

บทที่ 3

การออกแบบ Multivariable IMC

3.1 คำนำ

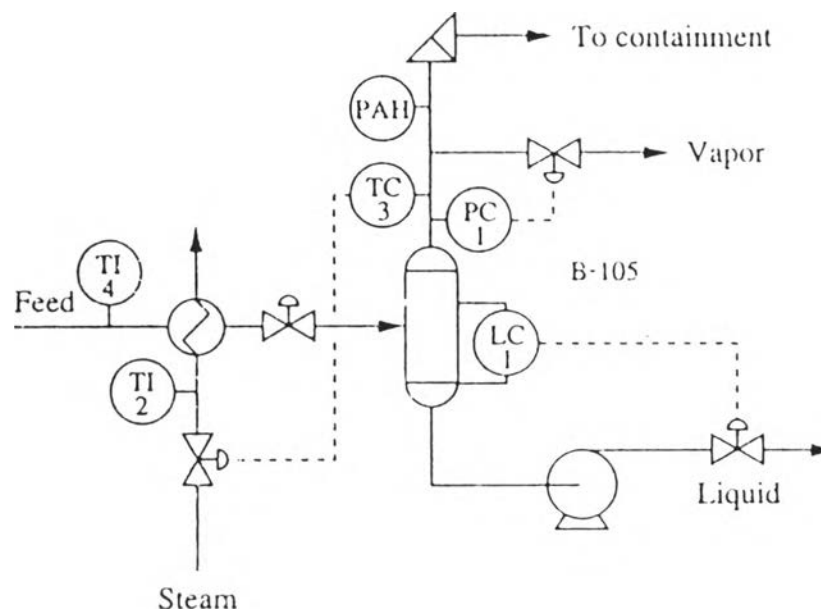
โครงสร้างแบบลูฟห่มได้ถูกพัฒนามาจากหลักการของ IMC เพื่อความพยายามในการที่จะ ออกแบบตัวควบคุมแบบหลายตัวแปรให้ง่ายขึ้น และสามารถใช้ได้กับกระบวนการหรือระบบที่มี อินเตอร์แอกชัน (Interaction) ระบบที่มีอินเตอร์แอกชันถูกทำให้ดีขึ้นเพื่อใช้สำหรับโครงสร้างแบบ หนึ่งอินพุต – หนึ่งเอาต์พุต (Single input – Single output, SISO) และตัวควบคุมแบบ SISO ก็จะถูก ออกแบบเพื่อจุดประสงค์ของความทนทาน (Robustness) ซึ่งในส่วนของพัฒนานั้น ระบบที่มี อินเตอร์แอกชันโดยการใช้ตัวควบคุมแบบ IMC จะมีคุณค่ามากในแง่ของการออกแบบการควบคุม แบบลูฟห่ม ดังนั้นจึงมีคำถามตามมาว่าการใช้ตัวควบคุมแบบ SISO แทนตัวควบคุมแบบหลายตัว แปร แบบไหนจะดีกว่ากันในแง่ของความเสถียรลูฟปิด (Closed loop performance) หมายความว่า การจูนตัวควบคุมแบบ SISO สำหรับระบบที่มีอินเตอร์แอกชัน ทำได้อย่างไร และคูไหนเป็นคูที่ดีที่สุด

3.2 ผลกระทบของอินเตอร์แอกชันที่มีต่อระบบการควบคุมลูฟห่ม

การควบคุมแบบหลายตัวแปรจะเกิดขึ้นเกือบทุกกระบวนการ เช่น มีการควบคุมอัตราการ ผลิต (Production rate), ควบคุมระดับและความดัน, ควบคุมอุณหภูมิ ในเวลาเดียวกัน ดังนั้นการ ควบคุมลูฟห่ม จึงใช้เป็นแนวทางหนึ่งในการควบคุมโดยการใช้ตัวควบคุมลูฟเดี่ยวแบบหลายลูฟ (Multiple single-loop controllers) ข้อดีอย่างหนึ่งของการควบคุมลูฟห่มคือการใช้อัลกอริธึมอย่าง

ง่าย ๆ และข้อดีอีกประการหนึ่งคือง่ายต่อการเข้าใจของผู้ปฏิบัติงาน เนื่องจากว่าตัวควบคุมแต่ละตัวใช้กับตัวแปรควบคุมหนึ่งตัว และทำการปรับตัวแปรปรับหนึ่งตัวเท่านั้น นอกจากนี้แล้วยังสามารถออกแบบตัวควบคุมสำหรับหน่วยปฏิบัติการเช่น เตาเผา, หม้อไอน้ำ, เครื่องอัดอากาศ และหอกลิ้น เป็นต้น

พิจารณารูปที่ 2.1 การควบคุมอุณหภูมิ ได้แก่การควบคุมความดัน, อุณหภูมิ และระดับ กรณีที่ความดันเพิ่มขึ้นอันเนื่องมาจากไอที่เพิ่มขึ้นทำให้ตัวควบคุมความดัน PC-1 สั่งการให้เปิดวาล์วควบคุมให้มากขึ้นเพื่อให้ไอความดันออกไป ถ้าอุณหภูมิลดลงจะทำให้ตัวควบคุมอุณหภูมิ TC-3 สั่งการให้วาล์วควบคุมไอน้ำเปิดมากขึ้น และทำนองเดียวกันถ้าระดับเพิ่มมากขึ้น ก็จะสั่งการให้ปั๊มทำงานโดยการสูบของเหลวออกเพื่อรักษาระดับที่เซ็ทพอยท์



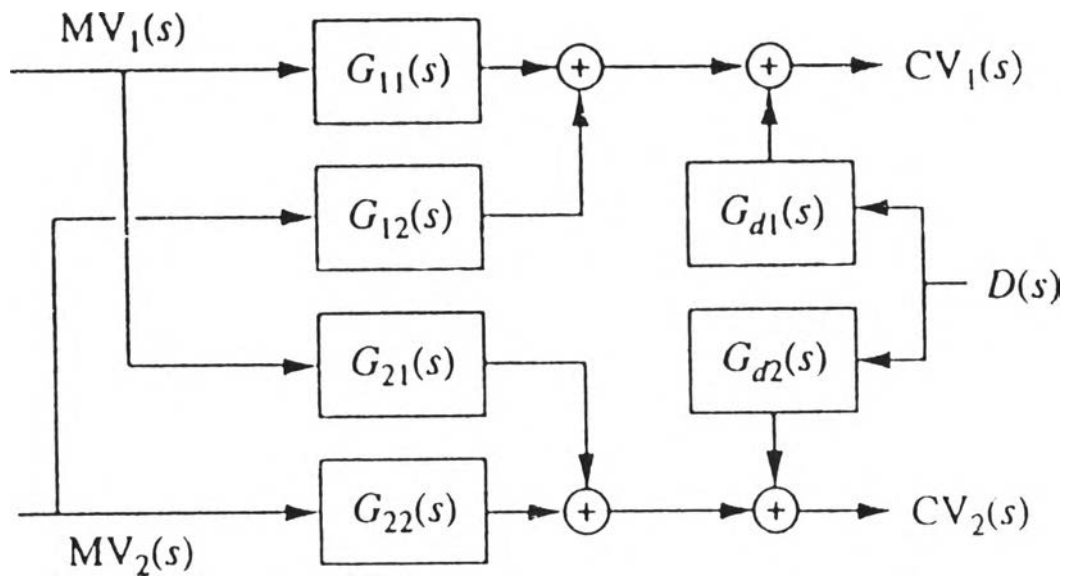
รูปที่ 3.1 ระบบการควบคุมอุณหภูมิ

การควบคุมระบบนี้มีลักษณะเด่นอยู่ 2 ประการคือ

- 1) ตัวควบคุมแบบลูฟเดียวจะมีอัลกอริธึมอิสระต่อกัน
- 2) ตัวควบคุมหนึ่งสามารถมีผลต่อตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นั่นคือ สามารถมีอินเตอร์แอคชันของกระบวนการระหว่างแต่ละลูฟควบคุมได้

โดยคำจำกัดความของอินเตอร์แอคชันแล้ว เราสามารถให้คำจำกัดความได้ว่า กระบวนการที่มีหลายตัวแปรที่มีอินเตอร์แอคชันนั้นก็ต่อเมื่อตัวแปรปรับมีผลกระทบต่อตัวแปรควบคุมมากกว่า 1 ตัว

เมื่อพิจารณาบล็อกไดอะแกรมที่เป็นระบบ 2×2 แบบเปิด ดังรูปที่ 3.2 โดยที่แต่ละกระบวนการของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน หมายถึงอินพุตหนึ่งไปยังเอาต์พุตหนึ่ง (One input to one output) และแต่ละเทอม $G_{ij}(s)$ หมายถึงอินพุตเป็น j เอาต์พุตเป็น i และเทอม $G_{di}(s)$ หมายถึงผลของสิ่งรบกวน (Disturbance) ของแต่ละกระบวนการเอาต์พุต จะสังเกตว่าถ้าไม่มีทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน $G_{12}(s)$ และ $G_{21}(s)$ กระบวนการนี้จะถือว่าไม่มีอินเตอร์แอคชัน ซึ่งกันและกันเพราะว่าอินพุตหนึ่งไม่มีผลกระทบกับอีกเอาต์พุตหนึ่ง ดังนั้นแต่ละลูฟของการควบคุมจะเป็นอิสระต่อกัน



รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมสำหรับระบบ 2 x 2 แบบเปิด

และจากรูปที่ 3.2 นี้สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} CV_1(s) \\ CV_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1(s) \\ MV_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{d1}(s) \\ G_{d2}(s) \end{bmatrix} D(s) \quad (3-1)$$

สรุปได้ว่าแบบจำลองเชิงเส้น (Linear Model) สำหรับระบบหลายตัวแปรสามารถที่จะ

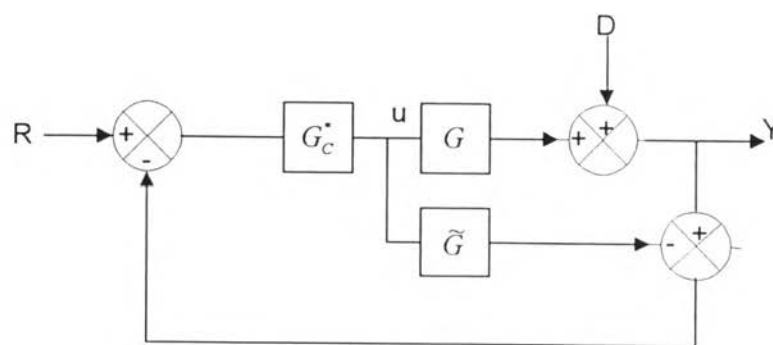
พัฒนาได้โดยการใช้วิธีการวิเคราะห์เช่นเดียวกับระบบตัวแปรเดียว

3.3 ทฤษฎีพื้นฐาน IMC

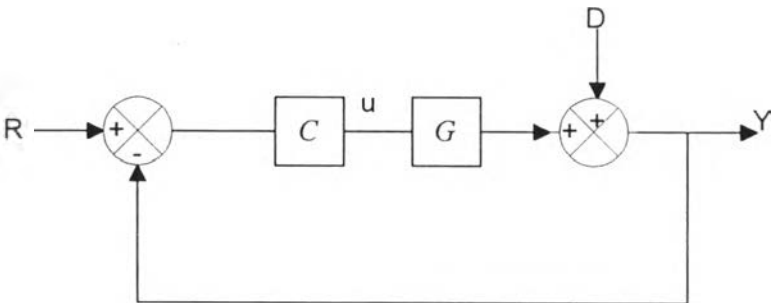
รูปแบบโครงสร้างของ IMC ดังแสดงในรูปที่ 3.3 โดยให้ G = กระบวนการ \tilde{G} = โมเดล
กระบวนการ และ G_c = ตัวควบคุม ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$G_c - G_c G_c^* \tilde{G} = G_c^* \quad (3-2)$$

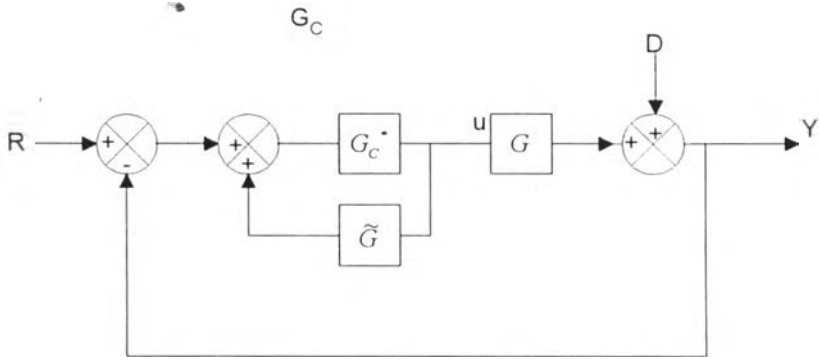
$$G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}} \quad (3-3)$$



รูปที่ 3.3 โครงสร้างทั่วไปของ IMC



รูปที่ 3.4 โครงสร้างป้อนกลับอย่างง่าย



รูปที่ 3.5 โมเดลแบบสองบัส

เราสามารถที่จะออกแบบ G แทน C ได้โดยอาศัยคุณสมบัติง่าย ๆ 3 ประการดังนี้

1. ให้สมมติว่าเป็นระบบที่สมบูรณ์แบบ (Perfect) นั่นคือ $G = \tilde{G}$ แสดงว่าความผิดพลาดมีค่าเท่ากับศูนย์ จะทำให้เกิดความเสถียรของลูปปิด (Closed Loop)
2. สมมติว่า $G_c = \frac{1}{G}$ หมายความว่าตัวควบคุมกับกระบวนการผลิตต้องทำงานสวนทางกัน เช่น การเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ของอุณหภูมิในถังปฏิกรณ์จนเกินเซ็ทพอยท์ จากนั้นตัวควบคุมจะสั่งการให้วาล์วทำหน้าที่เปิดวาล์วหล่อเย็น (Cooling) เพื่อให้เข้าเซ็ทพอยท์ต่อไป
3. เมื่อเวลาผ่านไปนานๆ ($t \rightarrow \infty$) หรือ $s \rightarrow 0$ (เพราะว่า $t = \frac{1}{s}$) จะได้ว่า $G_c(0) = G(0)$ นั่นคือระบบมีสภาวะคงตัว (Steady state)

ในกรณีคุณสมบัติข้อ 2 เมื่อให้ $G_c = \tilde{G}^{-1}$ เป็นตัวควบคุมของ IMC ไม่สามารถกระทำได้ด้วยเหตุผลบางประการดังนี้

1. เป็นไปไม่ได้เมื่อ \tilde{G} มี RHP zeroes และ \tilde{G}^{-1} มี RHP poles นั่นคือ ไม่มีความเสถียร
2. ระบบจริงๆ จะต้องมึไทม์ดีเลย์ (Time delays)
3. เนื่องจากว่า ถ้า $G_c = \frac{1}{G}$ แล้วทำให้ไทม์ดีเลย์ = 0 แสดงว่าระบบต้องมีลูพเกนเป็นค่าอนันต์ (Infinity) จึงจะทำให้ไทม์ดีเลย์ = 0 ได้

ดังนั้นการแก้ปัญหาในลักษณะนี้สามารถออกแบบตัวควบคุมได้โดยมี 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 : โดยการแยก \tilde{G} เป็น \tilde{G}_+ และ \tilde{G}_- โดยให้ \tilde{G}_+ เป็นส่วนที่ไม่ให้ minimum phase (Non minimum phase) คือมีโพล อยู่ซีกขวา (Right half plane zeros) ซึ่งจะไม่เสถียร และเป็นส่วนที่มีไทม์ดีเลย์ (Time delay) และให้ \tilde{G}_- เป็นส่วนของ ทรานส์เฟอร์

ฟังก์ชันที่ให้ minimum phase คือมีโพล อยู่ซีกซ้าย (Left half plane zeros) ซึ่งจะเป็นความเสถียร และเป็นส่วนที่ไม่มีโพลเลย

ขั้นตอนที่ : 2 ให้ $G_c = \tilde{G}_-^{-1}$ หรือ $= \frac{1}{\tilde{G}_-}$ ซึ่ง \tilde{G}_-^{-1} นี้เปรียบเสมือนเป็นตัวควบคุมแบบจำลองภายใน

(IMC Controller)

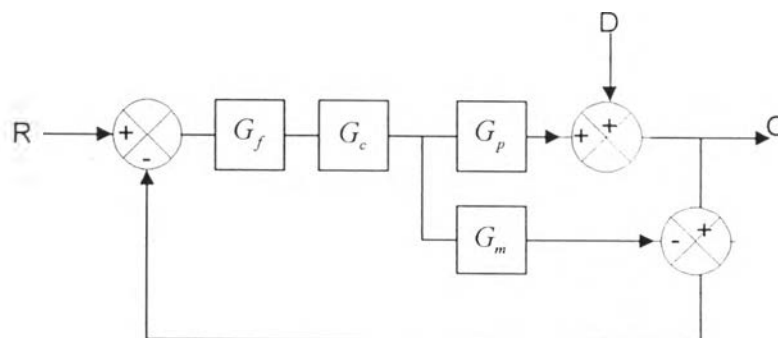
ตัวควบคุมที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 นี้ยังไม่สามารถใช้งานได้เนื่องจากมีประสิทธิภาพค่อนข้างต่ำ และระบบทั่วไปมักจะเป็นระบบที่ไม่สมบูรณ์ (Non Perfect Control) ดังนั้นจึงมีการใส่ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวกรองที่ปรับค่าได้ (G_f) ลงไปโดยวางไว้หน้าตัวควบคุมดังรูปที่ 3.6

$$\text{ดังนั้น} \quad G_c^* = \frac{1}{\tilde{G}_-} \cdot G_f \quad (3-4)$$

$$\text{เมื่อ} \quad G_f = \left[\frac{1}{\tau_f s + 1} \right]^n \quad (3-5)$$

โดยที่ τ_f = ค่าคงที่ไคของเวลาในระบบปิด

n = จำนวนเต็มบวก



รูปที่ 3.6 โมเดลภายในที่มีตัวกรอง

τ_r คือค่าคงที่ไคของเวลาในระบบปิดส่วนตัวแปร n คือ จำนวนเต็มบวกที่ทำให้ G_c^* เป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่เหมาะสม, n จะถูกเลือกเพื่อให้ค่ายกกำลังของส่วนมีค่าเท่ากับเศษ

การควบคุมไอเอ็มซีในสมการที่ 4 นั้น จะใช้ \tilde{G}_- เป็นตัวหารมากกว่าที่จะเป็นการใช้ \tilde{G} ทั้งกระบวนการในทางกลับกันถ้าใช้ \tilde{G} เป็นตัวหารจะทำให้ตัวควบคุมจะมีเทอมของการทำนายค่า $e^{+\delta}$ ซึ่งบ่งบอกถึงเวลาในอนาคต ดังนั้นการที่แยกองค์ประกอบตามขั้นตอนที่ 1 และเลือกใช้ \tilde{G}_- และ G_r จะเป็นการประกันว่าระบบมีความน่าเชื่อถือและความเสถียร เนื่องจากสมการที่ 4 เป็นสมการของไอเอ็มซี ที่ใช้ในการยกเลิกค่าขั้วศูนย์ (Pole zero) ดังนั้น การควบคุมแบบไอเอ็มซี จึงไม่เหมาะที่จะนำไปใช้ในกระบวนการที่ลูฟเปิดไม่เสถียร

สำหรับกระบวนการที่มีทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันอันดับหนึ่งที่มีเดดไทม์ สามารถใช้การประมาณค่าโดยวิธีการของ Pade Approximation เพื่อประมาณค่า $e^{-\delta s}$ ซึ่งทำให้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการมีรูปแบบดังนี้

$$G_p(s) = \frac{K \left(1 - \frac{\theta}{2} s\right)}{\left(1 + \frac{\theta}{2} s\right)(\tau s + 1)} \quad (3-6)$$

เมื่อแยกองค์ประกอบตามขั้นตอน 1 จะได้ว่า

$$\tilde{G}_+ = 1 - \frac{\theta}{2} s \quad (3-7)$$

และ

$$\tilde{G}_- = \frac{K}{\left(1 + \frac{\theta}{2} s\right)(\tau s + 1)} \quad (3-8)$$

ซึ่งเมื่อนำสมการที่ 3-5 และสมการที่ 3-8 แทนลงไปในสมการที่ 3-4 จะได้

$$G_c^* = \frac{\left(1 + \frac{\theta}{2} s\right)(\tau s + 1)}{K(\tau_r s + 1)^2} \quad (3-9)$$

ในที่นี้ $n = 2$ (เพื่อให้เลขยกกำลังของส่วนเท่ากับเลขยกกำลังของเศษ)

และเมื่อแทนค่าสมการที่ 3-9 ลงไปในสมการที่ 3-3 จะได้

$$G_c = \frac{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)(\tau + 1)}{K \left[\tau_f^2 s^2 \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2}\right)s \right]} \quad (3-10)$$

หรือ

$$G_c = \frac{\frac{\tau\theta}{2}s^2 + \left(\tau + \frac{\theta}{2}\right)s + 1}{K \left[\tau_f^2 s^2 + \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2}\right)s \right]} \quad (3-11)$$

ซึ่งจากสมการที่ 3-11 สามารถจัดเทอมต่างๆ ให้สอดคล้องกับลักษณะของสมการสำหรับตัวควบคุม

พีไอดี และจะมีตัวแปรอิสระอยู่ 1 ตัว คือ ตัวแปรการจูน τ_f ได้ดังนี้

$$G_c = \frac{\frac{\tau\theta}{2}s^2 + \left(\tau + \frac{\theta}{2}\right)s + 1}{Ks \left[\tau_f^2 s + \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2}\right) \right]} \quad (3-12)$$

$$G_c = \left[\frac{\tau\theta}{2}s + \left(\tau + \frac{\theta}{2}\right)s + \frac{1}{s} \right] \left[\frac{1}{K \left[\tau_f^2 s + \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2}\right) \right]} \right] \quad (3-13)$$

$$G_c = \left(\tau + \frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{\frac{\tau\theta}{2}}{\tau + \frac{\theta}{2}} s + 1 + \frac{1}{\left(\tau + \frac{\theta}{2}\right)s} \right] \left[\frac{1}{K \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{\tau_f^2}{2\tau_f + \frac{\theta}{2}} s + 1 \right]} \right] \quad (3-14)$$

นั่นคือ
$$K_c = \frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{K \left(2\tau_f + \frac{\theta}{2} \right)} \quad (3-15)$$

$$\tau_f = \frac{\theta}{2} + \tau \quad (3-16)$$

$$\tau_D = \frac{\theta\tau}{2\tau + \theta} \quad (3-17)$$

และมีอีกหนึ่งทรานเฟอร์ฟังก์ชัน คือ $\frac{1}{\frac{\tau_f^2}{2\tau_f + \frac{\theta}{2}}s + 1}$ ซึ่งจะต้องนำไปคูณกับบล็อกของ พีไอดี เพื่อ

ให้ค่าสอดคล้องกับสมการที่ 3-10 ของไอเอ็มซี

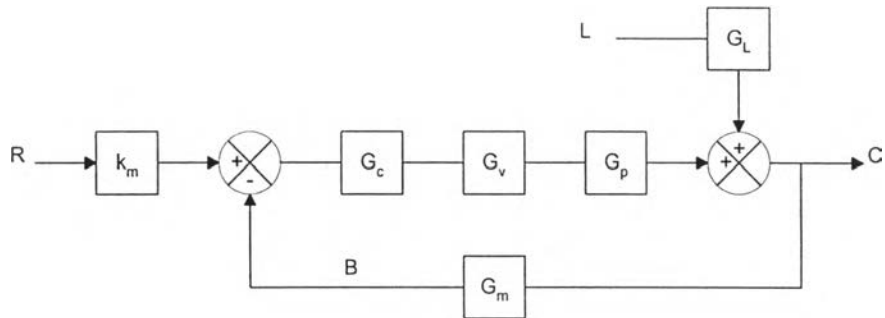
และจากรูปที่ 3.6 สามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{C}{R} = \frac{G_f G_c G_p}{1 + G_f G_c (G_p - G_m)} \quad (3-18)$$

ตัวควบคุมที่ได้จากการใส่ตัวกรองนี้ จะมีสมรรถนะหรือการนำไปใช้งานได้ดีมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับค่า τ_f นั่นคือเราจะต้องทำการจูนเพื่อหาค่า τ_f ที่เหมาะสมแล้วจะได้ตัวควบคุมที่ค่อนข้างสมบูรณ์แบบและมีสมรรถนะที่ดีขึ้น

เมื่อเปรียบเทียบไคอะแกรมการควบคุมแบบป้อนกลับและการควบคุมแบบ ไอเอ็มซีดังรูปที่

3.7 และรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.7 บล็อกไดอะแกรมการควบคุมป้อนกลับ

พบว่าระบบทั้งสองจะเหมือนกันทุกประการหากความสัมพันธ์ระหว่าง G_c และ G_c^* เป็นไปตามสมการที่ 3 ดังนั้นตัวควบคุมไอเอ็มซี สามารถใช้แทนระบบการควบคุมป้อนกลับแบบดั้งเดิม โดยความสัมพันธ์สำหรับระบบลูฟปิดของไอเอ็มซี จะเป็นไปตามสมการ

$$Y = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} R + \frac{1 + G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} L \quad (3-19)$$

กรณีเป็นแบบจำลองสมบูรณ์ (Perfect Model) จะได้ว่า

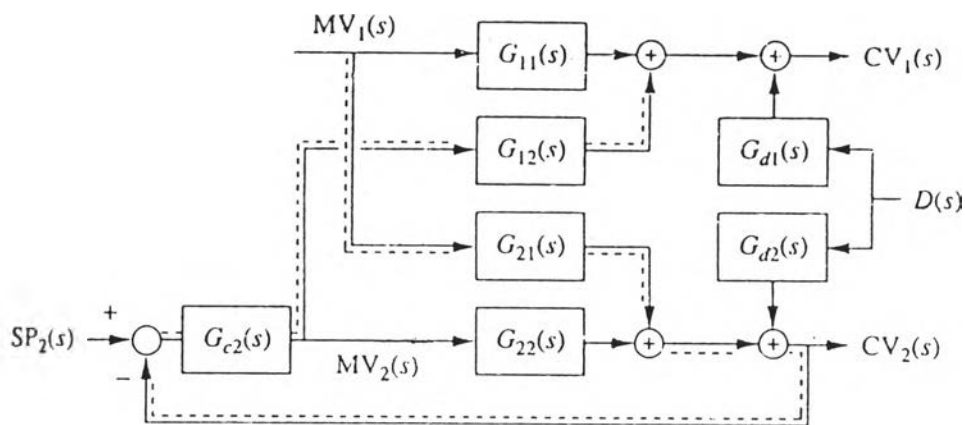
$$G = \tilde{G} \quad (3-20)$$

$$\text{ดังนั้น } Y = G_c^* G R + (1 - G_c^* G) L \quad (3-21)$$

3.4 วิธีการออกแบบการควบคุมแบบโมเดลภายในหลายลูปตัดแปลง Modified Multiloop IMC,

MIMC

เนื่องจากผลกระทบของอินเตอร์แอคชันที่มีต่อระบบควบคุมหลายตัวแปรโดยพิจารณาระบบที่เป็นสองอินพุต สองเอาต์พุต จากรูปที่ 3.7 ซึ่งแสดงบล็อกไดอะแกรมสำหรับกระบวนการที่มีหลายตัวแปรแบบที่มีตัวควบคุมเป็นลูปเดี่ยว



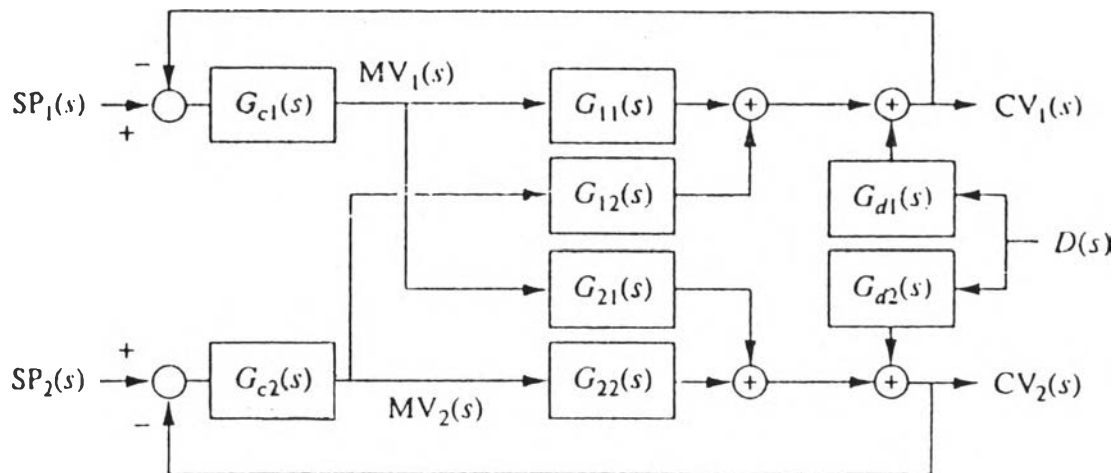
รูปที่ 3.8 บล็อกไดอะแกรมระบบ 2 x 2 ที่มีตัวควบคุมเป็นลูปเดี่ยว

อย่างไรก็ตาม นอกเหนือจากการเปลี่ยนแปลง $MV_1(s)$ ซึ่งถูกสั่งการจากตัวควบคุมนั้น จะมีผลกระทบกับ $CV_2(s)$ นอกจากอิทธิพลของอินเตอร์แอคชันแล้วยังมีผลต่อระบบควบคุมแบบลูปปิด ซึ่งสามารถเขียนทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันได้ดังนี้

$$\frac{CV_1(s)}{MV_1(s)} = G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)G_{c2}(s)}{1 + G_{c2}(s)G_{22}(s)} \quad (3-22)$$

กรณีที่เทอมทางขวามือเป็นศูนย์แสดงว่า ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของ $G_{12}(s)$ หรือ $G_{21}(s)$ ใดๆอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างมีค่าเป็นศูนย์ กรณีนี้ถือว่า $G_{c2}(s)$ ไม่มีผลต่อทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของ $CV_1(s)/MV_1(s)$ ส่วนเส้นประที่เห็นนั้น แสดงถึงอินเตอร์แอคชันของการส่งสัญญาณ

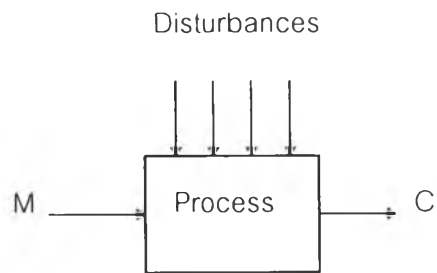
เมื่อพิจารณาระบบ 2×2 ที่มีตัวควบคุมเป็นลูฟเดี่ยวสองลูฟดังรูปที่ 3.9



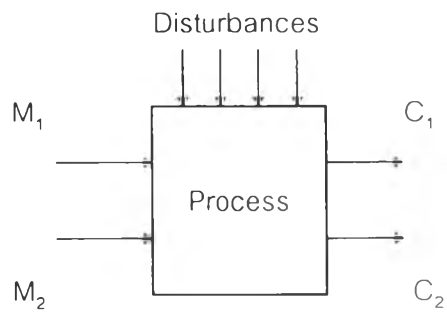
รูปที่ 3.9 บล็อกไดอะแกรมระบบ 2×2 ที่มีตัวควบคุมลูฟเดี่ยวสองลูฟ

เมื่อเทอม $G_{12}(s)$ และ $G_{21}(s)$ ไม่เป็นศูนย์ การตอบสนองไดนามิก (Dynamic Response) ของตัวควบคุมลูฟเดี่ยวระหว่าง $CV_1(s)$ และ $MV_1(s)$ จะขึ้นอยู่กับทุกเทอมในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่เป็นลูฟปิด นั่นคือ ความเสถียรและสมรรถนะของลูฟหนึ่งจะขึ้นอยู่กับภาระงานของลูฟสอง ทำนองเดียวกันความเสถียรและสมรรถนะของลูฟสองจะขึ้นอยู่กับภาระงานของลูฟหนึ่งเช่นกัน ดังนั้นตัวควบคุมทั้งสองตัวจะต้องทำการงานในเวลาเดียวกัน และการวิเคราะห์ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของลูฟปิดแสดงให้เห็นว่าอินเตอร์แอคชันมีอิทธิพลต่อสมการลักษณะ (Characteristic equation) ความเสถียร ดังนั้นภาระงานตัวควบคุมจะต้องพิจารณาอินเตอร์แอคชันไปพร้อมๆ กันกับกระบวนการป้อนกลับแบบลูฟเดี่ยว

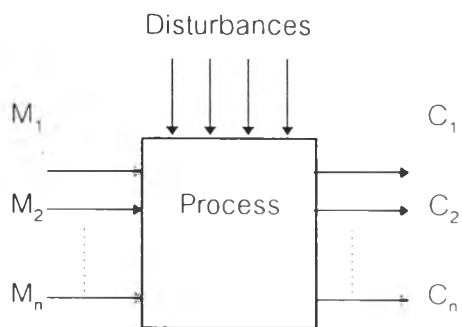
พิจารณาระบบ SISO กับระบบที่เป็น MIMO จากรูปที่ 3.9 โดยสมมติว่าให้มีจำนวนของตัวแปรปรับ (Manipulated Variables) เท่ากับจำนวนของตัวแปรควบคุม (Controlled Variables) ซึ่งในระบบ MIMO จะพิจารณาค่อนข้างยุ่งยากกว่าระบบของ SISO เนื่องจากอินเตอร์แอคชันของกระบวนการ (Process Interaction) จะเกิดขึ้นระหว่างตัวแปรควบคุมและตัวแปรปรับ โดยทั่วไปหลังการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรปรับ M จะมีผลต่อตัวแปรควบคุม C ทั้งหมด $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ เช่น ถ้าระบบมี n ตัวแปรควบคุม และมี n ตัวแปรปรับ แล้วรูปแบบโครงสร้าง (Configuration) ของระบบควบคุมหลายตัวแปรก็จะเป็นไปได้ทั้งหมด $n!$



รูปที่ 3.10 กระบวนการ SISO ที่มีหลายตัวแปร



รูปที่ 3.11 กระบวนการ MIMO ที่มีขนาด 2 x 2



รูปที่ 3.12 กระบวนการ MIMO ที่มีขนาด n x n

พิจารณาระบบ 2×2 จากรูปที่ 3.10 ซึ่งมี 2 ตัวแปรควบคุม 2 ตัวแปรปรับ และมี 4 ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน เขียนสมการได้ดังนี้

$$C_1 = M_1 G_{p11} = M_2 G_{p12} \quad (3-23)$$

$$C_2 = M_2 G_{p22} = M_1 G_{p21} \quad (3-24)$$

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเหล่านี้ใช้หาผลการเปลี่ยนแปลงทั้ง M_1 และ M_2 ดังนั้นตัวแปรควบคุมแต่ละตัวจะได้จากการบวกกันดังนี้

$$C_1 = M_1 G_{p11} + M_2 G_{p12} \quad (3-25)$$

$$C_2 = M_2 G_{p22} + M_1 G_{p21} \quad (3-26)$$

หรือเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

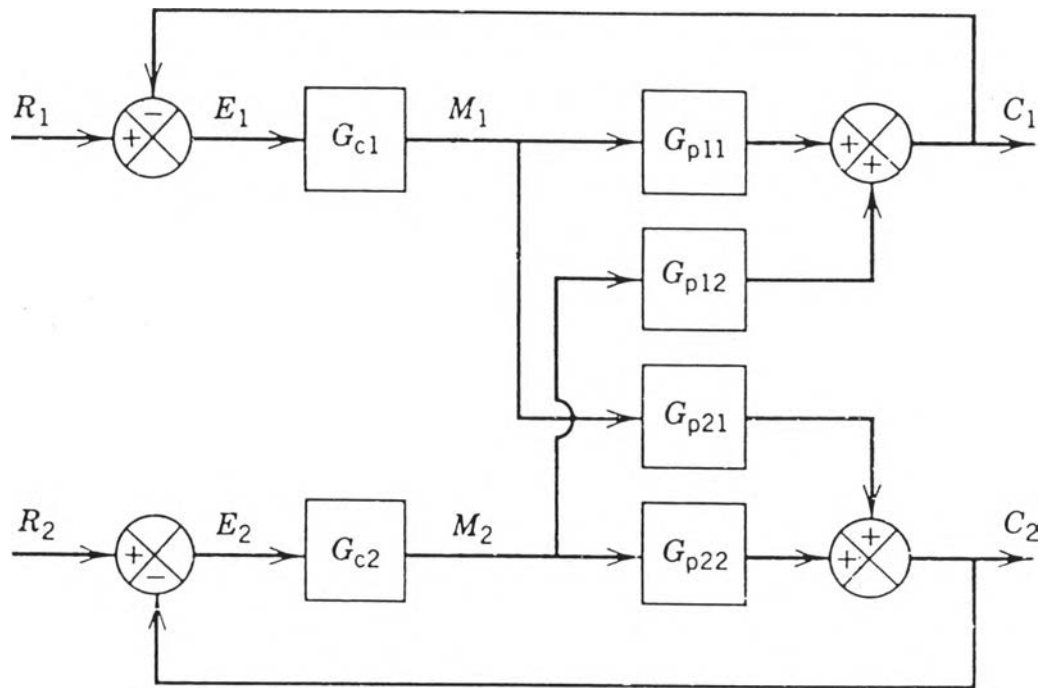
$$C = G_p M \quad (3-27)$$

โดยที่ C และ M เป็นเซกเตอร์ที่มีสององค์ประกอบ (Element)

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \text{ และ } M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

สำหรับ G_p ซึ่งเป็นเมทริกซ์ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการเขียนได้ดังนี้

$$G_p = \begin{bmatrix} G_{p11} & G_{p12} \\ G_{p21} & G_{p22} \end{bmatrix} \quad (3-29)$$



รูปที่ 3.13 ตัวควบคุมแบบ 1-1/2-2

พิจารณารูปที่ 3.13 ซึ่งมีสองตัวควบคุมป้อนกลับ (Two Feedback Controllers) C_1 ถูกควบคุมโดย M_1 ขณะที่ M_2 ใช้ควบคุม C_2 ถ้ากรณีที่มีการรบกวน (Disturbance) ทำให้ C_1 ออกไปจากเซ็ทพอยท์ R_1 ดังนั้นสิ่งที่จะเกิดตามมาได้แก่

1. ตัวควบคุมสำหรับลูปหนึ่ง G_{c1} ทำหน้าที่ปรับ M_1 เพื่อให้ C_1 เข้าสู่เซ็ทพอยท์ R_1 แต่อย่างไรก็ตาม M_1 ยังมีผลต่อ C_2 โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน G_{p21} ด้วย
2. เมื่อ C_2 เปลี่ยน ตัวควบคุม G_{c2} สำหรับลูปสอง จะทำหน้าที่ปรับ M_2 เพื่อให้ C_2 เข้าสู่เซ็ทพอยท์ R_2 แต่อย่างไรก็ตาม M_2 ยังมีผลต่อ C_1 โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน G_{p12} ด้วยเช่นกัน

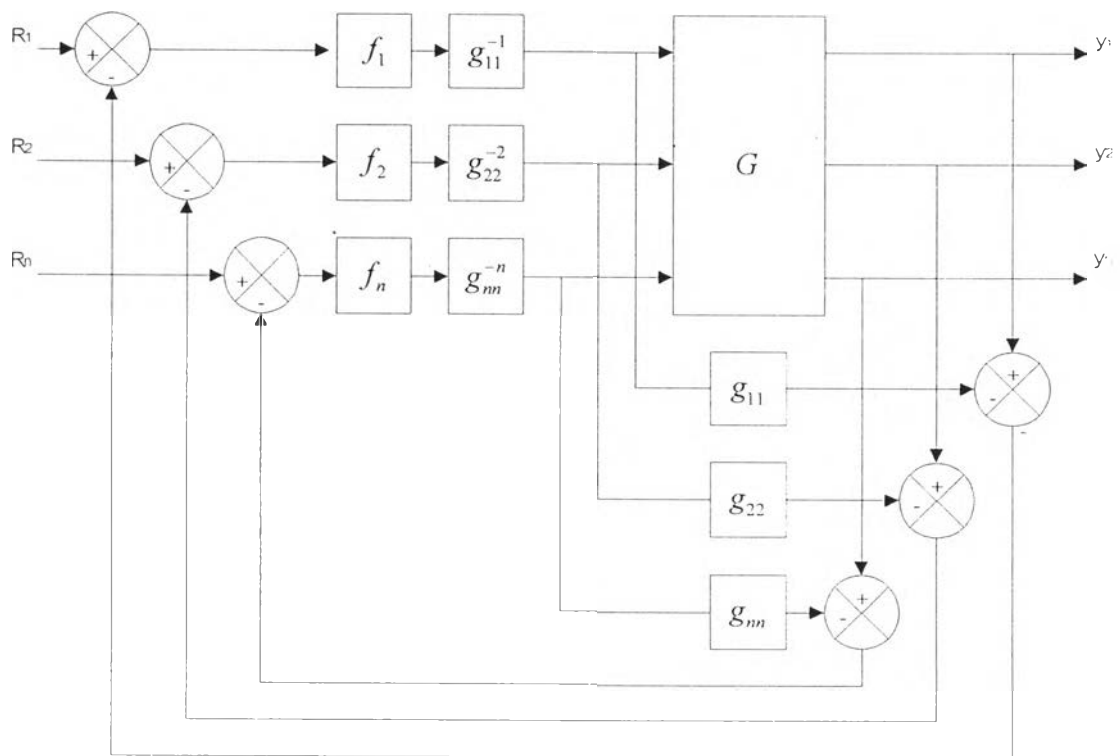
ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันซึ่งอยู่ระหว่างตัวแปรควบคุมและตัวแปรปรับจะขึ้นอยู่กับลูปควบคุม
ป้อนกลับว่าจะเปิดหรือปิด จากรูปที่ 3.13 ถ้าลูปของ $C_2 - M_2$ ถูกเปิดออก นั่นคือ $M_2 = 0$ เราจะได้
ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง C_1 กับ M_1 ดังนี้

$$\frac{C_1}{M_1} = G_{p11} \quad (3-30)$$

อย่างไรก็ตาม ถ้าตัวควบคุมป้อนกลับตัวที่สอง ทำงานแบบอัตโนมัติ นั่นคือ $M_2 \neq 0$ แสดง
ว่า $C_2 - M_2$ ถูกปิด ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{C_1}{M_1} = G_{p11} \left[\frac{G_{p12} G_{p21} G_{c2}}{1 + G_{c2} G_{p22}} \right] \quad (3-31)$$

ซึ่งพบว่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง C_1 และ M_1 จะขึ้นอยู่กับตัวควบคุมลูปสอง G_{c2}



รูปที่ 3.14 โครงสร้างการควบคุม Multiloop IMC

ระบบ IMC สามารถนำไปใช้งานได้กับระบบที่เป็น MIMO โครงสร้างของ MIMO ที่เป็นแบบลูพหุ้ม ดังรูปที่ 3.14 เราจะเลือกตัวควบคุม G_c และโมเดลกระบวนการ \tilde{G} ในส่วนทะแยงของทรานส์เฟอร์แมทริกซ์ (Diagonal Transfer Matrix) นั่นคือถ้าให้

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

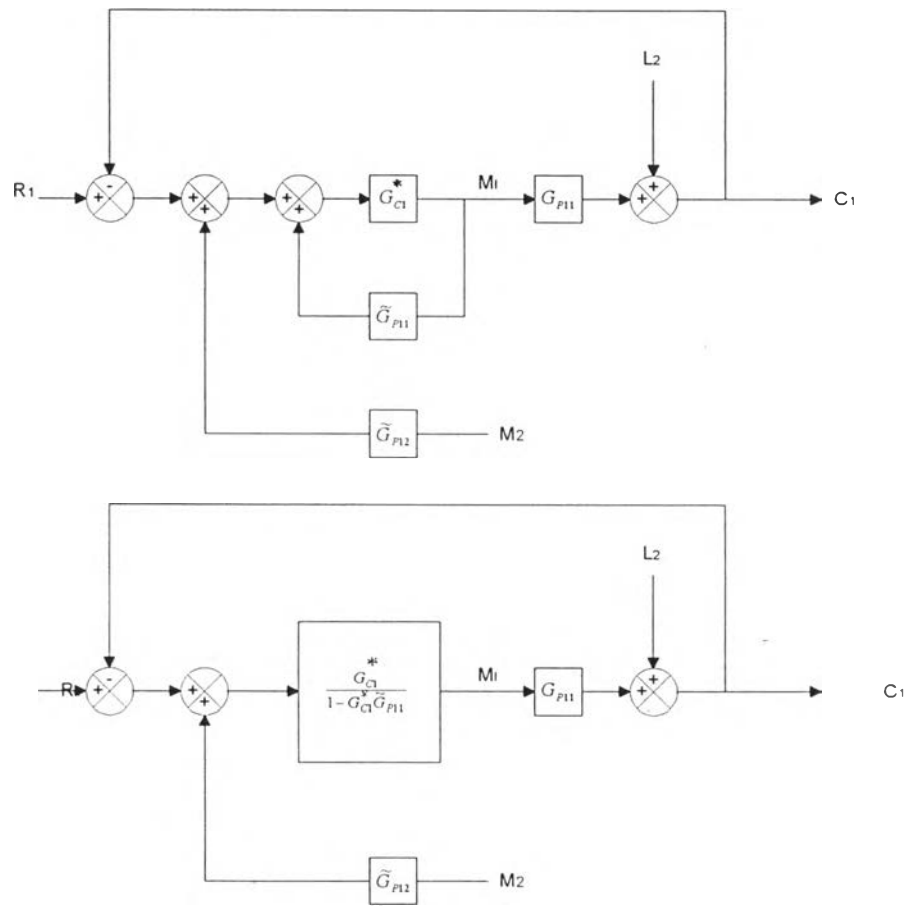
จะได้ว่า โมเดล IMC แบบลูพหุ้ม (Multiloop IMC Model) คือ

$$\tilde{G} = \text{diag}[g_{11}, g_{22}, g_{33}, \dots, g_{nn}] \quad (3-33)$$

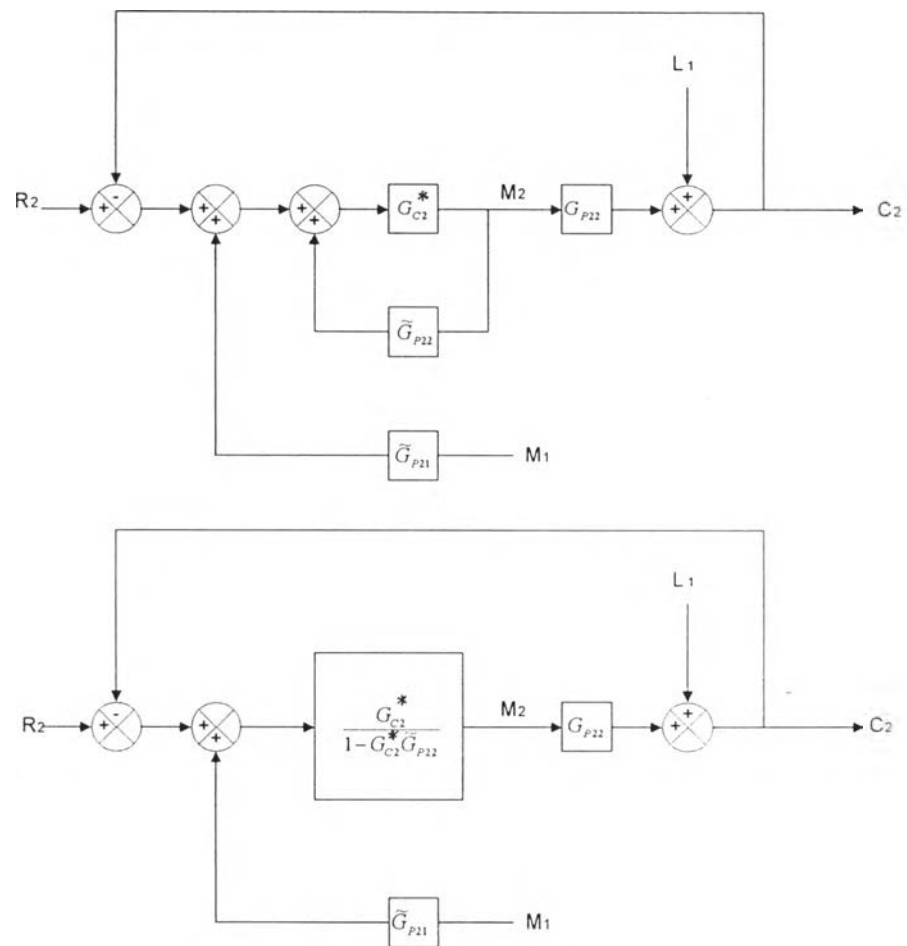
โดยที่ $g_{ci} = g_{ii}^{-1} f_i$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ซึ่งในการแก้ปัญหาการออกแบบลูพหุ้มโดยใช้ SISO นั้น เราจะต้องตั้งคำถามก่อนว่า

1. จะออกแบบหาตัวควบคุม SISO IMC ได้อย่างไร หรือ ตัวกรองสำหรับ SISO IMC หาได้อย่างไร
2. อะไรคือตัวควบคุมทะแยง (Diagonal Controller, G_c) และอะไรคือโมเดลทะแยง (Diagonal Model, \tilde{G})
3. อินพุตและเอาต์พุตคู่ไหนของระบบที่ดีที่สุด หรือเอาต์พุตเป็นฟังก์ชันอย่างไรกับอินพุตแต่ละตัว นั่นคือถ้าอินพุตตัวใดเปลี่ยนแปลงน้อย ๆ แล้วมีผลทำให้เอาต์พุตตัวหนึ่งตัวใดเปลี่ยนไปมาก แสดงว่าเราต้องควบคุมตัวแปรเอาต์พุตตัวนั้น โดยการปรับตัวแปรอินพุตที่เปลี่ยนแปลงน้อยๆ ซึ่งในทางกลับกัน เราจำเป็นต้องทราบข้อ 3 ก่อน เพื่อจะนำไปสู่คำตอบข้อ 2 และข้อ 1 ได้ตามลำดับสรุปได้ว่าจะต้องหาตัวกรองของ IMC นั้นเอง



รูปที่ 3.15 แผนผังการ รวมดูพของ G_{C1}^* แบบ IMC



รูปที่ 3.16 แผนผังการรวมลูป G_{C2}^* แบบ IMC

พิจารณาโครงสร้างการควบคุมแบบ Multiloop MIMO IMC สามารถเขียนสมการออกแบบของแต่ละตัวควบคุมได้ดังนี้

$$G_{c11}^* = \frac{\left(1 + \frac{\theta_{11}}{2}s\right)(\tau_{11}s + 1)}{K_{11}(\tau_{f11}s + 1)^n} \quad (3-34)$$

$$G_{c22}^* = \frac{\left(1 + \frac{\theta_{22}}{2}s\right)(\tau_{22}s + 1)}{K_{22}(\tau_{f22}s + 1)^n} \quad (3-35)$$

3.5 การจูนตัวควบคุม

ก. การจูนตัวควบคุมแบบลองผิดลองถูก

วิธีการจูนตัวควบคุมด้วยวิธีการลองผิดลองถูกเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้ในภาคสนามในขณะที่มีการควบคุมกระบวนการจริง และเป็นวิธีการที่ผู้ผลิตตัวควบคุมแนะนำให้ใช้ ซึ่งผู้ควบคุมต้องเลือกหมวดการควบคุมว่าจะใช้หมวดใด จึงจะให้ผลการควบคุมที่ยอมรับได้ ซึ่งมีขั้นตอนในการจูนตัวควบคุม สรุปได้ดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1 ตั้งค่า τ ให้มีค่าสูงสุดและ τ_D ให้มีค่าต่ำสุด เพื่อกำจัดค่าอินทิกรัลและอนุพันธ์ให้เหลือน้อยที่สุด
- ขั้นตอนที่ 2 ตั้งค่า K_c ต่ำๆ และเลือกหมวดการควบคุมแบบอัตโนมัติ
- ขั้นตอนที่ 3 เพิ่มค่า K_c ทีละน้อยอย่างช้าๆ จนกระทั่งค่าการตอบสนองมีการแกว่งเป็นไซเคิลต่อเนื่องที่มีแอมพลิจูดเท่าๆ กัน เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของเซ็ทพอยท์หรือโหลด
- ขั้นตอนที่ 4 ลดค่า K_c ลงมาครึ่งหนึ่ง

- ขั้นตอนที่ 5 ถ้าต้องการควบคุมแบบพีไอ ให้ลดค่า τ_I ลงมาอย่างช้าๆ จนกระทั่งเกิดการแกว่งเป็นไซเคิลอย่างต่อเนื่อง ตั้งค่า τ_I ใหม่ให้เป็น 3 เท่าของค่า τ_I เดิม
- ขั้นตอนที่ 6 ถ้าต้องการควบคุมแบบพีไอดี ให้เพิ่มค่า τ_D จนกระทั่งเกิดการแกว่งเป็นไซเคิลอย่างต่อเนื่อง ตั้งค่า τ_D ใหม่ให้เป็นหนึ่งในสามของค่า τ_D เดิม

จะได้ค่าพีไอดีของตัวควบคุมที่จะใช้ในการควบคุม การจูนแบบลองผิดลองถูกจะใช้กับกระบวนการที่ยังไม่มีแบบจำลอง ถึงแม้ว่าการจูนด้วยวิธีการนี้จะมีวิธีการที่ง่าย แต่มีข้อเสียหลายประการที่ต้องคำนึงถึงดังต่อไปนี้

- เป็นวิธีการที่ใช้เวลามาก ถ้าต้องการลองผิดลองถูกหลายๆ ครั้งเพื่อหาค่า K_c , τ_I และ τ_D ที่เหมาะสม หรือถ้ากระบวนการที่ควบคุมมีไดนามิกที่ค่อนข้างช้า และในช่วงที่มีการจูนทดสอบค่า อาจทำให้เกิดความเสียหายต่ออัตราการผลิตหรือคุณภาพผลิตภัณฑ์ ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายที่ค่อนข้างแพง
- ในขณะที่เกิดการแกว่งเป็นไซเคิลต่อเนื่องที่มีแอมพลิจูดสูงๆ ซึ่งเปรียบเหมือนการผลัดกันให้ระบบเข้าสู่ขีดจำกัดของการเสถียร และหากในช่วงเวลาดังกล่าวมีโพลตกภายนอกเข้ามาในระบบ จะทำให้ระบบไม่เสถียรขึ้นในทันที ทำให้อาจจะมีอันตรายเกิดขึ้นตามมา โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับเตาปฏิกรณ์ เช่น อาจเกิดการระเบิดขึ้นได้
- การจูนแบบนี้ไม่สามารถใช้ได้กับกระบวนการที่ลูปปิดไม่เสถียร เพราะกระบวนการดังกล่าวนี้จะไม่เสถียรเมื่อค่า K_c มีค่าต่ำๆ เช่นเดียวกับเมื่อค่า K_c มีค่าสูงๆ แต่จะเสถียรเมื่อ K_c มีค่ากลางๆ
- ใช้ไม่ได้กับกระบวนการที่ไม่สามารถหาค่าเกินสูงสุดได้ เช่นกระบวนการอันดับหนึ่งและอันดับสองที่ไม่มีเดดไทม์

ข. วิธีการควบคุมแบบการไหลเกิดแบบต่อเนื่อง

วิธีการควบคุมแบบการไหลเกิดแบบต่อเนื่องนี้ ซีเกลอร์และนิโคลส์ได้เป็นผู้นำเสนอครั้งแรกในปี ค.ศ. 1942 โดยการนำค่า K_{cu} ที่ได้จากการทดลองผิดพลาดออกมาหาค่าพีไอดี ได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 3.1 การคำนวณค่าตัวควบคุมโดยวิธีการของซีเกลอร์ - นิโคลส์

Controller	K_c	τ_I	τ_D
P	$\frac{K_{cu}}{2}$	-	-
PI	$\frac{K_{cu}}{2.2}$	$\frac{P_u}{1.2}$	-
PID	$\frac{K_{cu}}{1.7}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{2}$

3.6 การเปรียบเทียบผลการควบคุม

การตรวจสอบผลการตอบสนองของระบบควบคุมตามเวลาทุกจุด ตั้งแต่กระบวนการเริ่มต้นเปลี่ยนแปลงจนเข้าสู่สภาวะสมดุล แบ่งออกเป็น

1. การอินทิเกรตค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองหรือ ไอเอสอี (ISE ย่อจาก Integral Square Error) มีค่า

$$ISE = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt \quad (3-36)$$

ถ้าความคลาดเคลื่อนในการควบคุมมีค่ามากจะได้ค่าอินทิกรัลมาก ถ้าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อย จะได้ค่าอินทิกรัลน้อย ไม่สามารถจะแยกความแตกต่างของระบบควบคุมที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกัน การออกแบบระบบควบคุมโดยใช้เกณฑ์ไอเอสอีจะทำให้ความคลาดเคลื่อนลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงเริ่มต้น และทำให้เสถียรภาพของระบบควบคุมลดลงด้วย การออกแบบระบบควบคุมโดยลดค่าอินทิกรัลความคลาดเคลื่อนกำลังสองนี้เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีวัตถุประสงค์ในการประหยัดพลังงาน

2. การอินทิกรัลค่าเวลาความคลาดเคลื่อนกำลังสองหรือ ไอทีเอสอี (ITSE ย่อจาก Integral Time Square Error) มีค่า

$$ITSE = \int_0^{\alpha} t^2 e(t) dt \quad (3-37)$$

การอินทิกรัลค่าเวลาความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ถ้าความคลาดเคลื่อนในตัวควบคุมมีค่ามากในช่วงต้นจะได้ค่าอินทิกรัลน้อย และความคลาดเคลื่อนของการควบคุมในช่วงหลังมากจะได้ค่าอินทิกรัลมาก เหมาะสำหรับการออกแบบระบบควบคุมมากกว่าการอินทิกรัลค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

3. การอินทิกรัลค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์หรือ ไอเออี (IAE ย่อจาก Integral Absolute Error) มีค่า

$$IAE = \int_0^{\alpha} |e(t)| dt \quad (3-38)$$

การอินทิกรัลค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ไม่เหมาะสำหรับการออกแบบระบบควบคุมที่กระบวนการที่หนึ่งวงความสูงมากหรือน้อยมาก นิยมใช้ในการออกแบบระบบควบคุมที่ต้องการจะประหยัดพลังงาน

4. การอินทิกรัลค่าเวลาความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ หรือ ไอทีเออี (ITAE ย่อจาก Integral of Time Absolute Error) มีค่า

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (3-39)$$

การอินทิกรัลค่าเวลาความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ถ้าความคลาดเคลื่อนในการควบคุมในช่วงต้นมีค่ามากจะได้ค่าอินทิกรัลน้อย และความคลาดเคลื่อนในตัวควบคุมช่วงหลังมีค่ามาก จะได้ค่า อินทิกรัลมาก เหมาะสำหรับการออกแบบควบคุมมากกว่าการอินทิกรัลค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ จะทำให้ได้ระบบควบคุมที่มีค่าการตอบสนองสูงสุดต่ำ จึงเป็นวิธีการหนึ่งที่นิยมใช้ในการเปรียบเทียบผลของการควบคุม สำหรับการวิจัยครั้งนี้จะเลือกใช้ค่าไอเออี เป็นการเปรียบเทียบผลการควบคุม

3.7 การออกแบบการควบคุมที่มีดีคัปเปิลเลอร์ (Decouplers)

วัตถุประสงค์ที่มีการออกแบบให้มีดีคัปเปิลเลอร์นั้นเพื่อที่จะลดอินเตอร์แอคชันของลูปควบคุมลง ทำให้เกิดความเสถียรของลูปปิด และจะทำให้การเปลี่ยนเซตพอยท์สำหรับตัวแปรควบคุมหนึ่งจะไม่มีผลต่ออีกตัวแปรควบคุมหนึ่ง

สำหรับระบบที่เป็นสองอินพุท สองเอาต์พุท จะมีดีคัปเปิลเลอร์อยู่ 2 ตัว คือ D_{21} และ D_{12} เช่น D_{21} จะช่วยลดอินเตอร์แอคชันของกระบวนการระหว่างตัวแปรที่ 1 กับตัวควบคุมที่ 2

$$D_{21} = -\frac{G_{p21}}{G_{p22}} \quad (3-40)$$

และ

$$D_{12} = -\frac{G_{p12}}{G_{p11}} \quad (3-41)$$

3.7.1 ดีคัฟเพลอร์แบบบางส่วน (Partial Decouplers)

คือเป็นการให้ D_{12} หรือ D_{21} มีค่า = 0 ใช้สำหรับปัญหาการควบคุมซึ่งตัวแปรควบคุมหนึ่งมีความสำคัญมากกว่าอีกตัวแปรควบคุมหนึ่งหรืออินเตอร์แอคชันของกระบวนการหนึ่งมีน้อยกว่า เช่น ถ้า M_1 มีผลต่อ C_2 ดังนั้น $G_{p21} = 0$ ทำให้ $D_{21} = 0$ ด้วย ตามสมการที่ 3-40

3.7.2 ดีคัฟเพลอร์แบบน้ำหนัก (Weighted Decouplers)

เป็นดีคัฟเพลอร์แนวความคิดใหม่ ที่นำมาใช้กับงานวิจัยนี้ โดยมีแนวคิดมาจาก ดีคัฟเพลอร์บางส่วน นั่นคือแทนที่จะให้ตัวใดตัวหนึ่ง D_{21} หรือ D_{12} เป็น 0 นั้น น่าจะให้เป็นแบบน้ำหนักกัน หรือเป็นสัดส่วนกัน คือให้ D_{21} คูณกับ f_1 และ D_{12} คูณกับ f_2 โดยที่ $f_1 + f_2 = 1$ พิจารณาได้จาก การทดลองต่อไป