หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีและบททวนการศึกษาที่เกี่ยวข้อง

2.1 ชนิดของการไหล (Type of flow)

โดยทั่วไปชนิดของการไหลของน้ำ อาจจำแนกได้ในลักษณะกว้าง ๆ ได้หลายแบบ ซึ่งแต่ละแบบมีหลักเกณฑ์ในการจำแนกแตกต่างกันออกไป เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์การไหลกับเวลาแล้วจะพบว่า สามารถแบ่งชนิดการไหลด้วยเวลาได้เป็น 2 ชนิด คือ การไหลคงที่ (Steady flow) ซึ่งมีตัวแปรการไหลบางตัวแปร เช่น อัตราการไหล, ความลึกการไหล เป็นต้น จะคงที่กับเวลา อีกชนิดหนึ่งเมื่อเทียบกับเวลาได้แก่ การไหลไม่คงที่ (Unsteady flow) หมายถึงกรณีการไหลที่มีตัวแปรการไหลบางตัวแปรเช่น อัตราการไหล, ความลึกการไหล เป็นต้น จะเปลี่ยนตามเวลา ในความเป็นจริงแล้ว การไหลในทางน้ำเปิดธรรมชาติ มักจะเป็นการไหลแบบไม่คงที่เป็นส่วนใหญ่ เช่น น้ำไหลในแม่น้ำในช่วงฤดูฝน เป็นต้น ส่วนการไหลคงที่จะเกิดขึ้นในทางน้ำเปิดที่มีรูปหน้าตัดของลำน้ำคงที่ โดยมากเป็นทางน้ำเปิดที่สร้างขึ้น (Artificial channel) และมีการควบคุมการไหลด้วยมนุษย์ (Human operated) ตัวอย่าง เช่น คลองชลประทานที่มีประตูควบคุมการปล่อยน้ำ เป็นต้น [3]

2.2 สมการอธิบายการไหลแบบไม่คงที่ (Equation of unsteady flow)

สมการพื้นฐานในการอธิบายการไหลแบบไม่คงที่ คือ สมการต่อเนื่อง (Continuity equation) และสมการการเคลื่อนที่ (Momentum equation) ซึ่งสมการอธิบายการไหลทั้งสองนี้ SAINT VENANT (1871) ได้นำมาเผยแพร่ครั้งแรก และสมการทั้งสองนี้ยังเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบันในการคำนวณหาอัตราการไหลแบบไม่คงที่(Unsteady flow) ในทางน้ำเปิด ซึ่งในการหาสมการอธิบายการไหลทั้งสองนี้ได้อาศัยสมมุติฐานดังนี้ [4]

1) อัตราการไหลมีทิศทางการไหลแนวเดียว และความเร็วการไหลมีค่าคงที่ตลอดหน้าตัดการไหล

2) ความดันที่จุดใด ๆ เป็น Hydrostatic pressure

3) ใช้สมการของ Manning หาค่าการสูญเสียที่เกิดจากแรงเสียดทาน (Friction loss)

4) ให้ความหนาแน่นของน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลงภายใต้ความดันใดๆ (Incompressible)

5) ความลาดชันของท้องน้ำมีค่าน้อยมาก ($\tan\phi = o$)

6) อัตราการไหลเข้าด้านข้างทางน้ำเปิด (Lateral inflow) ไม่มีความเร็วในทิศทางของการไหล

2.2.1 สมการต่อเนื่อง (Continuity Equation)

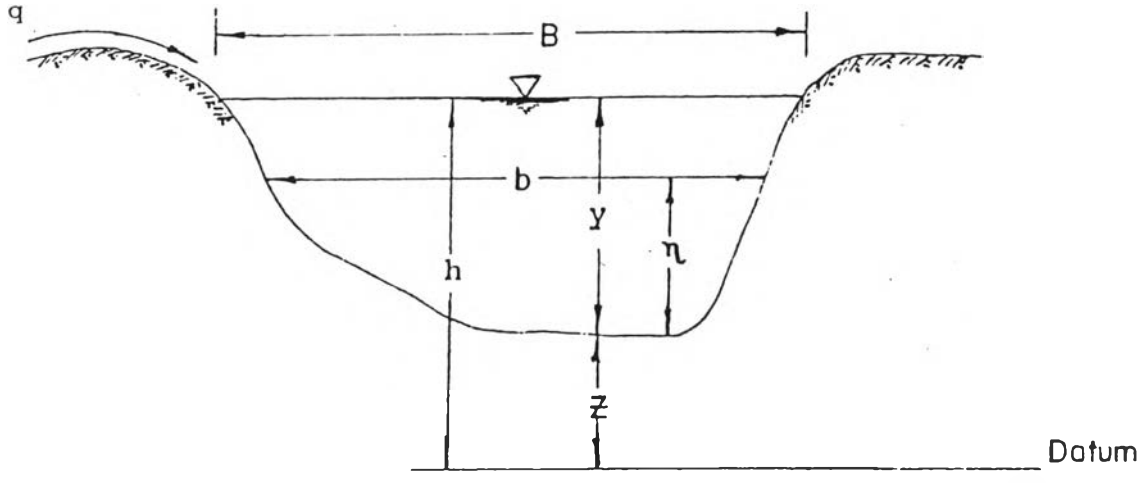
สมการต่อเนื่องนี้หาได้จากกฎการคงตัวของมวลสาร จากรูป 2-1 ถ้าพิจารณามวลสารของน้ำที่ไหลผ่านช่วงลำน้ำสั้น ๆ (dx) จะได้ว่า ผลรวมของมวลสารที่ผ่าน Control Surface (C.S.) จะเท่ากับ อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลสารใน Control Volume (C.V.) [5] ดังนั้นสมการการต่อเนื่องสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\iint_{C.S.} (\rho \bar{V}.d\bar{A}.) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{C.V.} \rho dv = 0$$

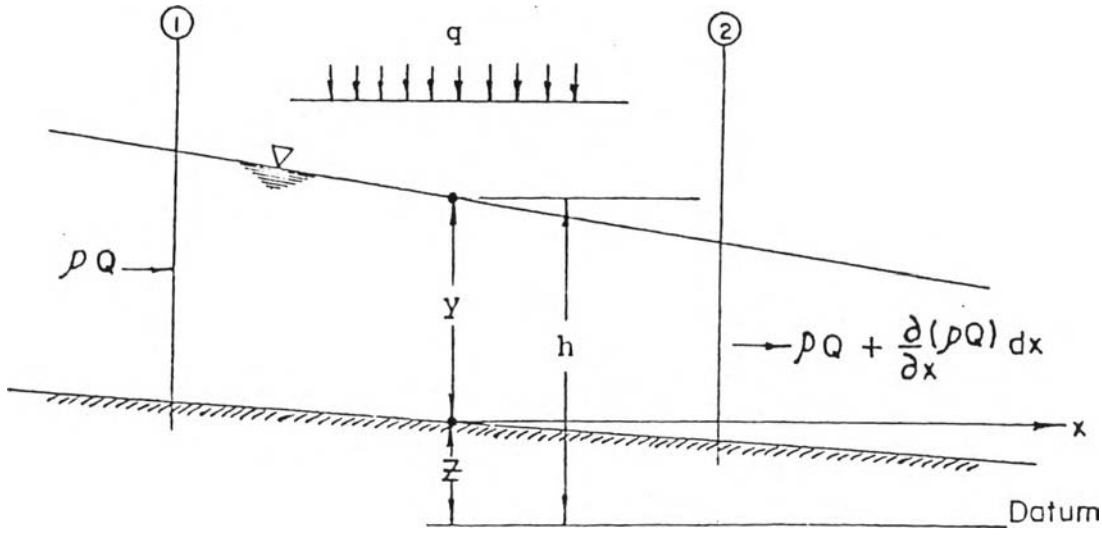
จะได้ $$[\rho Q + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Q)dx] - [\rho Q + \rho q dx] + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho Q)dx - \rho q dx + \frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad \text{.....(1)}$$



Cross section



Profile

รูปที่ 2-1 การพิสูจน์สมการต่อเนื่องสำหรับการไหลแบบไม่คงที่

2.2.2 สมการการเคลื่อนที่ (Momentum Equation)

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของ NEWTON กล่าวว่าการเปลี่ยนแปลงของโมเมนต์ตัม ในหนึ่งหน่วยเวลาของมวลสารจะมีค่าเท่ากับ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงภายนอกที่มีต่อมวลสารนั้น [4] ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ ดังนี้ (ดูรูปที่ 2-2)

$$F_s + \iiint_{C.V.} B\,\rho dv = \iint_{C.S.} V(\rho\bar{V}.d\bar{A}) + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{C.V.} V(\rho dv)$$

สำหรับการไหลในทิศทาง x จะได้

$$F_{sx} + \iiint_{C.V.} B_x\rho dv = \iint_{C.S.} V_x(\rho\bar{V}.d\bar{A}) + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{C.V.} V_x(\rho dv) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

External force สามารถหาได้จาก

$$F_{sx} = P-(P+\frac{\partial P}{\partial x}dx) - F_f\cos\phi + F_n\sin\phi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

1) Hydrostatic pressure ที่จุดใด ๆ มีค่าเท่ากับ

$$P = \int_o^y \gamma\,(y-\eta)\,b(x,\eta)\,d\eta$$

และ

$$\frac{\partial P}{\partial x}dx = \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_o^y \gamma(y-\eta)\,b(x,\eta)\,d\eta\right]dx$$

$$= \gamma\frac{\partial y}{\partial x}\left[\int_o^y b\,d\eta\right]dx$$

$$= \gamma A\frac{\partial y}{\partial x}dx$$

2) Friction force มีค่าเท่ากับ

$$F_f\,\text{Cos}\phi = F_f = \gamma A S_f\,dx$$

3) Gravity force มีค่าเท่ากับ

$$F_g = F_n\sin\phi = W\sin\phi$$

$$= \gamma A\frac{\partial z}{\partial x}dx = \gamma A\,S_o\,dx$$

แทนค่าข้อ 1), 2) และ 3) สมการ (b) จะได้

$$F_{sx} = -\gamma A \frac{\partial y}{\partial x} dx - \gamma AS_f dx + \gamma AS_o dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

Momentum flux through control surface มีค่าเท่ากับ

$$\iint_{C.S.} V_x(\rho \bar{V}.d\bar{A}) = \rho \frac{\partial}{\partial x}(QV)\, dx - \rho q\, V_x\, dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (d)$$

Rate of Change of momentum in control volume มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{C.V.} V_x \rho dv = \frac{\partial}{\partial t}[V\rho A dx] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$

แทนค่าสมการ (c), (d) และ (e) ในสมการ (a) จะได้

$$-\gamma A \frac{\partial y}{\partial x}.dx - \gamma AS_f dx + \gamma AS_o dx + 0 = \rho \frac{\partial}{\partial x}(QV)dx - \rho q V_x dx + \frac{\partial}{\partial t}[V\rho A dx]$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) - \rho q V_x + \rho \frac{\partial Q}{\partial t} + \gamma A \frac{\partial y}{\partial x} + \gamma AS_f - \gamma AS_o = 0$$

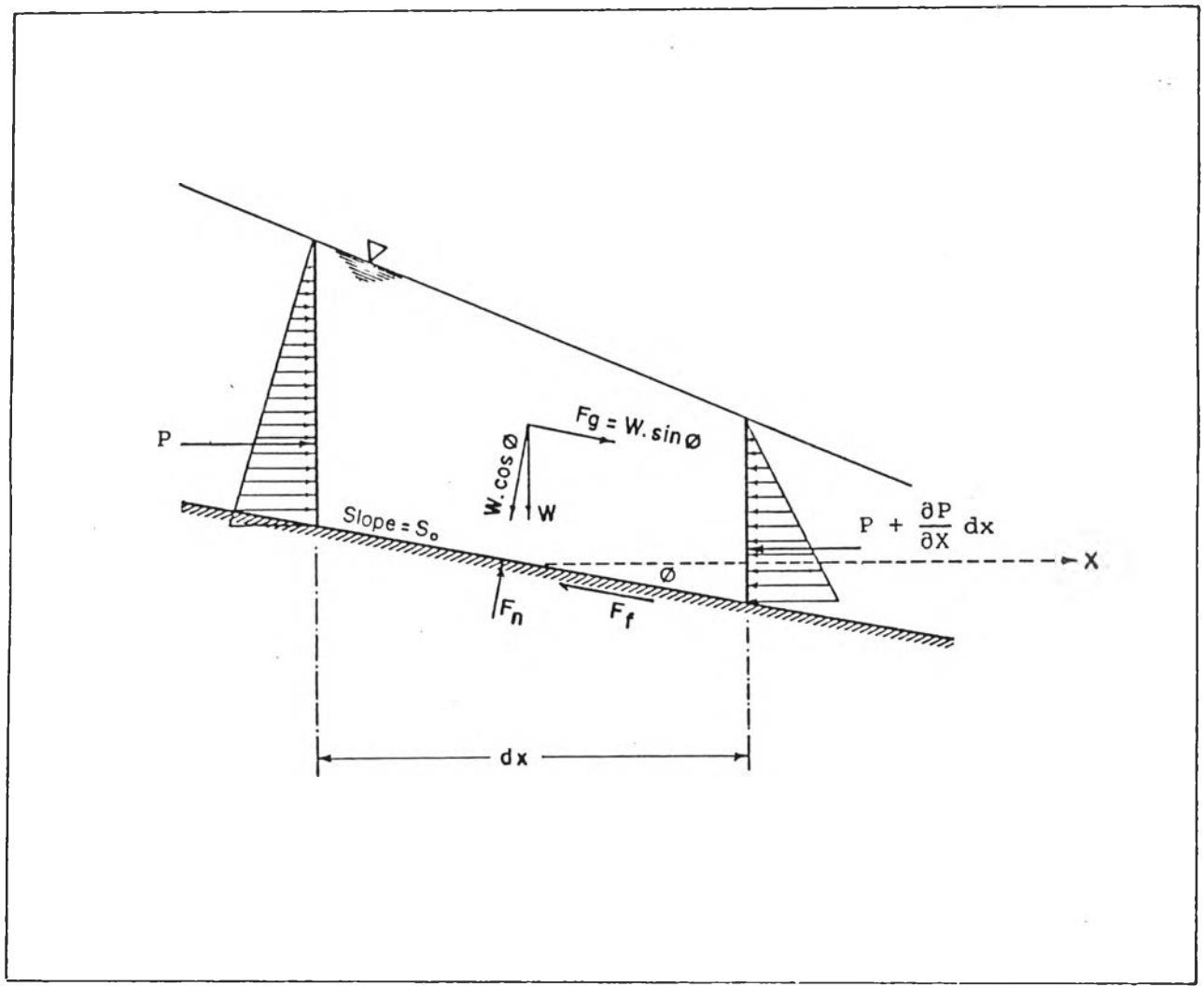
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) - q V_x + \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gAS_f - gAS_o = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) = Ag\left(S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - S_f\right) + qV_x \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

สมการต่อเนื่อง และสมการการเคลื่อนที่ สำหรับอธิบายการไหลเปลี่ยนแปลงช้าแบบไม่คงที่ (Gradually varied unsteady flow) ข้างต้นนี้ ยังอยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากมากไม่สามารถที่จะอินทิเกรต (Integrate) หาคำตอบที่แน่นอนได้ [6] แต่อย่างไรก็ตาม ในการใช้งานจะทำการหาคำตอบโดยการตั้งสมมุติฐานขึ้นช่วยในการอินทิเกรตในบทที่ 3 จะกล่าวถึงการประยุกต์สมการทั้งสองสำหรับการใช้ในแบบจำลอง

2.3 การประมาณปริมาณน้ำท่าจากน้ำฝน (Extimating of runoff from rainfall)

วิธีการที่จะประมาณปริมาณน้ำท่า (Runoff) จากปริมาณน้ำฝนที่ตกในพื้นที่รับน้ำฝนในเมือง (Urban drainage area) มีหลักการใหญ่ ๆ 2 แบบ คือ



รูปที่ 2-2 การพิสูจน์สมการโมเมนต์ดุลสำหรับการไหลแบบไม่คงที่

2.3.1 การหาปริมาณน้ำท่าจากน้ำฝนโดยการแยกพิจารณาตัวแปร

เป็นวิธีการที่จะทำการหาค่าปริมาณน้ำท่า (Runoff) จากปริมาณน้ำฝน (Rainfall) โดยการกระจายตัวแปร (Distributed parameter) แต่ละตัวที่มีผลต่อค่าปริมาณน้ำท่ามาพิจารณาอย่างละเอียดซึ่งมีหลักการใหญ่ ๆ ดังนี้

1) หาค่าปริมาณฝนที่ต้องการออกแบบ (Design rainfall)

2) หักค่าปริมาณการสูญเสีย เนื่องจากการซึม และการระเหยออกจากปริมาณฝนที่ออกแบบ

3) หาค่าปริมาณการไหล (Flow) ลงสู่รางน้ำ (Gutter) โดยใช้สมการของ Overland flow

4) คำนวณปริมาณการไหลจากรางน้ำ (Gutter) ลงสู่ระบบระบายน้ำ

5) คำนวณปริมาณการไหลผ่านระบบระบายน้ำหรือท่อระบายน้ำ

6) หาชลภาพ (Hydrograph) ออกจากระบบระบายน้ำลงสู่แม่น้ำ

ผลที่ได้จากวิธีนี้จะถูกต้องมากแค่ไหนขึ้นอยู่กับการหาค่าปริมาณการสูญเสีย (Losses) และความเป็นไปได้ของสมมุติฐาน Assumption ที่ใช้

2.3.2 การหาปริมาณน้ำท่าจากน้ำฝนโดยการรวมตัวแปร

เป็นวิธีหาปริมาณน้ำท่าโดยการรวมตัวแปร (Lumped parameter) ที่มีผลต่อค่าปริมาณน้ำท่าหลายตัวแปรเข้าด้วยกัน หลักการดังนี้

1) พิจารณาพื้นที่รับน้ำฝนครอบคลุมทั้งหมด

2) คำนวณหาค่าปริมาณการไหล (Flow) เฉพาะจุดทางออกของพื้นที่รับน้ำนั้น (Down stream)

3) สมมุติให้ฝนตกสม่ำเสมอทั่วทั้งพื้นที่

ตัวอย่างของวิธีนี้ คือวิธีของ Rational Method แสดงด้วยสูตร $Q = CIA$ ซึ่ง Q เป็นค่า Peak Runoff Rate in cfs., C เป็นค่า Runoff Coefficient, I เป็นค่า

Rainfall Rate in in.hr และ A เป็นค่า Drainage areas in acres สูตร Rational Formular นี้นิยมใช้กันมากเพราะมีตัวแปร (Parameters) ต่าง ๆ ไม่ยุ่งยาก

อีกตัวอย่างหนึ่งของวิธีการหาปริมาณน้ำท่าโดยการรวมตัวแปรคือวิธีเอกชลภาพ (Unit hydrograph) ซึ่งเป็นชลภาพ (Hydrograph) ของปริมาณน้ำท่า (Runoff) เกิดจากปริมาณน้ำฝนสูง 1 หน่วย กระจายทั่วทั้งพื้นที่ในหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งเอกชลภาพนี้สามารถนำไปหาชลภาพ (Hydrograph) ของพื้นที่รับน้ำฝนได้ถ้าทราบความสูงของน้ำฝนส่วนเกิน (Rainfall excesse) และช่วงเวลาที่ฝนตก (Duration of rainfall) แต่เดิมวิธีเอกชลภาพใช้กับแม่น้ำที่มีพื้นที่รับน้ำฝนขนาดใหญ่ ต่อมาได้มีการปรับปรุงให้สามารถนำไปใช้กับพื้นที่รับน้ำฝนในเมือง (Urban drainage area) และพื้นที่รับน้ำฝนขนาดเล็กได้ด้วย

สำหรับการวิจัยนี้จะใช้วิธีของ Rational Method ในการหาค่าปริมาณน้ำท่า (Runoff) จากน้ำฝน ซึ่งรายละเอียดในการประยุกต์วิธีของ Rational Method จะกล่าวในบทที่ 3

2.4 บททวนการศึกษาที่เกี่ยวข้อง

ระบบคลองระบายน้ำที่มีอยู่ในกรุงเทพมหานครมีการเชื่อมโยงกันเป็นโครงข่าย (Networks) จึงทำให้การวิเคราะห์การไหลของน้ำในคลองมีความยุ่งยากมาก ดังนั้นการศึกษาระบบคลองระบายน้ำในกรุงเทพมหานคร จึงต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการศึกษา

Camp Dresser & Mckee, CDM [7] บริษัทวิศวกรที่ปรึกษาจากอเมริกา ในปี 2511 ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบคลองในกรุงเทพมหานคร ซึ่งการคำนวณหาปริมาณน้ำท่าลงสู่คลองได้ใช้วิธีของ Rational Method และอธิบายการไหลของน้ำในคลองโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ (Momentum equation) และสมการต่อเนื่อง (Continuity equation) และการออกแบบระบบคลองระบายน้ำโดยใช้ฝนที่มีคาบการกลับ (Return period) เท่ากับ 5 ปี

BFCD Joint Venture (Nedeco, Necco, LM/SPAN) [8] บริษัทวิศวกรที่ปรึกษาได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบคลองของเขตชั้นในของกรุงเทพมหานคร ซึ่งการคำนวณหาปริมาณน้ำท่าลงสู่คลองได้ใช้วิธีของ Rational Method และอธิบายการไหลของน้ำในคลองโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ (Momentum equation) และสมการต่อเนื่อง (Continuity equation) และการออกแบบระบบคลองระบายน้ำโดยใช้ฝนที่มีคาบการกลับ

(Return period) เท่ากับ 2 ปี

Japan International Cooperation Agency, JICA [2] วิศวกรที่ปรึกษาจากญี่ปุ่น ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบคลองทางด้านตะวันออกของกรุงเทพมหานคร ซึ่งการคำนวณหาปริมาณน้ำท่าลงสู่คลองได้ใช้วิธีของ Rational Method และอธิบายการไหลของน้ำในคลองโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ (Momentum equation) และสมการต่อเนื่อง (Continuity equation) และการออกแบบระบบคลองระบายน้ำหลักโดยใช้ฝนที่มีคาบการกลับ (Return period) เท่ากับ 2 ปี สำหรับพื้นที่เขตบางซื่อ บางเขน บางนา และใช้ฝนที่มีคาบการกลับ 5 ปี สำหรับพื้นที่เขตพระโขนง

ในปี 2527 กลุ่มนักศึกษา จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และนักศึกษาจาก Delft University of Technology เนเธอร์แลนด์ [9] ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบคลองบริเวณพื้นที่พระโขนง สำหรับวิเคราะห์ผลของแผนของโครงการป้องกันน้ำท่วมเร่งด่วนที่มีต่อบริเวณพื้นที่พระโขนงแบบจำลองที่สร้างนี้ อาศัยหลักการของ Rational Method ในการคำนวณหาปริมาณน้ำท่าลงสู่คลอง และอธิบายการไหลของน้ำในคลองโดยอาศัยสมการ Manning และสมการต่อเนื่อง (Continuity equation)

012622