บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการศึกษาโดยการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับการตรวจสอบกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม 2 ตัวที่มีการแจงแจงแบบทวิคูณปกติ แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในการศึกษามีทั้งหมด 3 แบบ คือแผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม Hotelling และ แผนภูมิควบคุมเชิงพหุ Shewhart $\bar{X}$

โดยศึกษาจากค่าประมาณจำนวนความยาววิ่งโดยเฉลี่ย(ARL)ที่ใช้ในการตรวจสอบแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แบบ ดังกล่าวมาข้างต้น เพื่อหาข้อสรุปว่าแผนภูมิควบคุมแบบใดมีประสิทธิภาพมากกว่าในแต่ละสถานการณ์ ดังต่อไปนี้

1. ชุดตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบทวิคูณปกติ
   เวกเตอร์ค่าเฉลี่ย μ_0 เท่ากับ 0
   เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม Σ เท่ากับ $\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$ โดยที่ ρ, σ_1^2 และ σ_2^2 ทราบค่าและมีค่าคงที่ ในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้, σ_1^2 และ σ_2^2 เท่ากับ 1

2. ระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย$(\delta\sigma)$ทั้ง X_1 และ X_2 ดังนี้

   2.1 ระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย X_1 $(\delta_1\sigma_1)$เท่ากับ 0.0, 0.1, 0.3, 0.5 และ 0.7

   2.2 ระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย X_2 $(\delta_2\sigma_2)$มี 2 กรณีคือ

      2.2.1 ให้ $\delta_2\sigma_2$ มีค่าเป็นบวก เท่ากับ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1 และ 1.3

      2.2.2 ให้ $\delta_2\sigma_2$ มีค่าเป็นลบ เท่ากับ -0.1,-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3

3. ขนาดตัวอย่างสุ่ม(n)ในแต่ละชุดตัวอย่าง เท่ากับ 10

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้หลักการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลเป็นตัวหลักในการดำเนินการทดสอบ โดยเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย VBA บน Microsoft Excel เพื่อสร้าง

ข้อมูลให้มีลักษณะตามที่กำหนดไว้ ซึ่งได้กำหนดการจำลองทั้งหมด 10,000 รอบและใช้ Microsoft Excel ในการคำนวณค่าต่างๆที่ต้องการ ในแต่ละสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา สามารถสรุปผลของการวิจัยเป็นดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัยการเปรียบเทียบจำนวนความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (ARL)

จากการทดลองโดยใช้หลักการจำลองแบบข้อมูลกระบวนการผลิต ให้ประชากรมีการแจกแจงแบบทวิคูณปกติ(Bivariate Normal Ditribution)

เมื่อกระบวนการผลิตเกิดการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยจากค่าเฉลี่ยเดิมคือ μ_0 เท่ากับ 0 ไปเป็น ค่าเฉลี่ยใหม่ คือ $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ ถ้าค่าสถิติของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แบบ ตกออกนอกขอบเขตควบคุม จะถือว่ากระบวนการผลิตปกติ โดยเปรียบเทียบกับค่าประมาณ (ARL) ที่ได้ แผนภูมิควบคุมใดให้ค่าประมาณ (ARL) ต่ำสุด แสดงว่า แผนภูมิควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพดีสุด ในการวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปในแต่ละกรณีดังนี้

กรณี 1 ค่าเฉลี่ยของตัวแปร X_1 ไม่มีการเปลี่ยนแปลง $(\delta_1\sigma_1 = 0.0)$ แต่ ค่าเฉลี่ยของตัวแปร X_2 มีการเปลี่ยนแปลง $(\delta_2\sigma_2 \neq 0.0)$ ซึ่งผลสรุปโดยรวมแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา สามารถสรุปได้ดัง ตารางที่ 5.1

กรณี 2 ค่าเฉลี่ยของตัวแปร X_1 มีการเปลี่ยนแปลง $(\delta_1\sigma_1 \neq 0.0)$และค่าเฉลี่ยของตัวแปร X_2 มีการเปลี่ยนแปลง $(\delta_2\sigma_2 \neq 0.0)$ ซึ่งผลสรุปโดยรวมแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา สามารถสรุปได้ดัง ตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.1 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีสุด จำแนกตาม ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) และระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ($\delta\sigma$) เมื่อกำหนดให้ $\delta_1\sigma_1 = 0$ และ $\delta_2\sigma_2 \neq 0$

		$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านบวก	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด	$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านลบ	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด
ρ	0	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Uni- $\bar{X}$ และ MS- $\bar{X}$	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Uni- $\bar{X}$ และ MS- $\bar{X}$
	0.5และ-0.5	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling
	0.9และ-0.9	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling	0.0	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling

กำหนดให้			
$\delta_1\sigma_1$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5 และ 0.7	$\delta_2\sigma_2$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3
			-0.1,-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3

ตารางที่ 5.2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีสุด จำแนกตาม ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) และระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ($\delta\sigma$) เมื่อกำหนดให้ $\delta_1\sigma_1 \neq 0$ และ $\delta_2\sigma_2 \neq 0$

		$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านบวก	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด	$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านลบ	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด
ρ	0	0.1	0.1	Uni-$\bar{\bar{X}}$,MS-$\bar{\bar{X}}$ และ Hotelling	0.1	-0.1	Uni-$\bar{\bar{X}}$,MS-$\bar{\bar{X}}$ และHotelling
			0.3	Hotelling		-0.3	Hotelling
			0.5,0.7,0.9,1.1และ1.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$ และMS-$\bar{\bar{X}}$		-0.5,-0.7,-0.9,-1.1และ-1.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$ และMS-$\bar{\bar{X}}$
		0.3,0.5และ0.7	0.5,0.7,0.9,1.1และ1.3	Hotelling	0.3,0.5และ0.7	-0.5,-0.7,-0.9,-1.1และ-1.3	Hotelling
	0.5	0.1	0.1และ0.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$	ทุกค่าที่กำหนด	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling
			0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3	MS-$\bar{\bar{X}}$			
		0.3,0.5และ0.7	0.3,0.5,0.7,0.9,1.1และ 1.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$			
	-0.5	ทุกค่าที่กำหนด	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling	0.1	-0.1และ-0.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$
						-0.5,-0.7,-0.9,-1.1และ-1.3	MS-$\bar{\bar{X}}$
					0.3,0.5และ0.7	-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3	Uni-$\bar{\bar{X}}$

กำหนดให้			
$\delta_1\sigma_1$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5 และ 0.7	$\delta_2\sigma_2$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3
			-0.1,-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3

ตารางที่ 5.2 (ต่อ)

		$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านบวก	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด	$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$ เปลี่ยนแปลงด้านลบ	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากสุด
ρ	0.9	0.1	0.1	Uni- $\bar{\bar{X}}$	ทุกค่าที่กำหนด	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling
		0.3	0.3				
		0.5	0.5				
		0.7	0.7				
		0.1	0.3,0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3	Hotelling	ทุกค่าที่กำหนด	-0.9,-1.1 และ -1.3	Hotelling และ MS- $\bar{\bar{X}}$
		กรณีอื่นๆ เมื่อค่า $\delta_1\sigma_1$ และ $\delta_2\sigma_2$ มีค่านอกเหนือจากข้างต้นดูรายละเอียดผลสรุปได้จากตารางที่ 4.3-4.7					
	-0.9	ทุกค่าที่กำหนด	ทุกค่าที่กำหนด	Hotelling	0.1	-0.1	Uni- $\bar{\bar{X}}$
					0.3	-0.3	
					0.5	-0.5	
					0.7	-0.7	
		ทุกค่าที่กำหนด	-0.9,-1.1และ-1.3	Hotelling และ MS- $\bar{\bar{X}}$	0.1	-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3	Hotelling
					กรณีอื่นๆ เมื่อค่า $\delta_1\sigma_1$ และ $\delta_2\sigma_2$ มีค่านอกเหนือจากข้างต้นดูรายละเอียดผลสรุปได้จากตารางที่ 4.3-4.7		

กำหนดให้			
$\delta_1\sigma_1$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5 และ 0.7	$\delta_2\sigma_2$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3
			-0.1,-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3

จากตารางที่5.1และ5.2 เมื่อ $\rho \neq 0$ ถ้าวิเคราะห์โดยใช้ค่าผลต่างของระยะทาง Mahalanobis กับ ระยะทาง ยูคลิด สามารถสรุปผลโดยรวมจากตารางที่ 5.3 ได้ดังนี้

ตารางที่ 5.3 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด จำแนกตามค่าผลต่างของระยะทาง Mahalanobis กับ ระยะทาง ยูคลิด เมื่อค่า $\rho, \delta_1\sigma_1$ และ $\delta_2\sigma_2$ เกิดการเปลี่ยนแปลงไปตามที่กำหนด

ρ	$\delta_1\sigma_1$	$\delta_2\sigma_2$	ค่า $D_M - D_E$	แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด
0.5,-0.5, 0.9 และ-0.9	ทุกค่าที่กำหนด	ทุกค่าที่กำหนด	มีค่าเป็นลบ	แผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว $\bar{X}$
			มีค่าเป็นบวกและส่วนใหญ่มีค่าน้อยกว่า 0.1	แผนภูมิควบคุมเชิงพหุ Shewhart $\bar{X}$
			มีค่าเป็นบวกและส่วนใหญ่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.1	แผนภูมิควบคุม Hotelling

กำหนดให้			
$\delta_1\sigma_1$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5 และ 0.7	$\delta_2\sigma_2$ เท่ากับ	0.1,0.3,0.5,0.7,0.9,1.1 และ1.3
			-0.1,-0.3,-0.5,-0.7,-0.9,-1.1 และ-1.3

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยครั้งนี้มีข้อเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

1. <u>ด้านการนำไปใช้ประโยชน์</u>

ในการเลือกใช้แผนภูมิควบคุม เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบทวิคูณปกติ(Bivariate Normal Distribution) ทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา พบว่าถ้าต้องการตรวจสอบกระบวนการผลิตที่มีการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ย ควรพิจารณาการเลือกใช้แผนภูมิควบคุมให้เหมาะสม เพื่อให้ผลสรุปถูกต้องมากที่สุด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) และระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ($\delta\sigma$) ทั้ง 2 ตัวแปร ในทางปฏิบัติ ถ้าสมมติว่าทราบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) เนื่องจากใช้ข้อมูลเดิมจากกระบวนการผลิต เพื่อใช้ประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ)

ถ้าต้องการใช้แผนภูมิควบคุมในการตรวจสอบค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต สามารถจำแนกตามระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ($\delta\sigma$) ได้เป็น 2 กรณีดังนี้

1. กรณี ค่า $\delta_1\sigma_1 = 0.0$ และ $\delta_2\sigma_2 \neq 0.0$

ถ้า $\rho = 0$ ควรใช้แผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว $\bar{X}$ หรือ แผนภูมิควบคุมเชิงพหุ Shewhart $\bar{X}$ ในการตรวจสอบ

ถ้า $\rho = 0.5, -0.5, 0.9$ และ -0.9 ควรใช้แผนภูมิควบคุม Hotelling ในการตรวจสอบ

2. กรณี ค่า $\delta_1\sigma_1 \neq 0.0$ และ $\delta_2\sigma_2 \neq 0.0$

2.1 ค่า $\delta_1\sigma_1$ มีค่าบวก และ $\delta_2\sigma_2$ มีค่าลบ (ค่า $\delta_1\sigma_1$ และ $\delta_2\sigma_2$ มีเครื่องหมายต่างกัน)

ถ้า $\rho = 0.5, -0.5, 0.9$ และ -0.9 ควรใช้แผนภูมิควบคุมHotelling ในการตรวจสอบ ส่วนกรณี $\rho = 0$ สามารถศึกษารายละเอียดได้จากตารางที่ 5.2

2.2 ค่า $\delta_1\sigma_1$ มีค่าบวกและ $\delta_2\sigma_2$ มีค่าบวก(ค่า $\delta_1\sigma_1$ และ $\delta_2\sigma_2$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน)

ถ้า $\rho = 0.5, -0.5, 0.9$ และ -0.9 สามารถศึกษารายละเอียดการเลือกใช้แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดได้จากตารางที่ 5.2

2. ในด้านการทำวิจัยเพื่อศึกษาต่อ

ในการทำวิจัยเพื่อการศึกษาต่อ อาจจะทำได้ดังนี้

1) ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจสอบกระบวนการผลิตที่มีการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยภายใต้ประชากรที่มีการแจกแจงแบบทวิคูณปกติคือมี 2 ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันและทราบค่าของเวกเตอร์เฉลี่ยและเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม

ดังนั้นจึงอาจจะศึกษาในกรณีมีตัวแปรมากกว่า 3 ตัวที่มีการแจกแจงแบบปกติและมีความสัมพันธ์กันและไม่ทราบค่าของเวกเตอร์เฉลี่ยและเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม

2) ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจจะศึกษาในกรณีที่ตัวแปร 2 ตัวที่มีความสัมพันธ์กันมีการแจกแจงเบี่ยงเบนไปจากการแจกแจงแบบปกติ

3) ในการศึกษาวิจัยครั้งต่อไปสำหรับแผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว $\bar{X}$ เพื่อใช้ตรวจสอบกระบวนการผลิตและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยอาจจะศึกษาเพิ่มเติม โดยการใช้ขอบเขตควบคุมที่พื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติต่ำกว่า 99.73 % หรือ ขอบเขตน้อยกว่าหรือเท่ากับ 2.5σ

4) ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจจะศึกษาในกรณีที่ตัวแปร 2 ตัวที่มีความสัมพันธ์กันมีการแจกแจงเบี่ยงเบนไปจากการแจกแจงแบบปกติ

5) ในการศึกษาวิจัยครั้งต่อไปอาจจะศึกษาเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ เช่น

แผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว เช่น Moving Centerline Exponentially Weighted Moving Average(MCEWMA) ของ Christina M. Mastrangelo and Evelyn C. Brown

แผนภูมิควบคุมเชิงพหุ เช่น A kernel – distance – based multivariate control chart ของ Ruixiang Sun and Fugee Tsung