี 2SLS ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลาง และค่า σ_β^2 มีขนาดที่เหมาะสม

4.1.2 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10 โดยแสดงในตารางที่ 4.5 – 4.8

<u>ตารางที่ 4.5</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9940	1.9994	2.0002	1.9996	1.9996
	Avg % Diff	3.8569	2.2543	1.7564	1.4044	1.2475
	Variance	0.0107	0.0034	0.0020	0.0014	0.0010
2SLS	Beta	1.9984	2.0010	2.0012	1.9999	2.0001
	Avg % Diff	4.7104	2.4769	1.9011	1.5681	1.3194
	Variance	0.0149	0.0040	0.0023	0.0015	0.0011

<u>ตารางที่ 4.6</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9899	1.9952	1.9991	1.9992	1.9998
	Avg % Diff	3.8332	2.3294	1.7718	1.4362	1.2589
	Variance	0.0098	0.0033	0.0020	0.0013	0.0010
2SLS	Beta	1.9984	2.0010	2.0012	1.9999	2.0001
	Avg % Diff	4.7104	2.4769	1.9011	1.5681	1.3194
	Variance	0.0149	0.0040	0.0023	0.0015	0.0011

ตารางที่ 4.7 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

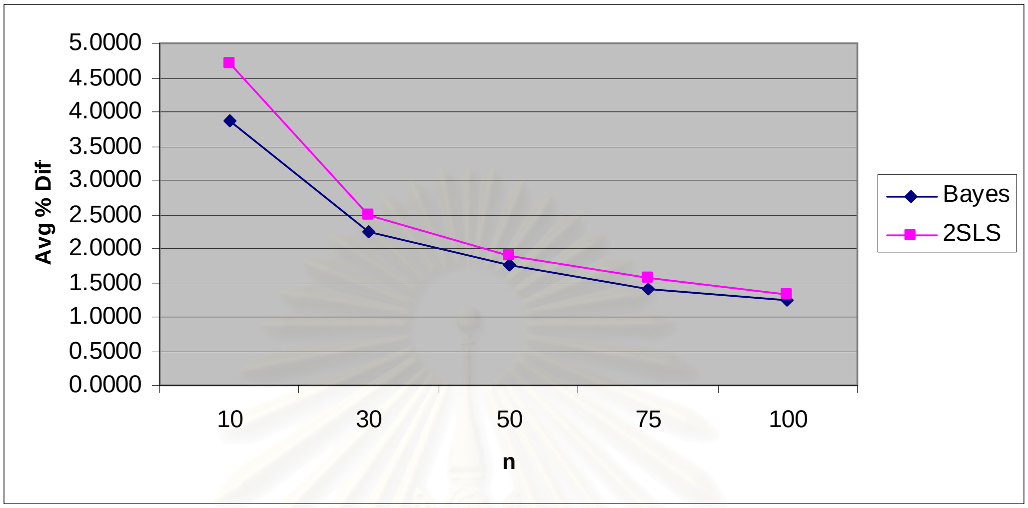
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	2.0034	1.9991	2.0016	1.9989	2.0001
	Avg % Diff	4.2288	2.3416	1.7895	1.4473	1.2950
	Variance	0.0127	0.0036	0.0021	0.0014	0.0010
2SLS	Beta	1.9984	2.0010	2.0012	1.9999	2.0001
	Avg % Diff	4.7104	2.4769	1.9011	1.5681	1.3194
	Variance	0.0149	0.0040	0.0023	0.0015	0.0011

ตารางที่ 4.8 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

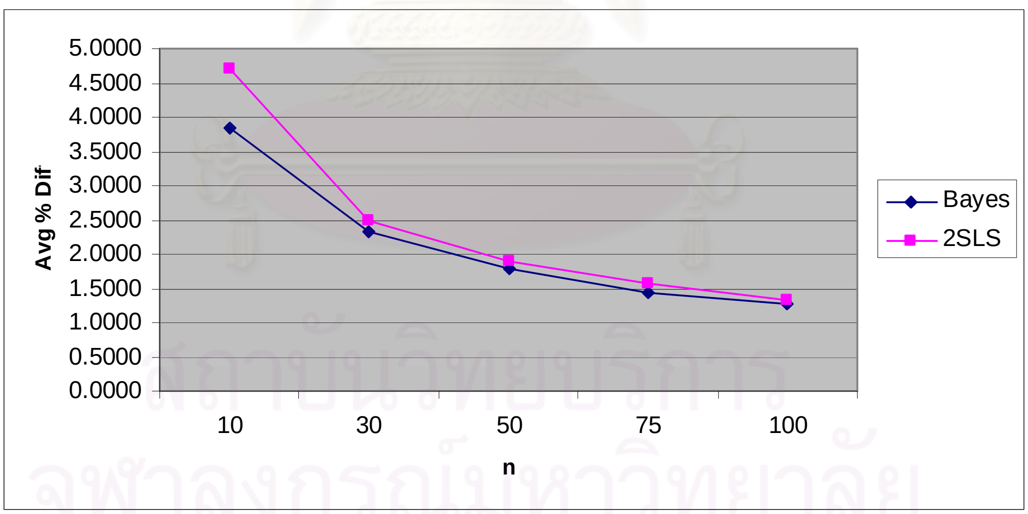
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	2.0013	1.9997	1.9998	2.0005	2.0004
	Avg % Diff	4.3584	2.3542	1.8324	1.4637	1.2696
	Variance	0.0126	0.0036	0.0021	0.0014	0.0010
2SLS	Beta	1.9984	2.0010	2.0012	1.9999	2.0001
	Avg % Diff	4.7104	2.4769	1.9011	1.5681	1.3194
	Variance	0.0149	0.0040	0.0023	0.0015	0.0011

แผนภาพที่ 4.9 – 4.12 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

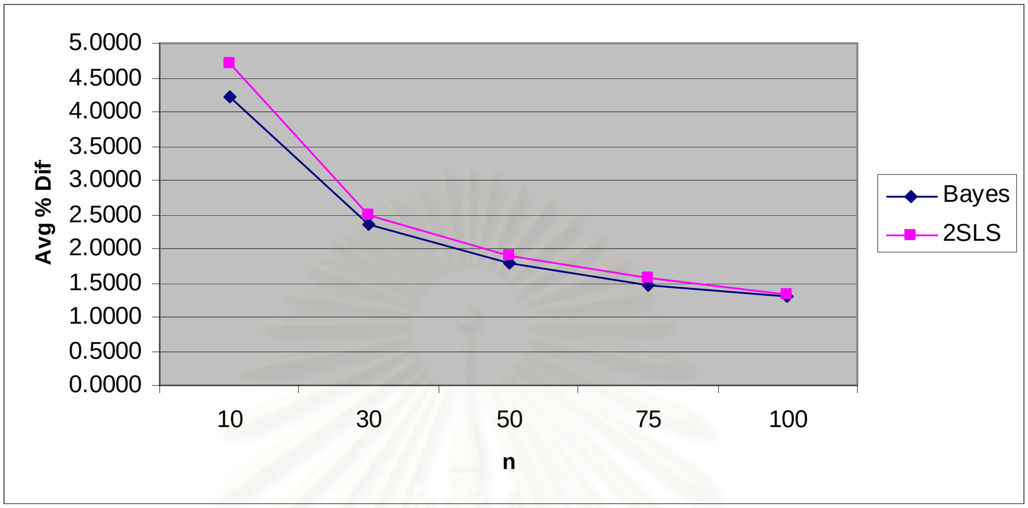
แผนภาพที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



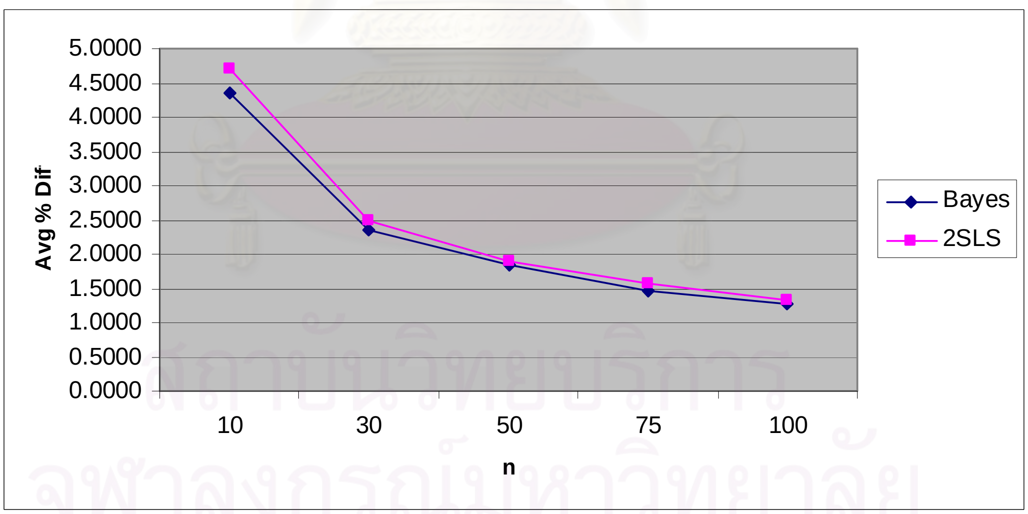
แผนภาพที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



แผนภาพที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

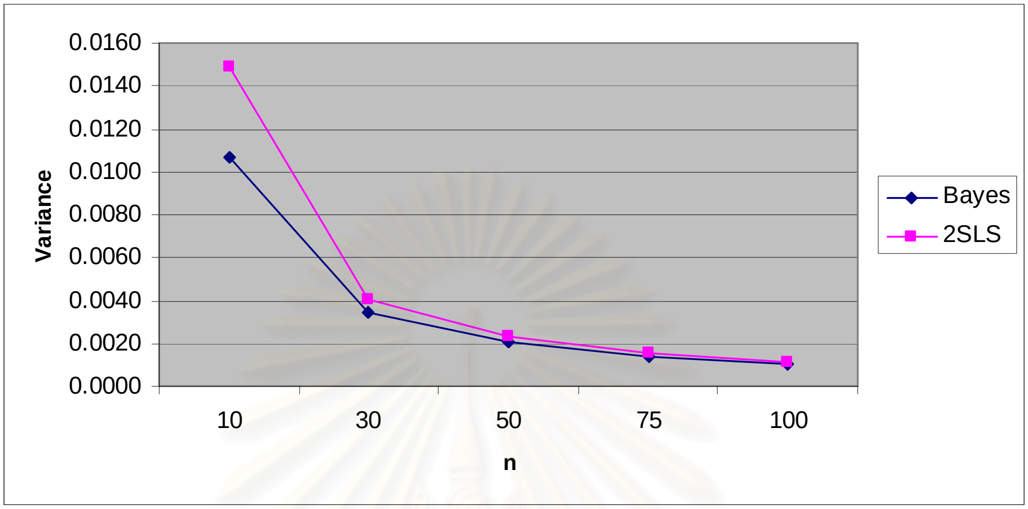


แผนภาพที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

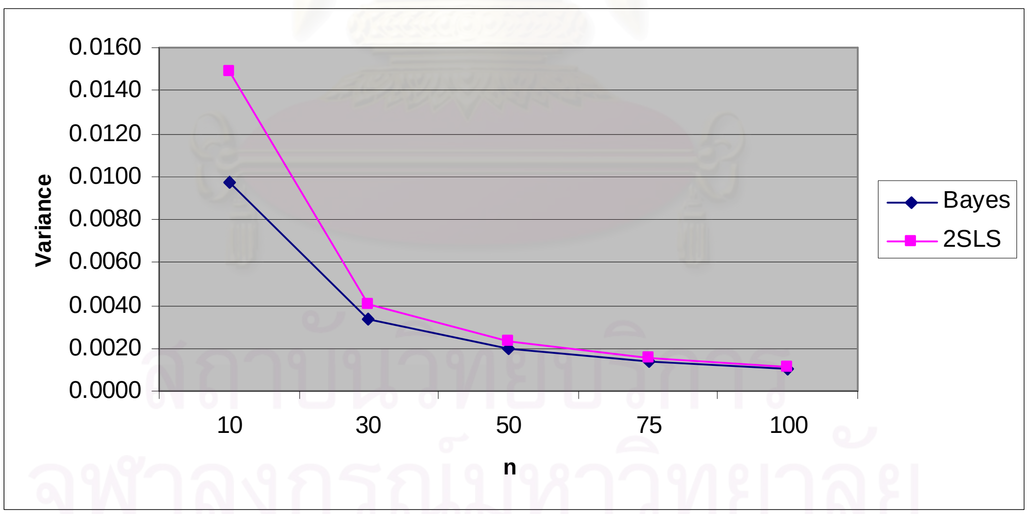


แผนภาพที่ 4.13 – 4.16 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

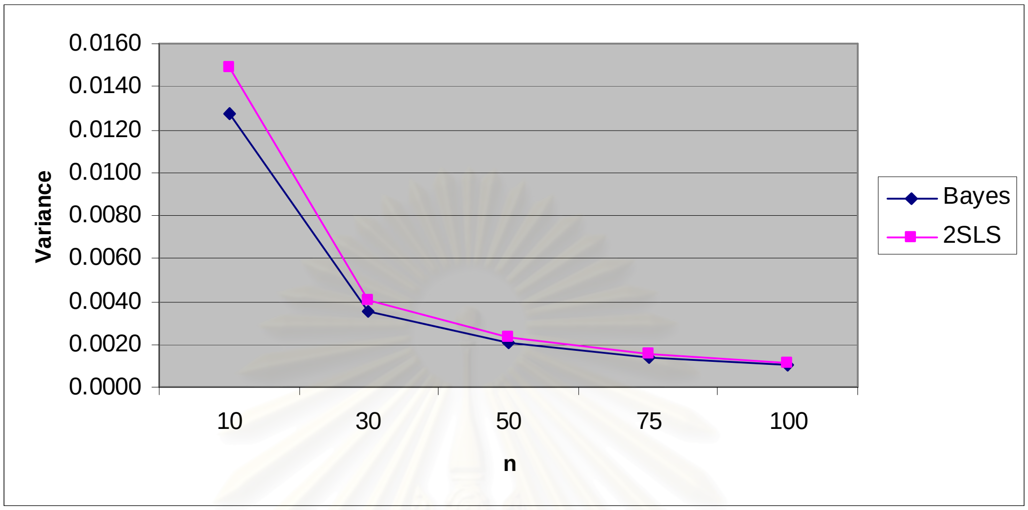
แผนภาพที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



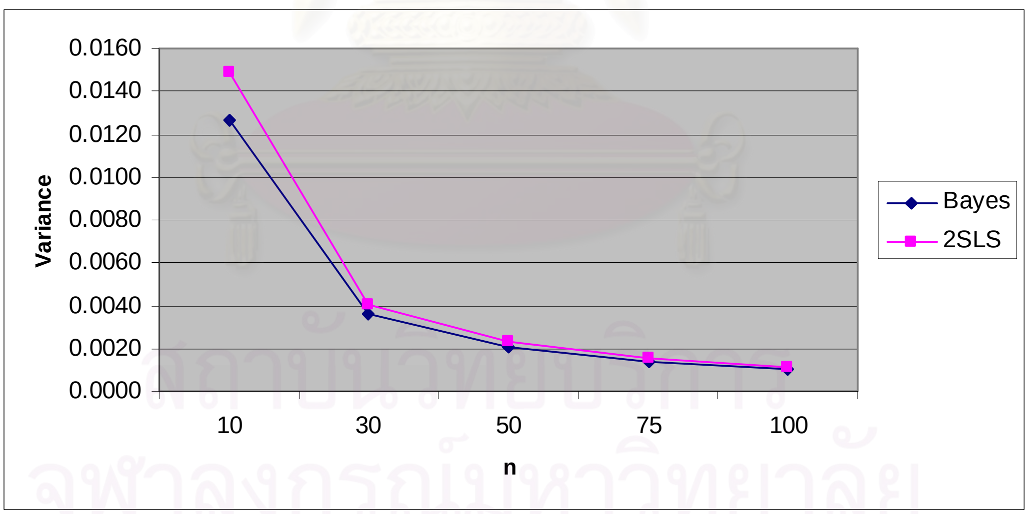
แผนภาพที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



แผนภาพที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



แผนภาพที่ 4.16 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)



จากตารางที่ 4.5 – 4.8 และ แผนภาพที่ 4.9 – 4.16 ผลสรุปได้เป็นมีลักษณะเช่นเดียวกันกับกรณีก่อนหน้านี้กล่าวคือ

กรณีที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะพบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองจะให้ค่า Average % Difference จะลู่เข้าใกล้กัน โดยที่ถ้าตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงขนาดปานกลาง ค่า

Average % Difference จะแตกต่างกัน แต่จะต่างกันน้อยลงเมื่อเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้คือ σ_1 = σ_2 = 1.5 และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กค่า Average % Difference วิธีเบส์ Bayes จะมีขนาดเล็กกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี 2SLS กล่าวคือ ตัวประมาณเบส์ Bayes จะเป็นตัวประมาณที่ดีกว่าเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงปานกลาง จากแผนภาพที่ 4.13 – 4.16 จะเห็นได้ว่า ค่า Variance จะลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น (n) ทั้งนี้เพราะค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีทั้งสองได้จะลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริงมากยิ่งขึ้น แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้คือ σ_1 = σ_2 = 1 จะพบว่าค่า Variance ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีทั้งสองจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วขึ้นเมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่างเดียวกันที่เพิ่มขึ้น

กรณีที่ 2 เมื่อขนาดค่า σ_β^2 มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes โดยที่ ถ้า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 0.1 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าต่ำจะทำให้ ค่า Average % Difference ที่ได้จะแตกต่างกันมาก แต่เมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 1 ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจะมีความแตกต่างกันลดลง และเมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 10หรือกล่าวได้ว่ามีค่าสูง ก็จะทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีการทั้งสองเข้าใกล้กันหรือต่างกันน้อยลง ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจาก ค่า σ_β^2 ที่ต่างกันจะส่งผลต่อประสิทธิภาพของการประมาณการด้วยวิธีเบส์ Bayes กล่าวคือ ถ้า σ_β^2 มีขนาดสูงเกินไปจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes มีประสิทธิภาพต่ำลง (Average % Difference) และเมื่อพิจารณาค่า Variance จากการประมาณที่ได้พบว่าเมื่อค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น ค่า Variance จะมีค่าเข้าใกล้กันยิ่งขึ้นและถ้าเปรียบเทียบกับกรณี σ_1 = σ_2 = 1 จะเห็นได้ว่าค่า Variance จะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วกว่า และถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ก็จะยิ่งมีผลทำให้ค่า Variance ที่ได้มีค่าเข้าใกล้กันเร็วกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับกรณี σ_1 = σ_2 = 1

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference และ ค่า Variance ในกรณีนี้ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง (n), σ_β^2 และ σ_1 = σ_2 ที่เปลี่ยนไปโดยที่ตัวประมาณที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลดีกว่าวิธี 2SLS ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลาง และค่า σ_β^2 มีขนาดที่เหมาะ อีกทั้งค่า σ_1 = σ_2 ที่มีค่าลดต่ำลงไปอีกยิ่งส่งผลทำให้ประสิทธิภาพการประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองแนวทางยิ่งใกล้กันเมื่อทำการเปรียบเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้

4.1.3 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10 โดยแสดงในตารางที่ 4.9 – 4.12

ตารางที่ 4.9 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β=1.5, σ_β^2=0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9979	1.9985	1.9993	2.0001	1.9997
	Avg % Diff	2.8206	1.6644	1.3008	1.0431	0.9130
	Variance	0.0061	0.0018	0.0011	0.0007	0.0005
2SLS	Beta	2.0018	1.9995	1.9998	2.0005	2.0000
	Avg % Diff	3.2998	1.7483	1.3654	1.1170	0.9615
	Variance	0.0071	0.0020	0.0012	0.0008	0.0006

ตารางที่ 4.10 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β=1.5, σ_β^2=0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9936	1.9979	1.9989	2.0004	1.9993
	Avg % Diff	2.9186	1.6646	1.3319	1.0507	0.9312
	Variance	0.0057	0.0018	0.0011	0.0007	0.0005
2SLS	Beta	2.0018	1.9995	1.9998	2.0005	2.0000
	Avg % Diff	3.2998	1.7483	1.3654	1.1170	0.9615
	Variance	0.0071	0.0020	0.0012	0.0008	0.0006

ตารางที่ 4.11 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

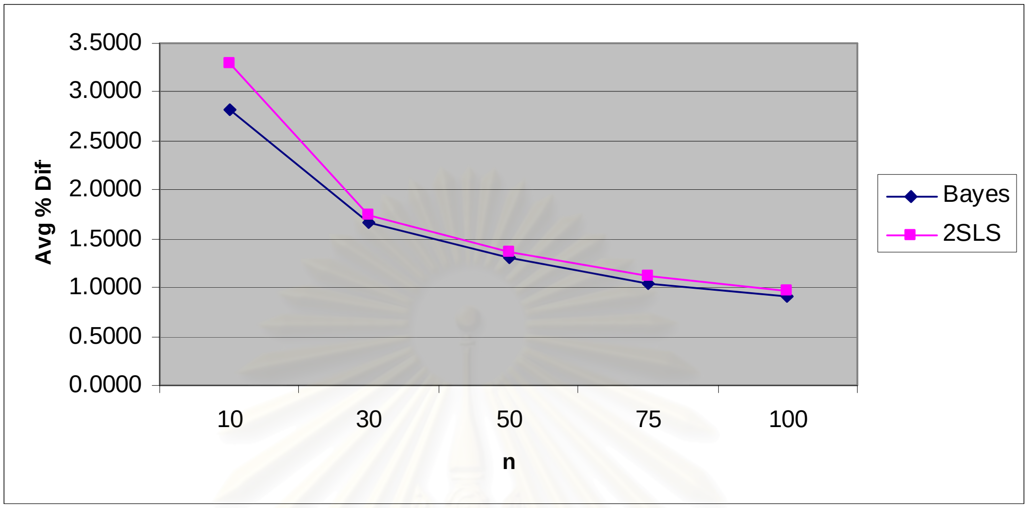
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9986	2.0004	2.0002	2.0001	1.9999
	Avg % Diff	3.0724	1.6970	1.3184	1.0625	0.9164
	Variance	0.0067	0.0019	0.0011	0.0007	0.0005
2SLS	Beta	2.0018	1.9995	1.9998	2.0005	2.0000
	Avg % Diff	3.2998	1.7483	1.3654	1.1170	0.9615
	Variance	0.0071	0.0020	0.0012	0.0008	0.0006

ตารางที่ 4.12 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.5 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

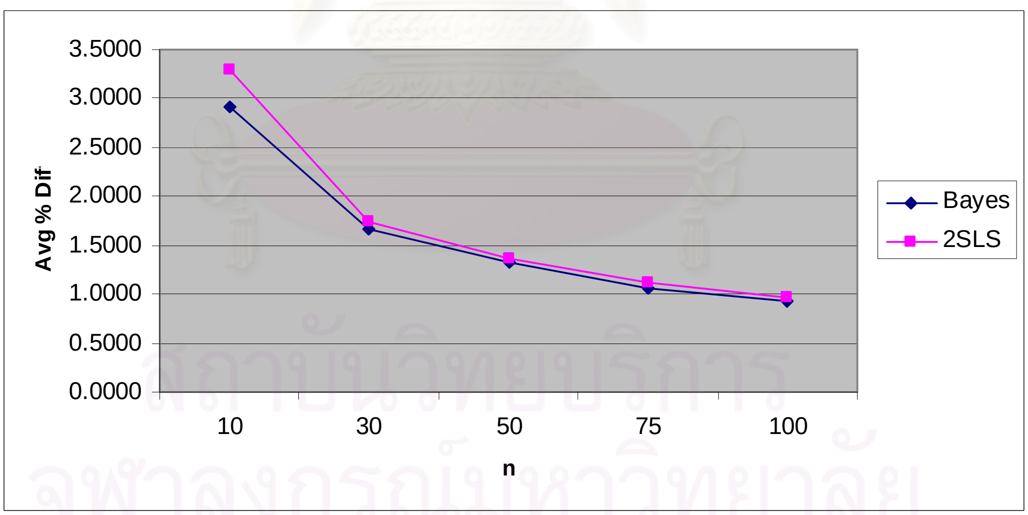
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9997	2.0015	2.0005	1.9999	1.9993
	Avg % Diff	3.1500	1.7396	1.2959	1.0791	0.9074
	Variance	0.0068	0.0019	0.0011	0.0007	0.0005
2SLS	Beta	2.0018	1.9995	1.9998	2.0005	2.0000
	Avg % Diff	3.2998	1.7483	1.3654	1.1170	0.9615
	Variance	0.0071	0.0020	0.0012	0.0008	0.0006

แผนภาพที่ 4.17 – 4.20 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.5 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

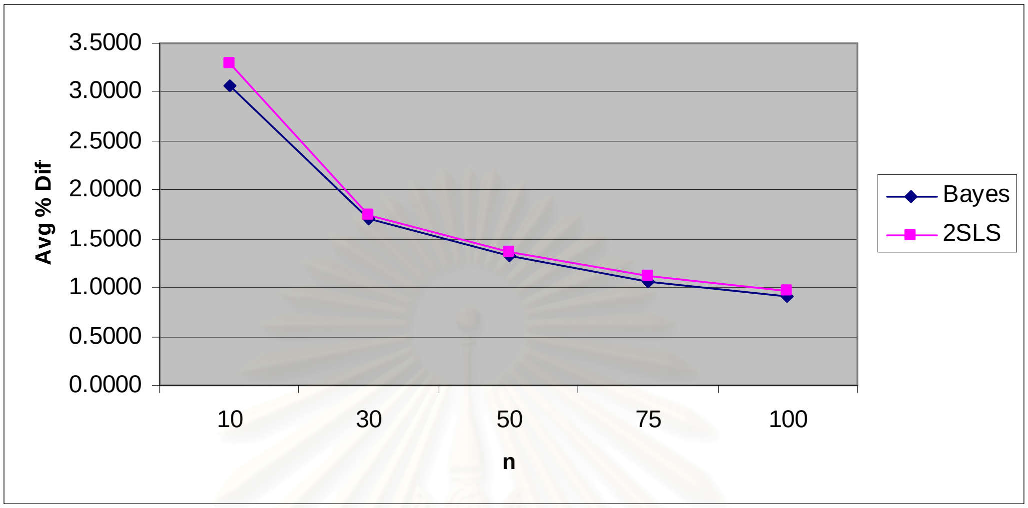
แผนภาพที่ 4.17 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



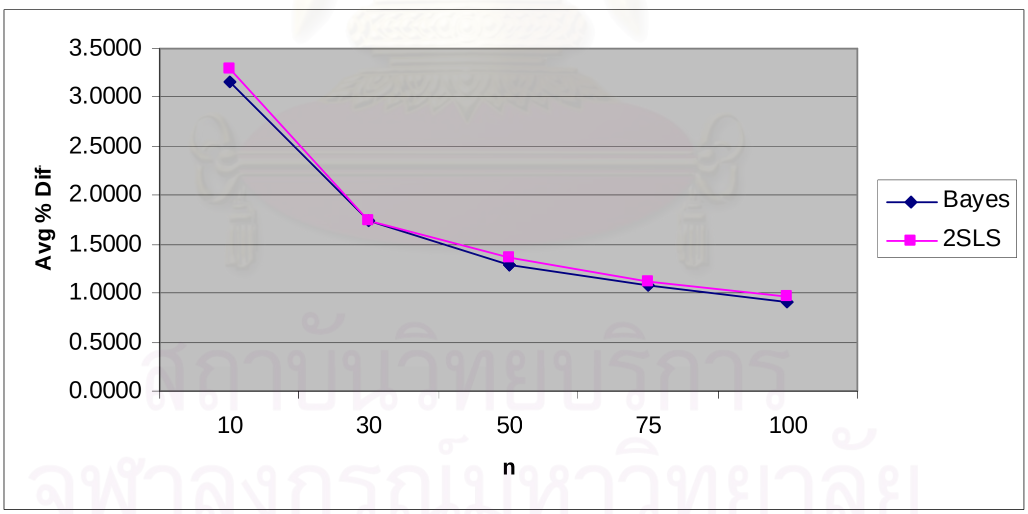
แผนภาพที่ 4.18 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



แผนภาพที่ 4.19 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

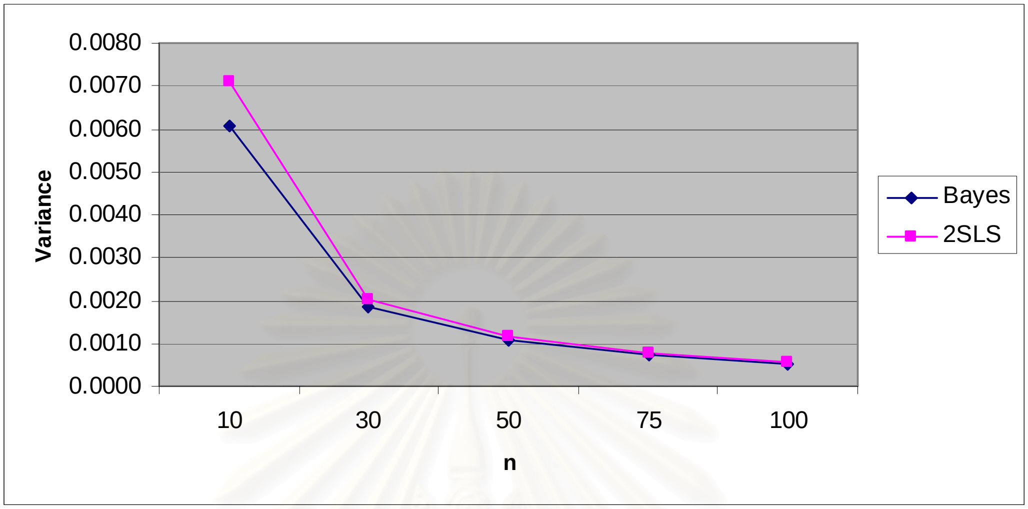


แผนภาพที่ 4.20 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

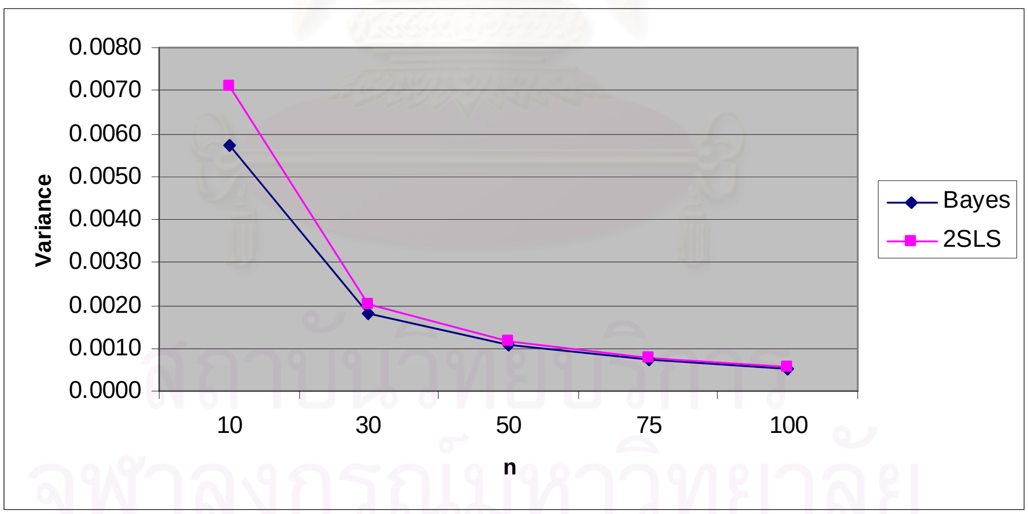


แผนภาพที่ 4.21 – 4.24 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

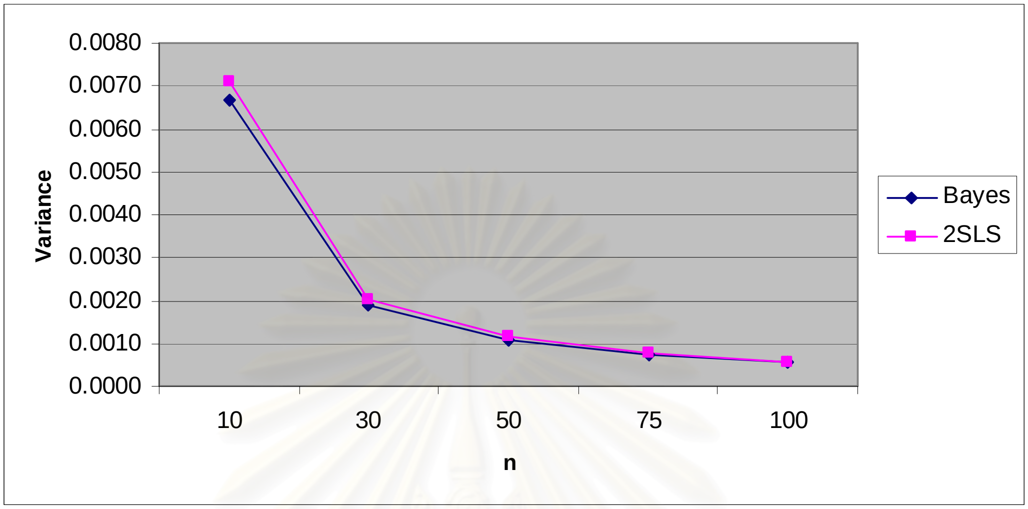
แผนภาพที่ 4.21 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



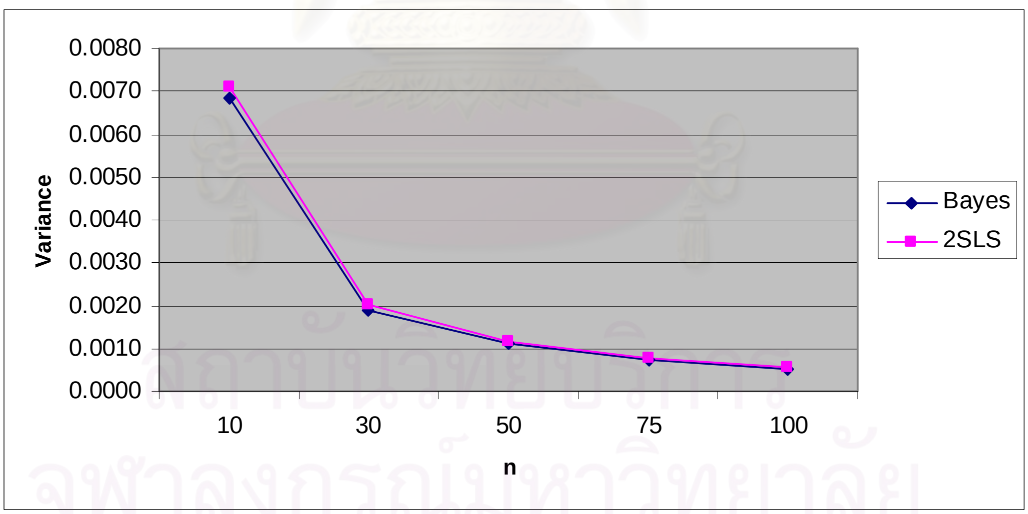
แผนภาพที่ 4.22 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.23</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



<u>แผนภาพที่ 4.24</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.5$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



จากตารางที่ 4.9 – 4.12 และ แผนภาพที่ 4.17 – 4.24 ผลสรุปได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับกรณีก่อนหน้านี้กล่าวคือ

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะพบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองจะให้ค่า Average % Difference เข้าใกล้กันจนลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน โดยที่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กถึง

จนถึงขนาดปานกลาง ค่า Average % Difference จะแตกต่างกันแต่ไม่เด่นชัดเหมือนกับกรณีดังก่อนหน้าที่กล่าวมา กล่าวคือจะให้ค่าต่างกันน้อยลงไปอีกจนเกือบเป็นค่าเดียวกันเมื่อเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้คือ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$หรือ 1.5 และในกรณีนี้ ตัวประมาณเบส์ Bayes ยังคงเป็นตัวประมาณที่ดีกว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงปานกลาง จากแผนภาพที่4.21 – 4.24 จะเห็นได้ว่าค่า Variance ที่ได้จากการประมาณจะลดลงเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น เนื่องมาจากว่า ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีทั้งสองได้ลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริงมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับข้อมูลที่มีขนาดเดียวกันกับกรณีก่อนหน้าดังที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้น Variance ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีทั้งสองจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อขนาดค่า σ_β^2 มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes แต่ไม่เด่นชัดโดยที่ไม่ว่า σ_β^2 จะมีค่าเท่ากับ 0.1, 0.25, 1 หรือ 10 จะไม่ส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้ให้แต่ต่างกันอย่างเด่นชัด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference และ ค่า Variance ในกรณีนี้ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง (n), σ_β^2 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เปลี่ยนไปโดยที่ตัวประมาณที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลดีกว่าวิธี 2SLS แต่ไม่เด่นชัดไม่ว่าจะเป็น ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลางหรือขนาดใหญ่ และค่า σ_β^2 ที่มีค่าต่างๆ การที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ลดต่ำลงไปอีก ยิ่งส่งผลทำให้ประสิทธิภาพการประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองแนวทางยิ่งใกล้กัน เมื่อทำการเปรียบเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้

4.1.4 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.25$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1 และ 10 โดยแสดงในตารางที่ 4.13 – 4.16

ตารางที่ 4.13 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9988	1.9995	1.9994	1.9999	1.9998
	Avg % Diff	2.1673	1.2206	0.9355	0.7707	0.6621
	Variance	0.0033	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003
2SLS	Beta	2.0008	1.9999	1.9997	2.0001	1.9999
	Avg % Diff	2.3009	1.2517	0.9564	0.7812	0.6722
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003

ตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9967	1.9988	1.9999	1.9996	1.9996
	Avg % Diff	2.1836	1.2303	0.9365	0.7710	0.6636
	Variance	0.0032	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003
2SLS	Beta	2.0008	1.9999	1.9997	2.0001	1.9999
	Avg % Diff	2.3009	1.2517	0.9564	0.7812	0.6722
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003

<u>ตารางที่ 4.15</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

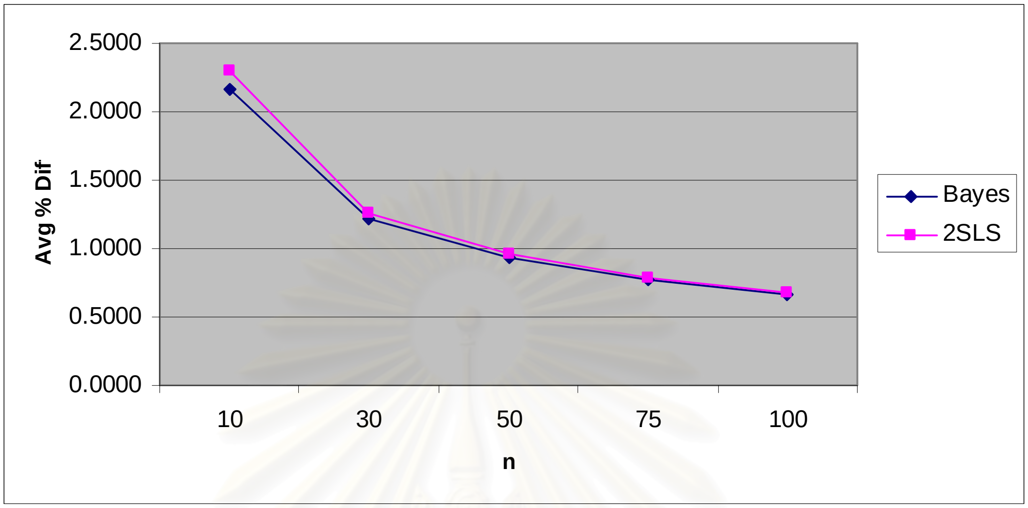
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9985	1.9994	2.0000	2.0003	1.9998
	Avg % Diff	2.2373	1.2170	0.9442	0.7654	0.6610
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003
2SLS	Beta	2.0008	1.9999	1.9997	2.0001	1.9999
	Avg % Diff	2.3009	1.2517	0.9564	0.7812	0.6722
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003

<u>ตารางที่ 4.16</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

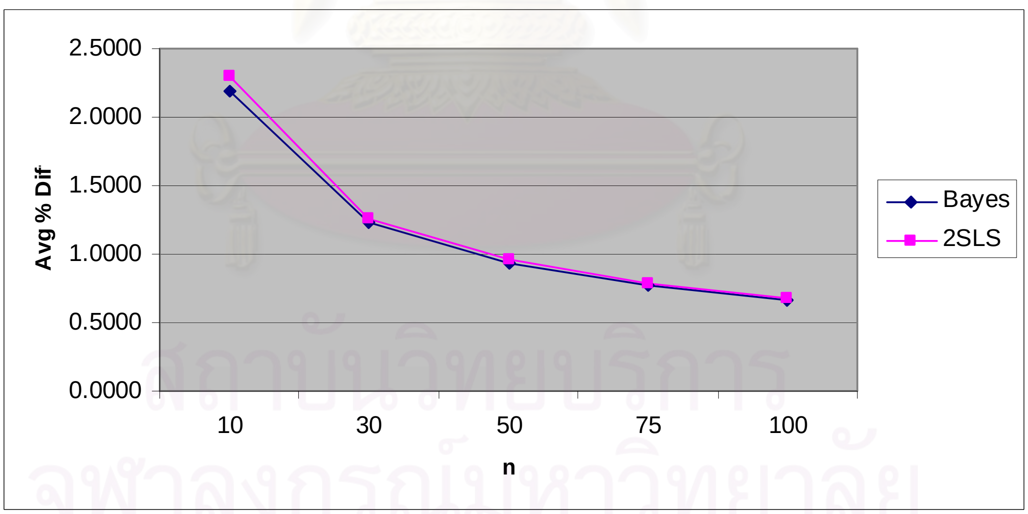
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9993	2.0007	2.0002	2.0002	2.0002
	Avg % Diff	2.2270	1.2080	0.9434	0.7590	0.6554
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003
2SLS	Beta	2.0008	1.9999	1.9997	2.0001	1.9999
	Avg % Diff	2.3009	1.2517	0.9564	0.7812	0.6722
	Variance	0.0035	0.0010	0.0006	0.0004	0.0003

แผนภาพที่ 4.25 – 4.28 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

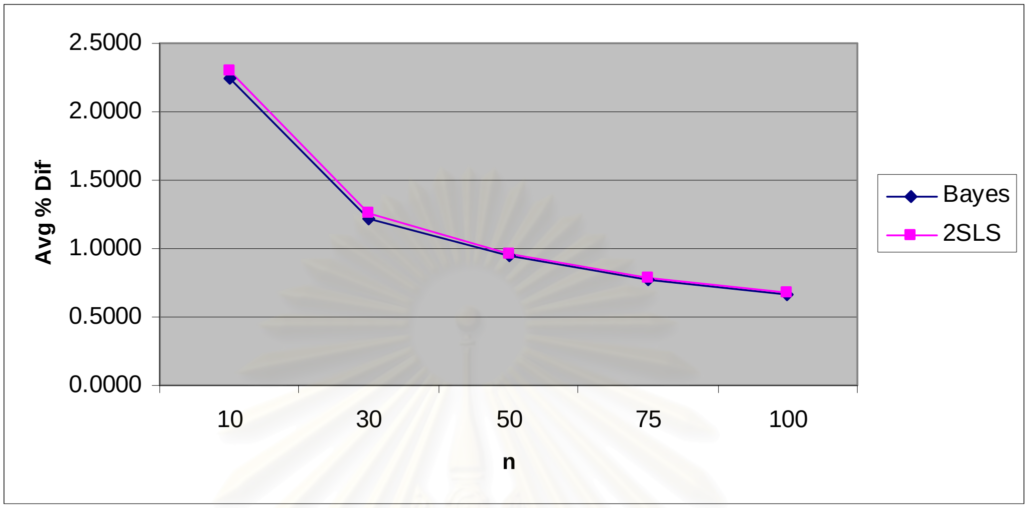
แผนภาพที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.25$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



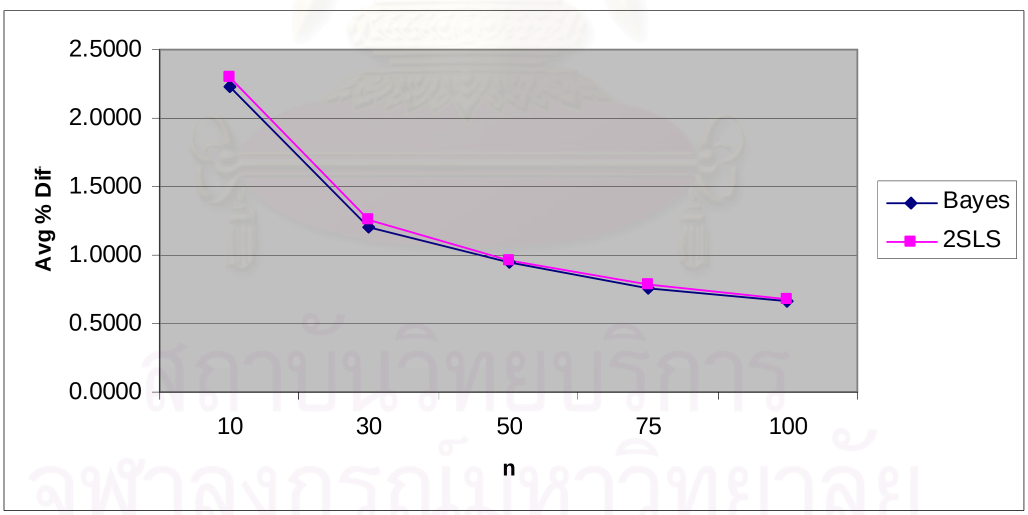
แผนภาพที่ 4.26 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.25$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



แผนภาพที่ 4.27 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

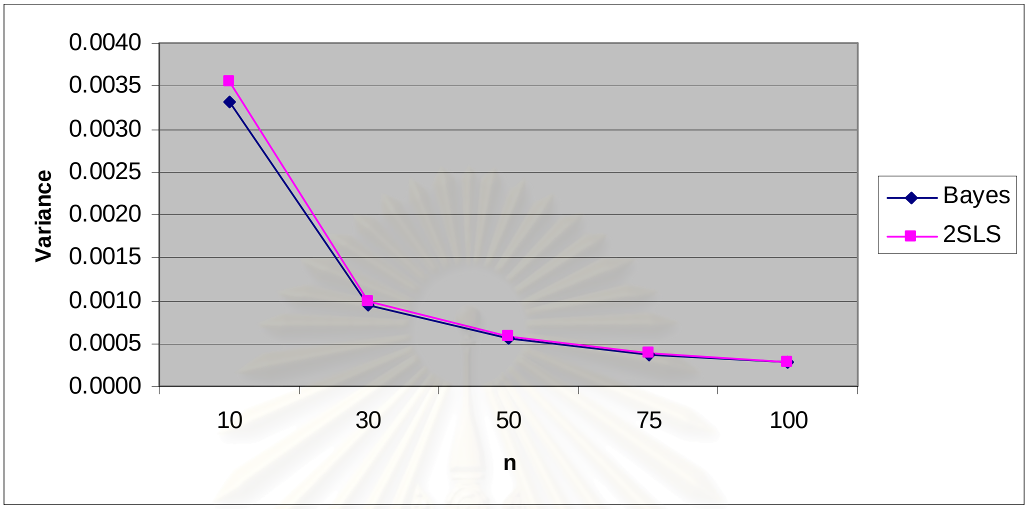


แผนภาพที่ 4.28 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

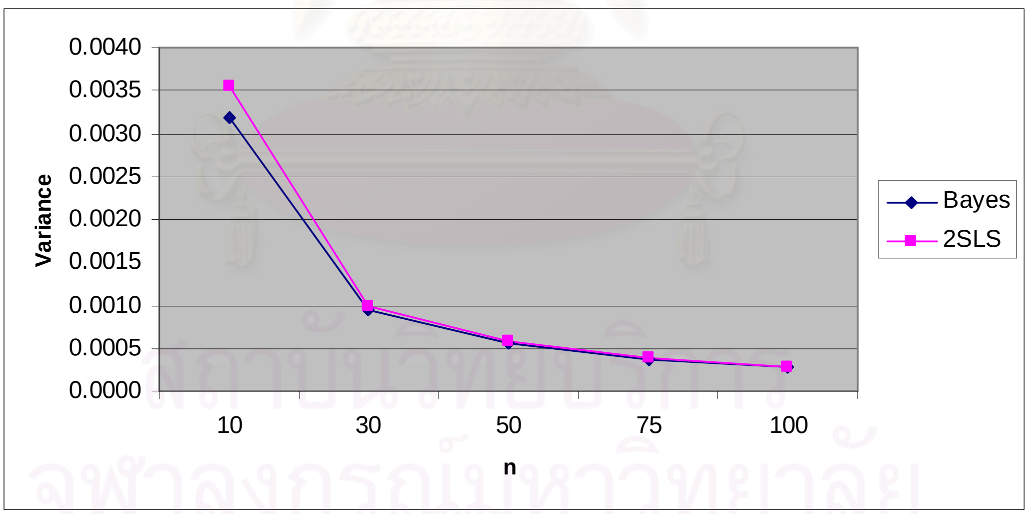


แผนภาพที่ 4.29 – 4.32 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

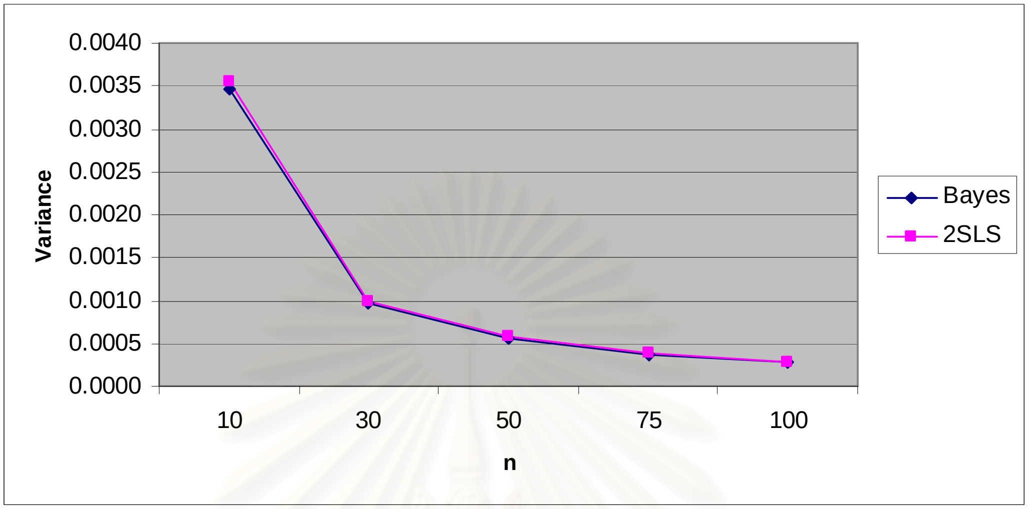
แผนภาพที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.25$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



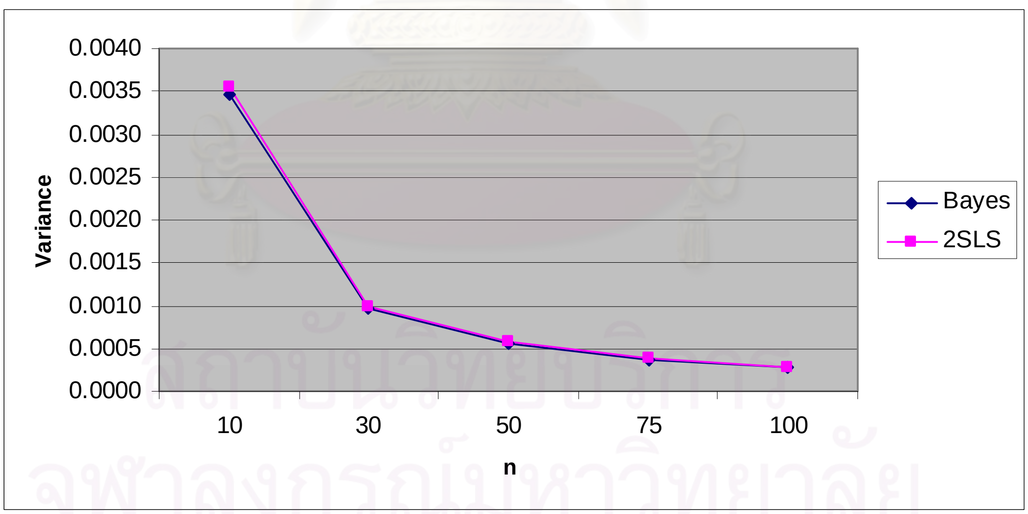
แผนภาพที่ 4.30 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.25$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.31</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



<u>แผนภาพที่ 4.32</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.25 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)



จากตารางที่ 4.13 – 4.16 และ แผนภาพที่ 4.25 – 4.32 ผลสรุปได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับกรณีก่อนหน้านี้กล่าวคือ

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะพบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองจะให้ค่า Average % Difference เข้าใกล้กันจนลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน แต่ถ้าหากเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กถึง

ปานกลาง ค่า Average % Difference จะแตกต่างกันแต่ไม่เด่นชัดเหมือนกับกรณีดังก่อนหน้าที่กล่าวมา กล่าวคือจะให้ค่าต่างกันน้อยลงไปอีกจนเกือบเป็นค่าเดียวกัน เมื่อเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้คือ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 0.5, 1 หรือ 1.5 และในกรณีนี้ ตัวประมาณเบส์ Bayes ยังคงเป็นตัวประมาณที่ดีกว่า เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กจนถึงปานกลาง จากแผนภาพที่ 4.29 – 4.32 จะเห็นได้ว่า ค่า Variance ที่ได้จากการประมาณจะลดลง เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เพิ่มขึ้น เนื่องมาจากว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้จากวิธีทั้งสองที่ได้จะลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริงมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับข้อมูลที่มีขนาดเดียวกันกับกรณีก่อนหน้าดังที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้น Variance ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีทั้งสองจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อขนาดค่า σ_β^2 มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes แต่ไม่เด่นชัด โดยที่ไม่ว่า σ_β^2 จะมีค่าเท่ากับ 0.1, 0.25,1 หรือ 10 จะไม่ส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้ให้แต่ต่างกันอย่างเด่นชัด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference และ ค่า Variance ในกรณีนี้ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง (n), σ_β^2 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เปลี่ยนไปโดยที่ตัวประมาณที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลดีกว่าวิธี 2SLS แต่ไม่เด่นชัดไม่ว่าจะเป็น ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลางหรือขนาดใหญ่ และค่า σ_β^2 ที่มีค่าต่างๆ การที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ลด ต่ำลงไปอีก ยิ่งส่งผลทำให้ประสิทธิภาพการประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองแนวทางยิ่งใกล้กันเมื่อทำการเปรียบเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้

ผลข้อสรุปที่ได้จากแต่ละกรณีพบว่าหากค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ค่า 1, 1.5 การประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยที่ได้จากวิธีเบส์จะให้ผลที่ดีกว่า กล่าวคือจะให้ค่า Average % Difference, Variance ต่ำกว่าวิธี 2SLS แต่ในกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าต่ำๆคือ 0.15, 0.25 จะส่งผลทำให้การประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ยังคงดีกว่าวิธี 2SLS แต่ไม่เด่นชัดอีกทั้งค่า σ_β^2 ต้องมีค่าที่เหมาะสม หากมีค่ามากไปจะส่งผลทำให้ประสิทธิภาพจากการประมาณการด้วยวิธีการเบส์แย่ลง

4.1.5 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1 และ 10 โดยแสดงในตารางที่ 4.17 – 4.20

ตารางที่ 4.17 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9975	1.9993	1.9996	1.9998	2.0001
	Avg % Diff	1.7094	0.9472	0.7312	0.5869	0.5168
	Variance	0.0020	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002
2SLS	Beta	1.9989	1.9997	1.9998	1.9999	2.0002
	Avg % Diff	1.7641	0.9644	0.7475	0.5912	0.5198
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002

ตารางที่ 4.18 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9981	1.9995	2.0002	1.9998	2.0000
	Avg % Diff	1.7390	0.9567	0.7395	0.5916	0.5180
	Variance	0.0020	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002
2SLS	Beta	1.9989	1.9997	1.9998	1.9999	2.0002
	Avg % Diff	1.7641	0.9644	0.7475	0.5912	0.5198
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002

<u>ตารางที่ 4.19</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.15 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

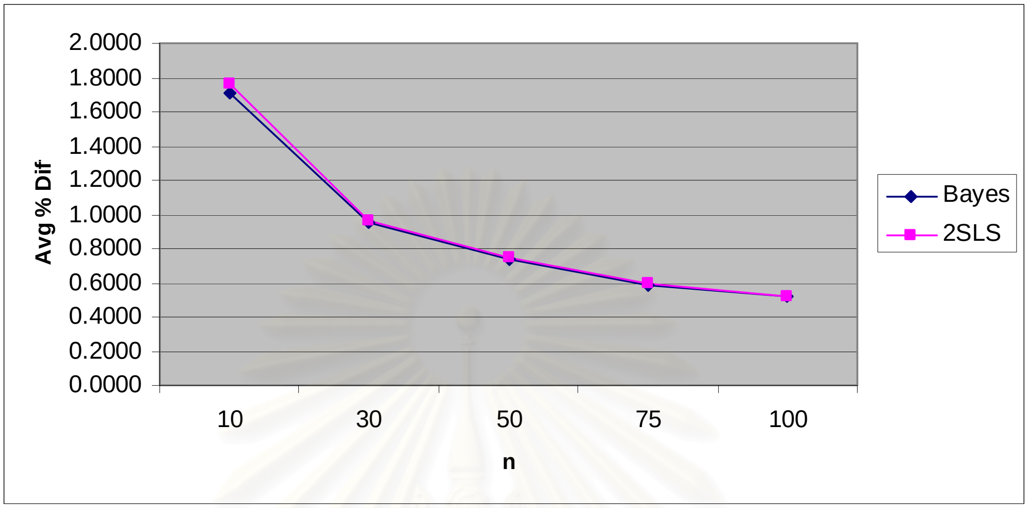
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	2.0007	1.9996	1.9997	2.0001	2.0001
	Avg % Diff	1.6961	0.9519	0.7341	0.5945	0.5101
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002
2SLS	Beta	1.9989	1.9997	1.9998	1.9999	2.0002
	Avg % Diff	1.7641	0.9644	0.7475	0.5912	0.5198
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002

<u>ตารางที่ 4.20</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.15 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

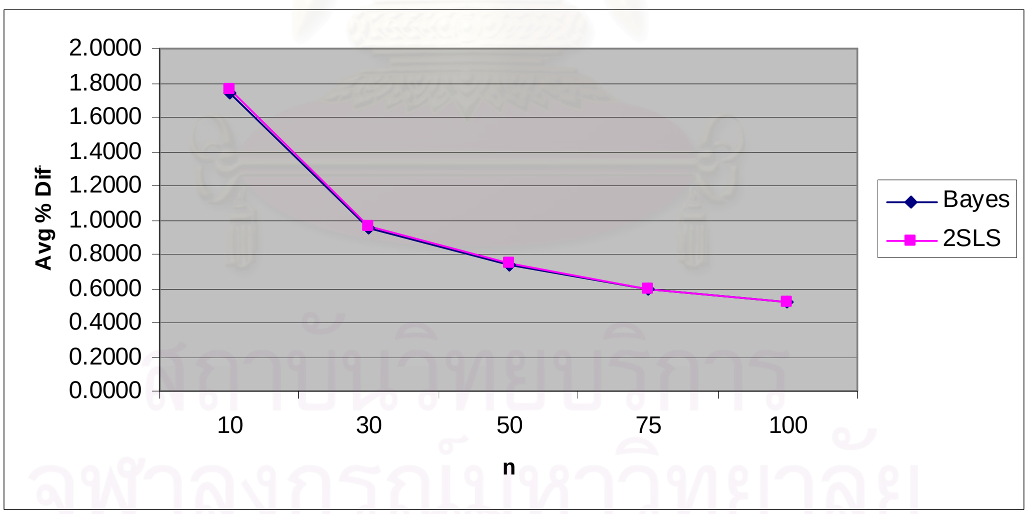
$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		n				
		10	30	50	75	100
Bayes	Beta	1.9989	2.0003	1.9999	2.0001	2.0001
	Avg % Diff	1.7628	0.9568	0.7353	0.5984	0.5162
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002
2SLS	Beta	1.9989	1.9997	1.9998	1.9999	2.0002
	Avg % Diff	1.7641	0.9644	0.7475	0.5912	0.5198
	Variance	0.0021	0.0006	0.0003	0.0002	0.0002

แผนภาพที่ 4.33 – 4.36 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.15 เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

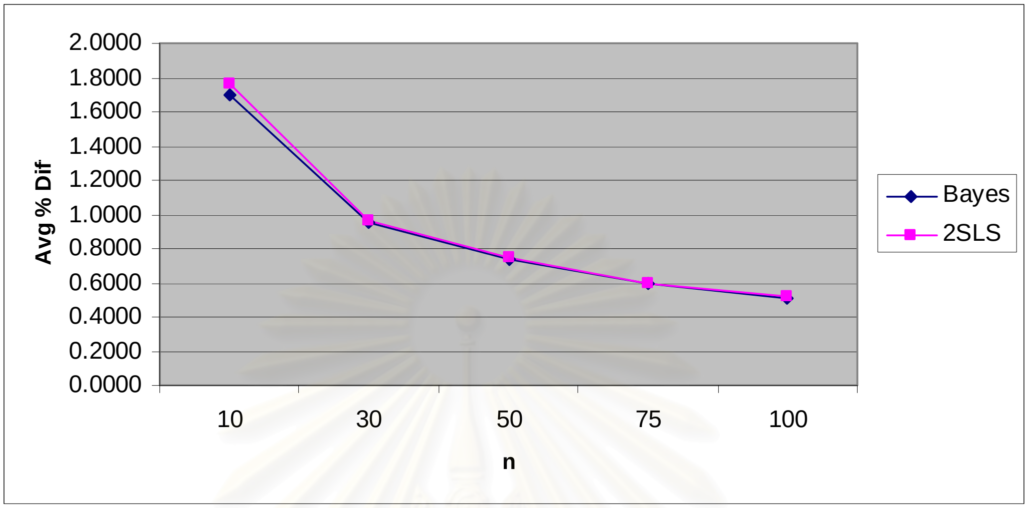
แผนภาพที่ 4.33 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ $\beta_{prior} \sim N(\mu_\beta = 1.5,\ \sigma_\beta^2 = 0.1)$



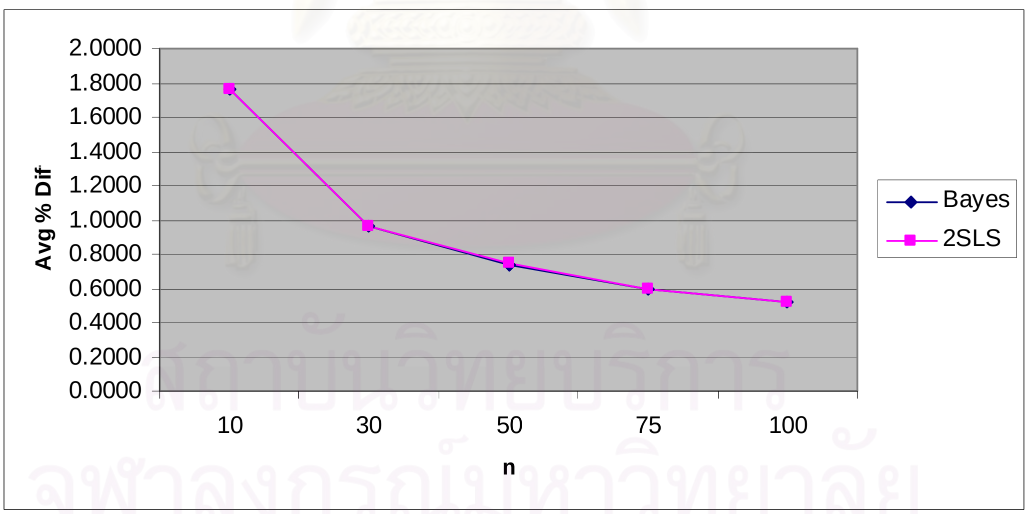
แผนภาพที่ 4.34 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ $\beta_{prior} \sim N(\mu_\beta = 1.5,\ \sigma_\beta^2 = 0.25)$



แผนภาพที่ 4.35 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

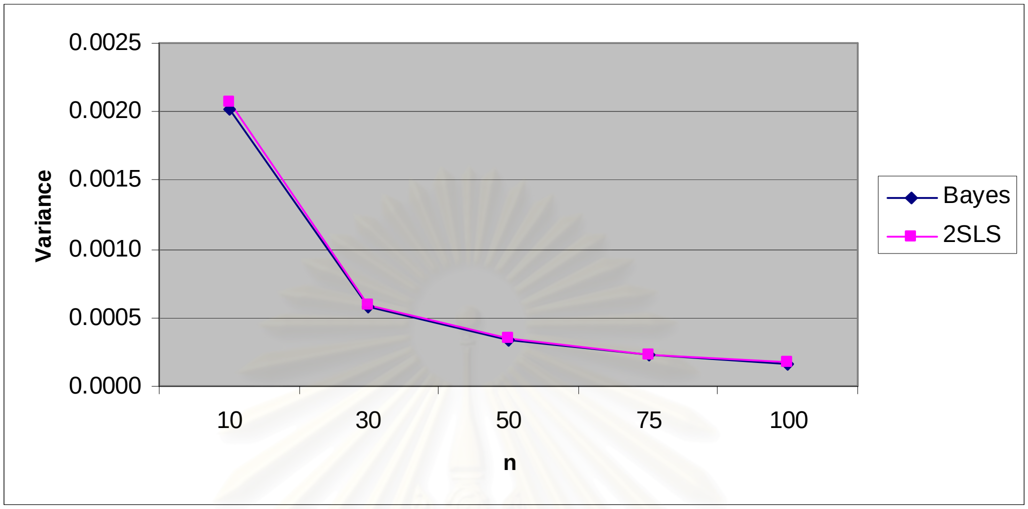


แผนภาพที่ 4.36 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

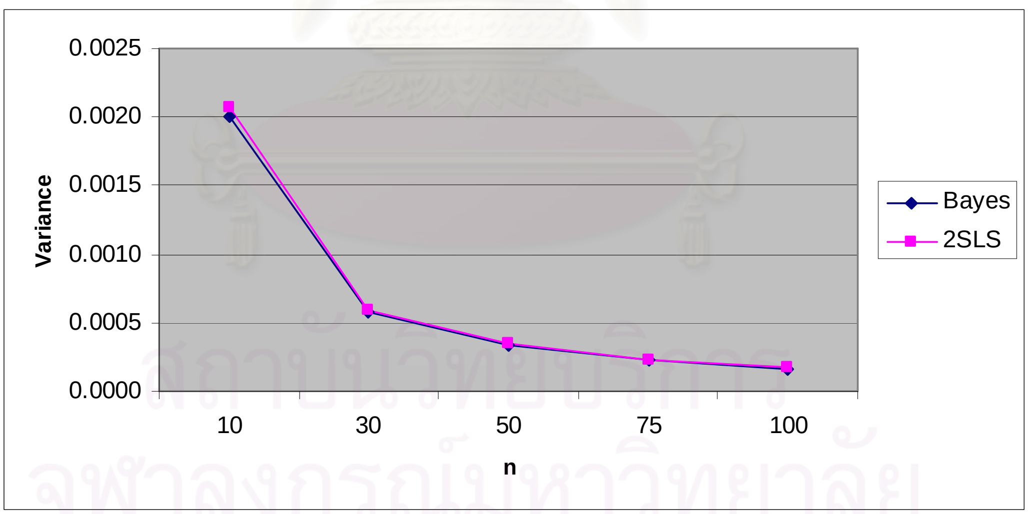


แผนภาพที่ 4.37 – 4.40 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยระหว่างวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ σ_β^2 มีค่า 0.1, 0.25, 1, 10

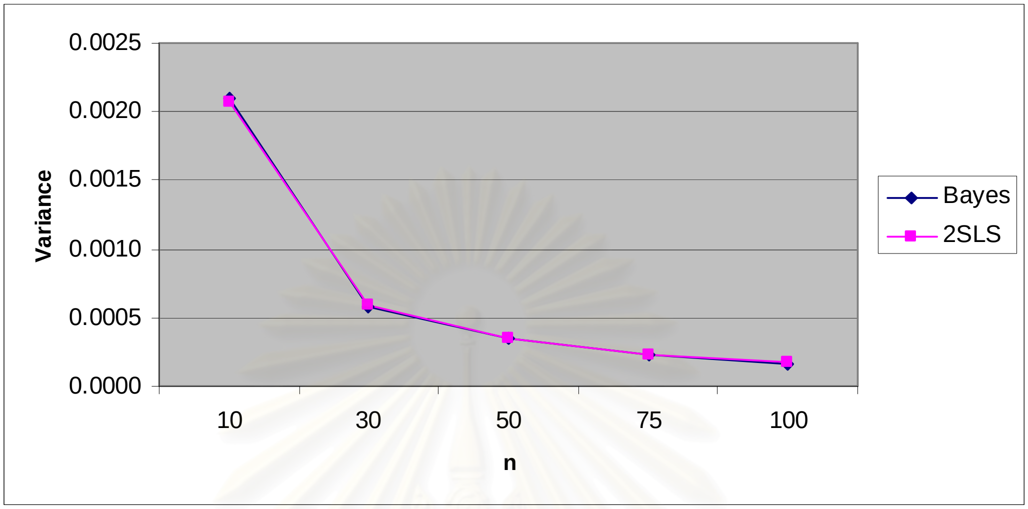
แผนภาพที่ 4.37 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.15 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



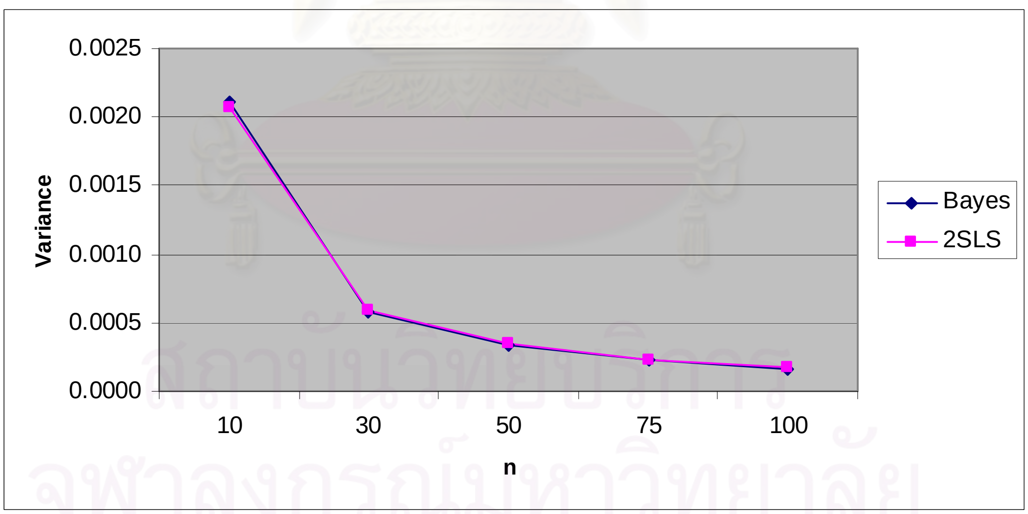
แผนภาพที่ 4.38 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 0.15 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.39</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



<u>แผนภาพที่ 4.40</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.15$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



จากตารางที่ 4.17 – 4.20 และ แผนภาพที่ 4.33 – 4.40 ผลสรุปได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับกรณีก่อนหน้านี้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference และ ค่า Variance ในกรณีนี้ได้แก่ ขนาดตัวอย่าง (n), σ_β^2 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เปลี่ยนไปโดยที่ตัวประมาณที่

ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลดีกว่าวิธี 2SLS แต่ไม่เด่นชัดไม่ว่าจะเป็น ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลางหรือขนาดใหญ่ และค่า σ_β^2 ที่มีค่าต่างๆ การที่ค่า σ_1 = σ_2 ลดต่ำลงไปอีก ยิ่งส่งผลทำให้ประสิทธิภาพการประมาณสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองแนวทางยิ่งใกล้กัน

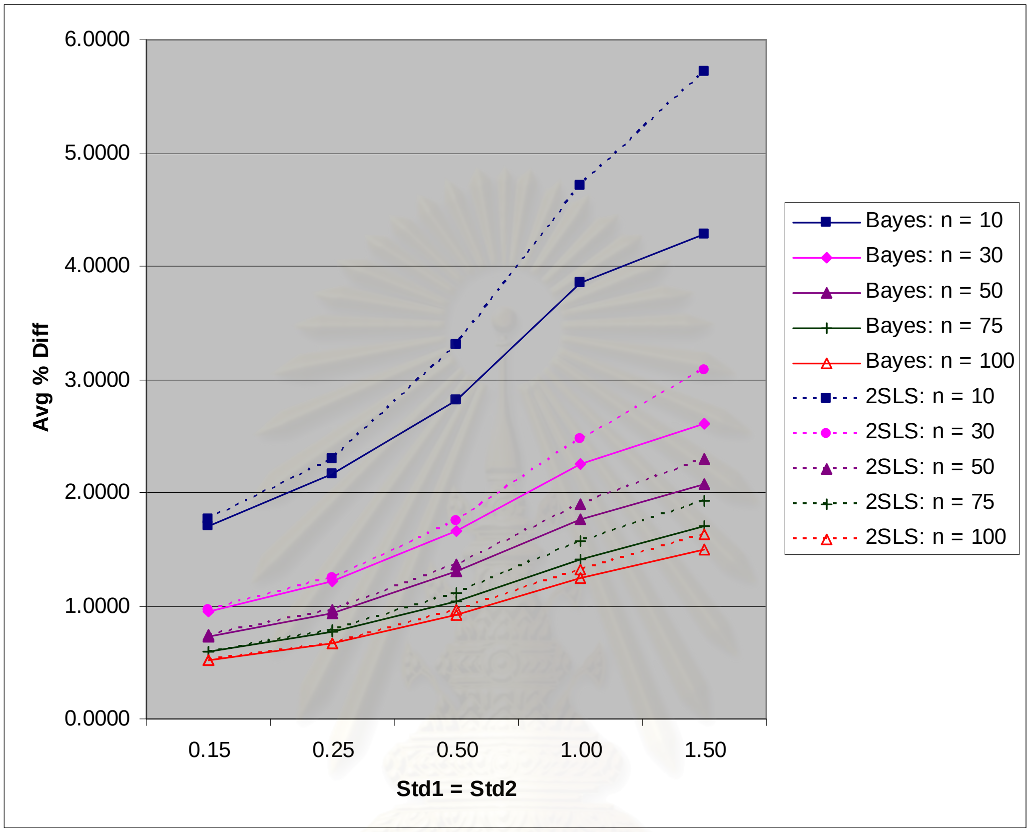
4.2 การศึกษาเมื่อค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.1 การศึกษาว่าเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลอย่างไรต่อการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยด้วยวิธีทั้งสองที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

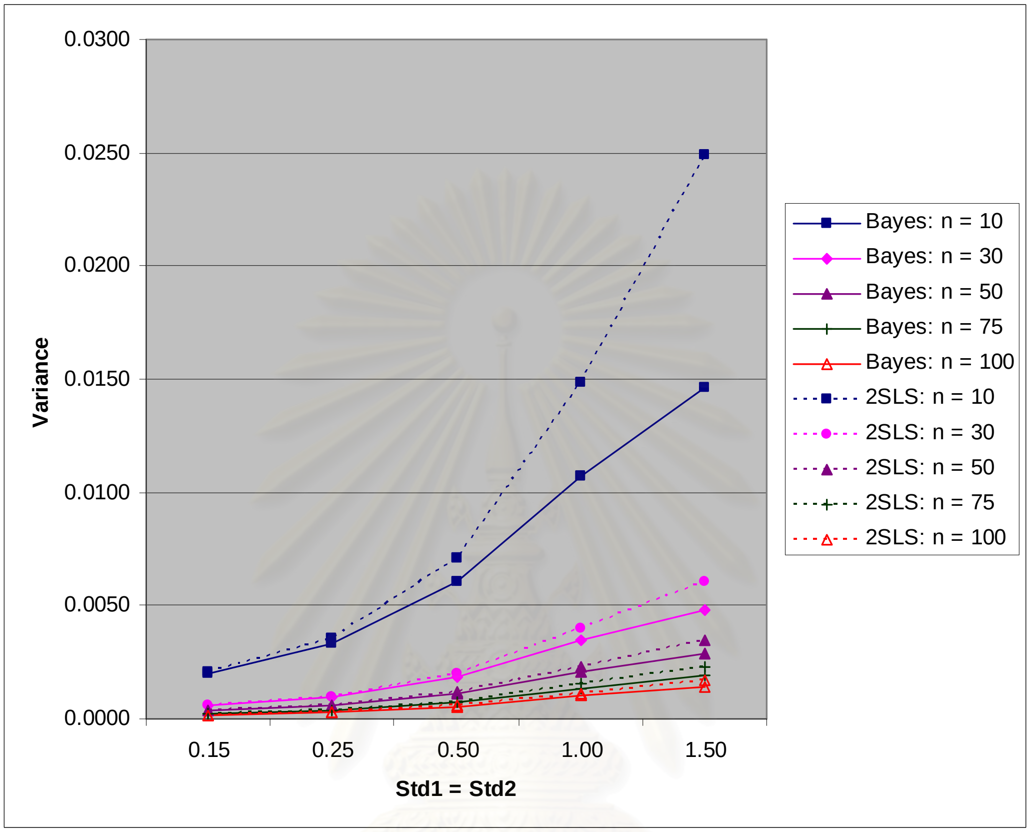
ตารางที่ 4.21 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			$\sigma_1 = \sigma_2$					
			0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
n = 10	Bayes	Beta	1.9975	1.9988	1.9979	1.9951	1.9940	1.9907
		Avg % Diff	1.7094	2.1673	2.8206	3.1228	3.8569	4.2860
		Variance	0.0020	0.0033	0.0061	0.0072	0.0107	0.0146
	2SLS	Beta	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
		Avg % Diff	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
		Variance	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249
n = 30	Bayes	Beta	1.9993	1.9995	1.9985	1.9981	1.9994	1.9971
		Avg % Diff	0.9472	1.2206	1.6644	1.8131	2.2543	2.6081
		Variance	0.0006	0.0010	0.0018	0.0022	0.0034	0.0048
	2SLS	Beta	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
		Avg % Diff	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
		Variance	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061
n = 50	Bayes	Beta	1.9996	1.9994	1.9993	1.9990	2.0002	2.0000
		Avg % Diff	0.7312	0.9355	1.3008	1.4026	1.7564	2.0714
		Variance	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0020	0.0029
	2SLS	Beta	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
		Avg % Diff	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
		Variance	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035
n = 75	Bayes	Beta	1.9998	1.9999	2.0001	1.9986	1.9996	1.9987
		Avg % Diff	0.5869	0.7707	1.0431	1.1435	1.4044	1.7062
		Variance	0.0002	0.0004	0.0007	0.0009	0.0014	0.0019
	2SLS	Beta	1.9999	2.0001	2.0005	1.9990	1.9999	2.0001
		Avg % Diff	0.5912	0.7812	1.1170	1.1995	1.5681	1.9190
		Variance	0.0002	0.0004	0.0008	0.0009	0.0015	0.0023
n = 100	Bayes	Beta	2.0001	1.9998	1.9997	2.0005	1.9996	1.9988
		Avg % Diff	0.5168	0.6621	0.9130	0.9881	1.2475	1.4939
		Variance	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0010	0.0014
	2SLS	Beta	2.0002	1.9999	2.0000	2.0008	2.0001	1.9996
		Avg % Diff	0.5198	0.6722	0.9615	1.0306	1.3194	1.6256
		Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0007	0.0011	0.0017

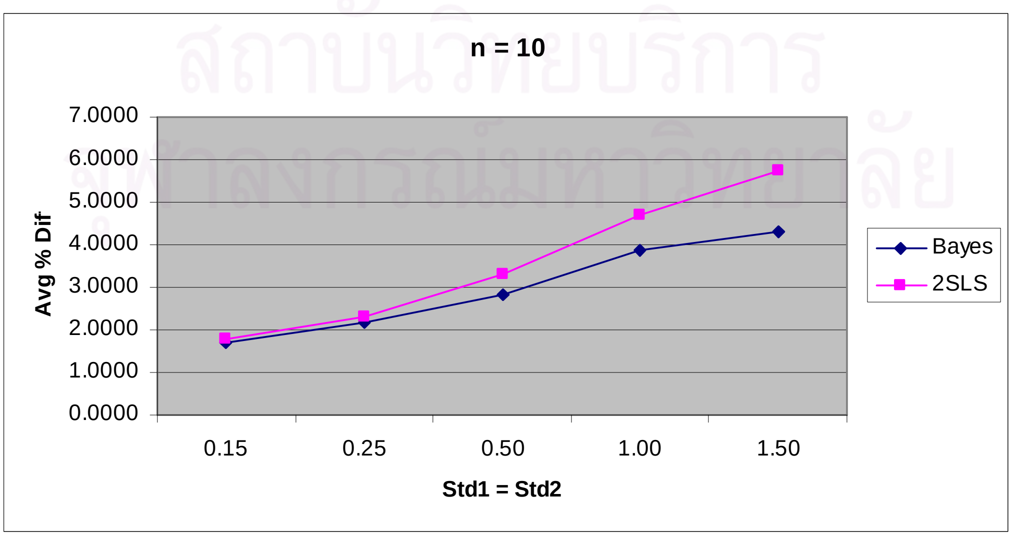
<u>แผนภาพที่ 4.41</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



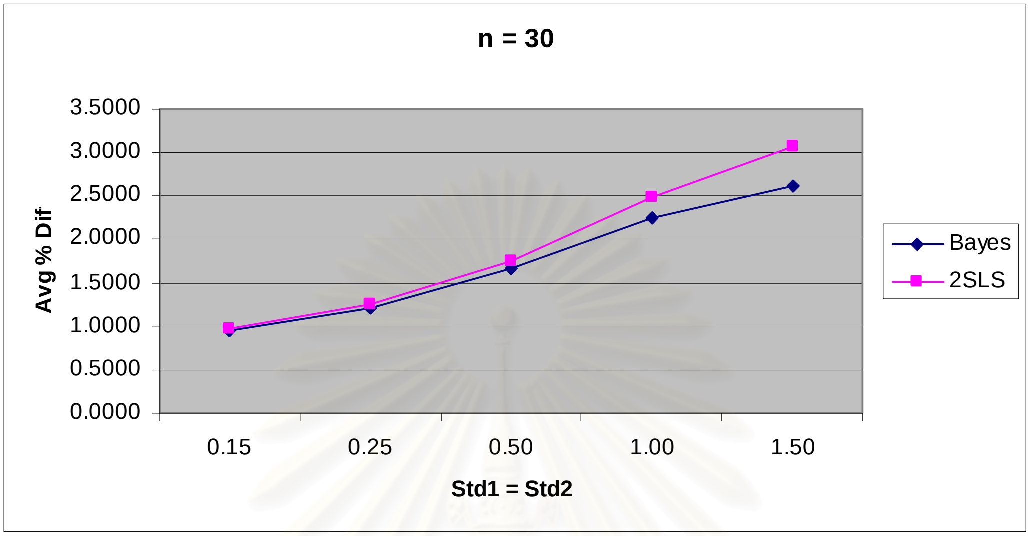
แผนภาพที่ 4.42 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



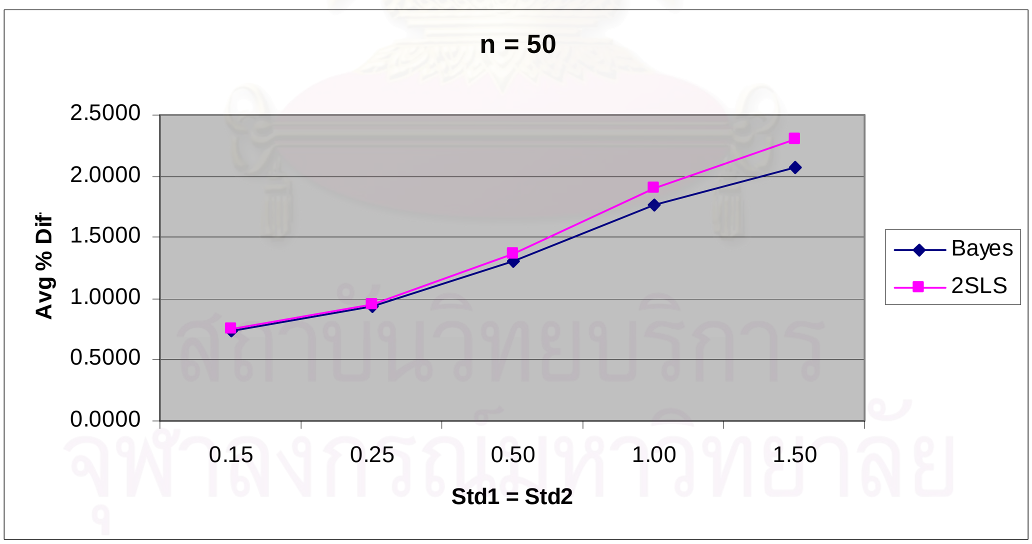
แผนภาพที่ 4.43 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



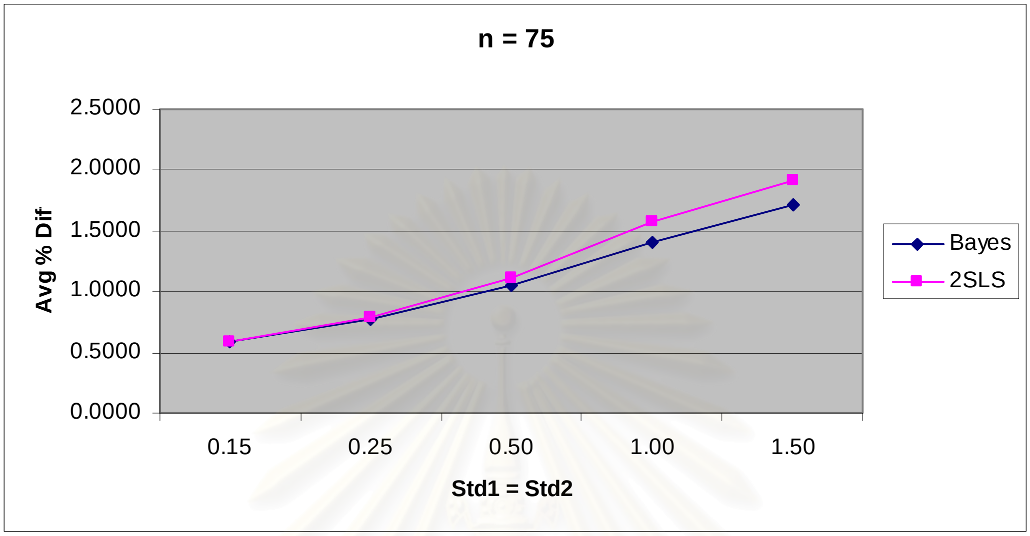
แผนภาพที่ 4.44 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



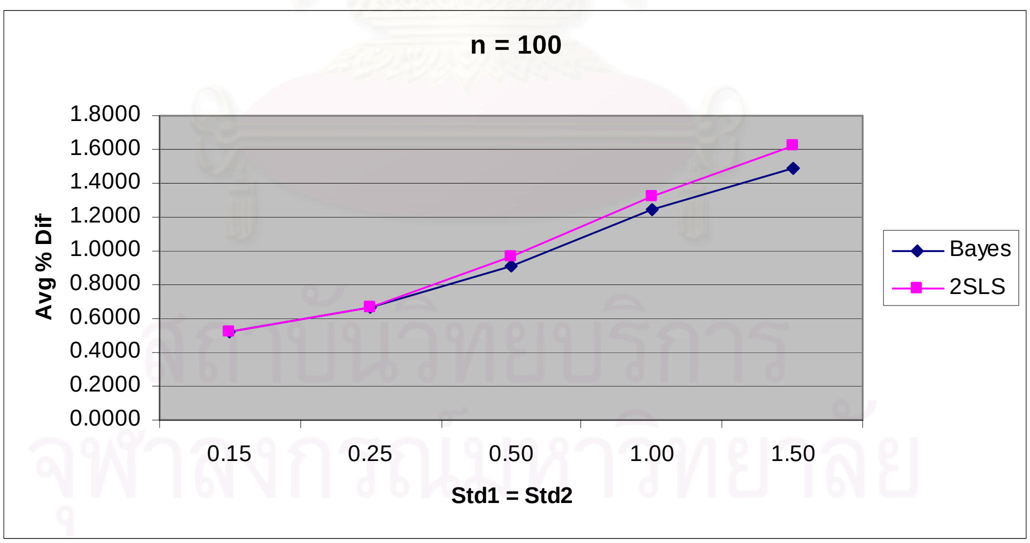
แผนภาพที่ 4.45 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



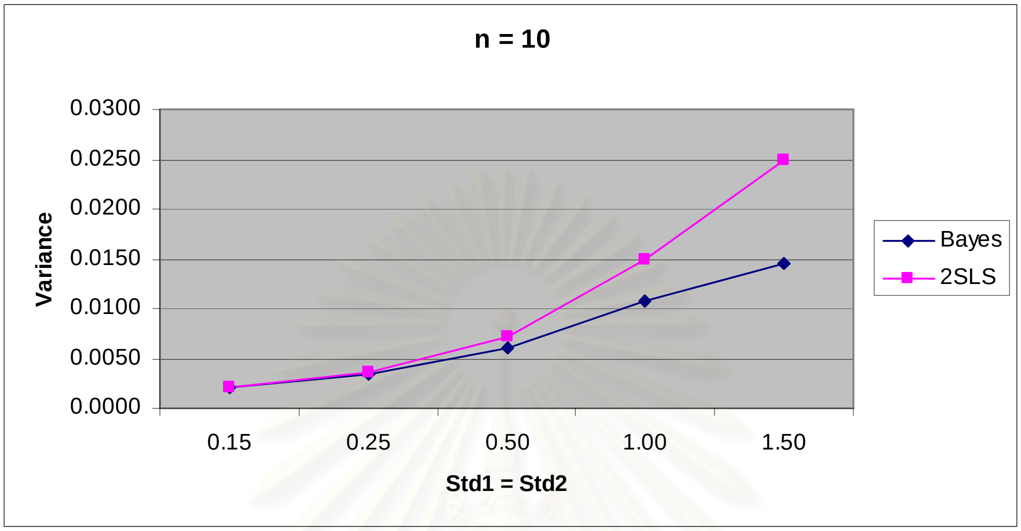
แผนภาพที่ 4.46 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



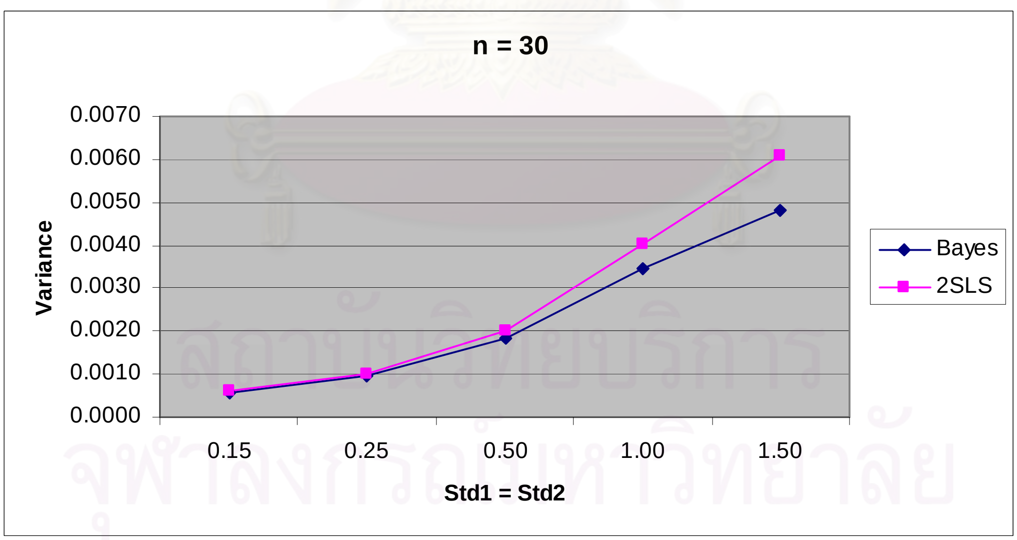
แผนภาพที่ 4.47 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



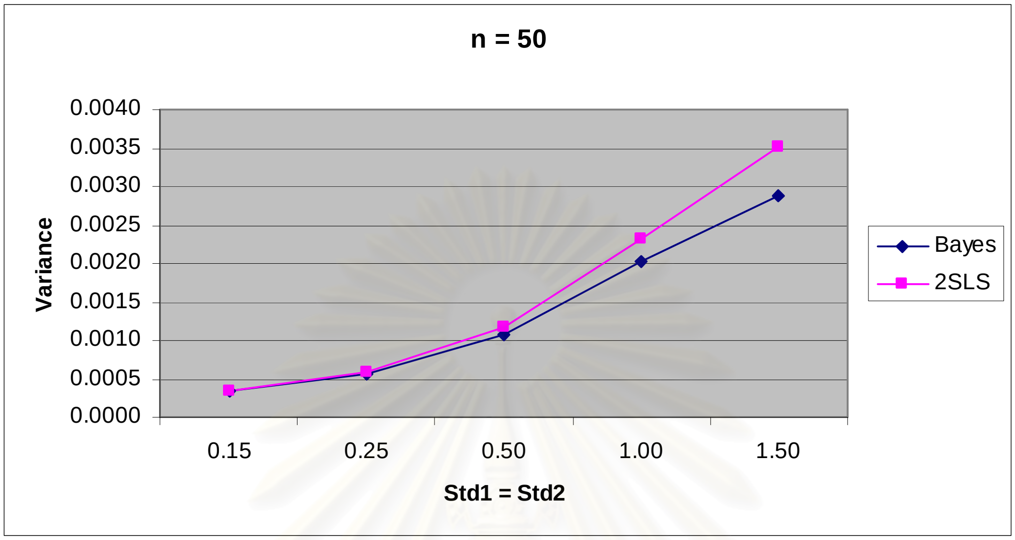
แผนภาพที่ 4.48 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



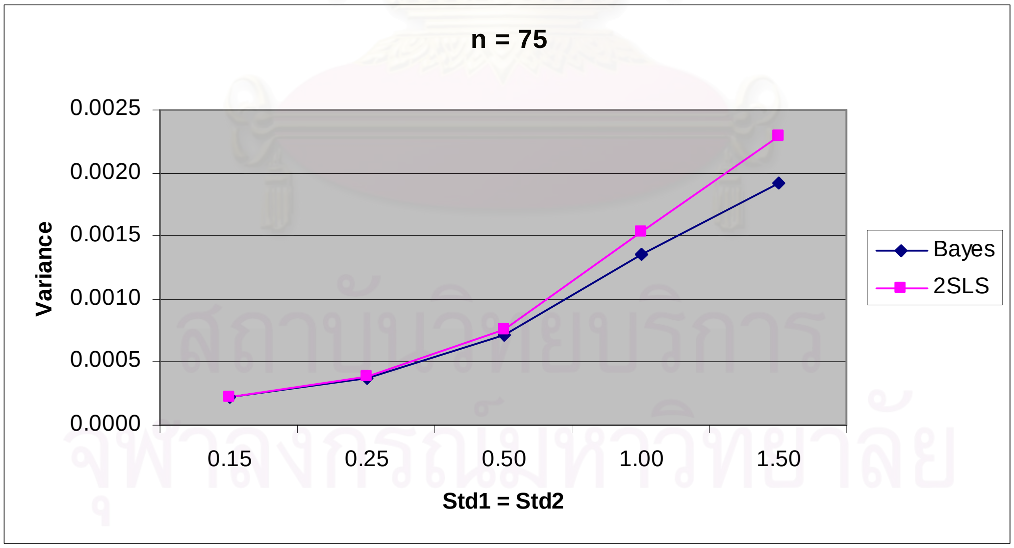
แผนภาพที่ 4.49 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



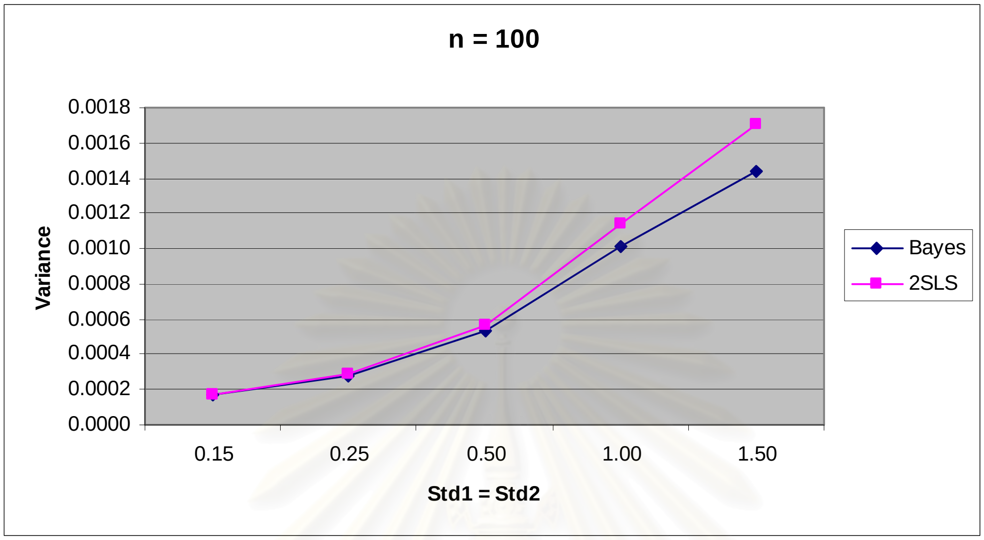
แผนภาพที่ 4.50 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



แผนภาพที่ 4.51 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



แผนภาพที่ 4.52 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



จากตารางที่ 4.21 และ แผนภาพที่ 4.41 – 4.52 ข้างต้น ผลสรุปได้เป็นดังนี้คือ

กรณีที่ 1 เมื่อให้ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไป และกำหนดให้ขนาดตัวอย่างคงที่ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

กรณีที่ 2 เมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไปและขนาดตัวอย่างก็เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่มากกว่าพบว่าค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าต่ำกว่าในทุกกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้นเท่ากัน ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่

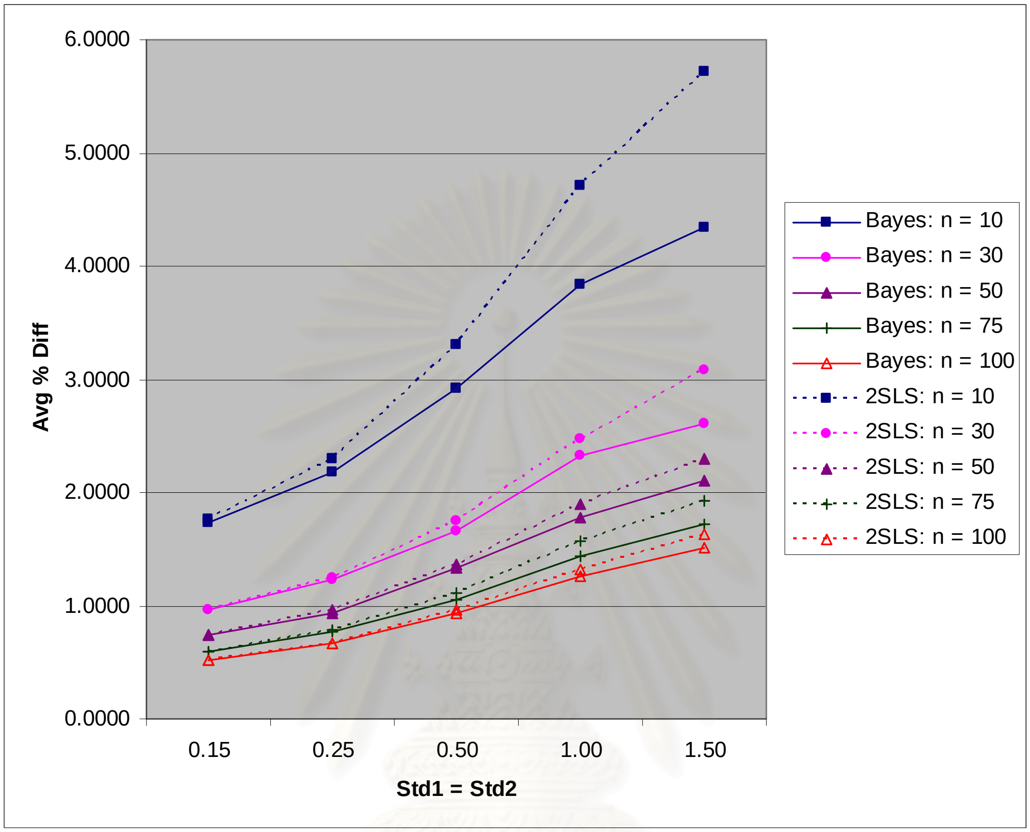
เปลี่ยนไป และในกรณี σ_{β}^{2} = 0.25, 1 และ 10 จะให้ผลลักษณะคล้ายคลึงกันกับกรณีนี้ ซึ่งจะแสดงให้เห็นในตารางและแผนภาพในลำดับต่อไป

4.2.2 การศึกษาว่าเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลอย่างไรต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยด้วยวิธีทั้งสองที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_{β} =1.5, σ_{β}^{2} =0.25)

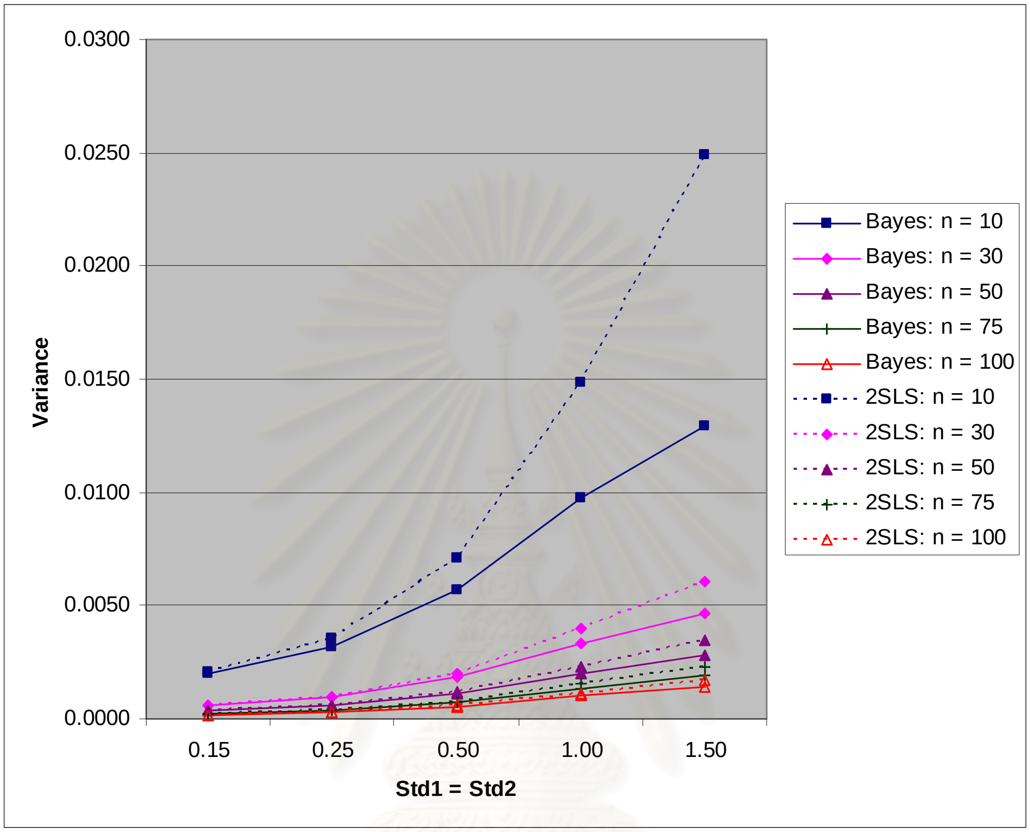
ตารางที่ 4.22 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			$\sigma_1 = \sigma_2$					
			0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
n = 10	Bayes	Beta	1.9981	1.9967	1.9936	1.9961	1.9899	1.9881
		Avg % Diff	1.7390	2.1836	2.9186	3.3189	3.8332	4.3352
		Variance	0.0020	0.0032	0.0057	0.0067	0.0098	0.0130
	2SLS	Beta	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
		Avg % Diff	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
		Variance	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249
n = 30	Bayes	Beta	1.9995	1.9988	1.9979	1.9975	1.9952	1.9964
		Avg % Diff	0.9567	1.2303	1.6646	1.8339	2.3294	2.6117
		Variance	0.0006	0.0010	0.0018	0.0022	0.0033	0.0047
	2SLS	Beta	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
		Avg % Diff	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
		Variance	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061
n = 50	Bayes	Beta	2.0002	1.9999	1.9989	1.9987	1.9991	1.9977
		Avg % Diff	0.7395	0.9365	1.3319	1.4297	1.7718	2.0985
		Variance	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0020	0.0028
	2SLS	Beta	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
		Avg % Diff	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
		Variance	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035
n = 75	Bayes	Beta	1.9998	1.9996	2.0004	1.9998	1.9992	1.9987
		Avg % Diff	0.5916	0.7710	1.0507	1.1583	1.4362	1.7171
		Variance	0.0002	0.0004	0.0007	0.0008	0.0013	0.0019
	2SLS	Beta	1.9999	2.0001	2.0005	1.9990	1.9999	2.0001
		Avg % Diff	0.5912	0.7812	1.1170	1.1995	1.5681	1.9190
		Variance	0.0002	0.0004	0.0008	0.0009	0.0015	0.0023
n = 100	Bayes	Beta	2.0000	1.9996	1.9993	1.9995	1.9998	1.9988
		Avg % Diff	0.5180	0.6636	0.9312	0.9989	1.2589	1.5173
		Variance	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0010	0.0014
	2SLS	Beta	2.0002	1.9999	2.0000	2.0008	2.0001	1.9996
		Avg % Diff	0.5198	0.6722	0.9615	1.0306	1.3194	1.6256
		Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0007	0.0011	0.0017

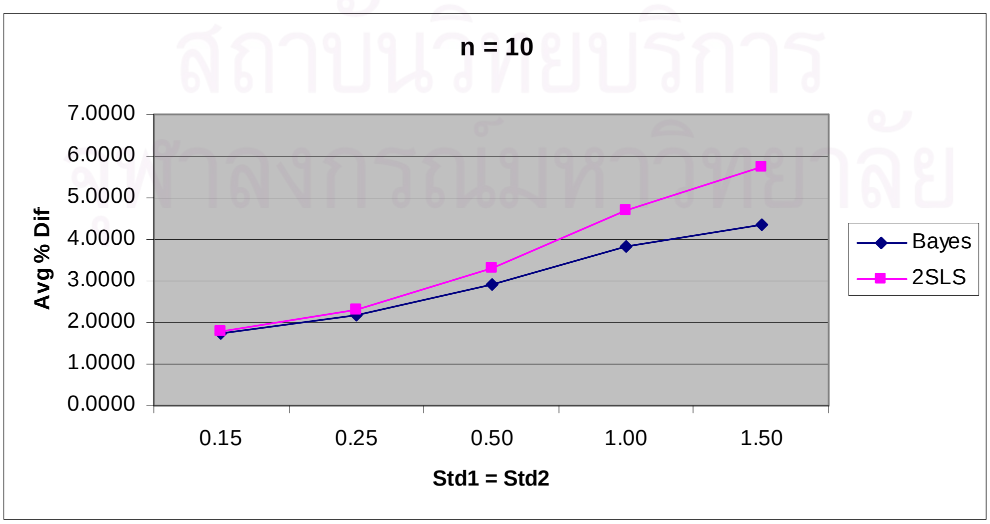
แผนภาพที่ 4.53 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



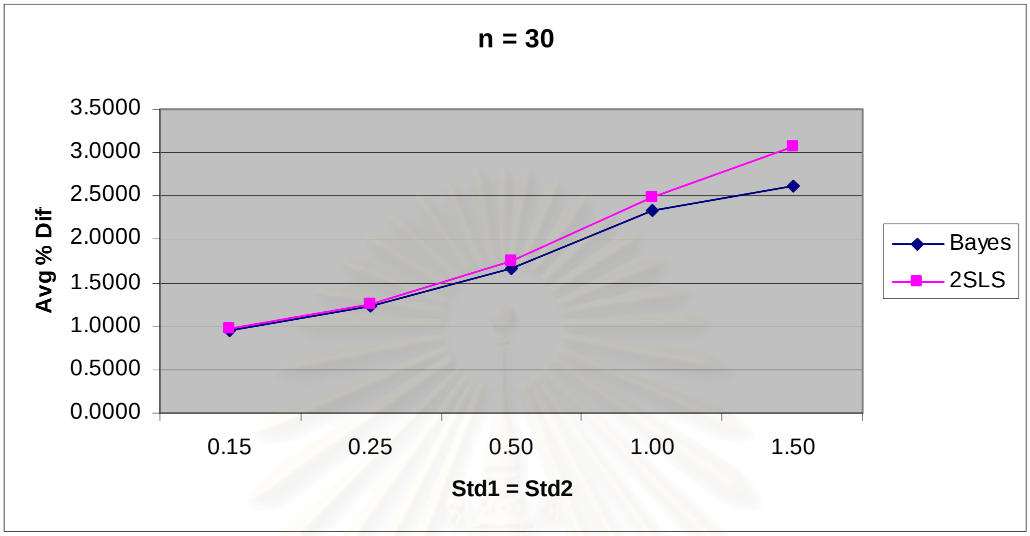
แผนภาพที่ 4.54 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



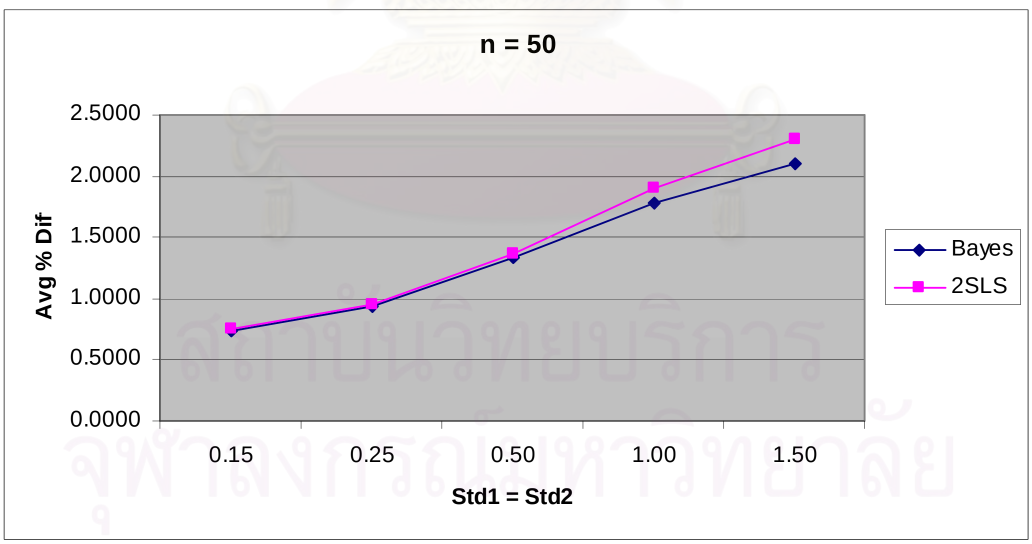
แผนภาพที่ 4.55 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



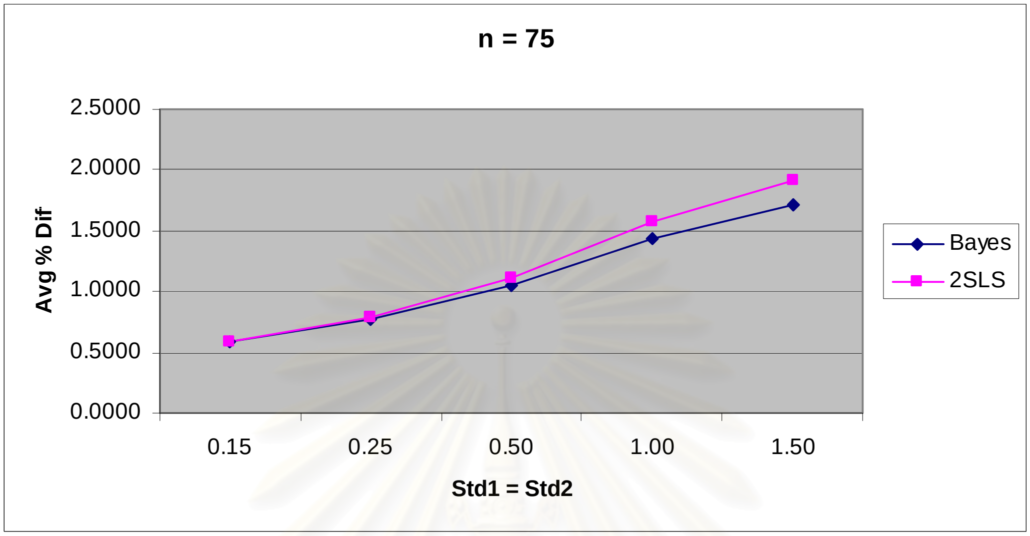
แผนภาพที่ 4.56 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



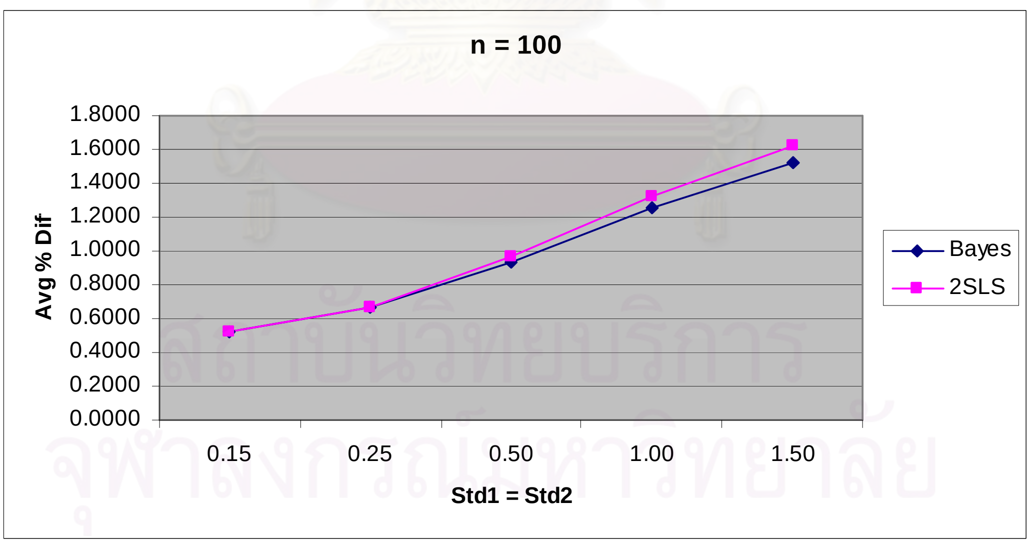
แผนภาพที่ 4.57 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



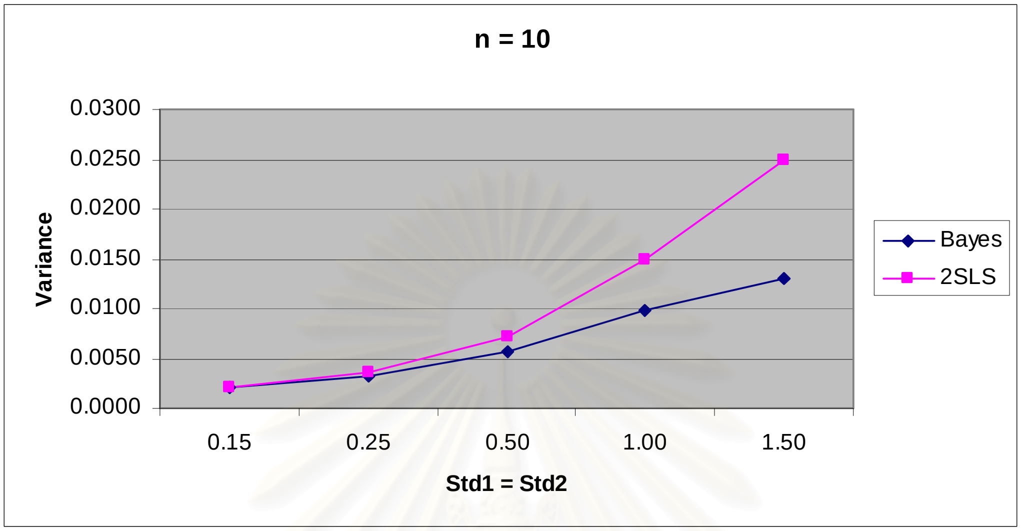
แผนภาพที่ 4.58 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



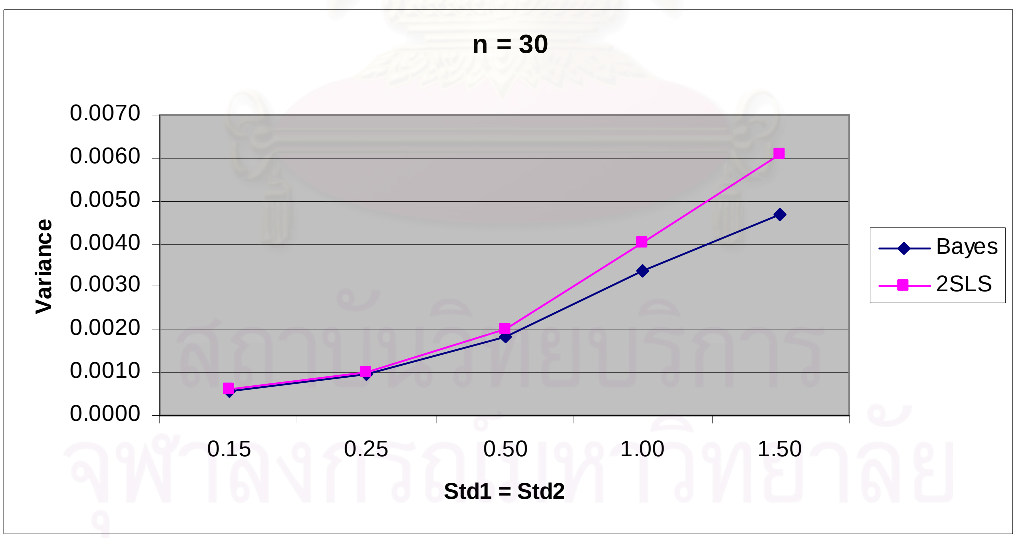
แผนภาพที่ 4.59 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



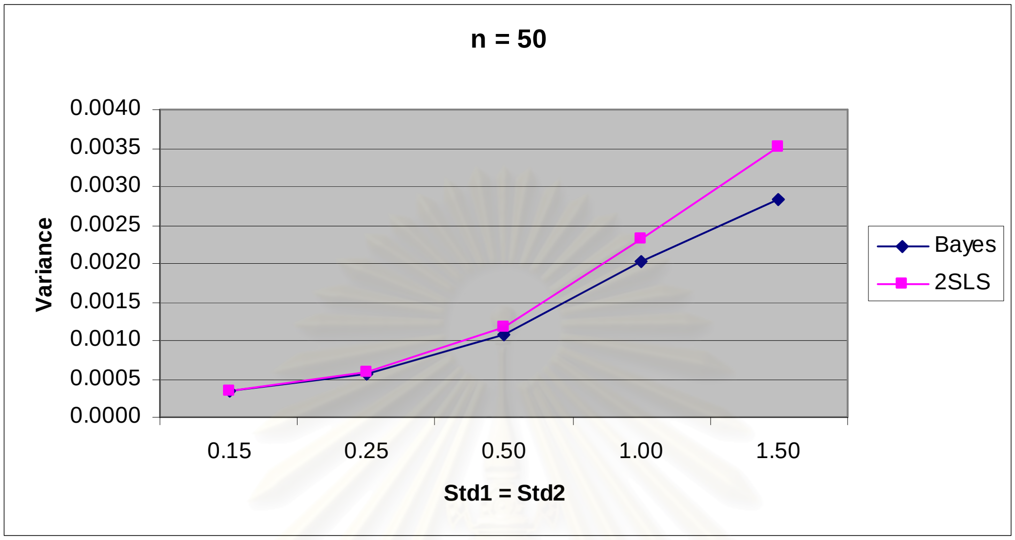
<u>แผนภาพที่ 4.60</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



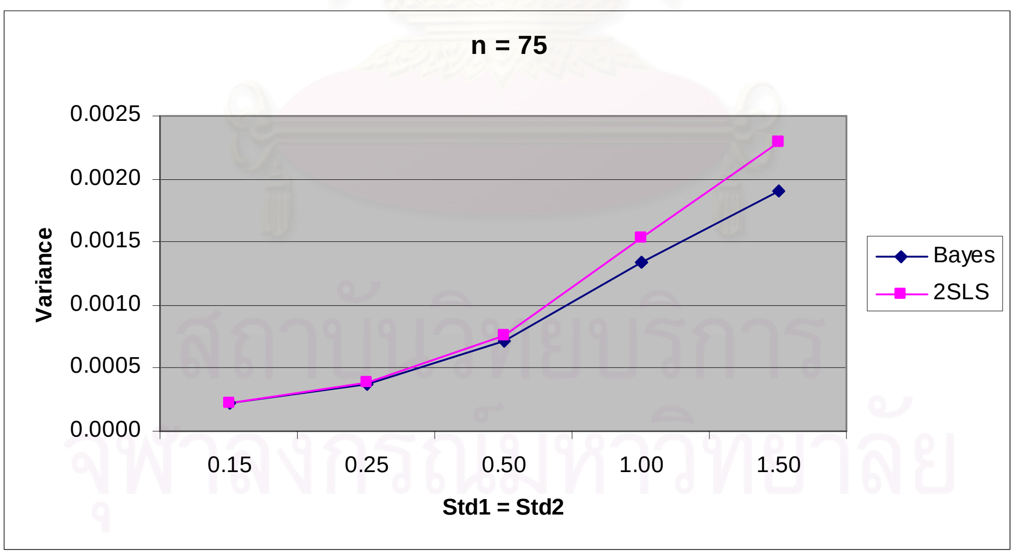
<u>แผนภาพที่ 4.61</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



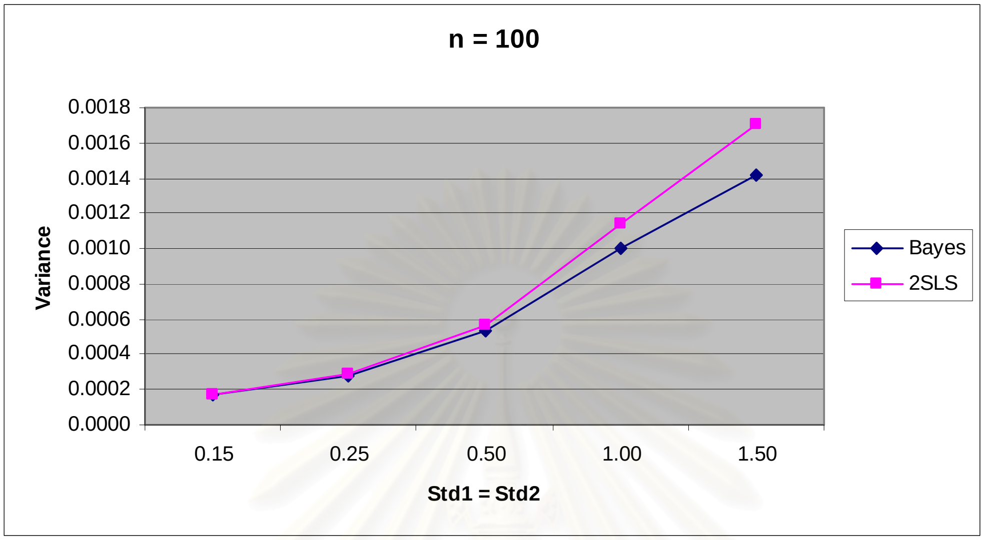
แผนภาพที่ 4.62 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



แผนภาพที่ 4.63 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



<u>แผนภาพที่ 4.64</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



จากตารางที่ 4.22 และ แผนภาพที่ 4.53 – 4.64 ข้างต้น ผลสรุปที่ได้มีลักษณะทำนองเดียวกันกับกรณีก่อนหน้านี้ที่ σ_β^2 =0.1 คือ

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อให้ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไป และกำหนดให้ขนาดตัวอย่างคงที่ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไปและขนาดตัวอย่างก็เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่มากกว่าพบว่าค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะ

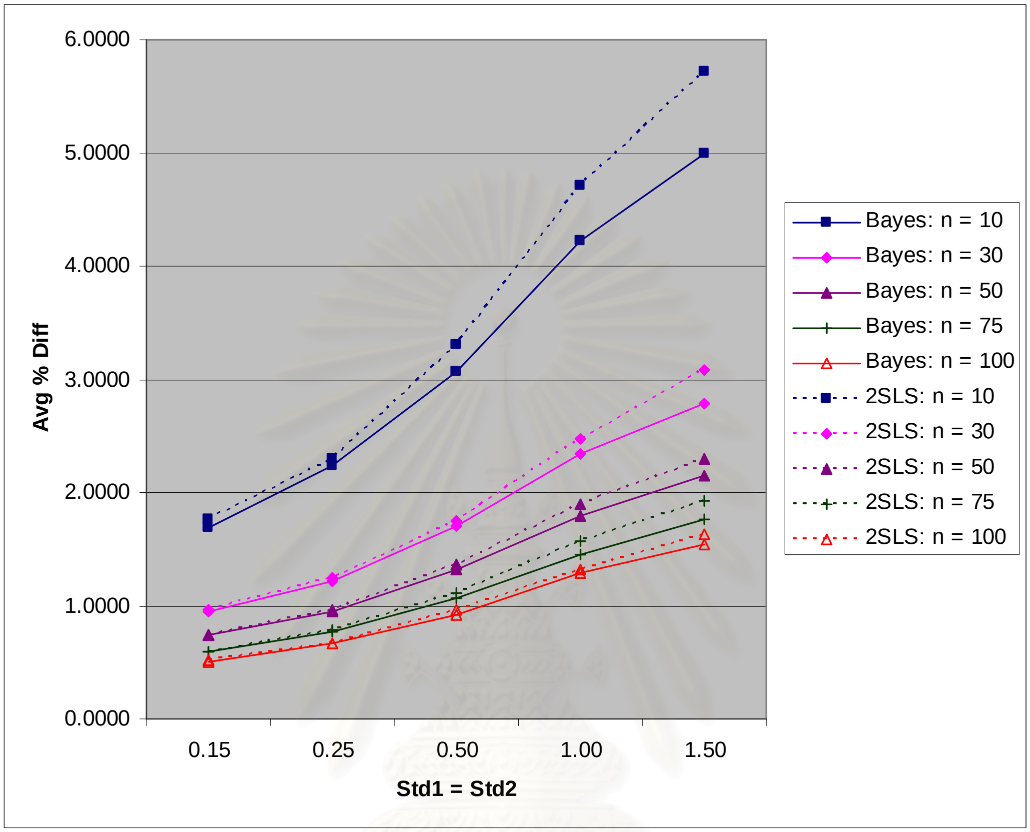
มีค่าต่ำกว่าในทุกกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้นเท่ากัน ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

4.2.3 การศึกษาว่าเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลอย่างไรต่อการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยด้วยวิธีทั้งสองที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

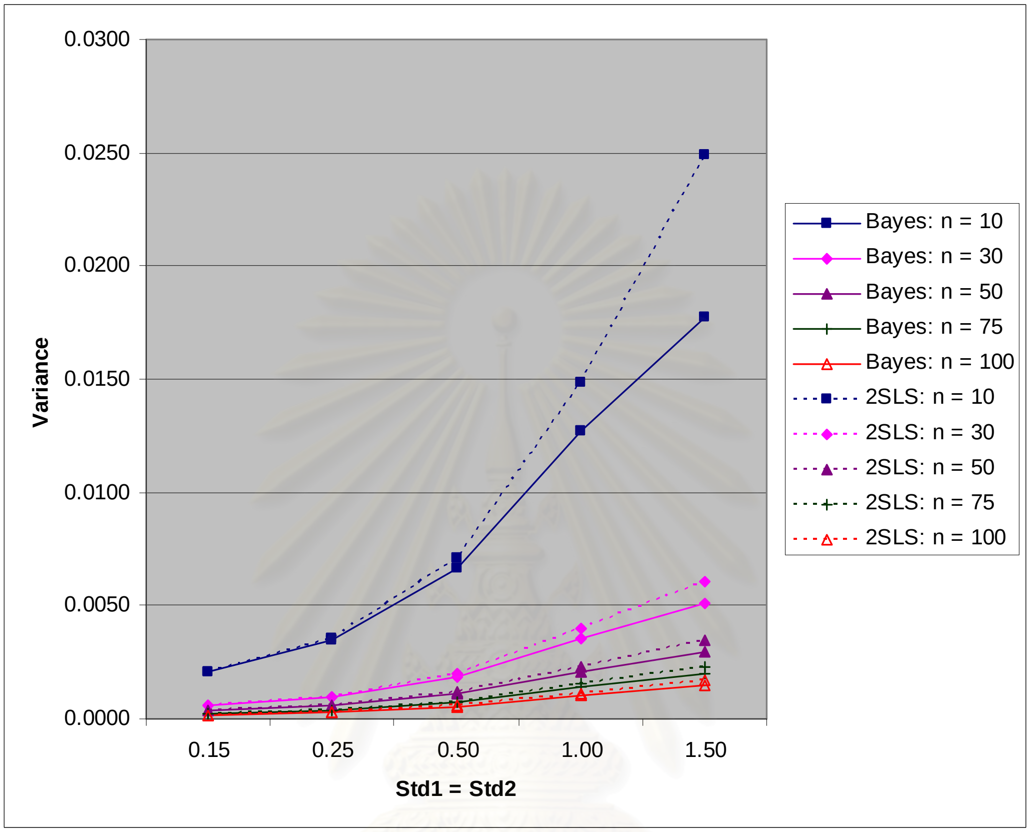
ตารางที่ 4.23 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			$\sigma_1 = \sigma_2$					
			0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
n = 10	Bayes	Beta	2.0007	1.9985	1.9986	2.0004	2.0034	1.9986
		Avg % Diff	1.6961	2.2373	3.0724	3.3927	4.2288	4.9992
		Variance	0.0021	0.0035	0.0067	0.0080	0.0127	0.0177
	2SLS	Beta	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
		Avg % Diff	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
		Variance	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249
n = 30	Bayes	Beta	1.9996	1.9994	2.0004	2.0005	1.9991	1.9998
		Avg % Diff	0.9519	1.2170	1.6970	1.8787	2.3416	2.7815
		Variance	0.0006	0.0010	0.0019	0.0022	0.0036	0.0051
	2SLS	Beta	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
		Avg % Diff	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
		Variance	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061
n = 50	Bayes	Beta	1.9997	2.0000	2.0002	1.9995	2.0016	1.9997
		Avg % Diff	0.7341	0.9442	1.3184	1.4363	1.7895	2.1481
		Variance	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0021	0.0030
	2SLS	Beta	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
		Avg % Diff	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
		Variance	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035
n = 75	Bayes	Beta	2.0001	2.0003	2.0001	2.0000	1.9989	2.0002
		Avg % Diff	0.5945	0.7654	1.0625	1.1377	1.4473	1.7560
		Variance	0.0002	0.0004	0.0007	0.0009	0.0014	0.0020
	2SLS	Beta	1.9999	2.0001	2.0005	1.9990	1.9999	2.0001
		Avg % Diff	0.5912	0.7812	1.1170	1.1995	1.5681	1.9190
		Variance	0.0002	0.0004	0.0008	0.0009	0.0015	0.0023
n = 100	Bayes	Beta	2.0001	1.9998	1.9999	2.0004	2.0001	2.0000
		Avg % Diff	0.5101	0.6610	0.9164	0.9927	1.2950	1.5334
		Variance	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0010	0.0015
	2SLS	Beta	2.0002	1.9999	2.0000	2.0008	2.0001	1.9996
		Avg % Diff	0.5198	0.6722	0.9615	1.0306	1.3194	1.6256
		Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0007	0.0011	0.0017

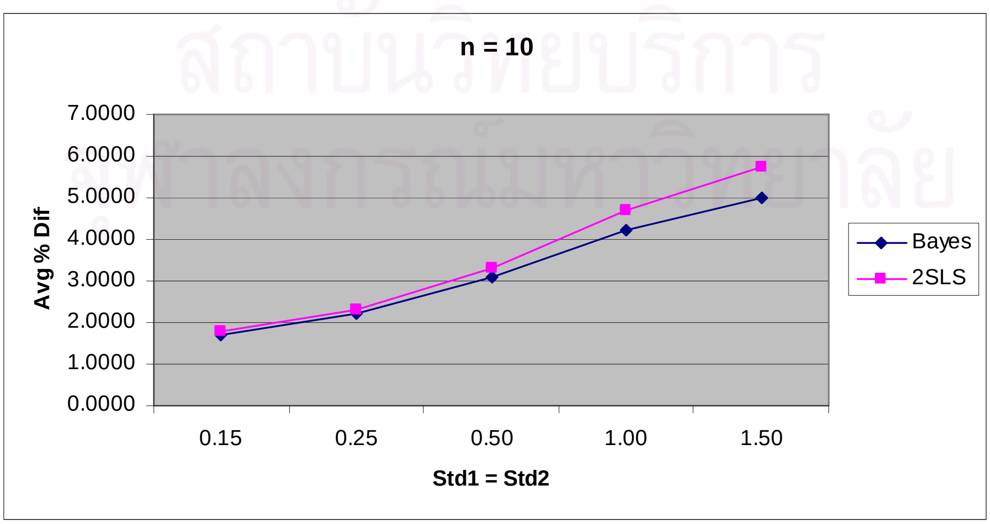
แผนภาพที่ 4.65 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



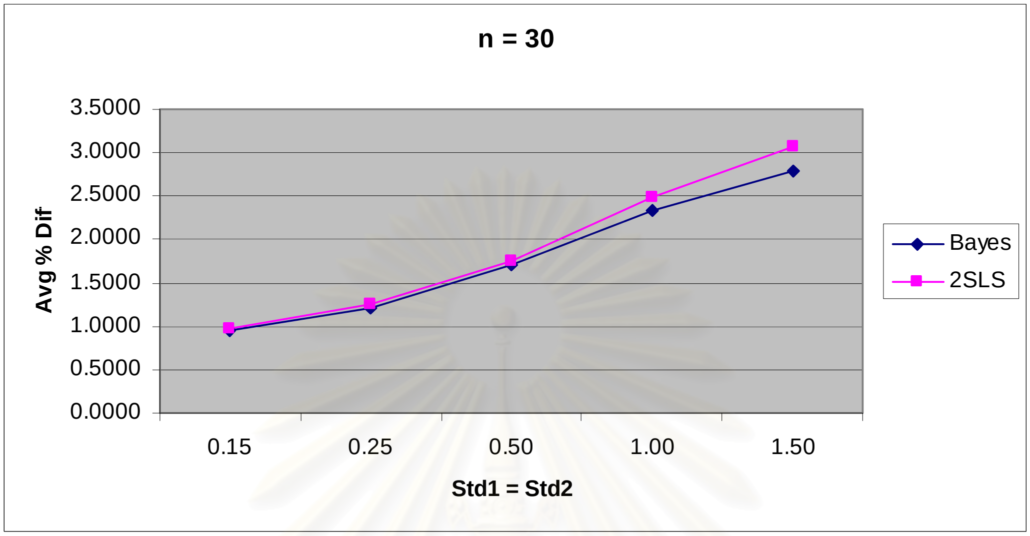
แผนภาพที่ 4.66 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



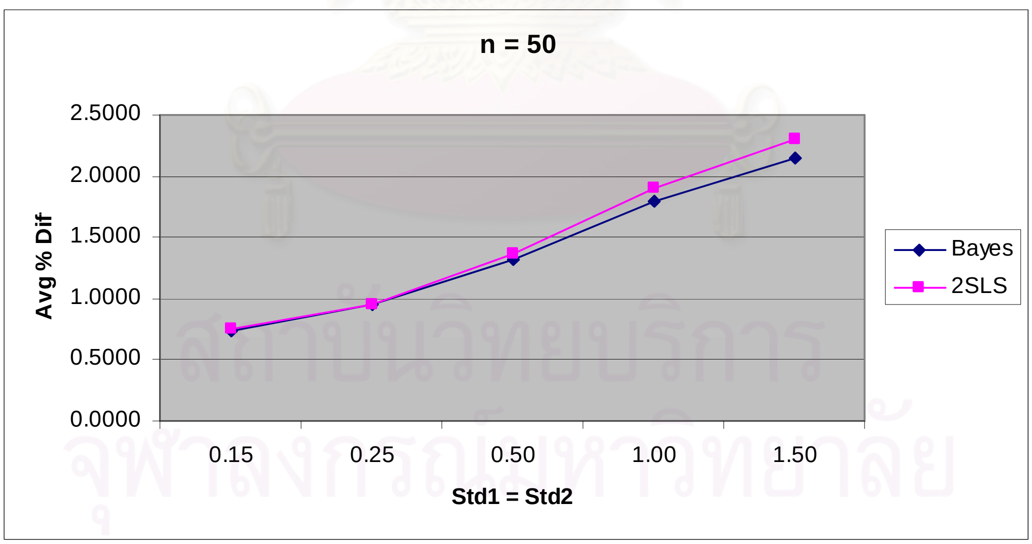
แผนภาพที่ 4.67 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



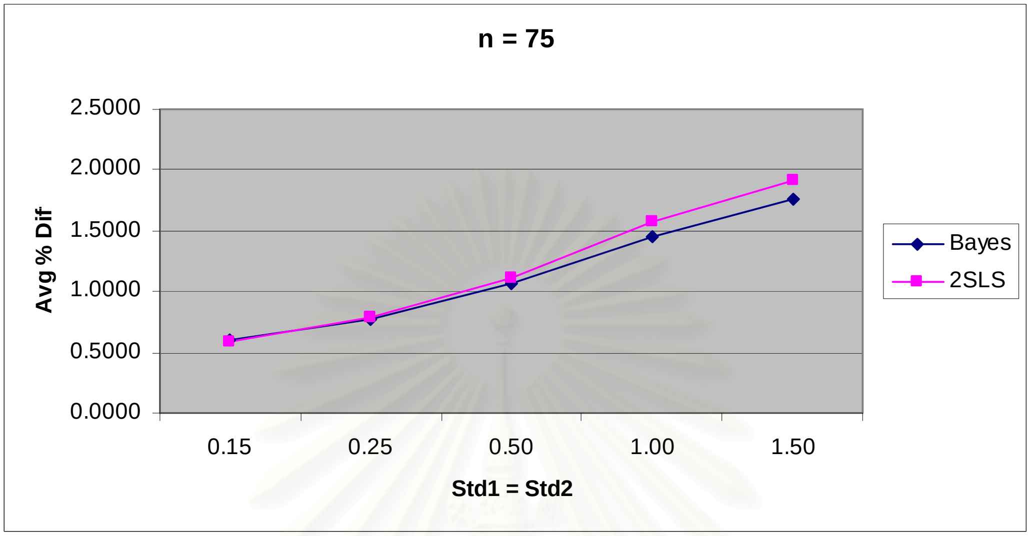
แผนภาพที่ 4.68 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



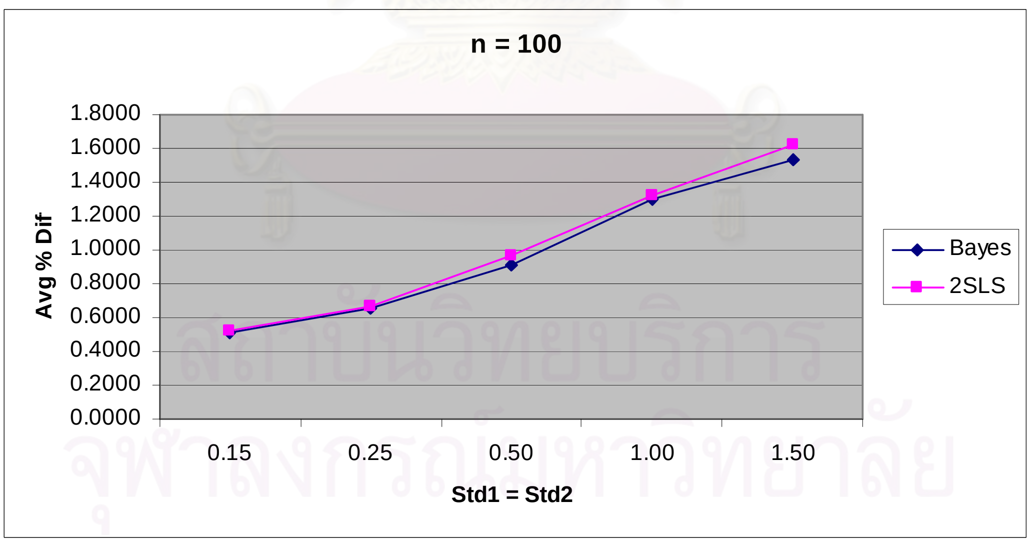
แผนภาพที่ 4.69 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



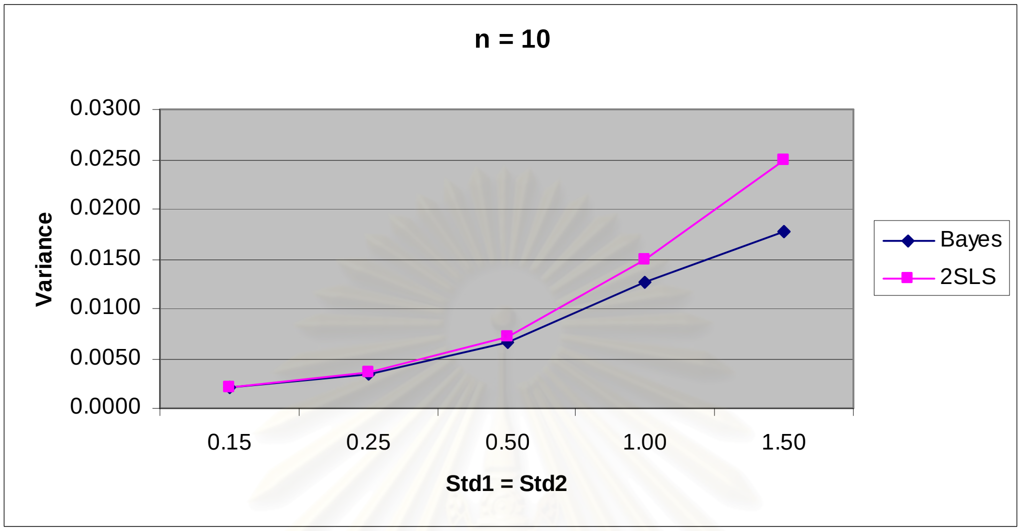
แผนภาพที่ 4.70 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



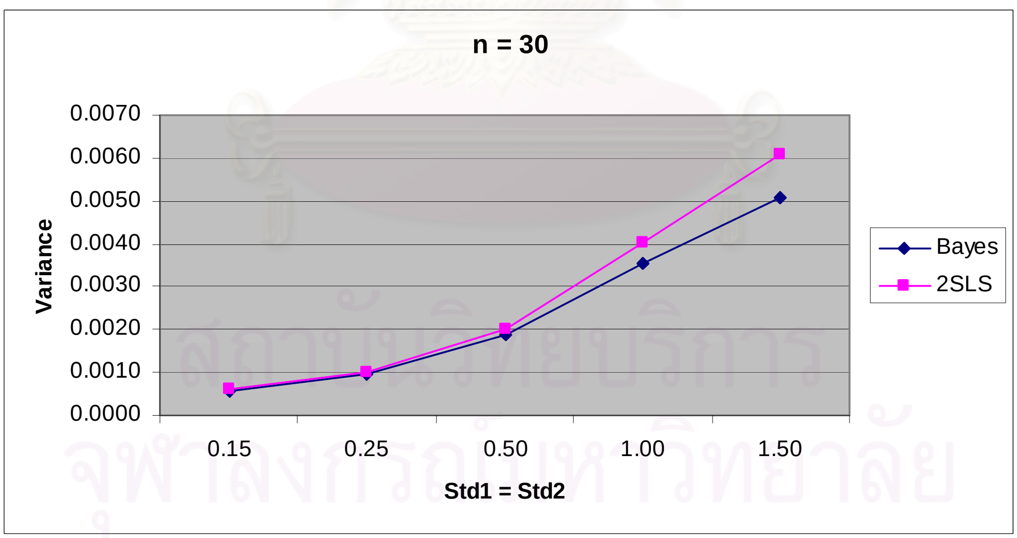
แผนภาพที่ 4.71 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



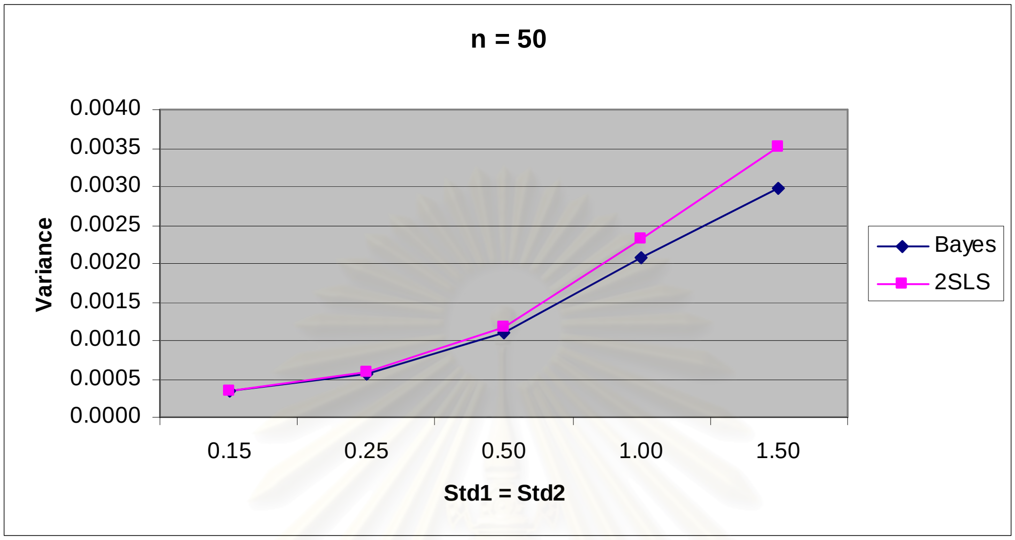
แผนภาพที่ 4.72 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



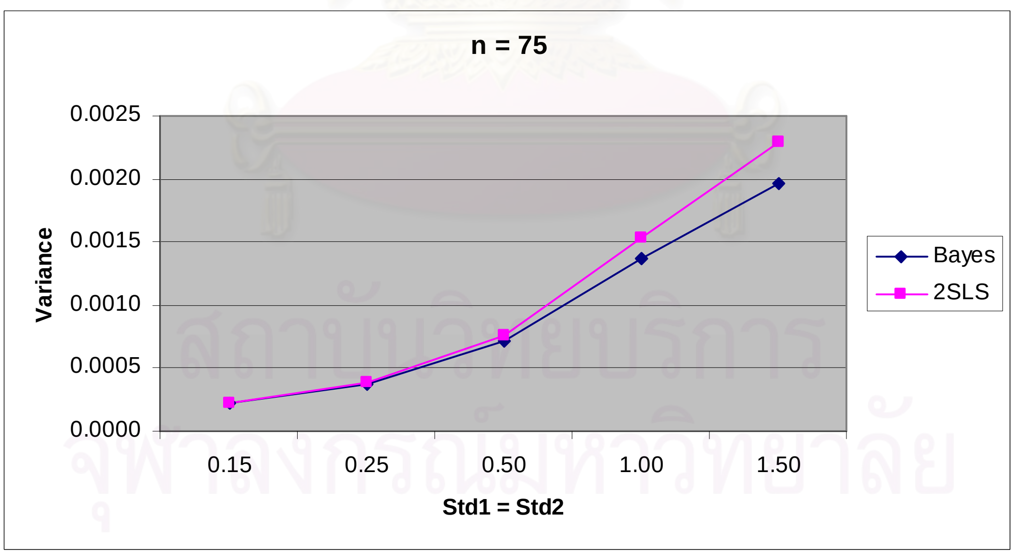
แผนภาพที่ 4.73 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



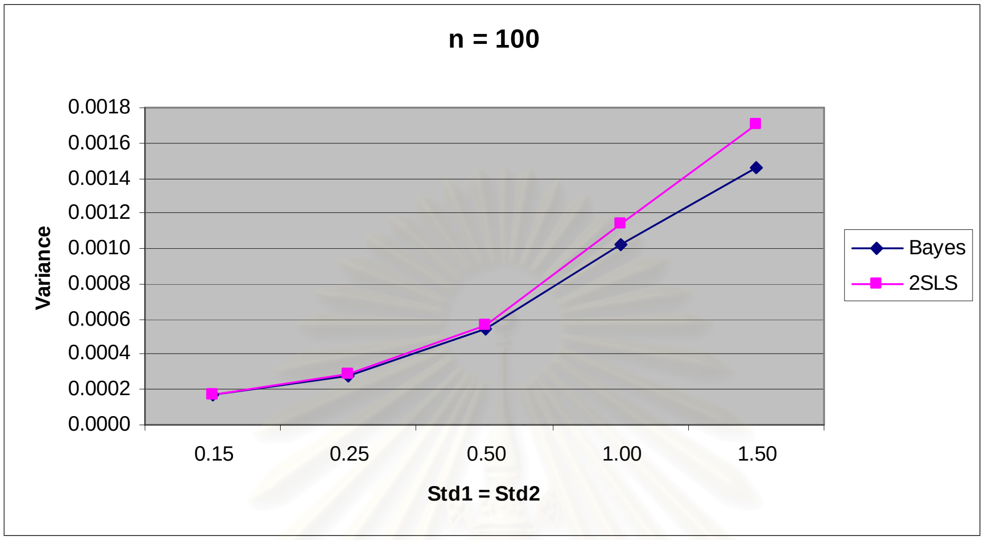
แผนภาพที่ 4.74 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



แผนภาพที่ 4.75 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



แผนภาพที่ 4.76 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



จากตารางที่ 4.23 และ แผนภาพที่ 4.65– 4.76 ข้างต้น ผลสรุปได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับ กรณีก่อนหน้านี้ที่กล่าวมาแล้ว คือ

กรณีที่ 1 เมื่อให้ค่า σ_1 = σ_2 มีค่าเพิ่มมากขึ้นไป และกำหนดให้ขนาดตัวอย่างคงที่ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า σ_1 = σ_2 ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า σ_1 = σ_2 ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า σ_1 = σ_2 เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป แต่ค่าทั้งสองมีความต่างกันลดลงเมื่อเทียบกับกรณีก่อนหน้านี้ สาเหตุเนื่องมาจากค่า σ_β^2 ที่เพิ่มขึ้น

กรณีที่ 2 เมื่อค่า σ_1 = σ_2 มีค่าเพิ่มมากขึ้นไปและขนาดตัวอย่างก็เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า σ_1 = σ_2 ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า σ_1 = σ_2 ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากว่าที่ใช้วิธีเบส์ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่มากกว่าพบว่าค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะ

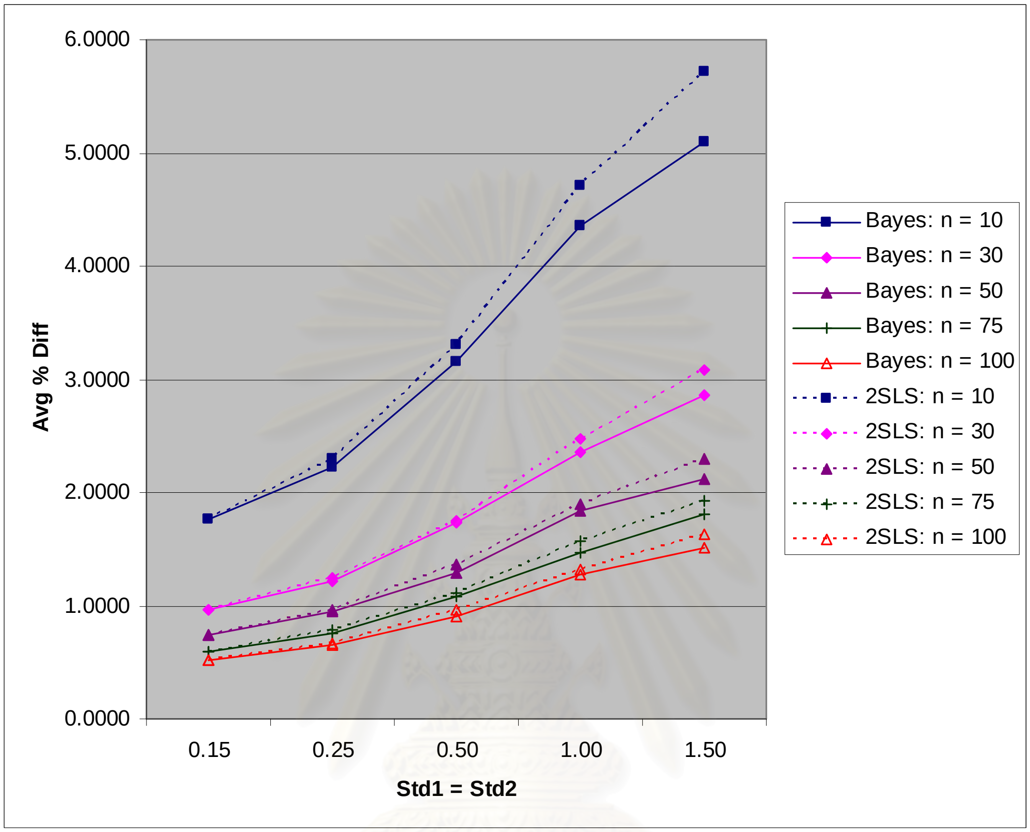
มีค่าต่ำกว่าในทุกกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้นเท่ากัน ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

4.2.4 การศึกษาว่าเมื่อค่า $\sigma_1=\sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลอย่างไรต่อการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยด้วยวิธีทั้งสองที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N (μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

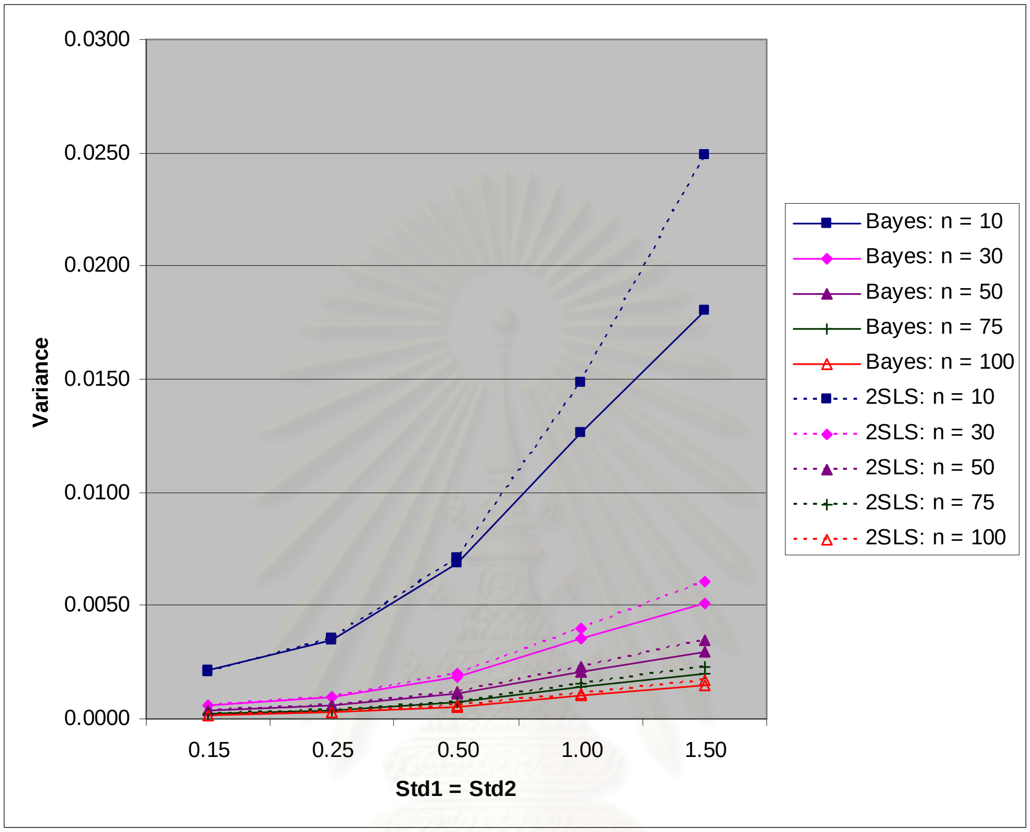
ตารางที่ 4.24 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N (μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			$\sigma_1 = \sigma_2$					
			0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
n = 10	Bayes	Beta	1.9989	1.9993	1.9997	1.9998	2.0013	2.0030
		Avg % Diff	1.7628	2.2270	3.1500	3.4133	4.3584	5.0947
		Variance	0.0021	0.0035	0.0068	0.0079	0.0126	0.0180
	2SLS	Beta	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
		Avg % Diff	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
		Variance	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249
n = 30	Bayes	Beta	2.0003	2.0007	2.0015	1.9998	1.9997	1.9998
		Avg % Diff	0.9568	1.2080	1.7396	1.8602	2.3542	2.8618
		Variance	0.0006	0.0010	0.0019	0.0023	0.0036	0.0051
	2SLS	Beta	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
		Avg % Diff	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
		Variance	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061
n = 50	Bayes	Beta	1.9999	2.0002	2.0005	2.0003	1.9998	1.9989
		Avg % Diff	0.7353	0.9434	1.2959	1.4359	1.8324	2.1139
		Variance	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0021	0.0030
	2SLS	Beta	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
		Avg % Diff	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
		Variance	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035
n = 75	Bayes	Beta	2.0001	2.0002	1.9999	2.0007	2.0005	1.9996
		Avg % Diff	0.5984	0.7590	1.0791	1.1742	1.4637	1.8063
		Variance	0.0002	0.0004	0.0007	0.0009	0.0014	0.0020
	2SLS	Beta	1.9999	2.0001	2.0005	1.9990	1.9999	2.0001
		Avg % Diff	0.5912	0.7812	1.1170	1.1995	1.5681	1.9190
		Variance	0.0002	0.0004	0.0008	0.0009	0.0015	0.0023
n = 100	Bayes	Beta	2.0001	2.0002	1.9993	1.9998	2.0004	1.9995
		Avg % Diff	0.5162	0.6554	0.9074	0.9981	1.2696	1.5103
		Variance	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0010	0.0015
	2SLS	Beta	2.0002	1.9999	2.0000	2.0008	2.0001	1.9996
		Avg % Diff	0.5198	0.6722	0.9615	1.0306	1.3194	1.6256
		Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0007	0.0011	0.0017

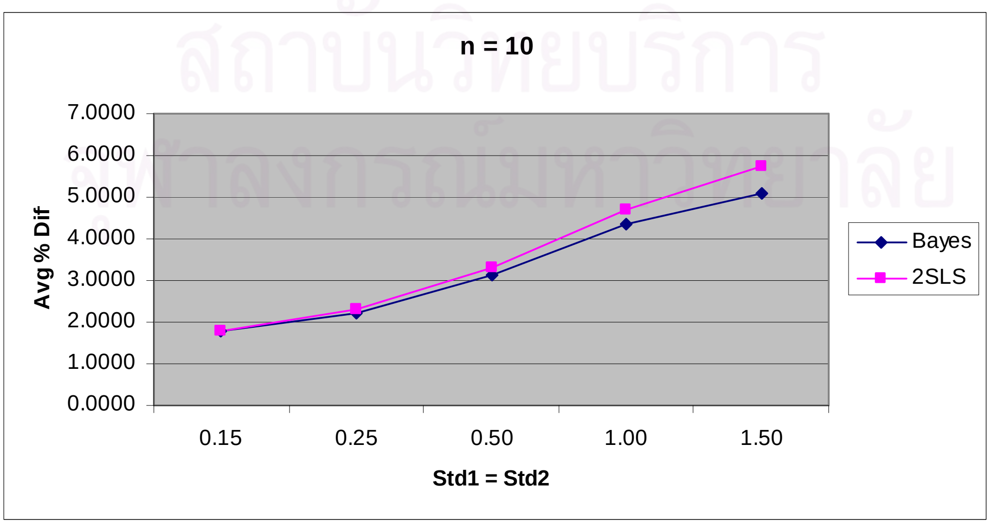
แผนภาพที่ 4.77 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



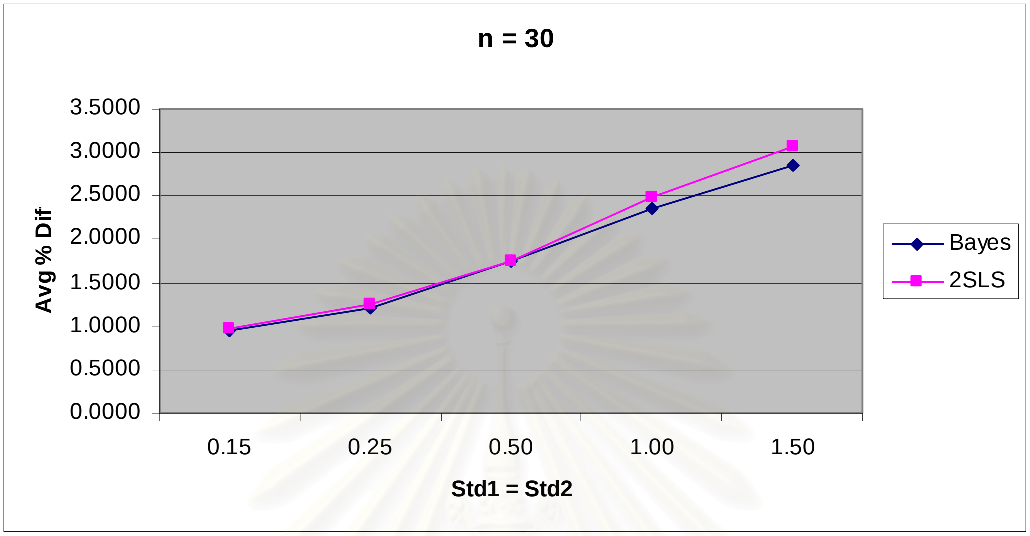
แผนภาพที่ 4.78 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n ต่างๆ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



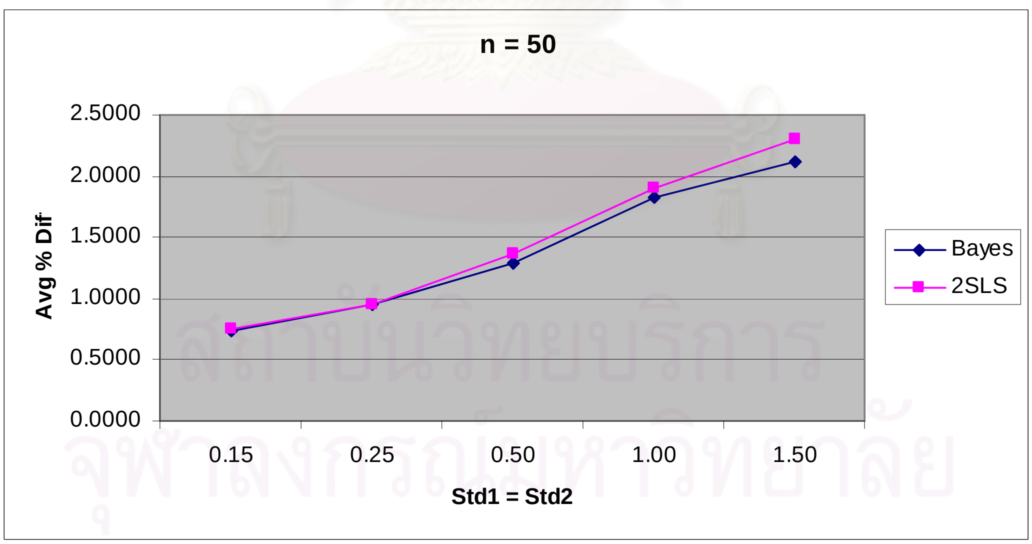
แผนภาพที่ 4.79 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



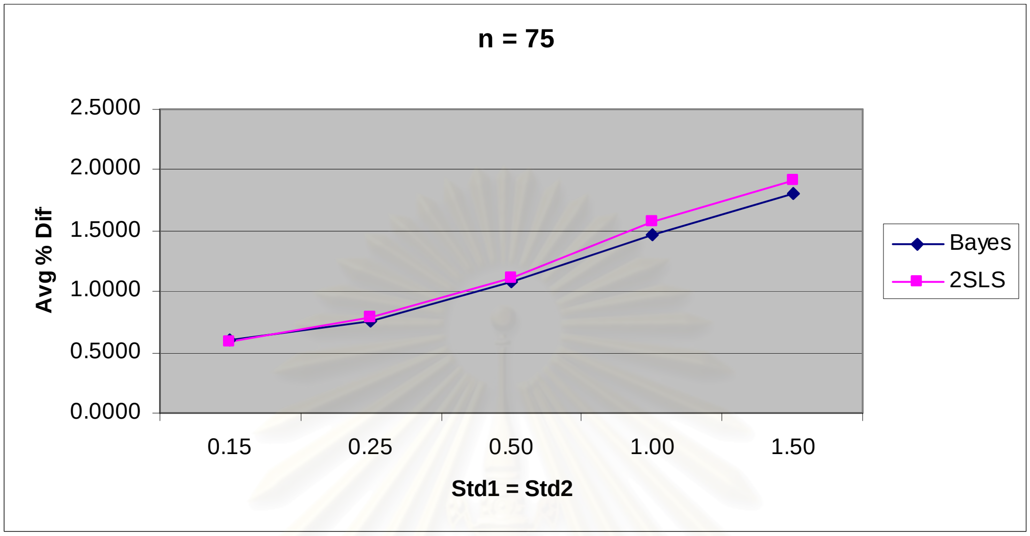
แผนภาพที่ 4.80 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



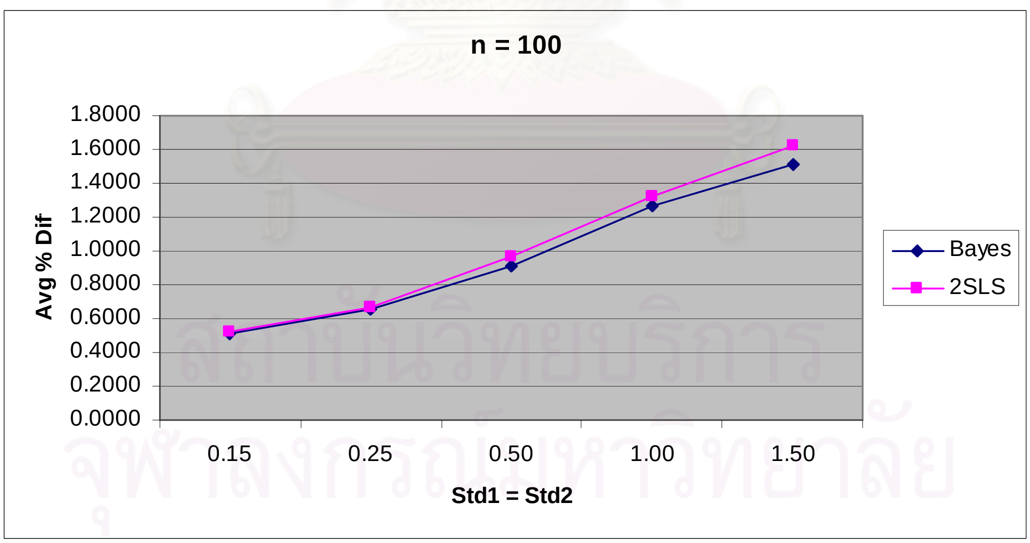
แผนภาพที่ 4.81 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



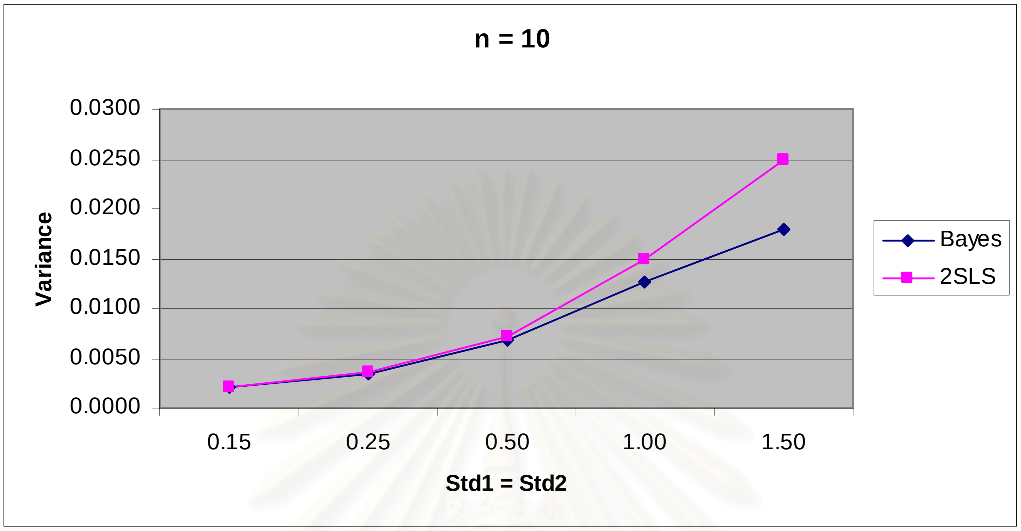
แผนภาพที่ 4.82 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



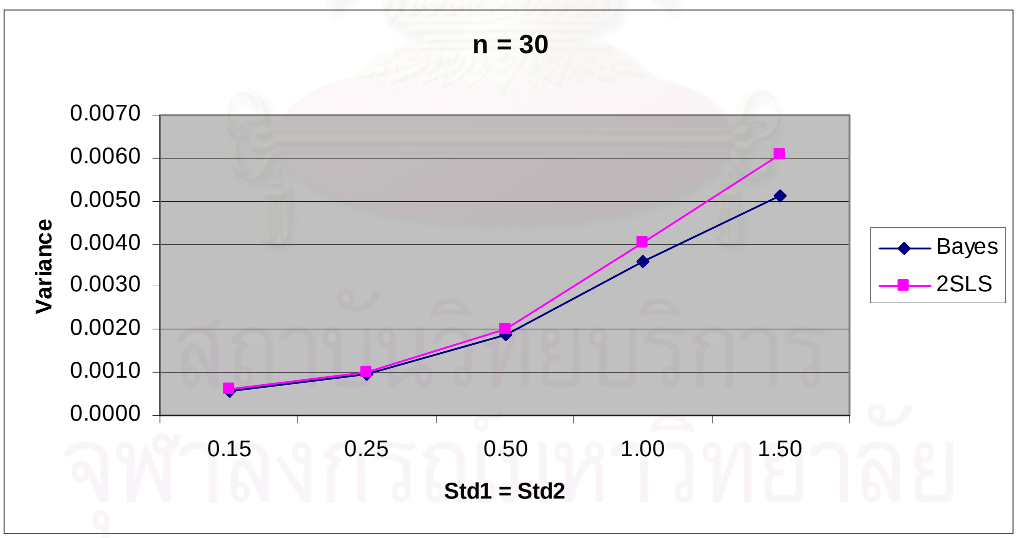
แผนภาพที่ 4.83 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



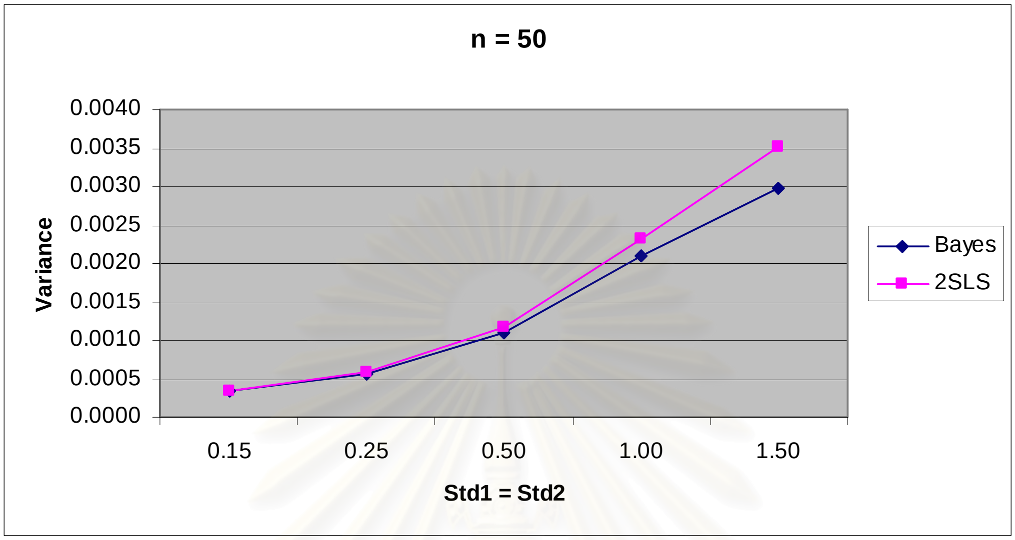
แผนภาพที่ 4.84 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



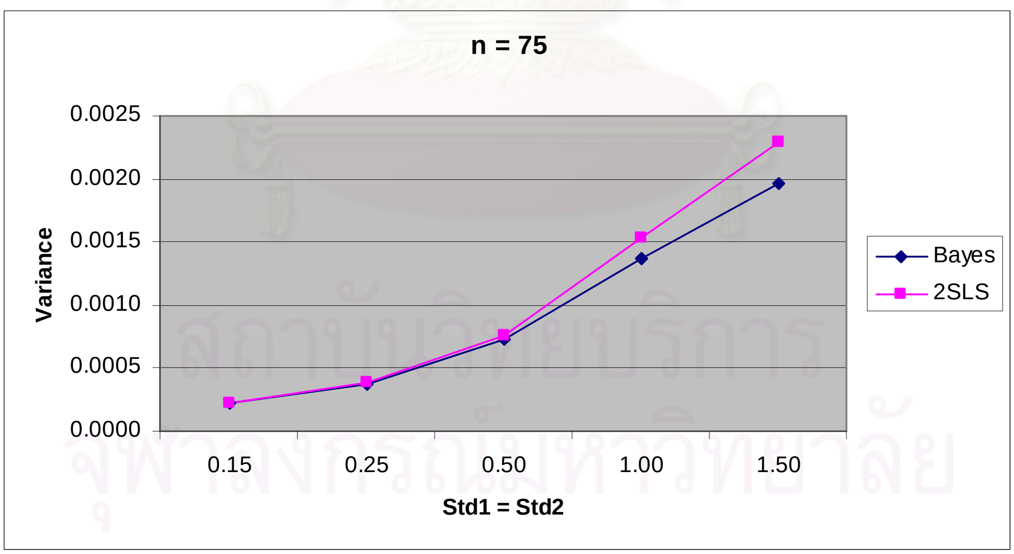
แผนภาพที่ 4.85 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



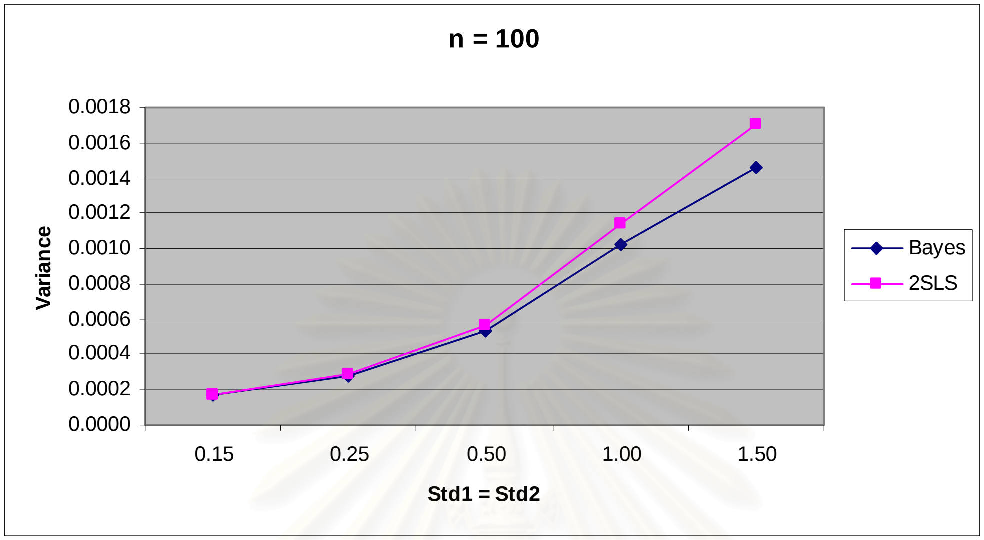
แผนภาพที่ 4.86 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)



แผนภาพที่ 4.87 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =10)



<u>แผนภาพที่ 4.88</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ และ n = 100 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



จากตารางที่ 4.24 และ แผนภาพที่ 4.77– 4.94 ข้างต้น ผลสรุปได้มีลักษณะเช่นเดียวกันกับ กรณีก่อนหน้านี้ที่กล่าวมาแล้ว คือ

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อให้ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไป และกำหนดให้ขนาดตัวอย่างคงที่ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากกว่าที่ใช้วิธีเบส์ ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆ กับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

<u>กรณีที่ 2</u> เมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มมากขึ้นไปและขนาดตัวอย่างก็เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวีธีมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วยและ ค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะมีค่าแตกต่างกันมากขึ้นตามลำดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลต่อค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี 2SLS เพิ่มขึ้นมากกว่าที่ใช้วิธีเบส์ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่มากกว่าพบว่าค่า Average % Difference ที่เพิ่มขึ้นนั้นจะ

มีค่าต่ำกว่าในทุกกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ที่เพิ่มขึ้นเท่ากัน ในลักษณะเดียวกันเมื่อค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ เพิ่มมากขึ้นจะส่งผลต่อค่า Variance ที่ได้จากทั้งสองวิธีคล้ายๆกับค่า Average % Difference ที่เปลี่ยนไป

ผลสรุปที่ได้จาก การศึกษาในหัวข้อ 4.2 เมื่อค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเพิ่มขึ้นจะทำให้ร้อยละของความผิดพลาดของทั้งสองวิธี โดยที่ร้อยละของความผิดพลาดจะแปรผันกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม วิธีการประมาณด้วยวิธีการเบส์ Bayes จะเด่นมากขึ้นเมื่อเทียบกับวิธี 2SLS เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่าเพิ่มขึ้น

4.3 การศึกษาเมื่อค่าความแปรปรวนก่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.3.1 ศึกษากรณีที่ขนาดตัวอย่าง n=10 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ มีขนาดต่างๆ โดยแสดงในตารางประมวลผลที่ 4.25 - 4.28

ตารางที่ 4.25 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9999	1.9975	1.9988	1.9979	1.9951	1.9940	1.9907
	Avg % Diff	1.4144	1.7094	2.1673	2.6206	3.1228	3.8569	4.2860
	Variance	0.0013	0.0020	0.0032	0.0057	0.0067	0.0098	0.0130
2SLS	Beta	2.0009	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
	Avg % Diff	1.4540	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249

ตารางที่ 4.26 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9983	1.9981	1.9967	1.9936	1.9961	1.9899	1.9881
	Avg % Diff	1.4038	1.7390	2.1836	2.7186	3.3189	3.8332	4.3352
	Variance	0.0014	0.0020	0.0033	0.0061	0.0072	0.0107	0.0146
2SLS	Beta	2.0009	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
	Avg % Diff	1.4540	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249

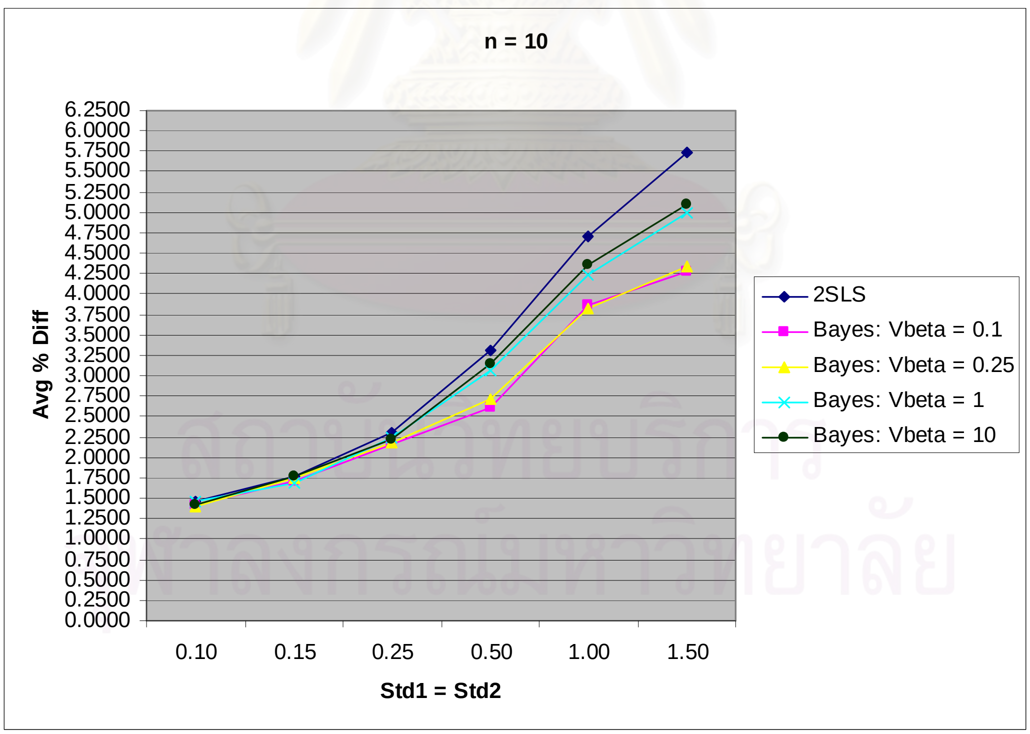
ตารางที่ 4.27 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9993	2.0007	1.9985	1.9986	2.0004	2.0034	1.9986
	Avg % Diff	1.4514	1.6961	2.2373	3.0724	3.3927	4.2288	4.9992
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0067	0.0080	0.0127	0.0177
2SLS	Beta	2.0009	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
	Avg % Diff	1.4540	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249

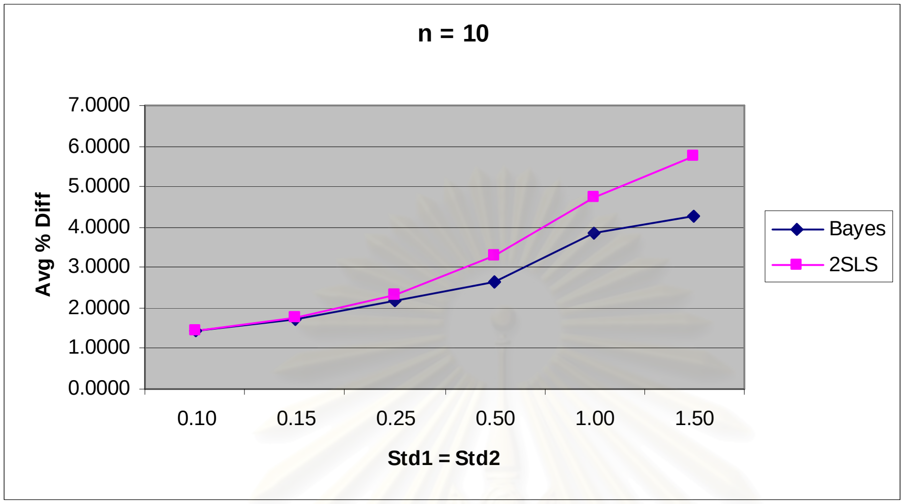
ตารางที่ 4.28 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9997	1.9989	1.9993	1.9997	1.9998	2.0013	2.0030
	Avg % Diff	1.4241	1.7628	2.2270	3.1500	3.4133	4.3584	5.0947
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0068	0.0079	0.0126	0.0180
2SLS	Beta	2.0009	1.9989	2.0008	2.0018	1.9994	1.9984	1.9992
	Avg % Diff	1.4540	1.7641	2.3009	3.2998	3.5574	4.7104	5.7259
	Variance	0.0014	0.0021	0.0035	0.0071	0.0088	0.0149	0.0249

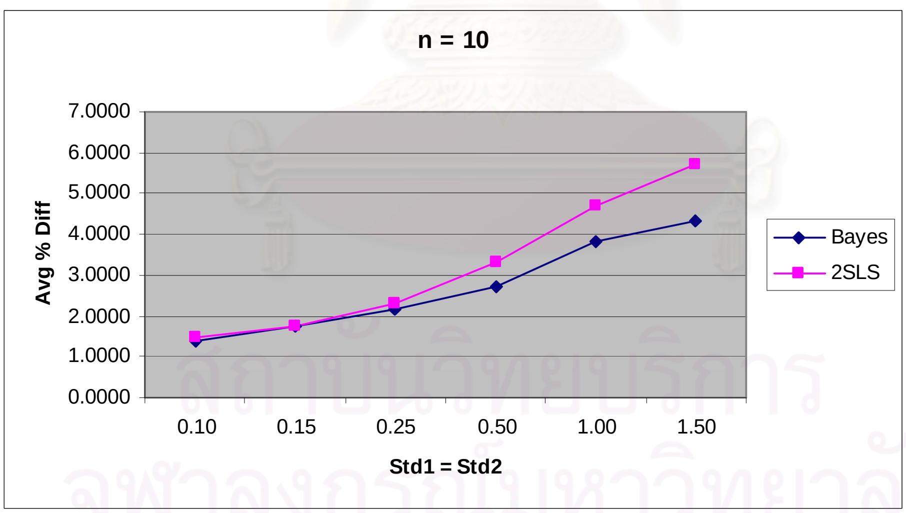
แผนภาพที่ 4.89 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



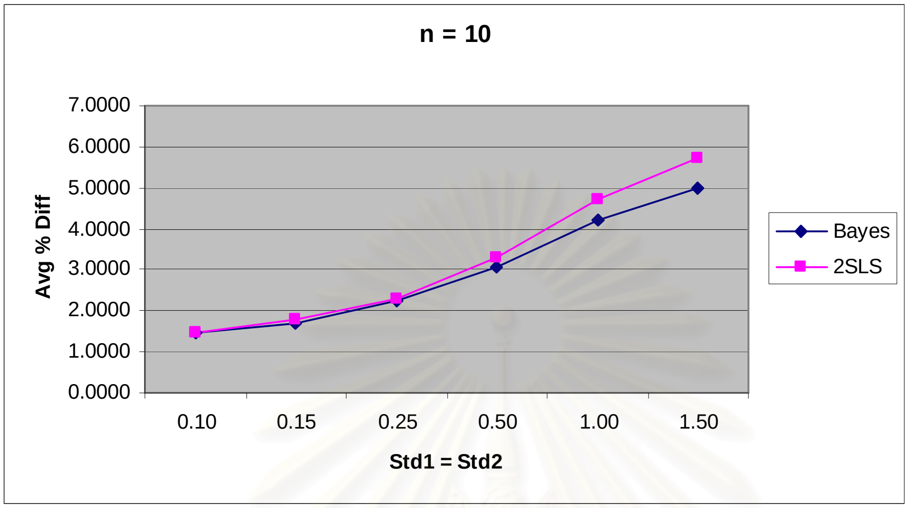
แผนภาพที่ 4.90 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



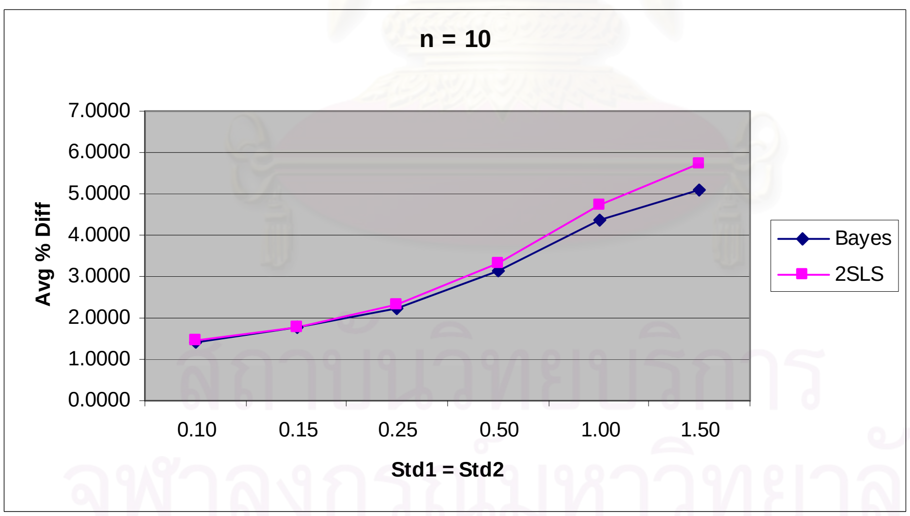
แผนภาพที่ 4.91 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



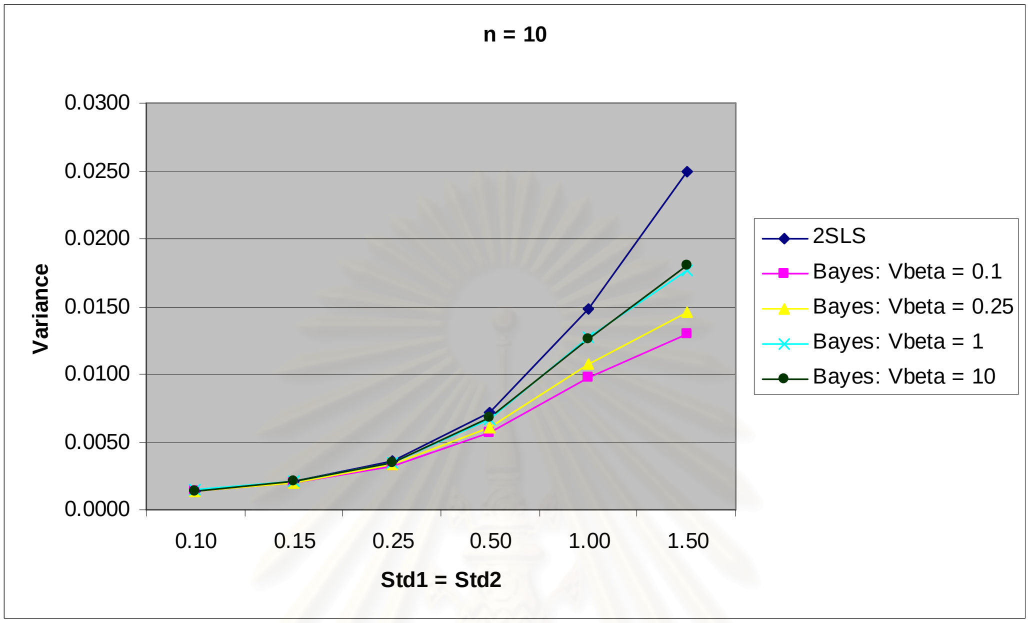
แผนภาพที่ 4.92 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



แผนภาพที่ 4.93 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



<u>แผนภาพที่ 4.94</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



จากตารางที่ 4.25 – 4.28 และ แผนภาพที่ 4.89 – 4.94 ผลสรุปที่ได้เป็นดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อขนาดค่า σ_β^2 มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes โดยที่ ถ้า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 0.1,0.25 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าต่ำ ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีจะแตกต่างกันมาก แต่เมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 1 ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจะเริ่มมีความแตกต่างกันลดลง และเมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 10 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าสูง ก็จะทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีการทั้งสองยิ่งเข้าใกล้กัน ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากว่า ค่า σ_β^2 ที่ขนาดต่างๆกันจะส่งผลต่อ ประสิทธิภาพของการประมาณการด้วยวิธีเบส์ Bayes โดยที่ถ้าหากค่า σ_β^2 มีขนาดที่สูงเกินไปจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes มีประสิทธิภาพต่ำลง (Average % Difference) และเมื่อพิจารณาค่า Variance ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธี พบว่าเมื่อค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น ค่า Variance ที่ได้ จะมีค่าเข้าใกล้กันยิ่งขึ้น

<u>กรณีที่2</u> เมื่อ $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference และ Variance จากทั้งสองแนวทางมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย แต่ค่าทั้งสองที่ได้จากการประมาณจากทั้งสองแนวทางจะมีความแตกต่างกันเพิ่มมากขึ้น

ผลข้อสรุปที่ได้จากกรณีนี้พบว่า หากค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น จะส่งผลทำให้ความเด่นจากการประมาณด้วยวิธีเบย์ลดลง และเมื่อ $\sigma_1 = \sigma_2$ จะส่งผลให้การประมาณด้วยวิธีเบส์เป็นตัวประมาณที่เด่นกว่าเมื่อเทียบกับการประมาณด้วยวิธี 2SLS

4.3.2 ศึกษากรณีที่ขนาดตัวอย่าง n=30 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ มีขนาดต่างๆ โดยแสดงในตารางประมวลผลที่ 4.42 - 4.72

<u>ตารางที่ 4.29</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9998	1.9993	1.9995	1.9985	1.9981	1.9994	1.9971
	Avg % Diff	0.7705	0.9472	1.2206	1.6644	1.8131	2.2543	2.6081
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0018	0.0022	0.0034	0.0048
2SLS	Beta	2.0000	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
	Avg % Diff	0.7785	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061

<u>ตารางที่ 4.30</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	2.0004	1.9995	1.9988	1.9979	1.9975	1.9952	1.9964
	Avg % Diff	0.7841	0.9567	1.2303	1.6646	1.8339	2.3294	2.6117
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0018	0.0022	0.0033	0.0047
2SLS	Beta	2.0000	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
	Avg % Diff	0.7785	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061

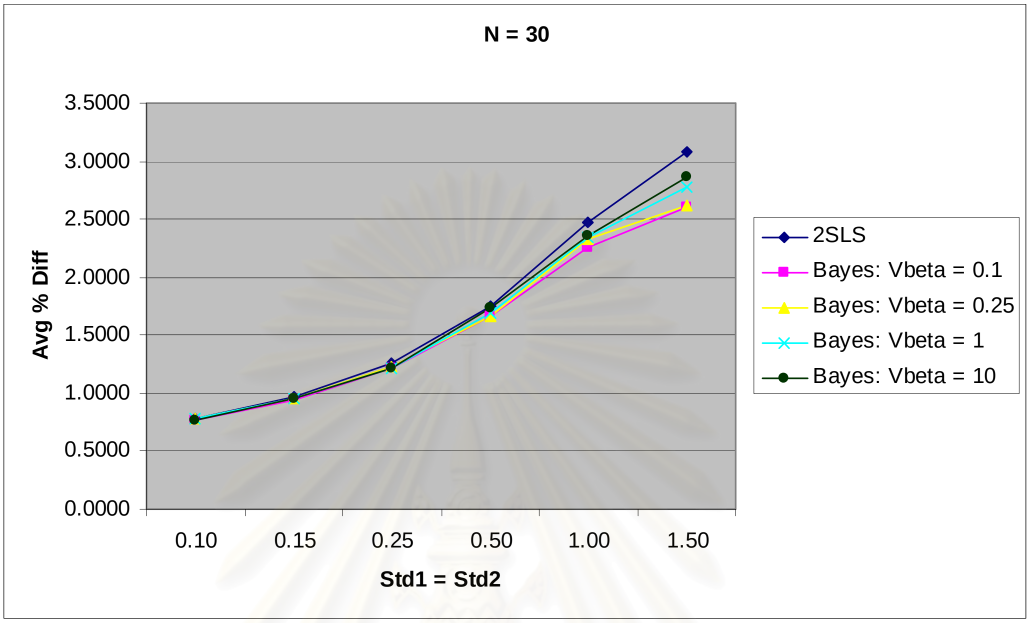
<u>ตารางที่ 4.31</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9997	1.9996	1.9994	2.0004	2.0005	1.9991	1.9998
	Avg % Diff	0.7845	0.9519	1.2170	1.6970	1.8787	2.3416	2.7815
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0019	0.0022	0.0036	0.0051
2SLS	Beta	2.0000	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
	Avg % Diff	0.7785	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061

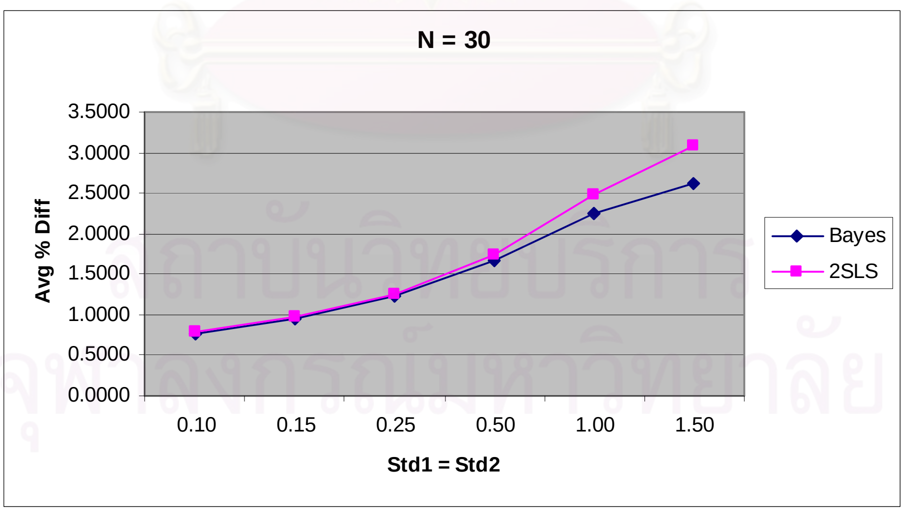
<u>ตารางที่ 4.32</u> การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	2.0001	2.0003	2.0007	2.0015	1.9998	1.9997	1.9998
	Avg % Diff	0.7735	0.9568	1.2080	1.7396	1.8602	2.3542	2.8618
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0019	0.0023	0.0036	0.0051
2SLS	Beta	2.0000	1.9997	1.9999	1.9995	1.9992	2.0010	2.0002
	Avg % Diff	0.7785	0.9644	1.2517	1.7483	1.9175	2.4769	3.0771
	Variance	0.0004	0.0006	0.0010	0.0020	0.0024	0.0040	0.0061

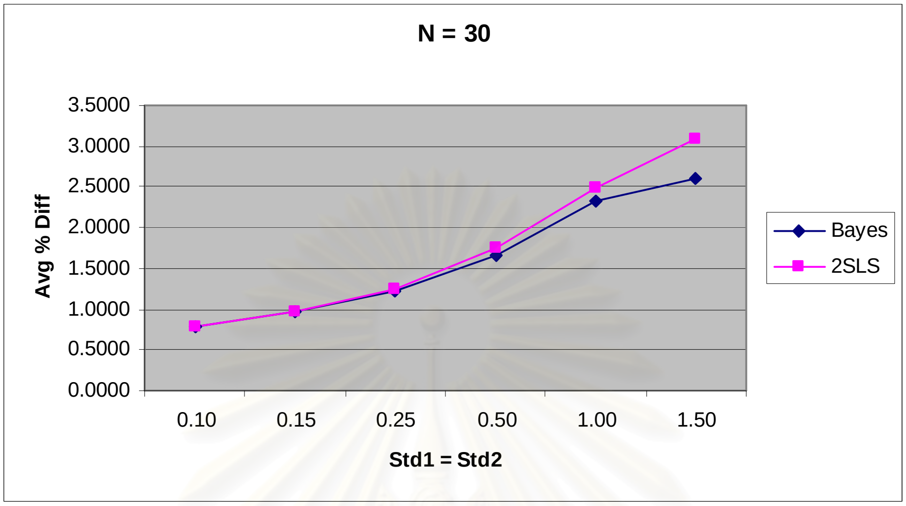
แผนภาพที่ 4.95 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



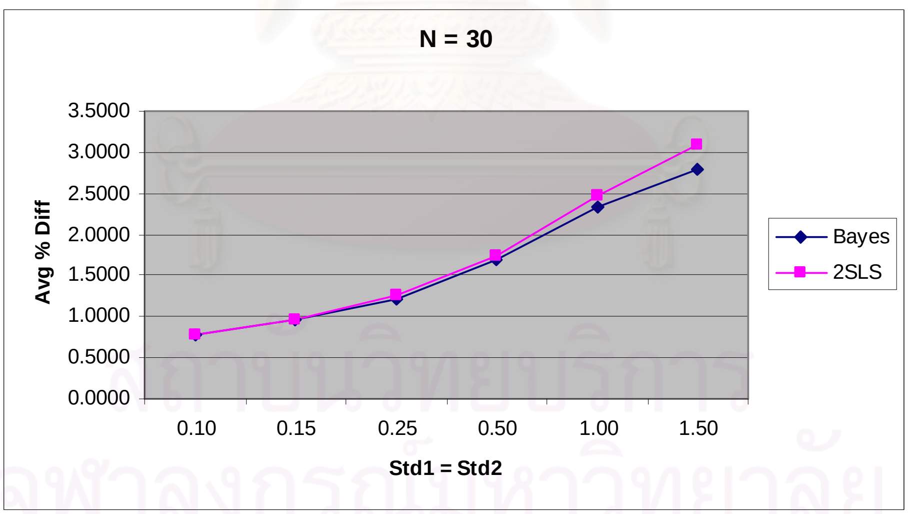
แผนภาพที่ 4.96 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



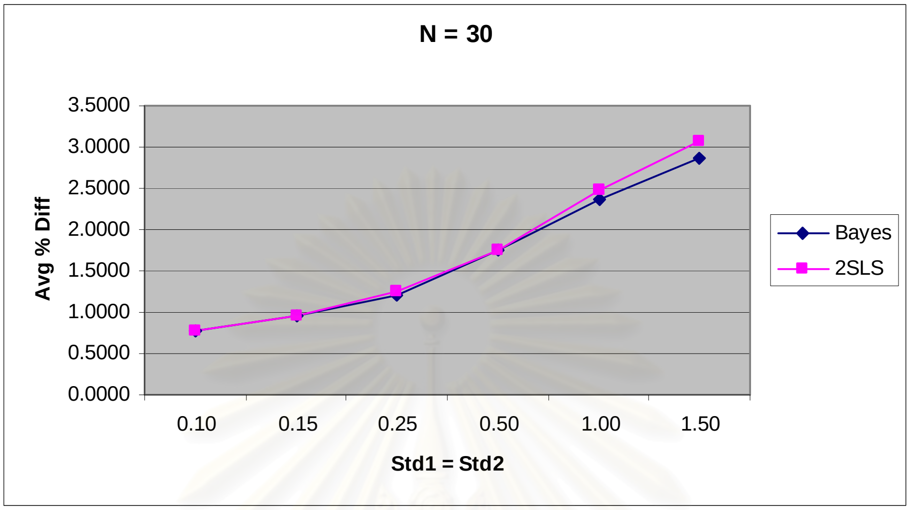
แผนภาพที่ 4.97 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



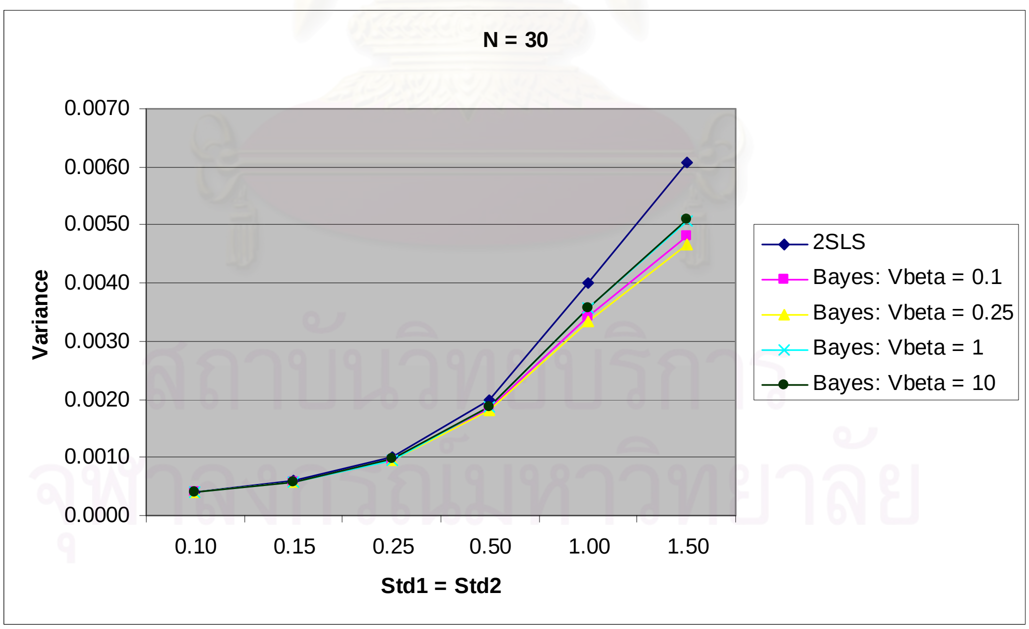
แผนภาพที่ 4.98 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =1)



แผนภาพที่ 4.99 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



แผนภาพที่ 4.100 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



จากตารางที่ 4.29 – 4.32 และ แผนภาพที่ 4.95 – 4.100 ผลสรุปที่ได้มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ดังที่กล่าวมาแล้ว แต่ความแตกต่างของ Average % Difference และ Variance จะแตกต่างกันน้อยกว่า อันเนื่องมาจากขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาด

ใหญ่ขึ้น ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากว่าเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ค่าประมาณที่ได้จากทั้งสองวิธี จะมีค่าลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง จึงทำให้ Average % Difference จากทั้งสองแตกต่างกันลดลง และผลสรุปที่ได้กรณีนี้คือ

<u>กรณีที่ 1</u> เมื่อขนาดค่า σ_β^2 มีค่าเพิ่มขึ้น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดยังคงเป็นวิธีที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes โดยที่ ถ้า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 0.1,0.25 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าต่ำ ค่า Average % Difference ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีจะแตกต่างกันมาก แต่เมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 1 ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจะเริ่มมีความแตกต่างกันลดลง และเมื่อค่า σ_β^2 มีค่าเท่ากับ 10 หรือกล่าวได้ว่ามีค่าสูง ก็จะทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีการทั้งสองยิ่งเข้าใกล้กัน ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากว่า ค่า σ_β^2 ที่ขนาดต่างๆกันจะส่งผลต่อ ประสิทธิภาพของการประมาณการด้วยวิธีเบส์ Bayes โดยที่ถ้าหากค่า σ_β^2 มีขนาดที่สูงเกินไปจะส่งผลทำให้ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes มีประสิทธิภาพต่ำลง (Average % Difference) และเมื่อพิจารณาค่า Variance ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธี พบว่าเมื่อค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น ค่า Variance ที่ได้ จะมีค่าเข้าใกล้กันยิ่งขึ้น

<u>กรณีที่2</u> เมื่อ $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้ค่า Average % Diff และ Variance จากทั้งสองแนวทางมีค่าเพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่าทั้ง Average % Difference และ Variance ที่ได้จากการประมาณทั้งสองวิธีการนั้น แปรผันกับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ โดยค่าทั้งสองที่ได้จากการประมาณจากทั้งสองแนวทางจะมีความแตกต่างกันเพิ่มมากขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น σ_β^2 เป็นปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อค่า Average % Diff และ Variance ที่ได้จากการประมาณด้วยวิธีเบส์ อีกทั้งค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนที่เพิ่มขึ้น ก็จะส่งผลกระทบกับค่า Average % Difference และ Variance ที่ได้จากการประมาณทั้งสองวิธี โดยที่ถ้าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่ายิ่งมาก ตัวประมาณจากเบส์ยิ่งจะมีความเด่นกว่าเมื่อเทียบกับ 2SLS

4.3.3 ศึกษากรณีที่ขนาดตัวอย่าง n = 50 และ $\sigma_1 = \sigma_2$ มีขนาดต่างๆ โดยแสดงในตารางประมวลผลที่ 4.42 - 4.72

ตารางที่ 4.33 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	2.0000	1.9996	1.9994	1.9993	1.9990	2.0002	2.0000
	Avg % Diff	0.5949	0.7312	0.9355	1.3008	1.4026	1.7564	2.0714
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0020	0.0029
2SLS	Beta	2.0001	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
	Avg % Diff	0.5989	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035

ตารางที่ 4.34 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9998	2.0002	1.9999	1.9989	1.9987	1.9991	1.9977
	Avg % Diff	0.6006	0.7395	0.9365	1.3319	1.4297	1.7718	2.0985
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0020	0.0028
2SLS	Beta	2.0001	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
	Avg % Diff	0.5989	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035

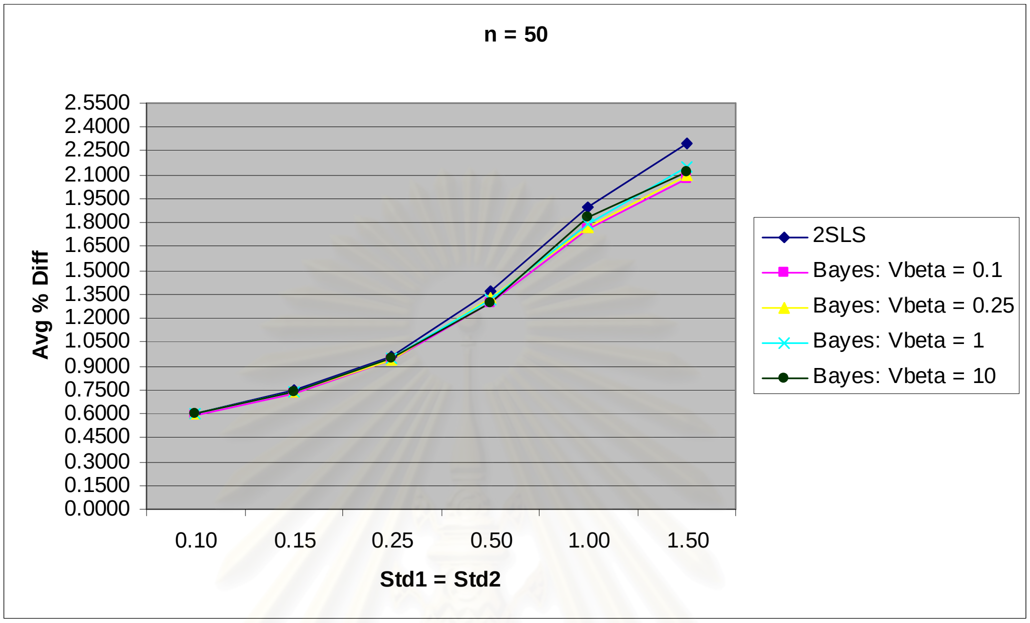
ตารางที่ 4.35 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9999	1.9997	2.0000	2.0002	1.9995	2.0016	1.9997
	Avg % Diff	0.5963	0.7341	0.9442	1.3184	1.4363	1.7895	2.1481
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0021	0.0030
2SLS	Beta	2.0001	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
	Avg % Diff	0.5989	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035

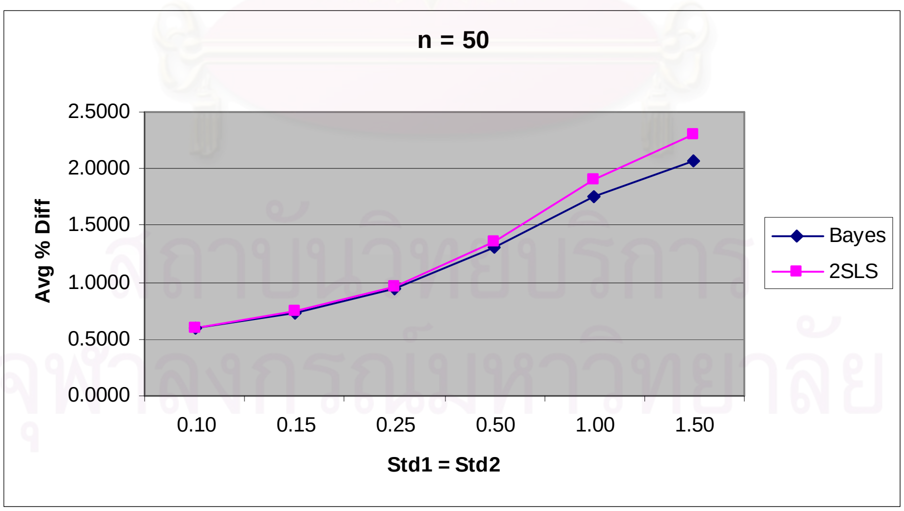
ตารางที่ 4.36 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$		$\sigma_1 = \sigma_2$						
		0.10	0.15	0.25	0.50	0.60	1.00	1.50
Bayes	Beta	1.9998	1.9999	2.0002	2.0005	2.0003	1.9998	1.9989
	Avg % Diff	0.5996	0.7353	0.9434	1.2959	1.4359	1.8324	2.1139
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0011	0.0013	0.0021	0.0030
2SLS	Beta	2.0001	1.9998	1.9997	1.9998	1.9998	2.0012	2.0012
	Avg % Diff	0.5989	0.7475	0.9564	1.3654	1.4539	1.9011	2.2987
	Variance	0.0002	0.0003	0.0006	0.0012	0.0014	0.0023	0.0035

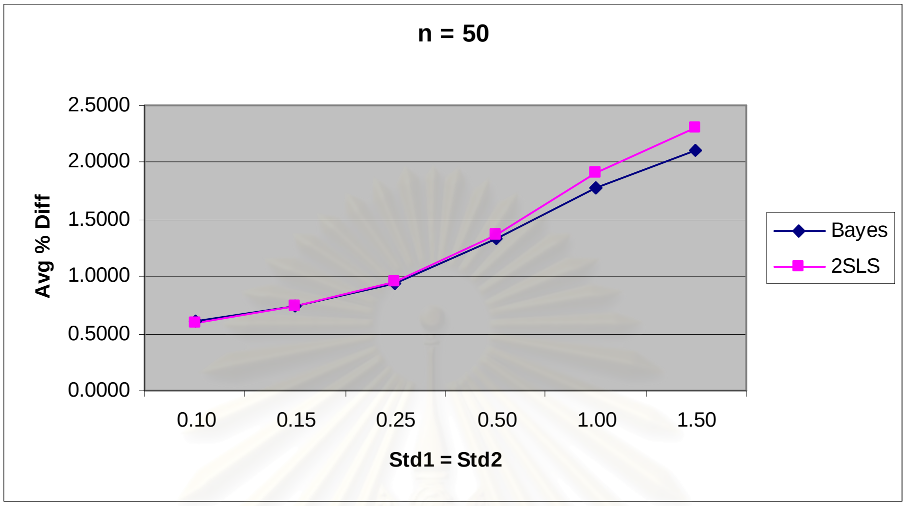
แผนภาพที่ 4.101 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



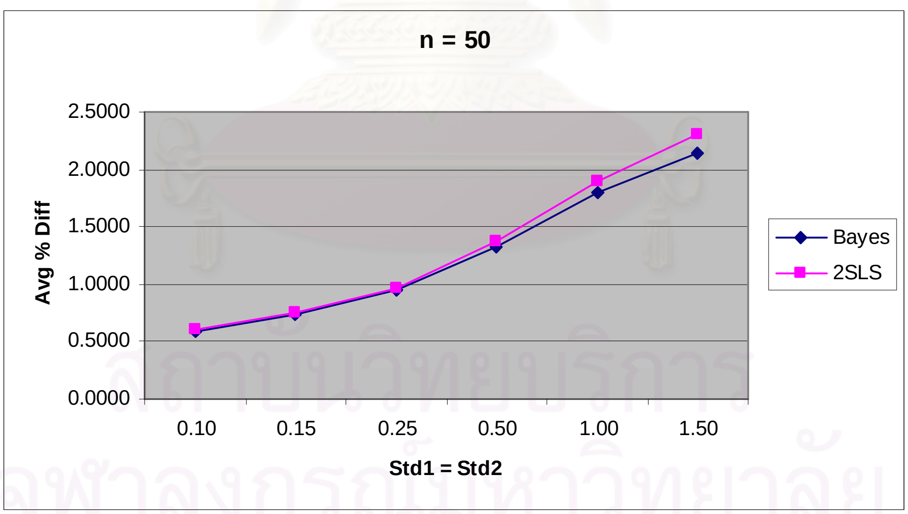
แผนภาพที่ 4.102 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



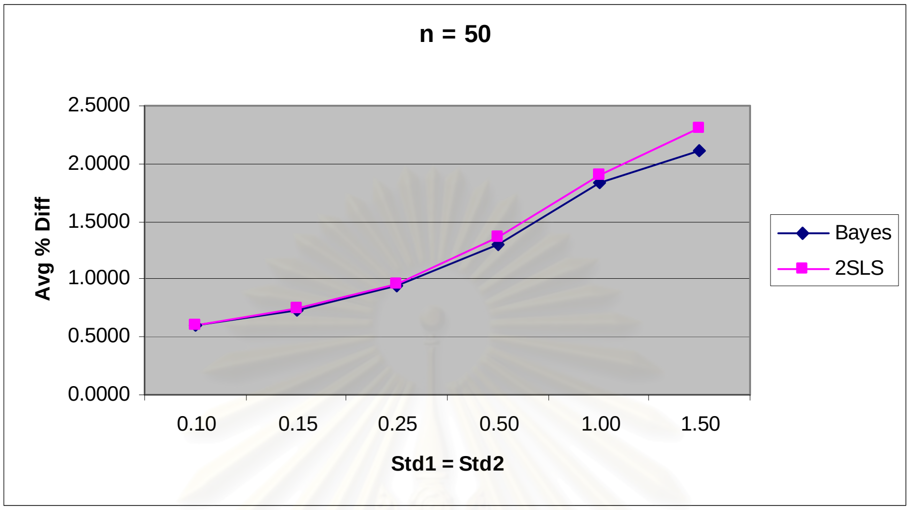
แผนภาพที่ 4.103 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



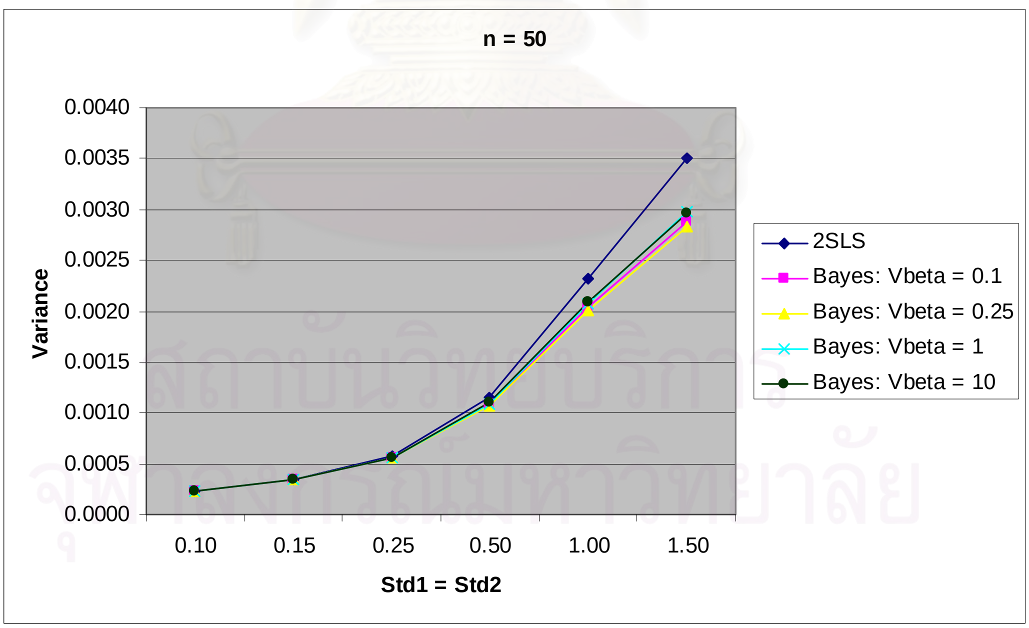
แผนภาพที่ 4.104 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =1)



<u>แผนภาพที่ 4.105</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =10)



<u>แผนภาพที่ 4.106</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Variance ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ ณ ระดับค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ ต่างๆ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1, 0.25, 1, 10)



จากตารางที่ 4.33 – 4.36 และ แผนภาพที่ 4.100 – 4.106 ผลสรุปที่ได้จะมีลักษณะคล้ายคลึงกันกับในกรณีก่อนหน้า แต่ Average % Difference ที่ได้จากทั้งสองวิธีจะต่างกันลดลง

อันเนื่องมาจากขนาดตัวอย่างที่เพิ่มขึ้น ซึ่งจะส่งผลทำให้ค่าประมาณที่ได้จากทั้งสองวิธีลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง

สรุปจากการศึกษาในกรณีที่ 4.3 ปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference ทั้งสองวิธี คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน และขนาดตัวอย่าง โดย Average % Difference จากทั้งสองวิธีจะแปรผันกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง อีกทั้งค่า Average % Difference จากเบส์ Bayes จะแปรผันตรงกับค่า σ_β^2 โดยหากค่า σ_β^2 เพิ่มขึ้น การประมาณจากวิธีเบส์ Bayes จะมีความเด่นลดลง

4.4 การศึกษาเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย γ เพิ่มขึ้น

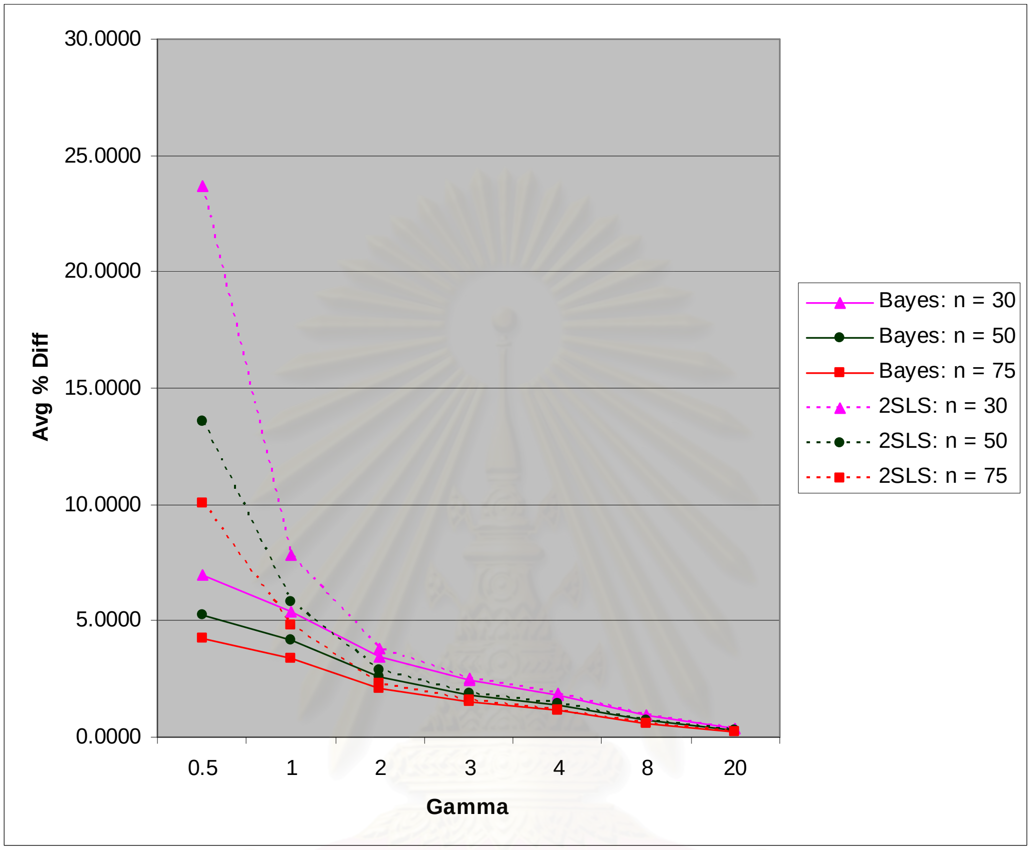
การศึกษานี้เพื่อเปรียบเทียบว่าเมื่อค่า γ มีค่าเปลี่ยนแปลงไป ณ ค่าต่างๆ จะส่งผลกระทบอย่างไรต่อค่าที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธี โดยจะทำการศึกษาเฉพาะกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ เท่ากับ 1 และ σ_β^2 เท่ากับ 0.1 และ 0.25 เท่านั้น

4.4.1 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 20, 30, 50 และ 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1) โดยแสดงในตารางที่ 4.37

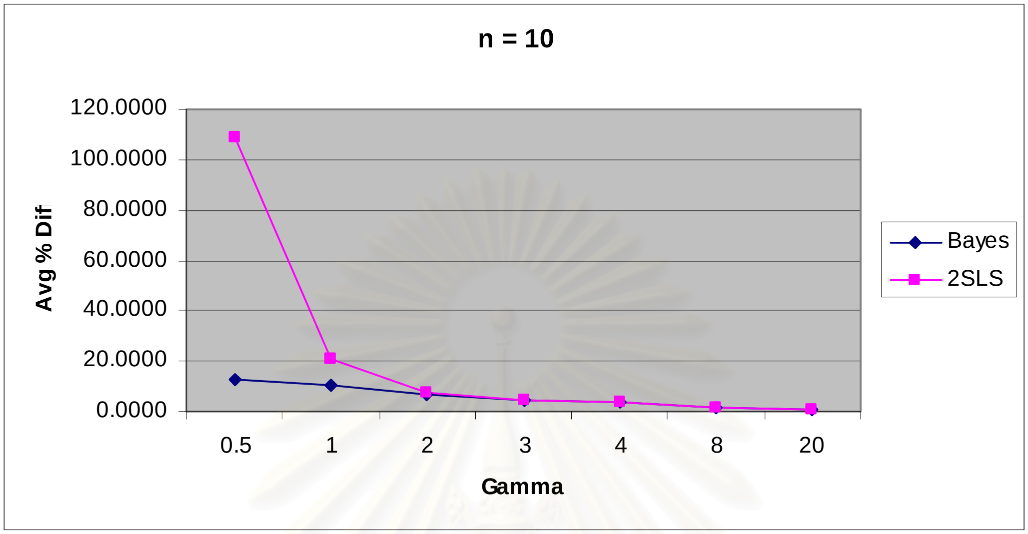
ตารางที่ 4.37 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ และ n ต่างๆ ในกรณีที่ σ_1 = σ_2 = 1 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			γ						
			0.5	1	2	3	4	8	20
n = 10	Bayes	Beta	1.7606	1.8159	1.9033	1.9460	1.9645	1.9911	1.9984
		Avg % Diff	12.6230	10.1950	6.4034	4.4453	3.4356	1.7139	0.6735
		Variance	0.0473	0.0367	0.0194	0.0110	0.0069	0.0019	0.0003
	2SLS	Beta	2.5981	2.0263	1.9974	2.0020	1.9986	2.0007	2.0000
		Avg % Diff	109.13	21.0070	7.2450	4.6329	3.4526	1.7271	0.6718
		Variance	1455.70	3.2360	0.0372	0.0148	0.0082	0.0020	0.0003
n = 20	Bayes	Beta	1.8475	1.8927	1.9485	1.9732	1.9843	1.9957	1.9991
		Avg % Diff	8.7361	6.8151	4.2181	2.9726	2.2395	1.1553	0.4588
		Variance	0.0302	0.0213	0.0099	0.0052	0.0031	0.0009	0.0001
	2SLS	Beta	1.4777	1.9992	1.9979	1.9989	2.0003	2.0000	1.9998
		Avg % Diff	60.5500	9.9727	4.6337	3.0471	2.2898	1.1619	0.4584
		Variance	402.75	0.0732	0.0146	0.0062	0.0035	0.0009	0.0001
n = 30	Bayes	Beta	1.8917	1.9261	1.9665	1.9819	1.9892	1.9972	1.9998
		Avg % Diff	6.9416	5.3967	3.4153	2.4147	1.8171	0.9131	0.3726
		Variance	0.0220	0.0151	0.0067	0.0034	0.0021	0.0005	0.0001
	2SLS	Beta	1.9508	1.9998	2.0008	1.9989	1.9996	2.0000	2.0002
		Avg % Diff	23.6520	7.8322	3.8190	2.5211	1.8820	0.9183	0.3733
		Variance	6.2450	0.0419	0.0092	0.0040	0.0023	0.0006	0.0001
n = 50	Bayes	Beta	1.9292	1.9509	1.9785	1.9897	1.9945	1.9983	1.9998
		Avg % Diff	5.2353	4.1758	2.6082	1.7965	1.3911	0.7119	0.2828
		Variance	0.0142	0.0094	0.0040	0.0020	0.0012	0.0003	0.0001
	2SLS	Beta	2.0050	1.9964	1.9992	2.0001	2.0006	1.9998	2.0000
		Avg % Diff	13.5800	5.7997	2.8646	1.9019	1.4319	0.7156	0.2826
		Variance	0.2903	0.0223	0.0053	0.0023	0.0013	0.0003	0.0001
n = 75	Bayes	Beta	1.9518	1.9678	1.9862	1.9941	1.9959	1.9988	1.9999
		Avg % Diff	4.2351	3.3579	2.0945	1.4808	1.1315	0.5839	0.2333
		Variance	0.0099	0.0064	0.0027	0.0014	0.0008	0.0002	0.0000
	2SLS	Beta	1.9988	2.0017	1.9997	2.0010	2.0000	1.9998	2.0000
		Avg % Diff	10.0410	4.7774	2.2836	1.5651	1.1558	0.5887	0.2338
		Variance	0.0718	0.0143	0.0034	0.0015	0.0009	0.0002	0.0000

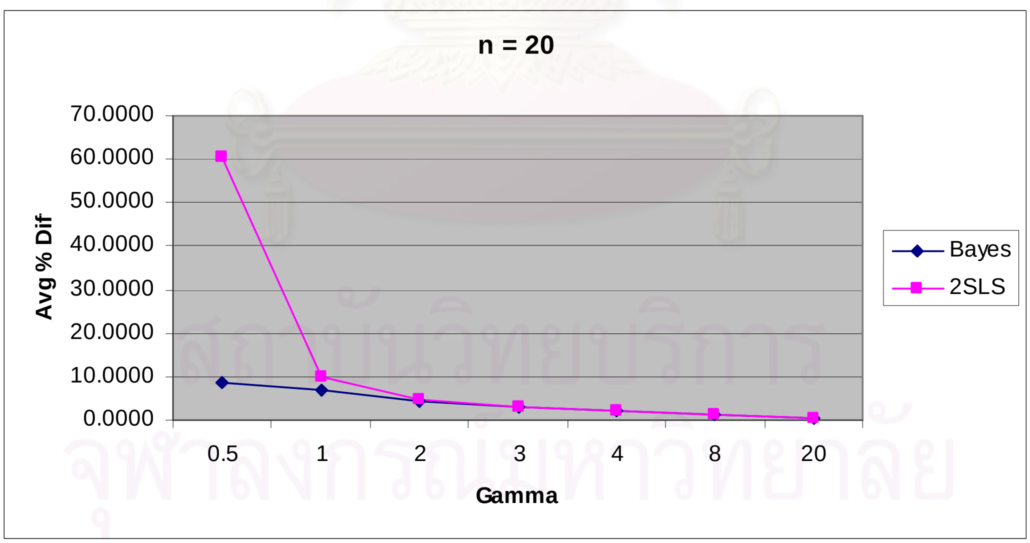
<u>แผนภาพที่ 4.107</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ และ n ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N (μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



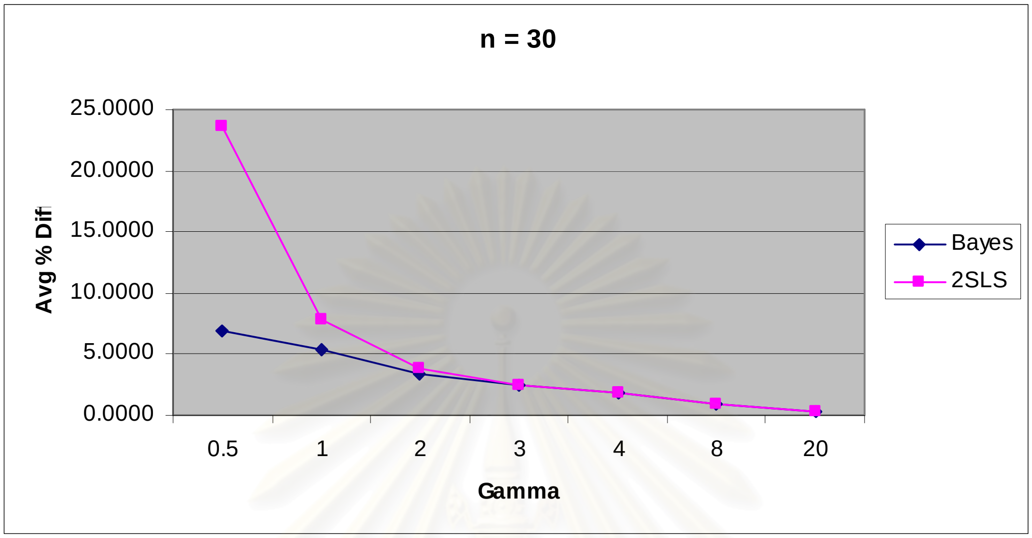
<u>แผนภาพที่ 4.108</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



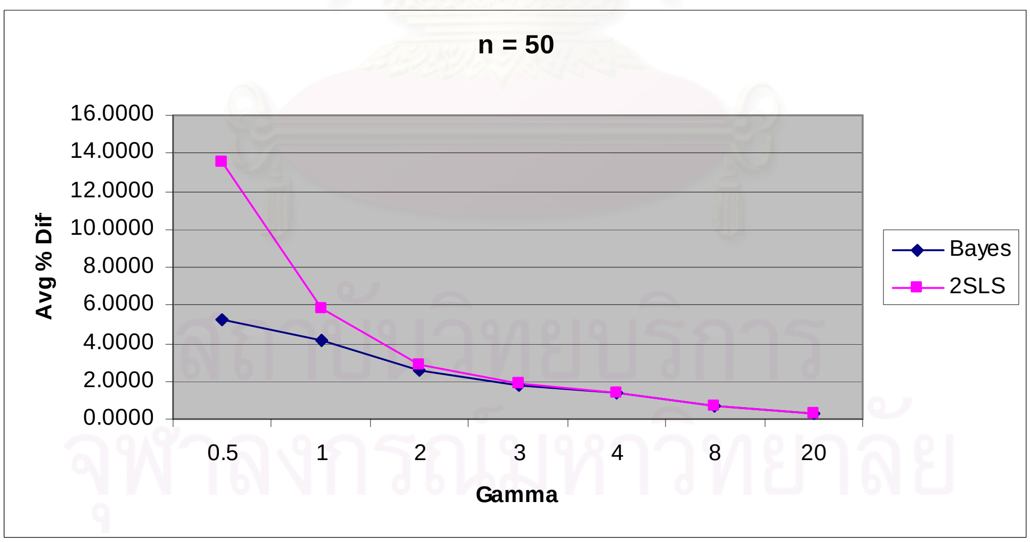
<u>แผนภาพที่ 4.109</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 20 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.1)



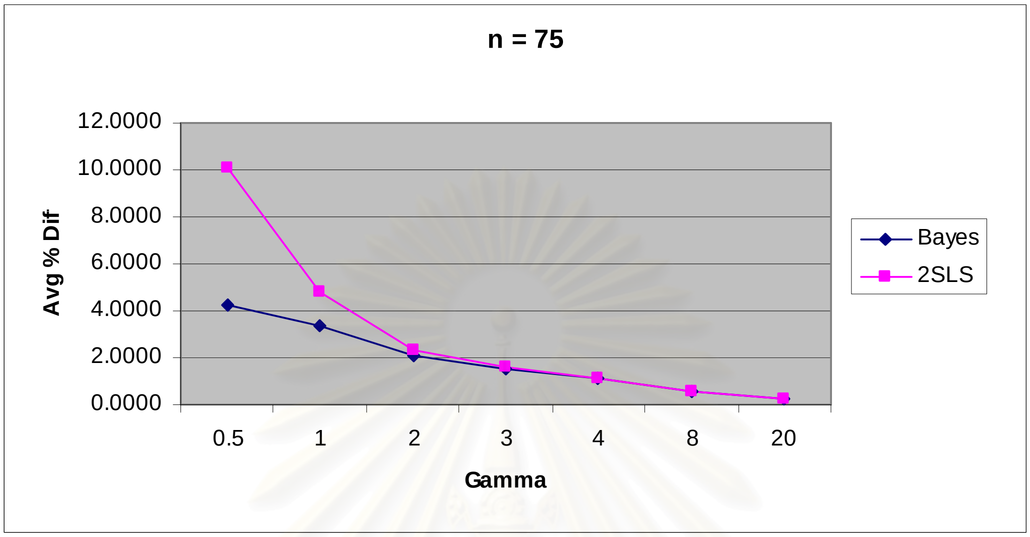
แผนภาพที่ 4.110 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



แผนภาพที่ 4.111 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



<u>แผนภาพที่ 4.112</u> แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.1)



จากตารางที่ 4.37 และ แผนภาพที่ 4.107 – 4.112 ผลสรุปที่ได้เป็นดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อขนาดค่า γ มีค่าต่ำๆ จะพบว่าค่า Average % Difference ที่ได้จากทั้งสองวิธีจะมีค่าสูง โดยที่ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes จะมีค่าน้อยกว่า และถ้าเมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Difference ที่ได้จากสองวิธีลดต่ำลง โดยค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจึงลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปตามลำดับ

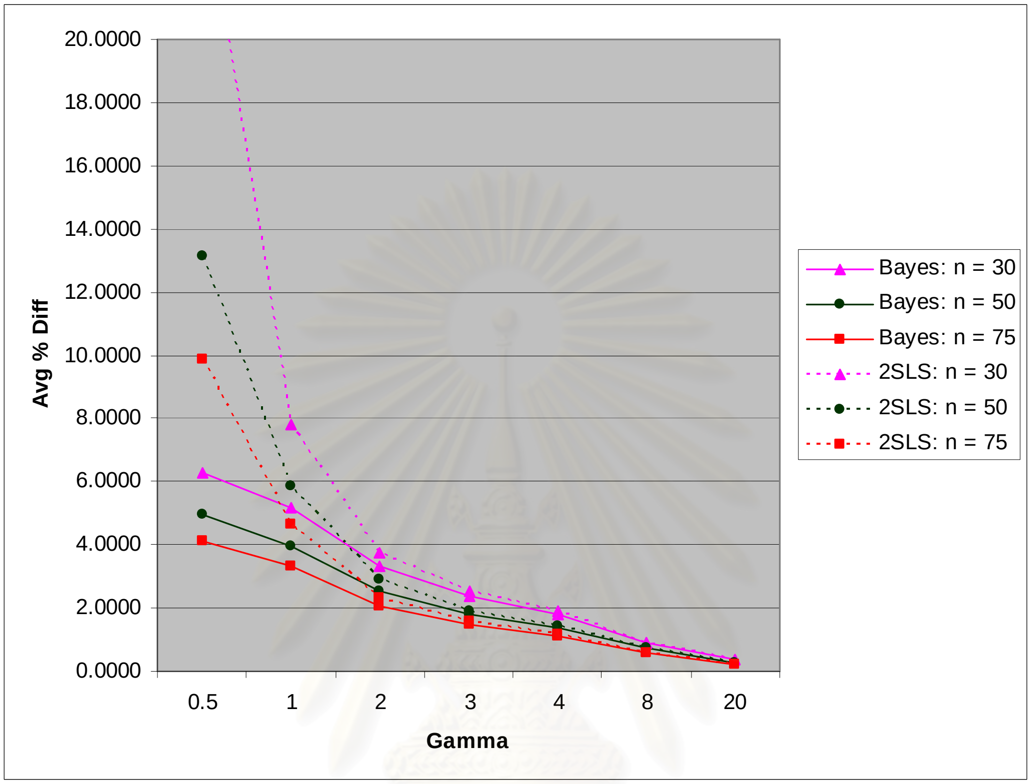
กรณีที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้น พบว่าค่า Average % Difference ที่ได้จากสองวิธีการจะมีค่าลดลง และเมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆจะส่งผลทำให้ Average % Difference ที่ได้จะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วขึ้นกว่ากรณีที่มีขนาดตัวอย่างเล็ก ทั้งนี้เนื่องมาจากสาเหตุที่ว่า เมื่อขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีจะลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง

4.4.2 การประมวลผลในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ที่ขนาดตัวอย่าง 10, 20, 30, 50 และ 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25) โดยแสดงในตารางที่ 4.38

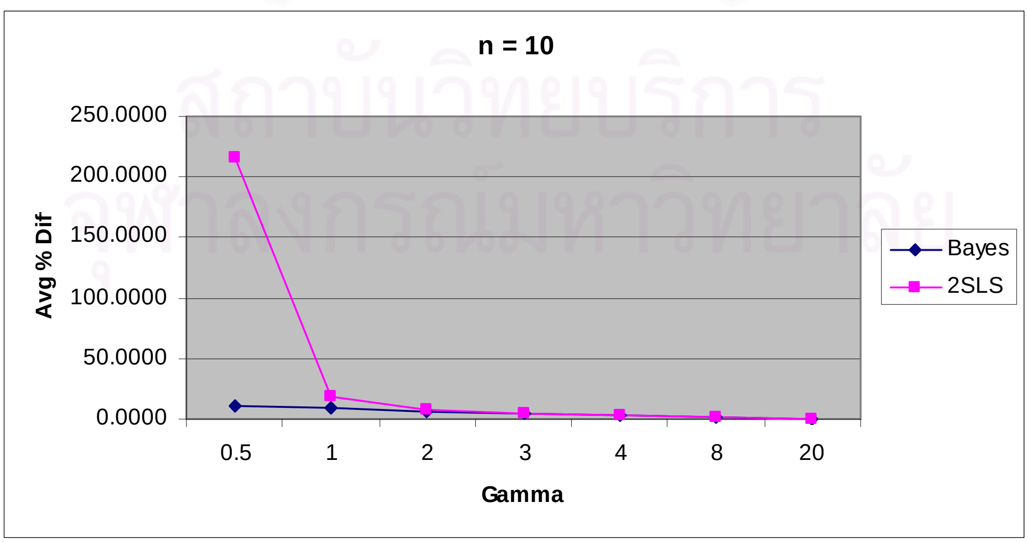
ตารางที่ 4.38 การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ และ n ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)

$\gamma_1 = 3$, $\beta_1 = 2$			γ						
			0.5	1	2	3	4	8	20
n = 10	Bayes	Beta	1.8559	1.9016	1.9534	1.9775	1.9859	1.9961	1.9996
		Avg % Diff	10.5410	8.9318	5.8735	4.2670	3.2060	1.7113	0.6667
		Variance	0.0684	0.0485	0.0226	0.0120	0.0072	0.0020	0.0003
	2SLS	Beta	2.0044	2.0202	2.0002	2.0016	2.0006	2.0000	2.0002
		Avg % Diff	215.55	19.3950	7.0000	4.7433	3.4119	1.7386	0.6681
		Variance	3164.90	2.9751	0.0366	0.0148	0.0079	0.0020	0.0003
n = 20	Bayes	Beta	1.9274	1.9488	1.9791	1.9911	1.9926	1.9991	1.9994
		Avg % Diff	7.7247	6.2213	4.1153	2.9050	2.2559	1.1433	0.4702
		Variance	0.0372	0.0249	0.0107	0.0055	0.0032	0.0008	0.0001
	2SLS	Beta	2.2532	2.0005	1.9992	2.0024	1.9988	2.0008	1.9996
		Avg % Diff	47.8890	9.9579	4.7230	3.1369	2.3237	1.1539	0.4703
		Variance	100.05	0.0740	0.0147	0.0063	0.0035	0.0009	0.0001
n = 30	Bayes	Beta	1.9521	1.9661	1.9855	1.9915	1.9955	1.9988	1.9995
		Avg % Diff	6.2951	5.1523	3.3049	2.3715	1.8070	0.9172	0.3699
		Variance	0.0254	0.0167	0.0069	0.0035	0.0021	0.0005	0.0001
	2SLS	Beta	2.0241	2.0005	1.9994	1.9988	1.9994	2.0000	1.9997
		Avg % Diff	25.0130	7.7985	3.7567	2.5498	1.8738	0.9217	0.3704
		Variance	43.7080	0.0430	0.0091	0.0040	0.0022	0.0006	0.0001
n = 50	Bayes	Beta	1.9702	1.9799	1.9919	1.9963	1.9977	1.9993	1.9998
		Avg % Diff	4.9457	3.9543	2.5480	1.7825	1.3769	0.7159	0.2826
		Variance	0.0156	0.0100	0.0041	0.0021	0.0012	0.0003	0.0001
	2SLS	Beta	1.9919	2.0001	2.0005	2.0003	2.0001	1.9999	1.9999
		Avg % Diff	13.1540	5.8470	2.8901	1.8768	1.4257	0.7252	0.2829
		Variance	0.2135	0.0222	0.0053	0.0023	0.0013	0.0003	0.0001
n = 75	Bayes	Beta	1.9774	1.9871	1.9944	1.9972	1.9983	1.9996	2.0000
		Avg % Diff	4.1216	3.2982	2.0531	1.4830	1.1327	0.5732	0.2317
		Variance	0.0105	0.0066	0.0027	0.0014	0.0008	0.0002	0.0000
	2SLS	Beta	2.0001	1.9996	2.0000	1.9999	1.9999	2.0000	2.0001
		Avg % Diff	9.8937	4.6487	2.3074	1.5675	1.1706	0.5767	0.2321
		Variance	0.0691	0.0143	0.0035	0.0015	0.0009	0.0002	0.0000

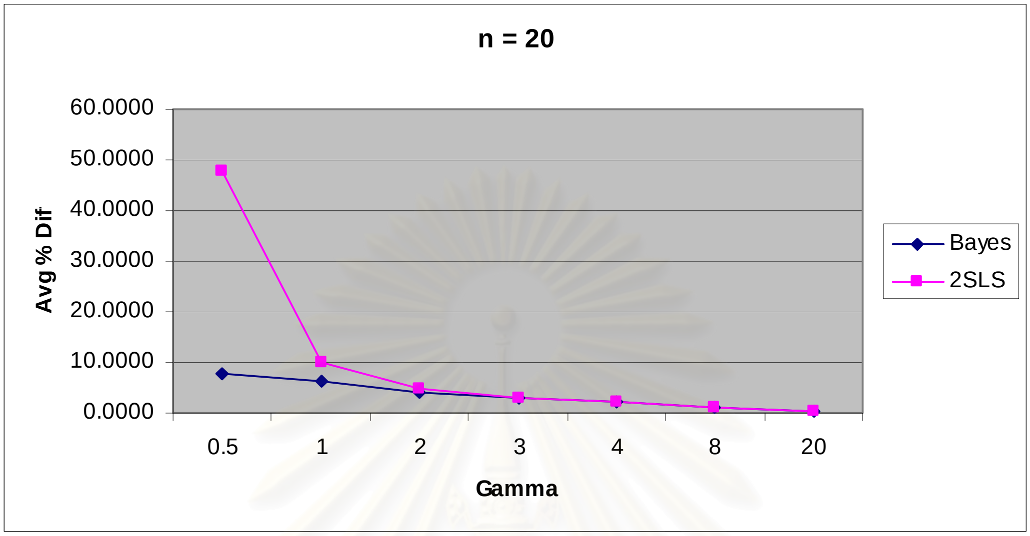
แผนภาพที่ 4.113 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ และ n ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ เมื่อ β_{prior} ~N (μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



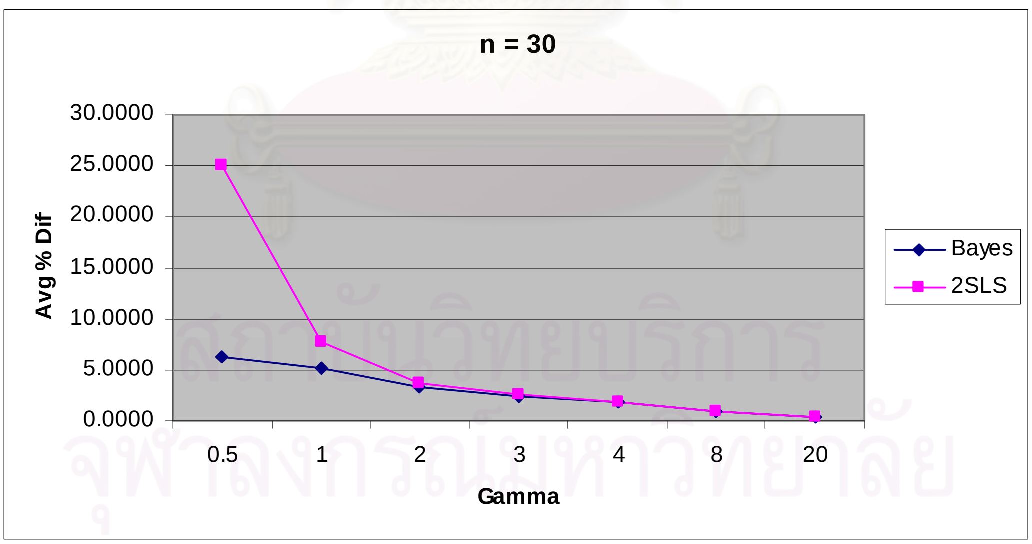
แผนภาพที่ 4.114 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ และ n = 10 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



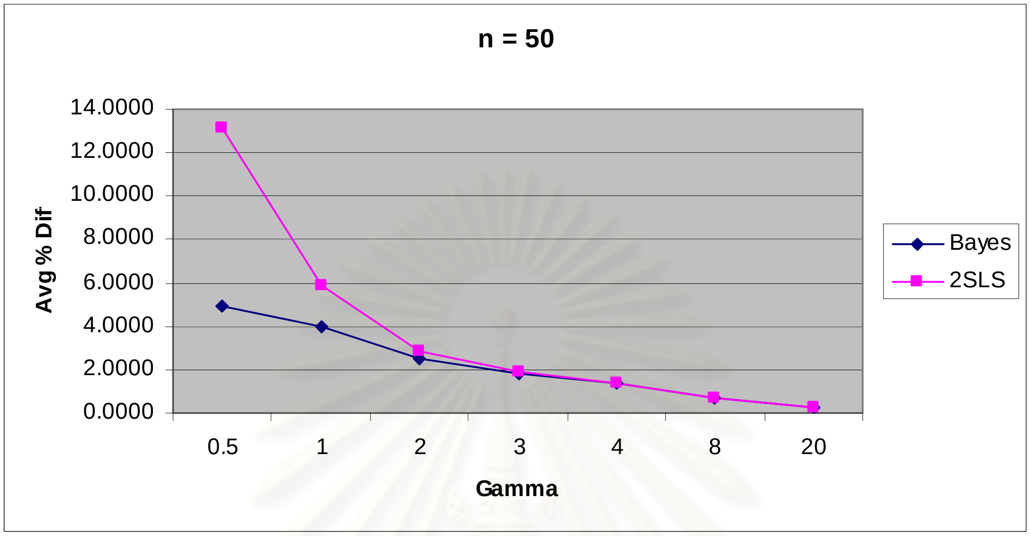
แผนภาพที่ 4.115 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 20 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



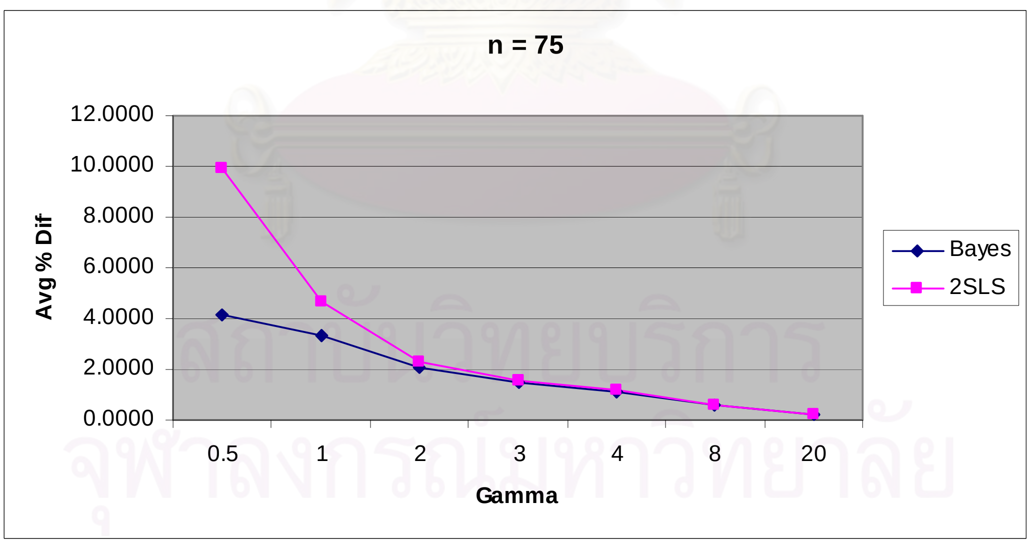
แผนภาพที่ 4.116 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 30 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ^2_β =0.25)



แผนภาพที่ 4.117 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 50 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



แผนภาพที่ 4.118 แสดงการเปรียบเทียบ ค่า Average % Difference ของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยโดยวิธีเบส์ Bayes และ วิธี 2SLS ณ ระดับค่า γ ต่างๆ ในกรณีที่ $\sigma_1 = \sigma_2$ = 1 และ n = 75 เมื่อ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2 =0.25)



จากตารางที่ 4.38 และ แผนภาพที่ 4.113 – 4.118 ผลสรุปที่ได้จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับกรณีก่อนหน้า กล่าวคือ

กรณีที่ 1 เมื่อขนาดค่า γ มีค่าต่ำๆ จะพบว่าค่า Average % Difference ที่ได้จากทั้งสองวิธีจะมีค่าสูง โดยที่ค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes จะมีค่าน้อยกว่า และถ้าเมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆ จะส่งผลทำให้ค่า Average % Diff ที่ได้จากสองวิธีลดต่ำลง โดยค่า Average % Difference ที่ได้จากวิธีทั้งสองจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปตามลำดับ

กรณีที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้น พบว่าค่า Average % Difference ที่ได้จากสองวิธีการจะมีค่าลดลง และเมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆจะส่งผลทำให้ Average % Difference ที่ได้จะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกันเร็วขึ้นกว่ากรณีที่มีขนาดตัวอย่างเล็ก ทั้งนี้เนื่องมาจากสาเหตุที่ว่า เมื่อขนาดตัวอย่างที่ใช้มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้จากทั้งสองวิธีจะลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นทั้งกรณีที่ σ_{β}^{2} เท่ากับ 0.1 และ 0.25 สรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อค่า Average % Difference ของทั้งสองวิธี คือ ค่า γ ที่เปลี่ยนแปลงไป และขนาดตัวอย่าง กล่าวคือ ถ้า γ มีค่าต่ำ ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลที่ดีกว่าวิธี 2SLS กล่าวคือ จะให้ค่า Average% Difference และ ค่า Variance ต่ำกว่าที่ได้จากวิธี 2SLS แต่เมื่อค่า γ มีค่ามาก ตัวประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes จะให้ผลไม่เด่นกว่าที่ได้จากวิธี 2SLS

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อทำการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธ์ความถดถอยในระบบสมการถดถอยต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) ที่ได้จากวิธีเบส์ (Bayes) เมื่อใช้การแจกแจงก่อนที่ให้ข้อมูลที่มีคุณสมบัติการแจกแจงก่อนสังยุค (Conjugate's Prior Distribution) และ การวิเคราะห์ความถดถอยแบบสองขั้นกำลังสองน้อยสุด (2SLS) ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดสถานการณ์ที่ ศึกษาดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 10, 30, 50, 75 และ 100
2. ตัวแปรอิสระ z_i ที่สุ่มมาจากการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 1
3. ความคลาดเคลื่อนสุ่มของ ε_{1i}, ε_{2i} มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.15, 0.25 , 0.5, 0.6, 1,1.5 โดยที่ส่วนเบนมาตรฐานของ ε_{1i}, ε_{2i} เท่ากันทุกกรณีที่ศึกษา
4. β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2) เมื่อ σ_β^2 เท่ากับ 0.1, 0.25, 1 และ 10
5. $\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ เท่ากับ 0, 2, 0 และ 3 ตามลำดับ

โดยผู้วิจัยได้ทำการจำลองข้อมูล (Simulation) ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จากโปรแกรม (MATLAB7.0)

เพื่อทำการสร้างข้อมูลต่าง ๆ ตามสถานะการณ์ที่ต้องศึกษา ซึ่งทำซ้ำ 5,000 รอบ ในแต่ละสถานะการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 กรณีค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มทั้งสอง ณ ระดับต่าง ๆ และเป็นอิสระจากกันพบว่า

ค่า Average Percent Difference และ ค่า Variance ที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยแต่ละวิธี จะแปรผันตามค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง โดยค่าที่ได้จากวิธีเบส์ Bayes จะให้ค่าต่ำกว่าวิธี 2SLS ทุกขนาดตัวอย่าง และทุกค่าของ σ_β^2 โดยตัวประมาณจากวิธีเบส์ Bayes จะให้ประสิทธิภาพในการประมาณดีกว่าวิธี 2SLS แต่เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้นประมาณ 50 ประสิทธิภาพที่ได้จากทั้ง

สองวิธีจะเริ่มมีความแตกต่างกันน้อยมาก ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากตัวประมาณทั้งสองมีค่าลู่เข้าสู่ค่าพารามิเตอร์จริง ในส่วนของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนที่เป็นปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า Average % Difference และ Variance ของทั้งสองวิธีด้วยนั้น พบว่า เมื่อค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ε_{1i} , ε_{2i} เท่ากัน ($\sigma_1 = \sigma_2$) คือมีค่า 1, 1.5 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้จากวิธีเบส์จะให้ผลที่ดีกว่า กล่าวคือจะให้ค่า Average % Difference, Variance ต่ำกว่าวิธี 2SLS แต่ในกรณีที่ค่า $\sigma_1 = \sigma_2$ มีค่าต่ำๆคือ 0.15, 0.25 จะส่งผลทำให้การประมาณที่ได้จากวิธีเบส์ยังคงดีกว่าวิธี 2SLS แต่ไม่เด่นชัด

นอกจากนี้ประสิทธิภาพจากวิธีเบส์ยังขึ้นกับค่า σ_β^2 กล่าวคือ หากมีค่าสูงเกินไป จะส่งผลต่อประสิทธิภาพให้ลดลง โดยที่ Average Percent Difference จะแปรผันกับค่า σ_β^2

5.1.2 กรณีที่ค่า γ เปลี่ยนแปลง จะพบว่า

ค่า Gamma ที่เปลี่ยนแปลงไปนั้น จะส่งผลต่อค่า Average Percent Difference ที่ได้จากทั้งสองวิธี กล่าวคือ ค่า Average % Difference จากทั้งสองวิธีจะแปรผกผันกับค่า γ ที่เพิ่มขึ้น โดยที่ถ้า γ มีขนาดต่ำ ประสิทธิภาพจากวิธีเบส์ Bayes จะเด่นกว่า กล่าวคือจะมีค่า Average Percent Difference ต่ำกว่า แต่เมื่อ γ มีค่าสูง ความเด่นจากเบส์ Bayes จะลดลงไป เนื่องมาจากค่า Average Percent Difference ของทั้งสองจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน

5.2 การอภิปรายผล

งานวิจัยนี้ต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยของระบบสมการถดถอยแบบต่อเนื่อง (Simultaneous Equation) โดยเปรียบเทียบวิธีเบส์กับวิธี 2SLS โดยทำการพิจารณาค่า Average % Difference และ Variance ซึ่งผลการวิจัยพบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม และขนาดตัวอย่างมีผลต่อค่า Average % Difference และ Variance ตามลำดับความสำคัญ โดยค่า Average % Difference และ ค่า Variance มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเพิ่มขึ้น และจะมีค่าแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

5.3 ข้อจำกัดของงานวิจัย

งานวิจัยนี้ เนื่องจากผู้วิจัยไม่ต้องการให้ขอบเขตของการศึกษาวิจัยกว้างเกินไป ผู้วิจัยจึงได้กำหนดให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ε_{1i} , ε_{2i} มีค่าเท่ากัน ($\sigma_1 = \sigma_2$) ทุกค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ใช้ในการวิจัย อีกทั้งกำหนดให้ $\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ เท่ากับ 0, 2, 0, 3 ตามลำดับ และ β_{prior} ~N(μ_β =1.5, σ_β^2) เมื่อ σ_β^2 เท่ากับ 0.1, 0.25, 1 และ 10 เพื่อที่จะทำให้ Parameter

Space ที่ใช้ในการศึกษามีขอบเขตไม่ใหญ่เกินไป ซึ่งจะส่งผลทำให้สะดวกในการศึกษาวิจัยในครั้งนี้

5.4 ข้อเสนอแนะ

จากข้อจำกัดของงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่าผู้ที่จะวิจัยต่อไปควรที่จะศึกษาวิจัยกรณีที่ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ε_{1i} , ε_{2i} มีค่าไม่เท่ากัน อีกทั้งควรจะศึกษากรณีที่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ε_{2i} ที่มีค่าต่ำจะส่งผลอย่างไรต่อประสิทธิภาพที่ได้จากการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธี หรือศึกษาวิจัยกรณีที่ β_{prior} หรือ γ มีค่าอื่นๆ เพื่อที่จะให้ทราบถึง ผลกระทบต่อประสิทธิภาพที่ได้จากการประมาณของทั้งสองวิธีว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงไปมากน้อยอย่างไร เนื่องจากอาจจะมีผลทำให้ประสิทธิภาพจาก 2SLS ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีเบส์ Bayes โดยอาจจะกำหนดให้เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของ β_{prior} หรือ γ (ค่า CV ของ β_{prior} หรือ CV ของ γ) ที่ระดับต่างๆที่ใช้ในการวิจัยเพื่อที่จะสะดวกในการนำไปใช้ รวมทั้งอาจจะทำการศึกษาสมการเกี่ยวพันที่มีสมการรองในรูปแบบอื่นๆ เช่น ในรูปสมการพหุนามที่มีดีกรีในระดับต่างๆ เพื่อทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย อีกทั้งควรจะกำหนดตัวแปรอิสระ และค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มที่ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กัลยา วานิชย์บัญชา , การวิเคราะห์สถิติขั้นสูง. พิมพ์ครั้งที่ 3. บริษัท ธรรมสาร จำกัด , 2546.

จิตติมา ผสมญาติ. การเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกสมการถดถอยที่ดีที่สุดเบส์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : บริษัท วิทยพัฒน์ จำกัด, 2541.

วิรพา ฐานะปรัชญ์. การวิเคราะห์เบส์สำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเดี่ยว. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542

ภาษาอังกฤษ

Koop, G., 2003, *Bayesian econometrics*, England: John Wiley and Sons

Gujarati, D., 1995, *Basic Econometrics*, New York: Mc Graw-Hill, 335 – 347.

Zellner, A., 1962, “An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias,” *J.Am.Statist.Assoc*., 57: 348 – 368

Johnston, J., 1983, Econometric Methods, third edition, (n.p.) 361 – 364

Judge, G.G., Hill, R.C., Griffiths, W.E., Lutkepohl, H., Lee, and Tsoung-Chao, 1988, *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics, second edition*, New York: John Wiley and Sons, 97 – 135

ภาคผนวก

คำสั่งที่ใช้ในการคำนวนจากโปรแกรม MATLAB 7.0

```
clear all;clc;

varainceBeta0=0.1;
Gamma=3; Beta=2;

nAll=[10 30 50 75 100];
Rho=0;
b1=0;
for k=1:5
   n=nAll(k);
   arrayN=[n n n n n n];
   ss1=[0.15 0.25 0.5 0.6 1.0 1.5];
   for j1=1:6
      s1=ss1(j1);
      s2=s1;
      cov(j1)=Rho*sqrt(s1)*sqrt(s2);
      Sigma=chol([s1 cov(j1);cov(j1) s2]);
      iteration=5000;
      round=1;
      aa2=0;
      for i2=1:round
         aa1=0;
            for i1=1:iteration
               Error1=Sigma(1)*randn(n,1);
               z=randn(n,1);
               Error2=Error1*Sigma(3)+Sigma(4)*randn(n,1);
               x=Gamma*z+Error1;
               y=Beta*x+Error2;
               data(i1)=normrnd(1.5,sqrt(varainceBeta0));
```

```
        Beta0=data(i1);
        Bayesian01;
        BetaBayesian(i1)=BetaPost;
        Beta2SLSall(i1)=BetaHat2SLS;
        diffBetaPost=abs(BetaPost-Beta);
        diffBetaHat=abs(BetaHat2SLS-Beta);
        VarianceBetaPost(i1)=varianceBetaPost;
        VarianceBeta2SLS(i1)=varianceBeta2SLS;
        PercentdiffBetaPost(i1)=100*diffBetaPost/Beta;
        PercentdiffBeta2SLS(i1)=100*diffBetaHat/Beta;
        if diffBetaPost<diffBetaHat
           aa1=aa1+1;
        end
     end
  meanBetaBaye(i2,1)=mean(BetaBayesian);
  meanBeta2SLS(i2,1)=mean(Beta2SLSall);
  meanVarianceBetaPost(i2,1)=mean(VarianceBetaPost);
  meanVarianceBeta2SLS(i2,1)=mean(VarianceBeta2SLS);
  meanPercentdiffBetaPost(i2,1)=mean(PercentdiffBetaPost);
  meanPercentdiffBeta2SLS(i2,1)=mean(PercentdiffBeta2SLS);
  PercentBayePer2SLS(i2,1)=100*aa1/iteration;
  clear aa1;
  if PercentBayePer2SLS(i2,1)>=50
    aa2=aa2+1;
  end
end

AverageMeanBetaBaye(j1)=mean(meanBetaBaye);
AverageMeanBeta2SLS(j1)=mean(meanBeta2SLS);
AverageMeanVarianceBetaPost(j1)=mean(meanVarianceBetaPost);
AverageMeanVarianceBeta2SLS(j1)=mean(meanVarianceBeta2SLS);
```

```
        AverageMeanPercentdiffBetaPost(j1)=mean(meanPercentdiffBetaPost);
        AverageMeanPercentdiffBeta2SLS(j1)=mean(meanPercentdiffBeta2SLS);
        PercentBayePer2SLStotal(j1)=100*aa2/round;

CoefVarianceBaye(j1)=sqrt(AverageMeanVarianceBetaPost(j1))/AverageMeanPercentdif
fBetaPost(j1);

CoefVariance2SLS(j1)=sqrt(AverageMeanVarianceBeta2SLS(j1))/AverageMeanPercentd
iffBeta2SLS(j1);
        end

ConcludeTable=[arrayN;ss1;AverageMeanBetaBaye;AverageMeanPercentdiffBetaPost;
AverageMeanVarianceBetaPost;...

AverageMeanBeta2SLS;AverageMeanPercentdiffBeta2SLS;AverageMeanVarianceBeta2
SLS;CoefVarianceBaye;CoefVariance2SLS];
    for k1=1:10
        b1=b1+1;
        TableAllValues(b1,:)=ConcludeTable(k1,:);
    end
end

clear Beta0 aa2 k1 arrayN BetaHat BetaHat2SLS BetaPost Error1 Error2 Gamma
Gamma0 GammaHat...
      GammaPost Sigma aa1 diffBetaHat diffBetaPost i1 j1 varianceX n0Beta n0Gamma...
      s1 s2 b1 varainceBeta0 varainceGamma0 varianceBeta2SLS varianceBetaPost
varianceXStar...
      varianceZ x xStar xStarStar y z Beta aa2 i2 Beta2SLSall BetaBayesian
PercentdiffBeta2SLS...
      PercentdiffBetaPost VarianceBeta2SLS VarianceBetaPost round iteration
meanBetaBaye meanBeta2SLS...
```

```
    meanVarianceBetaPost meanVarianceBeta2SLS meanPercentdiffBetaPost
meanPercentdiffBeta2SLS PercentBayePer2SLS;

Bayesian01;
GammaHat=inv(z'*z)*z'*x;
varianceZ=((z-mean(z))'*(z-mean(z)))/(n-1);

BetaHat=inv(x'*x)*x'*y;

varianceX=((x-mean(x))'*(x-mean(x)))/(n-1);
n0Beta=s2/(varianceX*varainceBeta0);

BetaPost=(n0Beta*Beta0+n*BetaHat)/(n0Beta+n);

xStarStar=GammaHat*z;
%BetaHat2SLS=inv(z'*x)*z'*y;
BetaHat2SLS=inv(xStarStar'*xStarStar)*xStarStar'*y;

varianceBetaPost=s2/(varianceX*(n0Beta+n));
varianceBeta2SLS=s2*inv(xStarStar'*xStarStar);
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายเกียรติเทพ ตั้งสันติถาวร เกิดวันที่ 9 พฤศจิกายน พ.ศ. 2514 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี จากคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท ที่ภาคสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2546