

บทที่ 4

ประสิทธิภาพของชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทาง

ในการตรวจสอบประสิทธิภาพของชิ้นพันธุ์ทางรับแรงดัดนั้น จะทำการตรวจสอบในด้านต่างๆดังนี้คือ ความแม่นยำของการกระจัด ซึ่งแบ่งการทดสอบออกเป็นสามส่วนด้วยกัน ส่วนแรกคือการลู่เข้าของผลเฉลย (convergence) เมื่อทำการแบ่งขนาดของชิ้น (mesh) ให้ละเอียดขึ้น ส่วนที่สองนั้นจะทำการทดสอบความแม่นยำของการกระจัดเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาของแผ่นพื้นเปลี่ยนไป ในส่วนสุดท้ายจะทำการตรวจสอบความแม่นยำของการกระจัดเมื่ออัตราส่วนของความยาวต่อความกว้างของแผ่นพื้นเปลี่ยนไป

สมบัติด้านต่อมาที่ทำการทดสอบคือ ความแม่นยำของความเค้น โดยการเปรียบเทียบกับผลเฉลยที่ได้จากวิธีการตามแบบฉบับ (classic solution) ทั้งในแง่ของ โมเมนต์ และแรงเฉือน สมบัติด้านต่อมาที่ทำการทดสอบนั้น คือ ประสิทธิภาพทางคอมพิวเตอร์ โดยการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการสร้างเมตริกซ์สติเฟนเนสของแต่ละชิ้นส่วนด้วยการนับจำนวนการดำเนินการ (operations) ซึ่งสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ สมบัติอีกด้านที่ทำการทดสอบคือ ความยั่งยืน และสมบัติข้อสุดท้ายที่ทำการทดสอบคือ การทดสอบแบบหย่อม

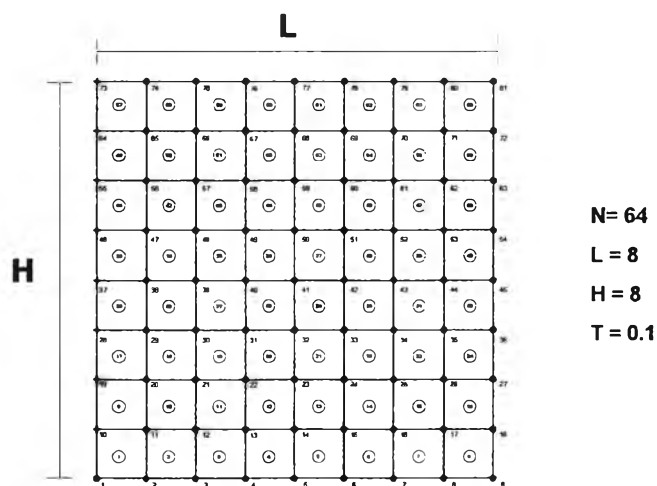
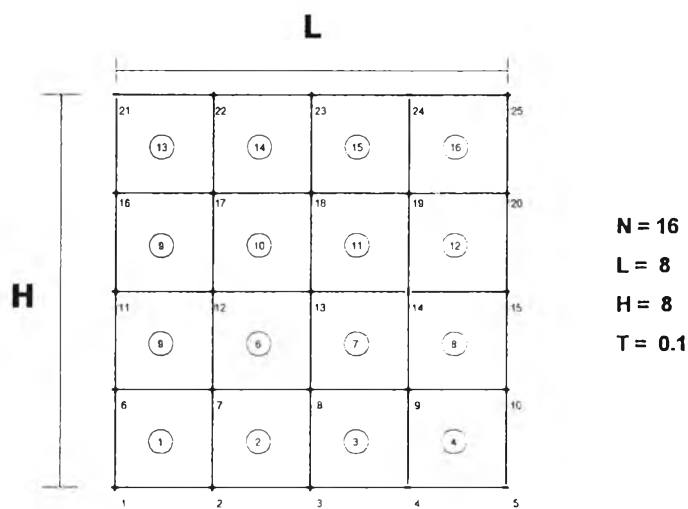
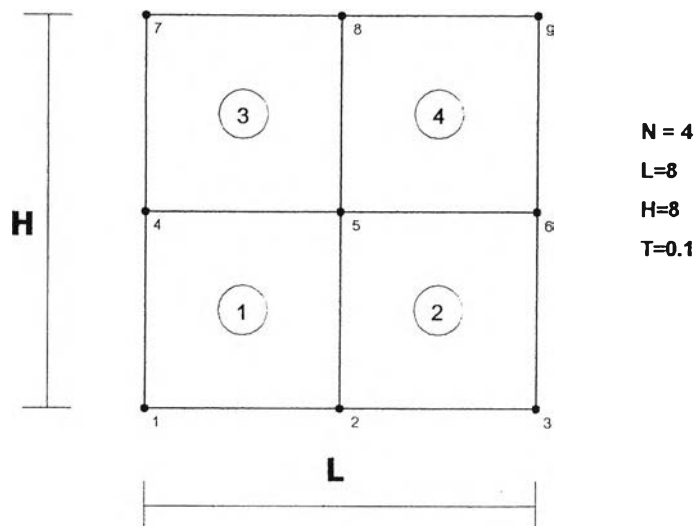
ซึ่งการทดสอบทั้งหมดที่กล่าวมานั้น จะสอดคล้องกับคุณสมบัติของชิ้นส่วนที่ติดตั้งที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 1 ซึ่งรายละเอียดของการทดสอบสามารถแจกแจงได้ดังนี้

4.1 ความแม่นยำของการกระจัด

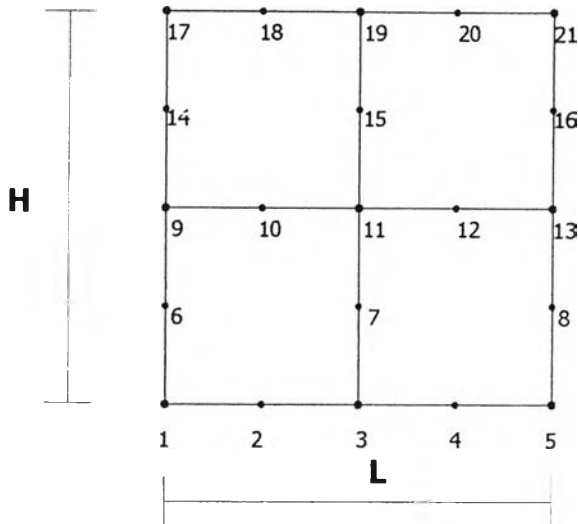
4.1.1 การลู่เข้าของชิ้นส่วน (Convergence)

ในการทดสอบการลู่เข้าของผลเฉลยนั้น ใช้ชิ้นส่วนแผ่นพื้น ขนาดยาว 8 หน่วย กว้าง 8 หน่วย หนา 0.1 หน่วย นั่นคือแผ่นพื้นมีอัตราส่วนความยาวต่อความหนาเท่ากับ 80 ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของแผ่นพื้นบาง

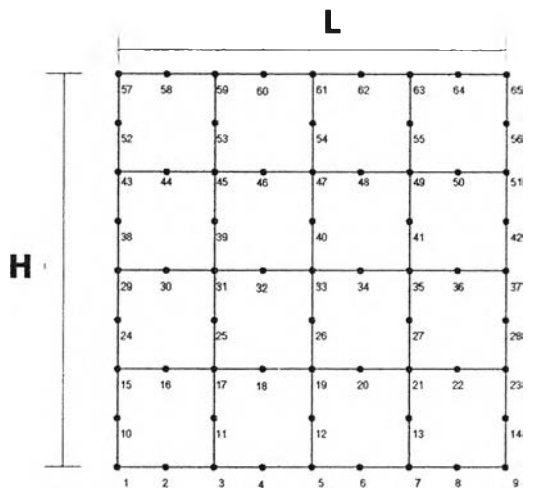
จากขนาดแผ่นพื้นดังกล่าวมีการแบ่งออกเป็น 4 ชิ้น 16 ชิ้น 36 ชิ้น 64 ชิ้น และ 100 ชิ้น ตามลำดับ ดังรูปที่ 4.1.1.1 สำหรับกรณีชิ้นส่วน 4 ชิ้น และ รูปที่ 4.1.1.2 ในกรณีชิ้นส่วน 8 ชิ้น ซึ่งสามารถเตรียมข้อมูลให้สอดคล้องกับตัวอย่างปัญหาที่ได้แสดงไว้ได้ ในส่วนของเงื่อนไขขอบนั้นมีการแบ่งออกเป็นสี่ชนิดด้วยกันคือ กรณีขอบแผ่นพื้นเป็นอิสระ (Free edges:FS) กรณีขอบแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างอ่อน (Soft simply supported : SS2) กรณีขอบแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (Hard simply supported : SS1) และ กรณีขอบแผ่นพื้นถูกยึดรั้งทั้งสี่ด้าน (Clamped Edges: CS) ซึ่งสามารถใส่เงื่อนไขได้ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.1.1.3 ซึ่งในการทดสอบนี้จะทำการทดสอบทั้งสี่กรณีดังกล่าวข้างต้น



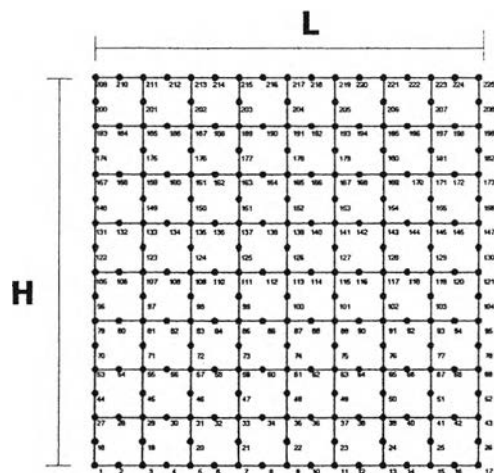
รูปที่ 4.1.1.1 ตัวอย่างทดสอบการแบ่งขนาดที่ละเอียดขึ้น กรณีชิ้นส่วน 4 ชิ้น



N = 4
L=H=8
T = 0.1

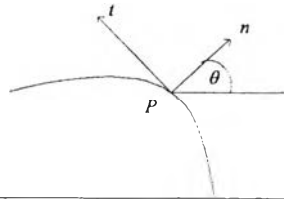


N = 16
L=H=8
T=0.1



N=64
L=H=8
T=0.1

รูปที่ 4.1.1.2 ตัวอย่างทดสอบการแบ่งขนาดที่ละเอียดขึ้น กรณีชั้นส่วน 8 ชั้น



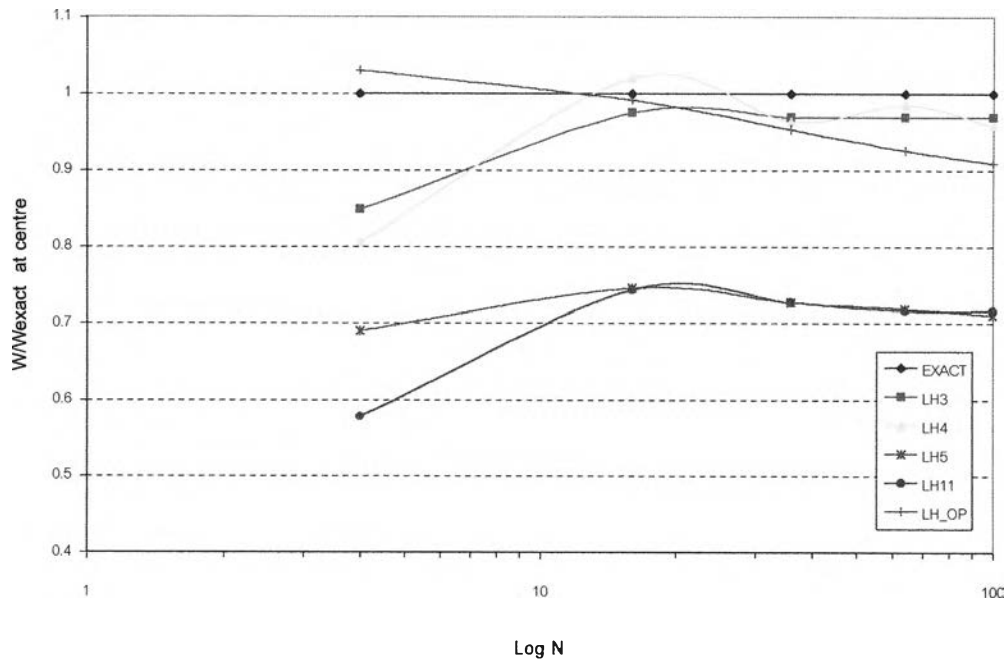
Edge conditions	Theoretical Constraints	Boundary Conditions on u
Free	$S_n = M_n = M_{nn} = 0$	None
Soft simply supported(SS2)	$w = M_n = M_{nn} = 0$	$w = 0$
Hard simply supported(SS1)	$w = M_n = \theta_t = 0$	$w = \theta_t = 0$
Clamped	$w = \theta_n = \theta_t = 0$	$w = \theta_n = \theta_t = 0$

รูปที่ 4.1.1.3 วิธีการใส่เงื่อนไขที่ขอบแผ่นพื้น

ซึ่งผลการทดสอบได้แสดงไว้ดังรูปที่ 4.1.1.6. และ 4.1.4.7 จากผลการทดสอบ พบว่าการรู้เข้าสู่คำตอบ จะไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นการรู้แบบขอบเขตบนเหมือนระเบียบวิธีการจัดหรือ ขอบเขตล่างแบบระเบียบวิธีทางแรง แต่การรู้จะสามารถเป็นไปได้ทั้งสองแบบ และการรู้จะไม่เป็นแบบทางเดียว (nonmonothonic convergence) ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 4.1.1.6ก และ 4.1.1.6ข ว่าการรู้จะมีการแกว่ง แต่ถึงอย่างไรก็ตามเมื่อเราแบ่งขนาดให้ละเอียดขึ้นก็จะมีการรู้เข้าสู่คำตอบที่แน่นอน แต่ความแม่นยำของแต่ละขั้นส่วนก็ต่างกันไปในกรณีของขั้นส่วนสี่เหลี่ยมและมีการสมมุติการกระจายภายในขั้นส่วน ส่วนมากจะมีความถูกต้องมากกว่าร้อยละ 90 เมื่อเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง ทั้งในกรณีขอบแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง หรือกรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับธรรมดาอย่างอ่อน จะมีเพียงแค่ขั้นส่วน LH5 และ LH11 ที่เสนอโดย Spilker เท่านั้นที่จะให้ค่าการกระจายที่น้อยเกินไป หรือโครงสร้างที่ได้จะแข็งแรงเกินไป

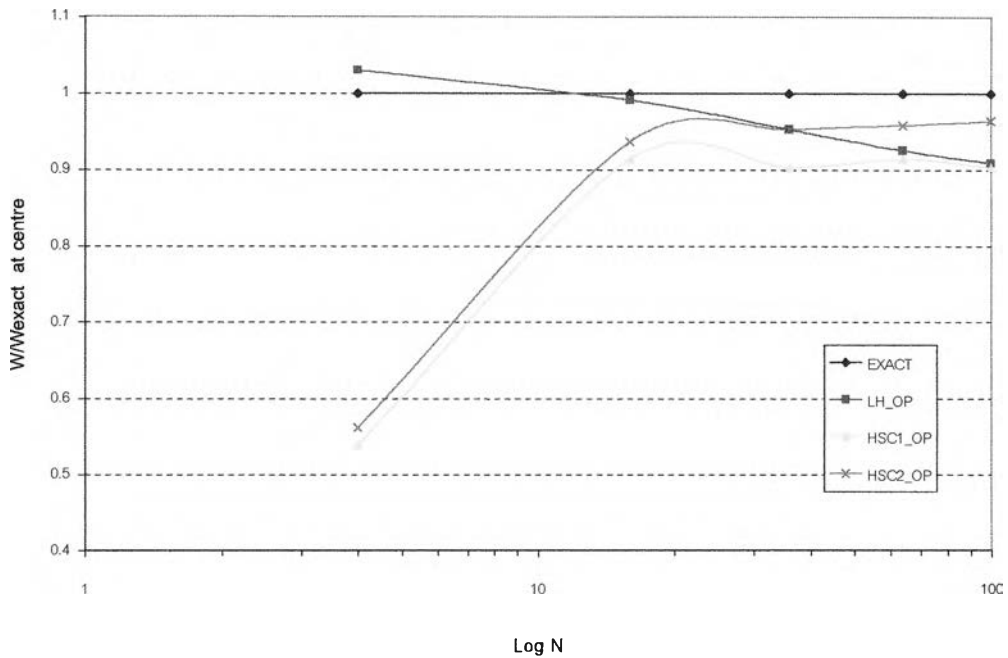
ในกรณีขั้นส่วนแปดเหลี่ยม คำตอบที่ได้จะมีความผิดพลาดมากกว่าในกรณีขั้นส่วนสี่เหลี่ยม แสดงให้เห็นว่าการใช้จำนวนขั้นที่มากขึ้นไม่ได้ส่งผลให้การกระจายที่ได้ดีขึ้นตามไปด้วย กลับค่าการกระจายออกมาน้อย หรือขั้นส่วนแข็งแรงเกินไป

และจำนวนความเค้นสามมิติที่สมมุติก็จะมีผลต่อคำตอบที่ได้ การสมมุติจำนวนความเค้นสามมิติที่มากเกินไปจะทำให้ขั้นส่วนที่ได้แข็งแรงกว่าปกติ หรือค่าการกระจายที่ได้จะน้อยเกินไป ซึ่งเห็นได้ดังรูปที่ 4.1.1.4 เพราะขั้นส่วน LH5 และ LH11 และ LH-OP มีการสมมุติสนามกระจายเหมือนกันทุกประการ แต่มีการสมมุติสนามความเค้นที่ต่างกัน ขั้นส่วน LH5 และ LH11 มีการสมมุติจำนวนความเค้นสามมิติถึง 12 ตัว เมื่อเทียบกับ LH3 และ LH-OP ที่ทำการสมมุติแค่เพียง 9 ตัว ทำให้การกระจายที่ได้มีค่าน้อยกว่า ผลของการสมมุติจำนวนความเค้นสามมิติเห็นได้อีกเช่นกันจากผลการทดสอบในกรณีของขั้นส่วนแปดเหลี่ยมที่สมมุติการกระจายภายในขั้นส่วน เพราะขั้นส่วน QH-OP จะให้ค่าการกระจายที่มากที่สุด เมื่อเทียบกับขั้นส่วนอื่นๆ ทั้งนี้เพราะว่า QH-OP ใช้จำนวนความเค้นสามมิติเพียงแค่ 21 ตัว และขั้นส่วน QH4 จะให้ค่าการกระจายที่น้อยที่สุด เพราะมีการใช้จำนวนความเค้นสามมิติถึง 30 ตัว

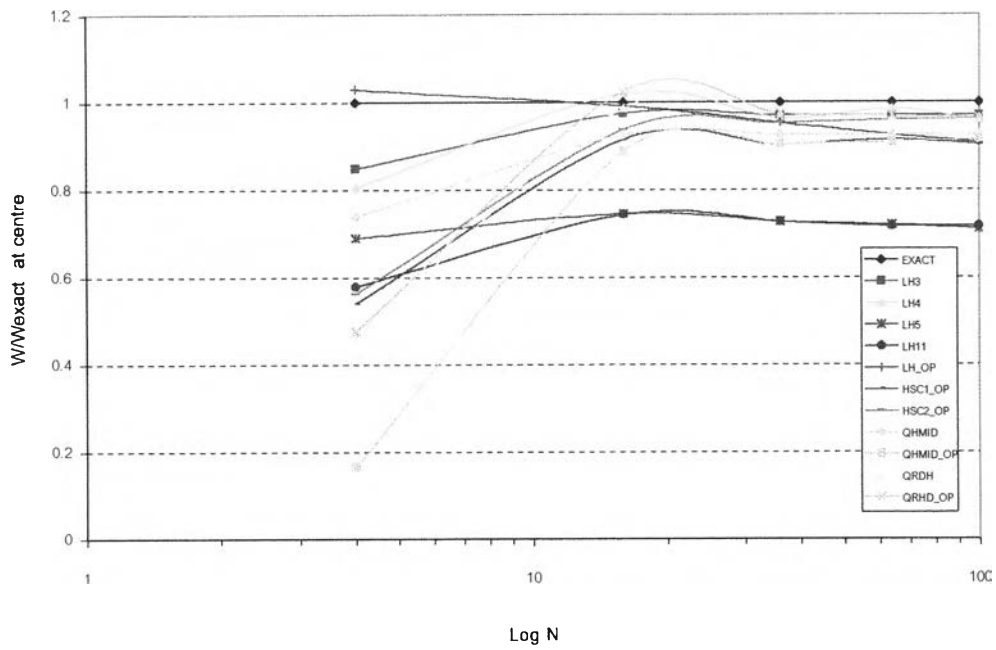


รูปที่ 4.1.1.4 เปรียบเทียบการกระจายตัวในกรณีที่มีสมมติจำนวนความเค้นสามัญไม่เท่ากัน

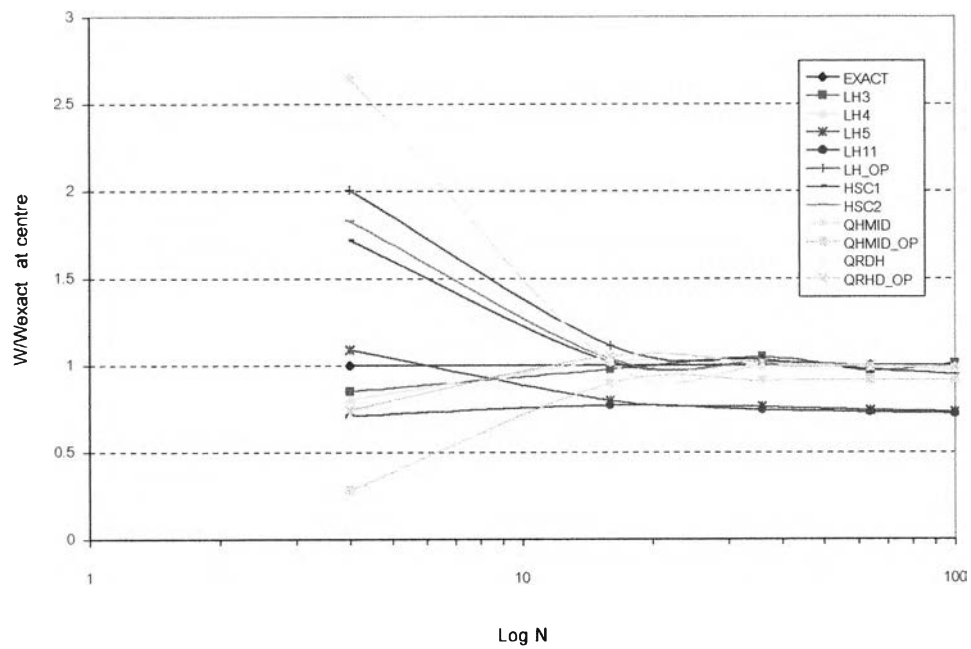
ในส่วนของการใช้ตัวคูณลากรองจั้นจะทำให้ชิ้นส่วนที่ได้มีความแม่นยำของการกระจายที่เพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีของการเพิ่มจำนวนการสมมติความเค้นสามัญ พิจารณาได้จากรูปที่ 4.1.1.5 ชิ้นส่วนทั้งสามชิ้นมีการสมมุติสนามความเค้นและสนามการกระจายสอดคล้องที่เหมือนกันทุกประการ จะแตกต่างกันก็เพียงแต่ชิ้นส่วน HSC1 และ HSC2 ซึ่งมีการสมมุติตัวคูณลากรองจ้เพิ่มเข้าไปด้วย



รูปที่ 4.1.1.5 เปรียบเทียบการกระจายตัวในกรณีการเพิ่มตัวคูณลากรองจ้

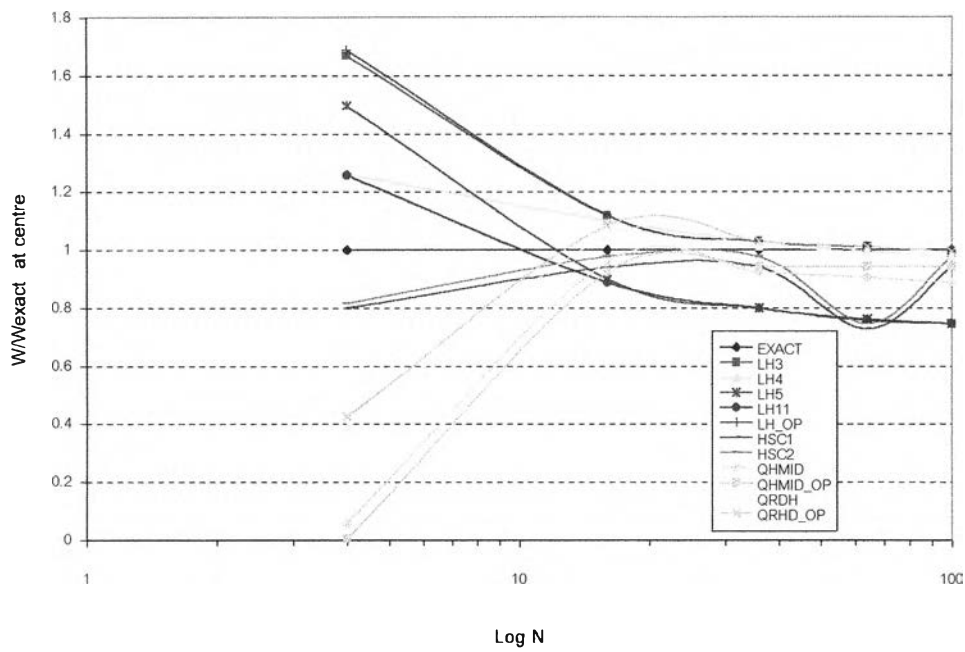


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (SS1)

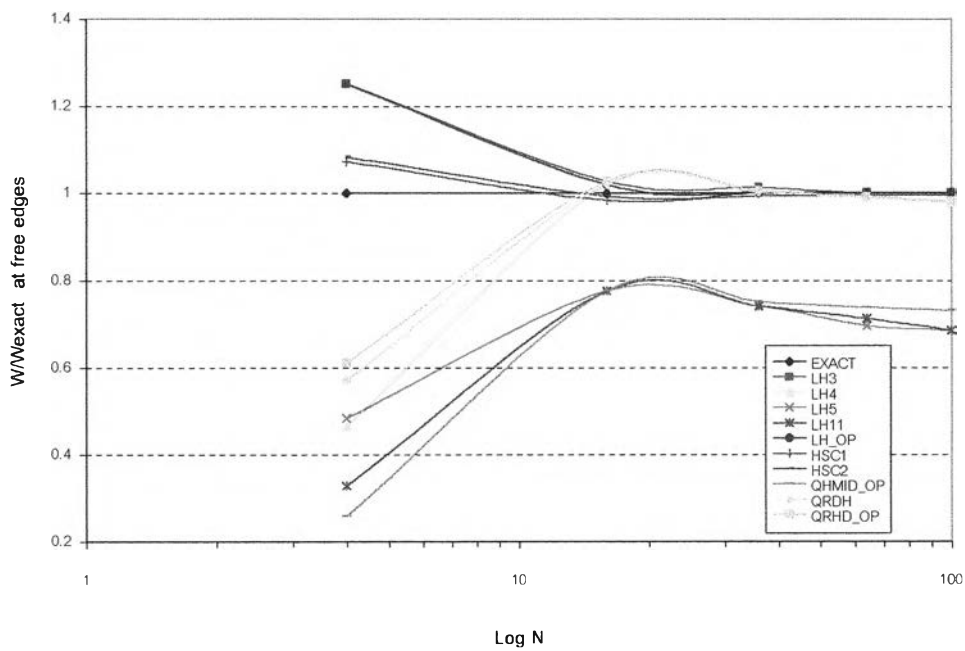


ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างอ่อน (SS2)

รูปที่ 4.1.1.6 การลู่เข้าของชั้นส่วน 4 ขั้ว เมื่อมีการแบ่งขนาดละเอียดขึ้น

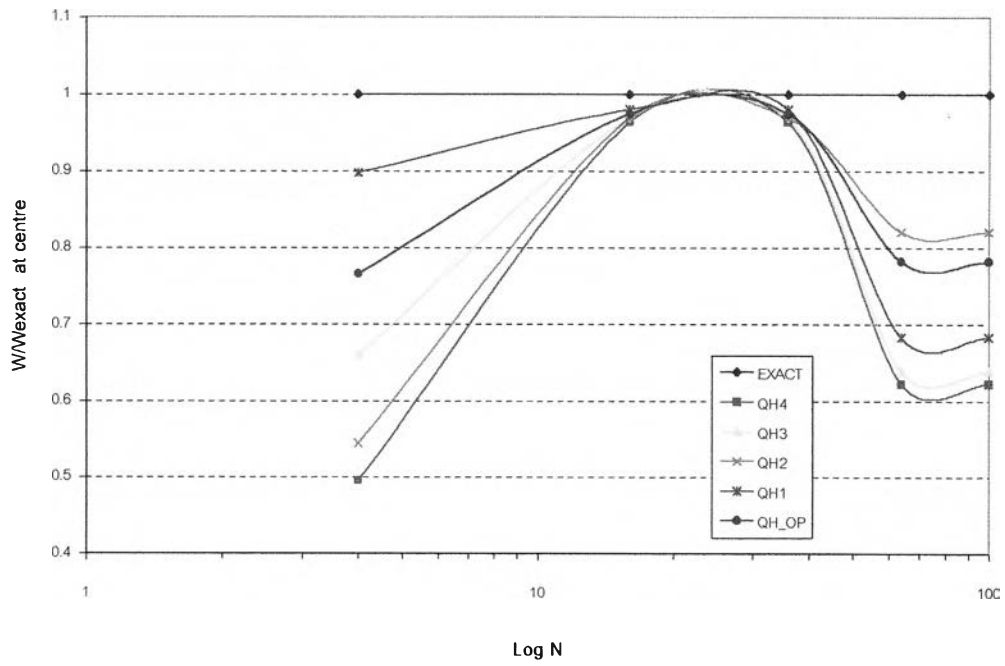


ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดตรึงทั้งสี่ด้าน (CS)

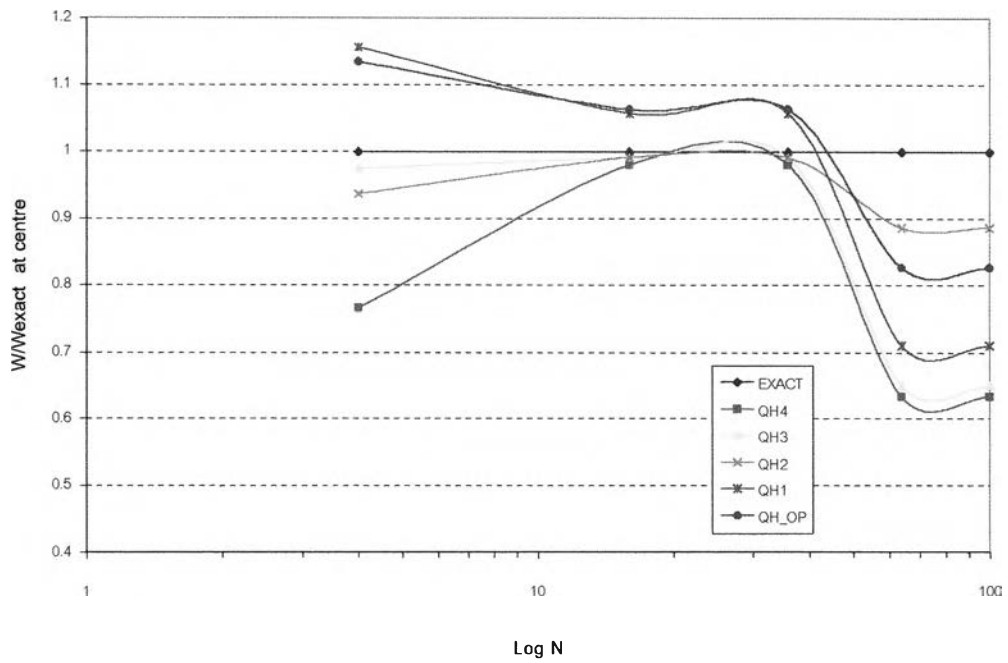


ง) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระสามด้าน (FS)

รูปที่ 4.1.1.6(ต่อ) การลู่เข้าของชั้นส่วน 4 ชั้น เมื่อมีการแบ่งขนาดละเอียดขึ้น

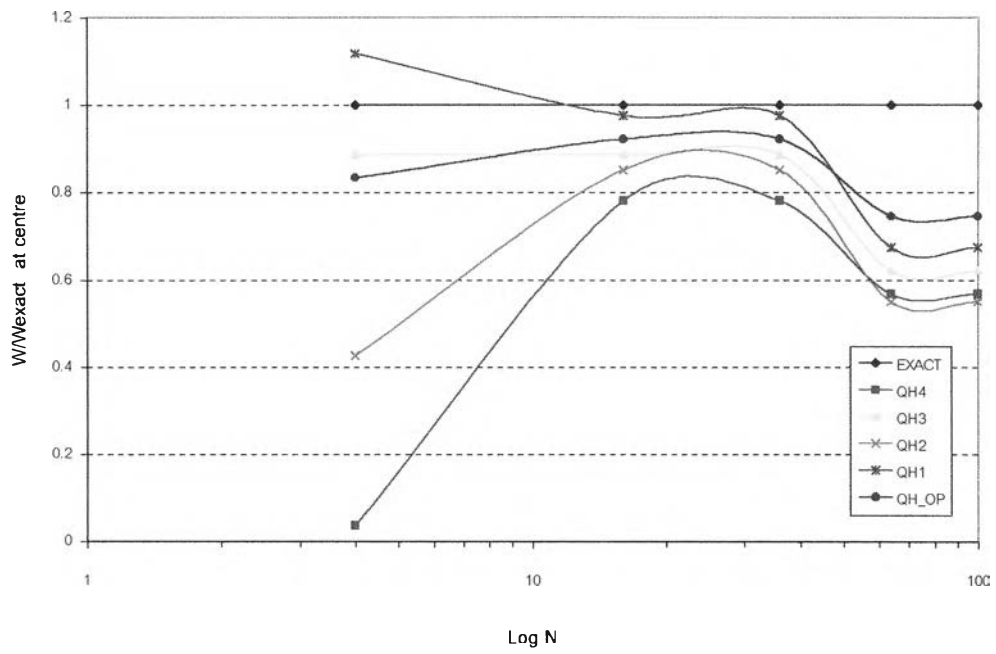


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับธรรมชาติอย่างแข็ง (SS1)

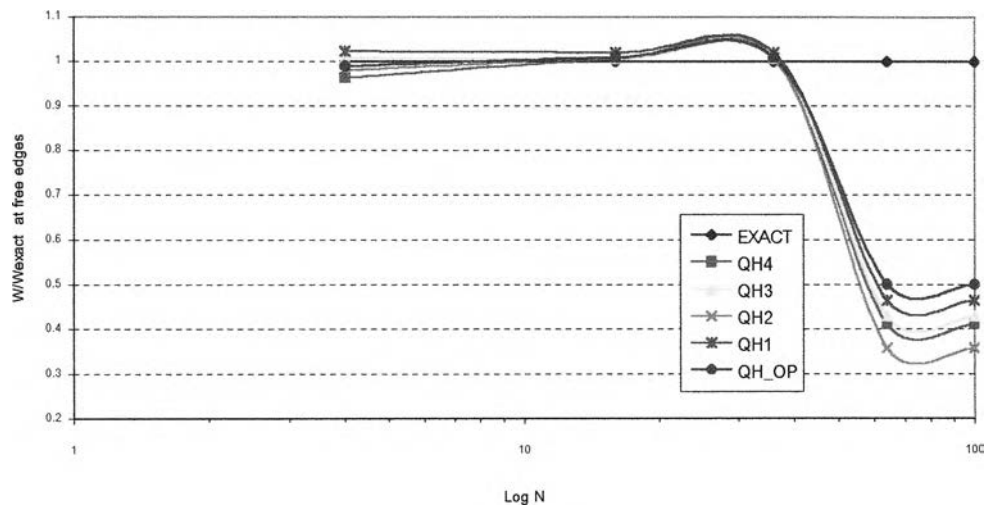


ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับธรรมชาติอย่างอ่อน (SS2)

รูปที่ 4.1.1.7 การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ชั้น เมื่อมีการแบ่งขนาดละเอียดขึ้น



ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดตรงทั้งสี่ด้าน (CS)



ง) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระสามด้าน (FS)

รูปที่ 4.1.1.7 การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ขั้ว เมื่อมีการแบ่งขนาดละเอียดขึ้น

4.1.2 การแปรเปลี่ยนความยาวต่อหน้า

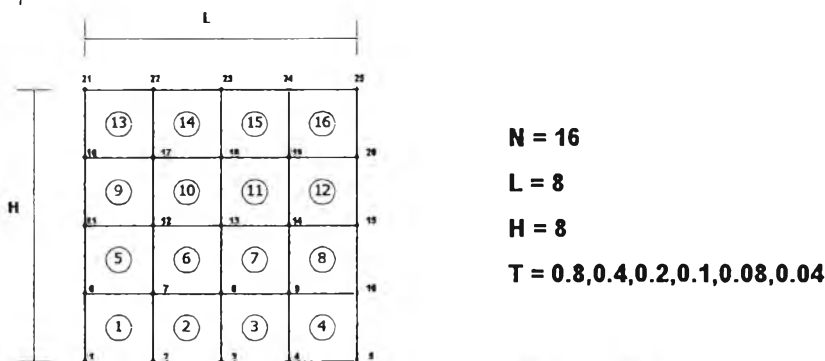
การตรวจสอบสมบัติด้านนี้ของชิ้นส่วนเพื่อเป็นการทดสอบว่าเมื่อชิ้นส่วนมีความหนาที่มากเกินไป หรือในกรณีที่ชิ้นส่วนบางเกินไป จะทำให้ความแม่นยำของการกระจัดเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งนับเป็นข้อจำกัดของชิ้นส่วนโดยทั่วไป เพราะเมื่อแผ่นพื้นตัวอย่างหนาเกินไป ทฤษฎีของแผ่นพื้นบางก็ไม่สามารถให้ผลที่ถูกต้องได้ หรือแม้แต่ในกรณีที่แผ่นพื้นมีความบางมากเกินไป ก็อาจจะทำให้เกิดการยึดเนื่องจากแรงเฉือนได้ (shear locking) การทดสอบด้านนี้จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง นอกเหนือจากการทดสอบการรูดเข้าสู่อำนาจ

ในการทดสอบเปลี่ยนความหนาของตัวอย่างทดสอบ [ในรูปที่ 4.1.2.1 และ 4.1.2.2] เป็นค่าต่างๆ คือ 0.8 0.4 0.2 0.1 0.08 0.04 นั่นคือสามารถเขียนได้ว่า

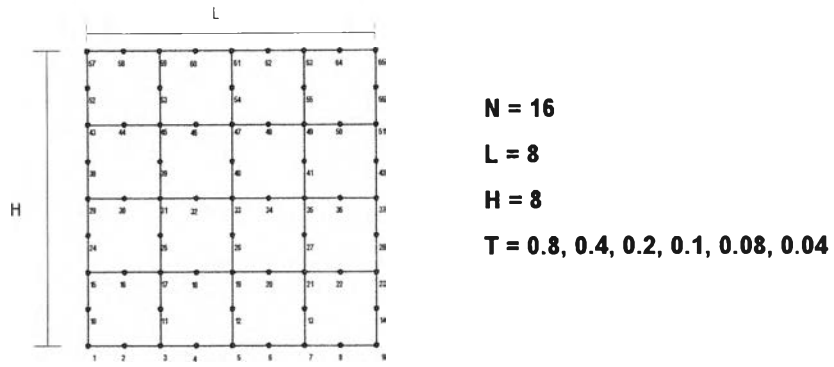
$$\begin{aligned}
 T = 0.8 & \rightarrow \frac{L}{T} = 10 \\
 T = 0.4 & \rightarrow \frac{L}{T} = 20 \\
 T = 0.2 & \rightarrow \frac{L}{T} = 40 \\
 T = 0.1 & \rightarrow \frac{L}{T} = 80 \\
 T = 0.08 & \rightarrow \frac{L}{T} = 100 \\
 T = 0.04 & \rightarrow \frac{L}{T} = 200
 \end{aligned}$$

โดยตัวอย่างที่นำมาทดสอบจะเป็นตัวอย่างเดียวกับที่ใช้ทดสอบการรูดเข้าสู่อำนาจในกรณีการแบ่งออกเป็น 16 ชิ้น จะทำการทดสอบกรณีเงื่อนไขที่ขอบทั้งสามกรณีเช่นเดียวกับการทดสอบการรูดเข้าสู่อำนาจ

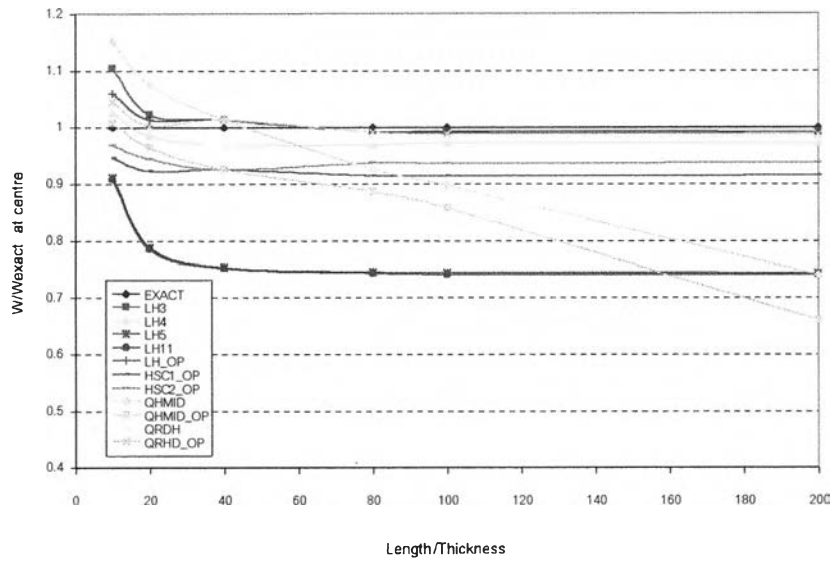
จากผลการทดสอบที่แสดงไว้ในรูปที่ 4.1.2.3 และ 4.1.2.4 แสดงให้เห็นว่า โดยส่วนใหญ่แล้ว ชิ้นส่วนจะไม่มีปัญหาในเรื่องความแม่นยำของการกระจัดถึงแม้ว่าความหนาของแผ่นพื้นจะบางมากก็ตาม จะมีบ้างก็บางชิ้นส่วน เช่น LH5 และ LH11 ที่เสนอโดย Spilker เนื่องจากว่าการสมมุติความเค้นสามัญที่มากเกินไปจะทำให้ชิ้นส่วนแข็งขึ้นเมื่อแผ่นพื้นนำมาทดสอบมีความหนาน้อยลง [ในรูปที่ 4.1.2.3] หรือ QH4 [ในรูปที่ 4.1.2.4] ที่มีการสมมุติจำนวนความเค้นถึง 30 ตัว นอกจากนั้นยังสามารถสรุปได้ว่า ส่วนใหญ่ชิ้นส่วนจะมีความแม่นยำของการกระจัดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามความหนาของแผ่นพื้น ถึงแม้ว่าแผ่นพื้นนำมาทดสอบนั้นมีอัตราส่วนความยาวต่อความหนาสูงๆก็ตาม



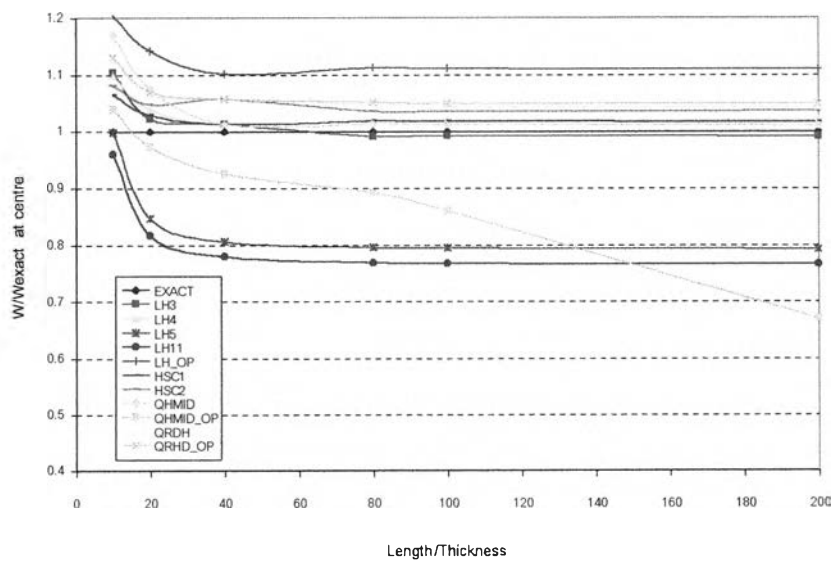
รูปที่ 4.1.2.1 ตัวอย่างการทดสอบความหนาต่อความยาวกรณีชิ้นส่วน 4 ชิ้น



รูปที่ 4.1.2.2 ตัวอย่างการทดสอบความหนาต่อความยาวกรณีชั้นส่วน 8 ชั้น

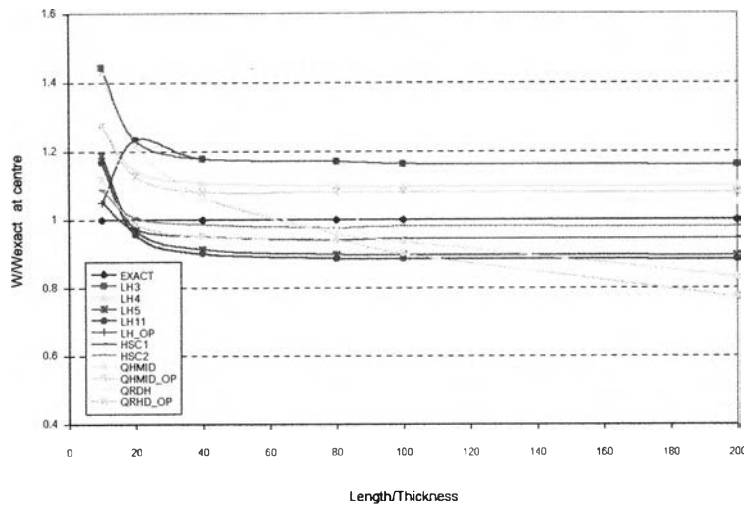


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (SS1)

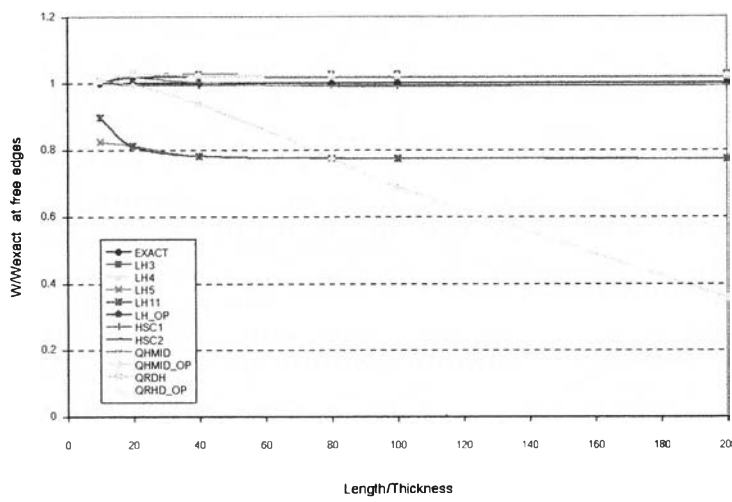


ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างอ่อน (SS2)

รูปที่ 4.1.2.3 การลู่เข้าของชั้นส่วน 4 ชั้นเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยนไป

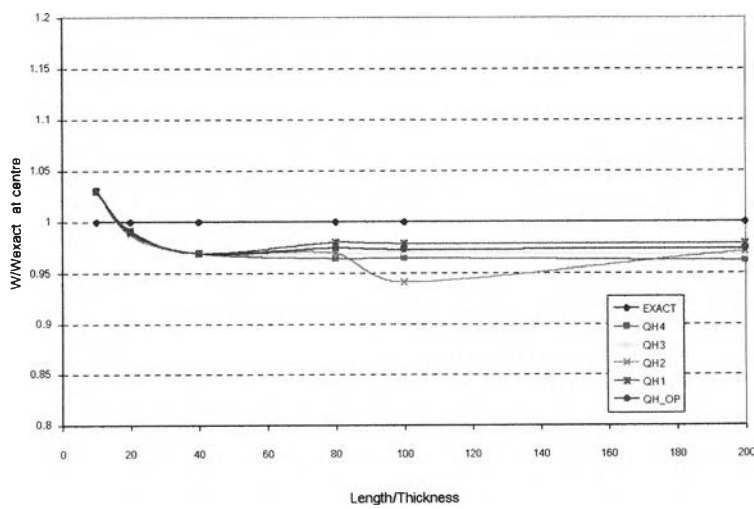


ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดไว้ทั้งสี่ด้าน (CS)



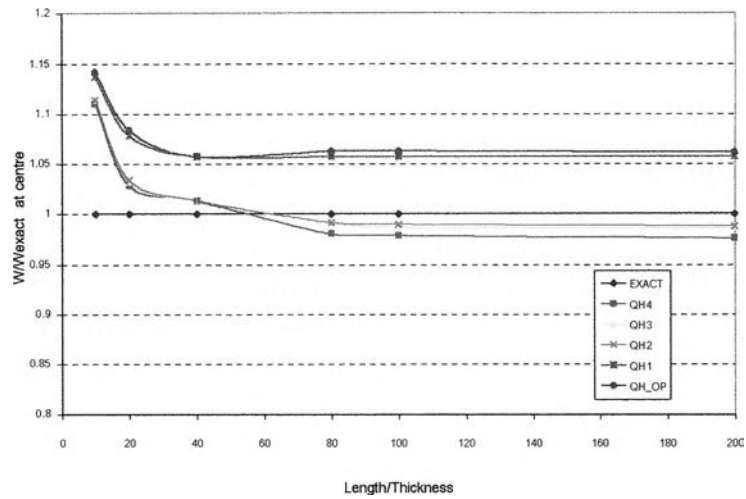
ง) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระ (FS)

รูปที่ 4.1.2.3(ต่อ) การลู่เข้าของชั้นส่วน 4 ชั้นเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยนไป

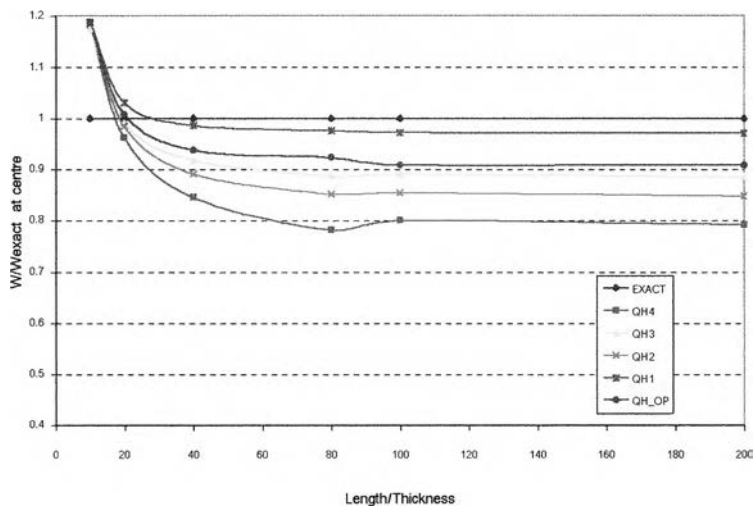


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (SS1)

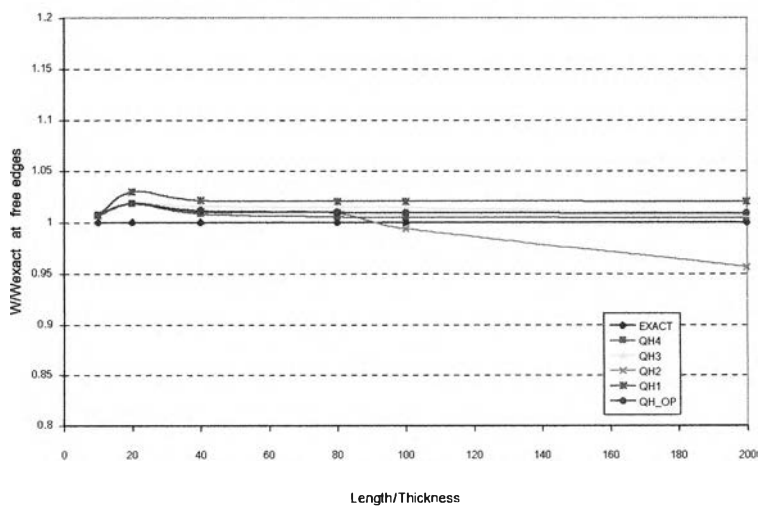
รูปที่ 4.1.2.4 การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ชั้นเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยนไป



ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างอ่อน (SS2)



ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดตรงทั้งสี่ด้าน (CS)



ง) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระสามด้าน (FS)

รูปที่ 4.1.2.4(ต่อ) การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ขั้วเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยนแปลงไป

4.1.3 การแปรเปลี่ยนอัตราส่วนความกว้างต่อความยาว

ทำการทดสอบในทำนองเดียวกันกับการทดสอบอัตราส่วนความยาวต่อความหนา แต่ในที่นี้จะทำการเปลี่ยนความอัตราส่วนความกว้างต่อความยาวดังนี้

$$H = 8 \quad \rightarrow \quad \frac{H}{L} = 1.0$$

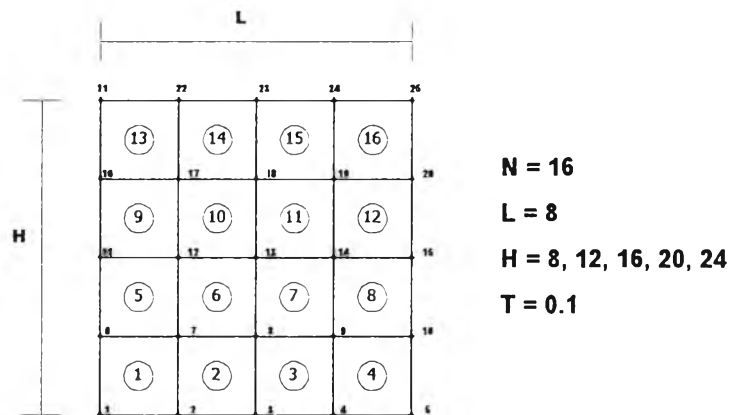
$$H = 12 \quad \rightarrow \quad \frac{H}{L} = 1.5$$

$$H = 16 \quad \rightarrow \quad \frac{H}{L} = 2.0$$

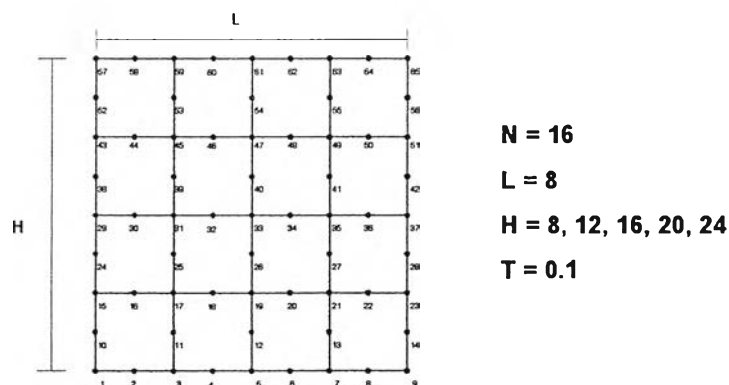
$$H = 20 \quad \rightarrow \quad \frac{H}{L} = 2.5$$

$$H = 24 \quad \rightarrow \quad \frac{H}{L} = 3.0$$

โดยจะใช้ตัวอย่างทดสอบในทำนองเดียวกันกับวิธีการทดสอบการลู่เข้าสู่คำตอบในกรณีการแบ่งชั้นส่วน 16 ชั้น แต่จะทำการเปลี่ยนความกว้างดังที่กล่าวไว้ ซึ่งตัวอย่างชั้นทดสอบแสดงดังรูปที่ 4.1.3.1 และ 4.1.3.2



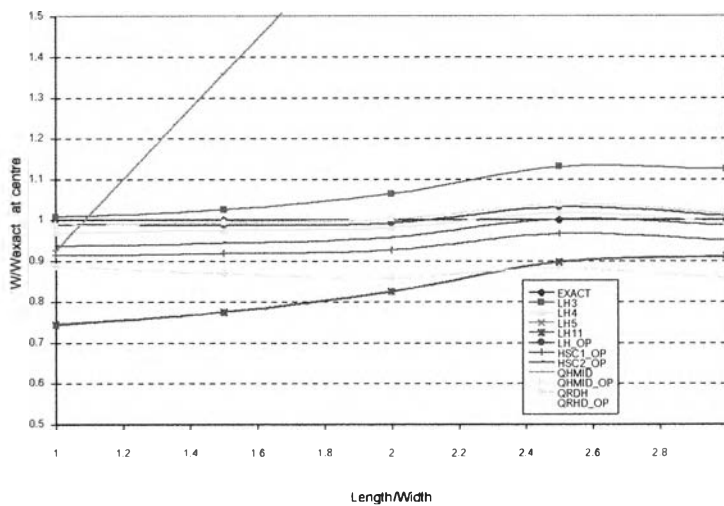
รูปที่ 4.1.3.1 ตัวอย่างการทดสอบความกว้างต่อความยาว กรณีชั้นส่วน 4 ชั้น



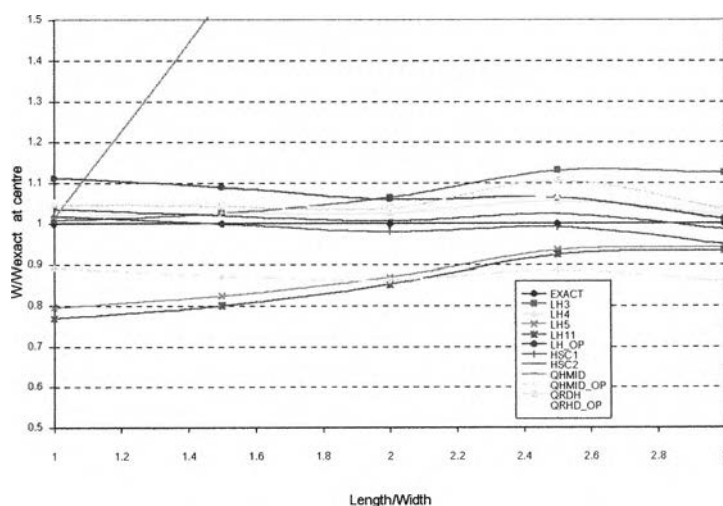
รูปที่ 4.1.3.2 ตัวอย่างการทดสอบความกว้างต่อความยาว กรณีชั้นส่วน 8 ชั้น

การทดสอบความแม่นยำของการกระจัดเมื่อมีการเปลี่ยนขนาดอัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเป็นการทดสอบความสมบูรณ์ของการสมมติฐานความเค้นและสนามการกระจัดไปในตัว เนื่องจากว่าหากสนามทั้งสอง บริบูรณ์ การเปลี่ยนอัตราส่วนความยาวต่อความกว้างจะต้องไม่มีผลต่อความแม่นยำของการกระจัด

จากผลการทดสอบ [ดังรูปที่ 4.1.3.3 และ 4.1.3.4] แสดงให้เห็นว่าชิ้นส่วนโดยส่วนใหญ่จะให้ค่าการกระจัดที่มีความแม่นยำแม้ว่าอัตราส่วนของความยาวต่อความกว้างจะเปลี่ยนไป โดยเฉพาะในกรณีชิ้นส่วน 8 ขั้ว จะมีชิ้นส่วน 4 ขั้วบางชิ้นเช่น QHMID ที่จะให้ค่าการกระจัดที่ผิดพลาดเป็นอย่างมากในกรณีที่อัตราส่วนความยาวต่อความกว้างสูงๆ หรือพูดอีกนัยหนึ่งคือ ถ้าเป็นชิ้นส่วนแผ่นที่มีความแคบ QHMID จะให้ค่าการกระจัดที่มีความผิดพลาดสูงมาก แสดงให้เห็นว่าเป็นชิ้นส่วนที่ไม่ดี ถึงแม้ว่าก่อนหน้านี้ทำการทดสอบสมบัติด้านอื่นๆมาแล้วแสดงให้เห็นว่ามีคุณสมบัติก็ตามที่

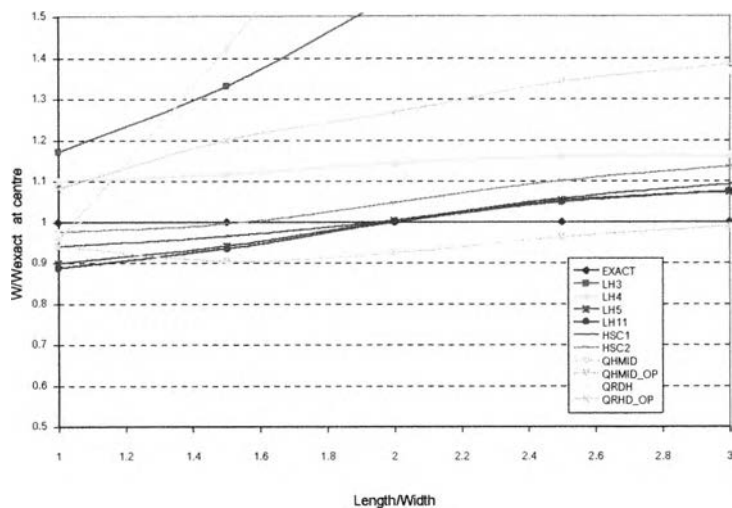


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (SS1)

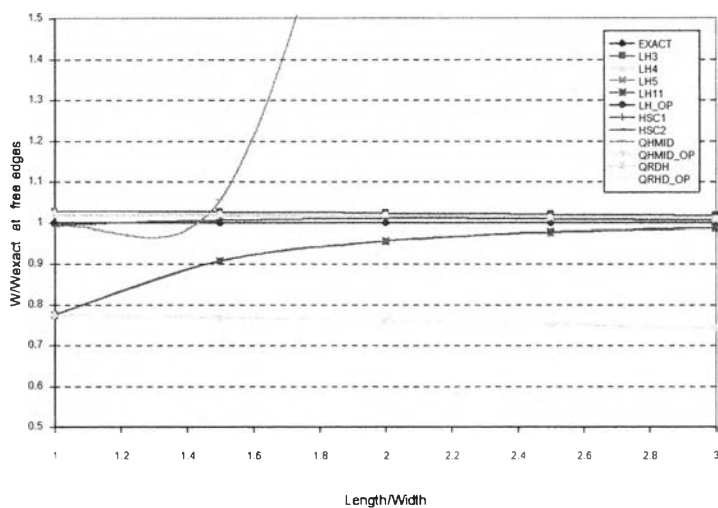


ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับธรรมดาอย่างอ่อน (SS2)

4.1.3.3 การลู่เข้าของชิ้นส่วน 4 ขั้วเมื่อมีการเปลี่ยนอัตราความกว้างต่อความยาว

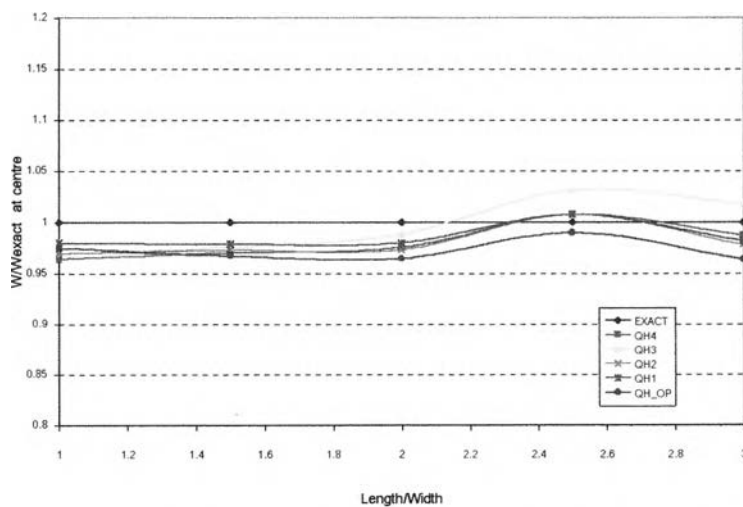


ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดตรงทั้งสี่ด้าน (CS)



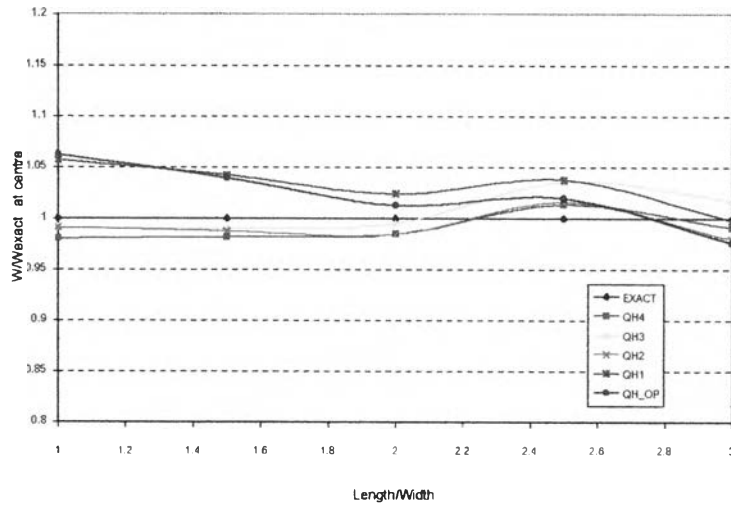
ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระสามด้าน (FS)

4.1.3.3(ต่อ) การลู่เข้าของชั้นส่วน 4 ชั้นเมื่อมีการเปลี่ยนอัตราความกว้างต่อความยาว

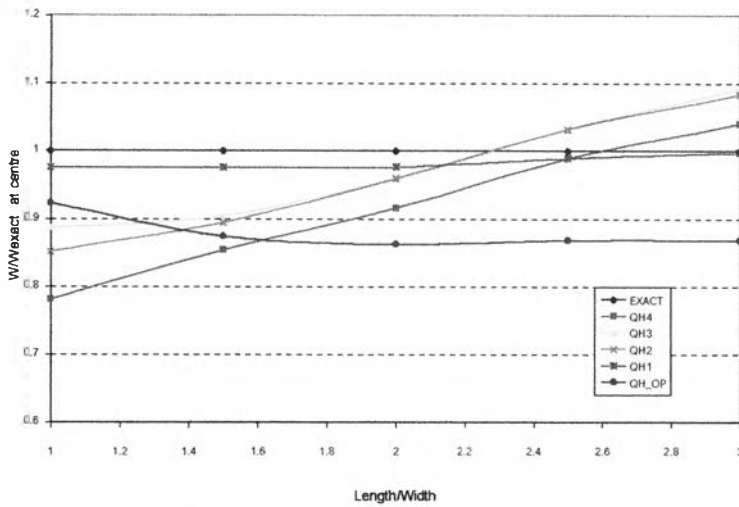


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็งSS1

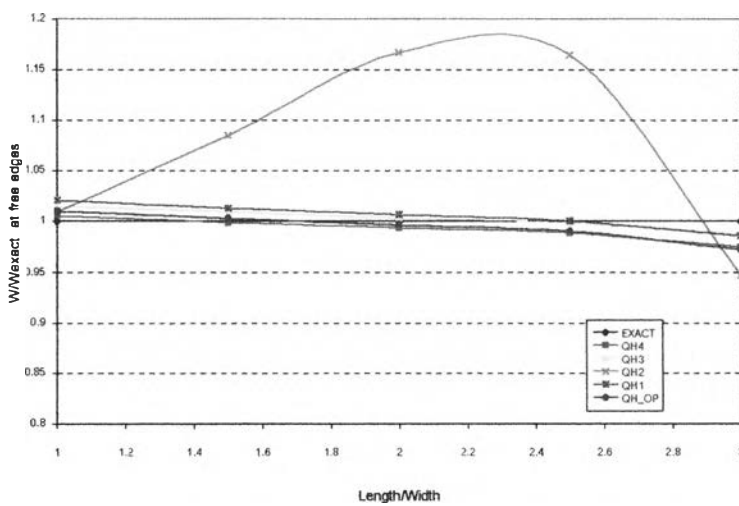
4.1.3.4 การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ชั้นเมื่อมีการเปลี่ยนอัตราความกว้างต่อความยาว



ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างอ่อน SS2



ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดไว้ทั้งสี่ด้าน



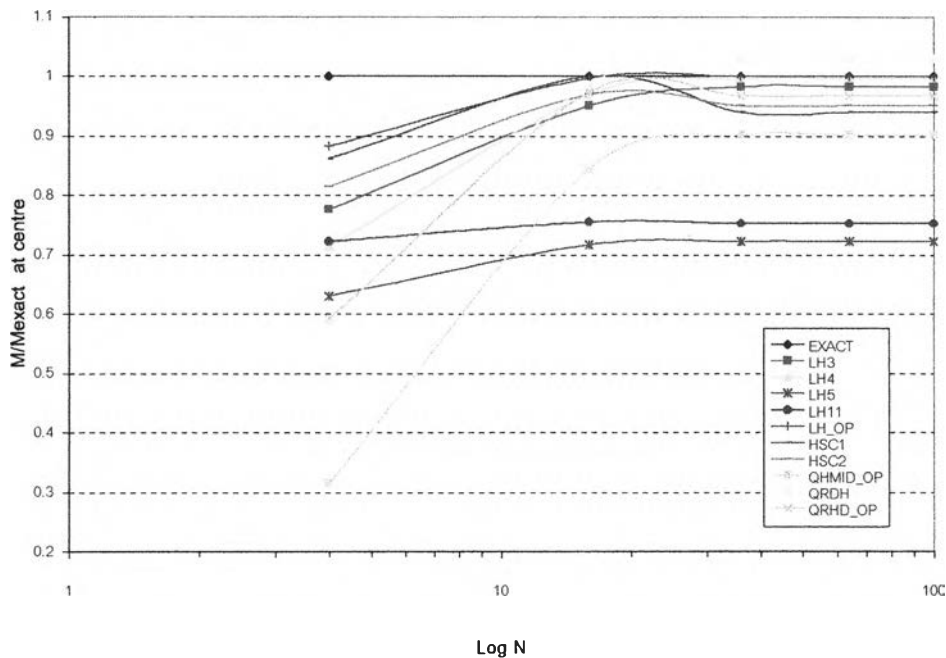
ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกเป็นอิสระสามด้าน (FS)

4.1.3.4(ต่อ) การลู่เข้าของชั้นส่วน 8 ชั้นเมื่อมีการเปลี่ยนอัตราความกว้างต่อความยาว

4.2 ความแม่นยำของความเค้น

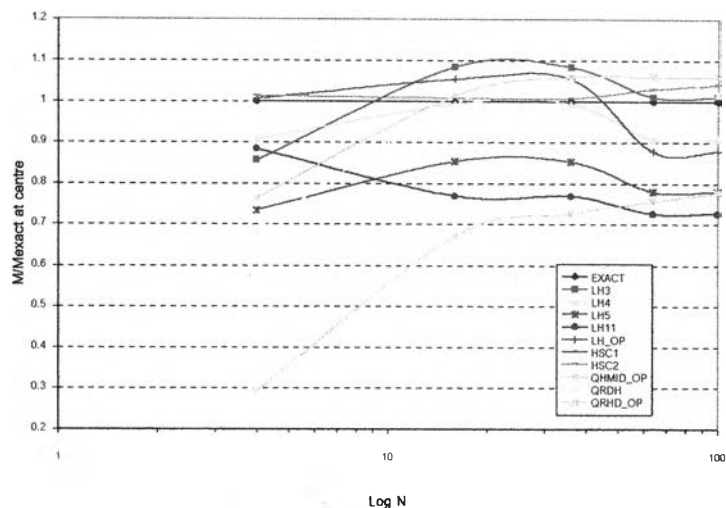
ในการทดสอบความแม่นยำของความเค้น จะใช้ตัวอย่างของการทดสอบเดียวกันกับการทดสอบการลู่เข้าสู่ค่าตอบของชิ้นส่วน

จากรูปที่ 4.2.1 แสดงให้เห็นว่าความแม่นยำของความเค้นที่ได้ของแต่ละชิ้นส่วนมีความสอดคล้องกับการเลือกสนามความเค้นเป็นอย่างมาก ในกรณีของชิ้นส่วนสี่ขั้วที่มีการสมมุติการกระจัดภายในนั้น ส่วนมากแล้วความแม่นยำจะอยู่ในขอบเขตร้อยละ 90 จะมีชิ้นส่วนบางชิ้นเท่านั้นที่ให้ความแม่นยำน้อยกว่านี้ อย่างเช่น ชิ้นส่วน LH5 และ LH11 ที่เสนอโดย Spilker ทั้งนี้จะเห็นได้ว่าชิ้นส่วนแปดขั้วจะลู่เข้าสู่ผลเฉลยแม่นยำตรงที่เร็วกว่า แต่ก็ไม่ได้แสดงว่าผลสุดท้ายจะดีกว่าเสมอไป และจากตารางที่ 4.2 แสดงให้เห็นชัดเจนว่า ชิ้นส่วนโดยส่วนใหญ่จะมีความแม่นยำในแง่ของโมเมนต์มากกว่าแรงเฉือนตั้งฉาก การเลือกใช้จำนวนสนามความเค้นสามัญที่มากเกินไป ความจำเป็นก็จะทำให้ชิ้นส่วนแข็งเกินไป สังเกตได้จากกรณีของชิ้นส่วน LH11 หรือ QH1 ที่จะให้ผลของคำตอบที่มีความผิดพลาดสูงกว่าในกรณีอื่นๆ แต่ในทางกลับกันการเลือกสนามความเค้นที่มีจำนวนพอเหมาะ อย่างเช่น กรณีของ LH4 หรือ QH2 QH1 ก็จะทำให้ความเค้นที่ได้มีความแม่นยำมาก ส่วนตัวคุณลักษณะจั้นจะไม่ทำให้ค่าความเค้นที่ได้แม่นยำสูงขึ้นเลย สังเกตได้จากค่าความเค้นของ HSC1 HSC2 จะไม่ต่างกับ LH_OP เลย

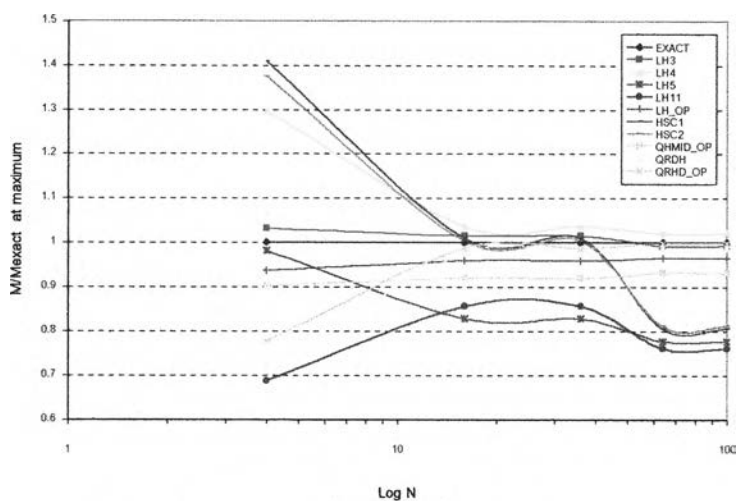


ก) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับแบบธรรมดาอย่างแข็ง (SS1)

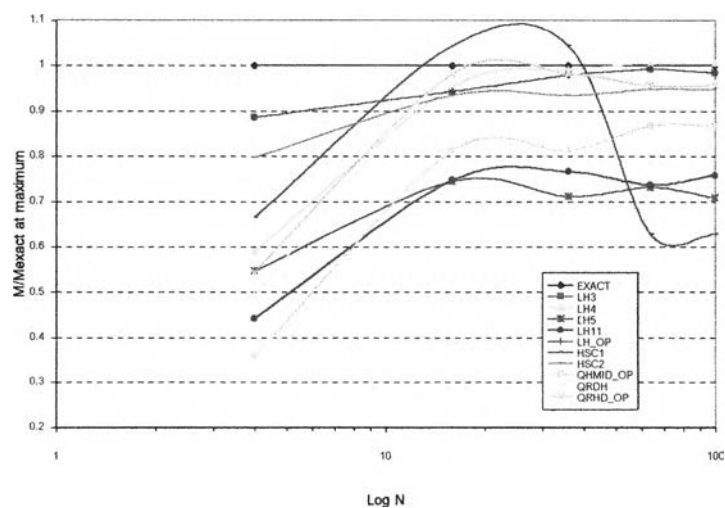
รูปที่ 4.2.1 การลู่เข้าสู่ของชิ้นส่วน



ข) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกรองรับธรรมชาติอย่างอ่อน (SS2)



ค) กรณีขอบของแผ่นพื้นถูกยึดตั้งทั้งสี่ด้าน (CS)



ง) กรณีขอบของแผ่นพื้นเป็นอิสระสามด้าน (FS)

รูปที่ 4.2.1 (ต่อ) การลู่เข้าของชิ้นส่วน

ตารางที่ 4.2.1 ก) เปรียบเทียบความแม่นยำด้านความเค้น(stress/stress exact) กรณี SS1

element	$(M_x)_{max}$	$(M_y)_{max}$	$(Q_x)_{max}$	$(Q_y)_{max}$
EXACT	$0.0479qa^2$	$0.0479qa^2$	$0.338qa$	$0.338qa$
LH3	0.95	0.95	0.68	0.98
LH4	0.99	0.99	0.75	1.14
LH5	0.78	0.74	0.95	1.45
LH11	0.74	0.78	1.03	1.50
LH_OP	1.00	0.98	1.02	1.49
HSC1	1.00	1.00	0.75	1.07
HSC2	0.97	0.99	0.75	1.07
QH MID	0.85	0.85	0.92	1.34
QH MID_OP	0.85	0.85	0.92	1.34
QRDH	0.99	0.99	1.10	1.59
QRHD_OP	0.97	0.99	1.10	1.64
QH4	0.94	0.89	0.99	1.59
QH3	0.96	1.08	1.12	1.64
QH2	1.01	1.00	1.21	1.74
QH1	1.04	1.01	0.88	1.28
QH_OP	1.00	1.00	1.02	1.47

ตารางที่ 4.2.1 ข) เปรียบเทียบความแม่นยำด้านความเค้น(stress/stress exact) กรณี SS2

element	$(M_x)_{max}$	$(M_y)_{max}$	$(Q_x)_{max}$	$(Q_y)_{max}$
EXACT	$0.0479qa^2$	$0.0479qa^2$	$0.338qa$	$0.338qa$
LH3	1.08	1.10	0.89	0.88
LH4	0.99	1.01	0.84	0.76
LH5	0.85	0.79	1.19	1.15
LH11	0.77	0.79	1.08	1.08
LH_OP	1.05	1.00	1.02	0.99
HSC1	1.09	1.08	0.95	1.02
HSC2	0.98	1.00	0.98	0.94
QH MID	0.85	0.85	0.92	0.92
QH MID_OP	0.85	0.85	0.92	0.92
QRDH	1.03	0.99	0.80	1.11
QRHD_OP	1.03	1.01	0.80	1.07
QH4	0.89	0.89	0.99	1.05
QH3	0.96	1.08	1.09	1.11
QH2	1.00	1.07	0.94	1.13
QH1	1.02	0.98	0.99	1.00
QH_OP	1.00	1.00	0.99	0.99

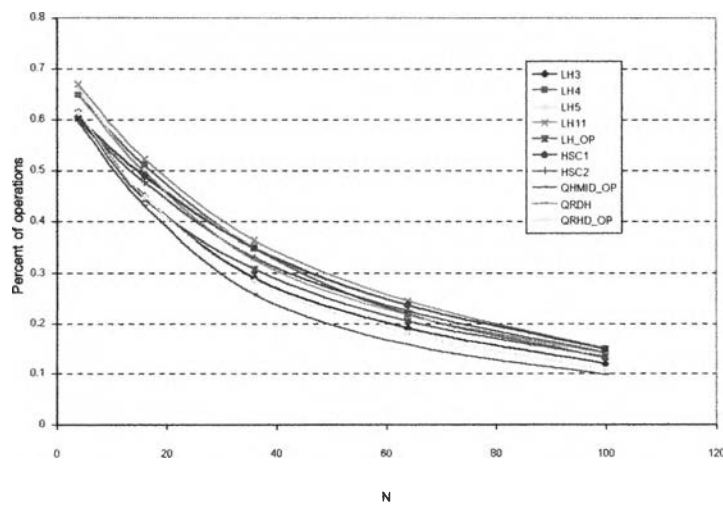
4.3 ประสิทธิภาพทางคอมพิวเตอร์

จะสามารถทำการตรวจสอบโดยการเปรียบเทียบจำนวนการดำเนินการ (operation) ในการสร้างเมตริกซ์สตีเฟนส์ โดยจะทำการนับจำนวนครั้ง การบวก ลบ คูณ และหาร ถ้าหากว่ามี $[A]_{n \times n}$ และ $[B]_{n \times n}$ สามารถนับการดำเนินการได้ดังนี้

$A + B$	จะมีการดำเนินการ	n^2
$A \times B$	จะมีการดำเนินการ	$2n^3$
A^{100}	จะมีการดำเนินการ	$99 \times 2n^3$
$LU(A)$	จะมีการดำเนินการ	$\frac{2}{3}n^3$

จากการทดสอบแสดงชัดเจนมากยิ่งขึ้นสมมติความเค้นสามัญมากขึ้นเท่าไร หรือกำลังสูงขึ้นเท่าไรก็จะยิ่งทำให้จำนวนการปฏิบัติการสูงขึ้นเท่านั้น พิจารณาได้จากจำนวนการดำเนินการของ LH11 มากกว่า LH_OP ถึง ร้อยละ 50 หรือถึงแม้ว่าจะสมมุติจำนวนความเค้นสามัญที่เท่ากันแต่ถ้าหากเลือกโหมดที่กำลังสูงก็จะทำให้จำนวนการปฏิบัติการเพิ่มขึ้นทั้งสิ้น ซึ่งสามารถดูได้จาก QHMID_OP และ LH_OP และโดยเฉพาะการใช้ตัวคุณลักษณะของจันนั้นจะทำให้จำนวนปฏิบัติการสูงขึ้นอย่างมากสังเกตได้จากการที่ HSC1 และ HSC2 มีการดำเนินการมากกว่า LH_OP ถึงประมาณร้อยละ 69 และ ร้อยละ 55 ตามลำดับ ซึ่งจำนวนการดำเนินการจะมีผลโดยตรงต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณ ยิ่งจำนวนการปฏิบัติการมากเท่าไรก็ยิ่งทำให้ต้องใช้เวลาในการทำงานมากขึ้นเท่านั้น

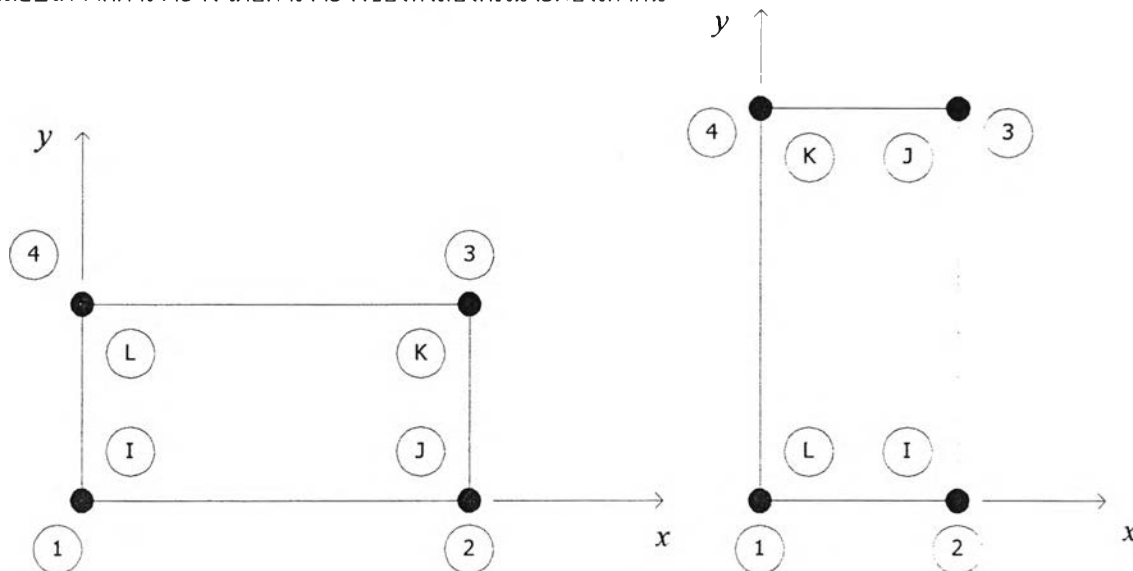
เมื่อนำจำนวนการดำเนินการของการสร้างเมตริกซ์สตีเฟนส์ มาเทียบกับการดำเนินการทั้งหมดในการแก้ปัญหาที่ [ดังแสดงในรูปที่ 4.3.1] จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเรื่อยๆ จำนวนการดำเนินการของการสร้างเมตริกซ์สตีเฟนส์ จะมีความสำคัญน้อยลง หรือจำนวนร้อยละเทียบกับจำนวนการดำเนินการทั้งหมดจะมีค่าน้อยลง แต่อย่างไรก็ตามในปัญหาที่มีขนาดเล็ก เวลาที่ใช้ในการสร้างเมตริกซ์สตีเฟนส์จะเป็นส่วนที่สำคัญที่สุด



รูปที่ 4.3.1 อัตราส่วนของจำนวนการดำเนินการในการสร้างเมตริกซ์สตีเฟนส์ต่อจำนวนการดำเนินการทั้งหมด

4.4 ความยั่งยืน

สามารถทดสอบได้โดยการสลับค่าของพิกัดของชิ้นส่วนที่ใส่เข้าไป [ดังแสดงในรูปที่ 4.4.1] แล้วทำการตรวจสอบว่าสติเฟเนสของชิ้นส่วนที่ได้จากทั้งสองแบบที่สอดคล้องกับระดับชั้นความอิสระเดียวกันมีค่าเท่ากันหรือไม่ ถ้าหากว่าสติเฟเนสที่ได้มีค่าเท่ากันแสดงว่าชิ้นส่วนที่ทำการทดสอบมีความยั่งยืน รวมทั้งสามารถตรวจสอบได้จากค่าเจาะจง โดยค่าเจาะจงของทั้งสองกรณีจะต้องเท่ากัน



รูปที่ 4.4.1 ตัวอย่างทดสอบความยั่งยืน

จากผลการทดสอบ [แสดงในตารางที่ 4.5.1 และตารางที่ 4.5.2] แสดงให้เห็นว่าในกรณีของชิ้นส่วนแปดชิ้นนั้น ทุกชิ้นส่วนมีความยั่งยืน แต่ในกรณีของชิ้นส่วนสี่ตัวที่สมมุติการกระจัดภายใน จะมีชิ้นส่วน LH3 LH4 LH5 LH11 LH-OP QHMID QHMID-OP และ QRDH-OP เท่านั้นที่มีความยั่งยืน

4.5 การทดสอบแบบหย่อม

การทดสอบแบบหย่อมเป็นการยืนยันการลู่เข้าของชิ้นส่วน เพราะการลู่เข้าของผลเฉลยอย่างแน่นอนนั้นจะต้องมีทั้งเงื่อนไข ความเข้ากันได้ (Consistency) และความเสถียร (Stability) โดยความเข้ากันได้ คือการที่ชิ้นส่วนมีขนาดเล็ก ($h \rightarrow 0$) สมการจะสอดคล้องกับสมการอนุพันธ์ และเป็นไปตามเงื่อนไขที่ชอบ ซึ่งการทดสอบชิ้นปะ จะทำให้เราตรวจสอบสมบัติข้อนี้นั่นเอง [ผลการทดสอบแสดงในตารางที่ 4.5.1 และ 4.5.2]

ส่วน ความเสถียร นั้นคือการที่มีคำตอบเฉพาะ (Unique) และปราศจากภาวะที่ไร้พลังงาน ซึ่งตรวจสอบจากการที่ เมตริกซ์สามารถหา เมตริกซ์ผกผันได้

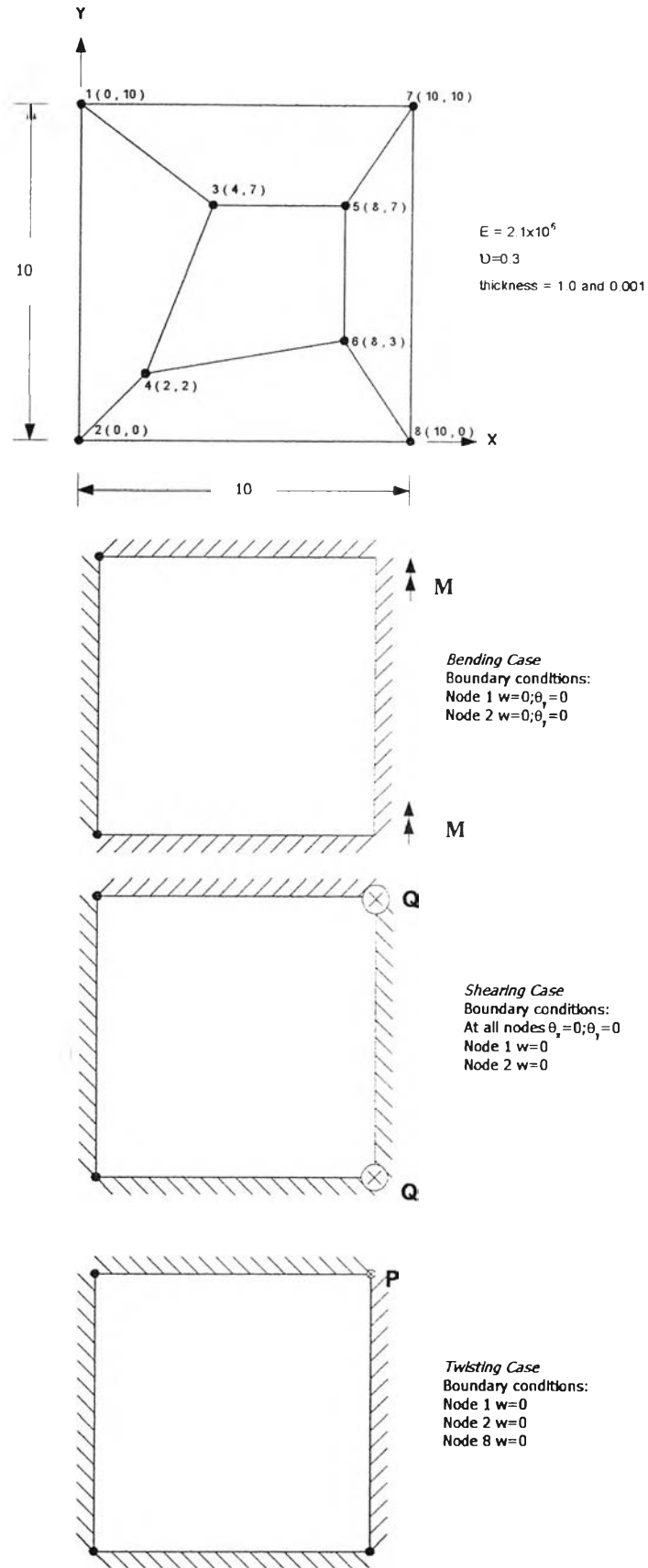
ตารางที่ 4.5.1 ผลการทดสอบชิ้นส่วน 4 ชั่วโมงและ 8 ชั่วโมง

ชิ้นส่วน	จำนวนปฏิบัติการ		ความยั่งยืน	ทดสอบแบบห่ออม		
	ครั้ง	เทียบเท่า		การตัด	แรงเฉือน	การบิด
LH3	30762	1.06	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ผ่าน	ผ่าน
LH4	38824	1.34	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
LH4_B	82776	2.85	ไม่ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
LH5	38932	1.34	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
LH11	43617	1.50	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
LH_OP	31162	1.07	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
HSC1	49121	1.69	ไม่ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
HSC2	44892	1.55	ไม่ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH MID	63184	2.18	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH MID_OP	29037	1.00	ยั่งยืน	ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QRDH	38902	1.34	ไม่ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QRDH_OP	31065	1.07	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน

ตารางที่ 4.5.2 ผลการทดสอบชิ้นส่วน 8 ชั่วโมง

ชิ้นส่วน	จำนวนปฏิบัติการ		ความยั่งยืน	ทดสอบแบบห่ออม		
	ครั้ง	เทียบเท่า		การตัด	แรงเฉือน	การบิด
QH4	623856	1.49	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH3	562571	1.35	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH2	529605	1.27	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH1	442614	1.06	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน
QH_OP	417977	1.00	ยั่งยืน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน

จากผลการทดสอบจะเห็นว่าส่วนใหญ่ชิ้นส่วนจะไม่ผ่านการทดสอบแบบห่ออม แต่อย่างไรก็ตามชิ้นส่วนก็ยังมีกรลู่เข้าสู่คำตอบอยู่ดี ดังนั้น เราจึงสรุปได้ว่าการทดสอบชิ้นปะไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่คำตอบในกรณีของระเบียบวิธีพันธุทาง เพราะการลู่เข้าสู่คำตอบของชิ้นส่วนพันธุทางจะเป็นการลู่แบบไม่ใช่ทางเดียว



รูปที่ 4.5.1 ชิ้นส่วนที่ใช้ในการทดสอบแบบหย่อม

4.6 หลักการเลือกสนามความเค้นที่มีประสิทธิภาพ

ประสิทธิภาพของชิ้นส่วนพันธู์ทางตามที่ได้ทำการทดสอบมาทั้งหมดนั้นจะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างกันขึ้นอยู่กับการสมมติสนามการกระจัด และสนามความเค้นเป็นสำคัญ

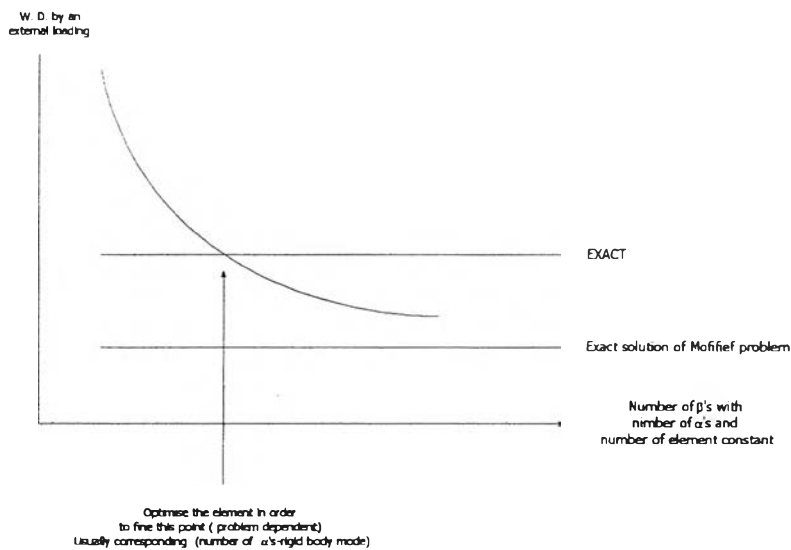
ในส่วนของการสมมติสนามความเค้นนั้น เงื่อนไขเบื้องต้นในการสมมุติจำนวนความเค้นสามัญคือ

$$m \geq n - l \tag{.....4.6.1}$$

เมื่อ

- m แทนจำนวนของความเค้นสามัญ (generalized stresses : β) ที่ทำการสมมุติ
- n แทนจำนวนของระดับชั้นความอิสระ (degree of freedom : dof) ของชิ้นส่วน
- l แทนระดับชั้นของความอิสระที่มีการเคลื่อนที่แบบไรพลังงาน (rigid body degree of freedom)

การเลือก m ที่มากเกินไป จะทำให้ชิ้นส่วนที่ได้แข็งเกินไป แต่การใช้ฟังก์ชันพหุนามที่มีกำลังสูงจะทำให้คำตอบที่ได้ดีขึ้น [ดังแสดงในรูปที่ 4.6.1]



รูปที่ 4.6.1 การเลือกสนามตัวแปร

ปกติการเลือกสนามความเค้นไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ชอบ แต่ในปัญหาขนาดใหญ่ การสมมติสนามความเค้นให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ชอบจะได้คำตอบที่ดีขึ้น การสมมติสนามความเค้นให้เกิดการกระจัดครบทุกโหมด จะทำให้ชิ้นส่วนเกิดความยืดหยุ่นในตัวโดยอัตโนมัติ และการสมมติสนามความเค้นที่มีความสมมาตรจะใช้ได้กับโครงสร้างที่มีสมมาตร

4.6.1 การพิจารณาจากพลังงานการเปลี่ยนรูป (Deformation Energy)

พิจารณาจากสมการ

$$U_d = \int_V \{\sigma\}^T [\varepsilon] dV = \int_V \{\sigma\}^T ([\partial]\{u\}) dV = \{\beta\}^T [H] \{r\} \quad \dots\dots 4.6.1.1$$

เมื่อ

$$\{u\} = [\bar{L}] \begin{Bmatrix} \alpha \\ R \end{Bmatrix} \quad \dots\dots 4.6.1.2$$

R คือ โหมดการกระจัดแบบไร้พลังงาน l โหมด

α คือ โหมดการกระจัดปกติ

และ

$$\{r\} = [T] \begin{Bmatrix} \alpha \\ R \end{Bmatrix} \quad \dots\dots 4.6.1.3$$

$$U_d = \{\beta\}^T [H][T] \begin{Bmatrix} \alpha \\ R \end{Bmatrix} = \{\beta\}^T [G_\alpha \quad G_R] \begin{Bmatrix} \alpha \\ R \end{Bmatrix} = \{\beta\}^T [G_\alpha] \{\alpha\} \quad \dots\dots 4.6.1.4$$

เพราะไม่มีพลังงานการกระจัดในการเคลื่อนที่แบบไร้พลังงาน หาก U_d เป็นศูนย์ในแต่ละหมู่ของ α แสดงให้เห็นว่าเป็นโหมดจลนะ (kinematic mode)

หรือพิจารณาพลังงานในแต่ละโหมดจากสมการ

$$I_i = \int_V [P]_i ([\partial]\{N_i\}) dV \neq 0 \quad \dots\dots 4.6.1.5$$

4.6.2 หลักการพิจารณาโหมดการเปลี่ยนรูปธรรมชาติ (Natural Deformation Mode)

พิจารณาจากสมการสมดุลของการกระจัดในแต่ละชิ้นส่วน

$$[K]\{q\} = \{F\} \quad \dots\dots 4.6.2.1$$

ถ้าหากว่าเวกเตอร์ของแรงที่ขั้วเป็นสัดส่วนกับเวกเตอร์การกระจัดที่ขั้ว สมการสมดุลจะเปลี่ยนไปเป็น

$$([K] - \lambda[I])\{q\} = 0 \quad \dots\dots 4.6.2.2$$

ซึ่งรูปแบบดังกล่าวจะเรียกว่าสมการค่าเจาะจง (eigenvalue equation) โดยสมการดังกล่าวจะให้ค่าเจาะจงที่ไม่เป็นศูนย์เท่ากับ $n-l$ ค่า ซึ่งสอดคล้องกับโหมดการเปลี่ยนรูปธรรมชาติ (natural deformation mode) $n-l$ โหมดและจะให้ค่าเจาะจงที่เป็นศูนย์ l ค่าที่สอดคล้องกับการกระจัดแบบไร้พลังงาน l โหมด

ในชั้นส่วนพันธุ์ทาง ค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจง (eigenvectors) จะมีความเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับ การสมมุติฐานความเค้น ถ้าหากว่าการสมมุติฐานความเค้นที่บริบูรณ์จะได้ค่าเจาะจงที่ไม่เป็นศูนย์ $n-l$ ค่า และค่าเจาะจงที่เป็นศูนย์ l ค่า ตามรูปแบบการกระจัดตามธรรมชาติ

หลักการ: ในชั้นส่วนพันธุ์ทางจะมีโหมดการกระจัดธรรมชาติเพียง $m = n-l$ โหมดเท่านั้น การ สมมุติการกระจัดทั้งหมดจะสามารถแยกออกเป็นโหมดของความเค้นได้ทั้งหมด m โหมดที่สอดคล้องกับการ กระจัดธรรมชาติ m โหมด และกลุ่มการกระจัดไร้พลังงานที่สอดคล้องกับโหมดการกระจัดแบบไร้พลังงาน l โหมด ดังนั้นในชั้นส่วนพันธุ์ทางจะสามารถแยกความเค้นที่สมมุติออกได้ทั้งหมด $n-l+1$ กลุ่ม

จากหลักการดังกล่าวเราสามารถที่จะแยกการสมมุติความเค้นออกเป็นกลุ่มความเค้นได้ทั้งหมด m กลุ่มดังนี้

$$\{\sigma\} = [P]\{\beta\} = \left[\begin{array}{ccc} \sum_{i_1=1}^{n_1} \{\sigma_{i_1}\} & \sum_{i_2=2}^{n_2} \{\sigma_{i_2}\} & \dots & \sum_{i_m=1}^{n_m} \{\sigma_{i_m}\} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_m \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^m [P_i] \{\beta_i\} \dots 4.6.2.3$$

นั่นคือความเค้นในแต่ละโหมดที่ไม่ได้เป็นความเค้นในโหมดไร้พลังงาน จะสามารถที่แยกให้อยู่ในโหมดธรรมชาติ ได้ โดยการเลือกสมมุติความเค้นจะต้องเลือกให้มีโหมดของการกระจัดครบทุกโหมดยกเว้นโหมดการกระจัดไร้ พลังงาน ทำให้จำเป็นที่จะต้องเลือกความเค้นให้ครบ m โหมด โดยการเลือกความเค้นในโหมดเดียวกันมา หลายตัวก็ไม่ได้ทำให้ได้คำตอบที่ดีขึ้น ยังส่งผลให้ชั้นส่วนแข็งเกินไป

4.6.3 ขั้นตอนในการแยกโหมดความเค้น

จากวิธีการที่กล่าวใน 4.6.2 เราสามารถแยกรายละเอียดขั้นตอนได้ดังนี้

1. หา $[P]_{iso}$ ด้วยวิธีฟังก์ชันเหมือน (iso function) หรือการสมมุติขึ้นมาโดยวิธีการใดก็ได้
2. เลือกรูปแบบความเค้นใน $[P]_{iso}$ เพื่อสร้าง $[P_1]$ แล้วทำการหาค่า สติฟเนส ตรวจสอบค่าเจาะจงว่า เป็นศูนย์หรือไม่ ในการเลือกรูปแบบความเค้นให้เลือกจากกำลังต่ำไปหา กำลังสูง
3. เลือกรูปแบบความเค้นที่ให้ค่าเจาะจงเป็นศูนย์ออกจาก $[P]_{iso}$ ให้เลือก $\{\sigma_1\}$ เป็น $[P_1]$
4. สร้าง $[P_2]$ โดยการเพิ่มรูปแบบของความเค้นจาก $[P]_{iso}$

$$[P_2] = [\{\sigma_1\} \quad \{\sigma_2\}]$$
5. หาค่าสติฟเนสรวมทั้งหาค่าเจาะจง ถ้าค่าเจาะจงไม่เป็นศูนย์ทั้งสองตัวให้ข้ามไปขั้นที่ 7 แต่ถ้าไม่เป็น ศูนย์ค่าเดียวก็ทำในขั้นที่ 6 ต่อไป
6. รูปแบบความเค้นที่เลือกมาอยู่ในหมวดที่ 1 แล้วทำการเลือกรูปแบบต่อไปมาเพิ่มแล้วกลับไปทำขั้นที่ 4
7. ทั้งสองรูปแบบความเค้นแสดงหมวดของความเค้นที่ต่างกัน
8. เพิ่มรูปแบบความเค้นใน $[P_2]$ เป็น $[P_3]$

$$[P_3] = [\{\sigma_1\} \quad \{\sigma_2\} \quad \{\sigma_3\}]$$
9. ถ้าหาค่าเจาะจงที่ไม่เป็นศูนย์ได้สองค่าให้ทำขั้นตอนที่ 10 ต่อ หากได้ค่าที่ไม่เป็นศูนย์สามค่าให้ข้ามไป ทำขั้นตอนที่ 11

10. ขั้นตอนนี้จะต้องแยกให้ได้ว่ารูปแบบความเค้นที่เลือกมาอยู่ในหมวดไหนของความเค้น

$$[P_2'] = [\{\sigma_1\} \ \{\sigma_3\}] \text{ และ } [P_2''] = [\{\sigma_2\} \ \{\sigma_3\}]$$

ทำการทดสอบแบบเดิม

11. แสดงว่ารูปแบบที่เลือกมาเป็นหมวดความเค้นอีกหมวดหนึ่ง
 12. ทำการเพิ่มรูปแบบความเค้นเข้าไปแล้วทำแบบเดิม
 13. ในที่สุดเราก็จะสามารถแบ่งหมวดของความเค้นได้ทั้งหมด $m + 1$ แบบ

4.6.4 การพัฒนาชิ้นส่วน

จากการพิจารณาการเปลี่ยนรูปธรรมชาติ นั้น ทำให้เราสามารถนำมาใช้ในพัฒนาสนามความเค้นได้
 ดังเช่นตัวอย่างการพัฒนาชิ้นส่วน LH-OP

นำสนามความเค้นที่ Spilker ได้เสนอและใช้กับชิ้นส่วน LH3 LH4 LH4_B LH5 LH11 พิจารณาแต่
 ละโหมดเพื่อต้องการที่ทราบว่ามีโหมดการกระจัดไร้พลังงานเป็นโหมดใดบ้างตามขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น ทำให้
 สามารถที่จะแสดงค่าเจาะจงของแต่ละโหมดได้

$$[P]_I = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & xy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & 0 & 0 & 0 & 0 & xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & 0 & 0 & xy \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & x & y \end{bmatrix} \quad \dots\dots 4.6.4.1$$

$$[P]_{II} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x^2 & x^2 & y^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}y^2 & 0 & 0 & x^2 & y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x^2 & y^2 \\ x & 2x & 0 & 0 & 0 & 0 & 2y \\ -y & 0 & 0 & 0 & 2y & 2x & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots 4.6.4.2$$

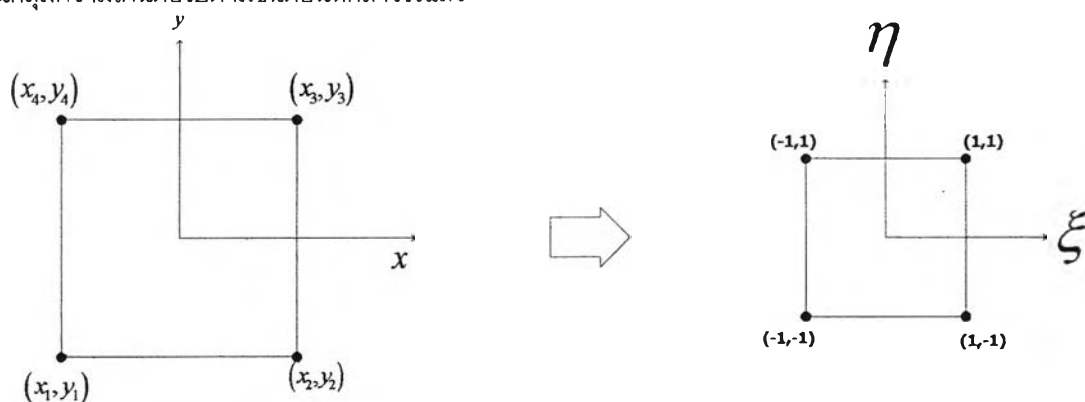
$$[P]_I = [\{\sigma_1\} \ \{\sigma_2\} \ \{\sigma_3\} \ \{\sigma_4\} \ \{\sigma_5\} \ \{\sigma_6\} \ \{\sigma_7\} \ \{\sigma_8\} \ \{\sigma_9\} \ \{\sigma_{10}\} \ \{\sigma_{11}\} \ \{\sigma_{12}\}] \quad \dots\dots 4.6.4.3$$

$$[P]_{II} = [\{\sigma_{13}\} \ \{\sigma_{14}\} \ \{\sigma_{15}\} \ \{\sigma_{16}\} \ \{\sigma_{17}\} \ \{\sigma_{18}\} \ \{\sigma_{19}\}] \quad \dots\dots 4.6.4.4$$

ตารางที่ 4.6.4.1 ค่าเจาะจงของแต่ละโหมดของความเค้น(ตามตัวอย่าง N16 ในรูปที่ 4.1.1.1)

โหมดของความเค้น	ค่าเจาะจง
$\{\sigma_1\}$	83.3333
$\{\sigma_2\}$	187.1267
$\{\sigma_3\}$	69.4444
$\{\sigma_4\}$	83.3333
$\{\sigma_5\}$	69.4444
$\{\sigma_6\}$	187.1267
$\{\sigma_7\}$	62.6566
$\{\sigma_8\}$	96.5233
$\{\sigma_9\}$	96.5233
$\{\sigma_{10}\}$	150.7409
$\{\sigma_{11}\}$	150.7409
$\{\sigma_{12}\}$	144.6761
$\{\sigma_{13}\}$	229.4881
$\{\sigma_{14}\}$	284.2561
$\{\sigma_{15}\}$	59.5238
$\{\sigma_{16}\}$	59.5238
$\{\sigma_{17}\}$	47.6190
$\{\sigma_{18}\}$	125.0988
$\{\sigma_{19}\}$	125.0988

จากตารางจะเห็นได้ว่าทุกโหมดไม่เป็นกลุ่มโหมดของการกระจัดแบบไร้พลังงาน นำความเค้นในแต่ละโหมดไปแยกเป็นกลุ่มความเค้นต่อไปตามขั้นตอนที่กล่าวไว้แล้ว



รูปที่ 4.6.4.1 ลักษณะการวางแกนพิกัดของชิ้นส่วนที่ใช้ในการการแยกแยะโหมด

ตารางที่ 4.6.4.2 การจัดกลุ่มความเค้น

ความเค้น	ความสามารถในการทดแทนโหมด								
	$\{\sigma_1\}$	$\{\sigma_2\}$	$\{\sigma_3\}$	$\{\sigma_4\}$	$\{\sigma_5\}$	$\{\sigma_6\}$	$\{\sigma_7\}$	$\{\sigma_{12}\}$	$\{\sigma_{13}\}$
$\{\sigma_8\}$	ได้		ได้	ได้		ได้	ได้		
$\{\sigma_9\}$	ได้	ได้		ได้	ได้		ได้		
$\{\sigma_{10}\}$	ได้	ได้	ได้	ได้					
$\{\sigma_{11}\}$	ได้			ได้	ได้	ได้			
$\{\sigma_{14}\}$	ได้		ได้	ได้	ได้		ได้	ได้	ได้
$\{\sigma_{15}\}$	ได้		ได้						
$\{\sigma_{16}\}$				ได้	ได้				
$\{\sigma_{17}\}$				ได้					
$\{\sigma_{18}\}$	ได้		ได้	ได้		ได้	ได้		
$\{\sigma_{19}\}$	ได้	ได้		ได้	ได้		ได้		

หากทำการเลือกสนามความเค้นในชั้นส่วนดัดที่เสนอข้างต้นก็จะทำให้เมตริกซ์สติเฟนสท์ที่ได้มีโหมดการกระจัดธรรมชาติที่ครบตามที่ต้องการ ส่งผลให้ไม่เกิดการกระจัดแบบไร้พลังงานที่จะทำให้ประสิทธิภาพของชั้นส่วนลดลง

และด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้นเราก็จะสามารถ ปรับปรุงสนามความเค้นของชั้นส่วนต่างๆให้มีประสิทธิภาพขึ้นได้ตามที่ต้องการ ดังนั้นชั้นส่วน LH-OP จึงใช้สนามความเค้น

$$[P]_{6 \times 9} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}x^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & 0 & 0 & -\frac{1}{2}y^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & xy & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y & -y \end{bmatrix}$$

4.7 การนำชิ้นส่วนไปประยุกต์

ในปัจจุบันมีการนำชิ้นส่วนพันธุ์ทางไปประยุกต์กับโปรแกรมสำเร็จรูป โดยโปรแกรมสำเร็จรูปส่วนใหญ่จะมีการใช้ชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทาง ดังที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.7.1 จะเห็นได้ว่า ในกรณีของโปรแกรม GT-STRUDL มีชิ้นส่วนพันธุ์ทางถึง 4 แบบ ในขณะที่โปรแกรม STAAD III ใช้เพียงแค่แบบเดียว ซึ่งรายละเอียดของชิ้นส่วนที่ STAAD III ใช้แสดงไว้ในภาคผนวก ก

ตารางที่ 4.7.1 การใช้ชิ้นส่วนพันธุ์ทางในโปรแกรมสำเร็จรูป

Program	ELEMENT	DOF per NODE
STAAD	PLATE (USE HYBRID)	6
GT-STRUDL	BPHQ (bending plate Hybrid Quadrilateral)	6
	SBHQ (Stretching and bending hybrid quadrilateral)	6
	SBHQ6 (Stretching and bending hybrid quadrilateral with 6 DOF)	6
	SBHQCSH (Stretching and bending hybrid quadrilateral with Constant shear strain)	6
SAP2000	Use shell element for model plate	6