บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ในปัจจุบันการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เริ่มได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยลดเวลาและต้นทุนในการออกแบบ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้นมีอยู่หลายวิธี แต่วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน คือ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เนื่องจากระเบียบวิธีดังกล่าวสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้เป็นอย่างดี [1]

หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยทั่วไป คือ เริ่มต้นโดยการแบ่งรูปร่างปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละเอลิเมนต์จะประกอบด้วยตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อต่าง ๆ ของเอลิเมนต์ ซึ่งก่อให้เกิดเป็นชุดสมการของเอลิเมนต์ที่ถูกจัดอยู่ในรูปเมตริกซ์ (element matrix) และในการวิเคราะห์ปัญหาจะต้องนำเอาเมตริกซ์ของเอลิเมนต์เหล่านี้มารวมกันเข้าเป็นระบบสมการขนาดใหญ่ แล้วจึงแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ โดยประยุกต์สภาวะขอบเขต (boundary condition) ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อความแม่นยำของคำตอบเชิงตัวเลข จึงต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กเป็นจำนวนมาก ซึ่งจะทำให้ต้องใช้เวลาในการคำนวณโดยคอมพิวเตอร์และหน่วยความจำจำนวนมาก วิธีหนึ่งที่จะช่วยลดเวลาและหน่วยความจำที่ต้องใช้ คือ การนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ (adaptive meshing technique) มาใช้ วิธีการดังกล่าวมีหลักการ คือ การปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของความชันของคำตอบมาก ๆ ซึ่งจะทำให้เกิดความแม่นยำของคำตอบมากขึ้น และในเวลาเดียวกันจะปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดใหญ่ในบริเวณอื่น ๆ เพื่อเป็นการลดเวลาในการคำนวณและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้

ถึงแม้ว่าการนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์มาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะช่วยให้ลดเวลาและหน่วยความจำที่ต้องใช้เป็นจำนวนมากแล้วก็ตาม แต่ในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวก็ยังมีขั้นตอนที่ต้องใช้เวลาในการคำนวณเป็นจำนวนมาก ขั้นตอนดังกล่าวคือ ขั้นตอนการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ ซึ่งเป็นจุดสำคัญจุดหนึ่งที่ต้องนำมาพิจารณา โดยจะต้องใช้ระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการที่สามารถให้ความแม่นยำและใช้เวลาในการคำนวณไม่มากนักเมื่อเทียบกับระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการที่เคยเป็นที่ยอมรับและใช้กันอยู่เดิม

งานวิทยานิพนธ์นี้จึงขอนำเสนอการนำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ร่วมกับเทคนิคการปรับชนาดเอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดที่อยู่ในสภาวะคงตัว และทำการปรับปรุงวิธีการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่เพื่อให้การวิเคราะห์ปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีของแต่ละระเบียบวิธีที่นำมาใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้โดยละเอียดอย่างเป็นขั้นเป็นตอน

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.2.1 เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาการวิเคราะห์การไหลแบบหนืดในสภาวะอยู่ตัว ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.2.2 เพื่อให้สามารถนำไปใช้กับคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลในปัจจุบันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.2.3 เพื่อให้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้

1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์จะเป็นไปตามขั้นตอนต่อไปนี้

1.3.1 ศึกษาและทำความเข้าใจระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่นำมาใช้กับการแก้ปัญหาการไหลแบบหนืด โดยศึกษาตั้งแต่ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการไหลแบบหนืด ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการไหลแบบหนืด ศึกษาการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

1.3.2 ศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืด*

1.3.3 ทำการปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดในส่วนของระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ เพื่อให้ใช้เวลาในการคำนวณได้น้อยลง โดยจะนำเอาระเบียบวิธีที่เหมาะสมกับลักษณะของระบบสมการที่เกิดขึ้นมาใช้แทนระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss's elimination) ซึ่งใช้อยู่เดิม โดยระเบียบวิธีที่จะนำมาใช้นั้นต้องมีคุณสมบัติ คือ สามารถแก้ระบบสมการโดยเข้าสู่คำตอบ (converge) ที่ถูกต้อง รวดเร็ว และ มีเสถียรภาพสูง

---

* โปรแกรม Navier เป็นโปรแกรมที่ถูกเขียนขึ้นในภาษา FORTRAN เป็นโปรแกรมหนึ่งในวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโทของนายจิตติน ศรีพุทธรัตน์ เนื่องจากการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้เป็นการทำวิทยานิพนธ์ที่ต่อเนื่อง

1.3.4 นำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดที่ได้ถูกปรับปรุงระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการเรียบร้อยแล้ว ไปตรวจสอบความถูกต้อง โดยนำไปวิเคราะห์ปัญหาเปรียบเทียบกับโปรแกรมเก่าที่ถูกต้องอยู่แล้ว

1.3.5 ศึกษาและทำความเข้าใจทฤษฎีของระเบียบวิธีปรับขนาดเอลิเมนต์

1.3.6 ศึกษาและทำความเข้าใจโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้สำหรับสร้าง** และปรับ*** ขนาดเอลิเมนต์

1.3.7 นำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีปรับขนาดเอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืด โดยโปรแกรมดังกล่าวทั้งสามโปรแกรมจะถูกนำมาใช้ร่วมกันอย่างเป็นขั้นเป็นตอน เพื่อให้การวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดมีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยขั้นตอนดังกล่าวจะขอกล่าวไว้ในขั้นตอนการใช้โปรแกรม โดยจะเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ

1.3.8 แสดงประสิทธิภาพของการนำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ มาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยนำเอาโปรแกรมที่ใช้ระเบียบวิธีดังกล่าวมาใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดที่มีความซับซ้อนมากขึ้น

1.3.9 สรุปผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทำวิทยานิพนธ์นี้ พร้อมทั้งข้อเสนอแนะเพื่อการขยายผลจากวิทยานิพนธ์นี้สู่งานวิจัยระดับสูงต่อไป

1.3.10 เขียนและพิมพ์วิทยานิพนธ์

1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.4.1 ทำให้สามารถนำโปรแกรมไปใช้แก้ปัญหาขนาดใหญ่ที่มีความซับซ้อน ซึ่งจะพบในงานด้านวิศวกรรมทางกลศาสตร์ของไหลจำนวนมาก

1.4.2 ทำให้สามารถนำโปรแกรมไปใช้บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีหน่วยความจำ (RAM) ที่จำกัดได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.4.3 เป็นแนวทางเริ่มต้นในการศึกษาและพัฒนาทางวิชาการด้านระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับนักวิจัยที่สนใจในอนาคต

1.4.4 เป็นตัวอย่างการนำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ไปประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรมอย่างมีประสิทธิภาพสำหรับผู้ที่ศึกษาทางด้านวิศวกรรมการคำนวณ

** โปรแกรม Built เป็นโปรแกรมที่ถูกเขียนขึ้นใน FORTRAN ซึ่งเคยถูกนำไปใช้กับปัญหาในด้านกลศาสตร์ของแข็ง แต่ยังไม่เคยนำมาใช้กับปัญหาด้านกลศาสตร์ของไหล โดยโปรแกรมดังกล่าวเป็นโปรแกรมสำหรับสร้างหรือแบ่งปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ

*** โปรแกรม Space เป็นโปรแกรมที่ถูกเขียนขึ้นใน FORTRAN ซึ่งเคยถูกนำไปใช้กับปัญหาในด้านกลศาสตร์ของแข็ง แต่ยังไม่เคยนำมาใช้กับปัญหาด้านกลศาสตร์ของไหล โดยโปรแกรมดังกล่าวเป็นโปรแกรมสำหรับคำนวณหาขนาดเอลิเมนต์ใหม่ที่เหมาะสมตามตำแหน่งต่าง ๆ