# บทที่ 3

# หลักการพื้นฐานฟัซซีลอจิก

## 3.1 กล่าวนำ

ทฤษฎีเซตแบบเดิม ( crisp set ) สามารถบอกได้ว่าสิ่งๆหนึ่งจะเป็นสมาชิกหรือไม่เป็นสมาชิกในเซตที่กำหนดขึ้น การกำหนดเฉพาะลงไปเลยด้วยค่าสองค่านี้ ( 0 : 1, ใช่ : ไม่ใช่, ขาว : ดำ ) จะแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนได้ดี แต่เมื่อปัญหาซับซ้อนขึ้นอาจจะเกี่ยวข้องกับความเป็นจริง ธรรมชาติ หรือความรู้สึกนึกคิดของมนุษย์แล้ว คำว่าใช่หรือไม่ใช่ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ดีนัก เนื่องจากปัญหาจะเป็นลักษณะคลุมเคลือ ดังเช่นคำต่อไปนี้ มากกว่า น้อยกว่า ค่อนข้าง เป็นต้น

ทฤษฎีฟัซซีเซตได้นำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งได้พัฒนาในปี 1965 โดย Lotfi Zadeh แห่ง University of California Berkley

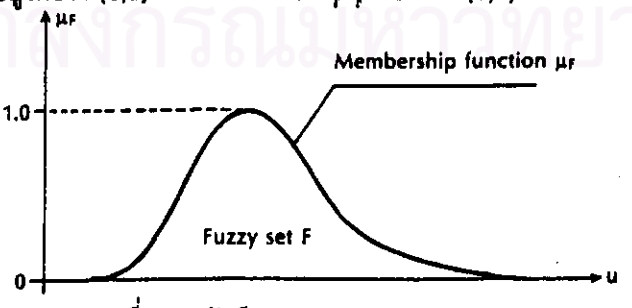
## 3.2 ทฤษฎีฟัซซีเซต

### 3.2.1 แนะนำ

**ฟัซซีเซต**

ให้ U ประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดที่แสดงได้ดังนี้ { u } จะเรียก U ว่า Universe of discourse ซึ่งมี u เป็นสมาชิกของ U

ให้ F เป็นฟัซซีเซตใน U และมีคุณลักษณะตามฟังก์ชันที่กำหนดให้ ( $\mu_F$ : membership function ) ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง [0,1] หรือเขียนได้เป็น $\mu_F : U \rightarrow [0,1]$ ดังแสดงในรูปที่ 3.1




รูปที่ 3.1 ฟัซซีเซต และ membership function

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ฟัซซีเซต F ใน U สามารถแสดงเป็นคู่ลำดับของสมาชิก u และค่า ( grade ) ของ membership function ได้ดังนี้

$$F = \{ ( u, \mu_F(u) ) / u \in U \} \qquad (3.1)$$

**Membership Function**

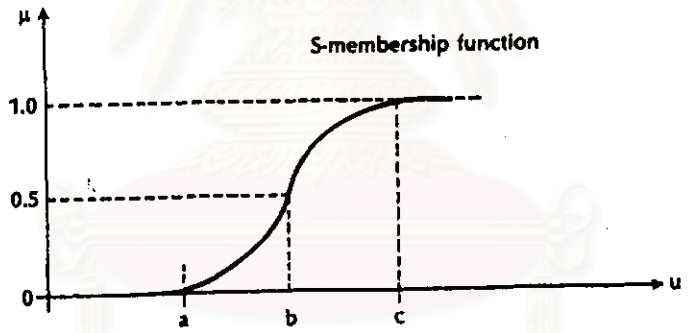
มี 2 วิธีในการกำหนด membership ของฟัซซีเซต คือ

1. กำหนดโดยตัวเลข
2. กำหนดโดยฟังก์ชัน ซึ่งเป็นกรณีที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไป

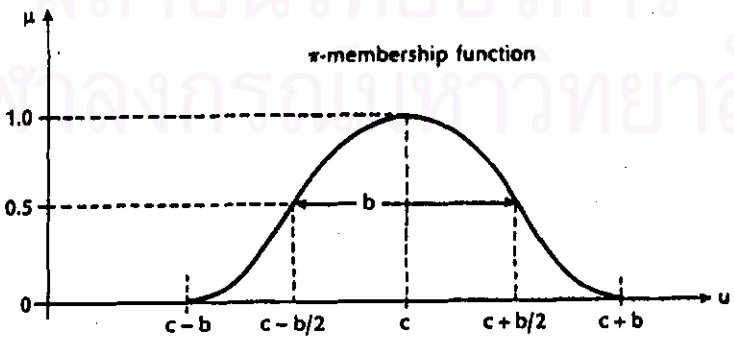
membership function ในทางปฏิบัติมีหลายแบบดังเช่น

1. ฟังก์ชัน S ( S – function )
2. ฟังก์ชัน $\pi$ ( $\pi$ - function )
3. รูปแบบสามเหลี่ยม ( Triangular form )
4. รูปแบบ exponential ( Exponential form )

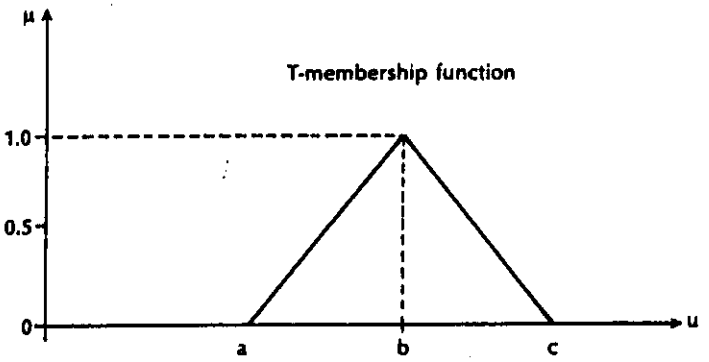
ตัวอย่างดังรูปที่ 3.2 – 3.4




รูปที่ 3.2 ฟังก์ชัน S




รูปที่ 3.3 ฟังก์ชัน $\pi$




รูปที่ 3.4 ฟังก์ชันสามเหลี่ยม

### 3.2.2 โอเปอร์เรชันของฟัซซีเซต

ให้ A และ B เป็นฟัซซีเซตใน U ซึ่งมี membership function $\mu_A$ และ $\mu_B$ ตามลำดับ

*ความเท่ากัน ( Equality )*

ฟัซซีเซต A และ B จะเท่ากันเมื่อถูกกำหนดใน Universe เดียวกันและ membership function เหมือนกันแสดงได้ดังนี้

$$\mu_A(u) = \mu_B(u) \text{ สำหรับทุก } u \in U \qquad (3.2)$$

*ยูเนียน ( Union )*

การยูเนียนกันของฟัซซีเซต A และ B ซึ่งมี membership function $\mu_A(u)$ และ $\mu_B(u)$ จะได้ฟัซซีเซตที่มี membership function $\mu_{A\cup B}(u)$ แสดงในรูปสมการได้ดังนี้

$$\mu_{A\cup B}(u) = \max\{ \mu_A(u), \mu_B(u) \} \text{ สำหรับทุก } u \in U \quad (3.3)$$

*อินเตอร์เซ็คชัน ( Intersection )*

การอินเตอร์เซ็คชันกันของฟัซซีเซต A และ B จะได้ฟัซซีเซตที่มี membership function $\mu_{A\wedge B}(u)$ แสดงในรูปสมการได้ดังนี้

$$\mu_{A\wedge B}(u) = \min\{ \mu_A(u), \mu_B(u) \} \text{ สำหรับทุก } u \in U \quad (3.4)$$

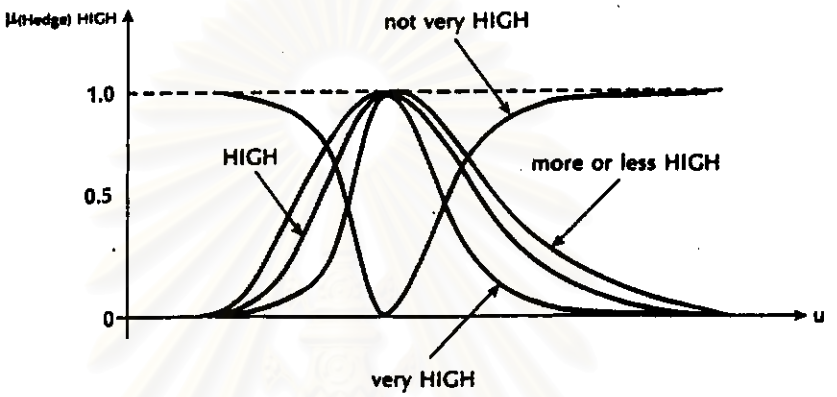
*คอมพลิเมนต์ ( complement )*

คอมพลิเมนต์ของฟัซซีเซต A ที่มี membership function $\mu_A(u)$ จะได้ฟัซซีเซตที่อยู่ใน Universe เดียวกันโดยมี membership function ดังนี้

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u) \text{ สำหรับทุก } u \in U \qquad (3.5)$$

### 3.2.3 Linguistic hedge

ฟัซซีเซตสามารถแสดงเป็นค่า linguistic เช่น คำว่า " สูง " โดยมีตัวแปร linguistic คือ " ความสูง " สิ่งที่โดดเด่นของฟัซซีเซตคือความสามารถในการนำปริมาณของ lingustic ( hedges ) มาใช้ เช่น คำว่า มากกว่า น้อยกว่า มากๆ ไม่มาก ค่อนข้างน้อย เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 3.5




รูปที่ 3.5 ฟัซซีเซตที่มีการปรับโดย hedges

## 3.3 ฟัซซีลอจิก

คำว่า " ฟัซซีลอจิก " ใช้กับจำนวนโดยมีหลายความหมายสำหรับการหาค่าความจริงของฟัซซี เช่น " เกือบจริง " จะถูกกำหนดเป็นฟัซซีเซตโดยมีค่าตั้งแต่ศูนย์ถึงหนึ่ง [0,1]

ปกติข้อมูลที่เป็นความรู้จะเกี่ยวข้องกับความเป็นเหตุเป็นผลของฟัซซีดังแสดงในกฎซึ่งมีรูปแบบดังต่อไปนี้ " ถ้า x คือ A แล้ว y คือ B " โดยที่ x และ y เป็นตัวแปรฟัซซี ส่วน A และ B คือค่าทางฟัซซี ข้อความดังกล่าวอาจมีการใช้คำเชื่อมเช่น "และ" หรือ "หรือ "

การใช้ฟัซซีลอจิกจะง่ายต่อการพัฒนาระบบดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ความรู้และประสบการณ์สามารถนำมาเปลี่ยนเป็นความรู้ทางฟัซซีได้
2. ความรู้ทางฟัซซีที่ได้ไม่จำเป็นต้องแม่นยำมากนัก
3. ความจริงต่างๆ ที่นำมาใช้กับเงื่อนไขทางฟัซซีไม่จำเป็นต้องแม่นยำมากนัก
4. ข้อสรุปที่ได้จะหาจากความจริงต่างๆ ที่นำมาใช้และความรู้ทางฟัซซีที่สร้างขึ้น

เงื่อนไขทางฟัซซีแสดงเป็นตัวอย่างได้ดังนี้

ความรู้ : ถ้า น้ำร้อนมากๆ แล้ว เพิ่มน้ำเย็นมากๆ
ความจริง : น้ำกำลังร้อนพอดีๆ
สรุป : เติมน้ำร้อนน้อยๆ

จะเห็นได้ว่าเงื่อนไขทางฟัซซีลอจิกคล้ายคลึงกับเหตุผลของมนุษย์ ความรู้ที่ได้สามารถแสดงโดยใช้ค่าที่คลุมเคลือได้ เช่น " มากๆ " ส่วนความจริงสามารถใช้คำว่า " พอดีๆ " สรุปเองก็สามารถใช้คำว่า " น้อยๆ " ได้ ทำให้ฟัซซีลอจิกมีความยืดหยุ่นกว่าลอจิกแบบเดิมที่ใช้กันอยู่

### 3.4 กฎ Fuzzy Inference

กฎของฟัซซีปกติแสดงในรูปแบบ " ถ้า – แล้ว " การแสดงเหตุผลทางฟัซซีลอจิกแบ่งออกเป็น 2 ชนิด ตามการอ้างอิงเหตุผล ( Fuzzy Inference ) คือ

1. GMP ( Generalized Modus Ponens )
2. GMT ( Generalized Modus Tollens )

GMP คือ การแสดงเหตุผลทางตรง ส่วน GMT คือ การแสดงเหตุผลทางอ้อม

ให้ฟัซซีเซตกำหนดโดย A A' B B' และตัวแปร linguistic กำหนดโดย x, y วิธีของ GMP และ GMT สามารถแสดงได้ดังนี้

GMP :

ความรู้ : ถ้า x คือ A และ y คือ B ( ความสัมพันธ์ : Relation, R )
ความจริง : x คือ A'
สรุป : y คือ B' ( B' = A'oR )

GMT :

ความรู้ : ถ้า x คือ A และ y คือ B ( ความสัมพันธ์ : Relation, R )
ความจริง : y คือ B'
สรุป : x คือ A' ( A' = RoB' )

GMT จะใช้มากในงานวิจัยทางการแพทย์ ส่วน GMP จะใช้มากในระบบควบคุม

## 3.5 พื้นฐานความรู้ของฟัซซี

พื้นฐานความรู้ของฟัซซีประกอบจากกฎของฟัซซีหลายๆ กฎโดยไม่มีรูปแบบที่เป็นมาตรฐานซึ่งอยู่บนพื้นฐาน

1. สามารถนำเอาความรู้และประสบการณ์เข้าไปใช้ในกฎได้ง่าย
2. ทำให้นักออกแบบสร้างกฎได้ง่าย
3. ลดค่าใช้จ่ายของงานที่ออกแบบ และ ทำให้ประสิทธิภาพของ fuzzy inference ดี

มีคำเชื่อมประโยคหลายคำที่นำมาใช้ เช่น "และ" " หรือ " และ " ด้วยเหมือนกัน "

ตัวอย่าง กฎที่ k ของฟัซซีในพื้นฐานความรู้ฟัซซีแสดงได้ดังนี้

ถ้า $x_1$ คือ $A_{k1}$ หรือ $x_2$ คือ $A_{k2}$ และ $x_3$ คือ $A_{k3}$

แล้ว $y_1$ คือ $B_{k1}$ $y_2$ คือ $B_{k2}$ ด้วยเหมือนกัน

จะเห็นว่าพื้นฐานความรู้ฟัซซีสามารถมีได้หลายอินพุตและหลายเอาต์พุต ( MIMO : Multiple Input Multiple Output ) บางกรณีเราสามารถลดให้เหลือเอาต์พุตเดียวได้ ( MISO : Multiple Input Single Output )

## 3.6 เหตุผลทางฟัซซี

### 3.6.1 Implication function

แต่ละกฎในพื้นฐานความรู้ของฟัซซีสอดคล้องกับความสัมพันธ์ทางฟัซซี พิจารณาระบบ MISO ที่มี N กฎ

กฎที่ k แสดงโดย

ถ้า $A_{k1}$ และ ... และ $A_{ki}$ และ ... และ $A_{kn}$ แล้ว $B_k$

i มีค่า 1 - n

$A_{ki}$ คือ ฟัซซีสับเซตสำหรับตัวแปรอินพุต x ที่ i สำหรับกฎฟัซซีที่ k

$B_k$ คือ ฟัซซีสับเซตสำหรับตัวแปรเอาต์พุต y ของกฎฟัซซีที่ k

โดยทั่วไปความสัมพันธ์ฟัซซี $R_k$ ของกฎที่ k สามารถแสดงได้ดังนี้

$$R_k = A_k \rightarrow B_k \qquad (3.6)$$

การอินเตอร์เซ็คชันของ $A_{k1}$ จนถึง $A_{kn}$ สามารถแสดงได้ 2 วิธี

1. การอินเตอร์เซ็คชันที่ใช้ค่าเป็นจุด ( point-valued intersection )

2. การอินเตอร์เซ็คชันที่ใช้ค่าเป็นช่วง ( interval-valued intersection )
ความสัมพันธ์ $R_k$ ที่ได้จะมีความหมายแตกต่างกันไปขึ้นกับวิธีการที่ใช้

**Point-Valued Intersection**

Point-valued intersection ของสมการ (3.6) จะได้ฟัซซีเซตดังนี้

$$A_k = \bigcap_{i=1}^{n} A_{ki} \tag{3.7}$$

**Interval-Valued Intersection**

Interval-valued intersection ของสมการ (3.6) จะได้ฟัซซีเซตดังนี้

$$A_k = [L^k(n), U^k(n)] \tag{3.8}$$

$L^k$ ( Lower bound ) = ขอบเขตล่าง

$U^k$ ( Upper bound ) = ขอบเขตบน

คำจำกัดความของ $L^k$ ( n ) แสดงได้ดังนี้

$L^k(1) = A_{k1}$

$L^k(2) = L^k(1) \wedge A_{k2}$

....

$L^k(n) = L^k(n-1) \wedge A_{kn}$

### 3.6.2 สมการความสัมพันธ์ของฟัซซี

เพื่อหาความสัมพันธ์ทั้งหมดของฟัซซี ( R ) ภายใต้พื้นฐานความรู้ทางฟัซซีจะต้องใช้คอมโพสิชันโอเปอร์เรเตอร์ ( Composition Operator ) ของฟัซซีเพื่อรวมความสัมพันธ์ที่แสดงโดยแต่ละกฎ

พิจารณาระบบ MISO จะได้ฟัซซีเซต $A_k = A_{k1} \times \ldots \times A_{ki} \times \ldots \times A_{kn}$ ในสเปซของการคูณ $U_1 \times \ldots \times U_i \times \ldots \times U_n$ ผลลัพท์ของกฎที่ k จะได้ $B_k$ ดังนั้นความสัมพันธ์ทั้งหมด R บนพื้นฐานกฎทั้งหมด N กฎแสดงได้โดย

$$R = \bigcup_{k=1}^{n} R_k \tag{3.9}$$

นั่นคือ

$$R = \bigcup_{k=1}^{n} A_k \rightarrow B_k \tag{3.10}$$

โดย R ขึ้นกับวิธี implication ซึ่งได้แก่ point-valued fuzzy หรือ interval-valued fuzzy

### 3.6.3 กฎ Composition ของ Inference

เมื่อสัญญาณอินพุตที่ได้นำเข้าสู่พื้นฐานความรู้ทางฟัซซีดังนี้

$$x = ( A'_1 , \ldots A'_i , \ldots , A'_n ) \tag{3.11}$$

ให้ infered fuzzy control จากกฎที่ .i กำหนดโดย $B'_i$ จะได้

$$y = B'_i \quad ( i = 1, 2, \ldots, n ) \tag{3.12}$$

เมื่อใช้ GMP inference ฟัซซีคอนโทรล B' ใน Universe V สามารถแสดงได้

$$B' = ( A'_1 , \ldots A'_i , \ldots , A'_n ) \circ R \tag{3.13}$$

O แสดง compositional operator และ R คือสมการความสัมพันธ์ของพื้นฐานความรู้ทางฟัซซี

มีกฎที่เกี่ยวข้องกับ composition operation 2 แบบหลักใน inference คือ

1. กฎ Point-valued composition
2. กฎ Interval-valued composition

ในที่นี้จะขอกล่าวเพียงกรณีแรกซึ่งเป็นกรณีที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้

*กฎ Point-valued composition ของ Inference*

กฎ point-valued composition ของ inference คือการใช้เหตุผลเพื่อที่จะได้ค่าของ B' โดยการรวมทุกกฎตามลำดับดังนี้

$$B' = \bigcup_{k=1}^{n} B'_k = \bigcup_{k=1}^{n} A' \circ R_k \tag{3.14}$$

$$A' = \bigcap_{k=1}^{n} A'_k \qquad (3.15)$$

โดยที่

ส่วน composition operator หลักๆ ที่ใช้กันอยู่มี 4 แบบคือ

1. sub-min operator
2. sub-product operation
3. sub-bound-product operation
4. sub-drastic-product operation

เนื่องจาก sub-min และ sub-product composition operator มีขั้นตอนคำนวณง่ายจึงใช้กันอย่างแพร่หลายในการประยุกต์งานต่างๆ โดยเฉพาะงานที่ต้องการเวลาในการคำนวณน้อย

พิจารณากรณีที่ใช้ sub-min operator จะได้

$$\mu_{B'} = \bigcup_{k=1}^{n} \left[ \sup\left( \wedge_{i=1}^{n} \mu_{A'_i} \right) \wedge \left( \wedge_{i=1}^{n} \mu_{A_{ki}} \rightarrow \mu_{B_{ki}} \right) \right] \qquad (3.16)$$

โดยทั่วไปกฎ point-valued composition ของ inference จะเกี่ยวข้องกับสิ่งต่อไปนี้

1. ตัวเชื่อม " และ " และ " หรือ " โดย " และ " แสดงการ intersection ส่วน " หรือ " แสดงการ union โดย intersection มี priority มากกว่า union
2. หาผลลัพธ์เบื้องต้น (เช่น ถ้า .....และ.... ) ของแต่ละกฎซึ่งเรียกว่า fire strength $a_k$
3. เลือก compositional operator เพื่อหาผลลัพธ์ต่อไป

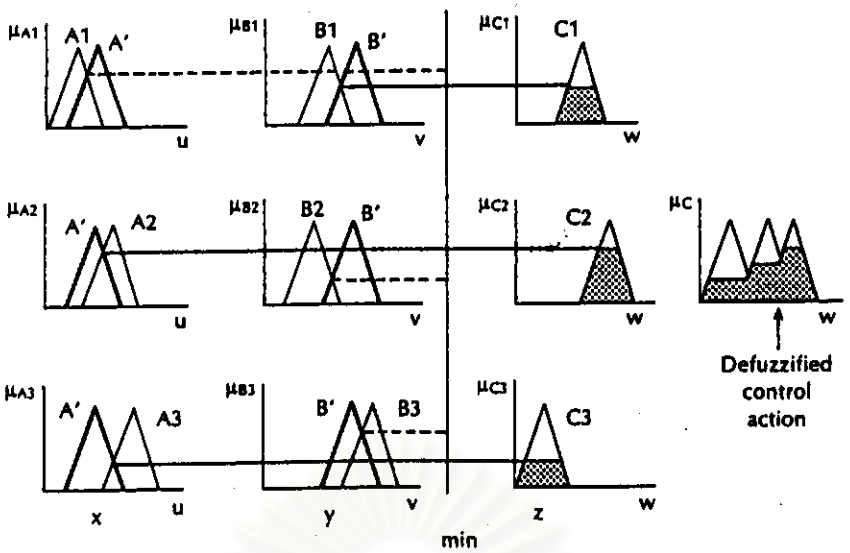
ในงานวิจัยนี้ใช้ sub-min compositional operator จึงขอยกตัวอย่างสำหรับวิธีดังกล่าว

กฎที่ 1 ถ้า x คือ $A_1$ และ y คือ $B_1$ แล้ว z คือ $C_1$

กฎที่ 1 ถ้า x คือ $A_2$ และ y คือ $B_2$ แล้ว z คือ $C_2$

กฎที่ 1 ถ้า x คือ $A_3$ และ y คือ $B_3$ แล้ว z คือ $C_3$

เมื่ออินพุต x = A' และ y = B' กระบวนการเหตุผลทางฟัซซีจะใช้ sub-min ดังแสดงในรูปที่ 3.6




รูปที่ 3.6 เหตุผลทางฟัซซีโดยใช้ sup-min operation

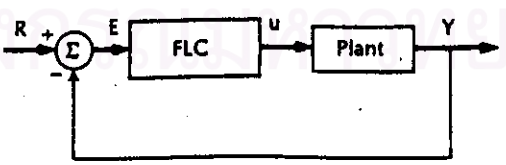
นั่นคือ

1. แต่ละกฎจะได้ค่า fire strength
2. ตัวเชื่อมมีผลต่อค่า fire strength
3. ผลลัพธ์ที่ได้จากแต่ละกฎถูกกำหนดโดยค่า fire strength
4. ผลลัพธ์ที่ได้จากการรวมกฎทั้งหมดของฟัซซีเท่ากับการสรุปผลที่ได้จากแต่ละกฎ

ค่าอินพุทโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของ "crisp" ( ค่าที่ไม่คลุมเครือ crisp ตรงข้ามกับ fuzzy ) เหตุผลทางฟัซซีจะอยู่บนพื้นฐาน sub-min operator ซึ่งเรียกว่า MAX – MIN fuzzy inference

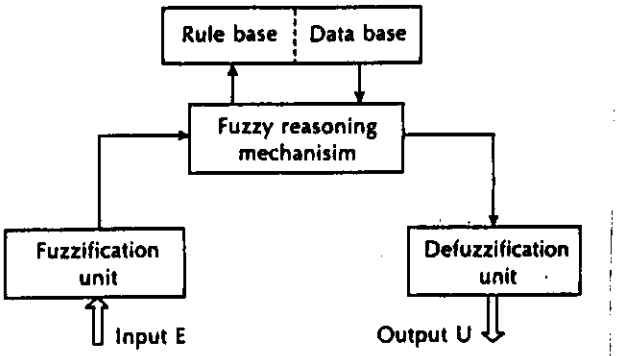
## 3.7 โครงสร้างพื้นฐานของการควบคุมระบบโดยใช้ฟัซซี ( FLC : Fuzzy Logic Control )

การควบคุมโดยใช้ฟัซซีลอจิกสามารถนำมาใช้ดังแสดงในรูปที่ 3.7 และ 3.8




รูปที่ 3.7 ระบบควบคุมฟัซซีลอจิก

I17976029




รูปที่ 3.8 โครงสร้างพื้นฐานของ FLC

ส่วนประกอบสำคัญของ FLC คือ

1. fuzzification unit
2. fuzzy logic unit
3. defuzzification unit

รูปแบบของ FLC แตกต่างกันไปขึ้นกับวัตถุประสงค์ของการออกแบบ เช่น FLC อาจมีจำนวนกฎที่จำกัด ( a static fuzzy knowledge base ) หรืออาจจะมีความสามารถในการเรียนรู้โดยการปรับส่วนพื้นฐานความรู้ ( a dynamic fuzzy knowledge base ) โครงสร้างพื้นฐานของ FLC แสดงในรูปที่ 3.8

fuzzy knowledge base ประกอบไปด้วยข้อมูลที่สำคัญ 2 ส่วน คือ

1. data base ซึ่งเป็นส่วนที่จะกำหนด membership function ของฟัซซีเซตสำหรับตัวแปรในระบบ
2. rule base จะจับคู่ ( map ) ค่าฟัซซีอินพุตไปเป็นฟัซซีเอาต์พุต

ตัวแปรของระบบแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ ตัวแปรอินพุต ( E ) และตัวแปรเอาต์พุต ( U ) โดยใช้ FLC ในการควบคุมขั้นตอน fuzzification และ defuzzification เพื่อ map ค่าจริงไปเป็นค่าทางฟัซซี และค่าทางฟัซซีไปเป็นค่าจริงตามลำดับ

เอาต์พุตจะใช้กระบวนการ defuzzification ซึ่งเกี่ยวข้องกับ weight และการรวมกันของจำนวนฟัซซีเซตที่ได้จาก fuzzy inference เพื่อจะได้ค่า crisp ที่แน่นอนของเอาต์พุต

ส่วนของ rule base ใน knowledge base ประกอบด้วยจำนวนกฎฟัซซีมากซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของการควบคุม กฎเหล่านี้ส่วนใหญ่จะใช้รูปแบบของ "ถ้า - แล้ว"

fuzzy knowledge base อาจจะเป็น static หรือ dynamic ในกรณีนี้ dynamic fuzzy knowledge base จะต้องมีการเรียนรู้ ( learning หรือ self organizing ) โดย FLC

fuzzy logic reasoning module จะใช้ fuzzy logic คล้ายคลึงกับการตัดสินใจของมนุษย์โดยจะทำการใช้ knowledge base สำหรับ fuzzified อินพุตในช่วง fuzzy inference operation ต่างๆ เป็นไปตามนี้คือ

1. กำหนดดีกรีของการจับคู่ระหว่างฟัซซีอินพุตกับฟัซซีเซต
2. หา fire strength สำหรับแต่ละกฎโดยใช้ดีกรีที่ได้จากข้อ 1. และตัวเชื่อม

สำหรับ point-valued fuzzy inference โอเปอร์เรเตอร์จะหา fire strength ให้กับแต่ละกฎ แต่ถ้าเป็น interval-valued fuzzy inference จะได้สองค่าคือ fire strength ขอบเขตบน และ fire strength ขอบเขตล่าง

3. หาเอาต์พุตโดยการใช้ fire strength ที่ได้จากข้อ 2 แล้วกำหนดฟัซซีเซตสำหรับเอาต์พุต

### 3.7.1 ตัวแปรระบบและพารามิเตอร์ฟัซซี

ฟัซซีเซตสำหรับแต่ละระบบจะกำหนดตัวแปรในรูปของ linguistic เช่น เพิ่มขึ้นมากๆ เพิ่มขึ้นปานกลาง เพิ่มขึ้นน้อยๆ ไม่เพิ่ม ลดลงน้อยๆ ลดลงปานกลาง ลดลงมากๆ ฯลฯ โดย membership function จะเป็นตัวกำหนดค่า linguistic ของแต่ละฟัซซีเซต

รูปร่างของ membership function สำหรับตัวแปรขึ้นกับจุดประสงค์ของการออกแบบโดยมีแนวทางดังนี้

1. มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอของฟัซซีเซตใน Universe
2. ฟัซซีเซตควรเป็นจำนวนคี่เพื่อที่จะได้มีฟัซซีเซตที่เป็นค่ากลาง เช่น 5 หรือ 7
3. ฟัซซีเซตที่อยู่ใกล้กันควรจะซ้อนกันเพื่อแสดงว่าไม่มีค่า crisp อยู่ และเพื่อจะได้มีหลายๆ กฎในการหาเอาต์พุต
4. การใช้ membership function แบบสามเหลี่ยม หรือ สี่เหลี่ยมคางหมูจะใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่ารูปแบบอื่นๆ

การซ้อนกันของฟัซซีเซตข้างเคียงควรจะให้มีค่าประมาณ 15-20 % ของพื้นที่จะมีแนวโน้มที่ดี

### 3.7.2 ขั้นตอน Fuzzification

เป็นกระบวนการในการ map ค่าอินพุตที่ได้จากการสังเกตเข้าสู่ฟัซซีเซตเพื่อจะได้ค่าทางฟัซซี ( ปกติแล้วค่าที่ได้จากการสังเกตจะเป็น crisp ) แสดงได้ดังนี้

$$x = \text{fuzzification}\ (x_o) \qquad (3.17)$$

$x_o$ เป็นเวกเตอร์ของค่า crisp ของอินพุต 1 ตัวแปร

$x$ เป็นเวกเตอร์ของฟัซซีเซตที่กำหนดสำหรับตัวแปร

fuzzifier คือ fuzzification operator ซึ่งมีผลต่อการ map ข้อมูล crisp ไปเป็นข้อมูลทางฟัซซี มีหลายวิธีในการ fuzzification ดังเช่น

1. Fuzzy singleton : ในงานควบคุมที่เป็น Real time อินพุตจะถูกวัดโดยเซนเซอร์ซึ่งจะได้ค่า crisp ซึ่งง่ายต่อการเปลี่ยนเป็นค่าทางฟัซซี สมมติอินพุต $x_o$ เข้าไปในฟัซซีเซต A ซึ่งมี membership function $\mu_A(x_o) = 1$ เป็นวิธีที่สร้างขึ้นง่ายและสอดคล้องกับธรรมชาติ
2. Fuzzy member : ( ค่าที่ไม่แน่นอน ) เป็นการขยายความคิดในการคิดฟัซซีแบบช่วง
3. Hybrid fuzzy : เป็นการรวมกรณี 1 และ 2 เข้าด้วยกัน

ในที่งานวิจัยนี้จะกล่าวเฉพาะกรณีที่ 1

### 3.7.3 การใช้เหตุผล

มี fuzzy inference หลายวิธีที่ใช้ แต่ที่ใช้กันมากคือ

1. วิธี point-valued MAX-MIN fuzzy inference
2. วิธี point-valued MAX-DOT fuzzy inference

ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีที่ 1 เช่น

กฎที่ i : ถ้า x คือ $A_i$ และ y คือ $B_i$ แล้ว z คือ $C_i$ จะได้ fire strength ของกฎที่ i จากอินพุต $x_0$และ $y_0$ ดังนี้

$$\alpha = \mu_{A1}(x_0) \wedge \mu_{B1}(y_0) \qquad (3.18)$$

MAX-MIN fuzzy reasoning

$$\mu_C(w) = (\alpha_1 \wedge \mu_{C1}(w)) \vee (\alpha_2 \wedge \mu_{C2}(w)) \qquad (3.19)$$

### 3.7.4 วิธี Defuzzification

Defuzzification เป็นกระบวนการ map จากค่าทางฟัซซีไปเป็นค่า crisp เพื่อได้ค่าที่เป็นตัวแทนที่ดีที่สุดของค่าฟัซซีที่ได้

$$y_0 = \text{defuzzifier}\ (\ y\ ) \qquad (3.20)$$

$y_0$ คือ fuzzy control action

y คือ crisp control action

defuzzifier คือ defuzzification operator

ในงาน real time วิธีการ defuzzification ที่ใช้โดยทั่วไปคือ

1. วิธี Mean of Maximum
2. วิธี Center of Area

*วิธี Mean of Maximum : MOM*

เรียกอีกอย่างว่า height defuzzification โดยวิธีนี้จะมีการสร้าง control action ซึ่งเป็นตัวแทนค่าเฉลี่ยของ control action ซึ่งมี membership function เข้าใกล้ค่ามากที่สุด

พิจารณาระบบฟัซซีแบบ MISO ซึ่งมีทั้งหมด n กฎ ให้ค่าความสูงมากสุดของ membership function ของฟัซซีเซตต่างๆ ทางด้านเอาต์พุตมีค่า $H_i$ และค่า crisp control ของเอาต์พุตกำหนดโดย $W_i$

ให้ fire strength จากกฎที่ i เป็น $\alpha_i$

จะได้ค่า crisp control W ดังนี้

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i H_i W_i}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i H_i} \qquad (3.21)$$

ส่วนใหญ่แล้ว $H_i = 1$ membership function ที่สมมาตรจะนำมาใช้กับฟัซซีเซตที่กำหนดขึ้นไม่เช่นนั้นอาจทำให้การ defuzzification ผิดพลาด

*วิธี Center of Area : COP*

จะสร้างจุดศูนย์ถ่วง ( center of gravity ) ของ control action พิจารณาระบบฟัซซี MISO ซึ่งมีจำนวน n กฎ ให้โมเมนต์ของ membership function ของ fuzzy set ของกฎที่ .i กำหนดโดย $M_i$ พื้นที่ดังกล่าวกำหนดโดย $A_i$ fire strength ของกฎ .i กำหนดโดย $\alpha_i$ ค่า crisp control W จะได้

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i M_i}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i A_i} \qquad (3.22)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย