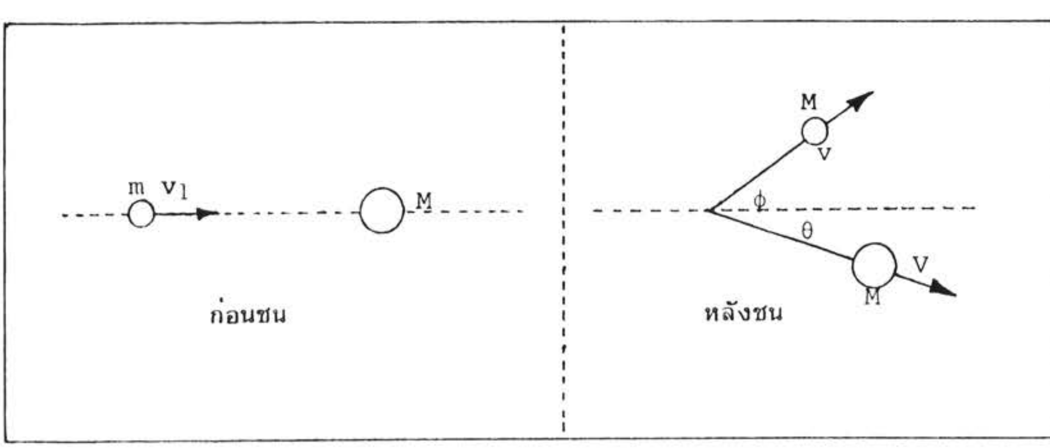
บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการทดลอง

3.1 การชนของอิเล็กตรอน (Electron collision)

การใช้อิเล็กตรอนเข้าชนกับอะตอมเป็นการให้พลังงานแก่อะตอมวิธีหนึ่ง ถ้าอิเล็กตรอนที่เข้าชนมีพลังงานสูงกว่าศักย์การเกิดไอออน ผลจะทำให้อะตอมกลายเป็นไอออนได้ในระหว่างการชนอิเล็กตรอนจะให้พลังงานจลน์แก่อิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งที่อยู่ในอะตอม หลังจากนั้นอิเล็กตรอนที่เข้าชนจะเคลื่อนที่ช้าลงและโดยทั่วๆ ไปทิศทางจะเปลี่ยนด้วย ในการชนครั้งหนึ่งๆ นั้นถ้าพลังงานภายในของอะตอมเพิ่มขึ้น การชนลักษณะนี้จะเรียกว่าการชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic collision) แต่ถ้าในระหว่างการชน พลังงานภายในอะตอมไม่เปลี่ยนแปลง ผลคือโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของการส่งผ่านอนุรักษ์ การชนกรณีนี้เรียกว่า การชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision)

กรณีง่ายๆ ที่แสดงให้เห็นว่าการชนแบบยืดหยุ่นอิเล็กตรอนมีการสูญเสียพลังงาน สมมติว่าอิเล็กตรอนก่อนชนมีมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_1 และอะตอมมีมวล M หยุดนิ่งอยู่กับที่ หลังชนอิเล็กตรอนและอะตอมมีความเร็ว v_2 และ V ทำมุม ϕ และ θ กับแนวที่เข้าชน ตามลำดับ ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงการชนของอิเล็คตรอนกับอะตอม

โดยอาศัยการอนุรักษ์โมเมนตัม (conservation of momentum) และการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy) สามารถเขียนสมการเป็น

$$mv_1 = mv_2 \cos\phi + MV\cos\theta \qquad 3.1$$

$$mv_2 \sin\phi = MV\sin\theta \qquad 3.2$$

และ

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV^2 \qquad 3.3$$

จากสมการ 3.1 , 3.2 ,และ 3.3 แสดงได้เป็น

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \cdot \frac{4M\ m\cos^2\theta}{(M+m)^2} \qquad 3.4$$

ถ้า $M >> m$ สมการ 3.4 สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \cdot \frac{4m}{M}\cos^2\theta$$

$$E_a = E_e\frac{4m}{M}\cos^2\theta \qquad 3.5$$

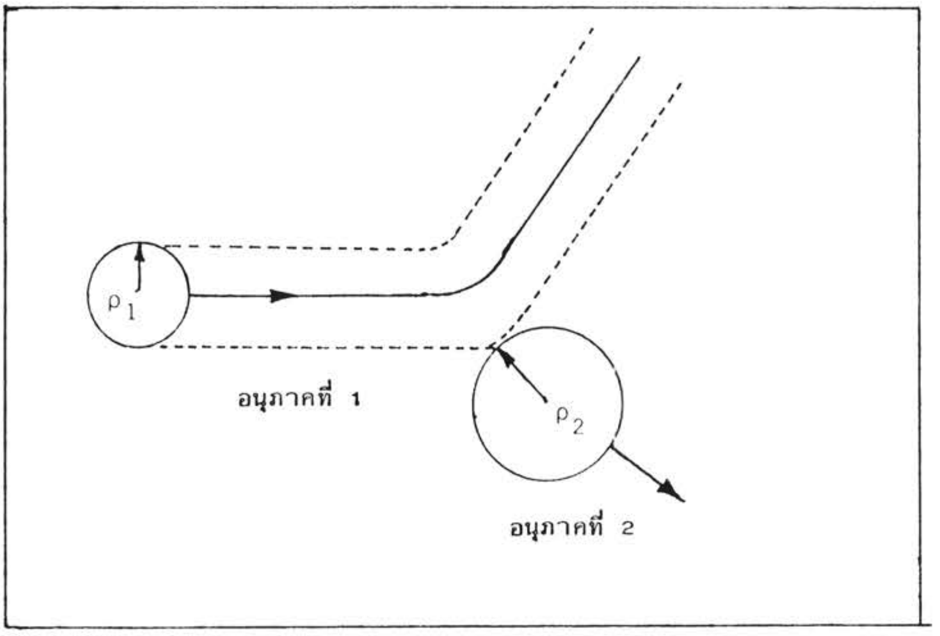
เมื่อ E_e เป็นพลังงานจลน์เริ่มต้นของอิเล็กตรอน และ E_a เป็นพลังงานจลน์ที่อะตอมได้รับในระหว่างการชน

ในการชนของอิเล็กตรอนกับอะตอมผลที่เป็นไปได้มี 3 ประการ คือ อิเล็กตรอนอาจจะทำให้อะตอมโลด (excite) อาจจะทำให้อะตอมเป็นไอออน หรืออาจจะทำให้เกิดการชนแบบยืดหยุ่น โอกาสที่จะเป็นชนิดไหนนั้นขึ้นอยู่กับความเร็วของอิเล็กตรอน ถ้าอิเล็กตรอนที่เข้าชนมีพลังงานน้อย การเกิดไอออนของอะตอมอาจจะไม่มี จะเป็นไปได้ในอีกสองกรณีเท่านั้น แต่ถ้าให้พลังงานแก่อิเล็กตรอนที่เข้าชนเพิ่มขึ้น จนกระทั่งทำให้อิเล็กตรอนในอะตอมได้รับพลังงานเท่ากับความแตกต่างของพลังงานระหว่างสถานะเริ่มต้น (initial state) กับสถานะสุดท้ายแล้วอะตอมจึงจะเป็นไอออน ดังนั้นอิเล็กตรอนที่เข้าชนจึงต้องมีพลังงานสูงกว่าศักย์การเกิดไอออนของอะตอม [4,5]

3.2 <u>ระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ย</u> (Mean free path)

ในการชนกันระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมหรือโมเลกุลนั้น สิ่งที่นับว่ามีความสำคัญอีกประการหนึ่ง คือ ระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ยระหว่างการชน

ถ้าพิจารณาถึงว่าอนุภาคมีรูปทรงคล้ายของแข็งยืดหยุ่นทรงกลม (solid elastic spheres) และการชนเป็นไปดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงการชนของอนุภาค

ให้อนุภาคที่ 1 และ 2 มีรัศมีเป็น ρ_1 และ ρ_2 ตามลำดับ ดังนั้นการชนของอนุภาคจะอยู่ภายในช่วง $\rho_1 + \rho_2$ ซึ่งนับจากจุดศูนย์กลางของมวลทั้งสอง สมมติว่าอิเล็กตรอนที่เข้าชนกับโมเลกุลของกาซเป็นจุด ดังนั้นอัตราการกระเจิง (rate of scattering) จากลำอิเล็กตรอนมีความสัมพันธ์ดังสมการ [5]

$$-\frac{dN}{dx} = kN \qquad 3.6$$

อินทิเกรตสมการ 3.6 ในช่วง N_o ถึง N กับ o ถึง x

$$\int_{N_o}^{N} \frac{dN}{N} = -k\int_{o}^{x} dx$$

$$\ell n \frac{N}{N_o} = -kx$$

$$N = N_o e^{-kx} \qquad 3.7$$

ถ้า λ เป็นระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ย ซึ่งจะกำหนดโดยสมการ

$$\lambda = \int_{o}^{N_o} \frac{xdN}{N_o} \qquad 3.8$$

จากสมการ 3.7 สามารถดิฟเฟอเรนทิเอทเป็น

$$dN = -kN_o e^{-kx} dx \qquad 3.9$$

สมการ 3.9 แทนใน 3.8 จะได้

$$\lambda = \int_{\infty}^{o} -kxe^{-kx} dx \qquad 3.10$$

สมการ 3.10 สามารถอินทีเกรดได้โดยให้ $y = kx$ ดังนั้น

$$\lambda = \frac{1}{k}\int_{o}^{\infty} y\, e^{-y} dy$$

$$= \frac{1}{k} \Gamma(2)$$

$$\lambda = \frac{1}{k} \qquad 3.11$$

k เป็นค่าคงที่ (proportionality constant) เป็นพารามิเตอร์ (parameter) ของกาซที่ใช้เป็นเป้าซึ่งดูได้จากสมการ 3.6 คือ

$$k = -\frac{dN}{Ndx} \qquad 3.12$$

ค่าคงที่ k จะอยู่ในรูปที่เป็นสัดส่วนกับพื้นที่ตัดขวาง (cross-sectional area) โดยที่พื้นที่หน้าตัดขวางของการเข้าชนเป็น $\pi(\rho_1 + \rho_2)^2$ ถ้า N เป็นจำนวนโมเลกุลในปริมาตร V โดยสอดคล้องกับสมการ 3.12

$$k = \pi(\rho_1 + \rho_2)^2 \frac{N}{V} \qquad 3.13$$

สมการ 3.13 แทนใน 3.11

$$\lambda = \frac{V}{\pi(\rho_1 + \rho_2)^2 N} \qquad 3.14$$

ค่า λ ในสมการ 3.14 มากเกินไปเพราะว่าการชนเกิดขึ้นหลายๆ ครั้ง เพื่อให้ค่าในสมการ 3.14 ถูกต้องจะอาศัยการแจกแจงความเร็วของแมกสเวลโบลต์ซมานน์แก้ได้เป็น

$$\lambda = \frac{V}{\pi(\rho_1 + \rho_2)^2 N(2)^{1/2}} \qquad 3.15$$

สำหรับกาซในอุดมคติ (ideal gas) จะแทน $V = \frac{NKT}{P}$ ในสมการ 3.15

$$\lambda = \frac{KT}{\pi(\rho_1 + \rho_2)^2 P(2)^{1/2}} \qquad 3.16$$

เมื่อ T เป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์

P เป็นความดันของกาซ

K เป็นค่าคงที่ของโบลต์ซมานน์

3.3 การเกิดไอออนบวก

รูปแบบดั้งเดิมของการเกิดไอออนจะต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนเข้าชนโมเลกุลหรือเป้าที่เป็นกลาง การชนของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกับอิเล็กตรอนที่หมุนอยู่รอบๆ นิวเคลียสอาจจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากวงโคจรได้ ดังนั้นจะเกิดมีโมเลกุล หรืออะตอมที่มีประจุเป็นบวก ที่เรียกว่า ไอออนบวก แต่ถ้าโมเลกุลที่เป็นกลางดูดกลืนอิเล็กตรอนที่ชน ดังนั้นไอออนลบก็จะเกิดขึ้น สำหรับการเกิดไอออนบวกปกติจะแทนโดยความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$AB + e^- = AB^+ + 2e^- \qquad 3.17$$

ที่ความดันต่ำๆ อัตราการเกิดไอออนบวกต่อหนึ่งหน่วยความยาวกำหนดโดยความสัมพันธ์

$$\frac{d}{dt}(AB^+) = k(AB)(N_e)$$

N_e = เป็นจำนวนอิเล็กตรอน

k = เป็นค่าคงที่

AB = เป็นโมเลกุล หรือเป้าที่เป็นกลาง

ปกติถ้าความดันของ (AB) และกระแสอิเล็กตรอนคงที่แล้ว ความเข้มของไอออนจะคงที่โดยสอดคล้องกับสมการ 3.18 อัตราการเกิดไอออนเป็นฟังชันเชิงเส้น (linear function) ทั้งความดันและความเข้มของอิเล็กตรอน [5]

3.4 จำนวนไอออนที่เกิดขึ้นจากการชนของอิเล็กตรอน

ถ้าลำอิเล็กตรอนที่มีความเข้ม I_o ผ่านเข้าไปในกาซที่มีความหนาแน่น N_o เป็นระยะทาง x เมื่ออิเล็กตรอนชนกับโมเลกุลของกาซแล้ว ผลทำให้ความเข้มของอิเล็กตรอนลดลง ทั้งนี้เนื่องจากปฏิกิริยาการเกิดไอออน (ionization reacticns) การลดความเข้มของอิเล็กตรอนเป็นไปโดยสมการ

$$-dI = \sigma_+ N_o I_o \, dx \qquad 3.19$$

σ_+ คือ ภาคตัดขวาง (cross section) สำหรับการเกิดไอออนบวก
ถ้า σ_+ ไม่เป็นฟังชั่นของระยะทาง สมการ 3.19 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dI}{I} = -\sigma_+ N_o \, dx \qquad 3.20$$

อินทิเกรตสมการ 3.20 จะได้

$$\int_{I_o}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_{o}^{x} \sigma_+ N_o \, dx$$

$$I = I_o e^{-\sigma_+ N_o x} \qquad 3.21$$

ในการเกิดไอออนอิเล็กตรอนจะสูญหายไป เพื่อทำให้เกิดไอออนลบซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$I_o - I \equiv N^- \qquad 3.22$$

เมื่อ N^- เป็นจำนวนไอออนลบที่เกิดขึ้น

การทำให้เกิดไอออนลบย่อมหมายถึง การทำให้เกิดไอออนบวกด้วยโดยอาศัยความจริงนี้ จากสมการ 3.21 และ 3.22 จะได้

$$N^+ = I_o - I_c e^{-\sigma_+ N_o x}$$

$$= I_o(1 - e^{-\sigma_+ N_o x}) \qquad 3.23$$

เมื่อ N^+ เป็นจำนวนไอออนบวกที่เกิดขึ้น
กระจาย $e^{-\sigma_+ N_o x}$ โดยให้ $Z = \sigma_+ N_o x$

ดังนั้น $$e^{-Z} = 1 - Z + \frac{Z^2}{2!} - \frac{Z^3}{3!} + \ldots \qquad 3.24$$

ที่มีความดันต่ำๆ และระยะทางน้อยๆ จากการประมาณสมการ 3.24 จะได้

$$e^{-\sigma_+ N_o x} = 1 - \sigma_+ N_o x \qquad 3.25$$

สมการ 3.25 แทนใน 3.23 ได้

$$N^{+} = I_o(1 - (1 - \sigma_+ N_o x))$$

$$N^{+} = I_o \sigma_+ N_o x$$

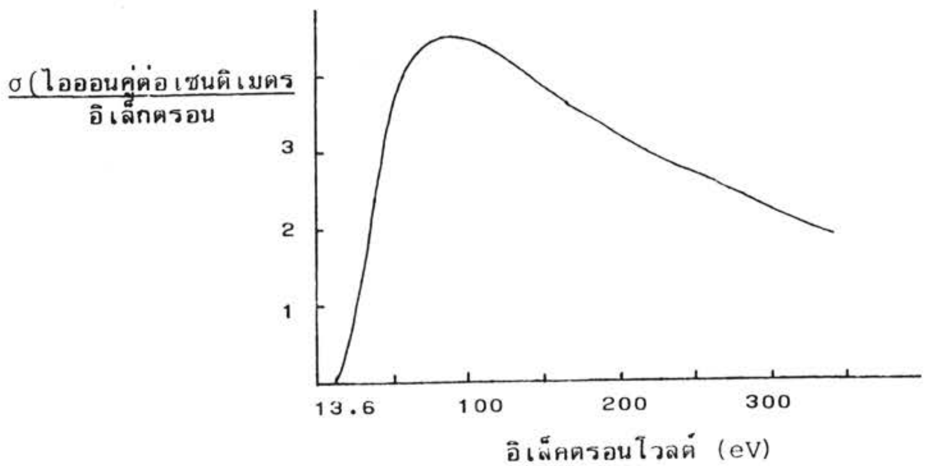
หรือ $$N^{+} = \sigma_+ N_o N_e x \qquad 3.26$$

เมื่อแทน I_o ด้วยจำนวนอิเล็กตรอน N_e ที่ผ่านเข้าในบริเวณการเกิดไอออนจะเห็นว่าสมการ 3.26 สามารถหาจำนวนไอออนบวกที่เกิดในแหล่งกำเนิดไอออนโดยใช้อิเล็กตรอนชนได้ [4,5]

3.5 คุณสมบัติของการดิสชาร์จกาซ (Properties of a gaseous discharge)

การไอออไนซ์ในแหล่งกำเนิดไอออนทุกชนิดเกิดขึ้นจากอิเล็กตรอนกระทบกับโมเลกุลหรืออะตอมของกาซ ดังนั้นความต้องการทั่วไปก็คือ แหล่งกำเนิดของอิเล็กตรอนบริเวณเล็กๆ ที่มีความดันของกาซสูงซึ่งแยกจากหลอดการเร่ง สนามไฟฟ้าเพื่อเร่งอิเล็กตรอนและการปฏิบัติการดิสชาร์จ กลวิธีบางประการสำหรับทำการดิสชาร์จมารวมไว้แห่งเดียวกันและดึงไอออนบวกออกเป็นลำขนาน โดยปกติแล้วบริเวณการดิสชาร์จจะแยกจากหลอดการเร่งโดยมีไดอะแฟร็ม ซึ่งมีรูเล็กและระหว่างไดอะแฟร็มกับหลอดการเร่งจะมีการสูบสูญญากาศที่แตกต่างกัน เพื่อดึงเอากาซออก พารามิเตอร์ของเครื่องกำเนิดไอออนที่สามารถเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้คือ การปลดปล่อยของอิเล็กตรอน ความดันกาซ ศักย์ที่ใช้ในการดิสชาร์จ สนามแม่เหล็ก ขนาดของรูทางออก คุณสมบัติทางรูปทรงและผิวของขั้วไฟฟ้า รูปร่างทั่วไปและมิติของแชมเบอร์ (chamber) ที่ล้อมรอบการดิสชาร์จ

การไอออไนซ์เกิดขึ้นในกาซเมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงานเท่ากันหรือมากกว่าศักย์การเกิดไอออนของกาซ เช่น ศักย์ของการเกิดไอออนของโมเลกุลไฮโดรเจน (H_2) ให้เป็นไอออนโมเลกุล (H_2^+) เท่ากับ 15.6 โวลต์ ศักย์การเกิดไอออนของอะตอมไฮโดรเจน (H) ให้เป็นไอออนอะตอม (H^+) เท่ากับ 13.6 โวลต์ ความน่าจะเป็นในการไอออไนซ์จะมากขึ้นเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมากขึ้น สำหรับกาซไฮโดรเจนจะมีการไอออไนซ์มากที่สุดเมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงาน 75 อิเล็กตรอนโวลต์ ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงประสิทธิภาพของการเกิดไอออนของกาซไฮโดรเจนที่ความดัน 1 มิลลิเมตรปรอท อุณหภูมิ 0 องศาเซนติเกรด

อิเล็กตรอนจะชนอะตอมหรือโมเลกุลในกาซ พลังงานเฉลี่ยขึ้นกับพลังงานที่หาจากระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ยระหว่างการชนและการแปรผกผันกับความดัน สำหรับไฮโดรเจนนั้นตามปกติแล้วศักย์ที่ให้ในการดิสชาร์จนั้นมีค่ามากกว่า 75 โวลต์ และขึ้นกับความดันด้วย

ถ้าหากว่ามีอิเล็กตรอนจำนวน N ตัว เดินทางผ่านกาซเป็นระยะทาง x ใน 1 วินาทีจากคาโธด และมีอิเล็กตรอนจำนวนใหม่ dN ตัว ถูกปล่อยเดินทางผ่านกาซเป็นระยะทาง dx ใน 1 วินาที มาทำการไอออไนซ์กาซ จะได้ dN แปรผันกับจำนวนอิเล็กตรอน N และระยะทาง dx ดังสมการ

$$dN = \alpha N dx \qquad 3.27$$

α เป็นค่าคงที่ของการแปรผันเรียกว่า สัมประสิทธิ์ทาวน์เซนต์ตัวที่หนึ่ง (first - Townsend coefficient) เมื่ออินทิเกรตสมการที่ 3.27 จะได้

$$N = N_o e^{\alpha x} \qquad 3.28$$

เมื่อ N_o เป็นจำนวนของอิเล็กตรอนที่ปล่อยจากคาโธด (x = 0) ใน 1 วินาที

จากสมการที่ 3.28 สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของความหนาแน่นกระแส (I) ในกาซและความหนาแน่นกระแส (I_o) ที่แผ่ออกมา

$$\frac{I}{I_o} = e^{\alpha x} \qquad 3.29$$

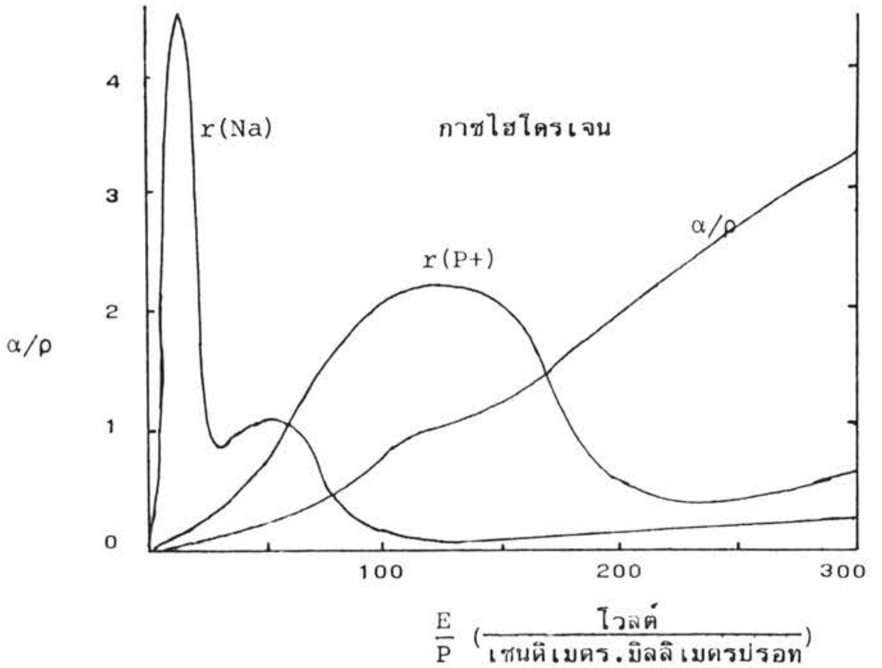
อัตราส่วน $\frac{I}{I_o}$ นี้เรียกว่า ตัวประกอบการคูณของกาซ (gas multiplication factor) ในสนามที่ไม่เป็นสม่ำเสมอ เช่น อาจจะเกิดในแหล่งกำเนิดที่มีรูปทางเรขาคณิตที่ไม่เป็นระนาบ สนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่งจะไม่เท่ากับที่จุดหนึ่ง ในเมื่อ α เป็นฟังค์ชั่นของสนาม ดังนั้นการคำนวณแก้จึงต้องมีการรวมของการแปรเปลี่ยน α ซึ่งอธิบายโดยความสัมพันธ์

$$\frac{I}{I_o} = e^{\int_o^{\alpha} \alpha dx}$$

ค่าสัมประสิทธิ์ทาวน์เซนด์ตัวที่หนึ่งจะขึ้นกับความดัน และพลังงานของอิเล็กตรอนขณะการชนพลังงานนี้ขึ้นกับระยะทางการเคลื่อนที่เฉลี่ย (mean free path) และขึ้นกับความเข้มสนามไฟฟ้า E ดังนั้น α แปรผันกับความดันและฟังค์ชั่นของ E/p ดังสมการ

$$\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right) \qquad 3.30$$

ค่าของฟังค์ชั่นนี้ โดยหลักการแล้วคำนวณได้จากกราฟความน่าจะเป็นในการไอออไนซ์ ดังรูปที่ 3.3 อย่างไรก็ตาม โดยปกติแล้วหาได้โดยตรงจากการสังเกตุจากการทดลอง สำหรับกาซไฮโดรเจนค่า $\frac{\alpha}{p}$ ซึ่งเป็นฟังค์ชั่นของ $\frac{E}{p}$ แสดงไว้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงสัมประสิทธิ์ของการไอออไนซ์โดยอิเล็กตรอนและไอออนบวกในกาซไฮโดรเจน ซึ่งเป็นฟังค์ชั่นของ $\frac{E}{p}$ (โวลต์/เซนติเมตร มิลลิเมตรปรอท) สัมประสิทธิ์อิเล็กตรอน $\frac{\alpha}{p}$ มีหน่วยเป็นไอออนคู่ต่อเซนติเมตรที่ความดัน 1 มิลลิเมตรปรอท และอุณหภูมิ 0 องศาเซนติเกรด สัมประสิทธิ์ไอออนบวก γ คือ จำนวนของการสร้างอิเล็กตรอนทุติยภูมิที่คาโธดต่อไอออนบวกในการดิสชาร์จ

นอกจากการไอออไนซ์กาซโดยตรง ยังมีปรากฏการณ์อันอื่นที่สำคัญมากเช่น การเกิดอิเล็กตรอนทุติยภูมิเนื่องจากไอออนบวกชนคาโธด การสร้างโฟตอนในกาซโดยไอออนบวกทำให้โมเลกุลอยู่ในสถานะโลด (exited state) แล้วกลับสู่สถานะปกติโดยปล่อยพลังงานโฟตอน โฟตอนเหล่านี้เมื่อชนคาโธดจะทำให้เกิดอิเล็กตรอนทุติยภูมิขึ้นด้วย จากผลเหล่านี้ทั้งหมดเขียนรวมเป็นสัมประสิทธิ์ γ ซึ่งก็คือ สัมประสิทธิ์ทาวน์เซนด์ตัวที่สอง (second Townsend coefficient) และหมายถึงจำนวนของอิเล็กตรอนทุติยภูมิต่อไอออนบวก ดังนั้นเมื่อรวมผลเหล่านี้ สมการความหนาแน่นกระแสสามารถเขียนอยู่ในเทอมของสัมประสิทธิ์ทาวน์เซนด์ทั้ง 2 ตัว คือ

$$\frac{I}{I_o} = \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)} \tag{3.31}$$

เมื่อ d คือ ระยะขั้วไฟฟ้า

จากสมการที่ 3.31 นี้ เมื่อ $\gamma = 0$ จะกลับไปเป็นสมการที่ 3.29 แต่หากค่า γ ไม่เป็นศูนย์และหาค่าที่ทำให้ส่วนของสมการที่ 3.31 เป็นศูนย์ได้ อธิบายได้ว่าการไอออไนซ์ค่อยๆ เพิ่มขึ้นหรือเกิดแตกตัวสะสม (cumulative breakdown) เมื่อส่วนของสมการเป็นศูนย์จะได้

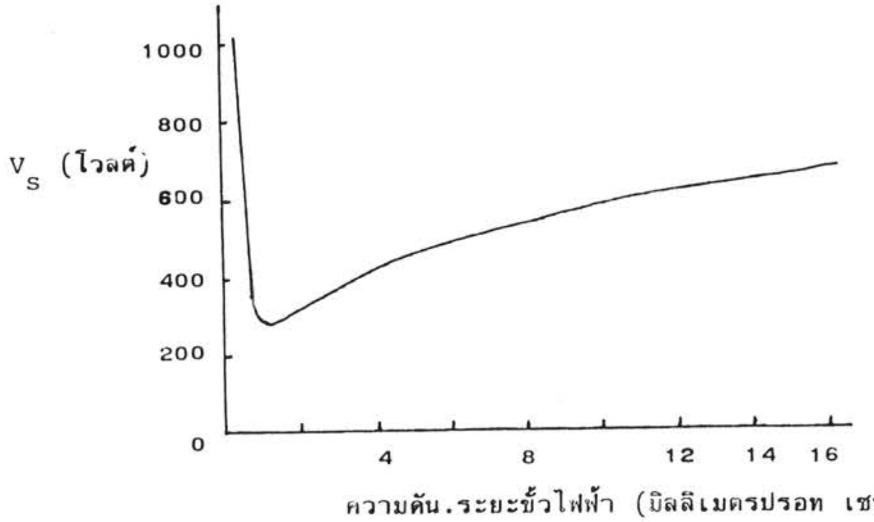
$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1 \tag{3.32}$$

ค่าของสัมประสิทธิ์อิเล็คตรอนทุติยภูมิ γ ที่วัดโดยการทดลองสำหรับไอออนบวกทำกันมากสำหรับกาซและคาโธดหลายชนิด โดยปกติค่านี้เป็นฟังค์ชั่นของ $\frac{E}{p}$ รูปที่ 3.4 แสดงกราฟค่า γ สำหรับผิวคาโธดที่ทำด้วย Na และ Pt ในกาซไฮโดรเจน

โดยการใช้เงื่อนไขที่เบรคดาวน์ (breakdown) พบว่าปริมาณ $e^{\alpha d}$ มีค่ามากกว่าหนึ่งมากๆ ดังนั้นสมการที่ 3.32 สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\gamma e^{\alpha d} = 1 \tag{3.33}$$

การใช้ค่า $\frac{\alpha}{p}$ และ γ เป็นฟังค์ชั่นของ $\frac{E}{p}$ (รูปที่ 3.4) ทำให้สามารถคำนวณสนามไฟฟ้าที่ทำให้เกิดการเบรคดาวน์ (breakdown) ภายใต้เงื่อนไขต่างๆ ได้ ตัวอย่าง เฮล (Hale) ใช้คาโธด Ni อยู่ในกาซไฮโดรเจนเพื่อคำนวณค่าเบรคดาวน์ (breakdown) หรือศักย์สปาร์คกิง (sparking potential) ซึ่งเป็นฟังค์ชั่นของ Pd (ความดันคูณกับระยะขั้วไฟฟ้า) และเปรียบเทียบค่าที่คำนวณนี้กับการวัดสปาร์คกิงโวลเตจ การวัดและค่าที่คำนวณได้เป็นที่ยอมรับกันอย่างดี รูปที่ 3.5 แสดงกราฟของศักย์สปาร์คกิง (sparking potential) ซึ่งเขียนโดยเฮล

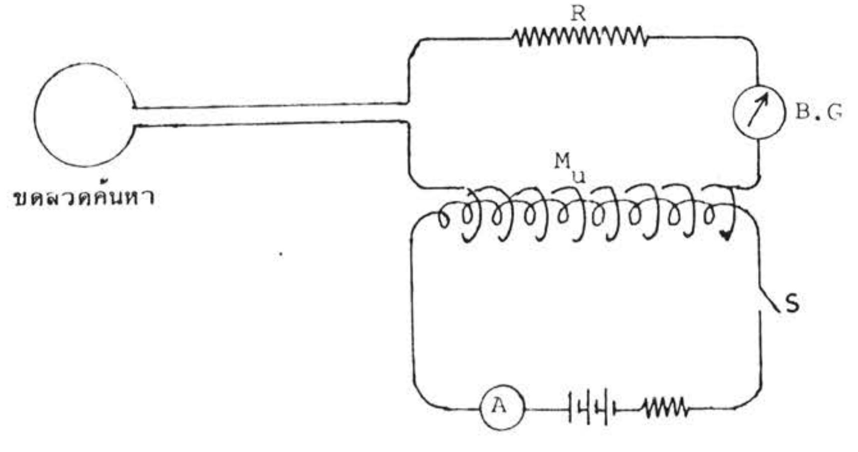


รูปที่ 3.5 แสดงกราฟศักย์สปาร์คกิงสำหรับคาโธดนิเกิลในกาซไฮโดรเจน

จากรูปที่ 3.5 จะเห็นว่ามันจะมีค่าต่ำสุดประมาณ 230 โวลต์ ที่ความดัน 1 มิลลิเมตร-ปรอท โดยใช้ขั้วไฟฟ้าที่ห่างกัน 1 เซนติเมตร ความยาวของแหล่งกำเนิดไอออนมีช่วงอยู่ระหว่าง 1 ถึง 10 เซนติเมตร ดังนั้นสามารถที่จะคาดได้ว่ากาซไฮโดรเจนเบรคดาวน์ที่โวลต์ต่ำสุดนั้นจะต้องใช้ความดันระหว่าง 0.1 ถึง 1 มิลลิเมตรของปรอท [2]

3.6 <u>การวัดสนามแม่เหล็ก</u>

ในการวัดอาศัยขดลวดค้นหา (search coil) ตัดกับสนามแม่เหล็ก แล้วคำนวณค่าสนามแม่เหล็กโดยอาศัยวงจรในรูปที่ 3.6[5]



รูปที่ 3.6 แสดงวงจรการวัดสนามแม่เหล็กโดยขดลวดค้นหา

จากรูปที่ 3.6 ขดลวดค้นหามีพื้นที่หน้าตัดเป็น A มีจำนวนรอบเป็น N ต่ออนุกรมกับบัลลิสติก กัลวานอมิเตอร์ (ballistic galvanometer) ความต้านทาน R และความเหนี่ยวนำร่วมมาตรฐาน (standard mutual inductance) M_u ถ้าขดลวดมีระนาบตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กที่มีความหนาแน่นฟลักซ์ B และดึงออกจากสนามแม่เหล็กอย่างรวดเร็วในช่วงเวลา Δt ดังนั้นจะมีกระแสไหลผ่านกัลวานอมิเตอร์ และประจุรวม Q ที่ไหลผ่านวงจรจะคำนวณได้ดังนี้

$$Q = \int_0^{\Delta t} I\,dt$$

$$= \int_0^{\Delta t} \frac{E\,dt}{R}$$

$$= \frac{1}{R}\int_0^{\Delta t} \left(\frac{dN\phi}{dt}\right) dt$$

$$= \frac{\Delta N\phi}{R} \qquad 3.34$$

เมื่อ ϕ เป็นฟลักซ์แม่เหล็ก

จากกฎของเกาส์ (Gauss's law) สำหรับฟลักซ์แม่เหล็กจะได้

$$\Delta N\phi = NAB \qquad 3.35$$

จากสมการ 3.34 และสมการ 3.35 จะได้

$$Q = \frac{NAB}{R} \qquad 3.36$$

ในการที่ประจุ Q ผ่านกัลวานอมิเตอร์ ทำให้กัลวานอมิเตอร์เบี่ยงเบนไป θ ดังนั้นจะได้

$$Q = K\theta \qquad 3.37$$

เมื่อ K เป็นค่าคงที่ของกัลวานอมิเตอร์

จากสมการ 3.36 และ 3.37 จะได้

$$B = \frac{KR\theta}{NA} \qquad 3.38$$

การหาค่า k ทำได้โดยให้ขดลวดตั้งอยู่กับที่ ผ่านกระแส I_p ในวงจรขดลวดปฐมภูมิของตัวเหนี่ยวนำรวม ดังนั้นจะมีฟลักซ์ลิงเกจ (flux linkage) ในขดลวดทุติยภูมิถ้าตัดกระแส I_p อย่างรวดเร็วจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ในขดลวดทุติยภูมิ และเกิดมีประจุ Q' ไหลผ่านบัลลิสติก กัลวานอมิเตอร์ และทำให้เบี่ยงเบนไป θ' ดังนั้นจะได้

$$Q' = \frac{\Delta N\phi}{R}$$

$$K\theta' = \frac{M_u I_p}{R} \qquad 3.39$$

ดังนั้นจากสมการที่ 3.38 และ 3.39 โดยการกำจัด K ได้

$$B = \frac{\theta M I_p}{\theta' NA} \qquad 3.40$$

เมื่อ B เป็นความเข้มสนามแม่เหล็ก (เทสลา)

M เป็นค่าความเหนี่ยวนำร่วม (เฮนรี่)

N เป็นจำนวนรอบของขดลวดค้นหา (รอบ)

A เป็นพื้นที่หน้าตัดขวางของขดลวดค้นหา (ตารางเมตร)

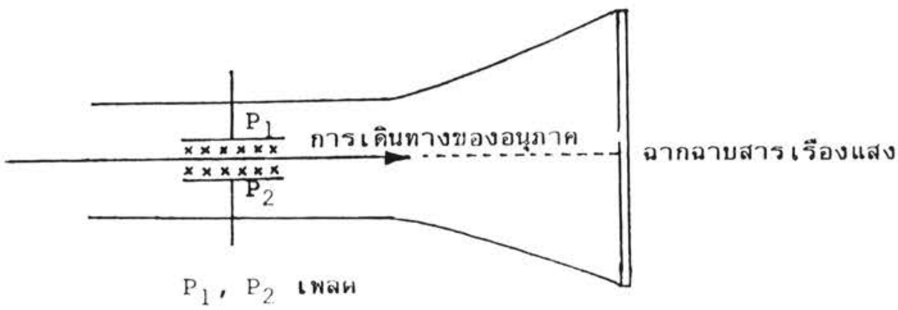
θ เป็นการเบี่ยงเบนของบัลลิสติก กัลวานอมิเตอร์ เมื่อดึงขดลวดค้นหาออกจากสนามแม่เหล็ก (เมตร)

θ' เป็นการเบี่ยงเบนของบัลลิสติก กัลวานอมิเตอร์ เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าในขดลวดปฐมภูมิ (เมตร)

I_p เป็นกระแสไฟฟ้าที่ผ่านในขดลวดปฐมภูมิ (แอมแปร์)

3.7 การวัดประจุต่อมวลของไอออนบวก (The measurement of q/m for ions)

การวัดประจุต่อมวลจะต้องสร้างเพลต (plate) ขนานกันคู่หนึ่งเพื่อให้เกิดสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับทางเดินของอนุภาค เพื่อให้ศักย์ไฟฟ้าใช้แม่เหล็กถาวรขนานกันเพื่อให้เกิดสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับสนามไฟฟ้าและทางเดินของอนุภาค และมีฉากฉาบสารเรืองแสง ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 แสดงเครื่องมือวัดประจุต่อมวลของอนุภาค

การหาค่าประจุต่อมวลทำได้โดยการทดลอง 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเมื่อลำอนุภาคมากระทบฉากทำให้เกิดจุดบนฉากที่ตำแหน่งหนึ่งๆ จากนั้นใช้สนามแม่เหล็กที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบกระดาษเบนจุดนี้ไประยะหนึ่ง ซึ่งแรงที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก H กระทำบนอนุภาคที่มีประจุ q เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v มีค่าเท่ากับ qVH และปรับสนามไฟฟ้าเพื่อให้เกิดเส้นแรงในแนวทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็ก ผลักจุดที่เบนไปนี้กับไปยังตำแหน่งเริ่มต้น ซึ่งแรงที่เกิดจากสนามไฟฟ้า E กระทำบนอนุภาคที่มีประจุq มีค่าเท่ากับ qE ดังนั้นจะได้ว่าแรงที่เกิดจากสนามแม่เหล็กเท่ากับแรงที่เกิดจากสนามไฟฟ้า

$$qvH = qE$$

$$v = \frac{E}{H} \qquad 3.41$$

ค่าสนามไฟฟ้า E หาได้จากความต่างศักย์ระหว่างเพลตหารด้วยระยะห่างระหว่างเพลต p_1 และ p_2 ดังสมการ

$$E = \frac{V}{d} \qquad 3.42$$

ค่าสนามแม่เหล็กนี้วัดได้โดยตรงจากขดลวดค้นหา (search coil) และใช้สมการที่ 3.40

จากสมการที่ 3.41, 3.42 ทำให้สามารถหาความเร็วของอนุภาคได้

การทดลองขั้นตอนที่ 2 ใช้สนามแม่เหล็กที่ทราบค่าแล้วจากการวัดด้วยขดลวดค้นหาเบน จุดบนฉากไป ขณะอนุภาคเดินทางผ่านสนามแม่เหล็กจะถูกแรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กทำให้อนุภาคเดินทางเป็นส่วนของวงกลมรัศมี r ดังนั้นจะได้

$$qvH = \frac{mv^2}{r} \qquad 3.43$$

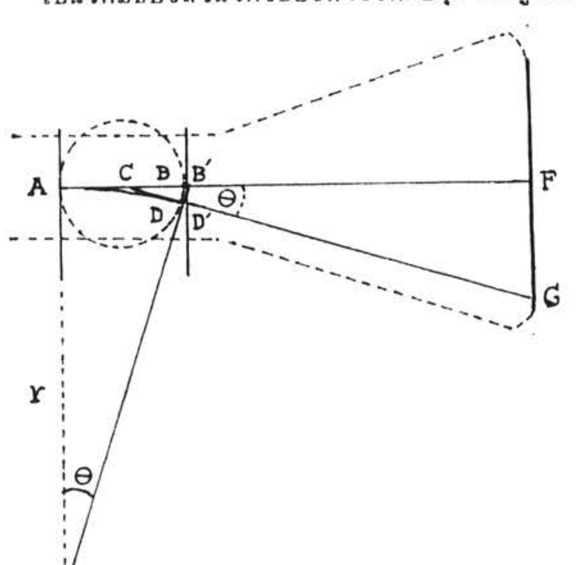
$$\frac{q}{m} = \frac{v}{rH} \qquad 3.44$$

จากรูปที่ 3.8 ให้ c เป็นจุดศูนย์กลางของเพลต

ABF คือทางเดินของอนุภาคที่ไม่ได้เบี่ยงเบน

ADD′G คือทางเดินของอนุภาคที่ถูกเบนด้วยสนามแม่เหล็ก

AE เป็นรัศมีของส่วนโค้งของทางเดินอนุภาคที่ถูกสนามแม่เหล็กเบน



รูปที่ 3.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างรัศมี r กับโครงสร้างของเครื่องมือ

มุม AED มีค่าเท่ากับ θ จาก ED ไปตัดเส้น AF ที่จุด B' ดังนั้นค่าของ θ ระยะ BB' และ DD' มีค่าน้อยมาก มุม FCD คือ θ ด้วย ดังนั้นโดยประมาณแล้วเส้น $CDD'G$ เป็นเส้นตรง จะได้

$$\text{Tan}\ \theta = \frac{AB'}{r} = \frac{FG}{CF}$$

$$r = \frac{AB' \times CF}{FG} \qquad 3.45$$

เมื่อ AB' มีค่าใกล้เคียงกับความกว้างของเพลต

CF เป็นระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของเพลตไปยังฉาก

FG คือระยะที่จุดเบนไปจากตำแหน่งเริ่มต้น

จากสมการที่ 3.44 และ 3.45 จะหาค่าประจุต่อมวลของไอออนได้ [6]

3.8 การคำนวณค่าความผิดพลาดที่น่าจะเป็น (Probable error)

ในการคำนวณค่าประจุต่อมวลจากสมการที่ 3.44 เนื่องจากในการวัดค่า v, r และ H ย่อมมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ผลจึงทำให้การคำนวณหาค่า $\frac{q}{m}$ เกิดความคลาดเคลื่อน [7]

ถ้า $\Delta\frac{q}{m}$ เป็นความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณหาค่าประจุต่อมวลของไอออน $\Delta\frac{q}{m}$ อาจหาได้โดยอาศัยสมการ 3.44 จากสมการที่ 3.44

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{rH} \qquad 3.44$$

จากสมการ 3.44 จะเห็นว่า $\frac{q}{m}$ เป็นฟังค์ชั่นของ v, r และ H ดังนั้น

$$\Delta\frac{q}{m} = \frac{\partial q/m}{\partial v}\Delta v + \frac{\partial q/m}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial q/m}{\partial H}\Delta H \qquad 3.46$$

เนื่องจากในการหาค่าความคลาดเคลื่อนนั้นจะมีทั้งที่เป็นเครื่องหมายบวกและลบ เพื่อตัดปัญหาด้านเครื่องหมายจะทำการยกกำลังสอง ดังนั้นจากสมการ 3.46 จะได้

$$(\Delta\frac{q}{m})^2 = (\frac{\partial q/m}{\partial v})^2(\Delta v)^2 + (\frac{\partial q/m}{\partial r})^2(\Delta r)^2 + (\frac{\partial q/m}{\partial H})^2(\Delta H)^2 \qquad 3.47$$

ค่า $\frac{\partial q/m}{\partial v}$, $\frac{\partial q/m}{\partial r}$ และ $\frac{\partial q/m}{\partial H}$ หาได้จากสมการ 3.44 คือ

$$\frac{\partial q/m}{\partial v} = \frac{1}{rH} \quad 3.48$$

$$\frac{\partial q/m}{\partial r} = \frac{-v}{r^2H} \quad 3.49$$

$$\frac{\partial q/m}{\partial H} = \frac{-v}{rH^2} \quad 3.50$$

สมการ 3.48, 3.49 และ 3.50 แทนในสมการที่ 3.47 แล้วหารด้วยสมการที่ 3.44 ยกกำลังสองจะได้

$$\left(\frac{\Delta q/m}{q/m}\right)^2 = \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 \quad 3.51$$

เมื่อ ΔH คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของสนามแม่เหล็ก

Δr คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของรัศมีความโค้งของแนวการเคลื่อนที่ของไอออน

Δv คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของความเร็วของอนุภาค

ค่า $\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2$ และ $\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2$ คำนวณหาได้จากสูตร 3.40 และ 3.41 โดยทำนองเดียวกับสมการที่ 3.51 โดยค่า $\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2$ เมื่อคำนวณหาจากสูตร 3.40 แล้วจะได้

$$\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 = \left(\frac{\Delta M_u}{M_u}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_p}{I_p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{\theta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta'}{\theta'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta NA}{NA}\right)^2 \quad 3.52$$

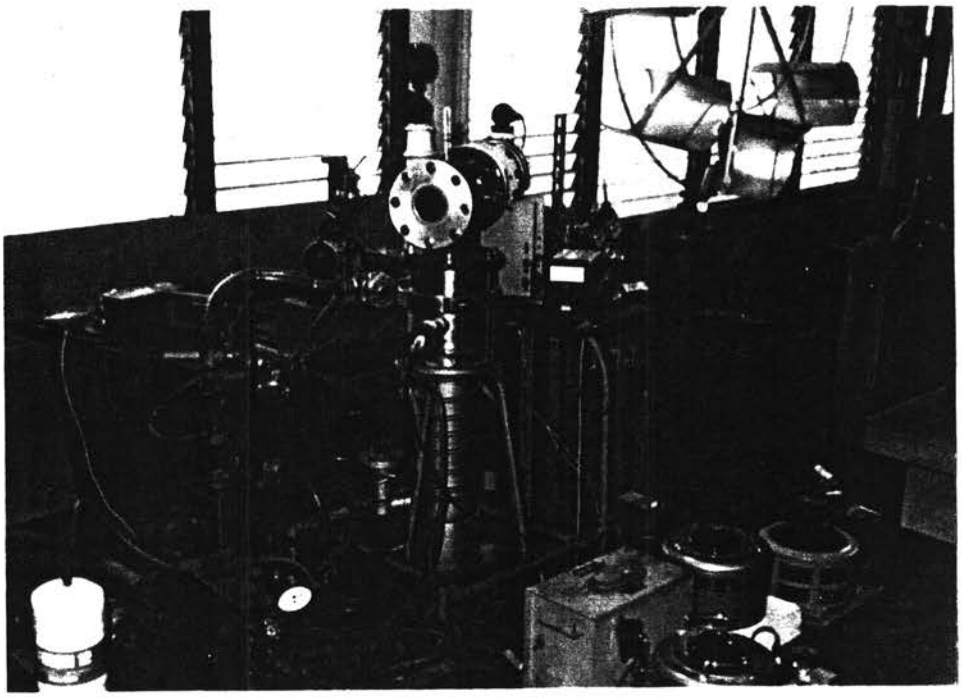
เมื่อ ΔM_u คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของ M_u

$\Delta \theta$ คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของ θ

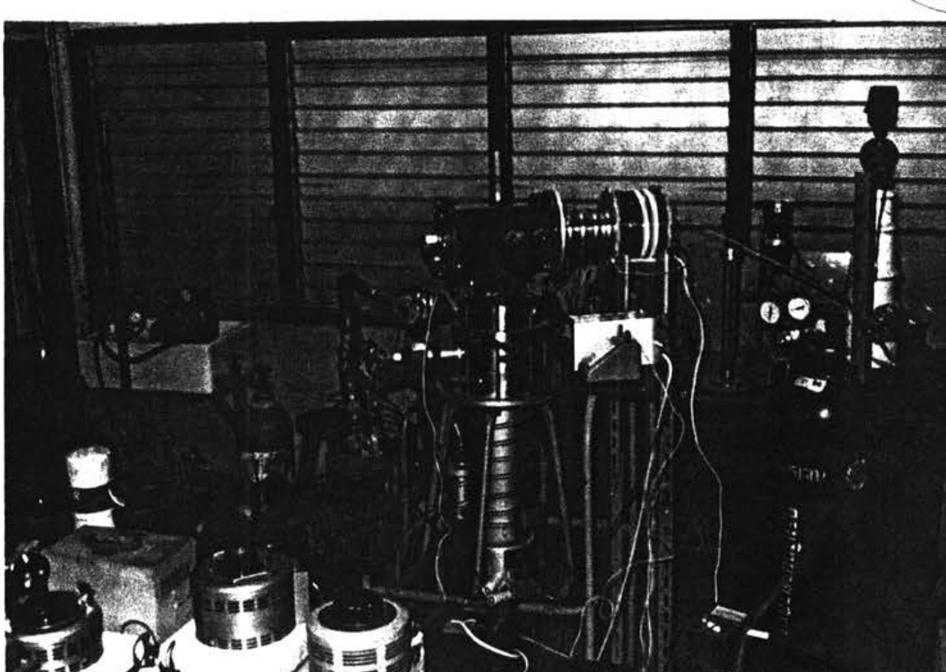
$\Delta \theta$ คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของ θ

ΔI_p คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของ I_p

ΔNA คือความผิดพลาดที่น่าจะเป็นของ NA



รูปแสดงส่วนประกอบของเครื่องมือมองด้านหน้าเฉียง



รูปแสดงส่วนประกอบของเครื่องมือมองด้านข้าง