บทที่ 4

การวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการทดสอบกับแบบจำลองวัสดุ

ข้อมูลที่ได้จากการทดสอบในแต่ละตัวอย่าง อันประกอบไปด้วยข้อมูลเกจวัดความเครียด, ข้อมูลของ Load Cell ถูกจัดเก็บเป็นจำนวนมากถึงกว่า 3,000 ข้อมูลต่อหนึ่งช่องสัญญาณข้อมูล เพื่อที่จะนำข้อมูลเหล่านี้มาทำการวิเคราะห์ผล ได้ทำการลดจำนวนข้อมูลลงเหลือประมาณ 300 ข้อมูลต่อหนึ่งช่องสัญญาณ โดยทำการปรับให้มีการกระจายของข้อมูลให้มีความสม่ำเสมอตลอดรอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด ทั้งนี้เพื่อลดผลอันเกิดจากการกระจุกตัวของข้อมูลในบางช่วงของรอบความสัมพันธ์เมื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ จากนั้นจึงนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ผล โดยแบ่งเป็น การตรวจสอบคุณสมบัติเบื้องต้นของเหล็กเสริม ได้แก่ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น ค่าหน่วยแรงคราก ซึ่งหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมเมื่อรับแรงกระทำเพียงด้านเดียว และวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ เพื่อใช้ในแบบจำลอง Ramberg-Osgood พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลของแบบจำลองกับผลที่ได้จากการทดสอบ

4.1 คุณสมบัติเบื้องต้นของเหล็กเสริม

จากข้อมูลของตัวอย่างทดสอบในช่วงความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear Region) นำมาทำการวิเคราะห์หาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น และค่าหน่วยแรงครากของแต่ละตัวอย่างทดสอบเพื่อใช้เป็นคุณสมบัติเบื้องต้นสำหรับแบบจำลองวัสดุ แสดงรายละเอียดไว้ในตารางที่ 4.1

4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดในช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้น

การแข็งตัวเพิ่มขึ้น (Strain hardening) เป็นพฤติกรรมของเหล็กเสริมที่เกิดขึ้นเมื่อเหล็กเสริมได้รับแรงกระทำเพียงข้างเดียว และดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่สอง ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กในช่วงนี้สามารถอธิบายได้ด้วยสมการ Ramberg-Osgood ดังนี้

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{om}} = \frac{\sigma}{\sigma_{om}} + \left(\frac{\sigma}{\sigma_{om}}\right)^{m}$$

เมื่อ $\varepsilon_{om} = \dfrac{\sigma_{om}}{E_s}$

โดยที่ค่าพารามิเตอร์ σ_{om}, m สามารถหาได้จากข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของตัวอย่างทดสอบในช่วงที่เกิดการแข็งตัวเพิ่มขึ้น สำหรับในงานวิจัยนี้ใช้ผลจากตัวอย่างทดสอบหมายเลข 312,412 และ 414 ซึ่งทำการทดสอบโดยให้มีค่าความเครียดในทิศทางเดียวจนกระทั่ง

เกิดการแข็งตัวเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนก่อนที่จะเกิดการย้อนแรง มาทำการคำนวณหาค่า σ_{om}, m ด้วยวิธีการกำลังสองน้อยสุด (Least square Analysis) ทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ทั้งสองออกมาเป็นดังนี้

ก. สำหรับช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้นในด้านรับแรงดึง

$$m = 5.6 \qquad \text{และ} \qquad \sigma_{om} = 0.80\sigma_y$$

ข. สำหรับช่วงการแข็งตัวเพิ่มขึ้นในด้านรับแรงอัด

$$m = 4.1 \qquad \text{และ} \qquad \sigma_{om} = 0.70\sigma_y$$

รูปที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดในช่วงเกิดการแข็งตัวเพิ่มขึ้น ของผลการทดสอบตัวอย่างกับผลที่ได้จากแบบจำลอง Ramberg-Osgood โดยใช้พารามิเตอร์ข้างต้น

4.3 รอบของความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ในช่วงที่เกิดการคราก

จากข้อมูลของตัวอย่างทดสอบที่มีรอบความสัมพันธ์อยู่ในช่วงเกิดการคราก (Yield Plateau) ในตัวอย่างทดสอบหมายเลข 302, 303, 304, 308, 313, 402, 403, 408, 413 และ 415 โดยพิจารณาจากงานวิจัยที่เสนอโดย Popov (4), Ma และคณะ (9) ซึ่งได้แบ่งประเภทของรอบความสัมพันธ์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่บนช่วงเกิดการครากออกเป็นสองประเภท พบว่าสำหรับกรณีวงรอบเล็ก (ตัวอย่างทดสอบหมายเลข 302, 308, 402, 413 และ 415) ความสัมพันธ์ในครึ่งรอบที่มีการย้อนแรงกลับมีคุณสมบัติเชิงเส้นอยู่ คือ เป็นเส้นตรงมีความชันใกล้เคียงกับค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเริ่มต้นของเหล็กเสริม และจะรวมเข้ากับช่วงเกิดการครากเดิม พร้อมทั้งแสดงพฤติกรรมในช่วงเกิดการครากได้ต่อไป ดังแสดงในรูปที่ 4.2

สำหรับในกรณีวงรอบใหญ่ (ตัวอย่างทดสอบหมาย 303, 304, 313, 403 และ 408) พบว่าความสัมพันธ์ในครึ่งรอบหลังจะไม่กลับเข้ารวมกับช่วงเกิดการคราก (Yield Plateau) และแสดงพฤติกรรมไม่เชิงเส้นก่อนที่หน่วยแรงจะถึงหน่วยแรงครากอีกครั้ง ตำแหน่งที่หน่วยแรงถึงจุดครากอีกครั้งจะใกล้กับจุดเริ่มต้นของวงรอบความสัมพันธ์นี้ แต่มีการย้ายมาทางด้านซ้ายเล็กน้อย (ดูรูปที่ 4.3) สอดคล้องกับแบบจำลอง Ramberg-Osgood ที่เสนอโดย C. Sittipunt ในบทที่ 2 ซึ่งใช้แนวความคิดเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) มาช่วยในการสร้างแบบจำลองในกรณีวงรอบใหญ่นี้

4.4 รอบความสัมพันธ์หลัก (Envelope Curves)

เป็นข้อมูลส่วนใหญ่ของผลการทดสอบ นอกเหนือจากข้อมูลทั้งสามประเภทที่ได้กล่าวมาแล้ว การวิเคราะห์ข้อมูลกระทำโดย นำข้อมูลมาแบ่งออกเป็นข้อมูลสำหรับแต่ละครึ่งรอบความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด นำมาหาค่าพารามิเตอร์ σ_o และ α ที่เหมาะสม สำหรับสมการ Ramberg-Osgood ในแต่ละครึ่งรอบความสัมพันธ์ ซึ่งสามารถกระทำได้โดยวิธีการกำลังสองน้อยสุด (Least Square Analysis) โดยเริ่มจากการกำหนดค่า α เป็นค่าคงที่ และทำการหาค่า σ_o ที่เหมาะสมสำหรับ

ครึ่งรอบความสัมพันธ์นั้น ๆ จากวิธีการกำลังสองน้อยสุด จากนั้นปรับค่า α แล้วทำการหาค่า σ_o อีกครั้ง ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ค่า α และ σ_o สำหรับที่เหมาะสมสำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์นั้น สำหรับสมการสำหรับใช้หาค่า σ_o ด้วยวิธีการกำลังสองน้อยสุดสามารถกระทำได้ดังต่อไปนี้

จากสมการ Ramberg-Osgood

$$\frac{\varepsilon-\varepsilon_i}{\varepsilon_o}=\frac{\sigma-\sigma_i}{\sigma_o}+\left[\frac{\sigma-\sigma_i}{\sigma_o}\right]^{\alpha}$$

$$(\varepsilon-\varepsilon_i)E_S=(\sigma-\sigma_i)+\frac{(\sigma-\sigma_i)^{\alpha}}{\sigma_o^{(\alpha-1)}} \qquad \text{เมื่อ } E_S=\frac{\sigma_o}{\varepsilon_o}$$

จัดรูปตัวแปรใหม่เป็นดังนี้ $(\varepsilon-\varepsilon_i)E_S=\overline{A}$

$$(\sigma-\sigma_i)=\overline{B}$$

$$(\sigma-\sigma_i)^{\alpha}=\overline{C}$$

ดังนั้น $\overline{A}=\overline{B}+\overline{C}\cdot\sigma_o^{(1-\alpha)}$

ผลต่างกำลังสองของค่าโดยประมาณกับค่าจริง เป็น

$$\sum[Error]^2=\sum\left(\overline{A}-\left(\overline{B}+\overline{C}\cdot\sigma_o^{(1-\alpha)}\right)\right)^2$$

ผลต่างกำลังสองของค่าโดยประมาณกับค่าจริงจะมีค่าน้อยสุด เมื่ออนุพันธ์เท่ากับ 0

$$\frac{\partial\left(\sum[Error]^2\right)}{\partial\sigma_o}=2\cdot\sum\left(\overline{A}-\overline{B}-\overline{C}\cdot\sigma_o^{(1-\alpha)}\right)\cdot\overline{C}\cdot(\alpha-1)\cdot\sigma_o^{-\alpha}=0 \qquad 1).\ 0-$$

$$0=\sum\left(\overline{A}-\overline{B}-\overline{C}\cdot\sigma_o^{(1-\alpha)}\right)\cdot\overline{C}$$

$$\sigma_o^{(1-\alpha)}=\frac{\sum\overline{AC}-\sum\overline{BC}}{\sum\overline{C}^2}$$

แทนค่าตัวแปรกลับ จะได้

$$\sigma_o=\left[\frac{\sum(\varepsilon-\varepsilon_i)E_S(\sigma-\sigma_i)^{\alpha}-\sum(\sigma-\sigma_i)^{\alpha+1}}{\sum(\sigma-\sigma_i)^{2\alpha}}\right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}}$$

ซึ่งเป็นสมการสำหรับหาค่า σ_o ที่เหมาะสมสำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์ใดๆ บนสมการ Ramberg-Osgood เมื่อมีการกำหนดค่า α เป็นค่าคงที่

การปรับค่า α เพื่อหาค่า σ_o ที่เหมาะสม ถูกกำหนดให้มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 30 โดยทำการปรับเพิ่มครั้งละ 0.01 สำหรับในแต่ละค่า α ที่ถูกกำหนดขึ้นจะให้ค่า σ_o ออกมาหนึ่งค่า หลักพิจารณาในการเลือกค่า α และ σ_o ที่เหมาะสมก็ใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดเช่นเดียวกันโดยทำการแทนที่ค่า α, σ_o และค่าหน่วย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทย...
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แรงที่ได้จากการทดสอบลงในสมการ Ramberg-Osgood เพื่อหาค่าความเครียดโดยประมาณ จากนั้นนำมาหาผลต่างของความเครียดที่ได้จากสมการกับความเครียดจริงที่ได้จากการทดสอบ จากนั้นจึงทำการเลือกคู่ของค่า α และ σ_o ที่ให้ค่าผลรวมของกำลังสองของผลต่างของค่าความเครียดที่ได้จากสมการกับความเครียดจริงมีค่าน้อยสุดเป็นค่าที่เหมาะสมสำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์นั้น ๆ

จากค่าพารามิเตอร์ α และ σ_o ที่คำนวณได้ของข้อมูลในแต่ละครึ่งรอบความสัมพันธ์ นำมาหาความสัมพันธ์กับปัจจัยที่มีผลต่อความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริม ในขั้นต้นพิจารณาจากแบบจำลอง Ramberg-Osgood ที่ได้อธิบายไว้แล้วในบทที่ 2 ซึ่งได้กำหนดให้หาค่า σ_o จากประวัติการรับแรงกระทำของเหล็กเสริม โดยนำข้อมูลในช่วงรอบความสัมพันธ์หลัก (Envelope Curves) ทั้งหมดมาแบ่งประเภทเป็น ครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่เริ่มจากด้านรับแรงดึง และครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่เริ่มจากด้านรับแรงอัด อีกทั้งในแต่ละประเภทของครึ่งรอบความสัมพันธ์ดังกล่าวยังถูกแบ่งแยกย่อยออกเป็น กรณีซึ่งจุดเริ่มต้นของความสัมพันธ์มีค่าหน่วยแรงมากกว่าและน้อยกว่าหน่วยแรงที่เคยเกิดขึ้นกับเหล็กเสริมในทิศทางนั้น ๆ

สำหรับข้อมูลของครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่มีค่าหน่วยแรงเริ่มต้นมากกว่าหน่วยแรงที่เคยเกิดขึ้นกับเหล็กเสริม นำค่า α และ σ_o มาทำการหาความสัมพันธ์กับผลต่างระหว่างหน่วยแรงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้นในแต่ละด้านของครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่กำลังพิจารณา คือค่า σ_{max}-σ_{min} เมื่อ σ_{max} คือค่าหน่วยแรงดึงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้น และ σ_{min} คือ หน่วยแรงอัดสูงสุดที่เคยเกิดขึ้นซึ่งมีค่าเป็นลบ ทำให้สามารถหาค่าความสัมพันธ์ดังแสดงในรูปที่ 4.4 และสรุปได้ดังต่อไปนี้

ก. เหล็กเสริมชั้นคุณภาพ SD30 (หน่วยแรงครากเท่ากับ 4100 กก/ซม^2)

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงอัด

$$\sigma_o = 1108.7 + 0.7668(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$
$$= 0.2704\sigma_y + 0.7668(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึง

$$\sigma_o = 3237.4 + 0.5112(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$
$$= 0.7896\sigma_y + 0.5112(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

ข. เหล็กเสริมชั้นคุณภาพ SD40 (หน่วยแรงครากเท่ากับ 5000 กก/ซม^2)

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงอัด

$$\sigma_o = 1679.6 + 0.7372(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$
$$= 0.3359\sigma_y + 0.7372(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

สำหรับครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึง

$$\sigma_o = 4690.1 + 0.4510(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$
$$= 0.9380\sigma_y + 0.4510(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

สำหรับค่า α จากการศึกษาไม่พบความสัมพันธ์ระหว่างค่า α กับค่า σ_{max}-σ_{min} ประกอบกับจากแบบจำลองที่เสนอโดย Aktan และคณะ ใช้ค่า α เป็นค่าคงที่สำหรับทุกครึ่งรอบความสัมพันธ์ ในที่นี้จึงนำค่า α ที่ได้จากข้อมูลทุก ๆ ครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่มีค่าหน่วยแรงเริ่มต้นมากกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่เกิดขึ้น มาหาค่าเฉลี่ยได้ดังนี้ คือ กรณีครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงอัด ค่า α เท่ากับ 9.6 และกรณีครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึง ค่า α เท่ากับ 6.8

กรณีครึ่งรอบความสัมพันธ์ที่มีค่าหน่วยแรงเริ่มต้นน้อยกว่าหน่วยแรงสูงสุดที่เคยเกิดขึ้นกับเหล็กเสริม สามารถหาค่า α และ σ_o ได้โดยใช้แนวคิดเรื่องตำแหน่งคอมมอน (Common point) ดังได้อธิบายในบทที่ 2 จึงไม่นำมาพิจารณาหาความสัมพันธ์กับค่า σ_{max}-σ_{min}

ค่า α และ σ_o ที่หาได้จากวิธีการข้างต้น พบว่าสำหรับกรณีครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงดึงให้ความสัมพันธ์ได้ใกล้เคียงกับค่าที่เสนอโดย C.Sittipunt แต่สำหรับกรณีครึ่งรอบความสัมพันธ์จากด้านรับแรงอัด ค่าที่ได้แตกต่างจากที่เสนอไว้ในบทที่ 2 มาก จำเป็นต้องมีการทดสอบว่าค่าพารามิเตอร์ชุดใดจะสามารถให้ความถูกต้องของแบบจำลองได้มากเพียงใด ซึ่งสามารถทำได้โดยการแทนค่าพารามิเตอร์ชุดที่ได้จากข้อมูลดังแสดงไว้ข้างต้น และค่าพารามิเตอร์ชุดที่เสนอโดย C.Sittipunt ลงในแบบจำลองวัสดุ และทำการเปรียบเทียบผลต่างของหน่วยแรงที่ได้กับหน่วยแรงจริง และด้วยวิธีการผลต่างกำลังสอง ทำให้ได้ความสัมพันธ์สำหรับหาค่า Standard error of estimate ดังนี้

$$S_e = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

เมื่อ S_r เป็นผลรวมของผลต่างกำลังสองของหน่วยแรงจริงกับหน่วยแรงที่คำนวณได้

n เป็นจำนวนข้อมูล

S_e คือค่า Standard error of estimate มีหน่วยเป็น กก/ซม^2

ค่า S_e นี้ใช้สำหรับเปรียบเทียบว่าค่าพารามิเตอร์ชุดใดจะให้ค่าความถูกต้องแก่แบบจำลองวัสดุของเหล็กเสริมได้ดีกว่ากัน และจากผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากข้อมูลทดสอบ นำมาสรุปรวมไว้เป็นชุดเดียวกันสำหรับเหล็กเสริมทั้งสองชั้นคุณภาพ เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้จริงในทางปฏิบัติ แสดงไว้ในตารางที่ 4.2 ส่วนค่าเปรียบเทียบความถูกต้องระหว่างค่าพารามิเตอร์ของ C.Sittipunt กับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการทดสอบครั้งนี้ แสดงไว้ในตารางที่ 4.3

และจากผลการคำนวณในตารางที่ 4.3 พบว่าค่าพารามิเตอร์ที่เสนอโดย C.Sittipunt ให้ค่าถูกต้องน้อยกว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการทดสอบมาก จึงเสนอให้ใช้ค่าพารามิเตอร์ชุดใหม่ในตารางที่ 4.2 แทนสำหรับผลการทดสอบในงานวิจัยครั้งนี้

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่ได้จากแบบจำลอง Ramberg-Osgood เมื่อใช้พารามิเตอร์ในตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบกับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดที่ได้จากการทดสอบสำหรับทั้ง 28 ตัวอย่างทดสอบ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.5