

สูตรชั่งสำหรับค่าคาดหมายมีเงื่อนไขของผลคูณของพหุนามและฟังก์ชันเลขชี้กำลังของการ  
แปลงสัมพรรคของกระบวนการค็อกซ์อินเกอร์ซอลล์รอสส์แบบขยาย

นายพีรพัฒน์ สุทธิมาศ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์  
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2560  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5 8 7 2 0 0 6 8 2 3

EXPLICIT FORMULA FOR CONDITIONAL EXPECTATIONS OF  
PRODUCT OF POLYNOMIAL AND EXPONENTIAL FUNCTION OF  
AFFINE TRANSFORM OF EXTENDED COX-INGERSOLL-ROSS PROCESS

Mr.Phiraphat Sutthimat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Applied Mathematics and  
Computational Science

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2017

Copyright of Chulalongkorn University



พีรพัฒน์ สุทธิมาศ : สูตรชัดเจนสำหรับค่าคาดหวังมีเงื่อนไขของผลคูณของพหุนามและฟังก์ชันเลขชี้กำลังของการแปลงสัมพรรคของกระบวนการค็อกซ์อินเกอร์ซอลล์รอสส์แบบขยาย (EXPLICIT FORMULA FOR CONDITIONAL EXPECTATIONS OF PRODUCT OF POLYNOMIAL AND EXPONENTIAL FUNCTION OF AFFINE TRANSFORM OF EXTENDED COX-INGERSOLL-ROSS PROCESS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร.คำณ เมฆฉาย, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รศ.ดร.เสน่ห์ รุจิวรรณ, 31 หน้า.

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอสูตรชัดเจนสำหรับค่าคาดหวังมีเงื่อนไขของผลคูณของพหุนามและฟังก์ชันเลขชี้กำลังของการแปลงสัมพรรคของกระบวนการค็อกซ์อินเกอร์ซอลล์รอสส์แบบขยาย โดยสูตรชัดเจนสามารถหาได้จากผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยผ่านการใช้สูตรไฟน์แมนแคค ทั้งนี้ เพื่อสนับสนุนสูตรที่ได้มา เราได้ทำการจำลองแบบมอนติคาร์โลของการเพิ่มสุ่ม เพื่อเปรียบเทียบกับสูตรชัดเจน

ภาควิชา.....คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์.....ลายมือชื่อนิสิต..... *Thiraphant*  
 สาขาวิชา.....คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคำนวณ.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก..... *คำณ*  
 ปีการศึกษา.....2560.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาร่วม..... *Samuel Rajivan*

## 5872006823 : MAJOR APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTATIONAL SCIENCE  
 KEYWORDS : CONDITIONAL EXPECTATIONS/ EXPONENTIAL FUNCTION OF  
 AFFINE TRANSFORM/ EXPLICIT FORMULA

PHIRAPHAT SUTTHIMAT : EXPLICIT FORMULA FOR CONDITIONAL EX-  
 PECTATIONS OF PRODUCT OF POLYNOMIAL AND EXPONENTIAL FUN-  
 CTION OF AFFINE TRANSFORM OF EXTENDED COX-INGERSOLL-ROSS  
 PROCESS. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. KHAMRON MEKCHAY, Ph.D.,  
 THESIS CO-ADVISOR : ASSOC. PROF. SANAE RUJIVAN, Ph.D., 31 pp.

In this thesis, an explicit formula for conditional expectations of the product of polynomial and exponential function of an affine transform is derived under the extended Cox-Ingersoll-Ross (ECIR) process. By applying the Feynman-Kac theorem, the explicit formula is revealed from the solution of the corresponding partial differential equation. To support the validity of the obtained results, we, herein, conduct Monte Carlo simulations to investigate the accuracy of the explicit formula.

Department : Mathematics and Computer Science Student's Signature : *Phiraphat*  
 Field of Study : ....Applied Mathematics and.... Advisor's Signature : *rw*  
 .....Computational Science..... Co-advisor's Signature : *Sanae Rujivan*  
 Academic Year : .....2017.....

## ACKNOWLEDGEMENTS

It is difficult to express my gratitude to my thesis advisor, Assistant Professor Khamron Mekchay, Ph.D., and thesis co-advisor, Associate Professor Sanae Rujivan, Ph.D., for their enthusiasm, their inspiration and their great efforts to explain things clearly and simply. Throughout this research writing period, they provided sound advice, good teaching, lots of good ideas and kindness. This research would not have been completed without them.

I wish to thank all of my teachers for sharing their knowledge, and would like to thank all other lecturers and staff of the Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science, Chulalongkorn University, for their patience, encouragement and impressive teaching.

I am greatly indebted to my beloved parents and my brother for their love, support, understanding and encouragement. Moreover, I would like to thank all friends and colleagues in the AMCS program for their useful advice, helpful comments and friendship over the course of my study.

Finally, I am also grateful to Development and Promotion of Science and Technology Talents Project (DPST), Institute of the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST), Thailand that supports a scholarship for my study.

# CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI .....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH .....	v
ACKNOWLEDGEMENTS .....	vi
CONTENTS .....	vii
CHAPTER	
I INTRODUCTION .....	1
1.1 Mathematical concepts .....	1
1.2 Contributions and results .....	2
1.3 Structure of the thesis .....	3
II PRELIMINARIES .....	4
2.1 Stochastic processes .....	4
2.2 CIR process and ECIR process .....	6
2.3 Simulations of SDE .....	7
2.4 Feynman-Kac theorem .....	8
III MAIN RESULTS .....	10
3.1 ECIR process .....	10
3.2 CIR process .....	16
IV NUMERICAL RESULTS .....	20
4.1 Parameters of ECIR .....	20
4.2 Comparisons results .....	21
4.3 Approximation results .....	26
V CONCLUSION .....	29

REFERENCES ..... 30

VITA ..... 31