บทที่ 2

แบบจำลองวัสดุของเหล็กเสริม

ในบทนี้จะได้อธิบายถึงลักษณะโดยทั่วไปของเหล็กเสริมที่รับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร โดยเฉพาะในรูปความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริม พร้อมทั้งอธิบายถึงแบบจำลองวัสดุที่ได้มีผู้เสนอขึ้นมาเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมที่รับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร

2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำด้านเดียว (Monotonic Loading Curve)

รูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 1.1 ซึ่งจะพบว่าก่อนเกิดการให้แรงกระทำกลับข้าง (Load Reversal) ครั้งแรก ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดจะมีลักษณะเหมือนกับพฤติกรรมการรับแรงกระทำด้านเดียว (Monotonic Curve) ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ส่วน (แสดงในรูปที่ 2.1) ได้แก่

ก. ช่วงความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear Region) มีลักษณะเป็นเส้นตรง มีความชันเท่ากับค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) โดยเริ่มตั้งแต่ความเครียดเป็นศูนย์ จนกระทั่งถึงความเครียดเมื่อเริ่มมีการครากเกิดขึ้น (ε_y) อันเป็นจุดสิ้นสุดขีดจำกัดอิลาสติกของเหล็กเสริม ตำแหน่งนี้ค่าหน่วยแรงจะเท่ากับหน่วยแรงคราก

ข. ช่วงที่เกิดการคราก (Yield Plateau) เป็นเส้นตรง มีความชันเท่ากับศูนย์ หน่วยแรงเท่ากับหน่วยแรงคราก เริ่มตั้งแต่ตำแหน่งที่เริ่มเกิดการคราก ไปจนถึงความเครียดเมื่อเริ่มเกิดการแข็งตัวเพิ่มขึ้น (ε_{sh}) ซึ่งปกติมีค่าประมาณ 10-12 เท่าของความเครียดที่จุดคราก แต่เมื่อเหล็กเสริมมีกำลังครากสูงขึ้น ความเครียดที่ตำแหน่งนี้จะมีค่าลดลงตามกำลังครากที่สูงขึ้น

ค. ช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้น (Strain Hardening) มีลักษณะเป็นส่วนของเส้นโค้ง หน่วยแรงจะเพิ่มขึ้นจากหน่วยแรงครากจนถึงตำแหน่งสูงสุดที่จุดกำลังประลัย (Ultimate Strength,ε_{ult}) ก่อนที่แรงดึงจะลดลง และเหล็กเสริมเกิดคอคอด (Necking) และขาดออกจากกัน

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร

จากรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร (รูปที่ 1.1) ภายหลังการเกิดการให้แรงกระทำกลับข้าง พบว่าค่าสติฟเนสของเหล็กเมื่อเริ่มให้แรงลดลง (Unloading) จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าโมดูลัสยืดหยุ่นในช่วงความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear Region) ของเหล็กเสริม หลังจากนั้นจะเกิดพฤติกรรมไม่เชิงเส้น (Nonlinearity) โดยที่หน่วยแรงครากจะ

ไม่ปรากฏชัดเจน และมีลักษณะเป็นเส้นโค้ง ซึ่งพฤติกรรมความไม่เชิงเส้นนี้ มีชื่อเรียกว่า Bauschinger effects ตามชื่อของบุคคลผู้ค้นพบพฤติกรรมนี้ในปี ค.ศ. 1886

พฤติกรรมการรับแรงแบบเป็นวัฏจักรของเหล็กเสริมในรอบของแรงกระทำต่อ ๆ มา มีลักษณะเดียวกันกับเส้นโค้งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดภายหลังการเกิดการให้แรงกระทำกลับข้างครั้งแรก กล่าวคือจะประกอบไปด้วยส่วนประกอบสองส่วน คือส่วนที่เป็นเชิงเส้น (ค่าโมดูลัสเท่ากับโมดูลัสเริ่มต้นของเหล็กเสริม) และส่วนที่เป็นเส้นโค้ง (Bauschinger effects) ซึ่งพบว่าลักษณะพฤติกรรมเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับความเครียดที่เกิดขึ้นก่อนหน้าอีกด้วย

2.3 แบบจำลองวัสดุสำหรับเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร

ได้มีผู้นำเสนอแบบจำลองวัสดุเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร (11) ไว้หลายรูปแบบ ดังได้แสดงไว้บางรูปแบบในรูปที่ 2.2 และจากการศึกษาและทดสอบเหล็กเสริมในการรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักรในอดีตที่ผ่านมา (1,2,5,6) ได้ถูกนำมาเป็นพื้นฐานในการเสนอแบบจำลองวัสดุสำหรับเหล็กเสริมในเวลาต่อมา ซึ่งได้มีการนำเสนอไว้หลายแบบ แต่หลักการที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองวัสดุสำหรับเหล็กเสริม ล้วนพยายามอธิบายคุณลักษณะสำคัญ 2 ประการของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด อันได้แก่ พฤติกรรมเชิงเส้นซึ่งมีความชันเท่ากับโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม และพฤติกรรมการแข็งตัวลดลง (Softening) ในช่วงที่ความเครียดเพิ่มขึ้น ในหัวข้อต่อไปนี้จะได้อธิบายถึงวิธีการนำเอาสมการของ Ramberg-Osgood มาประยุกต์ใช้กับแบบจำลองวัสดุของเหล็กเสริม

2.3.1 *แบบจำลอง Ramberg-Osgood*

เดิมทีเดียว สมการ Ramberg-Osgood ไม่ได้มีจุดประสงค์เพื่อที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับพฤติกรรมการรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักรของเหล็กเสริม แต่ด้วยคุณสมบัติของสมการ Ramberg-Osgood ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมเชิงเส้น และพฤติกรรมการแข็งตัวลดลง (Bauschinger effects) อันเป็นลักษณะสำคัญของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมภายใต้แรงกระทำแบบเป็นวัฏจักรได้เป็นอย่างดี จึงได้มีการนำสมการนี้มาใช้เป็นแบบจำลองของวัสดุเมื่อรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักรอย่างแพร่หลาย รูปแบบเบื้องต้นของสมการ Ramberg-Osgood เป็นดังแสดง

$$\varepsilon - \varepsilon_i = \frac{\sigma - \sigma_i}{E_S}\left[1 + \left|\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_o - \sigma_i}\right|^{\alpha - 1}\right]$$

เมื่อ	ε_i, σ_i	เป็นความเครียดและหน่วยแรง ณ. ตำแหน่งเริ่มต้น
	σ_o, α	เป็นค่าตัวแปรซึ่งเป็นตัวกำหนดรูปร่างของสมการ
	E_s	เป็นโมดูลัสยืดหยุ่น (*Modulus of Elasticity*) ของเหล็กเสริม

จากสมการข้างต้นพบว่า ปัจจัยที่มีผลต่อสมการได้แก่ คุณสมบัติเริ่มต้นของเหล็กเสริม (ε_i,σ_i) ค่า σ_o และ α ซึ่งยังมิได้มีการกำหนดค่า แต่เนื่องมาจากความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงแบบเป็นวัฏจักรนั้นมีผลอันเนื่องมาจากความเครียดที่เกิดขึ้นก่อนหน้า (previous strain history) รวมอยู่ด้วย เพราะฉะนั้นการกำหนดค่า σ_o และ α เพื่อให้สมการ Ramberg-Osgood สามารถให้ผลสอดคล้องกับการทดสอบ (1,2,3,4) จึงต้องคำนึงถึงความเครียดที่เกิดขึ้นก่อนหน้าด้วย

จากงานวิจัยของ C.Sittipunt (7) ได้มีการเสนอแบบจำลองวัสดุสำหรับเหล็กเสริมโดยใช้สมการ Ramberg-Osgood เป็นพื้นฐาน เพื่อใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กของผนังรับแรงเฉือน โดยแบ่งแบบจำลองออกเป็นช่วงต่าง ๆ ซึ่งมีรูปแบบของแบบจำลองดังนี้

ก. *ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดเมื่อรับแรงกระทำด้านเดียว (Monotonic Curve)*

ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดเมื่อรับแรงกระทำด้านเดียวประกอบไปด้วยสามส่วนหลัก ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 คือ ช่วงความสัมพันธ์เชิงเส้น (เส้น A-B), ช่วงที่เกิดการคราก (เส้น B-C) สองส่วนแรกนี้มีพฤติกรรมแบบอิลาสติก-พลาสติกของเหล็กเสริม สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเส้นตรง โดยกำหนดให้ในช่วงแรกมีความชันเท่ากับโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมจนกระทั่งค่าหน่วยแรงเท่ากับค่าหน่วยแรงคราก และในช่วงที่สองกำหนดให้มีความชันเล็กน้อยเท่ากับ $0.0001E_s$ (เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการไม่มีเสถียรภาพของแบบจำลอง ในกรณีที่ความชันมีค่าเท่ากับศูนย์) จนกระทั่งความเครียดมีค่าเท่ากับค่าความเครียดเมื่อเริ่มเกิดการแข็งตัวเพิ่มขึ้น (ε_{sh}) ส่วนความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดในช่วงที่สาม (Strain Hardening Region) จะแสดงได้ด้วยสมการ Ramberg-Osgood ดังแสดง

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{om}} = \frac{\sigma}{\sigma_{om}} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_{om}}\right)^m$$

เมื่อ $\varepsilon_{om} = \dfrac{\sigma_{om}}{E_s}$

σ_{om}, m เป็นค่าตัวแปรซึ่งเป็นตัวกำหนดรูปร่างของสมการ

E_s เป็นโมดูลัสยืดหยุ่น (*Modulus of Elasticity*) ของเหล็กเสริม

สำหรับค่า σ_{om} และ m สามารถหาได้จากผลการทดสอบ หรือจากค่าที่ Aktan และคณะ (1) ได้เสนอไว้ โดยให้ค่า m เท่ากับ 4.30 และกำหนดให้ σ_{om} มีค่าเท่ากับ $0.70\sigma_y$ (σ_y เป็นค่าหน่วยแรงครากของเหล็กเสริม) ซึ่งได้จากผลการทดสอบเหล็กเสริมซึ่งมีกำลังครากเท่ากับ 60 ksi มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 29,000 ksi

ข. *รอบความสัมพันธ์หลัก (Envelope Curves)*

รอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด ซึ่งใช้อธิบายรอบความสัมพันธ์หลัก (Envelope Curves) แสดงไว้ในรูปที่ 2.3 ซึ่งในรอบหนึ่ง ๆ (เส้น A-B-C) จะประกอบไปด้วย ครึ่งรอบจาก

แรงดึง (เส้น A-B) และครึ่งรอบจากแรงอัด (เส้น B-C) ในแต่ละครึ่งรอบของความสัมพันธ์จะเริ่มต้นที่ตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนทิศทางของหน่วยแรงและความเครียด คือต่างมีจุดกำเนิด (ε_i, σ_i) ของตนเอง และมีค่าความชันที่ตำแหน่งเริ่มต้นนี้เท่ากับโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม ซึ่งแต่ละครึ่งรอบของความสัมพันธ์สามารถอธิบายได้ด้วยสมการ Ramberg-Osgood ดังแสดง

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_o} + \left|\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_o}\right|^{\alpha} \quad \text{เมื่อ} \quad \sigma \geq \sigma_i$$

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_o} - \left|\frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma_o}\right|^{\alpha} \quad \text{เมื่อ} \quad \sigma < \sigma_i$$

เมื่อ $\varepsilon_o = \dfrac{\sigma_o}{E_s}$

ε_i, σ_i เป็นความเครียดและหน่วยแรง ที่จุดเริ่มต้นของครึ่งรอบความสัมพันธ์ใด ๆ

σ_o, α เป็นค่าตัวแปรซึ่งเป็นตัวกำหนดรูปร่างของครึ่งรอบความสัมพันธ์

E_s เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นดั้งเดิม (*Initial Modulus of Elasticity*) ของเหล็กเสริม

ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว การกำหนดค่า σ_o และ α จำต้องคำนึงถึงผลของความเครียดและหน่วยแรงที่เกิดขึ้นก่อนหน้า (loading history) และคุณสมบัติเมื่อเริ่มต้น (ε_i, σ_i) ของในแต่ละครึ่งรอบความสัมพันธ์ จากเหตุผลดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ทำให้วิธีการกำหนดค่า σ_o และ α สามารถกระทำได้ด้วยสองวิธีการที่แตกต่างกัน โดยพิจารณาจากคุณสมบัติเริ่มต้น (ε_i, σ_i) ของแต่ละครึ่งรอบความสัมพันธ์เป็นหลัก ดังนี้

แบบที่ 1 เมื่อ $|\sigma_i| \geq |\sigma_{\max}|$

เมื่อจุดเริ่มต้นของครึ่งรอบความสัมพันธ์นั้น เกิดขึ้น ณ. ตำแหน่งซึ่งมีค่าหน่วยแรงเริ่มต้นมากกว่าหน่วยแรงดึงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้น หรือเกิดขึ้น ณ. ตำแหน่งซึ่งค่าหน่วยแรงเริ่มต้นน้อยกว่าหน่วยแรงอัดสูงสุดที่เคยเกิดขึ้น ทั้งนี้โดยพิจารณาให้หน่วยแรงดึงมีค่าเป็นบวกและหน่วยแรงอัดมีค่าเป็นลบ ค่า σ_o และ α หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$\sigma_o = A \cdot \sigma_y + B(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$$

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงอัด

กำหนดให้ $\alpha = 6$ $A = 0.7938$ $B = 0.51723$

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึง

กำหนดให้ $\alpha = 7$ $A = 0.7735$ $B = 0.47989$

เมื่อ σ_{max} เป็นค่าหน่วยแรงดึงสูงสุดที่เกิดขึ้นจนกระทั่งถึงจุดเริ่มต้นของครึ่งรอบนั้น

σ_{min} เป็นค่าหน่วยแรงอัดสูงสุดที่เกิดขึ้นจนกระทั่งถึงจุดเริ่มต้นของครึ่งรอบนั้น

σ_y เป็นค่าหน่วยแรงคราก

สมการและค่าคงที่ข้างต้น Aktan และคณะ (1) ได้เป็นผู้เสนอขึ้น โดยที่ค่าคงที่ A และ B เป็นค่าที่ได้มาจากการวิเคราะห์กำลังสองน้อยสุด (Least square analysis) จากผลการทดสอบเหล็กเสริมรับแรงกระทำแบบเป็นวัฏจักร ดังแสดงในรูปที่ 2.4

วิธีการนี้ใช้สำหรับเหล็กเสริมที่ต้องรับแรงกระทำแบบสมมาตรในแต่ละรอบของความสัมพันธ์ (ความเครียดที่เกิดขึ้นในครึ่งรอบจากแรงดึงเท่ากันกับความเครียดที่เกิดขึ้นในครึ่งรอบจากแรงอัด) ซึ่งจะพบว่าค่าสูงสุดของหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัด จะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด

แบบที่ 2 เมื่อ $|\sigma_i| < |\sigma_{\max}|$

กรณีซึ่งรอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดเกิดขึ้นอย่างไม่สมมาตร หรือความเครียดที่ใช้ในการย้อนแรงมีค่าน้อยกว่าครึ่งรอบก่อนหน้า การใช้ค่า σ_o และ α ที่หามาได้จากวิธีการแบบที่ 1 ให้ผลที่มีความผิดพลาดมาก ทำให้จำเป็นต้องหาวิธีการอื่นในการกำหนดค่า σ_o และ α สำหรับกรณีนี้ ซึ่ง C.Sittipunt ได้สังเกตจากผลการทดสอบของ Aktan และคณะ (1) จึงได้เสนอวิธีการนี้ขึ้น โดยเสนอว่า

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์ซึ่งมีค่าหน่วยแรงเริ่มต้นน้อยกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้นในทิศทางเดียวกัน เส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดในครึ่งรอบนั้นจะรวมเข้าเป็นเส้นเดียวกันกับเส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของครึ่งรอบก่อนหน้าที่มีทิศทางเดียวกัน

จากข้อสังเกตดังกล่าว ทำให้ได้แนวความคิดเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) ซึ่งได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.5 และในรูปที่ 2.5 ก. แสดงตำแหน่งคอมมอน (Common point) สำหรับครึ่งรอบของเส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดจากแรงดึง (เส้น C-E) ตำแหน่งคอมมอน (Common point) คือจุด D ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เส้นความสัมพันธ์ของครึ่งรอบ C-E รวมเป็นเส้นเดียวกันกับเส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดก่อนหน้า (เส้น A-B) โดยค่าความเครียดที่จุด D กำหนดให้เท่ากับ $\varepsilon_B - 0.01$ (เมื่อ ε_B เป็นความเครียดที่จุดจบของครึ่งรอบ A-B) และในทำนองเดียวกันตำแหน่งคอมมอน (Common point) สำหรับครึ่งรอบของเส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดจากแรงอัด (เส้น H-J) คือจุด I ซึ่งมีค่าความเครียดเท่ากับ $\varepsilon_G + 0.01$ (เมื่อ ε_G เป็นความเครียดที่จุดจบของครึ่งรอบก่อนหน้า F-G) ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ข. สำหรับความเครียดที่เพิ่มขึ้น ($\pm$0.01) ซึ่งใช้ในการกำหนดตำแหน่งคอมมอน (Common point) นั้น ได้จากผลการทดสอบและการทดลองปรับเปลี่ยนค่าความเครียดจนได้ค่าที่เสนอนี้

จากแนวคิดเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) ค่า σ_o และ α จำเป็นต้องถูกคำนวณขึ้น เพื่อที่จะทำให้เส้นความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของครึ่งรอบที่มีหน่วยแรงเริ่มต้นน้อยกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้นในทิศทางเดียวกัน รวมเข้าเป็นเส้นเดียวกับเส้นความสัมพันธ์ของครึ่งรอบก่อนหน้าในทิศทางเดียวกัน ที่ตำแหน่งคอมมอน (Common point) โดยกำหนดให้ตำแหน่งซึ่งเส้นความสัมพันธ์ทั้งสองมารวมกันนี้ มีค่าหน่วยแรง และค่าสติฟเนสสัมผัส (tangent Stiffness) เท่ากัน

ดังนั้นค่า σ_o และ α สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่มีหน่วยแรงเริ่มต้นน้อยกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่เกิดขึ้นในทิศทางเดียวกัน สามารถหาได้จากสมการ

$$\alpha = \left(\frac{E_S}{E_t} - 1\right)\left|\frac{k_2}{k_1 E_S - k_2}\right|$$

$$\sigma_o = \frac{|k_2|^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}{|k_1 E_S - k_2|^{\frac{1}{\alpha-1}}}$$

เมื่อ $k_1 = \varepsilon_c - \varepsilon_i$ และ $k_2 = \sigma_c - \sigma_i$

ε_i, σ_i เป็นความเครียดและหน่วยแรงเริ่มต้นของครึ่งรอบความสัมพันธ์ใด ๆ

ε_c, σ_c เป็นความเครียดและหน่วยแรงที่ตำแหน่งคอมมอน (Common point)

E_s เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นดั้งเดิม (*Initial Modulus of Elasticity*) ของเหล็กเสริม

E_t เป็นค่าสติฟเนสสัมผัส (*Tangent Stiffness*) ที่ตำแหน่งคอมมอน (Common point)

นอกจากวิธีการทั้งสองแบบที่ได้อธิบายไปข้างต้น พบว่าบางครั้งค่า σ_o และ α ที่ได้จากทั้งสองวิธีนี้ ให้ค่าหน่วยแรงมากกว่าค่าหน่วยแรงดึงประลัย หรือหน่วยแรงอัดประลัยของเหล็กเสริม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีการเพื่อปรับลดค่าหน่วยแรงลงให้อยู่ในข้อจำกัดทั้งสองข้างต้น และโดยวิธีการสังเกตและนำแนวคิดเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) มาใช้ ทำให้ได้แนวคิดเรื่องตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) ดังแสดงในรูปที่ 2.5

รูปที่ 2.5 ก. แสดงตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึง (เส้น C-E) จุด E เป็นตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) ซึ่งกำหนดให้มีความเครียดเท่ากับ ε_C – 0.09 (เมื่อ ε_C เป็นความเครียดเริ่มต้นของครึ่งรอบความสัมพันธ์ C-E) ส่วนตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) ของครึ่งรอบความสัมพันธ์จากแรงอัด (เส้น H-J) ก็คือจุด J ในรูปที่ 2.5 ข. ซึ่งมีความเครียดเท่ากับ ε_H + 0.09 (เมื่อ ε_H เป็นความเครียดเริ่มต้นของครึ่งรอบจากแรงอัด H-J) เช่นเดียวกันกับเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) ค่าความเครียดที่เพิ่มขึ้น (±0.09) ซึ่งใช้กำหนดตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) นั้น ได้จากการทดลองปรับเปลี่ยนค่าความเครียดจนกระทั่งได้ค่าที่กำหนดนี้

ดังนั้น เพื่อที่จะปรับค่าหน่วยแรงที่มากเกินกว่าค่าหน่วยแรงประลัยของเหล็กเสริม โดยนำสมการที่ใช้ในการคำนวณ σ_o และ α ในวิธีการแบบที่ 2 มาประยุกต์ใช้กับกรณีนี้ จึงจำเป็นต้องกำหนด

เงื่อนไข ณ. ตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) เพิ่มเติม อันได้แก่ ค่าหน่วยแรงที่ตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) กำหนดให้เท่ากับหน่วยแรงประลัย และค่าสติฟเนสสัมผัส (Tangent Stiffness) กำหนดให้เท่ากับ $0.0001E_S$ (เป็นค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเริ่มต้นของเหล็กเสริม) จากเงื่อนไขดังกล่าว ทำให้สามารถหาค่า σ_o และ α สำหรับกรณีที่หน่วยแรงมีค่าเกินหน่วยแรงประลัยที่ตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) ได้ โดยใช้สมการเดียวกันกับกรณีตำแหน่งคอมมอน (Common point) ดังแสดง

$$\alpha = \left(\frac{E_S}{E_t} - 1\right)\left|\frac{k_2}{k_1 E_S - k_2}\right|$$

$$\sigma_o = \frac{|k_2|^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}}{|k_1 E_S - k_2|^{\frac{1}{\alpha-1}}}$$

เมื่อ $k_1 = \varepsilon_{ult} - \varepsilon_i$ และ $k_2 = \sigma_{ult} - \sigma_i$

ε_i, σ_i เป็นความเครียดและหน่วยแรงเริ่มต้นของครึ่งรอบความสัมพันธ์ใด ๆ

$\varepsilon_{ult}, \sigma_{ult}$ เป็นความเครียดและหน่วยแรงที่ตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point)

E_s เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นดั้งเดิม (*Initial Modulus of Elasticity*) ของเหล็กเสริม

E_t เป็นค่าสติฟเนสสัมผัส (*Tangent Stiffness*) ที่ตำแหน่งอัลติเมต (Ultimate point) เท่ากับ $0.0001E_S$

ค. *รอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่เกิดขึ้นในช่วงที่เกิดการคราก*

นอกเหนือจากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในกรณีของครึ่งรอบความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่เกิดขึ้นต่อจากครึ่งรอบความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดซึ่งมีจุดเริ่มต้นอยู่ในช่วงที่เกิดการคราก Popov (4) และ Ma และคณะ (9) สังเกตพบในผลการทดสอบ (1,4,6) จึงได้ทำการเสนอแบบจำลองวัสดุสำหรับกรณีเช่นนี้ไว้ ดังแสดงในรูปที่ 2.6 รอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่มีจุดเริ่มต้นในช่วงที่เกิดการคราก (Yield Plateau) สามารถแบ่งได้เป็นสองประเภทคือ รอบที่มีวงรอบเล็ก (เส้น A-B-C) และรอบที่มีวงรอบใหญ่ (เส้น D-E-F) สำหรับครึ่งรอบของการย้อนแรงในวงรอบเล็ก (เส้น B-C) พบว่าจะมีลักษณะเป็นเส้นตรง และมีค่าสติฟเนสเท่ากับค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเริ่มต้น (E_s) ของเหล็กเสริม และจะกลับไปรวมกับช่วงเกิดการคราก (Yield Plateau) และแสดงพฤติกรรมเหมือนเมื่อรับแรงทางเดียวได้ต่อไป สำหรับครึ่งรอบของการย้อนแรงในวงรอบใหญ่ (เส้น E-F) จะแสดงปรากฏการณ์ Bauschinger effect ขึ้น ช่วงที่เกิดการครากจะหายไป จากข้อสังเกตนี้ ทำให้มีการเสนอวิธีการสำหรับรอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ในช่วงที่เกิดการคราก ดังนี้

กรณี $\Delta\varepsilon'_S < 0.50 \cdot |\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y|$

ในรูปที่ 2.7 ก. สำหรับในรอบของความสัมพันธ์ที่มีวงรอบเล็ก (เส้น A-B-C-D) ความกว้างในวงรอบ ($\Delta\varepsilon'_S$) น้อยกว่า $0.50 \cdot |\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y|$ ครึ่งรอบของการย้อนแรง (เส้น B-C-D) จะแสดงพฤติกรรมแบบอิลาสติก-พลาสติก เช่นเดียวกับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดเมื่อรับแรงกระทำ

ด้านเดียว (Monotonic Curve) และเมื่อแรงกระทำยังคงดำเนินต่อไป เหล็กเสริมจะแสดงพฤติกรรมการแข็งตัวเพิ่มขึ้น (strain hardening) เหมือนกับที่เกิดขึ้นเมื่อเหล็กเสริมรับแรงกระทำเพียงด้านเดียว

กรณี $\Delta\varepsilon'_S \geq 0.50 \cdot |\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y|$

ในรูปที่ 2.7 ข. รอบความสัมพันธ์ที่มีวงรอบใหญ่ (เส้น E-F-G) ความกว้างในวงรอบ ($\Delta\varepsilon'_S$) มากกว่า $0.50 \cdot |\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y|$ (เส้น F-G) จะไม่แสดงพฤติกรรมอิลาสติก-พลาสติกเช่นในกรณีวงรอบเล็ก ค่าสติฟเนสของเหล็กเสริมจะลดลงก่อนที่หน่วยแรงจะถึงจุดคราก โดยที่ครึ่งรอบของการย้อนแรงนี้ จะรวมเข้าเป็นเส้นเดียวกันกับเส้นความสัมพันธ์ในช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้นเส้นใหม่ (เส้นประ E-G) ซึ่งเป็นเส้นแสดงความสัมพันธ์ช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้นของเหล็กเสริมรับแรงดึงแต่เพียงด้านเดียว (Monotonic strain-hardening Curve) ที่ย้ายจุดเริ่มต้นเดิม,ε_{sh} มาอยู่ที่ตำแหน่งเริ่มย้อนแรง (จุด E) บนช่วงที่เกิดการคราก สำหรับจุดที่ทั้งสองเส้นความสัมพันธ์จะรวมเป็นเส้นเดียวกันนั้น คือ จุด G ซึ่งเป็นตำแหน่งคอมมอน (Common point) ของรอบความสัมพันธ์ E-F-G และมีค่าความเครียดที่ตำแหน่ง G เท่ากับ ε_E + 0.01 (ดูรูปที่ 2.7 ข. ประกอบ)

ข้อดีสำหรับแบบจำลอง Ramberg-Osgood ที่เสนอโดย C.Sittipunt นี้ คือสามารถใช้ได้กับเหล็กเสริมโดยทั่ว ๆ ไป เพราะค่าคงที่ที่จำเป็นสำหรับแบบจำลองนี้ (α ,σ_o) สามารถหาได้จากการทดสอบเหล็กเสริมรับแรงดึงที่ทำกันอยู่โดยทั่วไป