

### บทที่ 3

#### ลักษณะเฉพาะทางไฟฟ้าของรอยต่อวิวิธพันธุ์

ลักษณะเฉพาะทางไฟฟ้าที่ใช้ในการศึกษาลักษณะของรอยต่อวิวิธพันธุ์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะกระแส-ความต่างศักย์ และลักษณะเฉพาะความจุ-ความต่างศักย์ ซึ่งจากลักษณะเฉพาะเหล่านี้ทำให้เราได้ทราบข้อมูลลักษณะ โครงสร้างแถบพลังงานและรอยต่อ ชนิดของรอยต่อและค่าศักย์ระหว่างรอยต่อนั้น

#### ลักษณะเฉพาะกระแส-ความต่างศักย์<sup>1,4</sup>

ในลักษณะเฉพาะกระแส-ความต่างศักย์ในอุดมคตินั้นจะมีลักษณะเป็นไปตามข้อสมมติฐาน 4 ข้อคือ

1. บริเวณรอยต่อเป็นแบบฉนวน กล่าวคือ ค่าศักย์ก่อกำขึ้นภายในและศักย์ที่ไบแอสเข้าไปจะอยู่ในชั้นของไดโพลด้วยขอบเขตแบบฉนวน และที่บริเวณนอกเขตนั้น สารกึ่งตัวนำจะมีสภาพเป็นกลางทางไฟฟ้า
2. เป็นไปตามการประมาณของโบลซ์มานน์ ตลอดทั่วทั้งช่วงดีพลีชันจะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของโบลซ์มานน์
3. ความหนาแน่นของพาหะข้างน้อยที่ลึกลงเข้ามาเนื่องจากสนามไฟฟ้า มีน้อยมากเมื่อเทียบกับความหนาแน่นของพาหะข้างมาก
4. ไม่มีกระแสเกิดในบริเวณดีพลีชันและกระแสอิเล็กตรอนและ โฮลคงที่ตลอดบริเวณดีพลีชัน

เมื่อพิจารณาตามความสัมพันธ์ของ โบลซ์มานน์ ที่สมดุลทางความร้อน

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right) \equiv n_i \exp\left[\frac{q(\psi - \phi)}{kT}\right] \quad (3.1 a)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) \equiv n_i \exp\left[\frac{q(\phi - \psi)}{kT}\right] \quad (3.1 b)$$

เมื่อ  $\psi, \phi$  เป็นศักย์ที่สอดคล้องกับระดับพลังงานเฟอร์มิอินทรีนิกและระดับพลังงานเฟอร์มิ โดย  $\psi \equiv -E_i/q$ ,  $\phi \equiv -E_F/q$  ที่สมดุลทางความร้อน ค่าผลคูณ  $pn$  จากสมการที่ (3.1 a) และ (3.1 b) จะมีค่าเท่ากับ  $n_i^2$  และเมื่อมีการป้อนศักย์ใส่เข้าไปในระบบจะทำให้ความหนาแน่นพาหะข้างน้อยของทั้งสองด้านรอยต่อมีการเปลี่ยนแปลงไป และค่าผลคูณจากสมการข้างต้นจะมีค่าไม่มากกว่า  $n_i^2$  เราจะได้ดังสมการ

$$n \equiv n_i \exp\left[\frac{q(\psi - \phi_n)}{kT}\right] \quad (3.2 a)$$

$$p \equiv n_i \exp\left[\frac{q(\phi_p - \psi)}{kT}\right] \quad (3.2 b)$$

เมื่อ  $\phi_n, \phi_p$  เป็นระดับกึ่งพลังงานเฟอร์มิ (quasi-Fermi levels) สำหรับอิเล็กตรอนและโฮลตามลำดับ จากสมการที่ (3.2 a) และ (3.2 b) จะได้

$$\phi_n \equiv \psi - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) \quad (3.3 a)$$

$$\phi_p \equiv \psi + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) \quad (3.3 b)$$

ดังนั้น ผลคูณ  $pn$  จึงเป็น

$$pn = n_i^2 \exp\left[\frac{q(\phi_p - \phi_n)}{kT}\right] \quad (3.4)$$

สำหรับการไบแอสตรง ( $\phi_p - \phi_n > 0$ ) และ  $pn > n_i^2$

สำหรับการไบแอสกลับ ( $\phi_p - \phi_n < 0$ ) และ  $pn < n_i^2$

ลักษณะของศักย์และความเข้มข้นพาหะของรอยต่อ p-n ขณะไบแอสตรง และไบแอสกลับแสดงดังรูปที่ 3.1 ความแตกต่างของศักย์ไฟฟ้าระหว่างรอยต่อนี้กำหนดโดย

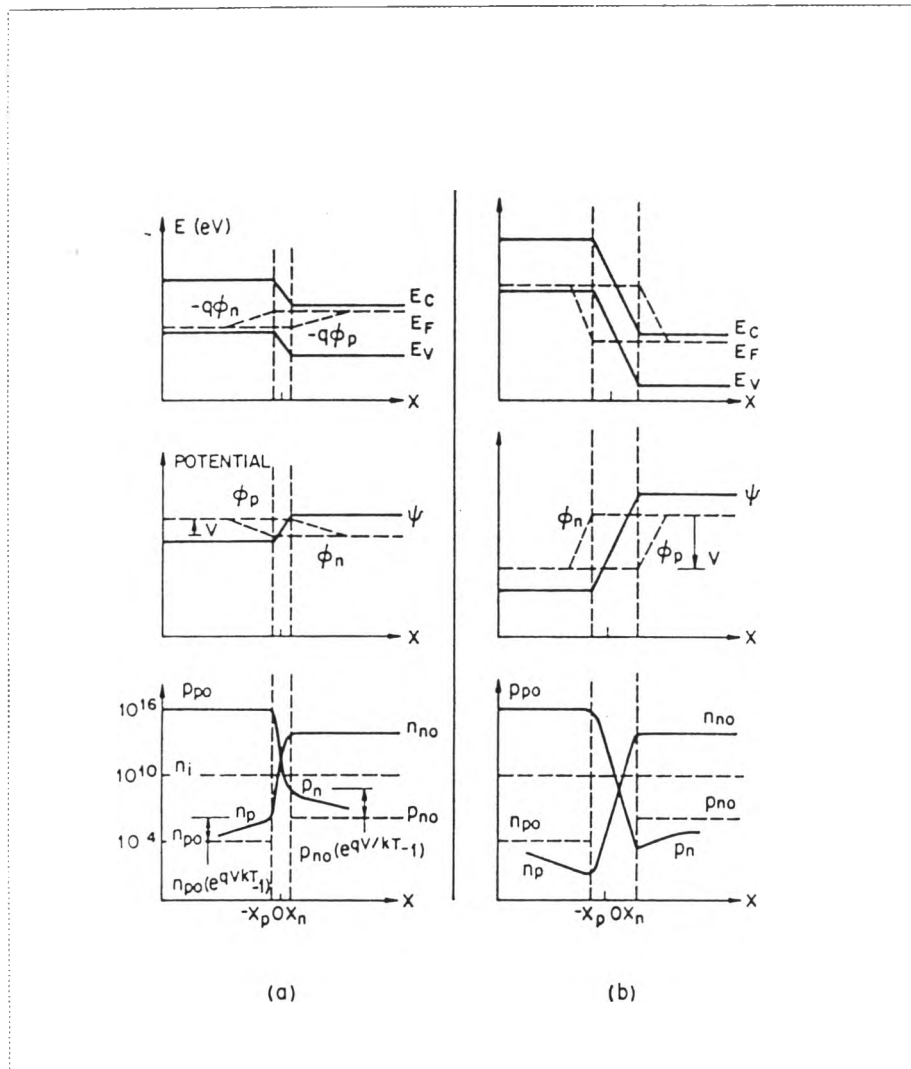
$$V = \phi_p - \phi_n \quad (3.5)$$

จากสมการที่ (3.4) และ(3.5) จะได้ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่ขอบเขตของบริเวณดีพลีชันบนด้าน p ( $x = -x_p$ )

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) = n_{po} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \quad (3.6)$$

เมื่อ  $n_{po}$  คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่สมดุลบนด้าน p และทำนองเดียวกันความหนาแน่นของโฮลจะเป็น

$$p_n = p_{no} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \quad (3.7)$$



รูปที่ 3.1 แสดงแถบพลังงาน และการกระจายของพาหะภายใต้เงื่อนไขการไบแอสตรง และไบแอสกลับ

เนื่องจากสมมติฐานข้อที่ 3 ที่ว่า  $p_n \ll n_n \approx n_{no}$  ในสารกึ่งตัวนำชนิด n จะได้ว่า

$$\frac{p_n - p_{no}}{\tau_p} - \mu_p \left( \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} \right) = 0 \tag{3.8}$$

ในบริเวณที่เป็นกลางทางไฟฟ้าหรือบริเวณที่ไม่มีสนามไฟฟ้า ดังนั้นสมการที่ (3.8) จะมีรูปเป็น

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{no}}{D_p \tau_p} = 0 \quad (3.9)$$

คำตอบของสมการที่ (3.9) โดยมีเงื่อนไขขอบเขตเป็นตามสมการที่ (3.7) และ  $p_n(x = \infty) = p_{no}$

$$p_n - p_{no} = p_{no}(e^{qV/kT} - 1)e^{-(x-x_n)/L_p} \quad (3.10)$$

เมื่อ

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p} \quad (3.11)$$

และที่  $x = x_n$ , ความหนาแน่นของกระแสอิเล็กตรอนจะเป็น

$$J_p = -qD_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{x_n} = \frac{qD_p p_{no}}{L_p} (e^{qV/kT} - 1) \quad (3.12)$$

ทำนองเดียวกันกับด้าน p

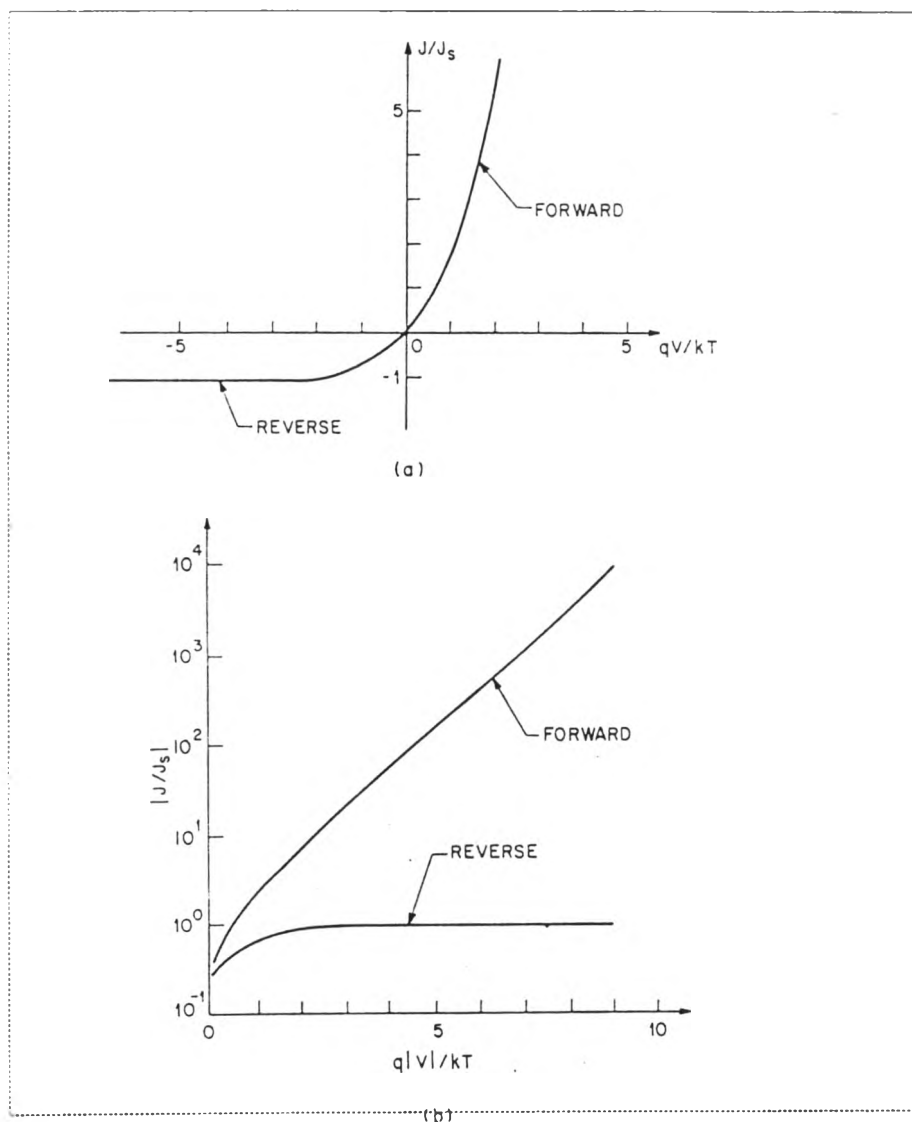
$$J_n = qD_n \left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{-x_p} = \frac{qD_n n_{po}}{L_n} (e^{qV/kT} - 1) \quad (3.13)$$

ความหนาแน่นกระแสสุทธิที่ผ่านรอยต่อที่เป็นผลรวมของสมการที่ (3.12) และ (3.13)

$$J = J_p + J_n = J_s(e^{qV/kT} - 1) \quad (3.14)$$

$$J_s \equiv \frac{qD_p p_{no}}{L_p} + \frac{qD_n n_{po}}{L_n} \quad (3.15)$$

สมการที่ (3.15) เป็นที่รู้จักกันเรียกว่าสมการช็อคเลห์ (Shockley equation) สำหรับไดโอดในอุดมคติ ความสัมพันธ์ของกระแส-ความต่างศักย์แสดงดังรูปที่ 3.2 พบว่าขณะเมื่อไบแอสตรงกระแสจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วกับค่า  $V$  และเมื่อไบแอสกลับ ความหนาแน่นกระแสจะลดลง จนกระทั่งอิ่มตัวที่ค่า  $J = -J_s$



รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะเฉพาะกระแส-ความต่างศักย์ในอุดมคติ

### ลักษณะเฉพาะความจุ- ความต่างศักย์<sup>1,3,5</sup>

การศึกษาความสัมพันธ์ความจุที่สอดคล้องกับขนาดของช่วงดีพลีชันของ Schottky barrier หรือ รอยต่อ p-n แบบฉาบปล้นจะให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเข้มข้นพาหะและคุณลักษณะทางไฟฟ้าตรงกลางระหว่างชั้นรอยต่อและใกล้เคียง ๆ กับผิวรอยต่อของชั้นสารกึ่งตัวนำ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความจุกับความต่างศักย์ที่ทำการไบแอสเป็นพื้นฐานของวิธีการต่าง ๆ เพื่อใช้ในการหาความหนาแน่นสิ่งเจือสุทธิ ( net doping density) และระดับความลึก (depth profile)

### ความจุของช่วงดีพลีชัน<sup>3</sup>

ความจุในช่วงดีพลีชันนี้เป็นค่าความจุที่สอดคล้องกับช่วงที่แถบพลังงานมีการโด่งในรอยต่อแบบโลหะ-สารกึ่งตัวนำ หรือในรอยต่อ p-n ซึ่งค่าความจุนี้อธิบายถึงความหนาแน่นของสิ่งเจือสุทธิ และค่าความจุนี้อาจได้จากลักษณะของความจุ-ความต่างศักย์

### ในรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำและในรอยต่อ p-n

ไดโอดรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำที่นำมาวิเคราะห์จะมีความสูงของกำแพงศักย์เป็น  $\phi_b$  แบบจำลองโลหะ-สารกึ่งตัวนำแสดงให้เป็นโครงสร้างของแถบพลังงานของรอยต่อที่มีค่าของ  $\phi_b$  ขึ้นกับการไบแอสเพียงเล็กน้อยเท่านั้นและกำแพงศักย์ที่กั้นจะใช้อธิบายในลักษณะเฉพาะความจุ-ความต่างศักย์

แบบจำลองของแถบพลังงาน โครงสร้างรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำจะมีโครงสร้างดังรูปที่ 3.3 โดยมีตำแหน่งอ้างอิงที่ระดับสุญญากาศ (นิยามเป็นระดับพลังงาน

ของอิเล็กตรอนที่ระยะหยุดนิ่งภายนอกสาร) ใช้เป็นสมบัติของสารกึ่งตัวนำ ของเวิร์กฟังก์ชันของโลหะ  $\phi_m$  และค่าอิเล็กตรอนแอฟฟินิตีของสารกึ่งตัวนำ  $\chi_s$  ซึ่งนิยามตามลำดับว่าเป็นพลังงานที่ต้องการในการเคลื่อนอิเล็กตรอนจากระดับเฟอร์มิของโลหะ และปลายแถบนำ ไปยังระดับสุญญากาศ สมบัติเหล่านี้ถูกนิยามว่ามีค่าคงที่ตามชนิดของสารกึ่งตัวนำนั้น

ในสถานะสมดุลความร้อน ระดับเฟอร์มิในโลหะและในสารกึ่งตัวนำต้องทับกันพอดีและจากเงื่อนไขเหล่านี้แถบพลังงานสำหรับรอยต่อแสดงดังรูปที่ 3.3 พบว่าที่รอยต่อของสารทั้งสอง ระดับพลังงานเฟอร์มิระหว่างของโลหะและแถบนำของสารกึ่งตัวนำ จะเป็นชั้นบันไดเนื่องจากมีความแตกต่างระหว่าง  $\phi_m$  และ  $\chi_s$  นั่นก็คือความสูงของกำแพงศักย์

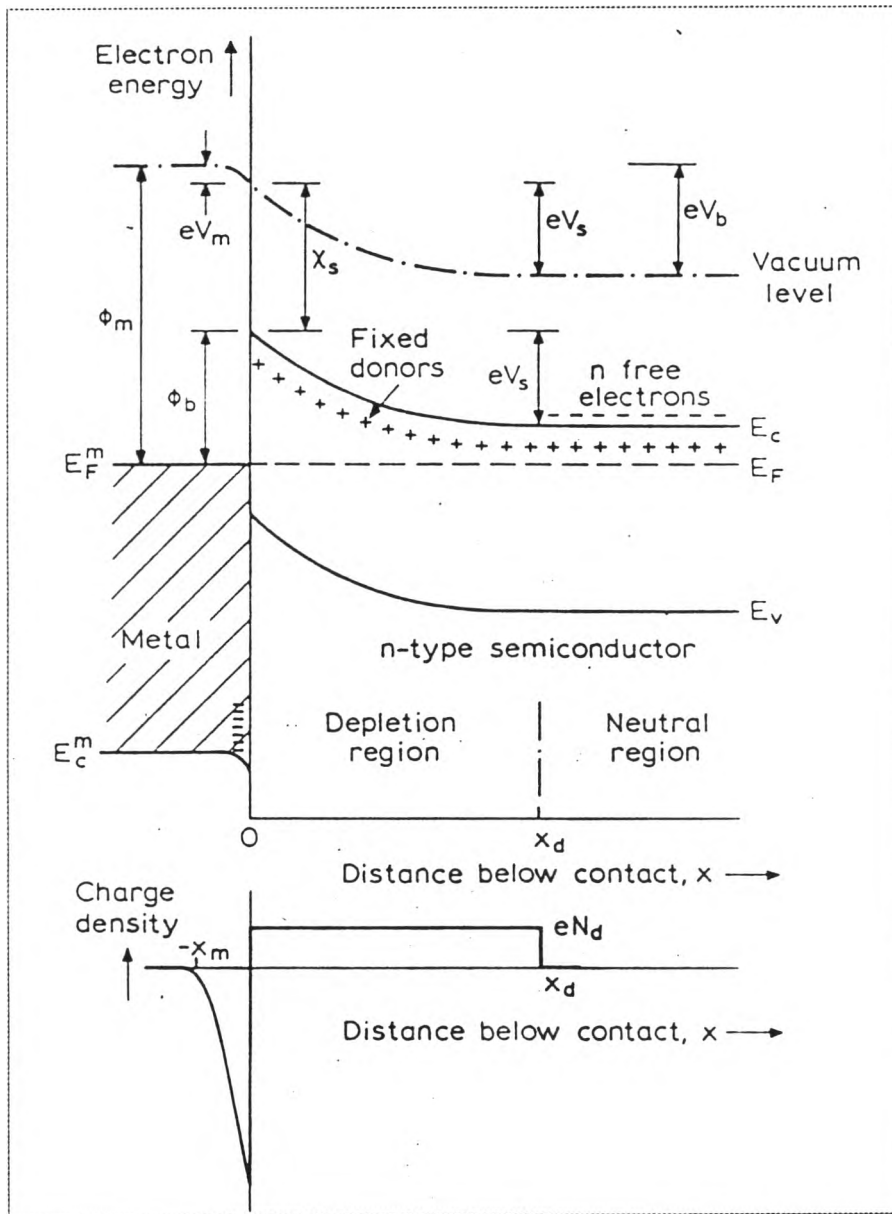
$$\phi_b = \phi_m - \chi_s - eV_m$$

เนื่องจากการโค้งของแถบพลังงานในโลหะ ( $eV_m$ ) มีค่าน้อยมาก ดังรูปเราจะได้

$$\phi_b = \phi_m - \chi_s \quad (3.16)$$

สำหรับความสูงของกำแพงศักย์ในโลหะ  $\phi_m$  ต้องมากกว่า  $\chi_s$  มาก ๆ อีกประการคือ แถบพลังงานจะโค้งในทิศตรงข้าม





รูปที่ 3.3 แสดงแถบพลังงานของรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำ กำแพงศักย์และความหนาแน่นประจุที่สอดคล้องกัน ในสารที่มีการเจืออย่างสม่ำเสมอ แผนผังนี้ได้กำหนดระดับสุญญากาศมีความต่อเนื่องที่รอยต่อ

ที่ระยะทางไกล ๆ จากรอยต่อ พลังงานของแถบนำจะเปลี่ยนไปตรงกับค่าของชั้นสารเทียบกับระดับเฟอร์มิที่ระยะทางไกล ๆ จากรอยต่อ ผลของการโค้งงอของแถบพลังงานเนื่องจากการผลึกอิเล็กตรอนอิสระจากสารกึ่งตัวนำในบริเวณใกล้กับรอยต่อโดยทั้งประจุคงที่บวกกระจายอยู่โดยรอบเนื่องมาจากพาหะผู้ให้ที่ถูกล็อกให้ออไนซ์

ขอปรนัยเรียกว่า ช่วงดีพลีชัน คือที่แถบพลังงานเริ่มราบเรียบและสอดคล้องกับค่าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ ดังนั้นความกว้างของช่วงดีพลีชัน  $x_d$  หาได้โดยการเริ่มโค้งงอของแถบพลังงานและประจุที่ถูกล็อกให้ออไนซ์สุทธิที่สอดคล้องกับสมการปัวร์ซอง

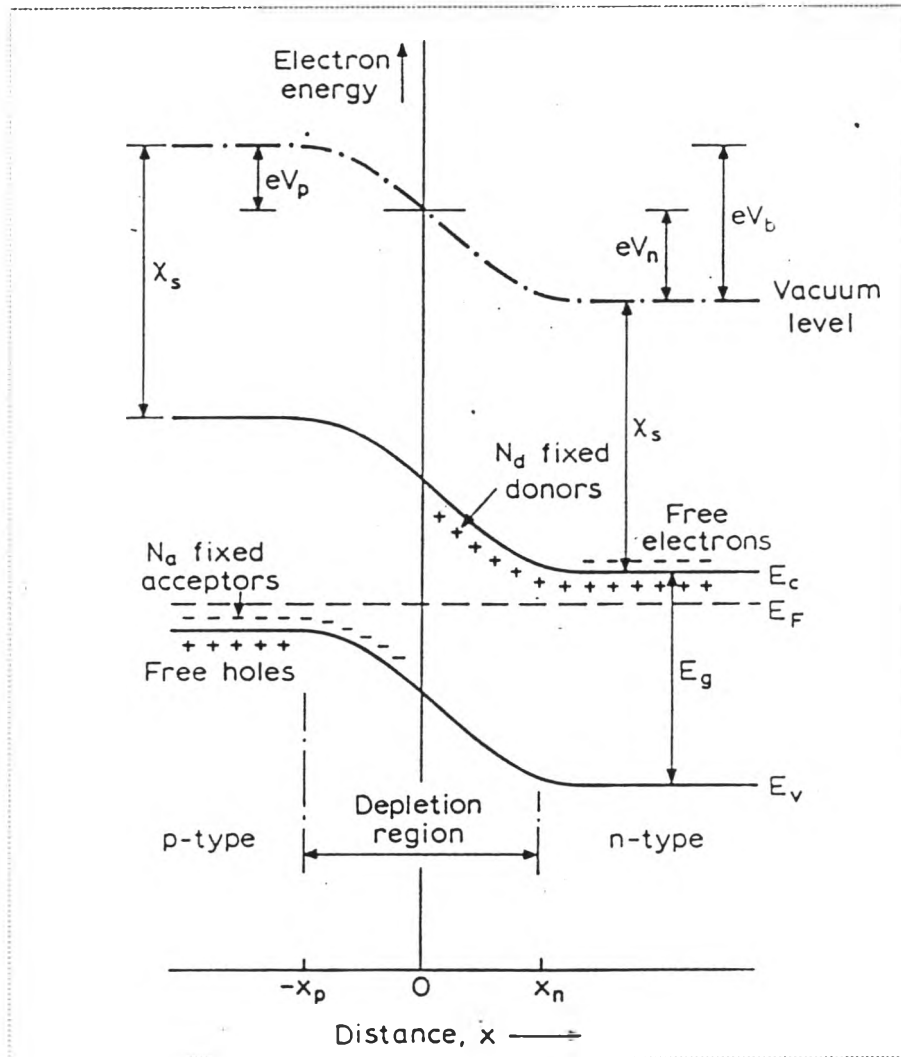
ในโลหะประจุลบเป็นกลางในรูปของอิเล็กตรอนอิสระ ซึ่งรวมตัวกันที่รอยต่อระยะทาง  $x_m$  ซึ่งเป็นความยาวกำบัง (screening length) พาหะอิสระในโลหะ เนื่องจากความเข้มข้นพาหะในโลหะมากกว่าความหนาแน่นสิ่งเจือในสารกึ่งตัวนำ  $x_m \ll x_d$  และมันสามารถถูกคิดว่ศักย์แตกต่างคร่อมระหว่างรอยต่อโลหะ  $V_m$  มีค่าน้อยตัดทิ้งได้เมื่อเทียบกับในสารกึ่งตัวนำ  $V_s$  เราสามารถเขียนค่าศักย์รวมเมื่อไม่มีการไบแอสหรือ ค่าศักย์ภายในเป็น

$$eV_b \approx eV_s = \phi_m - \chi_s - (E_c - E_F)$$

นั่นคือ

$$eV_b = \phi_b - (E_c - E_F) \quad (3.17)$$

พิจารณาแถบพลังงานของรอยต่อชนิด p - n แสดงค่าในรูป (3.4) ทำนองเดียวกัน ที่ระดับสูญญากาศมีความต่อเนื่องและระดับพลังงานเฟอร์มิมีค่าคงที่ คร่อมรอยต่อในสภาวะสมดุลทางความร้อน กรณีนี้เนื่องจาก  $\chi_s$  มีค่าเท่ากันทั้ง 2 สาร. แถบนำเท่ากันดังนั้นการ โค้งงอของแถบพลังงานคร่อมรอยต่อจึงเป็นการแตกต่างของระดับพลังงานเฟอร์มิเทียบกับแถบนำของ 2 สารกึ่งตัวนำ



รูป 3.4 แสดงแถบพลังงานของรอยต่อ p - n

จากรูป 3.4 ตัวห้อยแสดงถึงด้าน สารกึ่งตัวนำ p และ n ของรอยต่อ

$$(E_c - E_F)_p + \chi_s = eV_b + \chi_s + (E_c - E_F)_n$$

เมื่อตัดกัภายในเป็น

$$eV_b = E_g - (E_F - E_v)_p - (E_c - E_F)_n \tag{3.18}$$

สำหรับรอยต่อ p - n ถ้ามีชั้นโคโพลเกิดขึ้นโดยความหนาแน่นประจุผู้ให้  $N_d$  และความหนาแน่นประจุผู้รับ  $N_a$  มีค่าคงที่ภายในช่วงดีพลีชันของพาหะอิสระแต่ละด้านของรอยต่อ

$$N_a x_p = N_d x_n \quad (3.19)$$

เนื่องจากประจุเป็นศูนย์และระยะของดีพลีชันมีขนาดเท่ากัน ความหนาแน่นสิ่งเจือทั้งสองด้านของรอยต่อต่างมีผลต่อความแตกต่างของขนาดช่วงดีพลีชันที่เกิดขึ้นตลอดทั้งสองด้านของรอยต่อเสมอ ในกรณีของอสมมาตรรอยต่อ p - n แบบฉับพลัน (เมื่อ  $N_a \gg N_d$  จะถูกเรียกว่า p<sup>+</sup> - n) มีลักษณะคล้ายคลึงกับกรณีของกำแพงศักย์ที่รอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำ

ในสารกึ่งตัวนำชนิด n ที่ไม่มีขบวนการเกิด ในสภาวะสมดุลทางความร้อน ความหนาแน่นพาหะอิสระจะเป็นไปตามการกระจายของโบลซ์มานน์ เมื่อ  $(E_c - E_F) > 3kT$  เมื่อ

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \quad (3.20)$$

เป็นความสัมพันธ์ที่กระจายเข้าไปในช่วงดีพลีชัน โดย  $E_F^c, E_F^v$  เป็นระดับกึ่งพลังงานเฟอร์มิ สำหรับอิเล็กตรอนและโฮลตามลำดับ ใช้ความหนาแน่นพาหะภายในการกระจายของโบลซ์มานน์ที่เหมาะสมอย่างเช่นในสมการที่ (3.20) เมื่อ  $E_c(x), E_v(x)$  เป็นพลังงานแถบนำและพลังงานแถบวาเลนซ์ภายใน เมื่ออยู่ในสภาวะสมดุลที่ไม่มีกระแส  $E_F^c$  และ  $E_F^v$  จะตรงกันและมีค่าคงที่ ดังนั้นความหนาแน่นพาหะจะตกลงบนช่วงดีพลีชันทำให้ระยะห่าง

ของ  $(E_c - E_F)$  และ  $(E_F - E_v)$  เพิ่มขึ้น แต่เมื่อมีการไบแอสด้วย  $V_a$  คร่อมรอยต่อ ระดับเฟอร์มิในสารจะถูกแยกออกคั้งนั้นจึงเกิดค่าแรงศักย์ขึ้น(ภายใต้การไบแอสกลับ)

$$eV_a = E_F^m - E_F \quad (3.21)$$

และสำหรับรอยต่อ p-n

$$eV_a = E_F^p - E_F^n \quad (3.22)$$

เมื่อ  $E_F^n$  และ  $E_F^p$  คือตำแหน่งระดับเฟอร์มิบนด้าน n และด้าน p ของรอยต่อภายในช่วงดีพลีชันระดับกึ่งพลังงานเฟอร์มิ (quasi-Fermi) จะไม่ทับกันอีก เนื่องจากไม่มีการสมดุลทางความร้อน

ถึงแม้ค่าแรงศักย์และรอยต่อต่าง ๆ ได้อธิบายได้ตามแบบจำลองง่าย ๆ ข้างต้นและลักษณะของแถบพลังงานแสดงดังรูปที่ 3.3 และ 3.4 จากพื้นฐานทางกายภาพของข้อมูลที่ได้จากลักษณะเฉพาะ ความจุ-ความต่างศักย์ ค่าความสูงของกำแพงศักย์ที่วัดได้ก็ไม่สอดคล้องกับค่าที่คำนวณจากสมการที่ 3.16 เนื่องจากเราได้ทำการละทิ้งผลของประจุระหว่างชั้นเช่นจำพวกออกไซด์ และอื่น ๆ เป็นต้น

การโค้งของแถบพลังงานในชั้นของช่วงดีพลีชันถูกนิยามโดยเป็นผลรวมของค่าศักย์ภายใน (built-in voltage) ของรอยต่อซึ่งเป็นตามสมการที่ 3.17 และ 3.18 และเมื่อมีการไบแอสขึ้นความกว้างของขนาดช่วงดีพลีชันสามารถคำนวณได้จากความหนาแน่นของประจุ  $\rho(x)$  โดยใช้สมการปัวร์ซอง

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0}\rho(x) \quad (3.23)$$

ที่ระยะทางไกล ๆ จากรอยต่อ เป็นระยะที่อยู่ภายนอกช่วงดีพลีชัน การโค้งของแถบพลังงานจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น  $d\psi/dx$  มีค่าเป็นศูนย์ ทำการอินทิเกรตสมการ 3.23 จากระยะ  $x = -\infty$  โดยอาศัยตัวแปร  $y$  และ  $z$  ดังนั้นจะได้

$$\frac{d\psi}{dx}\Big|_y = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_{-\infty}^y \rho(z)dz \quad (3.24)$$

และ

$$\psi(x) - \psi(-\infty) = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \left[ \int_{-\infty}^x \left\{ \int_{-\infty}^y \rho(z)dz \right\} dy \right]$$

แสดงตัวอินทิเกรตเป็นผลคูณระหว่าง ( $uv$ ) เมื่อ  $v = 1$  และให้

$$u = \int_{-\infty}^y \rho(z)dz$$

เมื่อทำการอินทิเกรตโดยวิธีแยกส่วนจะได้

$$\psi(x) - \psi(-\infty) = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \left[ y \int_{-\infty}^y \rho(z)dz - \int_{-\infty}^y \rho(z)dz \right]_{y=x}$$

ถ้าเราทำการนิยามขอบเขตของช่วงดีพลีชันเป็นค่าของ  $x$  เมื่อ  $d\psi/dx = 0$  แล้วจะได้ว่าลิมิตของการอินทิเกรตจะเป็น  $(-x_p)$  และ  $(x_n)$  สำหรับรอยต่อแบบ p-n และขอบเขตของช่วงดีพลีชันสำหรับกำแพงศักย์จะเป็น  $(-x_m)$  และ  $x_d$

เนื่องจากไดโพลเหล่านี้มีจำนวนที่เท่ากันทั้งประจุบวกและประจุลบ ดังนั้นเทอมแรกจึงเป็นศูนย์ เช่น

$$\int_{-x_p}^{x_n} \rho(z) dz = \int_{-x_m}^{x_d} \rho(z) dz = 0 \quad (3.25)$$

ถ้าเราให้ศักย์เป็นศูนย์ที่  $+\infty$  และนิยามการโค้งของแถบพลังงานในเทอมของศักย์ไฟฟ้าที่สัมพันธ์กัน จะได้  $V = -\psi(-\infty)$  และที่สอดคล้องกับค่า  $x$  ที่เป็นตัวแปรในการอินทิเกรตจะได้

$$-\psi(-\infty) = V = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_{-x_p}^{x_n} x\rho(x) dx \quad (3.26)$$

สมการนี้เป็นความสัมพันธ์ของความกว้างของช่วงดีฟิชั่นกับค่าศักย์ที่คร่อมไดโอดและการกระจายประจุ ซึ่งใช้คำนวณศักย์คร่อมโครงสร้างที่มีสนามเป็นกลางตามสมการที่ 3.25 เท่านั้น

สำหรับรอยต่อ p-n ที่มีระดับการเจือของ  $N_a$  และ  $N_d$  ที่สม่ำเสมอในแต่ละด้าน สมการที่ 3.26 จะเป็น

$$\begin{aligned} V &= \frac{e}{\epsilon\epsilon_0} \left\{ (-N_a) \int_{-x_p}^0 x \cdot dx + N_d \int_0^{x_n} x \cdot dx \right\} \\ &= \frac{e}{\epsilon\epsilon_0} \{ x_p^2 N_a + x_n^2 N_d \} \end{aligned} \quad (3.27)$$

และใช้สมการที่ 3.19 ในการคำนวณหาความกว้างรวมของชั้นดีฟิชั่นจะ  
ได้

$$(x_n + x_p) = \left[ \frac{2\epsilon\epsilon_0}{e} \left( \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) V \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

เราสามารถใส่สมการปัวร์ของกับกำแพงศักย์ได้ในทำนองเดียวกันโดย  $x_m$  และ  $V_m$  สามารถละได้เมื่อเทียบกับ  $x_d$  และ  $V_b$  เพราะว่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในโลหะมีค่ามากกว่าในสารกึ่งตัวนำ สำหรับเหตุผลนี้เราสามารถละความแตกต่างระหว่าง  $\epsilon$  ในโลหะกับในสารกึ่งตัวนำได้อีกด้วย ลิมิตต่ำสุดของการอินทิเกรตสามารถให้มีค่าเป็น ศูนย์ ( $x = 0$ ) ดังนั้นตามสมการที่ 3.26 จะได้

$$V = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_0^{x_d} x\rho(x)dx \quad (3.29)$$

และในสารกึ่งตัวนำชนิด  $n$  ที่มีการเจืออย่างสม่ำเสมอในเนื้อสาร  $\rho = eN_d$  ดังนั้น ความลึกของช่วงดีพลีชันจึงเป็น

$$x_d = \left( \frac{2\epsilon\epsilon_0}{eN_d} \cdot V \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.30)$$

สมการที่ 3.29 และ 3.30 สามารถนำมาใช้ในกรณีของรอยต่ออสมมาตรแบบ  $p^+n$  ได้เมื่อ  $N_a \gg N_d$  ดังนั้น  $x_p \ll x_n$

ในกรณีทั่วไปการโค้งของแถบพลังงาน  $V$  จะเป็นผลรวมของศักย์ก่อกำเนิด (built-in voltage)  $V_b$  และค่าศักย์ที่ทำการไบแอส  $V_a$

$$V = V_a + V_b \quad (3.31)$$



ที่การไบแอสตรง( $V_f$ ) จะมีลักษณะตรงข้ามกับ $V_b$  และ ทำการลดการโค้งทั้งหมด  $V = V_b - V_f$  จากสมการปัวร์ของเมื่อมีการไบแอสกลับ  $V = (V_r + V_b)$  จะเป็นปริมาณบวกในสารกึ่งตัวนำชนิด  $n$  และ  $\rho(x)$  จะแสดงเครื่องหมายตามเครื่องหมายของความหนาแน่นประจุสุทธิ โดยจะเป็นบวกสำหรับผู้ให้ในสารชนิด  $n$  (ตามสมการที่ 3.26) กำแพงศักย์ ในสารชนิด  $p$  จะมีการโค้งของแถบพลังงานในทิศตรงข้ามกัน เมื่อถูกรวมเข้ากับความหนาแน่นประจุลบ สมการจะกลับมามีรูปแบบเดียวกันอีก ในทางปฏิบัติ เมื่อมีการไบแอสกลับให้แก่รอยต่อแบบโลหะ-สารกึ่งตัวนำ เมื่อมีสารกึ่งตัวนำชนิด  $n$  จะเป็นการต่อสัทยับวกเข้าทางด้านสารกึ่งตัวนำ

### ความจุของชั้นดีพลีชัน

เพื่อให้ง่ายแก่การเข้าใจความจุของชั้นดีพลีชัน เราจะพิจารณากรณีอย่างง่ายคือกรณีที่สารกึ่งตัวนำมีการเจืออย่างสม่ำเสมอ ก่อน ช่วงดีพลีชันของรอยต่อแบบ โลหะ-สารกึ่งตัวนำ หรือรอยต่อสมมาตรแบบฉับพลัน  $p^+ - n$  โดยสารกึ่งตัวนำถูกเจือเป็นชนิด  $n$  อย่างสม่ำเสมอ ประกอบด้วยการกระจายของประจุที่ไม่เคลื่อนที่เนื่องจากผู้ให้ที่ถูกไอออนไนซ์ เมื่อมีการไบแอสเพิ่มขึ้นด้วยปริมาณศักย์เพิ่มน้อย ๆ  $\Delta V$  ความกว้างของช่วงดีพลีชันจะเพิ่มขึ้นตามการเพิ่มของประจุที่ไม่เคลื่อนที่ต่อหน่วยพื้นที่  $\Delta Q$  ดังนั้นเราสามารถนิยามความจุที่สัญญาณน้อย ๆ นี้สอดคล้องกับช่วงดีพลีชันเป็น

$$C = A \cdot \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta Q}{\Delta V} \right) = A \frac{dQ}{dV} \quad (3.32)$$

เมื่อ  $A$  คือพื้นที่ของไดโอด จากสมการที่ 3.31 เราได้ว่า  $dV = dV_a + dV_b$  เมื่อ  $V_b$  ที่ได้จากสมการที่ 3.17 และ 3.18 นอกเหนือจากนั้นไม่ขึ้นกับการไบแอสภายนอก  $C$  สามารถวัดได้จากเทอมของการเปลี่ยนศักย์ที่ไบแอส  $dV_a$

เราต้องการคำนวณประจุรวม  $Q$  ที่อยู่ในช่วงดีพลีชันในเทอมของการโค้งรวมของแถบพลังงาน  $V$  ซึ่งทำได้โดยการอินทิเกรตสมการปัวร์ซองที่ให้สนามไฟฟ้า  $\mathcal{E}$  แล้วใส่ทฤษฎีของเกาส์เพื่อหา  $Q(V)$  เราทำการใส่ศักย์  $\psi(x)$  และอนุพันธ์ของมันมีค่าเป็นศูนย์ที่  $x > x_d$  ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของ  $\psi(x)$  ภายในช่วงดีพลีชันที่สอดคล้องกับพลังงานในแถบนำ  $E_c(x)$  โดย

$$-e\psi(x) = E_c(x) - E_c(x_d) \quad (3.33)$$

ตามที่แสดงดังรูปที่ 3.5 สำหรับรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำ ถ้า  $n_0$  เป็นกลุ่มอิเล็กตรอนอิสระในสารกึ่งตัวนำที่เป็นกลาง ( $x > x_d$ ) แล้วภายในช่วงดีพลีชันในสมการที่ 3.20 ได้

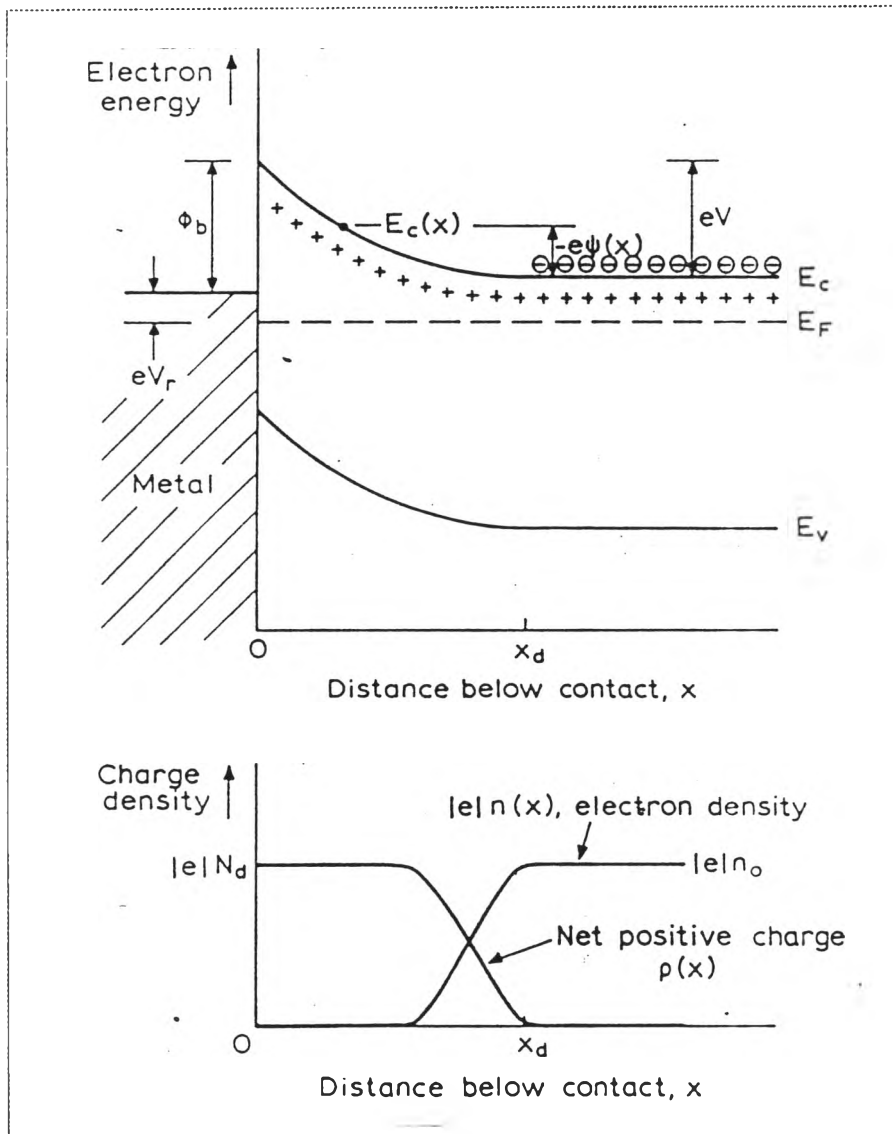
$$n(x) = n_0 \exp\left(\frac{e\psi(x)}{kT}\right) \quad (3.34)$$

ความหนาแน่นพาหะอิสระที่ตกลงบนช่วงดีพลีชันจาก  $x > x_d$  และการกระจายของประจุบวกสุทธิ (ตามรูปที่ 3.5) จึงเป็น

$$\rho(x) = e\{N_d - n(x)\} \quad (3.35)$$

สมการปัวร์ซองที่ระดับความลึก  $x$  ภายในช่วงดีพลีชันจึงเป็น

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon\epsilon_0} \left[ N_d - n_0 \exp\left(\frac{e\psi(x)}{kt}\right) \right] \quad (3.36)$$



รูปที่ 3.5 แสดงแถบพลังงานของรอยต่อโลหะ-สารกึ่งตัวนำ

ทำการเปลี่ยนตัวแปรใหม่โดยให้

$$U = \frac{e\psi(x)}{kT} \quad \text{and} \quad F = -\frac{dU}{dx}$$

นั่นคือ

$$\frac{d^2U}{dx^2} = F \frac{dF}{dU}$$

จะได้สนามไฟฟ้าเป็น

$$\rho'(x) = -\frac{d\psi(x)}{dx} \therefore \frac{kT}{e} F$$

และนำแทนลงในสมการที่ 3.36

$$\frac{kT}{e} F \frac{dF}{dU} = -\frac{\epsilon}{\epsilon\epsilon_0} \{N_d - n_0 e^U\}$$

เมื่อทำการอินทิเกรตสมการนี้จะได้ค่าของสนามไฟฟ้า

$$\rho'^2(x) = \frac{2e}{\epsilon\epsilon_0} \left\{ N_d \left[ -\psi(x) - \frac{kT}{e} \right] + \frac{kT}{e} N_d \exp\left(\frac{e\psi(x)}{kT}\right) \right\} \quad (3.37)$$

เรากำหนดให้ผู้ให้ที่ถูกล้อออไนซ์ทั้งหมดในสารกึ่งตัวนำ ดังนั้น  $n_0 = N_d$  เมื่อในสารกึ่งตัวนำ ถูกชดเชยโดยผู้รับ  $N_a$  จะได้ว่า  $n_0 = N_d - N_a$  ดังนั้นสมการที่ 3.24 จึงแสดงว่าในสารกึ่งตัวนำชนิด n ที่ช่วงดีพลีชัน มีค่าเป็นบวก สนามไฟฟ้ามีค่าเป็นลบและมีทิศทางจากสารกึ่งตัวนำไปยังโลหะ

ประจุรวม  $Q$  ต่อหน่วยพื้นที่ของไดโอดจะเป็นไปตามกฎของเกาส์

$$\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int \rho dv = \oint \rho_s dS$$

(เมื่อ  $dv$  เป็นหน่วยปริมาตร และ  $dS$  เป็นพื้นผิว) เมื่อคิดช่วงกว้างทั้งหมด

$$\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} QA = -\rho_s A \quad (3.38)$$

เมื่อ  $\rho_s$  เป็นสนามที่ผิวระหว่างรอยต่อที่  $x=0$  สนามในช่วงที่  $x > x_0$  มีค่าเป็นศูนย์ และไม่มีสนามเกิดที่ขอบเขตของช่วงดีฟิชั่น  $\rho_s$  จะได้จากรากที่เป็นลบของสมการที่ 3.37 ที่มีค่าของ  $\eta$  ที่  $x=0$  คือการโค้งงอของแถบพลังงานทั้งหมด  $V$  จากสมการของเกาส์ (สมการที่ 3.38) ก็จะได้

$$Q = (2\epsilon\epsilon_0 e N_d)^{\frac{1}{2}} \left\{ V - \frac{kT}{e} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{eV}{kT}\right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.39)$$

และทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการที่ 3.39 จะได้ความจุตามสมการที่ 3.17 เป็น

$$C = A \left( \frac{\epsilon\epsilon_0 e N_d}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ V - \frac{kT}{e} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{eV}{kT}\right) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{eV}{kT}\right) \right\} \quad (3.40)$$

สมการนี้เป็นการแสดงถึงความจุในเทอมของความต่างศักย์ที่ตกคร่อมช่วงดีฟิชั่นทั้งหมด สำหรับสารกึ่งตัวนำที่มีการเจืออย่างสม่ำเสมอ สำหรับในทางปฏิบัตินั้นสามารถแปลงให้ง่ายขึ้นโดยกำหนดให้ที่อุณหภูมิห้อง ค่าของ  $(kT/e) \approx 0.025$  V และ ในการไบแอสกลับ ค่าของ  $V > \phi_b \approx (E_g/2e) \approx 0.7$  V สำหรับสารกึ่งตัวนำธรรมดา ดังนั้น  $(kT/e) \ll V$ .

และในเทอมเอกซ์โปเนนเชียลสามารถตัดทิ้ง ก็จะได้

$$C = A \left( \frac{\epsilon \epsilon_0 q N_d}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( V - \frac{kT}{q} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.41)$$

กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $C^{-2}$  กับ ศักย์ไบอัส  $V_r$  ในสารกึ่งตัวนำที่สม่าเสมอจะเป็นเส้นตรงโดยมีความชันเป็น  $N_d^{-1}$  และมีจุดตัดแกนศักย์เป็น  $(V_b - kT/q)$  เมื่อสารกึ่งตัวนำมีการถูกชดเชยโดยพาหะผู้รับ  $N_d$  ความหนาแน่นของประจุที่อยู่กับที่สุทธิจะเป็น  $e(N_d - N_a)$  และมีความชันเป็น  $(N_d - N_a)$

ในการคำนวณค่าความจุ สิ่งที่เราต้องทราบคือการกระจายของประจุในช่วงดีพลีชันซึ่งจะหาได้จากสมการที่ (3.34) และ(3.35) รูปแบบของศักย์  $\psi(x)$  ภายในช่วงดีพลีชันซึ่งค่าของศักย์นี้สามารถได้จากการอินทิเกรตสนามไฟฟ้าในสมการที่ (3.37)

$$\int_{x_d}^x \cdot dx = - \int_0^{\psi(x)} \epsilon^{-1}(\psi) d\psi$$

ในสมการนี้เราสามารถทำให้ง่ายขึ้นเพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ ถ้าเราให้  $[-\psi(x)] \gg kT/q$  ในตลอดทั้งช่วงดีพลีชัน ดังนั้นสมการที่(3.37) ก็จะเหลือเพียง

$$\epsilon^{-2}(x) = \frac{2qN_d}{\epsilon \epsilon_0} \{-\psi(x)\} \quad (3.42)$$

เนื่องจากว่าค่าของ  $\psi(x)$  ได้ถูกนิยามให้สัมพันธ์กับ  $\psi(+\infty) = 0$  และมีค่าเป็นลบ ดังนั้นทางด้านขวาของสมการจึงมีค่าเป็นบวก ในสมการที่ (3.34) จะมีความหมายว่า  $n(x)$  มีจุดcut-off ฉับพลันที่  $x = x_d$  และมีค่าน้อยมาก ๆ เข้าใกล้ศูนย์ ตลอดช่วงดีพลีชัน ดังนั้น  $\rho(x) = qN_d$  ในช่วง  $0 < x < x_d$  จากค่าของสนามในสมการที่ (3.42) จะได้ค่าของศักย์ เป็น

$$-\psi(x) = \frac{qN_d}{2\epsilon\epsilon_0}(x_d - x)^2 \quad (3.43)$$

และเมื่อกำหนดเงื่อนไขที่  $-\psi(x) = V$  ที่  $x = 0$  ค่าศักย์ของการโค้งรวมเป็นดังสมการ

$$V = \frac{qN_d}{2\epsilon\epsilon_0}x_d^2 \quad (3.44)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับสมการที่ (3.30) ที่ได้โดยตรงจากสมการที่ (3.26)

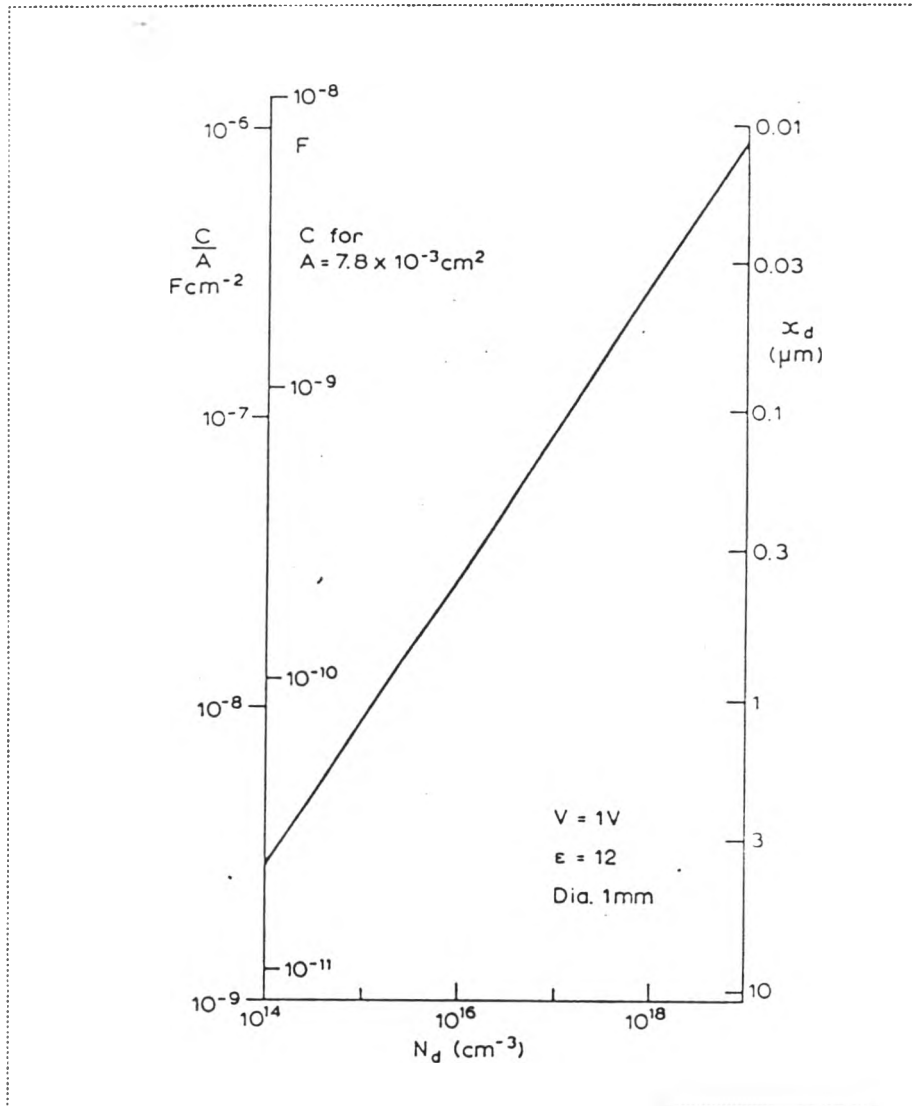
จากการที่นิยามให้  $V \gg kT/q$  เราสามารถที่จะรวมสมการที่ (3.41) และ (3.44) เข้าด้วยกัน จะได้ผลการประมาณที่สำคัญเป็น

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 A}{x_d} \quad (3.45)$$

ระบบนี้เสมือนกับเป็นระบบของตัวเก็บประจุที่เป็นแผ่นคู่ขนาน ที่มีพื้นที่  $A$  ประกอบด้วยค่าไดอิเล็กตริกของ สภาพการซึมซับสัมพัทธ์ เป็น  $\epsilon$  และมีระยะห่างของแผ่นทั้งสองเท่ากับความกว้างของชั้นดีพลีชัน เมื่อชั้นดีพลีชันที่เกิดขึ้นนี้ประพฤติเสมือนเป็นตัวเก็บประจุแผ่นขนาน (parallel plate capacitor) แต่มีความแตกต่างกันตรงที่ค่าไดอิเล็กตริกในช่วงดีพลีชันของสารกึ่งตัวนำนั้นจะมีการกระจายของประจุที่ทำให้สนามไฟฟ้าในบริเวณนั้นไม่สม่ำเสมอซึ่งมีขนาดเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้นตามระยะทางจากขอบของชั้นดีพลีชัน เห็นได้จากสมการที่ (3.43) หรือ

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\psi}{dx} = -\frac{qN_d}{\epsilon\epsilon_0}(x_d - x) \quad (3.46)$$

ในการเตรียมการขึ้นขนาดของปริมาณที่สอดคล้องกันกับความจุช่วงดี-พลีชั่นเราจะให้ค่าของ  $C/A$ ,  $C$  และ  $x_d$  สำหรับ  $V = 1$  โวลต์เป็นฟังก์ชันของ  $N_d$  ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แสดงความสัมพันธ์ของความจุต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่กับความลึกของช่วงดีพลีชั่น สำหรับ  $V=1$  เป็นฟังก์ชันของ  $N_d$  สำหรับสารกึ่งตัวนำที่มีค่า  $\epsilon = 12$  ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยต่อ 1 มิลลิเมตร



เราสามารถใส่สมการที่ (3.43) คำนวณหาค่า  $n(x)$  โดยประมาณจากสมการที่ (3.34) จากรูปที่ 3.5

$$\begin{aligned} n(x) &= N_d \exp \left[ \frac{-q^2 N_d}{2\epsilon\epsilon_0 kT} (x_d - x)^2 \right] \\ &= N_d \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_d - x}{L_D} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.47)$$

และค่าความหนาแน่นประจุจากสมการที่ (3.35) เราจะได้

$$p(x) = eN_d \left[ 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_d - x}{L_D} \right)^2 \right] \right] \quad (3.48)$$

เมื่อ  $L_D$  เป็นความยาวคายบายเมื่อ

$$L_D = \left[ \frac{\epsilon\epsilon_0 kT}{e^2 N_d} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.49)$$

การประมาณค่าในบริเวณดีพลีชันจะเป็นไปตามเงื่อนไขว่าขอบของช่วงดีพลีชันเป็นแบบฉับพลันและความลึกของชั้นดีพลีชันจะไม่เกินไปกว่า  $L_D$  ดังนั้นจากสมการที่ (3.44) จะได้

$$V = \frac{1}{2} \left( \frac{x_d}{L_D} \right)^2 \cdot \frac{kT}{e} \quad (3.50)$$

### การกระจายของประจุที่ไม่สม่ำเสมอ<sup>3</sup>

ในส่วนตัวที่แล้วเราได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะความจุ-ความต่างศักย์ที่เป็นลักษณะของสารกึ่งตัวนำที่มีการเจืออย่างสม่ำเสมอและทำการประมาณช่วงดีพลีชันจากลักษณะของความจุ-ความต่างศักย์อย่างง่าย ๆ ในช่วงการกระจายของความหนาแน่นประจุใด ๆ  $\rho(x)$  ที่การไบแอสกลับ  $V_r$  และความต่างศักย์ตกคร่อมช่วงดีพลีชันทั้งหมดจึงเป็น (ได้จากสมการที่ (3.29) และ (3.31))

$$(V_r + V_b) = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_0^{x_d} x\rho(x)dx$$

ถ้า  $V_b$  เป็นค่าคงที่ เมื่อทำการดิฟเฟอเรนเชียลตามขอบเขตจำกัดจะได้

$$dV_r = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} x_d \rho(x_d) dx_d \quad (3.51)$$

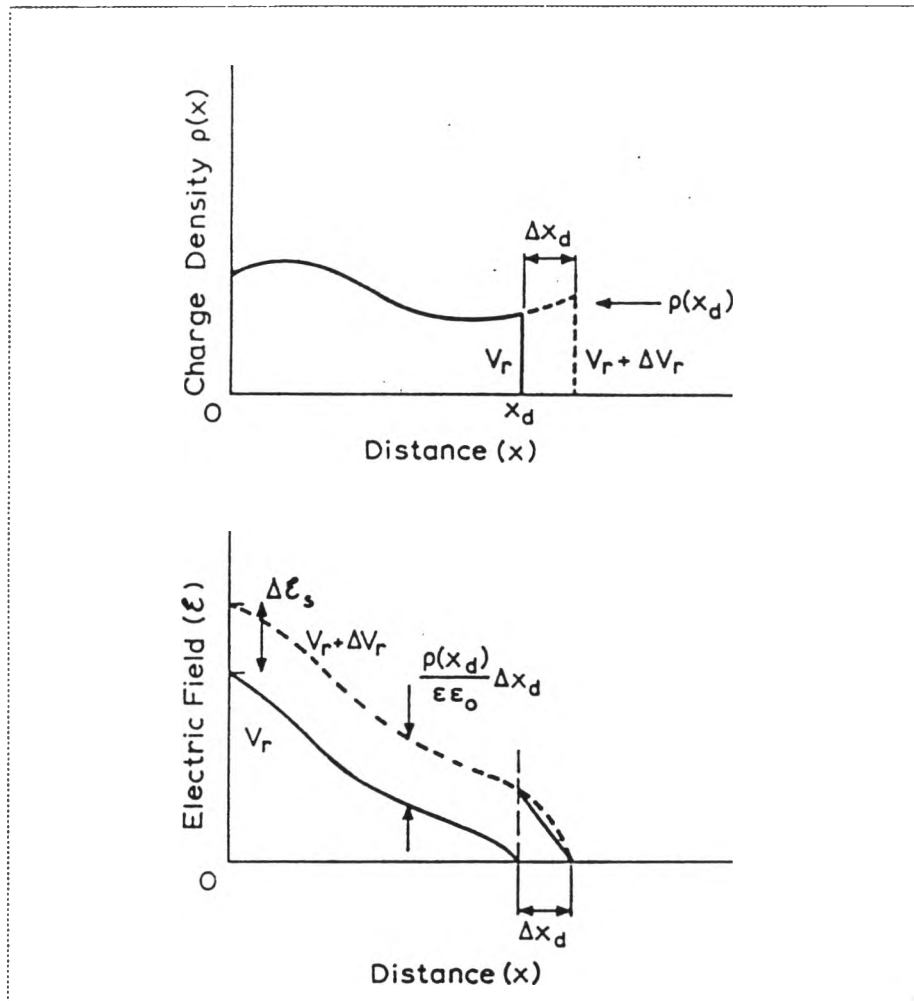
เมื่อ  $\rho(x_d)$  เป็นความหนาแน่นของประจุที่ความลึกของช่วงดีพลีชัน  $x_d$  การเพิ่มขึ้นของประจุต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ของช่วงดีพลีชันที่สอดคล้องกับการเพิ่มของความต่างศักย์จะเป็นดังนี้

$$dQ(x_d) = \rho(x_d) dx_d \quad (3.52)$$

ดังนั้นความจุที่นิยามตามสมการที่ (3.32) จะเป็น

$$C = A \frac{dQ}{dV_r} = \frac{\epsilon\epsilon_0 A}{x_d} \quad (3.53)$$

จากที่เราทราบมาแล้วว่าในสารกึ่งตัวนำที่มีการเจืออย่างสม่ำเสมอ ความสัมพันธ์ของ  $C^{-2}$  กับ  $V_r$  จะมีลักษณะเป็นเชิงเส้น โดยสามารถหาความเข้มข้นพาหะ  $N_d$  ได้ ส่วนในสารกึ่งตัวนำที่มีการเจืออย่างไม่สม่ำเสมอ นั้นจะทำการเช่นเดียวกันนี้ไม่ได้ แต่เราสามารถบอกได้เพียงความเป็นไปได้ของความเข้มข้นพาหะที่แต่ละตำแหน่ง  $N_d(x)$  เท่านั้น โดยอาศัยความชันที่แต่ละตำแหน่งของเส้นโค้ง  $C(V)$



รูปที่ 3.7 แสดงการกระจายของประจุของรอยต่อ Schottky เมื่อสารกึ่งตัวนำไม่สม่ำเสมอ

เราสามารถคำนวณความชันนี้จากความสัมพันธ์ทางด้านไบแอสกลับที่ความต่างศักย์เพิ่มขึ้นทีละ  $\Delta V_r$  จากรูปที่ 3.7 การกระจายของประจุ  $\rho(x)$  ที่การไบแอสในช่วง  $V_r$  ถึง  $V_r + \Delta V_r$  ใช้การประมาณบริเวณตีพิลขึ้นจะได้

$$\Delta V_r = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_{x_d}^{x_d+\Delta x_d} x\rho(x)dx \quad (3.54)$$

เมื่อให้ การกระจายของประจุ  $\rho(x)$  เป็นค่าคงที่ในช่วง  $\Delta x_d$  จะได้

$$\Delta V_r = \frac{\rho(x_d)}{2\epsilon\epsilon_0} \{2x_d\Delta x_d + (\Delta x_d)^2\} \quad (3.55)$$

และถ้าให้ในช่วงของการไบแอสมีค่าน้อย ๆ ดังนั้น  $\Delta x_d \ll x_d$

$$\Delta V_r = \frac{\rho(x_d)}{2\epsilon\epsilon_0} x_d \Delta x_d \quad (3.56)$$

แล้วสำหรับการเจือโดยพาหะผู้ให้อย่างเดียวจะได้

$$\rho(x_d) = eN_d(x_d) \quad (3.57)$$

และ

$$\Delta V_r = \frac{e}{\epsilon\epsilon_0} N_d(x_d) \cdot x_d \Delta x_d \quad (3.58)$$

สนามไฟฟ้าที่ผิวซึ่งได้จากกฎของเกาส์

$$-r'_s = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \int_0^{x_d} \rho(x) dx \quad (3.59)$$

และจากการประมาณทำให้ค่าสนามข้างต้นเพิ่มขึ้นจาก  $\Delta V_r$  เป็น

$$-\Delta r'_s = \frac{\rho(x_d)}{\epsilon\epsilon_0} \Delta x_d \quad (3.60)$$

การเพิ่มขึ้นของสนามที่ผิวขึ้นกับการกระจายของประจุที่บริเวณระหว่าง  $x = 0$  และ  $x = x_d$  ซึ่งเป็นบริเวณที่สม่ำเสมอ และค่าที่เพิ่มของสนามนี้เท่ากับค่าที่เพิ่มที่จุด  $x = x_d$  ดังรูปที่ 3.7

การลดลงของความจุ  $\Delta C$  เมื่อ  $\Delta x_d$  เพิ่มขึ้นในบริเวณดีพลีชัน เมื่อ  $\Delta x_d < x_d$  เราจะหาได้จากสมการ (3.53) และ (3.56)

$$\frac{\Delta C}{\Delta V_r} = \frac{\Delta C}{\Delta x_d} \cdot \frac{\Delta x_d}{\Delta V_r} = -\frac{\epsilon\epsilon_0 A}{x_d^2} \cdot \frac{\epsilon\epsilon_0}{x_d \cdot \rho(x_d)} \quad (3.61)$$

การกระจายของประจุจะเป็น

$$\rho(x_d) = e\{N_d(x_d) - N_a(x_d)\} \quad (3.62)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ว่า

$$\rho(x_d) = eN(x_d) \quad (3.63)$$

เมื่อ  $N$  เป็นความหนาแน่นของประจุผู้ให้สุทธิ และจากสมการที่ (3.61) และ (3.53) จะได้ค่าสำหรับ  $N(x_d)$  เป็น

$$N(x_d) = \frac{-C^3}{e\epsilon\epsilon_0 A^2} \cdot \left( \frac{\Delta C}{\Delta V_r} \right)^{-1} \quad (3.64)$$

เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$N(x_d) = \frac{-2}{e\epsilon\epsilon_0 A^2} \left( \frac{\Delta C^{-2}}{\Delta V_r} \right)^{-1} \quad (3.65)$$