

การเคลื่อนที่แบบควอนตัมบราวเนียนด้วยวิธีอินทิกรัลตามวิถี

นาย สุพิชญ์ แคมมณี



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

คณะวิทยาศาสตร์ จฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-567-1

ลิขสิทธิ์ของ จฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

QUANTUM BROWNIAN MOTION BY PATH INTEGRAL METHOD

Mr. Supitch Khemmani

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Physics

Department of Physics

Faculty of Science

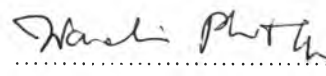
Chulalongkorn University

Academic Year 1999


ISBN 974-334-567-1


Thesis Title Quantum Brownian Motion by Path Integral Method
By Mr. Supitch Khemmani
Department Physics
Thesis Advisor Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

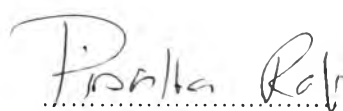
Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial
Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Physics.

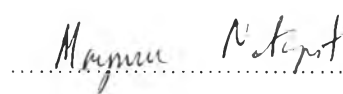
.....Dean of Faculty of Science
(Associate Professor Wanchai Phothiphichit, Ph.D.)

THESIS COMMITTEE

.....Chairman
(Ahpisit Ungkitchanukit, Ph.D.)

.....Thesis Advisor
(Professor Virulh sa-yakanit, F.D.)

.....Member
(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

.....Member
(Associate Professor Mayuree Natenapit, Ph.D.)

สุพิชญ์ แวมมณี : การเคลื่อนที่แบบควอนตัมบราวเนียนด้วยวิธีอินทิกรัลตามวิถี

(QUANTUM BROWNIAN MOTION BY PATH INTEGRAL METHOD)

อ. ที่ปรึกษา : ศ.ดร. วิรุฬห์ สายคณิต, อ. ที่ปรึกษาร่วม : -- , 99 หน้า. ISBN 974-334 -567 -1

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์นี้คือการนำวิธีอินทิกรัลตามวิถีในทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบควอนตัมบราวเนียนไปประยุกต์ใช้กับปัญหาการหนีออกของวอร์เท็กซ์ในของไหลยิ่งยวดหรือตัวนำยิ่งยวดจากศักย์กึ่งเสถียร จากการที่มีแรงแมกนัส เมื่อได้นิพจน์ของเอกซันยังผลแล้ว เราพบว่า สิ่งที่มีบทบาทสำคัญในปัญหานี้คือ เคอร์เนลการหน่วงเพี้ยน ในบรรดาพารามิเตอร์ต่างๆในเคอร์เนลการหน่วงเพี้ยน ความถี่ของการสั่นในศักย์ตรึงแบบฮาร์โมนิกในทิศทางเสถียร ได้นำเราไปสู่การพิสูจน์การมีจริงและการไม่มีจริงของอุณหภูมิก่อตัว และ การวิเคราะห์ผลของการกระจายและแรงแมกนัสบนอุณหภูมิก่อตัวสำหรับการหน่วงโดยทั่วไป สิ่งเหล่านี้ช่วยให้เราเข้าใจการเปลี่ยนของกลไกหลักของกระบวนการหนี จากการกระตุ้นเชิงอุณหภูมิจากการทันเนลเชิงควอนตัมได้ดีขึ้น ความถี่อันนี้ยังสามารถนำเราไปสู่การนิยามเกณฑ์การจำกัดให้อยู่ในวง และมวลยังผลของวอร์เท็กซ์ นอกจากนี้ สูตรอัตราการณ์ของวอร์เท็กซ์เหนืออุณหภูมิก่อตัวจะแยกออกเป็นสองกรณีที่แตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับค่าที่แตกต่างกันของความถี่

ภาควิชา ฟิสิกส์
สาขาวิชา ฟิสิกส์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม --

397 21930 23 : MAJOR physics

KEY WORD: metastability / vortex / dissipation / Magnus force / Brownian motion

SUPITCH KHEMMANI : QUANTUM BROWNIAN MOTION BY PATH INTEGRAL METHOD.

(การเคลื่อนที่แบบควอนตัมบราวเนียนด้วยวิธีอินทิกรัลตามวิถี) THESIS ADVISOR : Professor Virulh Sa-yakanit,F.D., THESIS COADVISOR : --, 99 pp. ISBN 974-334-567-1.

The purpose of this thesis is to apply the path integral method in quantum Brownian motion theory to study the problem of a vortex in superfluid or superconductor escaping out of a metastable potential. Because of the presence of the Magnus force, after obtaining the expression for the effective action, the anomalous damping kernel becomes an important role in this problem. Out of the parameters contained in the anomalous damping kernel, the frequency of the oscillation in the harmonic pinning potential in stable direction leads us to prove the existence and non-existence of the crossover temperature, and to analyse the dissipation and Magnus force effects on the crossover temperature for general damping. These can help us understand more about the change of dominating mechanism of the escape process from thermal activation to quantum tunneling. This frequency also leads us to define the localization criterion and the effective mass of a vortex. Moreover, the escape rate formula of a vortex above the crossover temperature is splitted into two different cases corresponding with difference values of this frequency.

ภาควิชา ฟิสิกส์
สาขาวิชา ฟิสิกส์
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต S. Khemmani
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา V. Sa-yakanit
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม



ACKNOWLEDGMENTS

The author would like to express his deep gratitude to his advisor Professor Virulh Sa-yakanit for his valuable advice, discussion and help of every sort in writing this thesis, and to Associate Professor Wichit Sritrakool for his help in computer preparation.

Special thanks go to every one in my family for their help and support and also great thanks to all of my friends who have helped in creating a warm and friendly atmosphere in the group discussion.

The author also would like to thank the thesis committee, Dr. Ahpsit Ungkitchanukit, Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa and Associate Professor Mayuree Natenapit, for their reading and valuable comments to improve the manuscript.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI.....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH.....	v
ACKNOWLEDGMENTS.....	vi
LIST OF TABLES.....	ix
LIST OF FIGURES.....	x
LIST OF SYMBOLS.....	xi
CHAPTER I INTRODUCTION.....	1
CHAPTER II QUANTUM STATISTICAL MECHANICS AND DENSITY MATRIX.....	4
2.1 CANONICAL DISTRIBUTION, PARTITION FUNCTION, AND FREE ENERGY.....	4
2.2 DENSITY OPERATOR AND DENSITY MATRIX.....	5
2.3 DENSITY MATRIX IN STATISTICAL MECHANICS.....	8
2.4 PATH INTEGRATION FORMULATION OF THE DENSITY MATRIX.....	11
CHAPTER III CLASSICAL AND QUANTUM BROWNIAN MOTION (FUNCTIONAL INTEGRAL APPROACH).....	17
3.1 HISTORY OF THE FOUNDATION OF BROWNIAN MOTION.....	17
3.2 GAUSSIAN RANDOM PROCESS, METHOD OF RICE, AND FOKKER-PLANK EQUATION.....	19
3.3 LANGEVIN EQUATION AND CLASSICAL BROWNIAN MOTION.....	27
3.4 LIMITATION OF CLASSICAL BROWNIAN MOTION AND SYSTEM-PLUS-RESERVOIR MODEL.....	33
3.5 PHENOMENOLOGICAL CALDEIRA-LEGGETT MODELLING.....	36
3.6 REDUCED DENSITY MATRIX AND REDUCED PARTITION FUNCTION.....	38

CHAPTER IV	APPLICATION OF QUANTUM BROWNIAN MOTION ON A VORTEX ESCAPING OUT OF A METASTABLE POTENTIAL.....	45
4.1	MAGNUS FORCE ON VORTEX AND HAMILTONIAN OF THE PROBLEM.....	45
4.2	THE ESCAPE RATE FORMULA.....	52
4.3	EFFECTIVE ONE-DIMENSIONAL REDUCED PARTITION FUNCTION.....	55
4.4	THE ESCAPE RATE FORMULA OF A VORTEX.....	61
4.5	CROSSOVER TEMPERATURE AND ITS IMPORTANT THEOREMS...	68
4.6	DISSIPATION AND MAGNUS FORCE EFFECTS ON THE CROSSOVER TEMPERATURE.....	71
4.7	LOCALIZATION OF A VORTEX.....	77
4.8	EFFECTIVE MASS OF A VORTEX AND ITS INTERPRETATION.....	78
CHAPTER V	CONCLUSION AND DISCUSSION.....	82
REFERENCES.....		87
APPENDIX A	ELIMINATION OF THE ENVIRONMENTAL COORDINATES.....	90
APPENDIX B	ELIMINATION OF THE COORDINATE X OF A VORTEX.....	92
APPENDIX C	EVALUATION OF THE SEMICLASSICAL EFFECTIVE ACTION.....	94
APPENDIX D	LINEARIZATION OF THE EQUATION OF MOTION.....	96
APPENDIX E	PROOF OF $\eta_0 > \eta_c$	98
CURRICULUM VITAE.....		99

LIST OF TABLES

Table	Page
3.1 Observations and calculations of the distribution of the displacements of a Brownian particle.....	19

LIST OF FIGURES

Figure		Page
2.1	The sum over paths is defined as a limit, in which at first the path is specified by giving only its coordinate x at a large number of specified times separated by very small intervals ε . The path sum is then an integral over all these specific coordinates. Then to achieve the correct measure, the limit is taken as ε approach 0.....	14
4.1	Magnus force on the rotating cylinder.....	45
4.2	The vortex flow which its center called a "vortex".....	46
4.3	A metastable "quadratic-plus-cubic" potential well.....	52
4.4	The inverted potential $-V(y)$	53
4.5	Dominant escape mechanism depicted schematically as a function of temperature.....	54
4.6	Intersection between the increasing and decreasing function.....	69
4.7	The normalized crossover temperature $T_0(\eta)/T_0(\eta = 0)$ is shown for general damping as a function of dissipation strength η in the case where $\omega_x \neq 0$ and $\omega_x = 0$ with the condition $\Omega < \omega_b$	74
4.8	The crossover temperature $T_0(\eta)$ is shown for general damping as a function of dissipation strength η in the case where $\omega_x = 0$ with the condition $\Omega \geq \omega_b$	74
4.9	The normalized crossover temperature $T_0(\Omega)/T_0(\Omega = 0)$ is shown for general damping as a function of Magnus force strength Ω in the case where $\omega_x \neq 0$	76
4.10	The normalized crossover temperature $T_0(\Omega)/T_0(\Omega = 0)$ is shown for general damping as a function of Magnus force strength Ω in the case where $\omega_x = 0$	76

LIST OF SYMBOLS

Symbol	Description
P_r	probability of the system is in state r
Z	partition function (of the universe)
$\hat{\rho}$	density operator or reduced density operator
$\rho(x, x')$	density matrix or reduced density matrix
S	action
S^E	Euclidean action
$G(f)$	spectral density
$\xi(t)$	random force
$\gamma(t)$	retarded friction
$\tilde{\gamma}(\omega)$	frequency dependent damping coefficient
c_α	coupling constant
ω_α	frequency of each bath oscillator
q_α	environmental coordinate
F^E, \tilde{F}^E	influence functional
Z_d	reduced partition function or effective one-dimensional reduced partition function
$J(\omega)$	spectral function
η	dissipation strength
\bar{F}_M	Magnus force
d	thickness of the sample
\bar{v}_s	uniform superfluid velocity
$V(y)$	metastable potential
$-V(y)$	inverted potential
y_b	the point corresponding with the local maximum of $V(y)$ i.e., $V'(y_b) = 0$ and $V''(y_b) < 0$
V_b	height of $V(y)$ i.e., $V_b = V(y_b)$
ω_b	frequency of small oscillation around the minimum of the inverted potential $-V(y)$

T_0	crossover temperature
F	free energy
k	escape rate or decay rate
$K(\tau)$	normal damping kernel
$g(\tau)$	anomalous damping kernel
$y_B(\tau)$	bounce trajectory
$S_{\text{eff}}^{\text{E}}$	effective Euclidean action
S_B	bounce action
$S_{\text{eff}}^{\text{E}(0)}$	semiclassical effective action about $y = 0$
$S_{\text{eff}}^{\text{E}(b)}$	semiclassical effective action about $y = y_b$
$\hat{\gamma}(z)$	Laplace transform of the retarded friction
C_{qm}	quantum-mechanical enhancement factor or quantum correction factor
Ω	Magnus force strength
ω_x	frequency of the oscillation in the harmonic pinning potential in x direction
ρ_s	superfluid atom or electron number density
M^*	effective mass of a vortex