



วรรณคดี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง "การศึกษาศักยภาพทางภาษาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตการศึกษา 1" ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. องค์ประกอบในการฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. กระบวนการฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. ความเข้าใจในการอ่านเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. ศักยภาพทางภาษาคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

มณูญ อรุณไพโรจน์ (2517: 17) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สภาพปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวน และตัวเลข ตลอดจนคำห่อหุ้มที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดและตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry 1973: 228)

ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไข (Solution) หรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ก็ต่อเมื่อมีวิธีการที่เหมาะสม ไขความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

อาดัมส์ (Adams 1977: 176) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจ ลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษา เรื่องราวหรือคำพูดก็ได้ นอกจากการให้ความหมายเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวแล้ว ยังได้มีผู้กำหนดประเภทและลักษณะโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

รัสเซลล์ (Russell 1961: 255) และ เลอบลองค์ (Le Blanc 1977: 16 - 20) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิดคือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียนและหนังสือทั่วไป การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ใช้วิธีการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง เช่น "นายวิชัยต้องการจืดย่นอยหนา จำนวน 486 ผล ใสกระทง โดยใสกระทงละ 6 ผลเท่า ๆ กัน อยากทราบว่า จะตองใสกระทงกี่ใบ"

2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพประกอบ โจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น "มีผู้ชาย 8 คนในงานเลี้ยง ถ้าผู้ชายคนหนึ่งจะต้องจับมือกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคนแล้ว อยากทราบว่า จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง"

โคลด์ (Clyde 1967: 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจว่า ควรมีลักษณะดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับยูแก่ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดกับยูแก่ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษา หรือบรรยายในลักษณะที่ยูแก่ปัญหามีประสบการณ์ และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป

กรุลิกและเรย์ (Krulik and Reys 1980: 24) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้หาส่วนที่ขาดหายไป
5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

จากที่กล่าวถึงความหมาย ประเภทและลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะมีลักษณะเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องการหาคำตอบ สามารถสื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้โดยทางภาษา หรือทางวาจา ผู้ตอบจะต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่างในการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบในการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบได้โดยไม่ทราบว่าทำได้โดยวิธีใด ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนหรือวิธีแก้ปัญหานั้นได้ และพบว่าสิ่งที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนที่คิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้คือนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ไม่ทราบว่าจะเริ่มขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างไร ขาดความรู้พื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ความสามารถในการคิดแก้โจทย์ปัญหาต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่าง เพื่อช่วยให้การคิดแก้โจทย์ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนช่วยในการคิดแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จะต้องสอนและฝึกฝนให้นักเรียนได้เกิดการพัฒนาในด้านการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างจริงจัง ทั้งที่ขณะอนุกรรมการพัฒนาการสอน และผลิติดุปฏิบัติการสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 24) ได้กล่าวถึงความรู้ความสามารถพื้นฐาน และองค์ประกอบด้านเจตคติที่ควรฝึกฝนให้กับนักเรียน อันจะเป็นประโยชน์ต่อการคิดแก้ปัญหา ดังนี้คือ ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มโนคติ ความเข้าใจ และทักษะที่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ การ

ขยายความ ความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ ความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องของระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ ความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป ความกระตือรือร้นอยากรู้อยากเห็น ตลอดจนความมีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ในเรื่ององค์ประกอบในการคิดแก้โจทย์ปัญหานั้น จอห์นสัน และไรซิง (Johnson และ Rising , 1967: 13) มีความคิดเห็นว่ากระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อนประกอบด้วย การมองเห็น ภาพการจินตนาการ การจัดทำอย่างมีทักษะ การวิเคราะห์ การสรุปในเชิงนามธรรม และการเชื่อมโยงความคิด

เฮนนี่ (Henney 1971: 223 - 224) ได้ศึกษาถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า องค์ประกอบที่สำคัญประกอบด้วย

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณ

นอกจากองค์ประกอบทั้งที่กล่าวมาแล้ว เทร่าคแมนและลิชเตนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg 1974: 591 - 594) บรุกเนอร์ และกรอสส์นิกเกิล (Bruckner and Grossnickle 1974: 452 - 453) ยังได้เสนอแนะความสามารถเฉพาะที่ส่งผลในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแปลภาษาคณิตศาสตร์เป็นประโยคคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกันในโจทย์ปัญหา
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา
4. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่วไป
5. ความสามารถในการประมาณค่าตอบ

เฮเมอร์ และทรูบลัค (Heimer และ Trueblood : 1977: 13) ไทกล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายประการ คือ เทคนิคการรู้คำศัพท์ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถาม จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจจะช่วยฝึกฝนให้นักเรียน มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มให้มากขึ้นโดยการจัดทำ เกมหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์ให้นักเรียนเล่น นอกจากนี้แล้วนักเรียนจะต้องมีทักษะการคำนวณ การแยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง หากความสัมพันธ์ของข้อมูล การคาดคะเนคำตอบ การเลือกวิธี จักกระทำข้อมูลอย่างถูกต้อง ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม และแปลความหมายของโจทย์

ซาลิวสกี (Zalewski : 1978 : 2804) ศึกษารายละเอียดขององค์ประกอบที่ช่วยในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่าสิ่งที่เป็นองค์ประกอบ คือ ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์ ความสามารถในการจักกระทำ ความเข้าใจในการอ่าน การตีความ คำศัพท์ กราฟ และตาราง มโนคติทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) และทักษะในการคิดคำนวณ

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า ในการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบเหล่านี้คือ

1. องค์ประกอบทางสติปัญญา
2. ความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล
4. ความสามารถในการคิดคำนวณ

การใช้ขององค์ประกอบเหล่านี้จะต้องคำนึงถึงลำดับขั้นตอนของกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งควร จะได้รับการส่งเสริมและพัฒนาให้ดียิ่งขึ้น

กระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แนวคิดเกี่ยวกับวิธีการหรือขั้นตอนของกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีผู้ศึกษาและให้ข้อคิดไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัย (2524: 9) ได้เสนอแนะขั้นตอนของกระบวนการ
 คิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและการสอนนักเรียน
 แก้ปัญหาไว้ดังนี้ ทำความเข้าใจกับปัญหา โดยพิจารณาแยกแยะระหว่างสิ่งที่กำหนด
 ให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ จากที่กำหนดให้แปลงให้อยู่ในรูปที่ชัดเจนขึ้น โดยใช้แผน
 ภาพหรือรูปภาพประกอบ จากแผนภาพที่สร้างขึ้นพิจารณหาเงื่อนไขอื่น ๆ เพิ่มเติม
 โดยอาศัยนิยามและทฤษฎีที่เคยเรียนรูมาแล้ว ต่อจากนั้นก็พิจารณาว่าสิ่งที่กำหนด
 ให้กับเงื่อนไขที่ได้เพิ่มเติมมีความเกี่ยวข้องกันอย่างไรแล้วจึงคิดหาวิธีการแก้ปัญหา
 โดยพิจารณาถึงปัญหาที่คล้ายคลึงกันและทดลองเลียนแบบวิธีแก้ปัญหาหรืออาจวิเคราะห์
 จากสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยพิจารณาว่าต้องมีเงื่อนไขใดอีกจึงจะได้สิ่งที่ต้องการ
 และเงื่อนไขนั้นจะหามาได้อย่างไร หลังจากนั้นจึงเรียบเรียงลำดับขั้นตอนในการแก้
 ปัญหา ทดสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ถ้าการแก้ปัญหามีหลายวิธี ก็เลือก
 วิธีที่ง่ายและสั้นที่สุดในการแก้ปัญหามารูปภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้ข้อมูลต่าง ๆ
 ของปัญหาเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น ซึ่งจะทำให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา

นอมศรี เกศ (2524: 88 - 100) ได้เสนอแนะขั้นตอนในการสอน
 การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือเหมือนกับปัญหาที่เคย
พบมา
3. เลือกกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

โพลยา (Polya 1957: 5 - 40) ได้จัดลำดับขั้นในการสอนการแก้
 โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ
 คือ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมา
 เป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ที่ตรงไหน สามารถ
 บอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข

และถ้าจำเป็นจะต้องใช้ข้อมูลต่าง ๆ นักเรียนควรจะต้องเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจแล้วซ้ำอีกและหลาย ๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหา มีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ใหม่อะไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การบันทึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่า มีความรู้อะไรบ้างที่เข้ามามีความสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา คือ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบัน เพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะต้องแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการศึกษาคำแนะนำแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการศึกษาและสำรวจเหตุผล ตลอดจนขั้นตอนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

เฮลตัน (Helton : 14) ให้ความคิดเห็นว่า สิ่งสำคัญในการแก้ปัญหา คือวิธีการ ไม่ใช่คำตอบ หลักการที่ถูกสอนจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกสอนได้เอง และเขายังได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับขั้นตอนของการคิดแก้ปัญหาไว้ดังนี้ คือ อ่านโจทย์ให้เข้าใจเพื่อหาว่าโจทย์ต้องการอะไร ต้องการให้หาตัวไม่ทราบค่า หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกันในโจทย์ปัญหา เขียนสมการ แกสมการ ให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วยและตรวจสอบคำตอบ

เพอร์สัน (Person , 1961: 255) ให้ความคิดเห็นว่า วิธีการที่จะช่วยในการคิดแก้ปัญหาได้ดี ควรจะเรียนรู้ให้เข้าใจอย่างถูกต้องถึงวิธีการคิดแก้ปัญหา เรียนรู้การวิเคราะห์ปัญหาอย่างระมัดระวัง เรียนรู้ที่จะเขียนสมการจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ได้อย่างถูกต้อง และยังคงเห็นว่า สิ่งสำคัญที่จะต้องกระทำในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การสร้างสมการ และการแก้สมการ เมื่อพิจารณาแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยทั่วไปแล้ว จะพบว่าลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนคิดว่ายากที่สุด คือการสร้างสมการให้ถูกต้อง

มาร์ค (Mark 1965 : 401 - 402) ได้กล่าววว่า ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องสอนให้นักเรียนกระทำสิ่งต่อไปนี้

1. ค้นหาให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง และให้หาอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่นำมาเพื่อที่จะไปสู่สิ่งที่ต้องการให้หา
3. วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
4. ตรวจสอบเพื่อความมั่นใจว่าถูกต้อง

ไกลด์ (Glyde 1967: 109 - 112) ได้แบ่งขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา เขากล่าวว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเข้าใจปัญหาของนักเรียน คือความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น ถ้านักเรียนไม่เข้าใจคำศัพท์ต่าง ๆ นั้น นักเรียนก็ไม่อาจจะเข้าใจความหมายของปัญหาได้

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้ในการหาคำตอบของปัญหา นักเรียนต้องสามารถแยกแยะได้ว่า ข้อมูลที่นำมาบางอย่างอาจไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ หรือบางอย่างจำเป็นต้องใช้แต่ขาดไป จึงจำเป็นต้องหาเพิ่มเติมเอง

ขั้นที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้คำตอบและความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้จะต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือต่อไปนี้

3.1 มองเห็นเงื่อนโซอย่างชัดเจน เช่น จากโจทย์ "จงหาระยะทางที่เด็กผู้ชายวิ่งไต่ ใน 10 วินาที เมื่อเขาวิ่งด้วยความเร็ว 25 ฟุต/วินาที" เมื่อนักเรียนจะผ่านกระบวนการให้เหตุผลเพื่อที่จะหาว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร นักเรียนจะต้องเข้าใจความหมายของโจทย์ที่ว่า "วิ่งด้วยอัตราเร็ว 25 ฟุต/วินาที" เสียก่อน จึงจะเห็นว่า ใน 10 วินาทีจะวิ่งไต่เป็น 10 เท่าของ 25 ฟุต ถ้านักเรียนมองไม่เห็นเงื่อนโซนี้ วิธีหนึ่งที่จะช่วยได้คือการวาดภาพประกอบ

3.2 การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล เช่น สมมุตินักเรียนมีปัญหา "ชายคนหนึ่งซื้อมันฝรั่งมา 20 หัว ราคาหัวละ 1.50 บาท แลวนาเสีย 4 หัวที่เหลือขายไปหัวละ 2 บาท ชายคนนี้ได้กำไรเท่าไร" วิธีการแก้ปัญหามี ดังนี้ สิ่งแรกที่นักเรียนควรจะทำคือตัวเอง คือ "ฉันกำลังต้องการหาอะไร (กำไร)" ต่อไปควรจะคิดว่า "ฉันจะหากำไรได้อย่างไร (เอาราคาขายลบด้วยราคาทุน)" แล้วราคาขายและราคาทุนไม่ได้เขียนบอกมา ดังนั้นเขาจะต้องคิดต่อไปว่า "ฉันจะหาราคาทุนและราคาขายได้อย่างไร (โดยคูณจำนวนของควยราคาแต่ละหัว)" ซึ่งข้อมูลที่มีอยู่แล้วในปัญหาเขาก็จะได้คำตอบตามขบวนการที่ตามมา

3.3 ตัดสินใจคำตอบเป็นคำตอบที่มีเหตุผลสมเหตุสมผลเพียงใด เพราะบางครั้งอาจจะตอบผิดได้ ถ้าคำนวณผิดแล้วไม่ได้ตรวจสอบอีกที หรือไม่คิดว่าคำตอบนั้นน่าจะเป็นไปได้หรือไม่

ขั้นที่ 4 การคำนวณ ขั้นนี้ไม่ใช่เพียงแต่นักเรียนจะบวก ลบ คูณ หารเป็นเท่านั้น แต่จะต้องมีทักษะเป็นอย่างไร

เลอ บลองค์ (Le Blanc 1977: 17 - 25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูควรจะถามให้นักเรียนหาว่า อะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนโซที่ใหม่มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบไปว่าปัญหาถามอะไร

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ครูควรจะนำอภิปรายกลวิธีซึ่งจะใช้ในการแก้ปัญหา และครูควรจะเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา ขั้นนี้กลวิธีที่คิดเอาไว้ในขั้นที่ 2 ถูกนำออกมาใช้ในบางครั้งแผนท่วงไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบเลย ถ้าเป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ กล่าวได้ว่าในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นนี้เป็นขั้นที่มีความสำคัญมากที่สุด ขั้นนี้แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหาเพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคต่อไป

จากขั้นตอนที่กล่าวข้างต้น พอสรุปได้ว่า กระบวนการคิดแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์ปัญหา ขั้นนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา กล่าวคือต้องทำความเข้าใจกับ คำวลี หรือประโยคย่อย ๆ ในตัวปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การตีความ การจำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนต้องทำการค้นหาว่าข้อมูลต่าง ๆ ที่มีในโจทย์ปัญหามีความสัมพันธ์กันอย่างไร แล้วหาวิธีแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้ว เสนอในรูปของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการหาคำตอบ เป็นขั้นที่จะต้องคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ขั้นนี้นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในทางทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ และวิธีการแก้ปัญหา ขั้นนี้จะเป็นขั้นตรวจสอบทั้งกระบวนการว่าที่ใดดำเนินการมาทั้งหมดได้คำตอบที่ถูกต้อง และไม่ขัดแย้งกับกระบวนการที่ดำเนินมาในขั้นต่าง ๆ ทั้งหมด

ขอสรุปของขั้นตอนของกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น จะเห็นว่าโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนมากจะมีความเกี่ยวข้องกับภาษาซึ่งในขั้นแรกของกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหานั้น เป็นขั้นที่ต้องทำความเข้าใจกับคำวลี หรือประโยคย่อย ๆ ในตัวปัญหานั้น ความเข้าใจในการอ่านจึงเป็นส่วนสำคัญในขั้นตอนนี้ ซึ่งจะ เป็นจุดเริ่มต้นที่จะส่งผลถึงความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้นต่อไป

ความเข้าใจในการอ่านเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนส่วนมากเมื่ออ่านพบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะเกิดความห่อหอยในการที่จะทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหานั้น ซึ่งเป็นขั้นแรกของกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการอ่าน ความเข้าใจในการอ่านจึงมีส่วนสำคัญต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังที่ นูญรวบ ชูรักษา (2524 : 43) ให้ความเห็นว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โค้ดแกนกลางการที่ผู้เรียนต้องไขความสามารถ ความรู้ ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาประกอบการพิจารณาหาคำตอบที่ถูกต้อง ได้มีผู้ให้ความหมายและลักษณะของความเข้าใจในการอ่าน ดังนี้

ชวาล แพร์ศกุล (2520: 134) ได้กล่าวถึงความหมายของการเข้าใจไว้ว่า ความเข้าใจคือความสามารถในการผสมแล้วขยายความรู้ความจำให้ไกลออกไปจากเดิมอย่างสมเหตุสมผล ความเข้าใจเป็นสมรรถภาพขั้นต้นชนิดแรกของตัวปัญญา (Intellectual) เป็นความพยายามของสมองที่จะคิดแปลงปรับปรุงความรู้ให้มีรูปลักษณะใหม่ เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นที่แปลกออกไป แต่ยังมีอะไรบางอย่างคล้ายคลึงกับของเดิมอยู่บ้าง ซึ่งผู้ที่กระทำเช่นนี้ต้องมีคุณสมบัติ 4 ประการก่อน คือ

1. รู้ความหมายและรายละเอียดย่อย ๆ ของเรื่องนี้มาก่อนแล้ว
2. รู้ความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ระหว่างชั้นความรู้ย่อย ๆ เหล่านั้น
3. สามารถอธิบายชี้แจงสิ่งเหล่านั้นให้ผู้อื่นทราบโดยทวนภาษาของตนเอง
4. สามารถตอบและอธิบายสิ่งอื่นใดที่มีสภาพทำนองเดียวกับที่ เคยรู้มาแล้วได้

พฤติกรรมของความเข้าใจนั้น ครัทโวล (Krathwohl , 1986 : 25 - 26) มีความเห็นเช่นเดียวกันว่า ความเข้าใจเป็นพื้นฐานสำคัญของปัญญา (Intellectual) ซึ่งแสดงออกด้วยพฤติกรรม 3 ประการ คือ

การแปลความ (Translation) คือการแปลเรื่องราวเดิม ให้เป็นคำใหม่ ภาษาใหม่

การตีความ (Interpretation) คือการเก็บความเดิมมาบันทึกใหม่ การจัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่ เป็นการมองเรื่องในแง่ใหม่ ค้นหาเปรียบเทียบ ทั้งความสำคัญและความสัมพันธ์ของส่วนย่อย ๆ ภายในเรื่องราวนั้น ย่นย่อจนเป็นข้อสรุปได้

การขยายความ (Extrapolation) คือการขยายความคิดให้กว้างไกล โดยอาศัยความสัมพันธ์กับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนนี้

นอกจากนี้ยังมีผู้ศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบและระดับของความเข้าใจ ดังนี้

เดวิส (Davis , 1960 : 1110) ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของความเข้าใจในการอ่าน พบว่า พื้นฐานของความเข้าใจในการอ่านประกอบด้วย

1. ความรู้ในเรื่องศัพท์
2. ความมีเหตุผลในการอ่าน ความสามารถในการหาความหมาย และรวบรวมความหมายของใจความหลาย ๆ ใจความเข้าด้วยกัน

3. ความสามารถในการค้นหาข้อความที่ผู้เขียนแสดงสาระสำคัญของเนื้อเรื่องอย่างกระชับแจ่มแจ้ง เพื่อเป็นประโยชน์ในการรวบรวมความคิดของเรื่อง

ที่อ่าน

4. ความสามารถในการแสดงความหมาย ความสนใจหรือความคิดของผู้เขียน

5. ความสามารถที่จะหาความหมายของคำที่ไขว่คว้าจากเนื้อความ (Context) หรือสามารถตัดสินใจได้ว่า ในบรรดาความหมายหลาย ๆ อย่างของคำนั้น ความหมายใดจะเหมาะสมกับคำนั้นในเนื้อความ

6. ความสามารถในการรวบรวมเนื้อความย่อย ๆ ที่ปรากฏในเรื่อง
ที่อ่านได้

7. ความสามารถในการติดตามวิธิตำเป็น เรื่องของเรื่องราวที่อ่าน
และสามารถคาดคะเนเรื่องราวที่เกิดขึ้นก่อนหรือภายหลังเรื่องที่อ่านได้

8. ความรู้ในเรื่องวิธีการเขียนต่าง ๆ

9. ความสามารถในการหาใจความสำคัญของเรื่องที่อ่าน

มาร์ธา คอลแมน และคณะ (Martha Dallmann and Others :
1961: 196) จำแนกระดับความเข้าใจในการอ่านออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจข้อเท็จจริง (Factual Level
or Reading the Lines) หมายถึงความสามารถในการเข้าใจความหมาย
สิ่งที่อ่านตามตัวหนังสือที่เขียนไว้

2. ความสามารถในการตีความ (Interpretation or Reading
Between the Lines) หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจความหมาย
ซึ่งผู้เขียนไม่ได้แสดงไว้โดยตรง แต่เข้าใจได้โดยอาศัยความสามารถในการสรุป
ตีความจากสิ่งที่อ่าน

3. ความสามารถในการประเมิน (Evaluative Level or
Reading Beyond the Lines) หมายถึง ความสามารถในการประเมินสิ่ง
ที่อ่าน โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ประกอบในการพิจารณาตัดสิน ความสามารถ
ในการพิจารณาตัดสิน ความสามารถในการคาดคะเนหรือทำนายเหตุการณ์ที่จะตามมา
หรือสามารถบอกได้ว่าข้อสรุปของผู้เขียนถูกต้องหรือไม่อย่างไร เป็นต้น

แฮฟเนอร์ และจอลลี (Hafner and Jolly , 1972 : 147) ได้
กล่าวถึงการประเมินผลความเข้าใจในการอ่านว่าผู้อ่านเข้าใจในการอ่านมากน้อย
เพียงใด ก็โดยการพิจารณาจากความสามารถตามสติปัญญา ดังนี้

1. ตอบคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง และรายละเอียดต่าง ๆ ในเรื่อง
ที่อ่านได้

2. เข้าใจคำชี้แจงหรือสามารถปฏิบัติตามคำแนะนำที่เขียนอธิบายไว้
ได้อย่างถูกต้อง

3. จดจำและสามารถบรรยายสิ่งที่ได้อ่านเป็นคำพูดของตนเองได้
4. ลำดับเหตุการณ์ของเรื่องราวที่อ่านได้อย่างถูกต้อง
5. แยกไวยาธยละเอียดแยกคตอนไหนสำคัญ คตอนไหนไม่สำคัญ
6. บอกไควว คตัวอย่างหรือคำอธิบายประกอบตาง ๆ มีความสัมพันธ์กับเนื้อความสำคัญคตอนไหน อย่างไร
7. บอกไควว ประโยคไหนเป็นประโยคแสดงเนื้อความสำคัญ (Topic Sentence) หรือใจความสำคัญของเรื่องทีอ่าน (Main Ideas) ก็อะไร
8. บอกไคววเนื้อหา (Content) ของสิ่งทีอ่านมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาในบทความที่เกี่ยวข้องอย่างไร
9. แสดงขอสรุปของบทความทีอ่านไควอย่างถูกต้อง
10. บอกไคววในการเขียนบทความทีอ่าน ผู้เขียนยึดแนวอะไรในการจัดเรียงเรียง เช่น เวลา (Time) สถานที่ (Space) หรือคานเหตุและผล (Cause - effect) เป็นต้น
11. บอกไคววอะไรคือความหมายที่ซ่อนเร้น (Connotations) หรือความหมายที่ไม่ไควแสดงไว้ตรง ๆ (Implied Meaning)
12. บอกไคววเรื่องทีอ่านมีแนวการค่านเรื่อง (Tone) หรือให้อารมณ์ (Mood) อย่างไร
13. บอกวิคฤประสงคในการเขียน ซึ่งผู้เขียนไควแสดงไว้ตรง ๆ (Implied Purposes) ไคว
14. บอกไคววคตอนไหน ผู้เขียนให้สัญลักษณ์ ถอยคำเปรียบเทียบอย่างไร และมีความหมายอย่างไร

ทีกลาวไว้ข้างตนเป็นองคประกอบของความเข้าใจในการอ่าน และการประเมินผลความเข้าใจในการอ่านจะเห็นไควว ความเข้าใจในการอ่านเป็นองคประกอบหนึ่งที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคคศาสตร์ เพราะการที่นักเรียนจะหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาไควนน นักเรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งทีโจทย์กำหนด จากนั้นจะหาวิธีการมาแก้ปัญหานั้น

ไ้มีผู้ทำการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการอ่าน และการแก้โจทย์ปัญหา
ไว้ดังนี้

แครมเมอร์ (Kramer , 1966: 18 - 22) ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของทักษะการอ่าน ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 7 โดยใช้แบบทดสอบซึ่งประกอบด้วยโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถทางสมอง แบบทดสอบวัดความสามารถในการอ่านในใจ สเกลการวิเคราะห์ระดับความสามารถในการอ่านและแบบทดสอบวัดขอบการอ่านในใจ ซึ่งโดยลวิชัย ดังนี้คือ

1. การอ่านมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรมีการปรับปรุงด้านการสอนอ่านเพื่อเป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา นั่นคือความสามารถในการแก้ปัญหาก็จะเพิ่มขึ้น ถ้าความสามารถในการอ่านและการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น

2. ทักษะที่นักเรียนกลุ่มเก่ง และกลุ่มอ่อน แตกต่างกันคือ ทักษะการอ่านที่เกี่ยวข้องกับคำศัพท์ทั้งศัพท์ในเนื้อเรื่อง (Vocabulary in Context) คำศัพท์ทั่วไป (Vocabulary Isolated Words) และศัพท์ทางเลขคณิต (Arithmetic Vocabulary) แสดงให้เห็นว่า ความเข้าใจความหมายของคำศัพท์ทั่วไป และคำศัพท์ทางเลขคณิตเป็นทางนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

3. ทักษะการอ่านมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในแง่วินิจฉัยปัญหา และสาเหตุในการแก้ปัญหา

โทมัส (Thomas 1978: 229 -A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยศึกษาตัวแปรด้านการอ่าน 4 ประการ คือ การเปรียบเทียบคำศัพท์ ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ทั่วไป และศัพท์เฉพาะ ความเข้าใจในการอ่าน และการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน โดยให้กลุ่มตัวอย่างประชากรเรียน

คณิตศาสตร์ควรวีธีรู้คำศัพท์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง กับเรียนแบบธรรมดา ผลการวิจัยพบว่า การสอนคำศัพท์ การอ่านเพื่อความเข้าใจ และการฝึกทักษะย่อยทำให้นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากแนวคิดและผลการวิจัยดังกล่าว ชี้ให้เห็นว่า ทักษะการอ่านความเข้าใจในการอ่านมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่กล่าวข้างต้น ชี้ให้เห็นว่าทักษะการอ่าน ความเข้าใจในการอ่าน มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวความคิด และทฤษฎีทางค่านิยมปัญหาคณิตศาสตร์ องค์ประกอบในการคิดแก้ปัญหา และกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนมากจะเกี่ยวข้องกับภาษา ซึ่งอยู่ในรูปของ คำ วลี หรือประโยคย่อย ๆ เป็นในรูปของสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ดังนั้นภาษาที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญที่จะสื่อให้ผู้อ่านโจทย์ปัญหามีความเข้าใจกับปัญหานั้นมากน้อยเพียงไร ส่วนหนึ่งอยู่ที่ในโจทย์นั้น ๆ ใช้ภาษาใดถูกต้อง รัดกุม เข้าใจได้ง่ายแค่ไหน จึงจำเป็นที่ผู้สร้างโจทย์ปัญหาจะต้องศึกษาทฤษฎี หรือหลักการทางภาษาให้กระจ่างแจ้งก่อน เป็นที่ยอมรับกันทั่วไปว่าภาษาเป็นสิ่งสำคัญมากในการติดต่อสื่อสารระหว่างมนุษย์ รวมทั้งการถ่ายทอดวิชาการความรู้ เฉพาะอย่างยิ่งในด้านการศึกษา ดังที่ วอลคอตต์ (Walcott : 1954 : 41) กล่าวว่า ภาษาเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เกิดการศึกษาและการค้นคว้าช่วยในการเผยแพร่ความรู้ต่าง ๆ ที่ได้นำให้กว้างขวางออกไปเป็นสื่อกลางในการแลกเปลี่ยนสิ่งต่าง ๆ เช่นเดียวกับมูสเซน (Mussen , 1963 : 41) ได้เน้นความสำคัญของภาษาไว้ว่า การเรียนรู้ส่วนใหญ่จากบ้าน โรงเรียน และสื่อมวลชน ต้องใช้ภาษาสื่อเบื้องต้นในการสื่อสาร การสร้างมโนภาพ (Concept) ในการเรียนรู้ขั้นสูง รวมทั้งขบวนการทางสติปัญญา เช่น การคิด การวางแผน ความมีเหตุผล

ความจำและการตัดสินใจของอาศัยภาษา

เทอร์สโตน (Thurstone quoted in Guilford 1967: 22 - 23) ได้วิเคราะห์องค์ประกอบทางสมอง ซึ่งมีภาษาเป็นองค์ประกอบหนึ่ง ได้ขององค์ประกอบทางสมองที่สำคัญ 7 องค์ประกอบคือ

1. องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V - Factor)
องค์ประกอบนี้จะส่งผลให้รู้ถึงความสามารถด้านความเข้าใจในภาษาและการสื่อสารทั่ว ๆ ไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูง จะมีความสามารถในการอ่านเอาเรื่อง อ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของคำศัพท์ได้ดี
2. องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ (Word Fluency Factor หรือ W - Factor) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด เช่น ให้หาคำที่ขึ้นต้นด้วย "ค" มากที่สุดในเวลาจำกัด ทั้งนี้ เป็นต้น ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้มีความสามารถในการเจรจา และการประพันธ์ทั้งร้อยแก้ว และร้อยกรอง
3. องค์ประกอบด้านจำนวน (Number Factor หรือ N - Factor)
องค์ประกอบนี้จะส่งผลให้มีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ และความหมายของจำนวนและมีความแม่นยำคล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างที่ควย
4. องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space Factor หรือ S - Factor) ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้คนเข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ ได้แก่ ความสั้น ยาว ใกล้เคียง และพื้นที่ หรือทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถรู้ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่
5. องค์ประกอบด้านความจำ (Memory Factor หรือ M - Factor) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราว และมีสติระลึกจำจนสามารถถ่ายทอดได้

6. องค์ประกอบด้านการรับรู้ (Perceptual Factor หรือ P - Factor) องค์ประกอบด้านนี้ ได้แก่ ความสามารถด้านเห็นรายละเอียด ความคล้อยคลึง หรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่าง ๆ อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

7. องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor หรือ R - Factor) องค์ประกอบนี้แสดงถึงความสามารถด้านวิจารณ์ญาณ หาเหตุผล ค้นหาความสำคัญ ความสัมพันธ์และหลักการ

จากการที่ได้ศึกษาความสามารถของภาษาและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง แล้วสรุปได้ว่า ภาษาเป็นเครื่องมือหรือสื่อที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจในค่านองต่าง ๆ ได้ดีขึ้น โดยเฉพาะในด้านการศึกษา คนควา การเผยแพร่ความรู้ การสื่อสาร ตลอดจนทั้งการสร้างมโนคติ (Concept) ในการเรียนรู้ชั้นสูง

นอกจากนี้การที่ได้ศึกษาวรรณคดีที่เกี่ยวข้องในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีความเห็นว่า โจทย์ปัญหาที่กล่าวถึงแล้วนั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับภาษา ซึ่งอยู่ในรูปของข้อความหรือประโยคที่แสดงสถานการณ์หรือคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ภาษาที่ใช้ในโจทย์ปัญหามทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ผู้วิจัยขอใจคำว่า "ภาษาคณิตศาสตร์" หมายถึงสื่อที่ใช้ทำความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยข้อความ ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ หรือแผนภาพ ซึ่งโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไข หรือหาคำตอบ

จากการศึกษาครั้งนี้พบว่า การที่นักเรียนมีปัญหาในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น น่าจะมาจากสาเหตุที่นักเรียนขาดทักษะในด้านความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์ ดังที่ กมล ชื่นทองคำ (2527: 36) กล่าวว่า สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ กล่าวคือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้ และต้องการทราบอะไร ดังนั้นครูควรจะนำเอาศัพท์ต่าง ๆ ที่ต้องพบในการเรียนคณิตศาสตร์ไปสอนในชั่วโมงภาษาไทย เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ของทักษะทั้งสองนี้

ดังนั้นความสามารถทางภาษาศาสตร์ จึงเป็นสิ่งสำคัญในกระบวนการ
แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นแรกที่จะต้องอาศัยทักษะในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่ง
หมายถึงการแปลความ การตีความ และทักษะในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ
ข้อมูล ซึ่งอยู่ในขั้นที่ 2 ของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่าใน
การวัดความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์นั้น จะต้องวัดความสามารถใน 2 ทักษะ
คือ

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ภาษา ได้แก่ การแปลความ การ
ตีความ
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง กับการศึกษาความสามารถทางภาษา
คณิตศาสตร์ ทั้งในและต่างประเทศ งานวิจัยด้านความสามารถทางคณิตศาสตร์โดย
ตรงมีน้อยมาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในการอ่านการ
แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่าน กับการแก้
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์ และ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งในและต่างประเทศเพื่อเป็นพื้นฐานทาง
การวิจัย ดังนี้

บาโลว์ (Balow 1964: 18 - 22) ได้ทำการศึกษาดังความสำคัญ
ของความสามารถในการอ่าน และความสามารถในการคิดคำนวณที่มีผลต่อความ
สามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน
และการควบคุมระดับสถิติปัญญากับนักเรียน จำนวน 468 คน ผลการวิจัยพบในทำนอง
เดียวกัน คือ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะเพิ่มขึ้นถ้าความ
สามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น

จอห์นสัน (Johnson quoted in Kramer 1966: 367) ได้
ศึกษา เรื่อง ผลของการสอนคำศัพท์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โดยทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 28 ห้องเรียน แบ่งเป็น
กลุ่มทดลอง 316 คน กลุ่มควบคุม 282 คน โปรแกรมการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
ประกอบด้วยเรื่อง ทศนิยม ร้อยละ การวัดและกราฟ ใช้เวลาในการทดลอง 14
สัปดาห์ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ระยะ แต่ละระยะมีการทดสอบคำศัพท์และการแก้โจทย์ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาศัยพื้นฐานมาจากสิ่งที่สอนในระหว่างระยะเวลานั้น ๆ การ
เรียนคำศัพท์โดยมีอุปกรณ์ทำแบบฝึกหัด ซึ่งมีคำศัพท์ที่สัมพันธ์กับเรื่องที่เรียงเข้าไว้
เป็นหมวดหมู่ มีการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้ความหมายของคำศัพท์แต่ละคำ เพื่อ
ให้เห็นความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน สรุปข้อค้นพบที่สำคัญ ๆ ได้ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ช่วยสอนคำศัพท์ ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจคำศัพท์
ต่าง ๆ ได้ดีขึ้น และช่วยนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้คำศัพท์เหลา
นั้นได้ดีขึ้น

2. การที่จะให้การเรียนที่เกิดจากอุปกรณ์คงอยู่ได้นานจำเป็นต้องใช้
อยู่เสมอ และใช้อย่างมีระบบอย่างเป็นส่วนหนึ่งของวิธีการเรียนในห้องเรียน

เทรซี (Treacy 1966: 364) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะ
การอ่านที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจาก
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 244 คน แบบทดสอบที่ใช้ประกอบด้วย แบบ
ทดสอบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการอ่าน ผลการ
วิจัยพบว่า การอ่านมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของนุญราย ชูรักษา (2524: 43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์
ระหว่างความเข้าใจในการอ่าน กับ การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากร
เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 สังกัดสำนักงานการประถม
ศึกษา จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 355 คน เป็นชาย 163 คน หญิง 172 คน
เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความเข้าใจในการอ่าน และแบบทดสอบการแก้โจทย์
ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับความสามารถในการ
แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่
ระดับ 0.1 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .613

นอกจากนี้ คลาร์กสัน (Clarkson 1979: 4101) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะในการแปลความหมายในวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และศึกษาว่านักเรียนจะใช้การแปลความหมายในการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้นปีที่ 1 ที่เรียนพีชคณิต จำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่าการแปลความหมายทั้ง 3 แบบมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่าทักษะในการแปลความหมายเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มูราสกี (Muraski, 1979:4104) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 13 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งออกเป็น 5 เรื่อง ใช้เวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้น วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ผลการศึกษาปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลการวิจัยที่กล่าวมาทั้งหมด จะเห็นได้ว่า ทักษะในการอ่าน ทักษะในการแปลความหมายในวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์ดังกล่าวไว้ในข้างต้น