บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย (Types of Censoring) รายละเอียดของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบแต่ละตัว และการแจกแจงต่างๆ ที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

2.1 **ชนิดของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย** (Types of Censoring)

ชนิดของข้อมูลที่ถูกตัดปลายแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

2.1.1 **ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 1** (Type I Censoring **หรือ** Time Censoring)

ข้อมูลในลักษณะนี้จะมีการจัดเก็บข้อมูลโดยการกำหนดระยะเวลาของการตัดปลายข้อมูลไว้ล่วงหน้า ซึ่งเมื่อครบตามระยะเวลาที่กำหนดไว้ก็จะหยุดทำการทดลอง จะพบข้อมูลลักษณะดังกล่าวในทางวิศวกรรม ตัวอย่างเช่น การทดสอบอายุการใช้งานของเครื่องมือสื่อสารที่ใช้บนเครื่องบิน จำนวน 50 ลำ กำหนดระยะเวลาการทดสอบไว้ที่ 100 ชั่วโมง ถ้าเครื่องมือสื่อสารยังทำงานอยู่เมื่อครบระยะเวลา 100 ชั่วโมงแล้ว จะหยุดทำการทดสอบ ส่วนการบันทึกข้อมูลของเครื่องมือสื่อสารที่ยังทำงานได้อยู่ก็จะบันทึกระยะเวลาเป็น 100 ชั่วโมง

2.1.2 **ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่** 2 (Type II Censoring **หรือ** Failure Censoring)

ข้อมูลประเภทนี้เป็นการเก็บข้อมูลที่มีการตัดปลายข้อมูลโดยการกำหนดจำนวนความล้มเหลวไว้ล่วงหน้าแล้ว ผู้ทดลองจะทำการทดลองจนกว่าจะครบตามจำนวนที่กำหนดแล้วจะหยุดทำการทดลองทันทีโดยไม่ต้องทำการทดลองให้ครบตามขนาดตัวอย่าง เช่น การทดสอบความทนทานของหลอดไฟจำนวน 60 หลอด จะกำหนดล่วงหน้าว่าถ้าหลอดไฟเสื่อมสภาพครบ 52 หลอด ก็จะหยุดทำการทดลอง ซึ่งการบันทึกข้อมูลของหลอดไฟที่ยังไม่เสื่อมสภาพก็จะบันทึกระยะเวลาให้เท่ากับระยะเวลาของการเสื่อมสภาพของหลอดไฟที่เสื่อมสภาพในอันดับที่ 52 ซึ่งการทดลองในลักษณะนี้จะประหยัดทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายในการทดลอง

2.1.3 **ข้อมูลถูกตัดปลายแบบสุ่ม** (Random Censoring)

ข้อมูลประเภทนี้จะพบมากในทางการแพทย์ เช่น การทดลองให้ยาแก่ผู้ป่วยซึ่งต้องอาศัยระยะเวลาในการทดลองยาวนาน ซึ่งในขณะทำการทดลองผู้ทดลองอาจไม่ได้รับการติดต่อจากผู้ป่วยบางราย หรือผู้ป่วยอาจถอนตัวจากการทดลองก่อนสิ้นสุดการทดลอง ทำให้ไม่ได้รับข้อมูลตามจำนวนที่ต้องการ ดังนั้นจึงเรียกข้อมูลประเภทนี้ว่า ข้อมูลถูกตัดปลายแบบสุ่ม

2.2 ตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนของข้อมูลเมื่อข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 มีดังต่อไปนี้

2.2.1 ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (K-S^{C})[1]

A. N. Kolmogorov (1933) และ *N. V. Smirnov* (1939) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (K-S) ซึ่งใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลแบบสมบูรณ์ ต่อมา Barr และ Davidson (1973) ได้ทำการศึกษาตัวสถิติดังกล่าวเพิ่มเติมเพื่อให้สามารถนำมาใช้ได้กับกรณีข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ตัวสถิติทดสอบที่นำเสนอ คือ

$$D_{n,r} = \sup_{-\infty < x \le x_{(r)}} \left| \widetilde{F}_n(x) - F_0(x) \right|$$

โดยที่ $\widetilde{F}_n(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่าง หรือความถี่สะสมที่สังเกตได้ในรูปของสัดส่วน (Empirical Distribution Function)

$F_0(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมภายใต้ H_o

ค่า $\widetilde{F}_n(x)$ ซึ่งหาจากข้อมูลตัวอย่าง มีนิยามดังนี้

$$\widetilde{F}_n(x) = \frac{\text{จำนวนค่าสังเกต } X_i \le x}{n}$$

หรือคำนวณตัวสถิติทดสอบได้จาก

$$D^{+}_{n,r} = \max_{1 \le i \le r}\left(\frac{i}{n} - F_o(x_{(i)}) \right)$$

$$D^{-}_{n,r} = \max_{1 \le i \le r}\left(F_o(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n} \right)$$

$$D_{n,r} = \max\left(D^{+}_{n,r}, D^{-}_{n,r}\right)$$

---

[1] David and Barr R., "A Kolmogorov-Smirnov Test for Censored Samples," Technometrics 15 (1973): 29.

โดยที่ $x_{(i)}$ คือ ค่าสังเกตอันดับที่ i เมื่อ $i = 1,2,\ldots,r$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

r คือ จำนวนข้อมูลที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ซึ่ง $r < n$

α คือ ระดับนัยสำคัญ

$D_{\alpha,n,r}$ คือ ค่าวิกฤตในตารางจากภาคผนวก ข.

<u>ตารางค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ K-S^{C}</u>

กรณี $n \leq 25$ จะใช้ค่าวิกฤตจากตารางของ *Dufour* และ *Magg* ซึ่งเป็นตารางแสดงค่าวิกฤตสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 (แสดงไว้ในตารางที่ 1 จากภาคผนวก ข)

กรณี $n \geq 25$ และ $p \geq 0.4$ (โดยที่ $p = \frac{r}{n}$) จะใช้ค่าวิกฤตจากตารางของ *Koziol* และ *Byar* (แสดงไว้ในตารางที่ 2 จากภาคผนวก ข) ซึ่งเป็นตารางแสดงค่าวิกฤตสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ซึ่งคำนวณค่าวิกฤตจาก $D_{\alpha,n,r} = \left(\sqrt{n}D_{n,p} - 0.24n^{-1/2}\right)n^{-1/2}$ ($\sqrt{n}D_{n,p}$ คือ ค่าที่ได้จากการเปิดจากตารางดังกล่าว)

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ ถ้า $D_{n,r} > D_{\alpha,n,r}$ จะทำการปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_0 เมื่อ $D_{n,r} \leq D_{\alpha,n,r}$

2.2.2 **ตัวสถิติทดสอบ** Anderson-Darling (AD^{C})[2]

Anderson Darling (1953) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ซึ่งใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลแบบสมบูรณ์ ต่อมา *A. N. Pettitt* และ *M. A. Stephens* (1976) ได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบ AD^{C} เพื่อให้สามารถใช้ทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 คำนวณค่าสถิติได้ดังนี้

$$A_{n,r}^{2} = n\int_{-\infty}^{x_{(r)}} \frac{[\tilde{F}_n(x) - F_0(x)]^2}{F_0(x)[1 - F_0(x)]} dF_0(x)$$

[2] Pettitt, A. N. and Stephens M. A., "Modified Cramer-von Mises statistics for censored data," <u>Biometrika</u> 63 (1976): 291.

หรือคำนวณค่าสถิติได้จาก

$$A_{n,r}^2 = -\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{2i-1}{n}\ln F_0(x_{(i)}) + \frac{2n-2i+1}{n}\ln\left[1-F_0(x_{(i)})\right]\right) + \frac{r^2}{n}\ln F_0(x_{(r)}) - \frac{(n-r)^2}{n}\ln\left[1-F_0(x_{(r)})\right] - nF_0(x_{(r)})$$

โดยที่ $x_{(i)}$ คือ ค่าสังเกตอันดับที่ i เมื่อ $i = 1,2,\ldots,r$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

r คือ จำนวนข้อมูลที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ซึ่ง $r < n$

α คือ ระดับนัยสำคัญ

ad_α คือ ค่าวิกฤตซึ่งได้จากการจำลอง (รายละเอียดอยู่ในหัวข้อ 4.1)

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ ถ้า $A_{n,r}^2 > ad_\alpha$ จะทำการปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_0 เมื่อ $A_{n,r}^2 \le ad_\alpha$

2.2.3 **ตัวสถิติทดสอบ** Cramer-Von Mises (CVM^C)[3]

Cramer (1928) ,*Von Mises* (1931) *และ Smirnov* (1936) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Cramer-Von Mises (CVM) ซึ่งใช้ทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลกรณีที่ข้อมูลสมบูรณ์ ต่อมา *A. N. Pettitt* และ *M. A. Stephens* (1976) ได้ปรับปรุงสถิติทดสอบนี้เพื่อให้สามารถใช้ทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ซึ่งตัวสถิติทดสอบดังกล่าวนำเสนอมาพร้อมกับตัวสถิติทดสอบ AD^C คำนวณค่าสถิติได้ดังนี้

$$W_{n,r}^2 = n\int_{-\infty}^{x_{(r)}}[\tilde{F}_n(x) - F_0(x)]^2\,dF_0(x)$$

หรือคำนวณค่าสถิติได้จาก

$$W_{n,r}^2 = \sum_{i=1}^{r}\left(F_0(x_{(i)}) - \frac{i-0.5}{n}\right)^2 + \frac{r}{12n^2} - \frac{n}{3}\left(\frac{r}{n} - F_0(x_{(r)})\right)^3$$

---

[3] Ibid.

โดยที่	$x_{(i)}$	คือ	ค่าสังเกตอันดับที่ i เมื่อ $i = 1,2,\ldots,r$
	n	คือ	ขนาดตัวอย่าง
	r	คือ	จำนวนข้อมูลที่กำหนดไว้ล่วงหน้า ซึ่ง $r < n$
	α	คือ	ระดับนัยสำคัญ
	w_{α}	คือ	ค่าวิกฤตซึ่งได้จากการจำลอง (รายละเอียดอยู่ในหัวข้อ 4.1)

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ ถ้า $W_{n,r}^2 > w_{\alpha}$ จะทำการปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_0 เมื่อ $W_{n,r}^2 \leq w_{\alpha}$

<u>การคำนวณหาค่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา</u>

ถ้า X มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0, \lambda_0)$ ซึ่ง $\alpha_0 > 0$ และ $\lambda_0 > 0$ การคำนวณหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมแกมมา แบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

1) กรณี α_0 มีค่าเป็นจำนวนเต็มบวก

$$F_0(x_{(i)}) = 1 - \sum_{i=0}^{\alpha_0 - 1} \frac{e^{-\lambda_0 x_{(i)}} (\lambda_0 x_{(i)})^i}{i!}$$

2) กรณี α_0 มีค่าไม่เป็นจำนวนเต็มบวก

$$F_0(x_{(i)}) = \int_0^{x_{(i)}} \frac{\lambda_0^{\alpha}}{\Gamma(\alpha_0)} w^{\alpha_0 - 1} e^{-\lambda_0 w} dw$$

การคำนวณหาค่า $F_0(x_{(i)})$ จะประมาณค่าอินทิกรัล (Integration) โดยใช้กฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule) (ศึกษาวิธีการคำนวณได้จากภาคผนวก ก)

ตัวอย่างต่อไปนี้จะเป็นตัวอย่างที่แสดงวิธีการคำนวณของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว ดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u> จากการทดสอบอายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่ง จำนวน 15 ตัว ข้อมูลที่รวบรวมได้มีดังนี้

1.4, 5.1, 6.3, 10.8, 12.1, 18.5, 19.7, 22.2, 23.0, 30.6, 37.3, 46.3, 53.9, 59.8, 66.2

จากการศึกษาพบว่าอายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์มีการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 2$ และ $\lambda = 0.1$

จากข้อมูลดังกล่าวผู้วิจัยจะออกแบบการทดลองให้ข้อมูลเป็นลักษณะข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 เพื่อจะแสดงวิธีการทดสอบของตัวสถิติแต่ละตัว โดยกำหนดการตัดปลายข้อมูล 20% ข้อมูลมีลักษณะดังนี้

1.4, 5.1, 6.3, 10.8, 12.1, 18.5, 19.7, 22.2, 23.0, 30.6, 37.3, 46.3, 46.3*, 46.3*, 46.3*

เครื่องหมาย (*) หมายถึง ข้อมูลที่ถูกตัดปลาย

เพราะฉะนั้น สมมติฐานของการทดสอบมีดังนี้

H_0 : อายุการใช้งานมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$

โดยมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

$$F(x) = F_0(x) = \int_0^x \frac{(0.1)^2}{\Gamma(2)} w^{2-1} e^{-0.1w} dw$$

H_1 : อายุการใช้งานมีการแจกแจงไม่ใช่ $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$

<u>แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ K-S^C</u>

จะคำนวณค่าสถิติทดสอบจากสูตรดังนี้

$$D_{n,r}^{+} = \max_{1 \le i \le r}\left(\frac{i}{n} - F_o(x_{(i)})\right)$$

$$D_{n,r}^{-} = \max_{1 \le i \le r}\left(F_o(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n}\right)$$

$$D_{n,r} = \max\left(D_{n,r}^{+}, D_{n,r}^{-}\right)$$

คำนวณค่า $F_0(x_{(i)})$ ได้จาก

$$F_0(x_{(i)}) = \int_0^{x_{(i)}} \frac{(0.1)^2}{\Gamma(2)} w^{2-1} e^{-0.1w} dw = 1 - \sum_{i=0}^{2-1} \frac{e^{-0.1x_{(i)}}(0.1x_{(i)})^i}{i!}$$

ผลการคำนวณค่าต่างๆ ตามสูตร K-S^C ได้แสดงดังตารางต่อไปนี้

i	$x_{(i)}$	$\frac{i}{n}$	$\frac{i-1}{n}$	$F_0(x_{(i)})$	$\left(\frac{i}{n} - F_0(x_{(i)})\right)$	$\left(F_0(x_{(i)}) - \frac{i-1}{n}\right)$
1	1.4	0.06667	0.00000	0.00893	0.05774	0.00893
2	5.1	0.13333	0.06667	0.09325	0.04008	0.02659
3	6.3	0.20000	0.13333	0.13188	0.06812	-0.00146
4	10.8	0.26667	0.20000	0.29364	-0.02697	0.09364
5	12.1	0.33333	0.26667	0.34098	-0.00765	0.07432
6	18.5	0.40000	0.33333	0.55187	-0.15187	0.21854
7	19.7	0.46667	0.40000	0.58581	-0.11915	0.18581
8	22.2	0.53333	0.46667	0.65028	-0.11695	0.18361
9	23.0	0.60000	0.53333	0.66915	-0.06915	0.13581
10	30.6	0.66667	0.60000	0.80964	-0.14297	0.20964
11	37.3	0.73333	0.66667	0.88651	-0.15318	0.21985
12	46.3	0.80000	0.73333	0.94508	-0.14508	0.21175
				ค่าสูงสุด	0.06812	0.21985

จะได้ค่าสถิติทดสอบ

$$D_{15,12} = \max(0.06812, 0.21985) = 0.21985$$

จากการคำนวณได้ค่าสถิติทดสอบ K-S^C แล้ว นำไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง *Koziol* และ *Byar* ในภาคผนวก ข เมื่อ $n = 15$ และ $r = 12$ ค่าวิกฤต $D_{0.05,15,12} = 0.332$ เพราะฉะนั้นจะยอมรับ H_0 กล่าวคือ อายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดนี้มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ AD^C</u>

จะคำนวณค่าสถิติทดสอบจากสูตรดังนี้

$$A^2_{n,r} = -\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{2i-1}{n}\ln F_0(x_{(i)}) + \frac{2n-2i+1}{n}\ln\left[1 - F_0(x_{(i)})\right]\right)$$
$$+\frac{r^2}{n}\ln F_0(x_{(r)}) - \frac{(n-r)^2}{n}\ln\left[1 - F_0(x_{(r)})\right] - nF_0(x_{(r)})$$

คำนวณค่า $F_0(x_{(i)})$ ได้จาก

$$F_0(x_{(i)}) = \int_0^{x_{(i)}} \frac{(0.1)^2}{\Gamma(2)} w^{2-1} e^{-0.1w} dw = 1 - \sum_{i=0}^{2-1} \frac{e^{-0.1x_{(i)}}(0.1x_{(i)})^i}{i!}$$

ผลการคำนวณค่าต่างๆ ตามสูตร AD^C ได้แสดงดังตารางต่อไปนี้

i	$x_{(i)}$	① $\frac{2i-1}{n}$	② $\frac{2n-2i+1}{n}$	$F_0(x_{(i)})$	③ $\ln F_0(x_{(i)})$	④ $\ln[1-F_0(x_{(i)})]$	①×③	②×④
1	1.4	0.06667	1.93333	0.00893	-4.71816	-0.00897	-0.31454	-0.01735
2	5.1	0.20000	1.80000	0.09325	-2.37245	-0.09789	-0.47449	-0.17620
3	6.3	0.33333	1.66667	0.13188	-2.02590	-0.14142	-0.67530	-0.23570
4	10.8	0.46667	1.53333	0.29364	-1.22540	-0.34763	-0.57185	-0.53304
5	12.1	0.60000	1.40000	0.34098	-1.07592	-0.41701	-0.64555	-0.58381
6	18.5	0.73333	1.26667	0.55187	-0.59444	-0.80268	-0.43592	-1.01673
7	19.7	0.86667	1.13333	0.58581	-0.53475	-0.88144	-0.46345	-0.99896
8	22.2	1.00000	1.00000	0.65028	-0.43035	-1.05062	-0.43035	-1.05062
9	23.0	1.13333	0.86667	0.66915	-0.40175	-1.10608	-0.45532	-0.95860
10	30.6	1.26667	0.73333	0.80964	-0.21117	-1.65882	-0.26748	-1.21647
11	37.3	1.40000	0.60000	0.88651	-0.12046	-2.17607	-0.16864	-1.30564
12	46.3	1.53333	0.46667	0.94508	-0.05648	-2.90189	-0.08661	-1.35422
						ผลรวม	-4.98952	-9.44733

จะได้ค่าสถิติทดสอบ

$$\begin{aligned} A^2_{15,12} &= -(-4.98952) - (-9.44733) + \frac{12^2}{15}(-0.05648) - \\ &\quad \frac{(15-12)^2}{15}(-2.90189) - 15(0.94508) \\ &= 1.45958 \end{aligned}$$

จากการจำลองหาค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ AD^C โดยการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$ ได้ค่าวิกฤต $ad_{0.05} = 2.28$ เพราะฉะนั้นจะยอมรับ H_0 กล่าวคือ อายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดนี้มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ CVM^C</u>

จะคำนวณค่าสถิติทดสอบจากสูตรดังนี้

$$W_{n,r}^2 = \sum_{i=1}^{r}\left(F_0(x_{(i)}) - \frac{i-0.5}{n}\right)^2 + \frac{r}{12n^2} - \frac{n}{3}\left(\frac{r}{n} - F_0(x_{(r)})\right)^3$$

คำนวณค่า $F_0(x_{(i)})$ ได้จาก

$$F_0(x_{(i)}) = \int_0^{x_{(i)}} \frac{(0.1)^2}{\Gamma(2)} w^{2-1} e^{-0.1w} dw = 1 - \sum_{i=0}^{2-1} \frac{e^{-0.1x_{(i)}}(0.1x_{(i)})^i}{i!}$$

ผลการคำนวณค่าต่างๆ ตามสูตร CVM^C ได้ดังตารางต่อไปนี้

i	$x_{(i)}$	$\frac{i-0.5}{n}$	$F_0(x_{(i)})$	$F_0(x_{(i)}) - \frac{i-0.5}{n}$	$\left(F_0(x_{(i)}) - \frac{i-0.5}{n}\right)^2$
1	1.4	0.03333	0.00893	-0.02440	0.00060
2	5.1	0.10000	0.09325	-0.00675	0.00005
3	6.3	0.16667	0.13188	-0.03479	0.00121
4	10.8	0.23333	0.29364	0.06031	0.00364
5	12.1	0.30000	0.34098	0.04098	0.00168
6	18.5	0.36667	0.55187	0.18521	0.03430
7	19.7	0.43333	0.58581	0.15248	0.02325
8	22.2	0.50000	0.65028	0.15028	0.02258
9	23.0	0.56667	0.66915	0.10248	0.01050
10	30.6	0.63333	0.80964	0.17630	0.03108
11	37.3	0.70000	0.88651	0.18651	0.03479
12	46.3	0.76667	0.94508	0.17841	0.03183
				ผลรวม	0.19551

จะได้ค่าสถิติทดสอบ

$$W_{15,12}^2 = 0.19551 + \frac{12}{12(15)^2} - \frac{15}{3}\left(\frac{12}{15} - 0.94508\right)^3$$
$$= 0.21522$$

จากการจำลองหาค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ CVM^C โดยการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$ ได้ค่าวิกฤต $w_{0.05} = 0.37$ เพราะฉะนั้นจะยอมรับ H_0 กล่าวคือ อายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดนี้มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha = 2, \lambda = 0.1)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2.3 การแจกแจงของข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

2.3.1 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ α และ λ เขียนแทนด้วย $X \sim Gam(\alpha, \lambda)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \quad , x \geq 0; \alpha > 0, \lambda > 0$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X) = \frac{\alpha}{\lambda}$$

2. ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$Var(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้

$$\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$$

4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง

$$\gamma_2 = 3 + \frac{6}{\alpha}$$

2.3.2 การแจกแจงล็อกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล ด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 เขียนแทนด้วย $X \sim LN(\mu,\sigma^2)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad ,x>0;-\infty<\mu<\infty,\sigma>0$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X)=e^{\mu+\left(\sigma^2/2\right)}$$

2. ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$Var(X)=e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้

$$\gamma_1=(\omega+2)(\omega-1)^{1/2} \text{ , } \omega=e^{\sigma^2}$$

4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง

$$\gamma_2=\omega^4+2\omega^3+3\omega^2-3 \text{ , } \omega=e^{\sigma^2}$$

2.3.3 **การแจกแจงไวบูลล์** (Weibull Distribution)

เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงไวบูลล์ ด้วยพารามิเตอร์ α และ β เขียนแทนด้วย $X \sim W(\alpha, \beta)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}} \alpha x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^{\alpha}} \qquad , x > 0; \alpha > 0, \beta > 0$$

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงไวบูลล์ จะได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X) = \beta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

2. ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$Var(X) = \beta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right]$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma\left(1+\frac{3}{\alpha}\right) - 3\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) + 2\Gamma^3\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]^{3/2}}$$

4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง

$$\gamma_2 = \frac{\Gamma\left(1+\frac{4}{\alpha}\right) + 6\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) - 3\Gamma^4\left(1+\frac{1}{\alpha}\right) - 4\Gamma\left(1+\frac{3}{\alpha}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)}{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]^2}$$

2.3.4 **การแจกแจงไคกำลังสอง** (Chi-square Distribution)

เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงไคกำลังสอง ด้วยพารามิเตอร์ n เขียนแทนด้วย $X \sim \chi^2_{(n)}$ ฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)2^{n/2}} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, \quad x \geq 0\,; n = 1,2,\ldots$$

โดยที่ n คือ ระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom)

ถ้าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงไคกำลังสอง จะคำนวณได้ว่า

1. ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม X

$$E(X) = n$$

2. ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

$$Var(X) = 2n$$

3. สัมประสิทธิ์ความเบ้

$$\gamma_1 = 2\left(\frac{2}{n}\right)^{1/2}$$

4. สัมประสิทธิ์ความโด่ง

$$\gamma_2 = 3 + \frac{12}{n}$$