รายงานการวิจัย

เรื่อง

การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

โดย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

สนับสนุนโดย
เงินทุนเพื่อการวิจัย กองทุนคณะครุศาสตร์
ปีงบประมาณ ๒๕๖๒ (ครั้งที่ ๕)

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พุทธศักราช ๒๕๖๓

หัวข้อ การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

ผู้วิจัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

พุทธศักราช 2563

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพ 2) เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และ 3) เพื่อศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 รวมจำนวน 12 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ 1) ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม ประกอบด้วยกิจกรรม 1. ฉับ 2. เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์ 3. ปูกระเบื้องแบบพิเศษ 4. กิ้งก่าเปลี่ยนสี 5. กบกระโดด และ 6. เดินๆ ถอยๆ แต่ละกิจกรรมใช้เวลา 3 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งสิ้น 18 ชั่วโมง มีเนื้อหาในกิจกรรมครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ 1) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ และ 3) แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที

ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพ 85.19/86.11เป็นไปตามเกณฑ์ 75/75
2. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 86.11 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
3. ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

Title Development of mathematical investigation activities that promote the mathematical reasoning ability of preservice mathematics teachers
Researcher Jinnadit Laorpaksin, Ed.D.
Year 2020

Abstract

The purposes of this research were: 1) to develop effectively the mathematical investigation activities that promote the mathematical reasoning ability of preservice mathematics teachers 2) to study the mathematical reasoning ability of preservice mathematics teachers after using the mathematical investigation activities by comparing with 75% of the total score and 3) to study the opinions of preservice mathematics teachers about the mathematical investigation activities after using the mathematical investigation activity. The samples were 12 students from the second-year, the third-year, and the fourth-year of preservice mathematics teachers, Faculty of Education, Chulalongkorn University in the second semester of academic year 2019. The research instruments of this study consisted of experimental instrument and data collection instrument. The experimental instrument were six mathematical investigation activities that promote the mathematical reasoning ability of preservice mathematics teachers which are 1. Single cutting 2. Plato Archimedes and Euler 3. Special tilling 4. Chameleon changes color 5. Leapfrog and 6. Forward backward. Each activity spent 3 hours of work and the total of work was 18 hours. The content included numbers and algebra, measurement and geometry, and statistics and probability. The data collection instruments were: 1) the two mathematical reasoning ability tests to assess during doing activity 2) the one mathematical reasoning ability test to assess after activity and 3) the questionnaire about the mathematical investigation activities. The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation, and t-test.

The results of the research were as follows:

1) The effectiveness of the mathematical investigation activities was 85.19/86.11 which according to the criterion of 75/75.
2) The score of mathematical reasoning ability of preservice mathematics teachers after using the mathematical investigation activities was 86.11% which is higher than the criterion score of 75% at .05 level of significance.
3) An opinion of preservice mathematics teachers after using the mathematical investigation activities was at good level.

กิตติกรรมประกาศ

การให้เหตุผลแบบนิรนัย ถือเป็นหัวใจและคุณวิเศษของวิชาคณิตศาสตร์ ที่แสดงสัจจะอันอยู่เหนืออนิจลักษณะ กล่าวคือ ภายใต้สมมติฐานนั้นๆ ทฤษฎีบทนั้นๆ ที่พิสูจน์แล้วอย่างรัดกุม ย่อมจะเป็นจริงเช่นนั้นตราบชั่วนิรันดร แต่ก่อนที่ “การไขปัญหา” จะสำเร็จลงได้ จำเป็นที่จะต้องมี “ปัญหา” เกิดขึ้นเสียก่อน และการให้เหตุผลอีกประการหนึ่งที่เป็นปัจจัยอันยังให้เกิดการตั้งปัญหาได้ ก็คือการให้เหตุผลแบบอุปนัย ถึงแม้ตลอดเส้นทางของการเขียนแสดงบทพิสูจน์จะไม่ใคร่ให้ค่ามากนัก หากแต่การให้เหตุผลแบบอุปนัยนี้ ก็นับเป็นสิ่งสำคัญซึ่งจะขาดเสียไม่ได้ในการพัฒนาความรู้ใหม่ของทั้งโลกคณิตศาสตร์และโลกใบนี้ ในสภาพจริงการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ยังค่อนข้างกีดกันการให้เหตุผลทั้งสองประเภทออกจากกัน ในลักษณะของการฝึกแบบแยกส่วน ผู้เรียนจึงยังไม่เห็นการใช้การให้เหตุผลทั้งสองแบบอย่างครบกระบวนการเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เหตุที่งานวิจัยชิ้นนี้เกิดขึ้นส่วนหนึ่งก็ก่อตัวจากกองกิเลศในความอยากได้ใคร่มีในผลงานทางวิชาการ แต่อีกมากกว่าครึ่งก็มาจากเจตจำนงเสรีที่ต้องการศึกษา พัฒนา และนำเสนอชุดกิจกรรมที่มีกระบวนการอันผนวกรวมการให้เหตุผลทั้งสองประเภทเข้าไว้ด้วยกันอย่างแนบสนิท

ผู้วิจัยขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ รองศาสตราจารย์ ดร.ณัฐกาญจน์ ใจดี มิตรผู้มีอุปการะมาก ผู้ที่กว่างานวิจัยฉบับนี้จะสำเร็จสมบูรณ์ เธอก็ได้ออกเดินทางล่วงหน้าไปก่อนแล้ว ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ตวงรัตน์ ไชยชนะ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพชรรัตน์ รัตนวงษ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อาจารย์รังสิมา สายรัตนทองคำ ที่กรุณาเสียสละเวลาในการพิจารณาเครื่องมือ พร้อมให้คำแนะนำที่มีประโยชน์โดยเฉพาะอย่างยิ่ง รองศาสตราจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ ที่นอกจากจะอนุเคราะห์รับเป็นผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว ยังมีส่วนสำคัญในการร่วมพัฒนากิจกรรมในแนวทางนี้มาตั้งแต่เริ่ม ขอขอบคุณลูกศิษย์วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่อาสาสละเวลาเข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมทั้งทางตรงและทางอ้อม และนำพาให้การดำเนินกิจกรรมเป็นไปได้อย่างราบรื่นและมีความสุข

โครงการวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนเงินทุนเพื่อการวิจัย กองทุนคณะครุศาสตร์ ปีงบประมาณ 2562 (ครั้งที่ 5) ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง และหวังใจเป็นอย่างยิ่งว่านวัตกรรมและข้อค้นพบที่เกิดขึ้นจากการสนับสนุนของคณะครุศาสตร์ในครั้งนี้ จะถูกพิจารณานำไปปรับใช้ และยังประโยชน์ให้เกิดมีขึ้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไปในเบื้องหน้า

จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

25 พฤศจิกายน 2563

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญเนื้อหา	จ
สารบัญตาราง	ซ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
กรอบแนวคิดของการวิจัย	3
สมมติฐานของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	8
นิยามศัพท์	8
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	10
กิจกรรมและชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์	10
ความหมายและความสำคัญของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	12
ลักษณะของสถานการณ์และการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	14
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	17
ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	17
ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	20
การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	22
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	25
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	29
งานวิจัยในต่างประเทศ	29
งานวิจัยในประเทศ	31
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	34
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	34
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	34

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 35
การพัฒนาครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 38
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 46
การพัฒนาครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 48
การเก็บรวบรวมข้อมูล 54
การวิเคราะห์ข้อมูล 55
สถิติที่ใช้ในการวิจัย 56

บทที่ 4 ผลการวิจัย 57
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ 57
ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู
วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ 75/75
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู 58
วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75
ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ 59
ของนิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรม
การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 61
สรุปผลการวิจัย 63
อภิปรายผล 64
ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้ 71
ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป 72

บรรณานุกรม 73

ภาคผนวก 81
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ 83
แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถาม
ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 84
- ภาพรวมของชุดกิจกรรม 84
- ตัวอย่าง ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ : กิจกรรมที่ 1 ฉบับ 84

ภาคผนวก ค	เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	100
	- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 1) พร้อมเฉลย	100
	- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 2) พร้อมเฉลย	102
	- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน พร้อมเฉลย	103
	- แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	104
ภาคผนวก ง	การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ	106
	- ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	106
	- ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	113
	- ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน	118
	- ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน	120
	- ผลการวัดระดับความคิดเห็นที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็น เกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	121
ภาคผนวก จ	เอกสารรับรองจากคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย	123

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงชื่อกิจกรรม รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหาของแต่ละกิจกรรม	35
2	แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของชุดกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม	39
3	แสดงผลประเมินความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	39
4	แสดงคะแนนที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมทั้ง 6 กิจกรรม	44
5	แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	47
6	แสดงสรุปผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	49
7	แสดงสรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	51
8	แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	52
9	แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	53
10	แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ	53
11	แสดงผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เทียบกับเกณฑ์ 75/75 ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน	58
12	แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน	59
13	แสดงผลการเปรียบเทียบระดับความคิดเห็นเฉลี่ยของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับคะแนนเฉลี่ย 3.5 จากคะแนนเต็ม 5 ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน	60

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ให้มีคุณภาพ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกกระบวนการคิด ฝึกการแก้ปัญหา ส่งเสริมความมีเหตุผล และความคิดริเริ่ม ทำให้มีระบบระเบียบในการคิด พัฒนาศักยภาพของแต่ละบุคคลให้สมบูรณ์ เท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกศตวรรษที่ 21 ตามวิสัยทัศน์ของแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560) โดยในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้สะท้อนถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ จากการเน้นให้ผู้เรียนมีทั้งความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการจัดกระบวนการการเรียนรู้ ที่เน้นการฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกัน และแก้ไขปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545) สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่นอกจากจะมุ่งเน้นเนื้อหาความรู้คณิตศาสตร์แล้ว ยังให้ความสำคัญกับการพัฒนาส่งเสริมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่ากันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแสดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่รวมกับประชาคมโลกได้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560) ซึ่งปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะดังกล่าวได้ ก็คือการพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ซึ่งเป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560)

การให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่มุ่งหวังให้เกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ โดยนับว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993: 2-25) เพราะความสามารถในการให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000: 56, Russell, 1999: 1) ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆ ได้ด้วยตนเอง (สสวท, 2547: 3) และการฝึกการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความตระหนักว่าความรู้ และทุกสิ่งทุกอย่างที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สมเหตุสมผล (Greenwood, 1993) โดยทั่วไปแม้ว่านักการศึกษาคณิตศาสตร์ จะจำแนกประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ไม่เหมือนกันทั้งหมด (O’ Daffer, 1990: 378-380, Baroody, 1993: 2-61, Cooney and other, 1999: 8-10, Stiggins. อ้างถึงใน สสวท, 2547: 6-7; สสวท, 2555: 44-63) แต่โดยภาพรวมแล้ว

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกเป็นสองประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) โดยการให้เหตุผลแต่ละประเภทมีความหมายและวิธีการแตกต่างกัน กล่าวคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสังเกตหรือทดลองกรณีเฉพาะหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดการณ์ แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วๆ ไป แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง หรือหาข้อขัดแย้งได้ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่เป็นตรรกะ โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท เพื่ออ้างอิงจากสิ่งที่สมมติว่าเป็นจริง ไปสู่ข้อสรุปใหม่ซึ่งเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป โดยมีผลสรุปของกรณีเฉพาะสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (1989: 81) (NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics) ได้ระบุเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสร้างข้อความคาดการณ์และการตรวจสอบข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล เป็นพฤติกรรมที่จำเป็นในการทำงานทางคณิตศาสตร์ แต่ในปัจจุบันการเสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร และยังเป็นไปอย่างแยกส่วน กล่าวคือ ขาดความเชื่อมโยงอย่างต่อเนื่องระหว่างการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย อันเป็นเหตุหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนขาดโอกาสในการเห็นถึงบทบาทของการให้เหตุผลทั้งสองที่มีต่อการสร้างองค์ความรู้ใหม่หรือข้อค้นพบใหม่ โดยกระบวนการหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้มีประสบการณ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยแบบครบวงจรก็คือ การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Investigation) ซึ่งมีขั้นตอนเริ่มด้วยให้ผู้เรียนได้ตั้งปัญหาเพื่อสำรวจสถานการณ์ และสร้างเป็นข้อความคาดการณ์จากสิ่งที่สังเกตด้วยตนเอง แล้วจึงพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ เพื่อวางนัยทั่วไป (Jaworski, 1994) กระบวนการนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์สถานการณ์ ให้เหตุผลในสิ่งที่คิด และพิสูจน์ข้อสรุปของตนเอง (Diezmann, Watters, and English, 2001) ซึ่งในการนำแนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้สามารถนำได้หลายแนวทาง หนึ่งในนั้นคือการพัฒนาเป็นชุดกิจกรรม เพราะชุดกิจกรรมสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการสอน สร้างความสนใจสนับสนุนการมีปฏิสัมพันธ์ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองได้

จากเหตุที่ได้กล่าวมาข้างต้น กอปรกับการเห็นความสำคัญของการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะกับนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ซึ่งหากสามารถพัฒนาทักษะนี้ของนิสิตครูให้เพิ่มขึ้นได้ ก็จะส่งผลต่อการนำไปพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ซึ่งเป็นทักษะย่อยของทักษะการเรียนรู้ที่สำคัญในศตวรรษที่ 21 ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนต่อไป (Faradillah, Hadi, and Tsurayya, 2018) ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เพื่อนำข้อมูลและนวัตกรรมที่ได้มาใช้ในการพัฒนากิจกรรมเสริมสำหรับนิสิต เพื่อให้นิสิตเหล่านั้นได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเห็นความสำคัญของการให้เหตุผล มีความเข้าใจ และได้แนวคิดในการนำรูปแบบกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการประกอบวิชาชีพครูต่อไปในอนาคต

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพ

2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

3. เพื่อศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

กรอบแนวคิดของการวิจัย

งานวิจัยนี้ดำเนินการออกแบบและสร้างชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ให้มีลักษณะกิจกรรมเป็นไปตามกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ส่วน คือ การศึกษากรณีเฉพาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ การพิสูจน์ให้เหตุผล และการวางนัยทั่วไป (Mason et al, 2011, Yeo and Yeap, 2009) ซึ่งสอดคล้องกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Yeo and Yeap, 2009) และเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย โดยเนื้อหาของกิจกรรมจะครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น ตามสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2560)

การจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ปรับปรุงจากแนวคิดของ Frobisher (1994) ซึ่งได้เสนอโมเดลที่ประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป การสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบ การตั้งสมมติฐานและตรวจสอบ และการวางนัยทั่วไปและการพิสูจน์ และแนวคิดกระบวนการทางพุทธิปัญญาในการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของ Yeo (2013, 2017) ซึ่งประกอบด้วย 3 ระยะ 8 ขั้นตอน ดังนี้

ระยะที่ 1 ระยะเข้าถึง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นเข้าใจในงาน นักเรียนต้องพยายามทำความเข้าใจงาน ด้วยการอ่านอย่างถี่ถ้วน ชี้บ่งในข้อมูลสำคัญ ทำให้ข้อมูลเป็นรูปธรรมด้วยการวาดแผนภาพอย่างเหมาะสม และอาจทดลองสุ่มทดลองตัวอย่างเพื่อสร้างความเข้าใจ

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นเสนอปัญหา นักเรียนจะต้องตั้งปัญหาเพื่อดำเนินการหาคำตอบ ผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนนี้เป็นไปได้ 2 ประการคือ ได้ปัญหาทั่วไปเพื่อค้นหาแบบรูป หรือได้ปัญหาเฉพาะเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 ระยะโจมตี ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน (ขั้นตอนที่ 3 - 6)

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นกรณีเฉพาะหรือใช้วิธีการอื่น นักเรียนต้องใช้การยกตัวอย่างเฉพาะ หรือการยกชุดตัวอย่างที่เป็นระบบ เพื่อค้นหาแบบรูป หรืออาจใช้วิธีการอื่นๆ หรือใช้การผสมผสานระหว่างวิธีทั้งสอง

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้างข้อความคาดการณ์ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ 1) การค้นหาแบบรูป และ 2) การได้ข้อความคาดการณ์ แม้ว่าผลลัพธ์ของการค้นหาแบบรูป คือการได้ข้อความคาดการณ์ แต่นักเรียนอาจ

ได้ข้อความคาดการณ์จากวิธีการอื่น เช่น การอ้างอิงเหตุผล

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการยืนยัน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย คือ 1) การทดสอบแบบง่าย ด้วยการยกตัวอย่างค้าน 2) การยืนยันโดยไม่ใช้การเขียนพิสูจน์ และ 3) การยืนยันโดยใช้การเขียนพิสูจน์ ทั้งนี้ในทางปฏิบัติ อาจข้ามบางขั้นตอนโดยไม่จำเป็นต้องทำครบทุกขั้นตอนได้ และหากในขั้นการยืนยัน พบว่าข้อความคาดการณ์ที่พิจารณาเป็นเท็จ ก็สามารถย้อนกลับไปเพื่อค้นหาแบบรูปใหม่ หรือสร้างข้อความคาดการณ์ใหม่

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นการวางนัยทั่วไป เพราะว่าขั้นตอนนี้มีส่วนซ้อนทับกับขั้นสร้างข้อความคาดการณ์ และขั้นการยืนยัน เพื่อความชัดเจนจึงเน้นไปที่ผลลัพธ์ 2 ประการที่อาจเกิดขึ้นได้ คือ 1) นัยทั่วไป ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อข้อความคาดการณ์ที่สร้างจากการสังเกตแบบรูป ได้รับการพิสูจน์ยืนยันอย่างถูกต้อง และ 2) การแก้ปัญหาได้โดยไม่ต้องวางนัยทั่วไป ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อข้อความคาดการณ์ที่สร้างจากวิธีการอื่นๆ ได้รับการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเกิดกรณีที่มีการใช้วิธีการอื่นแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องผ่านการสร้างข้อความคาดการณ์ใดๆ ซึ่งเป็นการข้ามจากขั้นตอนที่ 3 มายังขั้นตอนที่ 6 ได้โดยตรง

ระยะที่ 3 ระยะทบทวน ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน (ขั้นตอนที่ 7 และ 8)

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นการตรวจสอบ โดยภายหลังจากการแก้ปัญหาสำเร็จ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการทำงาน ซึ่งการตรวจสอบเช่นนี้ จะเกิดขึ้นในระหว่างดำเนินขั้นตอนอื่นๆ ก่อนหน้านี้ด้วย ภายหลังจากขั้นตอนที่ 7 นักเรียนจะดำเนินการได้ใน 3 ลักษณะ คือ 1) อาจย้อนกลับไปในขั้นตอนที่ 2 เพื่อตั้งปัญหาใหม่เพิ่มโดยไม่เปลี่ยนแปลงสิ่งที่กำหนดให้เดิม 2) อาจจบการแก้ปัญหา หรือ 3) อาจขยายหรือเปลี่ยนแปลงปัญหาเดิมให้เป็นปัญหาใหม่ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ 8

ขั้นตอนที่ 8 ขั้นการขยายปัญหา นักเรียนจะตั้งปัญหาเพิ่มเติม โดยปัญหานั้นจะเป็นการขยายจากสถานการณ์เดิม แต่เปลี่ยนบริบทใหม่ หรือเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขที่กำหนดใหม่ ในแนวคิด “จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า ...” แล้วดำเนินการหาคำตอบตามขั้นตอนที่ผ่านมาอีกครั้ง

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของ Frobisher (1994) และกระบวนการทางพุทธิปัญญาในการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของ Yeo (2013, 2017) ผู้วิจัยได้ปรับปรุงกระบวนการให้มีความกระชับเหมาะกับบริบทในชั้นเรียนมากขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 เป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ

ระยะที่ 2

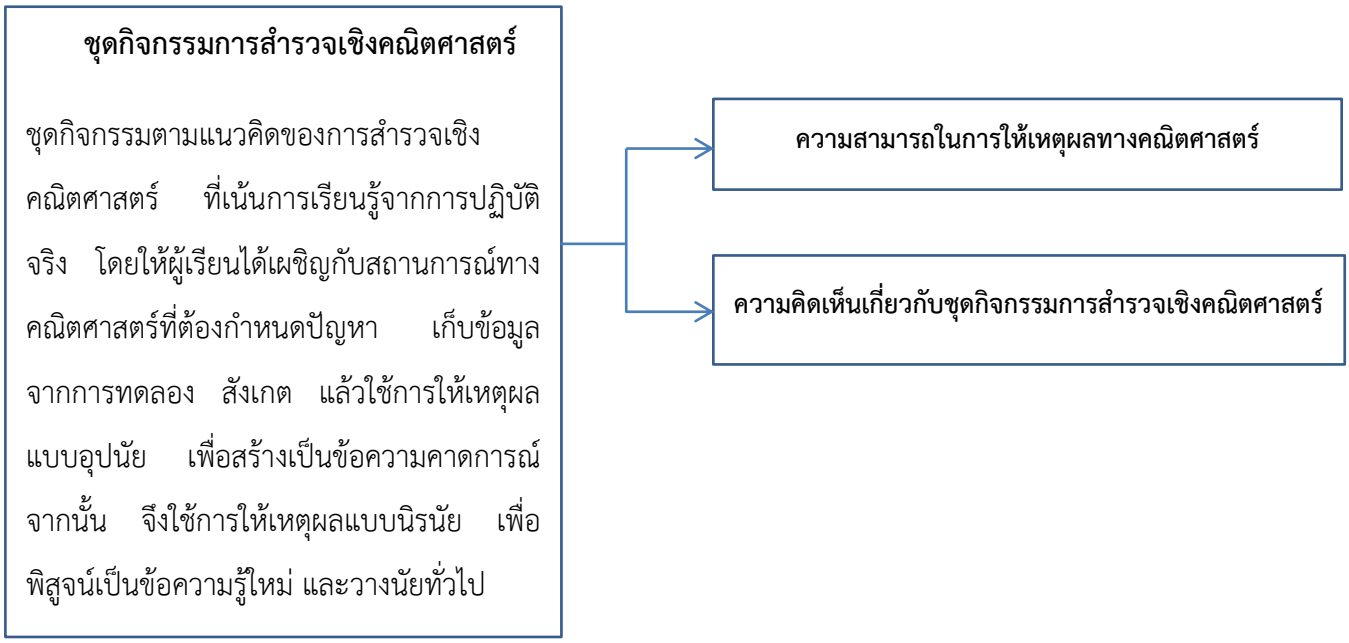
ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล

ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์

ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไป

ระยะที่ 3 เป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด

โดยสรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยได้ดังภาพประกอบที่ 1



ภาพประกอบที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัย

Ng (2003) ได้ศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ของการนำงานเชิงการสำรวจไปใช้ในชั้นเรียนระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่ศึกษาอยู่ในโปรแกรมนักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษ จำนวน 29 คน โดยจัดกิจกรรมในลักษณะบทเรียนต่อเนื่องเกี่ยวกับการสำรวจจัตุรัสกล ใช้เวลาในการสำรวจทั้งแบบ 15 นาที ในห้องเรียนปกติ และ 3 ชั่วโมงในห้องคอมพิวเตอร์ รวมเวลาการสำรวจทั้งหมด 23 ชั่วโมง 10 นาที ในช่วงระยะเวลา 6 เดือน เก็บข้อมูลโดยการบันทึกวีดิทัศน์เพื่อวิเคราะห์ ผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมเชิงการสำรวจช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นและความสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง สร้างโอกาสให้นักเรียนได้พยายามแก้ปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง

Ng, Teo and Leow (2005, อ้างถึงใน Yeo, 2013) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในประเทศสิงคโปร์ โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 8 ที่ได้ทำงานการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติ และแบ่งกลุ่มเพื่อทำโครงงานย่อย ซึ่งผลงานจากทั้งสองส่วนจะได้รับการประเมินแบบรูบริค ผลการศึกษาเสนอว่าควรนำงานการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการฝึกทักษะหรือมโนทัศน์ และควรใช้การทำโครงงานเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อเนื้อหาที่มีความแตกต่างกัน

Lavigne & Lajoie (2007) ได้ทำการวิจัยแบบกรณีศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสืบสอบซึ่งประกอบด้วย 4 ระยะ คือ การตั้งคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการนำเสนอข้อมูล และศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน โดยเก็บข้อมูลด้วยการบันทึกวีดิทัศน์ขณะนักเรียนทำกิจกรรมในทุกขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบเพื่อนำมาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติที่สูงขึ้น โดยแสดงความสามารถได้สูงที่สุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

Da Ponte (2008) ได้กล่าวว่าการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่มีนัยสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ด้วยเหตุผลหลายประการ เช่น การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการมีส่วนร่วมของนักเรียนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์สนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทำให้เกิดการคิดแบบองค์รวม สามารถเสริมเข้าไปในทุกๆ ส่วนของหลักสูตรได้อย่างเป็นธรรมชาติ และการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ยังสนับสนุนให้เกิดการคิดที่ลุ่มลึก ซึ่งเสริมสร้างการเรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐาน

Quinnell, L. (2010) ได้กล่าวว่าแนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ได้ถูกนำไปแตกย่อยเป็นขั้นตอนของการทำงานเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปนำเสนอในลักษณะของภาพประกอบที่ทำให้วิธีการของการสำรวจและการแก้ปัญหาเป็นภาพที่มีความหมายสำหรับนักเรียน ความสามารถในการตั้งปัญหา การเก็บรวบรวมข้อมูล การสำรวจ และค้นพบคำตอบ การแก้ปัญหา การอธิบาย การแลกเปลี่ยนและการตรวจสอบคำตอบ การประเมินสะท้อนผลและเลือกคำตอบที่ถูกต้อง การปรับปรุง การทดสอบกระบวนการสำรวจ และการปฏิเสธหรือยืนยันแนวคิด เป็นทักษะที่ต้องเน้นย้ำในการจัดการเรียนรู้สมัยใหม่ กระบวนการนี้ต้องจัดให้เกิดขึ้นทั้งในระดับกลุ่มเล็กและระดับทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังได้นำเสนอแผนภาพของแนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไว้ในลักษณะของวงจร 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1. การตั้งคำถาม 2. การสำรวจโดยนักเรียน การเก็บรวบรวมข้อมูล และการสื่อสาร 3. การสรุปและการวางนัยทั่วไป 4. การคิดวิเคราะห์ การประเมิน การสื่อสาร การปฏิเสธหรือการยืนยันแนวคิด การสะท้อนผล การปรับปรุงกระบวนการสำรวจ และการตั้งคำถามเพิ่มเติม

Matthew & Kenneth (2013) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลอง ซึ่งเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดสืบเสาะความรู้ที่มีการแนะ (Guided Inquiry Teaching Method) กับนักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 2 เดือน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญ .05

Sumarna & Sentryo (2017) ได้ทำการวิจัยแบบกึ่งทดลองเกี่ยวกับการนำแนวทางการสำรวจเชิง

คณิตศาสตร์ไปใช้ในการสอนวิชาเรขาคณิต เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักศึกษาครูระดับประถมศึกษา ผ่านสถานการณ์ปัญหาการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้พบตามปกติ โดยความสามารถในการให้เหตุผลแบ่งเป็น การวิเคราะห์ การวางนัยทั่วไป การสังเคราะห์ การแสดงให้เห็นจริง และการนำมาปรับปรุงการแก้ปัญหานั้นอีกครั้ง กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 56 คน และกลุ่มควบคุม 55 คน รวม 111 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการเรียนรู้และความรู้คณิตศาสตร์เดิม กับการเพิ่มขึ้นของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ณัฏฐปิญชาน์ พชญาชมชื่น เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร และอาพันธ์ชนิต เจนจิต (2558) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 47 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์เรื่อง ความสัมพันธ์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู (2560) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความน่าจะเป็น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากระดับ 1 และ 2 ได้ถึงระดับ 3 และ 4

ศุภชัย ราชมนเทียร นวพล นนทภา และพูนศักดิ์ ศิริโสม (2560) ได้ศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 69 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีระดับการให้เหตุผลอยู่ในระดับที่ 4 มากที่สุด (ร้อยละ 42.03) คือ การให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ รองลงมาเป็นระดับ 3 (ร้อยละ 28.99) คือ การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยดังกล่าว และจากการตรวจสอบเอกสารที่เกี่ยวข้องดังที่ได้แสดงในบทที่ 2 ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยว่า นิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น จะมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และมีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นสมมติฐาน 3 ข้อ คือ

1. ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

ขอบเขตของการวิจัย

1. ตัวแปร

1.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1.2 ตัวแปรตาม ประกอบด้วย ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. กลุ่มที่ศึกษา

ประชากร คือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง คือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 รวม 12 คน ซึ่งได้มาจากการอาสาสมัคร

3. เนื้อหา

ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีเนื้อหาครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น ประกอบด้วย 6 กิจกรรม ได้แก่ 1) ฉับ 2) เพลโต อาร์คิมีดีส ออยเลอร์ 3) ปูกระเบื้องแบบพิเศษ 4) กิ้งก่าเปลี่ยนสี 5) กบกระโดด และ 6) เดินๆ ถอยๆ แต่ละกิจกรรมใช้เวลาปฏิบัติกิจกรรม 3 ชั่วโมง โดยในการวิจัยได้นำชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 6 กิจกรรม มาทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

นิยามศัพท์

การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Investigation) หมายถึง กระบวนการสำรวจสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง มโนทัศน์ หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมตามกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่เน้นการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง โดยให้ผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้อง

กำหนดปัญหา เก็บข้อมูลจากการทดลอง สังเกต แล้วใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อพิสูจน์เป็นข้อความรู้ใหม่ และวางนัยทั่วไป ซึ่งเป็นไปตามหลักการสำคัญ 4 ข้อ คือ การศึกษากรณีเฉพาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ การพิสูจน์ให้เหตุผล และการวางนัยทั่วไป (Yeo and Yeap, 2009) โดยการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในที่นี้ ปรับปรุงจากแนวคิดของ Frobisher (1994) และ Yeo (2013) แบ่งออกเป็น 3 ระยะ โดยระยะที่ 2 แบ่งย่อยเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ระยะที่ 1 เป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ

ระยะที่ 2

ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล

ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์

ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไป

ระยะที่ 3 เป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด

ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นตามแนวคิดของการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 กิจกรรม มีเนื้อหาครอบคลุมทั้งสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น แต่ละกิจกรรมประกอบด้วย 4 ส่วน คือ ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม เนื้อหากิจกรรม สื่อประกอบการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผล

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในสามด้าน คือ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการวิเคราะห์หาตัวแปรสำคัญและอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรสำคัญเหล่านั้น การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ซึ่งเป็นการสร้างความสัมพันธ์ใหม่จากข้อมูลโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นการตรวจสอบความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นโดยใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอผลการศึกษาค้นคว้าตามลำดับ ดังนี้

1. กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
   1.1 กิจกรรมและชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์
   1.2 ความหมายและความสำคัญของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
   1.3 ลักษณะของสถานการณ์และการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   2.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   2.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   2.3 การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
   2.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
   3.2 งานวิจัยในประเทศ

1. กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

1.1 กิจกรรมและชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์

กิจกรรมคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ถึงจะมีชื่อเรียกแตกต่างกันไป เช่น กิจกรรมร่วมหลักสูตร กิจกรรมเสริมหลักสูตร แต่มีจุดมุ่งหมายเดียวกันคือเป็นการเพิ่มพูนประสบการณ์เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ทั้งในมิติของความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักการศึกษา และนักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของกิจกรรมคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Guberman (2004) ได้กล่าวว่า กิจกรรมคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่พัฒนาความรู้ด้านคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน ผ่านกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง และเป็นกิจกรรมที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน เพื่อ

ส่งเสริมความรู้ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากการเรียนการสอนปกติ เช่น ความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวน วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

นิรมล แจ่มจำรัส (2526) กล่าวว่า กิจกรรมส่งเสริมคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้นนอกเหนือจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติ และให้นักเรียนได้เลือกเรียนตามความสนใจ เพื่อส่งเสริมความรู้และประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์และประสบการณ์ชีวิต ที่นอกเหนือจากการเรียนในห้องเรียนให้แก่ผู้เรียน

สุชาติ รัตนกุล (2526) กล่าวว่า ในการสอนกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ วิธีการสอนมีความสำคัญมาก แม้ว่าผู้สอนจะมีความรู้ในเนื้อหาวิชาเป็นอย่างดี แต่ถ้าไม่รู้จักวิธีการสอน เทคนิคการสอน ผู้เรียนย่อมไม่เกิดความเข้าใจตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ การสอนเพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ครูควรจัดกิจกรรมเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนตามหลักสูตร และส่วนที่เป็นกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งทั้งสองส่วนเป็นกิจกรรมที่ครูจำเป็นต้องจัดขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และพัฒนาอย่างสมบูรณ์และเต็มรูปแบบ

ยุพิน พิพิธกุล (2528) กล่าวว่า กิจกรรมคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ให้สอดคลองกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ วิชาการสอนมีความสำคัญมาก แม้ว่าผู้สอนจะมีความรู้ในเนื้อหาเป็นอย่างดี แต่ไม่รู้จักใช้วิธีสอน ผู้เรียนย่อมไม่เกิดความเข้าใจตามจุดมุ่งหมายที่ได้ตั้งไว้

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2544) อธิบายความหมายของกิจกรรมคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็น กิจกรรมเสริมหลักสูตรประเภทหนึ่ง ที่จัดขึ้นเพื่อเสริมความรู้ความสนใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยนักเรียนเป็นผู้ตัดสินใจเองในการเข้าร่วมกิจกรรมด้วยความสมัครใจ กิจกรรมคณิตศาสตร์จะช่วยเสริมความรู้คณิตศาสตร์และความสนใจของนักเรียนในสิ่งที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนช่วยส่งเสริมพัฒนาการของนักเรียนในทุกๆ ด้าน

รจนี บุญลือ (2550) อธิบายกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกิจกรรมเสริมหลักสูตรกิจกรรมหนึ่ง ซึ่งจัดขึ้นเพื่อเสริมความรู้ ประสบการณ์ และความสนใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยมีความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เพื่อให้นักเรียนได้รับประโยชน์ และคุณค่าจากกิจกรรมเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สำหรับชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักคณิตศาสตรศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Houston et al (1972) กล่าวว่า ชุดการเรียนหรือชุดกิจกรรมเป็นชุดประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้ผู้เรียน เพื่อบรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้

Kapfer & Kapfer (1972) ได้ให้ความหมายของชุดกิจกรรมว่าเป็นรูปแบบการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนจนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลการเรียนรู้

การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างชุดกิจกรรมนั้น ได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ เนื้อหานั้นต้องตรง สามารถสื่อความหมายให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

Good (1973) ได้ให้ความหมายของชุดกิจกรรมว่าคือโปรแกรมการสอนทุกอย่าง ที่จัดไว้เฉพาะทั้งอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน เนื้อหา คู่มือครู แบบฝึกหัด มีการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนอย่างครบถ้วน ชุดการสอนนั้นนักเรียนจะได้ศึกษาด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้จัดให้และเป็นผู้แนะนำเท่านั้น

Proctor (2003, อ้างถึงใน ทิพย์วรรณ สุวรรณี, 2549) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนการสอนว่าหมายถึง นวัตกรรมที่พัฒนาขึ้นเพื่อตอบสนองความต้องการรายบุคคลของนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ในทิศทางที่ต้องการ และช่วยฝึกให้นักเรียนสามารถอธิบายสิ่งที่เรียนรู้ได้ โดยในชุดการเรียนรู้จะประกอบด้วยส่วนสำคัญของความรู้ ได้แก่ ทักษะ ทัศนคติ แนวคิด หรือความคิดรวบยอดอย่างใดอย่างหนึ่ง

เบญจวรรณ ใจหาญ (2550) ไดใหความหมายว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง สื่อ หรือ นวัตกรรมทางการศึกษาที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนรูหรือกิจกรรมการเรียนรู้ สวนมากประกอบดวย คำชี้แจง ชื่อเรื่อง จุดมุ่งหมาย กิจกรรม และการประเมินผล ซึ่งผูเรียนสามารถศึกษาไดดวยตนเองตามขั้นตอนที่ระบุไว้ในชุดกิจกรรมตามศักยภาพของผูเรียนแตละคน

อารม โพธิ์พัฒน (2550) ไดใหความหมายของชุดกิจกรรมวา ชุดกิจกรรม คือ สื่อการสอนชนิดหนึ่งที่ชวยให้นักเรียนไดศึกษาดวยตนเองตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ สามารถแกปญหาความแตกตางระหวางนักเรียน หรือบุคคล สงเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามความสามารถ และเกิดพฤติกรรมตามเปาหมายของการเรียนรู โดยครูเปนผูจัดและแนะนำให้เทานั้น

จากความหมายของกิจกรรมคณิตศาสตร์และชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่ากิจกรรมคณิตศาสตร์ หมายถึง กิจกรรมที่จัดขึ้นโดยมุ่งเสริมความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเสริมประสบกาณ์ทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน โดยผู้เรียนต้องสมัครใจในการเข้าร่วมกิจกรรม และในการสร้างชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบให้ชุดกิจกรรมในภาพรวมประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กำหนดเวลาในแต่ละกิจกรรม ตารางวิเคราะห์เนื้อหาแต่ละกิจกรรมกับสาระคณิตศาสตร์ และแนวทางในการวัดและประเมินผลในแต่ละกิจกรรม ตลอดจนเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค และกำหนดให้องค์ประกอบในแต่ละกิจกรรมประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 ส่วน ได้แก่ 1. ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม ที่มีชื่อกิจกรรม จุดประสงค์การเรียนรู้ และข้อมูลในการเกริ่นนำเข้ากิจกรรม 2. เนื้อหากิจกรรม ซึ่งรวมแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และเอกสารแนบท้ายกิจกรรม 3. สื่อประกอบการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และ 4. การวัดและประเมินผล

1.2 ความหมายและความสำคัญของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการสำรวจสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง

มโนทัศน์ หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะการตั้งปัญหา การสังเกต การสำรวจ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วพิสูจน์หรือให้เหตุผลสนับสนุนข้อความคาดการณ์นั้นๆ โดยวางนัยทั่วไปเป็นกฎ หรือหลักการ นักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและกล่าวถึงความสำคัญของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

Ernest et al. (1991) กล่าวว่า การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ คือการตรวจสอบสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีครูเป็นผู้นำเสนอ หรือนักเรียนเป็นผู้ริเริ่มการสำรวจด้วยตนเอง โดยเริ่มต้นจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือปัญหาในชีวิตจริง

Jaworski (1994) กล่าวว่า กระบวนการสำรวจสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ จะเกี่ยวข้องกับการศึกษาตัวอย่างเฉพาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ การพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ และการวางนัยทั่วไป

Oliveira, Segurado, Ponte, and Cunha (1997) กล่าวถึงความสำคัญของการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญอย่างมากสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ เนื่องจากช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ตามระดับความสามารถของแต่ละบุคคล กระตุ้นวิธีการคิดแบบองค์รวม การคิดหาความสัมพันธ์ และเงื่อนไขพื้นฐานสำหรับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และทำให้ผู้เรียนเกิดมุมมองทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์

Ponte et al (1998) อธิบายว่า การสำรวจทางคณิตศาสตร์ เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่มีลักษณะใกล้เคียงกับการทำงานวิจัยของนักคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 2 ลักษณะ คือ

1) การมุ่งความสนใจไปที่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่าบริบท
2) นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญทั้งในการตั้งคำถามเพื่อใช้ในการสำรวจ การออกแบบกลวิธี การนำกลวิธีไปใช้ และการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ต่อมาในปี 2008 (Da Ponte. 2008) เขายังได้กล่าวว่า การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เป็นส่วนที่มีนัยสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ด้วยเหตุผลหลายประการ เช่น การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการมีส่วนร่วมของนักเรียนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์สนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทำให้เกิดการคิดแบบองค์รวม สามารถเสริมเข้าไปในทุกๆ ส่วนของหลักสูตรได้อย่างเป็นธรรมชาติ และการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ยังสนับสนุนให้เกิดการคิดที่ลุ่มลึก ซึ่งเสริมสร้างการเรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐาน

Bailey, J. (2004) อธิบายว่า การสำรวจทางคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาหรือข้อความปลายเปิด ที่เปิดโอกาสให้ได้สำรวจความเป็นไปได้ที่หลากหลายในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำไปสู่ แนวคิดหรือคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย และต่อมาในปี 2014 (Bailey, J. 2014) ยังได้อธิบายเพิ่มเติมว่า การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นับเป็นงานทางคณิตศาสตร์แบบปลายเปิด ที่เปิดโอกาสให้ได้สำรวจค้นหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

Yeo, Joseph (2010) อธิบายว่า การสำรวจทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมเชิงสำรวจแบบเปิด (open investigative activity) ซึ่งประกอบด้วยส่วนของทั้งการตั้งปัญหา และการแก้ปัญหา และต่อมาในปี 2013 yeo ได้อธิบายเพิ่มว่า กระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการตรวจสอบปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะค้นหาข้อเท็จจริงพื้นฐาน หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Yeo. 2013)

Quinnell, L. (2010) ได้กล่าวว่า แนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ได้ถูกนำไปแตกย่อยเป็นขั้นตอนของการทำงานเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปนำเสนอในลักษณะของภาพประกอบที่ทำให้วิธีการของการสำรวจและการแก้ปัญหาเป็นภาพที่มีความหมายสำหรับนักเรียน ความสามารถในการตั้งปัญหา การเก็บรวบรวมข้อมูล การสำรวจ และค้นพบคำตอบ การแก้ปัญหา การอธิบาย การแลกเปลี่ยนและการตรวจสอบคำตอบ การประเมินการสะท้อนผล และการเลือกคำตอบที่ถูกต้อง การปรับปรุง การทดสอบกระบวนการสำรวจ และการปฏิเสธหรือยืนยันแนวคิด เป็นทักษะที่ต้องเน้นย้ำในการจัดการเรียนรู้สมัยใหม่ กระบวนการนี้ต้องจัดให้เกิดขึ้นทั้งในระดับกลุ่มเล็กและระดับทั้งชั้นเรียน

จากความหมายและความสำคัญของการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า กระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้ดำเนินการสำรวจตรวจสอบสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อตั้งประเด็นปัญหา แล้วจึงค้นหาข้อเท็จจริง มโนทัศน์ หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยแบบครบวงจร กล่าวคือ ได้ใช้ทักษะการตั้งปัญหา สังเกต สำรวจเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ หรือให้เหตุผลสนับสนุนข้อความคาดการณ์นั้นๆ แล้ววางนัยทั่วไป โดยกำหนดเป็นกฎหรือหลักการ เพื่อใช้เป็นข้อสรุปของคำตอบในการสำรวจ

1.3 ลักษณะของสถานการณ์และการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เป็นผู้สำรวจและกำหนดประเด็นปัญหาที่ต้องการศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะลงมือปฏิบัติจริงในการทดลอง เก็บข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ พิสูจน์ หาเหตุผลรองรับ หรือปฏิเสธข้อความคาดการณ์ ก่อนที่ปรับข้อความคาดการณ์หรือวางนัยทั่วไปต่อไป ดังนั้นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมจึงต้องมีความเหมาะสม นักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของสถานการณ์ที่ดีและเหมาะนำมาใช้จัดกิจกรรม ดังนี้

Greenes (1996) กล่าวว่า การสำรวจจะเริ่มต้นด้วยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และคำถามที่ดึงดูดความสนใจเพื่อกระตุ้นความอยากรู้ของนักเรียน ในประเด็นของการกระตุ้นความอยากรู้ของผู้เรียนนี้ สอดคล้องกับ Stemn (2008) ที่กล่าวว่า ภาระงานของการสำรวจ คือ สถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง หรือสถานการณ์ที่ไม่เคยพบในห้องเรียนปกติมาก่อน ซึ่งสถานการณ์เหล่านี้จะช่วยเพิ่มความสนใจ ความอยากรู้ และความกระตือรือร้นของนักเรียน แล้วส่งผลต่อความอยากเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

Morgan (1998) กล่าวว่า ปัญหาหรือสถานการณ์สำหรับการสำรวจถูกมองว่าเป็นปัญหารูปแบบใหม่ ที่

นักเรียนต้องตัดสินใจ วางแผน และเลือกวิธีการหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง

Da Ponte (2001) กล่าวว่า ปัญหาในการสำรวจ จะเป็นปัญหาที่มีโครงสร้าง และเปิดกว้าง มากกว่าปัญหาทั่วไป ซึ่งจะเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว หรือเป็นสถานการณ์ที่อ้างถึงบริบทในชีวิตจริง สอดคล้องกับ Orton and Frobisher (2004) ที่กล่าวว่า สถานการณ์สำหรับการสำรวจ เป็นภาระงานหรือโจทย์ที่มอบหมายให้นักเรียนทำ โดยสถานการณ์ดังกล่าว จะต้องไม่ระบุ หรือกำหนดเป้าหมายของสถานการณ์ให้ชัดเจนมากนัก และสอดคล้องกับ Bailey (2004) ที่กล่าวว่า ปัญหาสำหรับการสำรวจเป็นปัญหาแบบปลายเปิด หรือเป็นสถานการณ์ที่นำไปสู่การสำรวจค้นหาความรู้หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ควรนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ควรเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่พบในห้องเรียนปกติทั่วไป และกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง หรือสถานการณ์ที่มีความท้าท้าย อีกทั้งยังต้องเป็นสถานการณ์ปลายเปิด สามารถกำหนดเป็นปัญหาได้หลากหลาย และเปิดกว้างให้ผู้เรียนได้วางแผน ใช้ความคิด และตัดสินใจได้อย่างเสรี

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีนักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Height (1989) ได้นำเสนอกลยุทธ์พหุวงจรสำหรับการสำรวจ ซึ่งประกอบด้วย 8 ขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้เรียนจำเป็นจะต้องเข้าใจภาระงานที่สำรวจก่อนเริ่มทำกิจกรรม และเตรียมพร้อมการสำรวจ ด้วยการกำหนดรูปแบบปัญหาขั้นต้น
2. เก็บรวบรวมข้อมูลของปัญหาในแง่มุมต่างๆ
3. บริหารจัดการข้อมูลที่เก็บมาได้ด้วยการมองหาแบบรูปของข้อมูล
4. จากแบบรูปที่มองเห็นให้ตั้งเป็นสมมติฐาน
5. ทดสอบสมมติฐาน โดยยึดข้อมูลเชิงประจักษ์เป็นพื้นฐาน
6. ปรับปรุงปัญหาเดิมหรือขยายขอบเขตปัญหาให้กว้างขึ้น แล้วดำเนินการแบบเดิมในลักษณะวงจร
7. พยายามตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้การให้เหตุผลที่รัดกุม
8. นำเสนอปัญหาและข้อสรุปที่ได้จากการสำรวจ

โดยสาเหตุที่ Height เรียกตัวแบบนี้ว่าพหุวงจร ก็เพราะผู้เรียนจะต้องดำเนินกิจกรรมสำรวจในลักษณะที่เป็นวงจรหลายๆ วงจร ต่อเนื่องไป แต่ตัวแบบเช่นนี้ก็จัดอยู่ในประเภทตัวแบบที่มีจุดสิ้นสุดการดำเนินงาน

Frobisher (1994) กล่าวว่า กระบวนการทางคณิตศาสตร์สร้างมีปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้มีส่วนร่วมกับการสำรวจ โดยเขาได้นำเสนอตัวแบบที่สนับสนุนการเกิดปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการหาค้นหาแบบรูป การสร้างข้อความคาดการณ์ และการพิสูจน์ ต่อมา Yeo (2013) ได้กล่าวเพิ่มว่าแม้ว่าองค์ประกอบของตัวแบบของ Frobisher จะคล้ายกับตัวแบบอื่นๆ ก่อนหน้า หากแต่มีการแยกความแตกต่างระหว่าง การสร้างข้อความคาดการณ์ และการตั้งสมมติฐาน โดยต้องเริ่มต้นจากการสร้างข้อความคาดการณ์ จากนั้นจึงทดสอบข้อความคาดการณ์นั้นด้วยข้อมูลเชิงประจักษ์ หากสามารถยืนยันข้อความ

คาดการณ์นั้นได้ จะทำให้จากข้อความคาดการณ์กลายเป็นสมมติฐาน แม้ว่าตัวแบบของ Frobisher จะไม่ได้กำหนดให้ต้องมีการเกิดวงจรหลายรอบเหมือนตัวแบบอื่น แต่นับเป็นตัวแบบที่เน้นความแตกต่างระหว่างข้อความคาดการณ์และสมมติฐานอย่างชัดเจน

Quinnell (2010) ได้นำเสนอว่า กระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์สนับสนุนให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในการตั้งคำถาม เก็บข้อมูล สำรวจค้นหาคำตอบ แก้ปัญหา บรรยายพรรณาความ แลกเปลี่ยน พร้อมธิบายเพิ่มเติม ประเมิน สะท้อนผล และตัดสินใจเลือกคำตอบที่ถูกต้อง ร่างข้อสรุป ปรับและทดสอบตัวแบบที่ได้จากการสำรวจ ปฏิเสธหรือให้เหตุผลโต้แย้ง ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นทักษะที่ควรสนับสนุนให้เกิดขึ้นในห้องเรียนคณิตศาสตร์ยุคใหม่ทั้งในระดับกลุ่มย่อยและระดับชั้นเรียน Quinnell ได้นำเสนอตัวแบบในการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนในลักษณะของวงจร ได้แก่

1. การตั้งปัญหา
2. การสำรวจปัญหาโดยผู้เรียน การเก็บข้อมูล และการสื่อสาร
3. การสรุปและการสร้างกรณีทั่วไป
4. การคิดวิเคราะห์ การประเมินผล การสื่อสาร การปฏิเสธหรือให้เหตุผลป้องกันข้อสรุป การสะท้อนผล การปรับตัวแบบ และการตั้งปัญหาเพิ่มเติม

Yeo (2013, 2017) ได้นำเสนอแนวคิดกระบวนการทางพุทธิปัญญาในการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 3 ระยะ 8 ขั้นตอน ดังนี้

ระยะที่ 1 ระยะเข้าถึง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นเข้าใจในงาน นักเรียนต้องพยายามทำความเข้าใจงาน ด้วยการอ่านอย่างถี่ถ้วน ชี้บ่งในข้อมูลสำคัญ ทำให้ข้อมูลเป็นรูปธรรมด้วยการวาดแผนภาพอย่างเหมาะสม และอาจทดลองสุ่มตัวอย่างเพื่อสร้างความเข้าใจ

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นเสนอปัญหา นักเรียนจะต้องตั้งปัญหาเพื่อดำเนินการหาคำตอบ ผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนนี้เป็นไปได้ 2 ประการคือ ได้ปัญหาทั่วไปเพื่อค้นหาแบบรูป หรือได้ปัญหาเฉพาะเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา

ระยะที่ 2 ระยะโจมตี ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน (ขั้นตอนที่ 3 - 6)

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นกรณีเฉพาะหรือใช้วิธีการอื่น นักเรียนต้องใช้การยกตัวอย่างเฉพาะ หรือการยกชุดตัวอย่างที่เป็นระบบ เพื่อค้นหาแบบรูป หรืออาจใช้วิธีการอื่นๆ หรือใช้การผสมผสานระหว่างวิธีทั้งสอง

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้างข้อความคาดการณ์ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ 1) การค้นหาแบบรูป และ 2) การได้ข้อความคาดการณ์ แม้ว่าผลลัพธ์ของการค้นหาแบบรูป คือการได้ข้อความคาดการณ์ แต่นักเรียนอาจได้ข้อความคาดการณ์จากวิธีการอื่น เช่น การอ้างอิงเหตุผล

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการยืนยัน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย คือ 1) การทดสอบแบบง่าย ด้วยการยกตัวอย่างค้าน 2) การยืนยันโดยไม่ใช้การเขียนพิสูจน์ และ 3) การยืนยันโดยใช้การเขียนพิสูจน์ ทั้งนี้ในทางปฏิบัติ อาจข้ามบางขั้นตอนโดยไม่จำเป็นต้องทำครบทุกขั้นตอนได้ และหากในขั้นการยืนยัน พบว่าข้อความคาดการณ์พิจารณาเป็นเท็จ ก็สามารถย้อนกลับไปเพื่อค้นหาแบบรูปใหม่ หรือสร้างข้อความคาดการณ์ใหม่

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นการวางนัยทั่วไป เพราะว่าขั้นตอนนี้มีส่วนซ้อนทับกับขั้นสร้างข้อความคาดการณ์ และขั้นการยืนยัน เพื่อความชัดเจนจึงเน้นไปที่ผลลัพธ์ 2 ประการที่อาจเกิดขึ้นได้ คือ 1) นัยทั่วไป ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อข้อความคาดการณ์ที่สร้างจากการสังเกตแบบรูป ได้รับการพิสูจน์ยืนยันอย่างถูกต้อง และ 2) การแก้ปัญหาได้โดยไม่ต้องวางนัยทั่วไป ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อข้อความคาดการณ์ที่สร้างจากวิธีการอื่นๆ ได้รับการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเกิดกรณีที่มีการใช้วิธีการอื่นแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องผ่านการสร้างข้อความคาดการณ์ใดๆ ซึ่งเป็นการข้ามจากขั้นตอนที่ 3 มายังขั้นตอนที่ 6 ได้โดยตรง

ระยะที่ 3 ระยะทบทวน ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน (ขั้นตอนที่ 7 และ 8)

ขั้นตอนที่ 7 ขั้นการตรวจสอบ โดยภายหลังจากการแก้ปัญหาสำเร็จ นักเรียนจะต้องตรวจสอบการทำงาน ซึ่งการตรวจสอบเช่นนี้ จะเกิดขึ้นในระหว่างดำเนินขั้นตอนอื่นๆ ก่อนหน้านี้ด้วย ภายหลังจากขั้นตอนที่ 7 นักเรียนจะดำเนินการได้ใน 3 ลักษณะ คือ 1) อาจย้อนกลับไปในขั้นตอนที่ 2 เพื่อตั้งปัญหาใหม่เพิ่ม โดยไม่เปลี่ยนแปลงสิ่งที่กำหนดให้เดิม 2) อาจจบการแก้ปัญหา หรือ 3) อาจขยายหรือเปลี่ยนแปลงปัญหาเดิมให้เป็นปัญหาใหม่ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ 8

ขั้นตอนที่ 8 ขั้นการขยายปัญหา นักเรียนจะตั้งปัญหาเพิ่มเติม โดยปัญหานั้นจะเป็นการขยายจากสถานการณ์เดิม แต่เปลี่ยนบริบทใหม่ หรือเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขที่กำหนดใหม่ ในแนวคิด “จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า ...” แล้วดำเนินการหาคำตอบตามขั้นตอนที่ผ่านมาอีกครั้ง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า กระบวนการสำรวจสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการเพื่อค้นหาข้อเท็จจริง มโนทัศน์ หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะการตั้งปัญหา การสังเกต การสำรวจ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วพิสูจน์หรือให้เหตุผลสนับสนุนข้อความคาดการณ์นั้นๆ โดยวางนัยทั่วไปเป็นกฎหรือหลักการ โดยกระบวนการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ จะปรับปรุงจากแนวคิดของ Frobisher (1994) และ Yeo (2013) ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ โดยระยะที่ 2 แบ่งย่อยเป็น 3 ขั้นตอน คือ ระยะที่ 1 เป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไป และระยะที่ 3 เป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด

2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายและความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นับเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่โดดเด่น มีความเฉพาะแตกต่างจากศาสตร์อื่นๆ และได้รับการให้ความสำคัญมาอย่างต่อเนื่องยาวนาน นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและระบุถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

NCTM (1989) ได้ระบุว่า การให้เหตุผลเป็นการสร้างข้อคาดเดา และตรวจสอบข้อคาดเดาจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย โดยต่อมาในปี 2000 (NCTM. 2000) ได้กล่าวเพิ่มถึงการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ดังนี้ 1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ 2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาเชิงคณิตศาสตร์ 3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์ และ 4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่างๆ อย่างหลากหลาย

Greenwood (1993) กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ ซึ่งถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Krulik และ Rudnick (1993) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดเดา หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล และอธิบายข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปนั้น

O’ Daffer และ Thornquist (1993) ได้ให้ทัศนะว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) และให้ความหมายของการคิดทางคณิตศาสตร์ว่าคือ การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดท้ายสุดคือแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น ซึ่งก่อนหน้านี้ ในปี 1990 O’ Daffer (O’ Daffer, 1990) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยมองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

Pretage (อ้างถึงใน Haggarty. 2002) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือการที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบ และตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

Leighton และ Sternberg (2004) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าคือ กระบวนการในการสร้างข้อสรุป ทุกสิ่งทุกอย่างที่ทำและคิด จะเกี่ยวข้องกับการหาข้อสรุป นั่นคือ เมื่อเราเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุป อ้างอิง และประเมิน จะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อเสมอ

TIMSS (2015) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการคิดหาคำอธิบายหรือสร้างความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล โดยใช้ข้อมูลพื้นฐานหรือหลักฐาน และสามารถจำแนกข้อเท็จจริงโดยการสร้างข้อโต้แย้ง ในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้

Battista, M. T. (2017) กล่าวว่า การให้เหตุผล คือ กระบวนการในการจัดการและการวิเคราะห์วัตถุตัวแทน แผนภาพ สัญลักษณ์ หรือข้อความ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่อยู่บนพื้นฐานของหลักฐานหรือข้อสมมติฐาน

Ministry of Education, Singapore (2012) ได้นำเสนอว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับความสามารถในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการสร้างข้อความโต้แย้งที่เป็นเหตุเป็นผล

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ซึ่งประกอบด้วย ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุป และความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ระบุว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริง หรือสถานการณ์ใหม่

ในด้านความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Russell (1999) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจความเป็นนามธรรมนั้น

Artzt และ Shirel (1999) ได้ระบุถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2546) ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นทักษะที่นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่น ความสามารถด้านเหตุผลและการคิด การตัดสินใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวัน จะช่วยให้นักเรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่างๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ได้ระบุว่าการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญ และจำเป็น เพราะการฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลจะช่วยให้

1. นักเรียนเข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้นๆ ได้ดี และสามารถปรับแนวคิดให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้ง
2. นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลได้
3. นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกัน
4. นักเรียนสามารถอธิบายและสรุปผลที่ได้อย่างเหมาะสม
5. นักเรียนยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม
6. เป็นพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป

นอกจากนี้ สสวท. (2555) ยังระบุเสริมว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่กล่าวมา จะพบได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลนั้น เป็นสิ่งสำคัญที่ต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนในทุกระดับ ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม เพราะทักษะการให้เหตุผลนี้นอกจากจะเป็นพื้นฐานที่นำไปใช้ในการสร้างความรู้ใหม่แล้ว ยังมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตอย่างมีคุณภาพ และจากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลตามที่ได้กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในสามด้าน ได้แก่ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

2.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่าน ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

O’ Daffer (1990) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมีอยู่ 2 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสังเกตขั้นพื้นฐานของกรณีเฉพาะหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดเดา แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วๆ ไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่เป็นตรรกะ โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานคือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่ว ไปเป็นหลัก และจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Baroody (1993) แบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือการให้เหตุผลแบบอุปนัย การให้เหตุผลแบบนิรนัย และการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้

(Insight) ลางสังหรณ์ ไม่มีข้อมูลที่จำเป็นประกอบการตัดสินใจ อาจเป็นการตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัด หรือจากความรู้สึกภายใน โดย Baroody ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภทว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก หรือแบบอุปนัย ที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบพิสูจน์ข้อคาดเดาซึ่งคือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

Stiggins (อ้างถึงใน สสวท. 2547) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลักๆ 3 แบบคือ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลแบบประเมิน โดยอธิบายว่า 1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อยๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ 2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่า สิ่งนั้นๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่า อย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรที่ถือว่าต่างกัน ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ 3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่า หรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่นๆ อีกได้แก่ การสังเคราะห์ (Synthesizing) ซึ่งเป็นการนำข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุป หรือเป็นการนำข้อมูลจากหลายๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป การจำแนก (Classifying) ซึ่งเป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องจำแนกเป็นอย่างดี และอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก และการอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Lawson (2010) ได้เสนอรูปแบบของการให้เหตุผลไว้ 4 รูปแบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสมมติฐาน (abduction) เป็นการสร้างสมมติฐานจากการสังเกตปัญหา (puzzling observation) แล้วกลายเป็นคำอธิบายที่ได้จากการสังเกตซึ่งถูกรวบรวมไว้เป็นส่วนหนึ่งของความรู้ที่อธิบายได้ (declarative knowledge)

2. การให้เหตุผลแบบอธิบาย (retroduction) เป็นการนำสมมติฐานมาทำการทดสอบข้อกล่าวอ้าง โดยสมมติฐานนั้นเป็นการคาดคะเนเงื่อนไขของปรากฏการณ์ เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงจากหลักฐานที่สามารถยืนยันได้ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือเป็นลักษณะในการประเมินค่าการอธิบายทางเลือกที่เกิดขึ้น

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deduction) เป็นการสร้างการทดสอบที่มีความน่าเชื่อถือโดยอาศัยการพยากรณ์เพื่อให้ผลที่เกิดขึ้นเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

4. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (induction) เป็นการลงข้อสรุปหรือลงข้อสรุป

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2551) กล่าวถึงการให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไปว่ามี 2 แบบ คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่อ้างอิงข้อมูลจากการสังเกตหรือทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อย แล้วสรุปเป็นความรู้ทั่วไป และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งเป็นการสรุปความรู้โดยอาศัยการยอมรับความรู้ชุดหนึ่งมาก่อน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปที่เชื่อถือได้ว่าน่าจะมีความถูกต้อง น่าจะเป็นจริง และมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง และยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริง หรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักคณิตศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 2 ส่วนที่สำคัญคือ ส่วนของเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนของผลหรือผลสรุป

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลตามแนวคิดต่างๆ ที่กล่าวมา ทำให้ได้แนวคิดว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ จะเน้นทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์อย่างต่อเนื่อง โดยมุ่งให้นักเรียนได้รวบรวมหาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ ปรับหรือยืนยันข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัย

2.3 การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ และผู้เรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนา นักการศึกษาและนักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่าน ได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971) ได้ให้ทัศนะว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมบุคคลให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

Brandt (1984, อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540) กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กัน และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็น และเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น โดยได้มีการกล่าวถึงแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การคิด (Teaching of

thinking) และแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) โดยมีรายละเอียดของแต่ละแนวทางดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้คิด การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางนี้เน้นในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การคิด การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิด หรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการจัดกิจกรรมจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการคิด การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้น ตนเองรู้อะไร และไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดนี้ เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มมากขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ เพื่อหาแนวทางแก้ไขให้ตรงจุด

Lappan and Schram (1989) กล่าวว่า ในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Rowan and Morrow (1993) ได้กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว หากแต่ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด

Malloy (1999) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงกับเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

NCTM (2000) เสนอว่า การพัฒนาการให้เหตุผล ทำได้โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล เลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้อง และครูต้องช่วยตรวจสอบพัฒนาการ

ของการให้เหตุผลของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ นอกจากนี้ควรให้ผู้เรียนอธิบายหลักการที่ใช้ในการคาดเดาของตนเอง และให้เหตุผลในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล ซึ่งมี 3 ประการคือ

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้ และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

นอกจากนี้ ยังได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลอีกว่าผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว นักเรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ทั้งนี้ สสวท. (2547) ยังได้กล่าวถึงอีกหนึ่งปัจจัยที่สำคัญยิ่ง ซึ่งมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล นั่นคือ ครูและการจัดการเรียนการสอน บทบาทของครูที่จะส่งเสริม และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือ

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักในสิ่งต่อไปนี้

1.1 การเรียนคณิตศาสตร์ให้เรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่วๆ ไปมักจะมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าทำไมจึงทำเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้ทำให้เบื่อวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่าครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่าวิชานี้ไม่ยาก

1.2 ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

1.3 ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดาโดยอาศัยเหตุผล

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง

7. ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้น

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด

9. ให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ท้าทายให้นักเรียนคิด และทำกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟัง ทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ให้เวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกุญแจไปสู่การบอกวิธีการ

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง

16. ครูควรใช้ภาษาตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่วๆ ไปให้นักเรียนคุ้นเคย

17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้ทำ หรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลจากที่กล่าวมา ทำให้ได้แนวคิดว่าการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล ในบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิด การจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ จะใช้แนวทางการสอนเพื่อให้คิด ที่มีการปฏิบัติกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ทดลอง คิดวิเคราะห์ กำหนดปัญหา และประเด็นในการสำรวจ เพื่อรวบรวมและหาความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สร้างข้อสรุป และตรวจสอบยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ผ่านการอธิบายและเขียนบรรยาย ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัย และนิรนัย ครบกระบวนการ

2.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Krulik และ Rudnick (1993) ได้อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้อง

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

Goodrich (1997) กล่าวว่า รูบริค (Rubric) คือข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อใช้วัดผลกระบวนการในการทำงานของนักเรียน โดยรูบริคจะให้รายละเอียดข้อมูลย้อยกลับในการพัฒนาชิ้นงานและจะมีการประเมินผลในชิ้นงานสุดท้าย Goodrich กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนการให้การตรวจตราโดยครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้นๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบครอบในการตัดสินคุณภาพงานของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงาน และเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจนนักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้งานและการอธิบาย

นอกจากนี้ Goodrich ยังกล่าวถึงการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคว่า สามารถทำได้โดยมีนักเรียนเป็นผู้ช่วย (อ้างถึงใน เชษฐา ชาบาง. 2544) คือ

1. กำหนดโครงร่าง คุณลักษณะที่ต้องการวัดผลโดยอาศัยประสบการณ์ในการสอนของตนเองว่าการจะผ่านจุดมุ่งหมายการเรียนรู้หนึ่งๆ ต้องมีคุณลักษณะอย่างไรบ้าง และในแต่ละลักษณะควรมีคุณภาพกี่ระดับ

2. นำคุณลักษณะและระดับคุณภาพที่ต้องการประเมิน ชี้แจงกับผู้เรียนและใช้วิธีระดมสมองเพื่อเพิ่มเติมหรือตัดบางคุณลักษณะ ทั้งนี้การเพิ่มหรือตัดคุณลักษณะใดควรพิจารณาเหตุผลสนับสนุนและการยอมรับของนักเรียนส่วนใหญ่

3. เมื่อได้ระดับคุณลักษณะที่ต้องการวัดแล้วต่อมาคือการสร้างระดับคุณภาพที่ต้องการจะวัด

4. เมื่อได้โครงร่างอันประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ คุณลักษณะที่ต้องการวัดและระดับคุณภาพของแต่ละคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ให้แสดงโครงร่างกับนักเรียนเพื่อสอบถามความเห็น หรือข้อเสนอแนะอีกครั้ง ซึ่งนักเรียนอาจจะมีข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงก่อนนำไปใช้

Popham (1997) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคว่าหมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพของการตอบสนองของนักเรียน โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ ยุทธวิธีการให้คะแนน ซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือ

แบบแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค มักใช้ในการตัดสินคำตอบของผู้เรียนในแบบทดสอบ หรือชิ้นงานที่มีการเขียนตอบบรรยาย อธิบาย หรือใช้ในการทดสอบการปฏิบัติเพื่อพิจารณาว่าผู้เรียนมีทักษะอยู่ในระดับใด โดยถ้านักเรียนทำการทดสอบภาคปฏิบัติได้ดี แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้และมีทักษะในการนำไปปฏิบัติได้ดี นอกจากนี้ Popham ได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

1. เกณฑ์ต่างๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอน ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

2. ควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3 – 5 เกณฑ์ และต้องมีจุดหมายแน่นอน

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคแต่ละเกณฑ์ ต้องแทนคุณสมบัติที่สำคัญของทักษะที่จะประเมิน

5. ผู้ประเมินต้องตระหนักว่าผลที่ประเมินเป็นเพียงตัวแทนของทักษะ ไม่ใช่ตัวทักษะ

Cooney (1999, อ้างถึงใน สุรสาล ผาสุข, 2546) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคว่าหมายถึง แนวทางในการให้คะแนน โดยการกำหนดเกณฑ์ให้กับแต่ละส่วนของงานและกำหนดระดับของคุณภาพสำหรับเกณฑ์แต่ละเกณฑ์ Cooney ได้กล่าวถึงข้อดีของการใช้การประเมินโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนไว้ ดังนี้

1. เป็นการประเมินที่ช่วยให้ครูมุ่งประเด็นไปในสิ่งที่นักเรียนรู้และสิ่งที่นักเรียนสามารถทำได้

2. เป็นการประเมินที่ทำให้การให้คะแนนมีความยุติธรรม คงเส้นคงวา

3. เป็นการประเมินที่ทำให้นักเรียนได้เข้าใจความคาดหวังของครูว่าครูต้องการอะไร

นอกจากนี้ยังได้กำหนดระดับของคุณภาพสำหรับแต่ละเกณฑ์ โดยแบ่งเป็น 4 ระดับดังนี้

ระดับ 3 หมายถึง คำตอบถูกต้องมีกระบวนการของการให้เหตุผล มีความเหมาะสมและสามารถสื่อสารได้อย่างชัดเจน

ระดับ 2 หมายถึง คำตอบแสดงถึงสาระสำคัญและการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมแต่ ขาดวิธีการบางอย่าง

ระดับ 1 หมายถึง คำตอบแสดงถึงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมบางอย่างแต่ล้มเหลว ในการกล่าวถึงแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นหัวข้อหลัก

ระดับ 0 หมายถึง คำตอบแสดงถึงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม

กรมวิชาการ (2539) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนว่า หมายถึงเครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียนโดยการสร้างแนวทางการให้คะแนน (Scoring Guide) ซึ่งจะต้องกำหนดมาตรวัด (Scale) และรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน การให้คะแนนแบบรูบริคซึ่งเป็นการให้คะแนนที่จะตอบคำถามว่านักเรียนทำอะไรได้สำเร็จหรือไม่ หรือมีความสำเร็จในระดับใด โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือการให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพ รวมของชิ้นงานนั้น แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชิ้นๆ การให้คะแนนมีได้หลายวิธี เช่น

การให้คะแนนโดยแบ่งตามคุณภาพของงานเป็น 3 กอง การให้คะแนนโดยการกำหนดระดับของความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบก พร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใดแล้วหักจากระดับสูงสุดลงมาทีละระดับ

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เพื่อให้การมองคุณภาพของงานหรือความสามารถของนักเรียนเป็นไปอย่างชัดเจนจึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้าน คือ ด้านความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง ด้านการสื่อความหมาย สื่อสาร ด้านการใช้กระบวนการและยุทธวิธี และด้านผลสำเร็จของงาน

นอกจากนี้ กรมวิชาการยังได้เสนอแนะเพิ่มเติมเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลว่า (กรมวิชาการ, 2546) นอกจากจะพิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบแล้ว เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบอัตนัย อาจพิจารณาจากด้านอื่นอีกก็ได้ สำหรับเกณฑ์ในการให้คะแนนของสังเกต สัมภาษณ์ และการประเมินชิ้นงานนั้น สามารถสร้างเกณฑ์ในทำนองเดียวกันกับเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ กรมวิชาการได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะ/กระบวนการ การให้เหตุผล โดยกำหนดคะแนน ความหมาย และความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น ดังนี้

4	ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3	ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2	พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1	ควรแก้ไข	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0	ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ระดับคุณภาพ 3 (ดี) มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ระดับคุณภาพ 2 (พอใช้) มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่อาจไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี

ระดับคุณภาพ 1 (ควรปรับปรุง) มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

จากข้อมูลต่างๆ เกี่ยวกับการประเมินการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น สำหรับงานวิจัยนี้ ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ คือ 3 : ดีมาก 2 : ดี 1 : พอใช้ และ 0 : ต้องแก้ไข โดยวัดจำแนกตามองค์ประกอบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน ได้แก่ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การค้นหาข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

Ng (2003) ได้ศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ของการนำงานเชิงการสำรวจไปใช้ในชั้นเรียนระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่ศึกษาอยู่ในโปรแกรมนักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษ จำนวน 29 คน โดยจัดกิจกรรมในลักษณะบทเรียนต่อเนื่องเกี่ยวกับการสำรวจจัตุรัสกล ใช้เวลาในการสำรวจทั้งแบบ 15 นาที ในห้องเรียนปกติ และ 3 ชั่วโมงในห้องคอมพิวเตอร์ รวมเวลาการสำรวจทั้งหมด 23 ชั่วโมง 10 นาที ในช่วงระยะเวลา 6 เดือน เก็บข้อมูลโดยการบันทึกวีดิทัศน์เพื่อวิเคราะห์ ผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมเชิงการสำรวจช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นและความสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งทำให้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง สร้างโอกาสให้นักเรียนได้พยายามแก้ปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเอง

Ng, Teo และ Leow (2005, อ้างถึงใน Yeo, 2013) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในประเทศสิงคโปร์ โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 8 ที่ได้ทำงานการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติ และแบ่งกลุ่มเพื่อทำโครงงานย่อย ซึ่งผลงานจากทั้งสองส่วนจะได้รับการประเมินแบบรูบริค ผลการศึกษาเสนอว่าควรนำงานการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการฝึกทักษะหรือมโนทัศน์ และควรใช้การทำโครงงานเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อเนื้อหาที่มีความแตกต่างกัน

Lavigne และ Lajoie (2007) ได้ทำการวิจัยแบบกรณีศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสืบสอบซึ่งประกอบด้วย 4 ระยะ คือ การตั้งคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการนำเสนอข้อมูล และศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน โดยเก็บข้อมูลด้วยการบันทึกวีดิทัศน์ขณะนักเรียนทำกิจกรรมในทุกขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบเพื่อนำมาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติที่สูงขึ้น โดยแสดงความสามารถได้สูงที่สุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

Da Ponte (2008) ได้กล่าวว่าการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่มีนัยสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ด้วยเหตุผลหลายประการ เช่น การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการมีส่วนร่วมของนักเรียนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์สนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทำให้เกิดการคิดแบบองค์รวม สามารถเสริมเข้าไปในทุกๆ ส่วนของหลักสูตรได้อย่างเป็นธรรมชาติ และการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ยังสนับสนุนให้เกิดการคิดที่ลุ่มลึก ซึ่งเสริมสร้างการเรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐาน

Quinnell, L. (2010) ได้กล่าวว่าแนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ได้ถูกนำไปแตกย่อยเป็นขั้นตอนของการทำงานเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปนำเสนอในลักษณะของภาพประกอบที่ทำให้วิธีการของการสำรวจและการแก้ปัญหาเป็นภาพที่มีความหมายสำหรับนักเรียน ความสามารถในการตั้งปัญหา การเก็บรวบรวมข้อมูล การสำรวจ และค้นพบคำตอบ การแก้ปัญหา การอธิบาย การแลกเปลี่ยนและการตรวจสอบคำตอบ การประเมิน

สะท้อนผลและเลือกคำตอบที่ถูกต้อง การปรับปรุง การทดสอบกระบวนการสำรวจ และการปฏิเสธหรือยืนยันแนวคิด เป็นทักษะที่ต้องเน้นย้ำในการจัดการเรียนรู้สมัยใหม่ กระบวนการนี้ต้องจัดให้เกิดขึ้นทั้งในระดับกลุ่มเล็กและระดับทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังได้นำเสนอแผนภาพของแนวคิดการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไว้ในลักษณะของวงจร 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1. การตั้งคำถาม 2. การสำรวจโดยนักเรียน การเก็บรวบรวมข้อมูล และการสื่อสาร 3. การสรุปและการวางนัยทั่วไป 4. การคิดวิเคราะห์ การประเมิน การสื่อสาร การปฏิเสธหรือการยืนยันแนวคิด การสะท้อนผล การปรับปรุงกระบวนการสำรวจ และการตั้งคำถามเพิ่มเติม

Matthew & Kenneth (2013) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลอง ซึ่งเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดสืบเสาะความรู้ที่มีการแนะ (Guided Inquiry Teaching Method) กับนักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 2 เดือน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญ .05

Sumarna และ Sentryo (2017) ได้ทำการวิจัยแบบกึ่งทดลองเกี่ยวกับการนำแนวทางการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ในการสอนวิชาเรขาคณิต เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักศึกษาครูระดับประถมศึกษา ผ่านสถานการณ์ปัญหาการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้พบตามปกติ โดยความสามารถในการให้เหตุผลแบ่งเป็น การวิเคราะห์ การวางนัยทั่วไป การสังเคราะห์ การแสดงให้เห็นจริง และการนำมาปรับปรุงการแก้ปัญหานั้นอีกครั้ง กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 56 คน และกลุ่มควบคุม 55 คน รวม 111 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการเรียนรู้และความรู้คณิตศาสตร์เดิม กับการเพิ่มขึ้นของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Birkeland, A. (2019) ได้ทำการวิจัย เรื่อง จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครูได้อย่างไร โดยให้ความสำคัญกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู ในการศึกษาผู้วิจัยเป็นผู้สอนนิสิตฝึกหัดครูมัธยมศึกษาตอนต้นด้วยตนเอง โดยใช้การแบ่งกลุ่มย่อยแล้วให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ แล้วบันทึกภาพและเสียงระหว่างที่แต่ละกลุ่มทำงาน เพื่อจำแนกแง่มุมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน อันจะเป็นข้อมูลในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลต่อไป หลักพื้นฐานประการหนึ่งของงานวิจัยคือ การไม่ยอมรับการให้เหตุผลที่เกิดจากการลอกเลียนแบบ แต่จะยอมรับการให้เหตุผลเชิงสร้างสรรค์ ซึ่งผลการศึกษาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลของนิสิตฝึกหัดครูจะไม่อย่างใดอย่างหนึ่งทั้งแบบลอกเลียนหรือแบบสร้างสรรค์ แต่การให้เหตุผลจะเป็นแบบกึ่งกลางระหว่างทั้งสองแบบนี้

Budayasa และ Lukito (2021) ได้ทำงานวิจัยเชิงคุณภาพ เรื่อง การให้เหตุผลของนิสิตฝึกประสบการณ์

วิชาชีพครูในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ เพื่อรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนิสิตฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูที่สอนในระดับประถมศึกษาในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต กับความสามารถทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือนิสิตฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู 3 คน พิจารณาเลือกจากการผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ รวบรวมข้อมูลการให้เหตุผลจากแบบสัมภาษณ์เพื่อวัดทักษะเชิงคณิตศาสตร์ และทักษะการแก้ปัญหา ยืนยันความน่าเชื่อถือของข้อมูลด้วยวิธีตรวจสอบสามเส้า ได้ผลชัดเจนว่าการให้เหตุผลของนักเรียนของนิสิตฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูที่สอนในระดับประถมศึกษา สามารถใช้อธิบายกระบวนการคิดได้ทั้งการให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง

3.2 งานวิจัยในประเทศ

ณัฏฐปิญชาน์ พชญาชมชื่น เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร และอาพันธ์ชนิต เจนจิต (2558) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 47 คน ผลการวิจัยพบว่ามโนทัศน์เรื่องความสัมพันธ์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ปภัสชญา เสมา (2559) ได้ศึกษาผลของผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดนครปฐม ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 34 คน ส่วนหนึ่งของผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ (2552) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดกรุงเทพ ซึ่งกำลังศึกษาภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 56 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 29 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 27 คน ผลการวิจัยส่วนหนึ่งพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิลรัตน์ โคตะ จิระพร ชะโน และกชพร นำนาผล (2559) ได้ศึกษาการพัฒนาหลักสูตรฝึกอบรมครูผู้

สอนระดับประถมศึกษา เพื่อเสริมสร้างทักษะการจัดการเรียนรู้ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุมชนการเรียนรู้ทางวิชาชีพ โดยภายหลังที่ได้พัฒนาหลักสูตรฯ แล้ว ได้นำไปใช้กับครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 10 คน และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 10 คน รวม 20 คน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มเป้าหมายมีคะแนนหลังการใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนการใช้หลักสูตร มีทักษะการออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยรวมอยู่ในระดับมาก และมีความพึงพอใจต่อหลักสูตรฝึกอบรมครูผู้ สอนระดับประถมศึกษา เพื่อเสริมสร้างทักษะการจัดการเรียนรู้ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุมชนการเรียนรู้ทางวิชาชีพ โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด

ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู (2560) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เรื่อง ความน่าจะเป็น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากระดับ 1 และ 2 ได้ถึงระดับ 3 และ4

ศุภชัย ราชมนเทียร นวพล นนทภา และพูนศักดิ์ ศิริโสม (2560) ได้ศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 69 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีระดับการให้เหตุผลอยู่ในระดับที่ 4 มากที่สุด (ร้อยละ 42.03) คือ การให้เหตุผลที่สามารถใช้ทฤษฎีหรือเหตุผลต่างๆ ในการคิดหรือคำนวณออกมาเป็นคำตอบได้ รองลงมาเป็นระดับ 3 (ร้อยละ 28.99) คือ การให้เหตุผลที่แสดงออกมาเป็นตัวเลขอย่างไม่เป็นทางการโดยมีกลวิธีการคิดที่เป็นเหตุเป็นผล และระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นฤพันธุ์ เพ่งพิศ และจิณดิษฐ์ ละออปักษิณ (2562) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนขนาดใหญ่ สังกัดสำนักเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร จำนวน 48 คน ผลการวิจัยส่วนหนึ่งพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กมลพร ทองธิยะ (2563) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยใช้หลักฐาน (EBL) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาสาขาวิชาการประถมศึกษา มหาวิทยาลัยราช

ภัฏเชียงใหม่ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาสาขาวิชาการประถมศึกษา ชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 31 คน ผลการวิจัยส่วนหนึ่งพบว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้หลักฐาน (EBL) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คะแนนเฉลี่ย 65.70 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อกระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้หลักฐาน (EBL) โดยรวมเป็นความคิดเห็นเชิงบวกอยู่ในระดับมาก

สันติสุก ขุนเพีย ขวัญ เพียซ้าย สุกัญญา หะยีสาและ และเอนก จันทรจรูญ (2563) ได้ทำการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ประจำภาคการศึกษา 2 ที่การศึกษา ค.ศ. 2019 ของสถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว จำนวน 44 คน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องอินทิกรัลไม่จำกัดเขต ประกอบด้วย 1) ความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์ 2) ความผิดพลาดเชิงกระบวนการ และ 3) ความผิดพลาดเชิงเทคนิค

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำเสนอวิธีดำเนินการวิจัยตามหัวข้อต่างๆ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในงานวิจัยนี้ คือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ในสถาบันการผลิตครู ซึ่งใช้หลักสูตรที่อยู่ภายใต้กรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาแห่งชาติแห่งชาติ พ.ศ. 2552 และมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรห้าปี) เดียวกัน ประชากรจึงมีคุณภาพและมีมาตรฐานผลการเรียนรู้ไม่ต่ำไปกว่าเกณฑ์เดียวกัน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 รวมจำนวน 12 คน ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการคัดเลือกแบบอาสาสมัคร เพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย โดยดำเนินการประชาสัมพันธ์เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ผ่านกลุ่มสังคมออนไลน์ ที่มีนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกคนเป็นสมาชิก เพื่อให้ทุกคนได้รับทราบการประชาสัมพันธ์ โดยอธิบายถึงรายละเอียดของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมด และข้อมูลต่างๆ ตลอดจนชี้แจงว่ากิจกรรมนี้เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัย ซึ่งไม่มีผลกระทบต่อการศึกษาตามรายวิชาในหลักสูตรฯ และข้อมูลเชิงบุคคลที่ได้จากการดำเนินการจะถูกเก็บเป็นความลับโดยผู้วิจัย เพื่อรับสมัครกลุ่มตัวอย่างตามความสมัครใจ ทั้งนี้ใช้เกณฑ์การคัดเลือกจากลำดับก่อนหลังของการสมัคร และคัดออกหากเป็นผู้ที่ไม่สามารถร่วมกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนทุกกิจกรรม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยเครื่องมือแต่ละประเภทมีรายละเอียดและขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม ประกอบด้วยกิจกรรม คือ 1) ฉับ 2) เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์ 3) ปูกระเบื้องแบบพิเศษ 4) กิ้งก่าเปลี่ยนสี 5) กบกระโดด และ 6) เดินๆ ถอยๆ แต่ละกิจกรรมใช้เวลา 3 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งสิ้น 18 ชั่วโมง เนื้อหาในกิจกรรมครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น โดยแต่ละกิจกรรมมีรายละเอียดภาพรวมเนื้อหา ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงชื่อกิจกรรม รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหาของแต่ละกิจกรรม

กิจกรรมที่	เรื่อง	รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหา
1	ฉับ	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการพับกระดาษ แล้วตัดกระดาษตามแบบที่กำหนด เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ จนสามารถตั้งคำถามถึงความเป็นไปได้ในการพับแล้วตัดรูปหลายเหลี่ยมใดๆ ออกจากกระดาษให้ได้ในครั้งเดียว ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า “พับแล้วตัดฉับ” จากนั้นกำหนดเป้าหมายการสำรวจให้อยู่ในขอบเขตเฉพาะรูปสามเหลี่ยม โดยดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่หลากหลายเพื่อสำรวจการพับแล้วตัดฉับ แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งนี้ ผู้เรียนจะสังเกตแนวทางการพับที่ทำให้สามารถตัดแบบฉับได้จากตัวอย่างที่สร้างขึ้นอย่างหลากหลาย แล้วนำข้อสังเกตมาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้ ในครั้งเดียว” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม
2	เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการสำรวจลักษณะ และองค์ประกอบสำคัญของทรงตันเพลโตที่กำหนดให้ ทั้งที่เป็นโมเดลรูปธรรม และอาศัยการนึกภาพ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ และนำข้อมูลที่สังเกตได้มากำหนดเป็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ของทรงตันเพลโต จากนั้นกำหนดเป้าหมายการสำรวจให้อยู่ในขอบเขตของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตัน โดยสำรวจทรงตันอาร์คิมีดีสเฉพาะรูปที่ไม่ซับซ้อนเพิ่มเติม แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งนี้ ผู้เรียนจะสังเกตแบบรูปของจำนวนองค์ประกอบต่างๆ ที่ได้จากทรงตัน แล้วนำมาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า

กิจกรรมที่	เรื่อง	รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหา
		“จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโตและทรงตันอาร์คิมีดีสทั้งหมด จะมีความสัมพันธ์ในรูปสมการ $V - E + F = 2$” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม
3	ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการสำรวจลักษณะความเป็นไปได้ในการปูกระเบื้อง Trominoes บนพื้นขนาด $n \times n$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนด สำหรับเจาะทำช่องระบายน้ำ โดยเริ่มต้นให้ผู้เรียนได้ทดลองปูกระเบื้อง Trominoes บนพื้นจากขนาดเล็กและค่อยๆ เพิ่มขนาดขึ้น เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ และนำข้อมูลที่สังเกตได้มากำหนดประเด็นที่จะศึกษา สำรวจขยายปัญหาเพิ่มเติมในรูปทั่วไป แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม สร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “สามารถใช้กระเบื้อง Trominoes ปูพื้นห้องขนาด $2^k \times 2^k$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนดได้เสมอ” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม
4	กิ้งก่าเปลี่ยนสี	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ใช้แข่งขันแบบดั้งเดิม ก่อนที่จะเริ่มให้ปรับเปลี่ยนจำนวนกิ้งก่าเป็นแบบอื่นๆ แล้วดำเนินการแก้ปัญหาแบบเดิม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับ จำนวนเริ่มต้นของกิ้งก่าแต่ละสี และความสามารถในการเปลี่ยนสีของกิ้งก่าให้เป็นสีเดียวกันทั้งหมด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบ เพื่อสำรวจความเป็นไปได้ที่กิ้งก่าจะเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมด ซึ่งจะทำให้พบว่า ด้วยจำนวนกิ้งก่าที่เริ่มต้น บางกรณีก็ไม่สามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ บางกรณีก็เห็นได้ชัดว่าสามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ อีกทั้งยังเห็นถึงกระบวนการดำเนินการเพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวด้วย และบางกรณีแม้จะไม่เห็นชัดเจนว่าทำได้ แต่เมื่อทดลองดำเนินการแล้ว ก็จะพบว่าสามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ จากการทดลองตัวอย่างเฉพาะที่เพียงพอ ผู้เรียนจะสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “หากผลต่างของจำนวนกิ้งก่าจากสองสี

กิจกรรมที่	เรื่อง	รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหา
		หารด้วย 3 ได้ลงตัวแล้ว กิ้งก่าจะสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ทั้งหมด” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม
5	กบกระโดด	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการเล่นเกมกบกระโดดตามกติกา กล่าวคือ บนกระดานหรือกล่องเกม จะมีช่องว่างอยู่ 11 ช่อง วางตัวแนวตรง มีเบี้ยสองสี สีละ 5 ตัว วางในช่องสองฝั่ง ฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้ วิธีเล่นจะเดินเบี้ยได้ครั้งละ 1 ช่องหากมีช่องว่าง หรือกระโดดข้ามเบี้ยตัวอื่นได้ 1 ครั้ง หากกระโดดไปแล้วมีช่องว่างอยู่ ทั้งนี้ เกมจะจบลงเมื่อสามารถเดินเบี้ยตามกติกา และทำให้เบี้ยอยู่ในช่องฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้เหมือนตอนเริ่มต้นเกม หากแต่สลับสีกันทั้งหมด โดยในการเล่นเกมจะสำรวจความเป็นไปได้ที่เกมจะสิ้นสุดตามคำสั่ง ก่อนที่จะเริ่มให้ปรับเปลี่ยนจำนวนเบี้ยและขนาดกระดาน แล้วดำเนินการเล่นแบบเดิม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนครั้งของการเดินที่น้อยที่สุดที่ทำให้เกมสิ้นสุด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบและเพียงพอ เพื่อสำรวจจำนวนครั้งที่น้อยที่สุดของรูปแบบขนาดกระดานที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “จำนวนครั้งของการเดินอย่างน้อยที่ทำให้เกมสิ้นสุด สำหรับเกมที่มีเบี้ยฝั่งละ n เมื่อ n เป็นจำนวนนับ คือ $\mathrm{n}(\mathrm{n}+2)$” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม
6	เดินๆ ถอยๆ	เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการเล่นเกมตามกติกา เพื่อสำรวจโอกาสที่จะเป็นผู้ชนะในเกมว่ามีมากน้อยอย่างไร กล่าวคือ กระดานที่ใช้เล่นจะมีลักษณะเป็นช่องรูปสี่เหลี่ยมเรียงตัวตามแนวนอน จำนวน 9 ช่อง แบ่งเป็นสองฝั่งซ้าย 4 ช่อง เรียก L4 L3 L2 และ L1 และฝั่งขวา 4 ช่อง เรียก R1 R2 R3 และR4 โดยช่องตรงกลางเรียก C เรียกกระดานขนาดนี้ว่า กระดานขนาด (4,1,4) วิธีเล่นจะเล่นเป็นกลุ่มโดยให้ผู้เล่นแต่ละคนเลือกคำตอบของตนว่าช่องเป้าหมายคือช่องใดใน 9 ช่องนี้ แล้วจึงวางเบี้ยที่ช่อง C จากนั้นโยนเหรียญ 4 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งหากเหรียญออกหัวจะเดินเบี้ยไปทางขวา 1 ช่อง และหากเหรียญออกก้อยจะเดินเบี้ยไปทางซ้าย 1 ช่อง หลังโยนเหรียญครบ 4

กิจกรรมที่	เรื่อง	รายละเอียดและภาพรวมเนื้อหา
		ครั้งแล้ว เบี้ยอยู่ในช่องใด ผู้เล่นที่เลือกช่องนั้นไว้จะถือว่าเป็นผู้ชนะในเกม ในการเล่มเกม ผู้เล่นจะเกิดการสำรวจและปรับเปลี่ยนกลยุทธ์การเลือกคำตอบ และเห็นได้ว่า มีบางช่องที่มีโอกาสชนะสูง บางช่องมีโอกาสชนะต่ำ และบางช่องไม่มีโอกาสชนะ ซึ่งจะทำให้วางกลยุทธ์ในการเลือกคำตอบได้ จากนั้นจึงปรับเปลี่ยนขนาดเกม แล้วดำเนินการเล่นแบบเดิม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับ เทคนิคการเลือกคำตอบที่จะทำให้มีโอกาสเป็นผู้ชนะมากที่สุด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบและเพียงพอ เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างขนาดเกมและตำแหน่งคำตอบที่จะทำให้มีโอกาสชนะมากที่สุด ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “สำหรับเกมขนาด $(n, 1, n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ ช่องคำตอบที่มีโอกาสชนะมากที่สุดคือ C” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

การพัฒนาครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ในการพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์ เอกสาร งานวิจัย ตำรา วารสาร บทความ และข้อมูลจากอินเทอร์เนต เกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และประเด็นที่น่าสนใจของการจัดทำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ตลอดจนแนวคิดในการผลิตสื่อการสอนที่เกี่ยวข้อง
2. สร้างกรอบแนวคิดในการจัดทำชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ให้สอดคล้องกับลักษณะผู้เรียน และวัตถุประสงค์
3. นำข้อมูลที่ได้ศึกษาทั้งด้านการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ มาออกแบบจัดทำเป็นชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยในส่วนเนื้อหากิจกรรม จะพิจารณาคัดเลือกจากความเป็นเนื้อหาที่แปลกใหม่ ไม่คุ้นเคย แต่เข้าใจได้ง่าย และน่าสนใจ หรือเป็นลักษณะเกมทั่วไป โดยเนื้อหาเหล่านั้นต้องสามารถออกแบบเป็นกิจกรรมที่มีการสื่อประกอบ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ หรือทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล และเป็นเนื้อหาที่สามารถนำคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยวิเคราะห์สถานการณ์ สร้างข้อความคาดการณ์ และพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นได้อย่างเหมาะสม

4. จากนั้นจึงนำชุดกิจกรรมที่ได้ เสนอให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 คน ซึ่งเป็นอาจารย์จากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์จำนวน 1 คน อาจารย์จากสาขาวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 1 คน และครูชำนาญการด้านการสอนคณิตศาสตร์ จากโรงเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานจำนวน 1 คน โดยประเด็นการประเมินแบ่งเป็น 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของชุดกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม (IOC) จำแนกตามแต่ละกิจกรรม ตอนที่ 2 ประเมินความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (IOC) จำแนกตามแต่ละกิจกรรม ตอนที่ 3 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม เกี่ยวกับประเด็นย่อยต่างๆ จำแนกตามแต่ละกิจกรรม ผลการประเมินพบว่ากิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมในทุกกิจกรรม (ค่าเฉลี่ย IOC เป็น 1 ในทุกกิจกรรม) และการดำเนินกิจกรรมมีความสอดคล้องกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ในทุกกิจกรรม (ค่าเฉลี่ย IOC เป็น 1 ในทุกกิจกรรม) โดยปรากฏรายละเอียดผลการประเมินดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของชุดกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม (ตอนที่ 1)

กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	**พิจารณาความสอดคล้องของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์กับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม (IOC) เฉลี่ย**	**สรุป**
กิจกรรมที่ 1 : ฉับ	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ	1	สอดคล้อง

ตารางที่ 3 แสดงผลประเมินความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (ตอนที่ 2)

กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	**พิจารณาความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (IOC) เฉลี่ย**	**สรุป**
กิจกรรมที่ 1 : ฉับ	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ	1	สอดคล้อง

ตอนที่ 3 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอ”
- เพิ่มข้อความ “ผู้สอนแนะให้ผู้เรียน” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นบทบาทของผู้สอน และเพิ่มข้อความ “เพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์และวางนัยทั่วไปได้ว่า” ในส่วนท้าย เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ปรับคำแนะนำในส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เป็น “พิจารณาจากร่องรอยการพับรูปสามเหลี่ยมที่ได้ทดลอง ซึ่งทำให้สามารถพับแล้วตัดฉับได้” เพื่อความชัดเจนว่าในที่นี้พิจารณาเฉพาะรูปที่ได้ทดลองเท่านั้น
- ปรับส่วนเฉลยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จากการวาดรูปสามเหลี่ยม “ครบ 7 รูป” เป็น “ตามการปฏิบัติจริง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโตและทรงตันอาร์คิมีดีส มีความสัมพันธ์ในรูปสมการ $\mathrm{V}-\mathrm{E}+\mathrm{F}=2$”
- เพิ่มข้อความ “เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 4 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม

- ปรับประเด็นปัญหา จาก “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตัน เพลโต น่าจะมีความสัมพันธ์กัน” เป็น “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโต จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ขั้นอุปนัย เปลี่ยนจาก “$k > 2$” เป็น “$k \geq 2$”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) เพิ่มข้อความ “โดยไม่มีการตัดแบ่งกระเบื้อง” เพื่อให้เกิดความชัดเจนว่าห้ามมีการตัดแบ่งกระเบื้องพิเศษนี้
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “สามารถใช้ Trominoes ปูพื้นห้องขนาด $2^k \times 2^k$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนดได้เสมอ”
- เพิ่มข้อความ “นักเรียน” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 2 เพื่อให้เห็นบทบาทที่ชัดเจนของผู้ปฏิบัติกิจกรรม
- เพิ่มข้อความ “แล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 6 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ขั้นอุปนัย ปรับส่วนต้นเป็นให้ขึ้นต้นว่า “ให้ k เป็นจำนวนนับ สมมติให้ $P(k)$ จริง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางทฤษฎีจำนวน” เป็น “เกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม

- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม และปรับคำให้ชัดเจน ไม่กำกวมโดยปรับเป็น “หากมีกิ้งก่าสองสี ซึ่งผลต่างของจำนวนกิ้งก่าทั้งสองสีนั้นหารด้วย 3 ได้ลงตัว กิ้งก่าจะสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ทั้งหมด”
- เพิ่มข้อความ “แล้วจึงร่วมกันสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เพิ่มตัวอย่างจำนวนกิ้งก่า
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการพิสูจน์ข้อความ เปลี่ยนเงื่อนไข “a เป็นจำนวนเต็มบางตัว” เป็น “$a \geq 0$”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการแบ่งกรณี เปลี่ยนข้อความ “$m \neq 0$” เป็น “$m \geq 1$” และนำข้อความ “$(0, 0, k + 2m + 3a)$” ออก เพราะซ้ำซ้อน
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางจำนวนและพีชคณิต” เป็น “เกี่ยวกับจำนวนพีชคณิต” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) ปรับคำแปลตัวอย่างเกมที่มีชื่อเรียกหลากหลายตามวัฒนธรรม เป็น “แกะกระโดด (Leapsheep) แพะกระโดด (Leapgoat) กระโดดแพะ (Goatjumping) กระโดดม้า (Hourseleap)”
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) เพิ่มคำอธิบายการเดินที่ทำให้เกมจบว่า “สามารถเดินเบี้ยตามกติกาแล้วทำให้เบี้ยอยู่ในช่องฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้เหมือนตอนเริ่มต้นเกม หากแต่สลับสีกันทั้งหมด” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคที่อ่านเข้าใจง่ายขึ้น เปลี่ยนคำว่า “ผู้เล่น” เป็น “เบี้ย” โดยเปลี่ยนเป็น “สำหรับเกมที่มีเบี้ยฝั่งละ n ตัว จำนวนครั้งของการเดินที่ทำให้เกมสิ้นสุดต้องเดินอย่างน้อย $n(n + 2)$ ครั้ง เมื่อ n เป็นจำนวนนับ”
- เพิ่มข้อความ “เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม

- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการพิสูจน์ข้อความ เพิ่มเติมหน่วย “ครั้ง”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เปลี่ยนคำว่า “กบ” ทั้งหมดเป็น “เบี้ย” เพื่อให้เกิดความคงเส้นคงวา และเปลี่ยนคำว่า “ระบบ” เป็น “รูปแบบ”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในขั้นตอนการพิจารณาจำนวนรวมของช่องที่เกิดจากการเดินถัด ข้อความส่วนสมมติ ตัดคำว่า “อย่างน้อย” เป็น “สมมติจำนวนการเดินถัดเป็น x ครั้ง และแต่ละครั้งสามารถเดินผ่านช่องได้ 1 ช่อง ทำให้จำนวนรวมของช่องที่ผ่านแบบเดินถัดเป็น x ช่อง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางหลักการนับและความน่าจะเป็น” เป็น “เกี่ยวกับหลักการนับและความน่าจะเป็น” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) ปรับการใช้คำจาก “สำหรับการทดลองสุ่มที่ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้แต่ละผลลัพธ์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน” เป็น “สำหรับการทดลองสุ่มที่แต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- ในส่วนเนื้อหากิจกรรม เพิ่มคำว่า “หนึ่งเหรียญ” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- เปลี่ยนข้อความ “แสดงเหตุผลยืนยัน” เป็น “แสดงเหตุผลตรวจสอบ” และเพิ่มข้อความ “จากนั้นร่วมกันสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ปรับรูปแบบการเขียนแสดงขนาดตาราง จากระบบ $n1n$ เป็น $(n, 1, n)$ เพื่อป้องกันการสับสนในกรณีที่ตารางมีขนาดใหญ่
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เพิ่มเงื่อนไขให้สอดคล้องสถานการณ์ โดยเปลี่ยนจาก $r \leq n$ เป็น $0 \leq r \leq n$

ความคิดเห็นเพิ่มเติมอื่นๆ

- เสนอให้ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มมีการสลับหมุนเวียนกลุ่มกันไป เพื่อให้เกิดความหลากหลายทางความคิด และสนับสนุนให้เกิดการทำงานร่วมกัน
- ในส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในบางกิจกรรมค่อนค้างมีความซับซ้อน ผู้สอนจึงควรเข้าให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดหรืออนุญาตให้ผู้เรียนใช้คำอธิบายที่อาจไม่รัดกุมมากนักแต่ยังสมเหตุสมผลอยู่ได้
- ในการดำเนินกิจกรรมระยะที่ 1 และ 2 ผู้สอนอาจกำหนดให้ผู้เรียนมีการจดบันทึก เพื่อช่วยกำกับให้เกิดการคิดและหลักฐานของการคิด

5. จากนั้นนำผลการประเมินคุณภาพที่ได้จากผู้ทรงคุณวุฒิ มาปรับปรุงชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (D1)
6. นำชุดกิจกรรมไปตรวจสอบคุณภาพกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ซึ่งเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 5 คน ที่ได้มาจากการอาสาสมัคร โดยดำเนินการใช้ชุดกิจกรรมครบทั้ง 6 กิจกรรม เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเวลาในการปฏิบัติกิจกรรม ปัญหาและอุปสรรคในการดำเนินกิจกรรม การปฏิบัติกิจกรรม และข้อจำกัดอื่นๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการนำชุดกิจกรรมไปใช้จริง (R1) ผลการประเมินพบเชิงปริมาณพบว่า คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมมากกว่าร้อยละ 80 ในทุกกิจกรรม ผลการประเมินเชิงคุณภาพพบประเด็นที่น่าสนใจที่จะปรับปรุงเมื่อนำชุดกิจกรรมไปใช้จริง 3 ประเด็น คือ เวลาที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม ความซับซ้อนของเนื้อหาในบางกิจกรรม และกระบวนการกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรม โดยปรากฏรายละเอียดผลการตรวจสอบคุณภาพ ดังนี้

ผลเชิงปริมาณ พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมทั้ง 6 กิจกรรม ซึ่งมีคะแนนเต็มกิจกรรมละ 12 คะแนน มีรายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 4 แสดงคะแนนที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมทั้ง 6 กิจกรรม

กิจกรรมที่	คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม (คะแนนเต็ม 12)	ร้อยละ
1	11.0	91.67
2	10.2	85.00
3	10.2	85.00
4	9.8	81.67
5	10.6	88.33
6	10.6	88.33

ผลเชิงคุณภาพ ได้จากการทดลองใช้ชุดกิจกรรมในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก แล้วพิจารณาความเหมาะสมของเวลาในการปฏิบัติกิจกรรม ปัญหาและอุปสรรคในการดำเนินกิจกรรม การปฏิบัติกิจกรรม และข้อจำกัดอื่นๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการนำชุดกิจกรรมไปใช้จริง โดยจากการทดลองพบประเด็นที่ต้องนำไปปรับปรุงเอกสาร และขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมที่น่าสนใจ ดังนี้

ผลโดยภาพรวมของการใช้ชุดกิจกรรมกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

- เวลาที่ใช้สำหรับแต่ละกิจกรรม 3 ชั่วโมง ที่กำหนดไว้มีความเหมาะสม แต่ควรแบ่งสัดส่วนเวลาสำหรับการปฏิบัติกิจกรรมของผู้เรียนให้มีเวลาไม่น้อยกว่า 90 นาที เพราะผู้เรียนแต่ละคน จะต้องใช้เวลาในการใคร่ครวญ เพื่อค้นพบที่แตกต่างกัน และควรกำกับเวลาในแต่ละขั้นของการปฏิบัติกิจกรรมและการเขียนแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม โดยเฉพาะในส่วนสุดท้าย “การขยายความคิด” ให้ชัดเจน เพราะพบว่าผู้เรียนมักไม่เหลือเวลาสำหรับการตอบคำถามในส่วนนี้ ทำให้คำตอบที่ได้ยังไม่เป็นการขยายความคิดที่น่าสนใจมากนัก
- เนื่องจากในบางกิจกรรม เนื้อหาและขั้นตอนการพิสูจน์มีความซับซ้อน เช่น กิจกรรมที่ 2 เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์ และกิจกรรมที่ 5 กบกระโดด ผู้สอนจึงควรต้องเข้าไปมีบทบาทในการให้คำแนะนำทั้งรายเดียวและรายกลุ่ม เพื่อให้การดำเนินกิจกรรมเป็นไปตามขั้นตอนและสามารถดำเนินการต่อไปได้
- ในการดำเนินกิจกรรมควรเพิ่มความสำคัญของกระบวนการกลุ่ม โดยในครั้งแรกที่ใช้ชุดกิจกรรม ผู้สอนควรใช้เวลาเบื้องต้นในการอธิบายรูปแบบของกิจกรรมกลุ่ม การเปลี่ยนกลุ่ม และเน้นถึงหลักการในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้เกิดความชัดเจนในการปฏิบัติกิจกรรมต่อไป

ผลรายกิจกรรมของการใช้ชุดกิจกรรมกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

กิจกรรมที่ 1 ในการดำเนินกิจกรรมควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้สร้างรูปต้นแบบรูปสามเหลี่ยมประเภทเดียวกันเพิ่มเติมเองก่อน จากนั้นจึงค่อยให้สร้างรูปสามเหลี่ยมเพิ่มเติมอย่างอิสระ และในการให้ผู้เรียนสังเกตจำนวนครั้งของการตัดโดยการทดลองรายบุคคลนั้น ควรนำผลการทดลองมาแลกเปลี่ยนกัน โดยนำผลทั้งหมดมาเขียนแสดงร่วมกันบนกระดาน

กิจกรรมที่ 2 ในการดำเนินกิจกรรมควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทดลองต่อโมเดลสามมิติเพื่อสร้างแบบจำลองทรงตันเพลโตเอง และควรใช้สื่อรูปธรรมที่ได้จากการต่อโมเดลสามมิติ เพื่ออธิบายการเปลี่ยนมุมมองจากรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ในขั้นตอนของการพิสูจน์ ทั้งนี้ สังเกตว่าผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านคณิตศาสตร์ดีสครีต จะเรียนรู้ในกิจกรรมนี้ได้ดี

กิจกรรมที่ 3 ในการดำเนินกิจกรรม การทดลองสำหรับพื้นขนาด 4×4 ควรให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนผลที่ได้จากการทดลองปูกระเบื้อง และผู้สอนควรแนะนำให้ผู้เรียนได้ทดลองเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของการปูกระเบื้องระหว่างพื้นขนาด 2×2 4×4 และ 8×8

กิจกรรมที่ 4 ในการดำเนินกิจกรรม อาจเพิ่มโจทย์ที่ทำให้กิ้งก่าสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ หากพบว่าผู้เรียนยังไม่เข้าใจในการแก้ปัญหาเพียงพอ ทั้งนี้พบว่าในขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนสุ่มจำนวนเพื่อทดลองเองนั้น ผู้เรียนบางคนยังไม่ปฏิบัติตาม เพราะยังทดลองกับตัวอย่างเก่าของตนเอง จึงอาจแก้ปัญหาด้วยการสุ่มจำนวนและหาคำตอบร่วมกันหน้าชั้นเรียน นอกจากนี้สำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์ ผู้เรียนอาจสร้างข้อความคาดการณ์ที่ไม่น่าสนใจ เพราะเห็นคำตอบได้ชัดเจน เช่น เริ่มต้นด้วยกิ้งก่าสองสีมีจำนวนเท่ากัน หรือเริ่มต้นด้วยกิ้งก่าสองสีมีจำนวนต่างกันเท่ากับ 3 ดังนั้นผู้สอนควรให้คำแนะนำในการสร้างข้อความคาดการณ์ใหม่ที่ท้าทายมากขึ้น

กิจกรรมที่ 5 ในการดำเนินกิจกรรม หลังจากที่ปล่อยให้แต่ละคนทดลองเดินเบี้ยด้วยตนเองแล้ว อาจเปิดโอกาสให้แลกเปลี่ยนผลการเดินกัน เพื่อให้เห็นว่าในกระดานขนาดเดียวกัน อาจมีผู้เรียนคนอื่นใช้จำนวนการเดินที่น้อยกว่า ซึ่งจะทำให้เกิดการปรับปรุงและทดลองเดินใหม่ให้ได้จำนวนครั้งที่น้อยลง ทั้งนี้ ในขั้นการปฏิบัติกิจกรรมพบว่า ผู้เรียนจะเกิดความสับสนระหว่างคำว่า “จำนวนช่องทั้งหมด” และ “จำนวนครั้งที่เดิน” ผู้สอนจึงควรให้ความสำคัญกับการอธิบายหรือแนะนำเพิ่มในส่วนนี้

กิจกรรมที่ 6 ในการดำเนินกิจกรรม อาจแบ่งกลุ่มผู้เรียนเพื่อทดลองเล่นเกมรายบุคคล ก่อนนำผลที่ได้มารวมกันเพื่อแลกเปลี่ยน ซึ่งจะทำให้สังเกตเห็นแนวโน้มได้ง่ายขึ้น ทั้งนี้ อาจใช้แอปพลิเคชัน ในสมาร์ตโฟน เข้ามาช่วยในการทดลองสุ่ม

7. จากนั้นนำผลที่ได้มาปรับปรุงชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (D2) แล้วยื่นขอพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 ก่อนนำไปใช้ในการทดลองต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมี 3 ประเภท คือ 1) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ และ 3) แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ มีรายละเอียดดังนี้

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนทั้ง 2 ฉบับ เป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีข้อคำถามซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวนฉบับละ 2 ข้อ ซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้เกิดการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การค้นหาข้อสรุปหรือ

ข้อความคาดการณ์ และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ ดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี และ 3 : ดีมาก แต่ละข้อจึงมีคะแนนเต็ม 9 คะแนน ทำให้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ทั้ง 2 ฉบับ มีคะแนนเต็มฉบับละ 18 คะแนน โดยคะแนนที่ได้จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมตามเกณฑ์ 75/75 ในส่วนกระบวนการเรียนรู้

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มี 1 ฉบับ เป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีข้อคำถามซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ข้อ ซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้เกิดการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ ดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี และ 3 : ดีมาก แต่ละข้อจึงมีคะแนนเต็ม 9 คะแนน ทำให้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มีคะแนนเต็ม 27 คะแนน โดยคะแนนที่ได้จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมตามเกณฑ์ 75/75 ในส่วนผลการเรียนรู้ และประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทั้งนี้ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน และฉบับหลังเรียน มีรายละเอียดในแต่ละส่วน ดังนี้

ตารางที่ 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	การวิเคราะห์ความสัมพันธ์	การค้นหาข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์	การยืนยันข้อสรุป อย่างสมเหตุสมผล
3 : ดีมาก	สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนินการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผล กำหนดตัวแปรสำคัญ อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง ครอบคลุมกับสภาพปัญหา	สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
2 : ดี	วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่ยังไม่ชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนิน การทดลองเพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผล แต่กำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ	สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงสาระสำคัญได้ แต่ยังไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือเหตุผลที่ใช้ไม่

ระดับคะแนน	การวิเคราะห์ความสัมพันธ์	การค้นหาข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์	การยืนยันข้อสรุป อย่างสมเหตุสมผล
	ของตัวแปร ถูกต้องเพียง 2 ใน 3		รัดกุมเพียงพอ
1 : พอใช้	วิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ไม่ชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนิน การทดลอง เพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผล แต่กำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปร ถูกต้องเพียง 1 ใน 3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาบ้าง โดยสามารถสร้างข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง แต่ไม่เป็นจริงในกรณีทั่วไป	สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ ได้บ้าง แสดงเหตุผลเฉพาะบางกรณี ไม่ได้แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
0 : ต้องแก้ไข	ไม่สามารถวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ โดยไม่สามารถกำหนดตัวแปรหรืออธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้	แสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าใจในปัญหา โดยไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้	ไม่สามารถยืนยันข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

3. แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามที่ใช้วัดระดับความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ โดยแบ่งประเด็นคำถามเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ จำนวน 8 ข้อ รวมทั้งสิ้น 24 ข้อ คำถามแต่ละข้อเป็นการให้แสดงระดับความคิดเห็น ดังนี้ เห็นด้วยน้อยที่สุด (1 คะแนน) เห็นด้วยน้อย (2 คะแนน) เห็นด้วยปานกลาง (3 คะแนน) เห็นด้วยมาก (4 คะแนน) และเห็นด้วยมากที่สุด (5 คะแนน) โดยหากมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.5 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนเต็ม 5 จะถือว่ามีความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลแบ่งเป็น 1) การพัฒนาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ และ 2) การพัฒนาแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ โดยมีขั้นตอนดังนี้

การพัฒนาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนและฉบับหลังเรียน

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลจากอินเทอร์เนต เกี่ยวกับความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แล้วดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ (จำนวนฉบับละ 3 ข้อ เพื่อคัดเลือกเหลือฉบับละ 2 ข้อ) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ (จำนวน 4 ข้อ เพื่อคัดเลือกเหลือ 3 ข้อ) พร้อมสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดแบบรูบริค 4 ระดับ โดยเป็นแบบวัดที่มีลักษณะของข้อคำถามที่เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเปิดโอกาสให้เกิดการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
3. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งเป็นอาจารย์จากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์และสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ตรวจสอบคุณภาพ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (IOC) ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับประเด็นย่อยต่างๆ จำแนกตามข้อคำถามแต่ละข้อ ผลการประเมินพบว่า ข้อคำถามทุกข้อในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสามฉบับ มีความสอดคล้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ย IOC เป็น 1 ในทุกข้อ) โดยปรากฏรายละเอียดผลการประเมินดังนี้

ตารางที่ 6 แสดงสรุปผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ข้อสอบข้อที่	พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (IOC) เฉลี่ย	สรุป
ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1	1	1	ใช้ได้
	2	1	ใช้ได้
	3	1	ใช้ได้
ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2	1	1	ใช้ได้
	2	1	ใช้ได้
	3	1	ใช้ได้

ฉบับหลังเรียน	1	1	ใช้ได้
	2	1	ใช้ได้
	3	1	ใช้ได้
	4	1	ใช้ได้

รายละเอียดผลการประเมินตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับประเด็นย่อยต่างๆ เป็นดังนี้

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 3 ให้ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนสองหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบน เพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนสองหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก
- ปรับปรุงการเขียนคำผิด และการแบ่งวรรคตอน

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 ให้ปรับข้อความจาก “จำนวนใดๆ หากผลรวมของตัวเลขแต่ละหลักหาร 3 ได้ลงตัวแล้ว จำนวนนั้นๆ จะหาร 3 ได้ลงตัวด้วย” เป็น “จำนวนใดๆ หากผลรวมของตัวเลขทุกหลักหารด้วย 3 ลงตัวแล้ว จำนวนนั้นจะหารด้วย 3 ลงตัวด้วย” และปรับแก้เงื่อนไขของ n จาก “เมื่อ n เป็นจำนวนนับ” เป็น “เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n \geq 0$”
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 และ 2 ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนหลายหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบน เพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนหลายหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 3 ขั้นอุปนัย เปลี่ยนจาก “$k \geq 10$” เป็น “$k \geq 8$” และยกส่วนการพิสูจน์กรณีราคาเป็น 3 5 และ 6 บาท ไปไว้ในตอนต้น

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 ให้ปรับข้อความจาก “แล้วนำจำนวนทั้งสองมาบวกกัน” เป็น “แล้วนำสองจำนวนที่ได้หลังสุดมาบวกกัน” เพื่อความชัดเจนว่าเป็นสองจำนวนใด
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 และ 3 ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนหลายหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบน เพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนหลายหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 4 ขั้นการบันทึกผลที่ได้จากการทดลอง เปลี่ยนการเขียนกระจายในข้อสังเกตจาก 2 ตัวแรก เป็น 1 + 1 เพื่อให้เห็นแบบรูปชัดเจนมากขึ้น

4. ผู้วิจัยปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ ตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ
5. นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับระหว่างเรียน และฉบับหลังเรียน ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ ไปทดลองใช้กับนิสิตที่อยู่ในกลุ่มประชากรแต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 11 คน เพื่อหาความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient) พบว่าข้อสอบทั้งสามฉบับ มีความเที่ยงผ่านเกณฑ์ 0.6 และข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (P) อยู่ในเกณฑ์ระหว่าง 0.2 – 0.8 มีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่เกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงคัดเลือกข้อสอบ 2 ข้อ จาก 3 ข้อ จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนแต่ละฉบับ มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ที่พร้อมนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง และคัดเลือกข้อสอบ 3 ข้อ จาก 4 ข้อ จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่พร้อมนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดทั้งสามฉบับเป็นดังนี้

ตารางที่ 7 แสดงสรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คุณภาพแบบวัด	**แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**		
	ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1	**ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2**	**ฉบับหลังเรียน**
ความเที่ยง	0.718	0.645	0.778
ความยาก (P)	0.556 - 0.733	0.557 - 0.667	0.482 - 0.778
อำนาจจำแนก (r)	0.444 - 0.533	0.557 - 0.667	0.370 - 0.889

6. ยื่นขอพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 แล้วนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ทั้งสองฉบับ และฉบับหลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ที่ได้รับการพิจารณาแล้ว ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

การพัฒนาแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลจากอินเทอร์เนต เกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิยามเชิงปฏิบัติการของความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และการสร้างแบบสอบถามความคิดเห็น
2. กำหนดกรอบการสร้าง ออกแบบ และดำเนินการสร้างแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
3. นำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ซึ่งเป็นอาจารย์จากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์และสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ตรวจสอบคุณภาพ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามในแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ กับนิยาม “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์” (IOC) ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับประเด็นคำถามในด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ และความคิดเห็นเพิ่มเติมอื่นๆ ผลการประเมินพบว่า ข้อคำถามทุกข้อจาก 3 ด้าน ในแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีความสอดคล้องกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์” โดยทุกข้อมีค่าเฉลี่ย IOC 0.67 - 1 ซึ่งรายละเอียดผลการประเมินเป็นดังนี้

ตารางที่ 8 แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์” (IOC) เฉลี่ย	สรุป
1. เนื้อหากิจกรรมมีความน่าสนใจ	1	ใช้ได้
2. เนื้อหากิจกรรมมีความหลากหลาย	1	ใช้ได้
3. เนื้อหากิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับผู้เรียน	1	ใช้ได้
4. การจัดลำดับเนื้อหาของกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	ใช้ได้
5. เนื้อหาครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	1	ใช้ได้
6. ภาษา และคำอธิบายที่ใช้ในชุดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	ใช้ได้
7. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้เรียนเนื้อหาตามกิจกรรม	0.67	ใช้ได้
8. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับขั้นตอนเหมาะสม	1	ใช้ได้

ตารางที่ 9 แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์” (IOC) เฉลี่ย	สรุป
1. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล	1	ใช้ได้
2. การปฏิบัติกิจกรรมมีขั้นตอนปฏิบัติที่ชัดเจน	1	ใช้ได้
3. เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	ใช้ได้
4. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้	1	ใช้ได้
5. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน	1	ใช้ได้
6. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง	1	ใช้ได้
7. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้เข้าร่วมกิจกรรม	0.67	ใช้ได้
8. สื่อประกอบการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	ใช้ได้

ตารางที่ 10 แสดงสรุปผลการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็น ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์” (IOC) เฉลี่ย	สรุป
1. ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์	1	ใช้ได้
2. ได้พัฒนาทักษะการเขียนแสดงเหตุผล	1	ใช้ได้
3. ได้ฝึกการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร	1	ใช้ได้
4. ได้พัฒนาทักษะการทดลองและสังเกต	1	ใช้ได้
5. ได้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์	1	ใช้ได้
6. ได้ฝึกกระบวนการการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์	1	ใช้ได้
7. ได้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว	1	ใช้ได้

ในส่วนผลการประเมินของตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับประเด็นคำถามในด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ และความคิดเห็นเพิ่มเติมอื่นๆ มีรายละเอียดดังนี้

ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

- ในข้อ 5 เพิ่มเติมคำว่า “ตามหลักสูตรฯ” ต่อท้าย
- ในข้อ 7 เปลี่ยนข้อความเป็น “ผู้เรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมต่อชุดกิจกรรมในระดับมาก” แล้วจัดลำดับใหม่โดยให้เป็นข้อสุดท้าย คือข้อที่ 8

ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

- ในข้อ 7 เปลี่ยนข้อความเป็น “ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้ร่วมกิจกรรมในระดับมาก” แล้วจัดลำดับข้อความใหม่ทั้งหมด โดยเรียงเป็น 1 5 6 2 3 4 8 และ 7

ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

- ในข้อ 1 เพิ่มเติมข้อความจาก “ได้แลกเปลี่ยนความคิด” เป็น “ได้แลกเปลี่ยนความรู้และความคิด”
- ในข้อ 2 เพิ่มเติมข้อความจาก “เขียนแสดงเหตุผล” เป็น “เขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์”
- ในข้อ 3 เพิ่มเติมข้อความจาก “ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร” เป็น “ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด”
- เปลี่ยนลำดับข้อคำถามจากข้อ 5 เป็นข้อ 7 จากข้อ 6 เป็นข้อ 5 และจากข้อ 7 เป็นข้อ 6
- ควรเพิ่มข้อคำถาม “ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์” เพื่อทำให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมมากขึ้น

4. ผู้วิจัยปรับปรุงแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ โดยเฉพาะเพิ่มข้อคำถามเกี่ยวกับการตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ ทำให้แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีข้อคำถามรวม 24 ข้อ
5. ยื่นขอพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 แล้วนำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการพิจารณาแล้ว ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ดำเนินการประชาสัมพันธ์เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ผ่านกลุ่มสังคมออนไลน์ที่มีนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกคนเป็นสมาชิก เพื่อให้ทุกคนได้รับทราบการประชาสัมพันธ์ โดยจะอธิบายถึงรายละเอียดของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมด และข้อมูลต่างๆ ตลอดจนชี้แจงว่ากิจกรรมนี้เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัย ซึ่งไม่มีผลกระทบต่อการศึกษาตามรายวิชาในหลักสูตรฯ และข้อมูลเชิงบุคคลที่ได้จากการดำเนินการจะถูกเก็บความลับโดยผู้วิจัย เพื่อรับสมัครกลุ่มตัวอย่างตามความสมัครใจ ซึ่งเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 ชั้นปีละประมาณ 4 คน รวมจำนวน 12 คน โดยใช้เกณฑ์การคัดเลือกจากลำดับก่อนหลังของการสมัคร และคัดออกโดยหากเป็นผู้ที่ไม่สามารถร่วมกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนทุกกิจกรรม ทั้งนี้ ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน เป็นนิสิตชั้นปีที่ 2 จำนวน 5 คน นิสิตชั้นปีที่ 3 จำนวน 4 คน และนิสิตชั้นปีที่ 4 จำนวน 3 คน

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม กิจกรรมละ 3 ชั่วโมง รวม 18 ชั่วโมง รวมระยะเวลาทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ โดยในระหว่างแต่ละกิจกรรม จะมีการบันทึกผลการทำกิจกรรมในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และหลังกิจกรรมที่ 2 จะให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 ใช้เวลา 60 นาที และหลังกิจกรรมที่ 4 จะให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 ใช้เวลา 60 นาที

3. เมื่อเสร็จสิ้นการดำเนินการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์แล้ว จะให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ใช้เวลา 90 นาที และสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ด้วยแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 15 นาที

4. นำข้อมูลทั้งหมดที่รวบรวมได้ มาวิเคราะห์ และสรุปผลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียด ดังนี้

1. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยนำจากคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าเฉลี่ยร้อยละ แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม เพื่อวัดประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมในส่วนกระบวนการเรียนรู้

2. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยนำจากคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยร้อยละ แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม เพื่อวัดประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ในส่วนผลการเรียนรู้

3. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูลในข้อ 1 และ 2 กับเกณฑ์ 75/75 เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม โดยหากประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ทั้งในส่วนกระบวนการเรียนรู้และส่วนผลการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์ 75/75 จะถือว่าชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้นเป็นชุดกิจกรรมที่มีประสิทธิภาพ เพื่อตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 1

4. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยร้อยละ ที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้การทดสอบค่าที (t – test for one samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 เพื่อศึกษาว่าภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 หรือไม่ เพื่อตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 2

5. วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยนำคะแนนจากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยร้อยละ แล้ว

เปรียบเทียบกับเกณฑ์ 3.5 จากคะแนนเต็ม 5 เพื่อศึกษาว่าภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีระดับความคิดเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (สูงกว่าเกณฑ์ 3.5 จากคะแนนเต็ม 5) หรือไม่ เพื่อตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 3

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความเที่ยง ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าร้อยละ ความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าทีที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ พร้อมศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม และศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ ผู้วิจัยได้นำมาวิเคราะห์ ซึ่งมีผลการวิเคราะห์แบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ 75/75

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

โดยรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอน มีดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ 75/75

ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ในส่วนกระบวนการเรียนรู้ ที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ทั้ง 2 ฉบับ กับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม และประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ในส่วนผลการเรียนรู้ ที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม โดยหากประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ทั้งในส่วนกระบวนการเรียนรู้และส่วนผลการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์ 75 ทั้งคู่ (ผ่าน

เกณฑ์ 75/75) จะถือว่า จะถือว่าชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้นเป็นชุดกิจกรรมที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งจะตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 1

การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 75 เพื่อประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ในส่วนกระบวนการเรียนรู้ และการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เพื่อประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม ในส่วนผลการเรียนรู้ ปรากฏผลการศึกษาดังตาราง 11

ตารางที่ 11 ผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เทียบกับเกณฑ์ 75/75 ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน

รายการ	แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน (เต็ม)	คะแนนรวม (เต็ม)	ค่าประสิทธิภาพ
ประสิทธิภาพในส่วนกระบวนการ	ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1	189 (216)	368 (432)	85.19
	ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2	179 (216)		
ประสิทธิภาพในส่วนผลการใช้	ฉบับหลังเรียน	279 (324)	279 (324)	86.11

จากตาราง 11 พบว่านิสิตกลุ่มตัวอย่างที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีคะแนนรวม ที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 (วัดหลังจบกิจกรรมที่ 2) และฉบับที่ 2 (วัดหลังจบกิจกรรมที่ 4) คิดเป็นร้อยละ 85.19 ซึ่งผ่านเกณฑ์ 75 ดังนั้น ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์จึงมีประสิทธิภาพในส่วนกระบวนการ และนิสิตกลุ่มตัวอย่างที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีคะแนนรวมที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน (วัดหลังจบกิจกรรมที่ 6) คิดเป็นร้อยละ 86.11 ซึ่งผ่านเกณฑ์ 75 ดังนั้น ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จึงมีประสิทธิภาพในส่วนผลการใช้ ทำให้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ ทั้งในส่วนกระบวนการและส่วนผลการใช้ กล่าวคือ ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 85.19/86.11 ผ่านเกณฑ์ 75/75

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในสาม

ด้าน คือ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล วัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ซึ่งจะตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 2 ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตาราง 12

ตารางที่ 12 ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของกลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน	คะแนนรวม (เต็ม)	คะแนนเฉลี่ย (เต็ม)	ร้อยละ (เต็ม)	S	t	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	12	279 (324)	23.25 (27)	86.11 (100)	2.30	4.52	0.0004

จากตาราง 12 พบว่านิสิตกลุ่มตัวอย่างที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เท่ากับ 23.25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.11 และเมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 นั่นคือด้วยความเชื่อมั่น 95% ดังนั้น นิสิตที่ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เป็นความคิดเห็นของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความคิดเห็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบวัดความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีประเด็นคำถามแบ่งเป็น 3 ด้าน ด้านละ 8 ข้อ รวมทั้งสิ้น 24 ข้อ คำถามแต่ละข้อเป็นการให้แสดงระดับความคิดเห็น ดังนี้ เห็นด้วยน้อยที่สุด (1 คะแนน) เห็นด้วยน้อย (2

คะแนน) เห็นด้วยปานกลาง (3 คะแนน) เห็นด้วยมาก (4 คะแนน) และเห็นด้วยมากที่สุด (5 คะแนน) โดยหากมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.5 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนเต็ม 5 จะถือว่ามีความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี ซึ่งจะตอบวัตถุประสงค์ของการวิจัยข้อที่ 3 ผลการศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ปรากฏดังตาราง 3

ตารางที่ 13 ผลการเปรียบเทียบระดับความคิดเห็นเฉลี่ยของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เทียบกับคะแนนเฉลี่ย 3.5 จากคะแนนเต็ม 5 ของกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 12 คน

ความคิดเห็น	ระดับความคิดเห็นเฉลี่ย	แปลผล
ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	4.56	ผ่านเกณฑ์
ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	4.55	ผ่านเกณฑ์
ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ	4.51	ผ่านเกณฑ์
รวม	**4.54**	**ผ่านเกณฑ์**

จากตาราง 3 พบว่านิสิตกลุ่มตัวอย่างที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ มีระดับความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี โดยมีคะแนนเฉลี่ย 4.54 ผ่านเกณฑ์ 3.5 โดยด้านที่มีคะแนนระดับความคิดเห็นสูงสุด คือ ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (เฉลี่ย 4.56 คะแนน) และด้านที่มีคะแนนระดับความคิดเห็นรองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ (เฉลี่ย 4.55 คะแนน) และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ (เฉลี่ย 4.51 คะแนน) ทั้งนี้ กลุ่มตัวอย่างได้แสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมในประเด็นอื่นๆ ในส่วนความคิดเห็นเชิงบวก คือ “อยากให้มีกิจกรรมในแต่ละเรื่องมากกว่านี้ ให้ได้ทำกิจกรรมสนุกๆ มากยิ่งขึ้น” และ “กิจกรรมน่าสนใจมากครับ” และในส่วนความคิดเห็นเชิงลบ คือ “มีบางช่วงที่กิจกรรมเอื่อยนิดหน่อยค่ะ”

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม ตลอดจนศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ในการศึกษากำหนดตัวแปรต้น คือ การใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และศึกษาตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ประชากรในงานวิจัยนี้ คือ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 รวมจำนวน 12 คน ใช้วิธีการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบอาสาสมัคร เพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย โดยดำเนินการประชาสัมพันธ์เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ผ่านกลุ่มสังคมออนไลน์ ที่มีนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกคนเป็นสมาชิก โดยอธิบายถึงรายละเอียดของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมด และข้อมูลต่างๆ ตลอดจนชี้แจงว่ากิจกรรมนี้เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัย ซึ่งไม่มีผลกระทบต่อการศึกษาตามรายวิชาในหลักสูตรฯ และข้อมูลเชิงบุคคลที่ได้จากการดำเนินการจะถูกเก็บเป็นความลับโดยผู้วิจัย เพื่อรับสมัครกลุ่มตัวอย่างตามความสมัครใจ ทั้งนี้ใช้เกณฑ์การคัดเลือกจากลำดับก่อนหลังของการสมัคร และคัดออกหากเป็นผู้ที่ไม่สามารถร่วมกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนทุกกิจกรรม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม ประกอบด้วยกิจกรรมดังนี้ 1) ฉับ 2) เพลโต อาร์คิมีดีส ออยเลอร์ 3) ปูกระเบื้องแบบพิเศษ 4) กิ้งก่าเปลี่ยนสี 5) กบกระโดด และ 6) เดินๆ ถอยๆ แต่ละกิจกรรมใช้เวลา 3 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งสิ้น 18 ชั่วโมง เป็นเวลาทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ เนื้อหาในกิจกรรมครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน จำนวน 2 ฉบับ เป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีข้อคำถามซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวนฉบับละ 2 ข้อ มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ มีคะแนนเต็มฉบับละ 18 คะแนน โดยคะแนนที่ได้จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมตามเกณฑ์ 75/75 ในส่วนกระบวนการเรียนรู้

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบวัดแบบอัตนัย มีข้อคำถามซึ่งเป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ข้อ มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ มีคะแนนเต็มทั้งฉบับ 27 คะแนน โดยคะแนนที่ได้จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมตามเกณฑ์ 75/75 ในส่วนผลการเรียนรู้ และประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบสอบถามที่ใช้วัดระดับความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ โดยแบ่งประเด็นคำถามเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ จำนวน 8 ข้อ รวมทั้งสิ้น 24 ข้อ คำถามแต่ละข้อเป็นการให้แสดงระดับความคิดเห็น 5 ระดับ จากเห็นด้วยน้อยที่สุด (1 คะแนน) ไปยังเห็นด้วยมากที่สุด (5 คะแนน) โดยคะแนนเฉลี่ยที่ได้จะนำมาใช้ประเมินระดับความคิดเห็นเฉลี่ยเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล เริ่มต้นด้วยการเตรียมการประชาสัมพันธ์เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ผ่านกลุ่มสังคมออนไลน์ ที่มีนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกคนเป็นสมาชิก เพื่อให้ทุกคนได้รับทราบการประชาสัมพันธ์ โดยจะอธิบายถึงรายละเอียดของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมด และข้อมูลต่างๆ ตลอดจนชี้แจงว่ากิจกรรมนี้เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัย ซึ่งไม่มีผลกระทบต่อการศึกษาตามรายวิชาในหลักสูตรฯ และข้อมูลเชิงบุคคลที่ได้จากการดำเนินการจะถูกเก็บความลับโดยผู้วิจัย เพื่อรับสมัครกลุ่มตัวอย่างตามความสมัครใจ ซึ่งเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2562 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 ชั้นปีละประมาณ 4 คน รวมจำนวน 12 คน โดยใช้เกณฑ์การคัดเลือกจากลำดับก่อนหลังของการสมัคร และคัดออกโดยหากเป็นผู้ที่ไม่สามารถร่วมกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วนทุกกิจกรรม ทั้งนี้ ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 12 คน เป็นนิสิตชั้นปีที่ 2 จำนวน 5 คน นิสิตชั้นปีที่ 3 จำนวน 4 คน และนิสิตชั้นปีที่ 4 จำนวน 3 คน จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 6 กิจกรรม กิจกรรมละ 3 ชั่วโมง รวม 18 ชั่วโมง รวมระยะเวลาทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ โดยในระหว่างแต่ละกิจกรรม จะมีการบันทึกผลการทำกิจกรรมในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และหลังกิจกรรมที่ 2 จะให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 ใช้เวลา 60 นาที และหลังกิจกรรมที่ 4 จะให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับ

ระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 ใช้เวลา 60 นาที เมื่อเสร็จสิ้นการดำเนินการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ผู้วิจัยให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ใช้เวลา 90 นาที และสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ด้วยแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 15 นาที จากนั้นจึงนำข้อมูลทั้งหมดที่รวบรวมได้ มาวิเคราะห์ และสรุปผล

ในการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้ตั้งสมมติฐานไว้ว่า “ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนานั้น มีประสิทธิภาพ และนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่ได้ใช้ชุดกิจกรรมนี้ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ และมีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี” ซึ่งสามารถพิจารณาเป็นสมมติฐาน 3 ข้อ คือ

1. ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
3. ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพในส่วนกระบวนการ (ร้อยละ 85.19) และมีประสิทธิภาพส่วนผลการใช้ (ร้อยละ 86.11) นั่นคือ ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย
2. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 86.11 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 นั่นคือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย
3. ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีคะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ที่ 4.54 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 นั่นคือ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ สามารถอภิปรายผลจำแนกตามรายด้าน คือ 1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม 2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 3. ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรม ได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม

จากสมมติฐานข้อที่ 1 ที่ว่า “ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75” นั้น ในการทดสอบสมมติฐานซึ่งพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (2 ฉบับ) และฉบับหลังเรียน (1 ฉบับ) พบว่า คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนทั้ง 2 ฉบับ คิดเป็นร้อยละ 85.19 ซึ่งผ่านเกณฑ์ 75 ทำให้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพในส่วนกระบวนการ และคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนคิดเป็นร้อยละ 86.11 ซึ่งผ่านเกณฑ์ 75 ทำให้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพในส่วนผลการใช้ ดังนั้น ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์จึงมีประสิทธิภาพ 85.19/86.11 ผ่านเกณฑ์ 75/75 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย ที่เป็นเช่นนี้สามารถอธิบายได้ ดังนี้

1.1 ในการพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ นั้น มีกระบวนการที่เป็นไปตามระบบอย่างมีลำดับขั้นตอนในลักษณะของการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) โดยเริ่มต้นตั้งแต่การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงคัดสรรเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม น่าสนใจ สอดคล้องกับช่วงวัย และพื้นฐานความรู้ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มาพัฒนาเป็นชุดกิจกรรม ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เกิดกระบวนการสืบสอบ ผ่านการลงมือปฏิบัติจริง และสนับสนุนการใช้ทักษะการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย ตลอดจนพัฒนาเอกสารประกอบการทำกิจกรรม และแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อสนับสนุนการทำกิจกรรม จนได้เป็นกิจกรรมจำนวน 6 กิจกรรม คือ 1) ฉับ 2) เพลโต อาร์คิมีดีส ออยเลอร์ 3) ปูกระเบื้องแบบพิเศษ 4) กิ้งก่าเปลี่ยนสี 5) กบกระโดด และ 6) เดินๆ ถอยๆ จากนั้นจึงนำเสนอชุดกิจกรรมต่อผู้ทรงคุณวุฒิ ทั้งทางด้านคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์ศึกษา แล้วนำผลการประเมินคุณภาพที่ได้ในประเด็นต่างๆ จากผู้ทรงคุณวุฒิมาปรับปรุงชุดกิจกรรมให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ก่อนนำชุดกิจกรรมที่ปรับปรุงไปทดลองในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม ปัญหาและอุปสรรคในการดำเนินกิจกรรม การปฏิบัติกิจกรรม ภาษาที่ใช้สื่อสาร และข้อจำกัดอื่นๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการนำชุดกิจกรรมไปใช้จริง แล้วจึงนำผลที่ได้มาปรับปรุงชุดกิจกรรมอีกครั้ง เพื่อให้มีความสมบูรณ์พร้อมก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์เทียบกับเกณฑ์ 75/75 ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่เหมาะสมสำหรับการหาคุณภาพของชุดกิจกรรมที่มุ่งพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะพิสัย (ชัยยงค์ พรหมวงศ์,

2556) และสอดคล้องตามหลักการของ รัตนะ บัวสนธ์ (2562) ที่ระบุว่าเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ 75/75 เหมาะสมกับนวัตกรรมการศึกษาที่มุ่งแก้ไขปัญหา หรือพัฒนาความสามารถของผู้เรียนที่มีลักษณะซับซ้อนหรือมีเนื้อหาค่อนข้างยาก การดำเนินการพัฒนาชุดกิจกรรมอย่างมีระบบเป็นลำดับขั้นตอน จึงน่าจะเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพผ่านเกณฑ์ 75/75 สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ธิวาลัย ยืนยง พรชัย ทองเจือ และจุมพต ขำวีระ (2558) ที่ได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 แล้วพบว่ามีชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.62/79.82 และสอดคล้องกับงานวิจัยของอดิศร ลิประเสริฐ และพงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู (2559) ที่ได้พัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ซึ่งมีประสิทธิภาพเท่ากับ 77.89/79.89 นอกจากนี้ยังเป็นไปตามผลการวิจัยของ วันทนีย์ บุญสุวรรณ์ (2563) ที่ได้พัฒนาชุดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและการแก้สมการ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนโครงการกองทุนการศึกษา จังหวัดลพบุรี แล้วพบว่าชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพเท่ากับ 82.40/81.33 งานวิจัยทั้งสามที่อ้างอิงนี้ ล้วนเป็นการพัฒนาชุดกิจกรรมขึ้นอย่างมีระบบเป็นลำดับขั้นตอน แล้วผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรมที่พัฒนาขึ้นนั้น มีประสิทธิภาพผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

1.2 ในการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์นั้น มีกระบวนการที่เป็นไปตามระบบอย่างมีลำดับขั้นตอน โดยปรับปรุงจากแนวคิดเกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของ Frobisher (1994) และกระบวนการทางพุทธิปัญญาในการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของ Yeo (2013, 2017) ให้มีความกระชับ เหมาะสมกับบริบทในชั้นเรียนมากขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ ระยะที่ 2 ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไป และระยะที่ 3 เป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด

ในระยะที่ 1 ซึ่งเป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พยายามทำความเข้าใจในงาน และสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการอ่านอย่างถี่ถ้วน ทำให้ข้อมูลเป็นรูปธรรมด้วยการวาดแผนภาพเพื่อกำหนดข้อมูลสำคัญ และทดลองปฏิบัติอย่างเหมาะสมหรือทดลองสุ่มตัวอย่างเพื่อสร้างความเข้าใจ แล้วตั้งเป็นปัญหาของตนเองเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ ก่อนที่จะดำเนินการหาคำตอบ ผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนนี้เป็นไปได้ 2 ประการคือ ได้ปัญหาทั่วไปเพื่อค้นหาแบบรูป หรือได้ปัญหาเฉพาะเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา การที่การดำเนินกิจกรรมได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เป็นผู้สำรวจสถานการณ์ปัญหาอย่างรอบด้านในแง่มุมต่างๆ จนกำหนดปัญหาที่จะศึกษาขึ้นเองนั้น จึงมีส่วนสำคัญในการสนับสนุนให้ผู้เรียนได้เกิดการมองปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ อีกทั้งในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ดำเนินการในลักษณะกระบวนการ ทั้งปรับปรุงการตั้งปัญหาเดิม เพิ่ม ลด สมมติฐาน หรือขยายปัญหา ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนรู้สึกมีส่วนร่วมในการเรียนและมีความผูกพันในการเรียนมากขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Hiebert et al (1996) ที่ว่า การทำให้เป็นปัญหา (Problematizing) ซึ่งช่วยสนับสนุน

ให้ผู้เรียนเกิดการมีส่วนร่วมอย่างมีประสิทธิผลนั้น ในขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องมีโอกาสในการปรับปรุงแนวคิดของตนเอง มีโอกาสสร้างปัญหาใหม่ และได้จัดระเบียบความคิดเดิมของตนเอง นอกจากนี้การกำหนดปัญหาขึ้นด้วยตนเองนั้น ยังเป็นการเพิ่มการบทบาทการเป็นเจ้าของและความผูกพันในการเรียนรู้ของผู้เรียน สอดคล้องกับแนวคิดของ Forman (2014) ที่ว่า ผู้เรียนจะรู้สึกผูกพันกับงานของตนเองอย่างแท้จริงหากได้มีสิทธิขาดเชิงความคิดในปัญหานั้นๆ

ในระยะที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไปนั้น จะเน้นการลงมือปฏิบัติจริง โดยมีผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำการทดลองเก็บข้อมูล สร้างเป็นข้อความคาดการณ์โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย แล้วจึงทำการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัย ขั้นตอนเหล่านี้จึงมีส่วนสำคัญในการสนับสนุนให้ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมได้อย่างประสบความสำเร็จ สอดคล้องกับ Taugaw (1993) ที่พบว่า การสอนโดยให้ผู้เรียนได้ตั้งข้อความคาดการณ์ สำรวจ อภิปราย ตรวจสอบหาเหตุผลสนับสนุนและสร้างเป็นกรณีทั่วไป บนพื้นฐานความรู้ ทักษะ และเจตคติที่มีมาก่อนของผู้เรียน โดยผ่านกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น จะมีผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนดีขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของ Riedesel et al (1990) ที่ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาคือการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ จึงนับเป็นการช่วยให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และมีความแจ่มชัดในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ Da Ponte (2008) ที่ได้กล่าวว่า การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่มีนัยสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผลหลายประการ เช่น การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการมีส่วนร่วมของนักเรียนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ การสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทำให้เกิดการคิดแบบองค์รวม สามารถเสริมเข้าไปในทุกๆ ส่วนของหลักสูตรได้อย่างเป็นธรรมชาติ และการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ยังสนับสนุนให้เกิดการคิดที่ลุ่มลึก ซึ่งเสริมสร้างการเรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐาน จากเหตุผลที่กล่าวมา ด้วยกระบวนการที่เป็นไปตามระบบอย่างมีลำดับขั้นตอน ในการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์จึงน่าจะเป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีประสิทธ์ภาพผ่านเกณฑ์ 75/75

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ว่า “ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05” นั้น ในการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 23.25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.11 และเมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง สูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญที่

ระดับ .05 นั่นคือ ด้วยความเชื่อมั่น 95% ดังนั้น นิสิตที่ใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย ที่เป็นเช่นนี้สามารถอธิบายได้ ดังนี้

2.1 กระบวนการในการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เน้นการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง โดยให้ผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องกำหนดปัญหา เก็บข้อมูลจากการทดลอง สังเกต แล้วใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อพิสูจน์เป็นข้อความรู้ใหม่ และวางนัยทั่วไป ตามหลักการสำคัญ 4 ข้อ คือ การศึกษากรณีเฉพาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ การพิสูจน์ให้เหตุผล และการวางนัยทั่วไป (Yeo and Yeap, 2009) โดยแบ่งขั้นตอนในการทำกิจกรรมเป็น 3 ระยะ เริ่มตั้งแต่ระยะที่ 1 ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ ระยะที่ 2 ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสำรวจปัญหาเพื่อเก็บข้อมูล ขั้นตอนที่ 2 เป็นการนำข้อมูลที่ได้มาสังเกต เพื่อค้นหาแบบรูปและสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ ขั้นตอนที่ 3 เป็นการแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และวางนัยทั่วไป และระยะที่ 3 เป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด ซึ่งกระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้รียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองอย่างอิสระ อภิปรายแนวคิด ทดลอง เก็บข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ และหาเหตุผลรองรับหรือพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ สรุป ปรับปรุง หรือขยายปัญหาในการสำรวจอย่างเป็นวงจรนั้น น่าจะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผู้เรียน สอดคล้องกับแนวคิดของ Scharm (1989) ที่ว่า กิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้สืบค้น ค้นหา คาดการณ์ พิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผล และสร้างข้อความคาดการณ์ จะเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล และสอดคล้องกับแนวคิดของ Sund (1976) ที่ว่านักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุด ก็ต่อเมื่อได้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการค้นคว้าหาความรู้โดยการจัดกิจกรรมที่นำไปสู่ความสำเร็จในการค้นคว้า และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเองอย่างสมเหตุสมผล และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Lavigne & Lajoie (2007) ที่ได้ทำการวิจัยแบบกรณีศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสืบสอบซึ่งประกอบด้วย 4 ระยะ คือ การตั้งคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการนำเสนอข้อมูล และศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน โดยเก็บข้อมูลด้วยการบันทึกวีดิทัศน์ขณะนักเรียนทำกิจกรรมในทุกขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ เพื่อนำมาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติที่สูงขึ้น โดยแสดงความสามารถได้สูงที่สุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล นอกจากนี้จากงานวิจัยของ Sumarna และ Sentryo (2017) ซึ่งได้ทำการวิจัยแบบกึ่งทดลองเกี่ยวกับการนำแนวทางการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการสอนวิชาเรขาคณิต เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักศึกษาครูระดับประถมศึกษา ผ่านสถานการณ์ปัญหาการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้พบตามปกติ โดยความสามารถในการให้เหตุผลแบ่งเป็น การวิเคราะห์ การวางนัยทั่วไป การสังเคราะห์ การแสดงให้เห็นจริง และการนำมาปรับปรุงการแก้ปัญหานั้นอีกครั้ง กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 56 คน และกลุ่มควบคุม 55 คน รวม 111 คน ยังพบผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการเรียนรู้และความรู้คณิตศาสตร์เดิม กับการ

เพิ่มขึ้นของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ นฤพันธุ์ เพ่งพิศ และจิณดิษฐ์ ละออปักษิณ (2562) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3 แล้วพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม ได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมระดมความคิด ผ่านกระบวนการกลุ่ม โดยอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดของตนเองต่อกลุ่ม ทั้งระดับกลุ่มเล็ก และระดับชั้นเรียน เพื่อกำหนดประเด็นที่จะศึกษา และดำเนินการทดลองเก็บข้อมูลแบบส่วนตัว ก่อนจะแลกเปลี่ยนข้อมูลกับกลุ่มเพื่อตรวจทานความเข้าใจ หรือใช้ข้อมูลร่วมกัน เพื่อมุ่งสู่เป้าหมายในการแก้ปัญหาและนำเสนอการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองผ่านกระบวนการกลุ่ม น่าจะมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับผู้เรียน ดังที่ NCTM (2000) ได้เสนอว่า การจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้อภิปรายการให้เหตุผลของตนเองกับครู และกับผู้เรียนคนอื่นๆ จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลมากขึ้น สอดคล้องกับ Rowan และ Morrow (1993) ที่เสนอให้จัดบรรยากาศในชั้นเรียน ให้เป็นบรรยากาศที่เน้นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด การนำเสนอข้อสรุป พร้อมแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ นอกจากนี้ ยังสอดคล้องกับ Adam และ Hamm (1990) ที่กล่าวว่า การใช้กระบวนการกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรมจะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มากกว่าการให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาเพียงลำพังคนเดียว และการประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานี้ จะสามารถนำพานักเรียนไปสู่การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้

จากเหตุผลที่กล่าวมา ทั้งที่เกี่ยวกับกระบวนการในการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และกระบวนการกลุ่ม จึงน่าจะเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ย (23.25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.11) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรม

จากสมมติฐานข้อที่ 3 ที่ว่า “ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี” นั้น ในการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีคะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์อยู่ที่ 4.54 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 นั่นคือ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ นิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย ที่เป็นเช่นนี้สามารถอธิบายได้ ดังนี้

3.1 ลักษณะเนื้อหาของกิจกรรมทั้ง 6 กิจกรรม ได้ออกแบบให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ผ่านการสำรวจปัญหาด้วยตนเอง กิจกรรมจึงมีลักษณะที่เข้าใจได้ง่ายผ่านทางทดลอง สามารถมองเห็นเป็นรูปธรรม และสามารถเล่นในลักษณะเกม โดยอาศัยเพียงฐานความรู้เบื้องต้นและการสังเกต เพื่อนำความรู้มาปรับใช้ โดยรายละเอียดของแต่ละกิจกรรมและการดำเนินกิจกรรม มีดังนี้

กิจกรรมที่ 1 ฉับ เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการพับกระดาษ แล้วตัดกระดาษตามแบบที่กำหนด เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ จนสามารถตั้งคำถามถึงความเป็นไปได้ในการพับแล้วตัดรูปหลายเหลี่ยมใดๆ ออกจากกระดาษให้ได้ในครั้งเดียว ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า “พับแล้วตัดฉับ” จากนั้นกำหนดเป้าหมายการสำรวจให้อยู่ในขอบเขตเฉพาะรูปสามเหลี่ยม โดยดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่หลากหลายเพื่อสำรวจการพับแล้วตัดฉับ แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งนี้ ผู้เรียนจะสังเกตแนวทางการพับที่ทำให้สามารถตัดแบบฉับได้จากตัวอย่างที่สร้างขึ้นอย่างหลากหลาย แล้วนำข้อสังเกตมาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้ ในครั้งเดียว” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

กิจกรรมที่ 2 เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์ เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการสำรวจลักษณะ และองค์ประกอบสำคัญของทรงตันเพลโตที่กำหนดให้ ทั้งที่เป็นโมเดลรูปธรรม และอาศัยการนึกภาพ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ และนำข้อมูลที่สังเกตได้มากำหนดเป็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ของทรงตันเพลโต จากนั้นกำหนดเป้าหมายการสำรวจให้อยู่ในขอบเขตของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตัน โดยสำรวจทรงตันอาร์คิมีดีสเฉพาะรูปที่ไม่ซับซ้อนเพิ่มเติม แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งนี้ ผู้เรียนจะสังเกตแบบรูปของจำนวนองค์ประกอบต่างๆ ที่ได้จากทรงตัน แล้วนำมาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโตและทรงตันอาร์คิมีดีสทั้งหมด จะมีความสัมพันธ์ในรูปสมการ $V - E + F = 2$” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

กิจกรรมที่ 3 ปูกระเบื้องแบบพิเศษ เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการสำรวจลักษณะความเป็นไปได้ในการปูกระเบื้อง Trominoes บนพื้นขนาด $n \times n$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนดสำหรับเจาะทำช่องระบายน้ำ โดยเริ่มต้นให้ผู้เรียนได้ทดลองปูกระเบื้อง Trominoes บนพื้นจากขนาดเล็กและค่อยๆ เพิ่มขนาดขึ้น เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ และนำข้อมูลที่สังเกตได้มากำหนดประเด็นที่จะศึกษา สำรวจขยายปัญหาเพิ่มเติมในรูปทั่วไป แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม สร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “สามารถใช้กระเบื้อง Trominoes ปูพื้นห้องขนาด $2^k \times 2^k$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนดได้เสมอ” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

กิจกรรมที่ 4 กิ้งก่าเปลี่ยนสี เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการแก้ปัญหาตามโจทย์ที่ใช้แข่งขันแบบดั้งเดิม ก่อนที่จะเริ่มให้ปรับเปลี่ยนจำนวนกิ้งก่าเป็นแบบอื่นๆ แล้วดำเนินการแก้ปัญหาแบบเดิม

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเริ่มต้นของกิ้งก่าแต่ละสี และความสามารถในการเปลี่ยนสีของกิ้งก่าให้เป็นสีเดียวกันทั้งหมด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบ เพื่อสำรวจความเป็นไปได้ที่กิ้งก่าจะเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมด ซึ่งจะทำให้พบว่าด้วยจำนวนกิ้งก่าที่เริ่มต้น บางกรณีก็ไม่สามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ บางกรณีก็เห็นได้ชัดว่าสามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ อีกทั้งยังเห็นถึงกระบวนการดำเนินการเพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวด้วย และบางกรณีแม้จะไม่เห็นชัดเจนว่าทำได้ แต่เมื่อทดลองดำเนินการแล้ว ก็จะพบว่าสามารถทำให้เกิดการเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันทั้งหมดได้ จากการทดลองตัวอย่างเฉพาะที่เพียงพอ ผู้เรียนจะสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “หากผลต่างของจำนวนกิ้งก่าจากสองสี หารด้วย 3 ได้ลงตัวแล้ว กิ้งก่าจะสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ทั้งหมด” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

กิจกรรมที่ 5 กบกระโดด เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ในการเล่นเกมกบกระโดดตามกติกา กล่าวคือ บนกระดานหรือกล่องเกม จะมีช่องว่างอยู่ 11 ช่อง วางตัวแนวตรง มีเบี้ยสองสี สีละ 5 ตัว วางในช่องสองฝั่ง ฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้ วิธีเล่นจะเดินเบี้ยได้ครั้งละ 1 ช่องหากมีช่องว่าง หรือกระโดดข้ามเบี้ยตัวอื่นได้ 1 ครั้ง หากกระโดดไปแล้วมีช่องว่างอยู่ ทั้งนี้ เกมจะจบลงเมื่อสามารถเดินเบี้ยตามกติกา และทำให้เบี้ยอยู่ในช่องฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้เหมือนตอนเริ่มต้นเกม หากแต่สลับสีกันทั้งหมด โดยในการเล่นเกมจะสำรวจความเป็นไปได้ที่เกมจะสิ้นสุดตามคำสั่ง ก่อนที่จะเริ่มให้ปรับเปลี่ยนจำนวนเบี้ยและขนาดกระดาน แล้วดำเนินการเล่นแบบเดิม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนครั้งของการเดินที่น้อยที่สุดที่ทำให้เกมสิ้นสุด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบและเพียงพอ เพื่อสำรวจจำนวนครั้งที่น้อยที่สุดของรูปแบบขนาดกระดานที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “จำนวนครั้งของการเดินอย่างน้อยที่ทำให้เกมสิ้นสุด สำหรับเกมที่มีเบี้ยฝั่งละ n เมื่อ n เป็นจำนวนนับ คือ $n(n+2)$” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

กิจกรรมที่ 6 เดินๆ ถอยๆ เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการเล่นเกมตามกติกา เพื่อสำรวจโอกาสที่จะเป็นผู้ชนะในเกมว่ามีมากน้อยอย่างไร กล่าวคือ กระดานที่ใช้เล่นจะมีลักษณะเป็นช่องรูปสี่เหลี่ยมเรียงตัวตามแนวนอน จำนวน 9 ช่อง แบ่งเป็นสองฝั่งซ้าย 4 ช่อง เรียก L4 L3 L2 และ L1 และฝั่งขวา 4 ช่อง เรียก R1 R2 R3 และR4 โดยช่องตรงกลางเรียก C เรียกกระดานขนาดนี้ว่า กระดานขนาด (4,1,4) วิธีเล่นจะเล่นเป็นกลุ่มโดยให้ผู้เล่นแต่ละคนเลือกคำตอบของตนว่าช่องเป้าหมายคือช่องใดใน 9 ช่องนี้ แล้วจึงวางเบี้ยที่ช่อง C จากนั้นโยนเหรียญ 4 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งหากเหรียญออกหัวจะเดินเบี้ยไปทางขวา 1 ช่อง และหากเหรียญออกก้อยจะเดินเบี้ยไปทางซ้าย 1 ช่อง หลังโยนเหรียญครบ 4 ครั้งแล้ว เบี้ยอยู่ในช่องใด ผู้เล่นที่เลือกช่องนั้นไว้จะถือว่าเป็นผู้ชนะในเกม ในการเล่มเกม ผู้เล่นจะเกิดการสำรวจและปรับเปลี่ยนกลยุทธ์การเลือกคำตอบ และเห็นได้ว่า มีบางช่องที่มีโอกาสชนะสูง บางช่องมีโอกาสชนะต่ำ และบางช่องไม่มีโอกาสชนะ ซึ่งจะทำให้วางกลยุทธ์ในการเลือกคำตอบได้ จากนั้นจึงปรับเปลี่ยนขนาดเกม แล้วดำเนินการเล่นแบบเดิม เพื่อให้ผู้เรียน

สามารถกำหนดประเด็นที่จะสำรวจได้ว่าเกี่ยวข้องกับ เทคนิคการเลือกคำตอบที่จะทำให้มีโอกาสเป็นผู้ชนะมากที่สุด จากนั้นจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมอย่างเป็นระบบและเพียงพอ เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างขนาดเกมและตำแหน่งคำตอบที่จะทำให้มีโอกาสชนะมากที่สุด ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์เป็นกรณีทั่วไปได้ว่า “สำหรับเกมขนาด $(n, 1, n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ ช่องคำตอบที่มีโอกาสชนะมากที่สุดคือ C” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

จากรายละเอียดของกิจกรรม จะพบว่าทั้ง 6 กิจกรรม มีความท้าทาย ไม่ง่ายและไม่ยากเกินไป สอดคล้องเหมาะสมตามวัยของผู้เรียน ซึ่งสิ่งนี้เองน่าจะมีส่วนในการสร้างความสนใจให้กับผู้เรียน และทำให้ผู้เรียนรู้สึกมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ Thiessen et al (1989) ที่เสนอว่า การเลือกสถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ทำให้นักเรียนรู้สึกว่ามีประโยชน์ น่าสนใจ ท้าทาย หลากหลาย มีคุณค่าในเชิงนันทนาการ และนักเรียนรู้สึกสนุกกับการหาคำตอบ และสอดคล้องกับ Reys et al (2014) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้สถานการณ์จริงที่สอดคล้องกับเนื้อหาจะเป็นประสบการณ์ที่มีความหมายและมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ และจะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตจริงได้ ทั้งนี้ด้วยกิจกรรมที่เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัว ประกอบกับขั้นตอนการแก้ปัญหานั้น มีความเกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในลักษณะของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นข้อความคาดการณ์ ซึ่งการที่ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ลักษณะนี้ น่าจะเป็นอีกหนึ่งสาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนมีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บพิธ กิจมี (2551) ที่ได้ศึกษาการใช้การเรียนรู้แบบบริบทเป็นฐานในการจัดกิจกรรมชุมชนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนบ้านเมืองคอง จังหวัดเชียงใหม่ ซึ่งพบว่า นักเรียนที่ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่ใกล้ตัว จะมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น และสอดคล้องกับ พรพิศ ศรีชาคำ (2548) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามีเจตคติ ต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากเหตุผลที่กล่าวมา จึงน่าจะเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นิสิตฝึกหัดครูวิชาเอกคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. ในการนำชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ไปใช้นั้น เนื่องจากในระยะที่ 1 ซึ่งเป็นระยะที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และตั้งปัญหาเพื่อกำหนดเป้าหมายในการสำรวจ นักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มอาจมองเห็นปัญหาที่ต่างกัน บางปัญหาอาจดำเนินการหาคำตอบและให้เหตุผลได้ไม่ยาก แต่บางปัญหาก็มีความซับซ้อนเกินกว่าจะจัดการได้ด้วยพื้นความรู้ที่มีภายในเวลาที่จำกัด ผู้สอนจึงมีบทบาทอย่างมากในการใช้คำถามเพื่อช่วยนำพาให้ผู้เรียนตระหนักถึงความเหมาะสมของปัญหาที่ตั้ง และควร

เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมอภิปรายปัญหา เพื่อสนับสนุนให้ทั้งชั้นเรียนได้ตั้งปัญหาในกลุ่มที่ใกล้เคียงกัน เพื่อให้การแก้ปัญหาในระยะต่อไปเป็นไปด้วยความเรียบร้อย

2. เนื่องจากนิสิตนักศึกษาฝึกหัดครูแต่ละคน อาจมีลีลาในการเรียนรู้ ความชำนาญ และความถนัดในการใช้เทคนิคในการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่แตกต่างกัน ในการนำชุดกิจกรรมไปใช้ โดยเฉพาะการดำเนินกิจกรรมในระยะที่ 2 สิ่งซึ่งผู้สอนควรสนับสนุนให้กับผู้เรียนเพื่อการสืบค้น สำรวจ และการทำกิจกรรม คือ ระยะเวลาที่เพียงพอ ไม่เร่งรีบเกินไป อีกทั้งยังควรผลิตสื่อที่เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยสนับสนุนในการทดลอง และการเก็บข้อมูลของผู้เรียน

3. ในระยะที่ 3 ซึ่งเป็นระยะของการทบทวนตรวจสอบและขยายความคิด ผู้เรียนมักจะไม่ค่อยให้เวลากับส่วนนี้มากเท่าที่ควร เนื่องจากเป็นระยะที่อยู่ในช่วงท้ายก่อนหมดเวลาทำกิจกรรม และผู้เรียนส่วนมากทุ่มเทเวลากับการทำกิจกรรมระยะที่ 2 ดังนั้น ผู้สอนจึงควรให้ความสำคัญกับการแบ่งเวลาแล้วแจ้งผู้เรียนเป็นระยะหรือกำหนดกรอบเวลาเพื่อทำกิจกรรมโดยแยกเป็นระยะๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทบทวนตรวจสอบและขยายความคิดได้อย่างเต็มที่

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป

1. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ศึกษาเฉพาะความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ แต่จากการทดลองและข้อมูลบางส่วนจากแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ทำให้เห็นว่าผู้เรียนที่ใช้ชุดกิจกรรมน่าจะมีการพัฒนาของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ดังเห็นได้จากหัวข้อการประเมินที่อยู่ในระดับดี เช่น ได้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งต่อไปอาจศึกษาผลของการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่มีต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

2. เนื่องจากชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น มีลักษณะที่ไม่ยึดเกาะกับเนื้อหา แม้ว่าบางกิจกรรมจำเป็นต้องอาศัยพื้นความรู้ในระดับมหาวิทยาลัยในการให้เหตุผลแบบนิรนัย เพราะกิจกรรมออกแบบมาสำหรับนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ แต่น่าจะสามารถนำกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ได้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยคาดหวังการให้เหตุผลในระดับที่สมเหตุสมผลกับวัย ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งต่อไปอาจพัฒนาชุดกิจรรมที่มีความเหมาะสมกับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยปรับกิจกรรมที่มีอยู่ให้ง่ายมากขึ้น และเพิ่มเติมกิจกรรมอื่นที่น่าสนใจ ท้าทายผู้เรียน และให้มีช่วงเวลาในการดำเนินกิจกรรมเป็นระยะยาวระดับภาคการศึกษา โดยยังคงรักษารูปแบบการดำเนินกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ไว้ แล้วศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้ยังใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวนน้อย และให้ความสำคัญกับการวิจัยเชิงปริมาณ ในการวิจัยครั้งต่อไปจึงอาจศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู โดยศึกษาในเชิงคุณภาพ และเก็บข้อมูลประกอบ เช่น การบันทึกอนุทินของผู้เรียน เพื่อใช้สนับสนุนผลการวิจัย

บรรณานุกรม

กมลพร ทองธิยะ. (2563). การจัดกระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการเรียนรู้โดยใช้หลักฐาน (EBL) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาสาขาวิชาการประถมศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่. *Journal of Graduate Research*, *11*(1), 1-14.

กรมวิชาการ.(2539). *การประเมินผลตามสภาพจริง.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

----------. (2546). *แนวทางการประเมินผลด้วยทางเลือกใหม่*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ชนานันท์ สิงห์มุ้ย และวีรยุทธ นิลสระคู. (2560). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เรื่อง ความน่าจะเป็น. *การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 22 ประจำปี พ.ศ. 2560* (EDM 19 หน้า 1 - 13). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. *วารสารศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย*, *5*(1), 7-20.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2544). *เอกสารประกอบการสอน รายวิชาการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน*. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. (อัดสำเนา).

เชษฐา ชาบาง. (2544). “รูบริค : อีกคำตอบสำหรับการวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ตามสภาพที่แท้จริง,” *วารสารวิชาการ.* 4(2) : 42 – 45.

ณัฏฐปิญชาน์ พชญาชมชื่น เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร และอาพันธ์ชนิต เจนจิต. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. Veridian E-Journal Silpakorn University ฉบับภาษาไทย สาขามนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ, 8(2), 76 – 91.

ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. (ปริญญามหาบัณฑิต). คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิพย์วรรณ สุวรรณี. (2549). ชุดการเรียนรูแบบรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์ ภายใตสิ่งแวดลอมในชีวิตประจำวัน เรื่อง การเตรียมความพรอมในการใหเหตุผลระดับชั้นมัธยมศึกษาปที่ 1. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ธิวาลัย ยืนยง พรชัย ทองเจือ และจุมพต ขำวีระ. (2558). การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม*, *9*(1), 79-89.

นฤพันธุ์ เพ่งพิศ และจิณดิษฐ์ ละออปักษิณ. (มิถุนายน 2562). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับคำถามปลายเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 3.* เอกสารนำเสนอในที่ประชุมการประชุมวิชาการคณิตศาสตร์บริสุทธิ์และประยุกต์ ประจำปี 2562 (หน้า 221 - 237). กรุงเทพฯ. ค้นจาก https://math.sc.chula.ac.th/apam2019/downloads.

นิรมล แจ่มจำรัส. (2526). กิจกรรมส่งเสริมคณิตศาสตร์. *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ (Teaching Mathematics) หน่วยที่ 8 – 15*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

นิลรัตน์ โคตะ จิระพร ชะโน และกชพร นำนาผล. (2559). การพัฒนาหลักสูตรฝึกอบรมครูผู้ สอนระดับประถมศึกษาเพื่อเสริมสร้างทักษะการจัดการเรียนรู้ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุมชนการเรียนรู้ทางวิชาชีพ. *Journal of Educational Measurement Mahasarakham University*, *22*(1), 140-153.

บพิธ กิจมี. (2551). *การใช้การเรียนรู้แบบบริบทเป็นฐานในการจัดกิจกรรมชุมชนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนบ้านเมืองคอง จังหวัดเชียงใหม่.* (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต) สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

เบญจวรรณ ใจหาญ. (2550). การศึกษาผลของการจัดการเรียนรูด้วยชุดกิจกรรฝึกทักษะการจัดการความรู้ทางวิทยาศาสตร ที่มีตอผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการนำเสนอความรูทางวิทยาศาสตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปภัสชญา เสมา. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต). คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2528). *กิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย.

รจนี บุญลือ. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

รัตนะ บัวสนธ์. (2562). *การวิจัยและพัฒนานวัตกรรมการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วันทนีย์ บุญสุวรรณ์. (2563). การพัฒนาชุดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและการแก้สมการ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนโครงการกองทุนการศึกษา จังหวัดลพบุรี. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร. 22*(2), 157-168.

ศุภชัย ราชมนเทียร นวพล นนทภา และพูนศักดิ์ ศิริโสม. (2560). การศึกษาระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *การประชุมวิชาการและนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ราชธานีวิชาการ ครั้งที่*

2 "การวิจัย 4.0 เพื่อการพัฒนาประเทศสู่ความมั่นคง มั่งคั่ง ยั่งยืน" (หน้า 1295 - 1305). อุบลราชธานี: มหาวิทยาลัยราชธานี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.* พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เอส พี เอน การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *เอกสารอบรมครู (หลักสูตรกลาง) ในโครงการความร่วมมือ สกอ.-สพฐ.-สสวท.* (อัดสำเนา).

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด.(คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สันติสุก ขุนเพีย ขวัญ เพียซ้าย สุกัญญา หะยีสาและ และเอนก จันทรจรูญ. (2563). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว. *Journal of Industrial Education*, *19*(3), 95-102.

สุรสาล ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). *แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 - 2579*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุนนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อดิศร ลิประเสริฐ และพงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู. (2559). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต. *วารสารวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มศว*, *11*(1).

อาร์ม โพธิ์พัฒน์. (2550). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเขียนผังมโนมติ. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Artzt, A. F., & Yaloz-Femia, S. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, *61*, 115.

Bailey, J. (2004). *Mathematical investigations: A primary teacher educator's narrative journey of professional awareness* (Doctoral dissertation, The University of Waikato).

Bailey, J. (2014). Mathematical Investigations for Supporting Pre- service Primary Teachers Repeating a Mathematics Education Course. Australian Journal of Teacher Education, 39, 7.

Battista, M. T. (2017). Reasoning and sense making in the mathematics classroom, grades 6-8.

Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communication, K – 8 : Helping Children Think Mathematically.* New York: Macmillan.

Birkeland, A. (2019). Pre-service teachers' mathematical reasoning–how can it be developed ?. *The Mathematics Enthusiast*, *16*(1), 579-596.

Budayasa, I. K., & Lukito, A. (2021, February). Pre-service elementary school teachers' reasoning profile in solving geometry problems based on mathematics ability. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1752, No. 1, p. 012071). IOP Publishing.

Cooney, T.J., and other. (1999). *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education.* New Hamshire: Heinemann.

Da Ponte, J. P. (2008). Exploring and investigating in mathematics teaching and learning. *ICME 11 Proceedings*.

Da Ponte, J. P. (2001). Investigating mathematics and learning to teach mathematics. In *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53-72). Springer, Dordrecht.

Diezmann, C., Watters, J., & English, L. (2001). Difficulties confronting young children undertaking investigations. In *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education:* (pp. 353-360). Utrecht University.

Ernest, P., Skovsmose, O., Paul van Bendegem, J., Bicudo, M., Miarka, R., Kvasz, L., & Moeller, R. (2016). *The philosophy of mathematics education*. Springer Nature.

Faradillah, A., Hadi, W., & Tsurayya, A. (2018). Pre-service mathematics teachers' reasoning ability in solving mathematical non-routine problem according to cognitive style. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 948, No. 1, p. 012006). IOP Publishing.

Frobisher, L. (1994). Problems, investigations and an investigative approach. *Issues in teaching mathematics*, 150-173.

Good, C. (1973). V.(1973) Dictionary of Education. *New york, Mark Hill*.

Goodrich, H. (1997). Understanding Rubrics: The dictionary may define" rubric," but these models provide more clarity. *Educational leadership*, *54*(4), 14-17.

Greenes, C. (1996). Investigations: Vehicles for learning and doing mathematics. *Journal of Education*, *178*(2), 35-49.

Greenwood, J.J. (1993, November). "On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'," *Arithmetic Teacher*. 41(3) : 144 - 152.

Guberman, S. R. (2004). A comparative study of children's out-of-school activities and arithmetical achievements. *Journal for Research in Mathematics Education*, 117-150.

Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). The analysis of intelligence. *Mcgraw-hill series in psychology*.

Haggarty, L. (Ed.). (2003). *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice*. Routledge.

Height, T. P. (1989). *Mathematical investigations in the classroom*. Longman Cheshire.

Hiebert, James, et al. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, *25*(4), 12-21.

Houston, Robert W. and other. (1972). *Developing Instruction Modules. College of Education*. Taxas: University of Houston.

Jaworski, B. (1994). Investigating Mathematics Teaching: A Constructivist Enquiry. Studies in Mathematics Education Series: 5.

Kapfer, P. G., & Kapfer, M. B. (1972). *Learning packages in American education*. Educational Technology.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Allyn and Bacon.

Lappan, G. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. *1989 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, 14-30.

Lavigne, N.C., & Lajoie, S.P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology, 32(4).* 630-666.

Lawson, A. E. (2010). Basic inferences of scientific reasoning, argumentation, and discovery. *Science Education*, *94*(2), 336-364.

Leighton, J. P., & Sternberg, R. J. (2004). *The nature of reasoning*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Malloy, C. E. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades: recognizing diversity. *Developing mathematical reasoning in Grades K-12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics*.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2011). *Thinking mathematically*. Pearson Higher Ed.

Matthew, B. M., & Kenneth, I. O. (2013). A Study on The Effects of Guided Inquiry Teaching Method on Students Achievement in Logic. *International Researchers*, *2*(1), 134-140. Available from http://iresearcher.org/133-140%20BAKKE%20M.MATTHEW%20gambia.pdf

Ministry of Education, Singapore. (2012). Primary mathematics teaching and learning syllabus. Retrieved 5 November, 2020, from https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: The discourse of investigation* (Vol. 9). Psychology Press.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathemaics.* Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

----------. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics 2000.* Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

Ng, H. C. (2003). *Benefits of using investigative tasks in the primary classroom*. Unpublished master's thesis, National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore

O' Daffer, P.G. (1990, May). "Inductive and Deductive Reasoning," *The Mathematical Teacher.* 93(6): 378-380.

O' Daffer, P.G. and Thornquist, B.A. (1993). "Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof ," in *Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics*. P. 39-56. New York: Macmillan.

Oliveira, H., Segurado, I., Ponte, J. P. D., & Cunha, H. (1997). Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change*, 135-142.

Orton, A., & Frobisher, L. (2004). *Insights into teaching mathematics*. A&C Black.

Ponte, J. P. D., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (1998). Investigating mathematical investigations. *Les interactions dans la classe de mathématiques: Proceedings of the CIEAEM 49*, 3-14.

Quinnell, L. (2010). Why are mathematical investigations important?. *Australian Mathematics Teacher, The*, *66*(3), 35.

Reys, R., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2014). *Helping children learn mathematics*. John Wiley & Sons.

Riedesel, C. A. (1990). *Teaching elementary school mathematics*. Prentice Hall.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, VA 22091-1593.

Russell, S.J. (1999). "Mathematical Reasoning in the Elementary Grades," in *Developing Mathematical Reasoning in Grades K – 12 yearbook.* P.1. Verginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

Schram, P. W. (1989). Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. *New Directions for Elementary School Mathematics: 1989 Yearbook*, *51*, 14.

Stemn, B. S. (2008). Building middle school students' understanding of proportional reasoning through mathematical investigation. *Education 3–13*, *36*(4), 383-392.

Sumarna, N., & Sentryo, I. (2017, August). Improving of prospective elementary teachers' reasoning: Learning geometry through mathematical investigation. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1868, No. 1, p. 050015). AIP Publishing.

Sund, R. B. (1976). *Piaget for educators: a multimedia program*. CE Merrill.

TIMSS. (2015). *TIMSS 2015 Assessment frameworks.* Retrieved May 11, 2019, from https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_Frameworks_Full_Book.pdf

Thiessen, D. (1989). *Elementary mathematical methods*. Macmillan Publishing Company, College Division, 866 Third Avenue, New York, NY 10022.

Tougaw, P. W. (1993). *A Study of the Effect of Using an" open Approach" to Teaching Mathematics Upon the Mathematical Problem-solving Behaviors of Secondary School Students* (Doctoral dissertation, Southern Illinois University at Carbondale).

Yeo, J. B. W. (2013). *The Nature and Development of Processes in Mathematical Investigation* (Doctoral dissertation, Nanyang Technological University).

Yeo, J. B. (2017). Specialising and conjecturing in mathematical investigation. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, & B. H. Choy (Eds.), Proceeding of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 4 (pp. 337 - 344). Singapore: PME.

Yeo, J. B., & Yeap, B. H. (2009). *Mathematical investigation: Task, process and activity*.

Yeo, J. B., & Yeap, B. H. (2010). Characterising the cognitive processes in mathematical investigation.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ ในการประเมินชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
- ภาพรวมของชุดกิจกรรม
- ตัวอย่าง ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ : กิจกรรมที่ 1 ฉบับ

ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 1) พร้อมเฉลย
- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 2) พร้อมเฉลย
- ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน พร้อมเฉลย
- แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ง การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

1. ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
    1.1 ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์
        1.1.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ
        1.1.2 ผลการทดลองในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก
2. ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่
    2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1
        2.1.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ
        2.1.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

    2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2
        2.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ
        2.2.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

2.3.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

2.3.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

2.4 แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

2.4.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

3. ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน
4. ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
5. ผลการวัดระดับความคิดเห็นที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็น เกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ภาคผนวก จ เอกสารรับรองจากคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- ใบรับรองโครงการวิจัย
- เอกสารข้อมูลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย
- หนังสือยินยอมเข้าร่วมในการวิจัย

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ ในการประเมินชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ณัฐกาญจน์ ใจดี
   ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม
   สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์รังสิมา สายรัตนทองคำ
   ครูชำนาญการสาขาวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

ผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ณัฐกาญจน์ ใจดี
   ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. รองศาสตราจารย์ ดร.ตวงรัตน์ ไชยชนะ
   ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. รองศาสตราจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ
   ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ
   ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพชรรัตน์ รัตนวงษ์
   คณะวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม
   สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ภาพรวมของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นชุดกิจกรรมที่พัฒนาขึ้นตามแนวคิดของการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่เน้นการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง โดยให้ผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องกำหนดปัญหา เก็บข้อมูลจากการทดลอง สังเกต แล้วใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อพิสูจน์เป็นข้อความรู้ใหม่ และวางนัยทั่วไป ตามหลักการสำคัญ 4 ข้อ คือ การศึกษากรณีเฉพาะ การสร้างข้อความคาดการณ์ การพิสูจน์ให้เหตุผลและการวางนัยทั่วไป (Yeo and Yeap, 2009) ประกอบด้วย 6 กิจกรรม ใช้ระยะเวลาในการดำเนินกิจกรรมรวม 18 ชั่วโมง เป็นเวลาทั้งสิ้น 8 สัปดาห์ เนื้อหาในกิจกรรมครอบคลุมสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น โดยในแต่ละกิจกรรมประกอบด้วย 4 ส่วน คือ ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม เนื้อหากิจกรรม สื่อประกอบการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผล

จุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในกระบวนการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
2. ผู้เรียนมีความสามารถในการดำเนินกิจกรรมตามขั้นตอนของการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์
3. ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล
4. ผู้เรียนตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
5. ผู้เรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

กำหนดเวลาในการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่	ชื่อกิจกรรม	สาระ	จำนวนชั่วโมง
1	ฉับ	สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต	3
2	เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต	3
3	ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต	3
4	กิ้งก่าเปลี่ยนสี	สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต	3
5	กบกระโดด	สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต	3
6	เดินๆ ถอยๆ	สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น	3

การวัดและประเมินผลในแต่ละกิจกรรม

การวัดและประเมินผลในแต่ละกิจกรรม พิจารณาจากร่องรอยที่พบในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม โดยกำหนดการให้คะแนนเป็น 4 ส่วน คือการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ การยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล และการขยายความคิด มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 4 ระดับ ดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี และ 3 : ดีมาก (ดังมีรายละเอียดของแต่ละส่วน และแต่ละระดับคะแนนในตอนท้าย) เนื่องด้วยการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์นั้น มิอาจคาดเดาและจำกัดลงไปได้แน่ชัดว่า ผู้เรียนจะเลือกตั้งปัญหาหรือกำหนดเป้าหมายในการสำรวจเป็นเช่นไร จึงอาจจะเป็นไปได้ที่ผู้เรียนจะตั้งปัญหา สำรวจ และสร้างข้อความคาดการณ์ไปในแนวทางอื่นจากที่วางไว้ ทั้งนี้ หากผู้สอนพิจารณาแล้วว่าการตั้งปัญหา สำรวจ และการสร้างข้อความคาดการณ์มีความเป็นไปได้ มีความเหมาะสมกับความยากง่ายและเวลาที่จำกัด ก็สามารถใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคนี้กับปัญหาข้อนั้นๆ

ระดับคะแนน	การวิเคราะห์ความสัมพันธ์	การค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	การยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล	การขยายความคิด
3 : ดีมาก	สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนิน การทดลองเพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผล กำหนดตัวแปรสำคัญ อธิบายความ สัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุป หรือข้อ ความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้องครอบคลุมกับสภาพปัญหา	สามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อ ความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการยืนยันข้อ สรุป หรือข้อความคาดการณ์ ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง	สามารถขยายความคิดจากปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่ ในมุมมองที่น่าสนใจ ซึ่งแตกต่าง หรือกว้างขวางจากปัญหาเดิม
2 : ดี	วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่ยังไม่ชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนินการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผล แต่ยังกำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปร ได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อ สรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ	สามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้โดยแสดงสาระสำคัญได้ แต่ยังไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบาง ส่วน ยังมีข้อบกพร่องบาง ประการ หรือเหตุผลที่ใช้ยังไม่รัดกุมเพียงพอ	สามารถขยายความคิดจากปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่ ในมุมมองที่น่าสนใจ แต่ยังมีความแตกต่าง หรือกว้างขวางจากปัญหาเดิมไม่มากนัก
1 : พอใช้	วิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ยังไม่ชัดเจน กำหนดแนวทางและดำเนินการทดลอง เพื่อเก็บข้อมูล บันทึกผลได้ แต่กำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปร ได้ถูกต้องเพียง 1 ใน 3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาบ้าง โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาด การณ์ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง แต่ไม่เป็นจริงในกรณีทั่วไป	สามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง แสดงเหตุผลเฉพาะบางกรณี ไม่ได้แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	สามารถขยายความคิดจากปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่ แต่ยังไม่มีความแตกต่างจากปัญหาเดิม หรือเป็นเพียงกรณีเฉพาะของปัญหาเดิม
0 : ต้องแก้ไข	ไม่สามารถวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ โดยไม่สามารถกำหนดตัวแปร หรืออธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้	แสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าใจในปัญหา โดยไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ได้	ไม่สามารถยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ	ไม่สามารถขยายความคิดจากปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่ได้

กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

1. กำหนดปัญหาจากสถานการณ์ ดำเนินการสำรวจ สังเกตเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ ให้เหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ทบทวนและขยายความคิดได้
2. ใช้การนึกภาพเพื่อสำรวจ และอธิบายความเกี่ยวข้องของภาพก่อนพับและหลังพับ
3. เชื่อมโยงความรู้หรือทฤษฎีบทพื้นฐานทางเรขาคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม)

ในเอกสารโบราณเกี่ยวกับการแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น เมื่อราว 300 ปีที่แล้ว (Wakoku Chiyekurabe (Mathematical Contests)) เขียนโดย Kan Chu Sen ได้ปรากฏปัญหาเกี่ยวกับการพับแล้วตัด (folding and cut problem) โดยกำหนดให้พับรูปเรขาคณิตลักษณะคล้ายต้นสนแล้วตัดออกมาให้ได้ในฉับเดียว พร้อมเฉลย ดังภาพ [1]

ภาพที่ 1 Wakoku Chiyekurabe (Mathematical Contests) โดย Kan Chu Sen [1]

ความสนใจและการศึกษาปัญหาในลักษณะเดียวกันนี้ ยังปรากฏให้เห็นอีกทั้งในบทความเกี่ยวกับการพับแล้วตัดรูปดาวห้าแฉกในฉับเดียวของ Betsy Ross ที่ได้แสดงต่อประธานาธิบดี George Washington อันส่งผลต่อการออกแบบรูปดาวบนธงชาติของสหรัฐอเมริกาในยุคต้นของการสร้างชาติ การเป็นหนึ่งในชุดการแสดงของ Harry

Houdini นักมายากลคนสำคัญในยุคต้นของคริสต์ศตวรรษที่ 20 ตลอดจนในงานเขียนของ Gerald Loe ในหนังสือชื่อ Paper Capers ซึ่งสร้างความประทับใจให้กับ Martin Gardner ซึ่งต่อมาได้นำเสนอปัญหาและตั้งเป็นปัญหาเปิดเกี่ยวกับการพับแล้วตัดนี้ในบทความประจำของวารสาร Scientific American [2]

ต่อมาในปี ค.ศ. 1999 Erik D. Demaine อัจฉริยะด้านคณิตศาสตร์วัย 18 ปี ได้ตีพิมพ์ผลงานร่วมกับบิดาและอาจารย์ที่ปรึกษา โดยนำเสนอทฤษฎีบทที่ว่า “รูปหลายเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอ” พร้อมบทพิสูจน์อย่างสมบูรณ์ [2]

เนื้อหากิจกรรม

กิจกรรม ฉับ เป็นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงในการพับแล้วตัดกระดาษตามแบบที่กำหนดเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ จนสามารถตั้งคำถามถึงความเป็นไปได้ในการพับแล้วตัดรูปเรขาคณิตใดๆ ออกจากกระดาษให้ได้ในครั้งเดียว ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า “พับแล้วตัดฉับ” จากนั้นกำหนดเป้าหมายการสำรวจให้อยู่ในขอบเขตเฉพาะรูปสามเหลี่ยม โดยดำเนินการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่หลากหลายเพื่อสำรวจการพับแล้วตัดฉับ แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งนี้ ผู้เรียนจะสังเกตแนวทางการพับที่ทำให้สามารถตัดแบบฉับได้จากตัวอย่างที่สร้างขึ้นอย่างหลากหลาย แล้วนำข้อสังเกตมาสร้างเป็นข้อความคาดการณ์ว่า “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้” จากนั้นจึงเขียนแสดงเหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป ก่อนทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง แล้วจึงแสดงการขยายความคิดจากปัญหาเดิม

ขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป

ระยะที่ 1

1. ผู้สอนมอบหมายภาระงานในการตัดรูปเรขาคณิตออกจากกระดาษ (ใบกิจกรรมที่ 1 มี 3 รูป) โดยกำหนดเงื่อนไขให้บริเวณภายนอกรูปเรขาคณิตและตัวรูปเรขาคณิตเองต้องอยู่ในสภาพสมบูรณ์ (อนุญาตให้มีรอยพับได้)

2. หลังจากที่พบว่าการพับแล้วตัด ทำให้สามารถตัดรูปเรขาคณิตได้โดยบริเวณภายนอกรูปเรขาคณิตและรูปเรขาคณิตนั้นอยู่ในสภาพสมบูรณ์ได้ ผู้สอนจึงตั้งคำถามให้ทบทวนว่าในการตัดรูปเรขาคณิตเมื่อสักครู่ เราใช้การตัดกระดาษจำนวนกี่ครั้ง จากนั้นผู้สอนจึงมอบหมายภาระงานในการตัดรูปเรขาคณิตออกจากกระดาษ (ใบกิจกรรมที่ 2 มี 3 รูป) โดยกำหนดเงื่อนไขให้บริเวณภายนอกรูปเรขาคณิตและตัวรูปเรขาคณิตเองต้องอยู่ในสภาพสมบูรณ์และพยายามให้จำนวนครั้งในการตัดน้อยที่สุด จากนั้นให้ผู้เรียนรวมกลุ่มกันเพื่อแลกเปลี่ยนผลที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อตั้งปัญหา แล้วกำหนดประเด็นในการสำรวจเป็นแนวทาง เช่น รูปเรขาคณิตใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้ แต่เพื่อให้กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ได้ข้อสรุปที่มีความเป็นไปได้ในการให้เหตุผล และมีระดับความยาก

ง่ายเหมาะสม ผู้สอนจึงควรพยายามปรับปัญหาให้มีอยู่ในขอบเขตเฉพาะรูปสามเหลี่ยม กล่าวคือ “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้หรือไม่”

ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 1

3. ผู้เรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมที่หลากหลายในกระดาษเปล่าจำนวน 3 รูป (อาจสร้างเพิ่มเติม) แล้วทดลองพับแล้วตัดฉับรูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้น โดยบันทึกผลที่ได้ลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 2

4. ผู้เรียนนำข้อมูลการพับแล้วตัดฉับข้างต้นมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อน โดยให้มีข้อมูลรูปสามเหลี่ยมที่ใช้ในการพับแล้วตัดฉับ รวมแล้วไม่ต่ำกว่า 7 รูป เพื่อค้นหาแบบรูป ก่อนสรุปเป็นข้อความคาดการณ์ แล้วบันทึกผลลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3

5. ผู้สอนแนะให้ผู้เรียนสังเกตแนวทาง ร่องรอย วิธีการพับที่สามารถทำให้ตัดฉับได้ของรูปสามเหลี่ยมของตนเองและของเพื่อน แล้วสรุปเป็นหลักการพับ กล่าวคือ “พับแบ่งครึ่งมุม” “พับให้ขอบของรูปเรขาคณิตมาทับกันเป็นเส้นเดียว” แล้วนำไปใช้เป็นแนวทางในการให้เหตุผลเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์และวางนัยทั่วไปว่า รูปสามเหลี่ยมใดๆ จึงสามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอ

ระยะที่ 3

6. ให้ผู้เรียนได้ทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนการทำกิจกรรม โดยสามารถเพิ่มหรือลดเงื่อนไขของข้อค้นพบหรือขั้นตอนการแสดงเหตุผลให้มีความรัดกุมยิ่งขึ้น จากนั้นจึงขยายความคิดจากปัญหานี้ไปสู่ปัญหาใหม่หรือปัญหาที่มีความทั่วไปมากกว่าเดิม แล้วบันทึกลงใบแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

สื่อประกอบการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

(รายละเอียดในเอกสารแบบท้ายกิจกรรมที่ 1 : ฉับ)

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. กระดาษเปล่าสำหรับวาดรูปสามเหลี่ยมเพื่อทำการสำรวจปัญหา
4. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม กิจกรรมที่ 1 : ฉับ
5. เฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

การวัดและการประเมินผล

รายละเอียดอยู่ในส่วน “การวัดและการประเมินผลในแต่ละกิจกรรม” ในภาพรวมของชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

[1] Demaine, E. D., Demaine, M. L., & Lubiw, A. (1998, December). Folding and cutting paper. In *Japanese Conference on Discrete and Computational Geometry* (pp. 104-118). Springer, Berlin, Heidelberg.

[2] Demaine, E. D., Demaine, M. L., & Lubiw, A. (1999, January). Folding and one straight cut suffice. In *Proceedings of the Tenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms* (pp. 891-892). Society for Industrial and Applied Mathematics.

เอกสารแนบท้ายกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

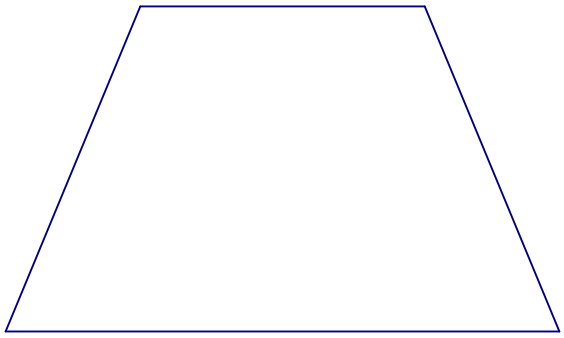
กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

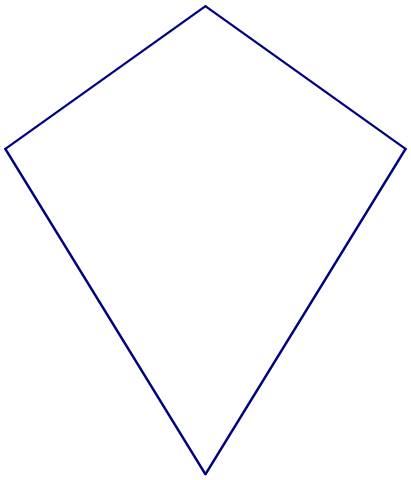
เอกสารแนบท้ายกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ กิจกรรมที่ 1 : ฉับ มี 4 รายการ ได้แก่

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
4. เฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

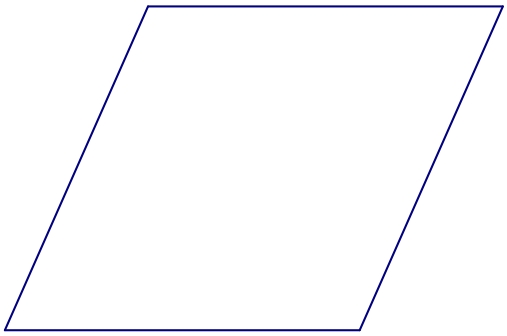
ใบกิจกรรมที่ 1

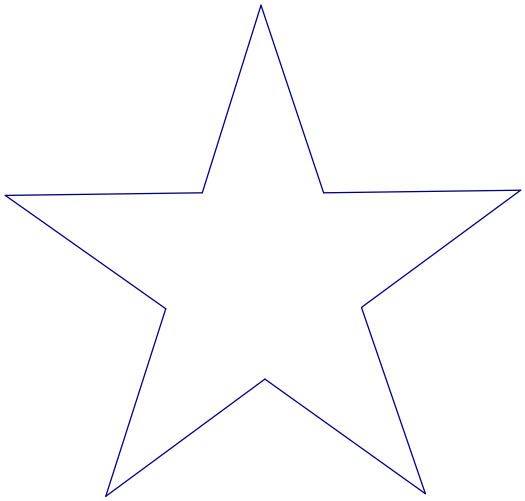


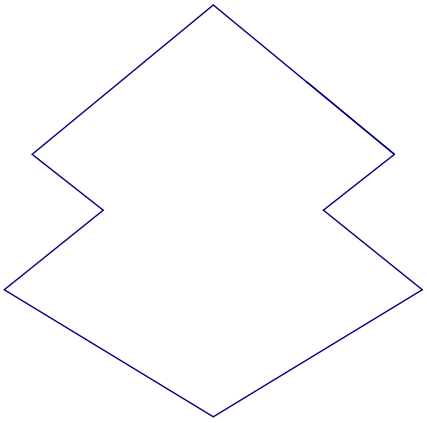


กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

ใบกิจกรรมที่ 2







แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

จากการที่ได้ทดลองตัดรูปเรขาคณิตออกจากกระดาษ โดยทำให้บริเวณภายนอกรูปเรขาคณิตและตัวรูปเรขาคณิตเองนั้นยังอยู่ในสภาพที่สมบูรณ์ และจากการทดลองพับรูปเรขาคณิตแล้วค่อยตัดฉับ ทำให้สามารถกำหนดประเด็นปัญหาได้ว่า

“รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้หรือไม่”

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

รูปที่	ประเภทหรือลักษณะของรูปสามเหลี่ยม	พับแล้วตัดฉับ	
		สามารถทำได้	ไม่สามารถทำได้
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

การค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

จากข้อมูลการพับแล้วตัดฉับข้างต้นที่ได้จากการทดลองด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนกับเพื่อน สามารถค้นพบแบบรูป และสรุปเป็นข้อความคาดการณ์ได้ว่า

.....

.....

การยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

จากข้อความคาดการณ์ข้างต้น จงให้เหตุผลเพื่อยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล (แนะนำ : พิจารณาจากร่องรอยการพับรูปสามเหลี่ยมที่ได้ทดลอง ซึ่งทำให้สามารถพับแล้วตัดฉับได้)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การขยายความคิด

จงสร้างปัญหาใหม่ที่น่าสนใจ ซึ่งเป็นการขยายแนวคิดจากปัญหาหรือข้อสรุปจากข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

****

เฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

จากการที่ได้ทดลองตัดรูปเรขาคณิตออกจากกระดาษ โดยทำให้บริเวณภายนอกรูปเรขาคณิตและตัวรูปเรขาคณิตเองนั้นยังอยู่ในสภาพที่สมบูรณ์ และจากการทดลองพับรูปเรขาคณิตแล้วค่อยตัดฉับ ทำให้สามารถกำหนดประเด็นปัญหาได้ว่า

“รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้หรือไม่”

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์

รูปที่	ประเภทหรือลักษณะของรูปสามเหลี่ยม	พับแล้วตัดฉับ	
		สามารถทำได้	ไม่สามารถทำได้
1	(วาดรูปสามเหลี่ยมโดยคร่าว พร้อมบันทึกผลตามการปฏิบัติจริง)		
2			
3			
4			
5			
6			
7			

การค้นหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

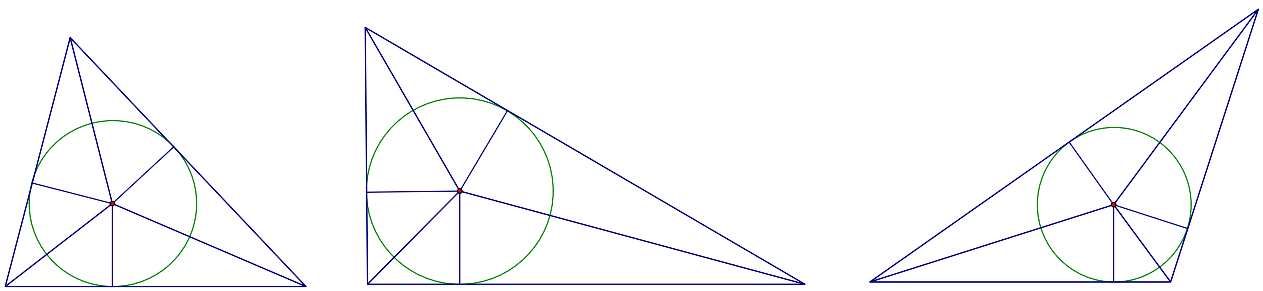
จากข้อมูลการพับแล้วตัดฉับข้างต้นที่ได้จากการทดลองด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนกับเพื่อน สามารถค้นพบแบบรูป และสรุปเป็นข้อความคาดการณ์ได้ว่า

รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอ

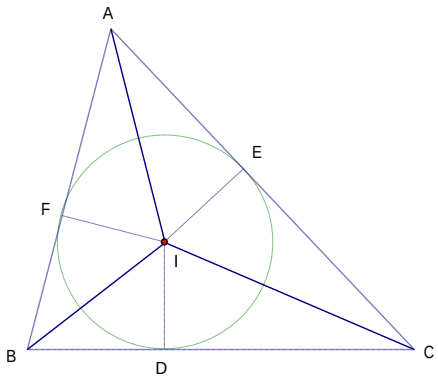
การยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

จากข้อความคาดการณ์ข้างต้น จงให้เหตุผลเพื่อยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล (แนะนำ : พิจารณาจากร่องรอยการพับรูปสามเหลี่ยมที่ได้ทดลอง ซึ่งทำให้สามารถพับแล้วตัดฉับได้)

พิจารณาร่องรอยการพับที่ทำให้สามารถพับแล้วตัดฉับได้ โดยอาจแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน ได้ดังนี้



เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมทุกรูปสามารถหาจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในได้ โดยไม่เสียนัย พิจารณาเฉพาะรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม จากการสังเกตวิธีการพับเพื่อให้สามารถตัดได้ในฉับเดียวนั้น จะต้องเป็นการพับที่ทำให้ขอบทั้งหมดของรูปสามเหลี่ยมมาอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งสำหรับเส้นขอบซึ่งเป็นด้านประกอบมุมของรูปสามเหลี่ยม จะมาอยู่ในแนวกันได้ด้วยการพับแบ่งครึ่งมุมนั้น การนี้จึงเริ่มต้นพับแบ่งครึ่งมุมทั้งสาม จะได้ว่าแนวเส้นแบ่งครึ่งมุม (เส้นทึบ) จะพบกันที่จุดๆ หนึ่ง ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน จากนั้นพับตามแนวตั้งฉากจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในกับด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม (เส้นประ)



จากภาพหากพับแบ่งครึ่งมุม B และมุม C จะทำให้ด้าน $\overline{BF}$ และ $\overline{CE}$ อยู่ในแนวเดียวกับด้าน $\overline{BC}$ เนื่องจาก $\Delta BFI \cong \Delta BDI$ และ $\Delta CDI \cong \Delta CEI$ จึงได้ว่า $BF + CE = BC$ และจากการพับแบ่งครึ่งมุม A ทำให้ด้าน $\overline{AF}$ และ $\overline{AE}$ อยู่ในแนวเดียวกัน โดยที่ $AF = AE$ เนื่องจาก $\overline{AE}$ เป็นส่วนหนึ่งของ $\overline{AC}$ ทำให้เมื่อพับตามแนว $\overline{IE}$ ซึ่งตั้งฉาก $\overline{AC}$ จึงทำให้ $\overline{AF}$ และ $\overline{AE}$ อยู่ในแนว $\overline{CE}$

ดังนั้น ด้วยการพับตามวิธีการข้างต้น จึงทำให้ $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{AF}$, $\overline{AE}$ และ $\overline{BC}$ อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จึงทำให้สามารถตัดออกมาได้ในฉับเดียว

การขยายความคิด

จงสร้างปัญหาใหม่ที่น่าสนใจ ซึ่งเป็นการขยายแนวคิดจากปัญหาหรือข้อสรุปจากข้างต้น

ตัวอย่างการขยายความคิด

1. รูปสี่เหลี่ยมนูนใดๆ จะสามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอหรือไม่

2. รูปสี่เหลี่ยมใดๆ จะสามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอหรือไม่

3. รูปหลายเหลี่ยมนูนใดๆ จะสามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอหรือไม่

4. รูปหลายเหลี่ยมใดๆ จะสามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอหรือไม่

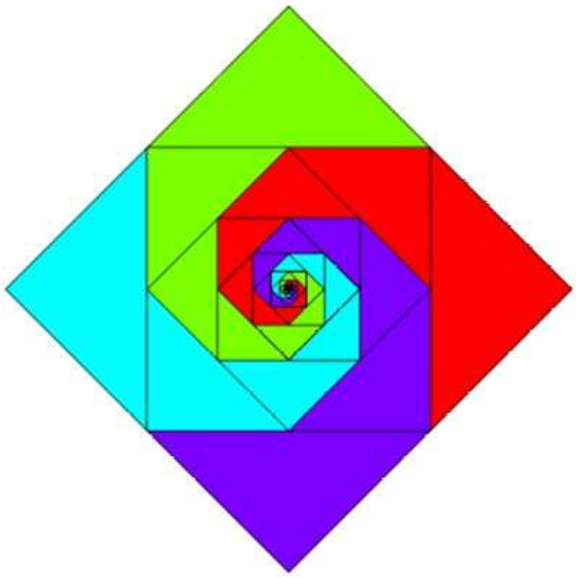
****

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 1) พร้อมเฉลย

1. พิจารณาภาพต่อไปนี้



1.1 จงเขียนบรรยายภาพที่พิจารณา โดยให้เนื้อความที่บรรยายมีลักษณะของแบบรูป (Pattern)

ภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ ทำให้เกิดการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก 4 รูป (บริเวณมุม) และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ตรงกลาง) ซึ่งมีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมอีกหนึ่งรูป แล้วลงสีที่รูปสามเหลี่ยมทั้งสี่รูป จากนั้นแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงกลางและลงสีด้วยกระบวนการเดิม โดยให้บริเวณที่มีสีเดียวกันอยู่ต่อเนื่องกันอย่างเป็นระบบ โดยภาพรวม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปแรกจะถูกแบ่งเป็นสี่ส่วน คือส่วนสีฟ้า สีเขียว สีแดง และสีม่วง

1.2 จงสร้างข้อคาดการณ์ของแบบรูปที่บรรยายในรูปสมการทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาส่วนสีแดง โดยการบวกทบทับพื้นที่แต่ละส่วนไปเรื่อยๆ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสีแดงรูปแรกมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{8}$ ของพื้นที่ทั้งหมด รูปสามเหลี่ยมสีแดงรูปที่สองมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{8}$ ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงกลาง ซึ่งมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{2}$ ของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่ รูปสามเหลี่ยมสีแดงรูปที่สองจึงมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)$ ของพื้นที่ทั้งหมด ในทำนองเดียวกัน รูปสามเหลี่ยมสีแดงรูปที่สามจึงมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ของพื้นที่ทั้งหมด เช่นนี้เรื่อยไป และจากบริเวณสีแดงมีพื้นที่เป็น $\frac{1}{4}$ ของพื้นที่ทั้งหมด จึงได้ข้อความคาดการณ์ว่า

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots=\frac{1}{4}$$

1.3 จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดสมการทางคณิตศาสตร์ที่คาดการณ์ไว้นั้นจึงเป็นจริง

จาก $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตอนันต์ที่มีพจน์แรกเป็น $\frac{1}{8}$ และมีอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{2}$ ซึ่งน้อยกว่า 1 ดังนั้น อนุกรมนี้จึงลู่เข้าสู่ $\frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$ ทำให้ข้อความที่คาดการณ์ไว้เป็นจริง

****

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 2) พร้อมเฉลย

1. กำหนดจำนวนสองหลักใดๆ นำจำนวนนั้นมาสลับหลักหน่วยและหลักสิบ จากนั้นนำจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับลบออกจากจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มาสลับหลักหน่วยและหลักสิบอีกครั้ง แล้วนำจำนวนทั้งสองที่ได้หลังสุดนี้มาบวกกัน

1.1 จงบันทึกผลที่ได้จากการทดลอง

จำนวนสองหลักที่เลือก	สลับหลัก	ลบจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ ออกจากจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ	นำผลลัพธ์สลับหลัก (ถ้ามี)	นำสองจำนวนหลังสุดมาบวกกัน
17	71	71 – 17 = 54	45	54 + 45 = 99
22	22	22 – 22 = 0	0	0 + 0 = 0
34	43	43 – 34 = 9	9	9 + 9 = 18
		43 – 34 = 09	90	09 + 90 = 99
72	27	72 – 27 = 45	54	45 + 54 = 99
85	58	85 – 58 = 27	72	27 + 72 = 99
59	95	95 – 59 = 36	63	36 + 63 = 99

1.2 จากผลการทดลอง สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร

เมื่อเลือกจำนวนสองหลักใดๆ ที่มีหลักหน่วยและหลักสิบแตกต่างกันมากกว่าหนึ่งขึ้นมาหนึ่งจำนวน นำจำนวนนั้นมาสลับหลักหน่วยและหลักสิบ จากนั้นนำจำนวนที่น้อยกว่าลบออกจากจำนวนที่มากกว่าแล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มานั้น สลับหลักหน่วยและหลักสิบอีกครั้ง แล้วนำสองจำนวนที่ได้มาหลังสุดมาบวกกัน จะได้ผลบวกเป็น 99 เสมอ

1.3 จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดข้อความคาดการณ์ที่สร้างไว้จึงเป็นจริง

ให้จำนวนสองหลักที่เลือกคือ $\overline{\mathrm{AB}}$ เมื่อ A,B เป็นจำนวนนับที่ $1 \leq \mathrm{A} \leq 9,\ 0 \leq \mathrm{B} \leq 9$ โดย $|\mathrm{A}-\mathrm{B}| \geq 2$

พิจารณา $\overline{\mathrm{AB}} - \overline{\mathrm{BA}} = (10\mathrm{A}+\mathrm{B}) - (10\mathrm{B}+\mathrm{A}) = 10(\mathrm{A}-\mathrm{B}) + (\mathrm{B}-\mathrm{A})$

$= (\mathrm{A}-\mathrm{B})(10-1) = 9(\mathrm{A}-\mathrm{B})$

จาก $|\mathrm{A}-\mathrm{B}| \geq 2$ ทำให้ $|\mathrm{A}-\mathrm{B}| = 2,3,4,\ldots,9$ ดังนั้น $\overline{\mathrm{AB}} - \overline{\mathrm{BA}} \in \{18,27,36,45,54,63,72,81\}$

จาก $18+81 = 27+72 = 36+63 = 45+54 = 54+45 = 63+36 = 72+27 = 81+18 = 99$

ดังนั้น ข้อความที่คาดการณ์ไว้เป็นจริง

ทั้งนี้อาจแสดงเหตุผลอีกแบบได้ ดังนี้

ให้ $9(\mathrm{A}-\mathrm{B}) = 10\mathrm{m}+\mathrm{n}$ เมื่อ $1 \leq \mathrm{m},\mathrm{n} \leq 8$ เนื่องจาก $10\mathrm{m}+\mathrm{n} = 9\mathrm{m}+\mathrm{m}+\mathrm{n}$ และ $9|9(\mathrm{A}-\mathrm{B})$ ทำให้ $9|\mathrm{m}+\mathrm{n}$ นั่นคือ $\mathrm{m}+\mathrm{n}=9$ เมื่อสลับหลักหน่วยและหลับสิบของ $10\mathrm{m}+\mathrm{n}$ แล้วนำมาบวกกัน จึงได้ผลลัพธ์เท่ากับ $(10\mathrm{m}+\mathrm{n})+(10\mathrm{n}+\mathrm{m}) = 11(\mathrm{m}+\mathrm{n}) = 11(9) = 99$

ดังนั้น ข้อความที่คาดการณ์ไว้เป็นจริง

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน พร้อมเฉลย

2. พิจารณาจำนวนพาลินโดรม 4 หลัก แล้วตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับการหารลงตัวด้วยจำนวนบางจำนวน

2.1 จงบันทึกผลที่ได้จากการทดลอง

ทดลองยกตัวอย่างเพื่อสังเกต ดังนี้

จำนวนพาลินโดรม 4 หลัก	**จำนวนที่หารพาลินโดรม 4 หลักลงตัว**
1221	1 3 11 33 37 111 407 1221
3553	1 11 17 17 19 187 209 323 3553
2882	1 2 11 22 131 262 1441 2882
5995	1 5 11 55 109 545 1199 5995
4334	1 2 11 22 197 394 2167 4334
6006	1 2 3 6 7 11 13 14 21 22 26 33 39 42 66 77 78 91 143 154 182 231 273 286 429 462 546 858 1001 2002 3003 6006

2.2 จากการสังเกต สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ว่าอย่างไร

จำนวนพาลินโดรม 4 หลัก จะหารลงตัวด้วย 11 เสมอ

2.3 จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดข้อความคาดการณ์ที่สร้างไว้จึงเป็นจริง

ให้ $\overline{\mathrm{ABBA}}$ เป็นจำนวนพาลินโดรม 4 หลัก เมื่อ A, B เป็นจำนวนนับที่ $1 \leq \mathrm{A} \leq 9,\ 0 \leq \mathrm{B} \leq 9$

พิจารณา $\overline{\mathrm{ABBA}} = 1000\mathrm{A} + 100\mathrm{B} + 10\mathrm{B} + \mathrm{A} = 1001\mathrm{A} + 110\mathrm{B} = (11)(91)\mathrm{A} + (11)(10)\mathrm{B}$

$= (11)(91\mathrm{A} + 10\mathrm{B})$

เนื่องจาก $91\mathrm{A} + 10\mathrm{B}$ เป็นจำนวนเต็ม จึงได้ว่า $11|\overline{\mathrm{ABBA}}$

ดังนั้น ข้อความที่คาดการณ์ไว้เป็นจริง

ทั้งนี้ อาจให้เหตุผลในอีกแนวทางเมื่อพิจารณาจำนวนพาลินโดรม 4 หลัก ทั้งหมด ดังนี้

1001	1111	1221	1331	...	1991
2002	2112	2222	2332	....	2992
....	....	....	....	....	....
9009	9119	9229	9339	....	9999

สังเกตได้ว่า จำนวนพาลินโดรม 4 หลักที่มีหลักพันเหมือนกันจะห่างกัน 110 และจำนวนพาลินโดรม 4 หลัก ตัวสุดท้ายของหลักพันที่น้อยกว่า กับจำนวนพาลินโดรม 4 หลัก ตัวแรกของหลักพันที่มากกว่าอยู่ 1 จะห่างกัน 11 และเนื่องจาก 11 หาร 1001 ซึ่งเป็นจำนวนพาลินโดรม 4 หลักตัวแรกลงตัว ทำให้ 11 หารจำนวนพาลินโดรม 4 หลักได้ทุกตัว ดังนั้น ข้อความที่คาดการณ์ไว้เป็นจริง

****

แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

คำชี้แจง ขอให้ตอบแบบสอบถามโดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับข้อมูลและระดับความคิดเห็นของท่าน และเขียนแสดงความคิดเห็นในประเด็นอื่นๆ (ถ้ามี)

ส่วนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

1. นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ ○ 2 ○ 3 ○ 4

ส่วนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	**ระดับความคิดเห็น**				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
	5	4	3	2	1
1. เนื้อหากิจกรรมมีความน่าสนใจ					
2. เนื้อหากิจกรรมมีความหลากหลาย					
3. เนื้อหากิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับผู้เรียน					
4. การจัดลำดับเนื้อหาของกิจกรรมมีความเหมาะสม					
5. เนื้อหาครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรฯ					
6. ภาษา และคำอธิบายที่ใช้ในชุดกิจกรรมมีความเหมาะสม					
7. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับขั้นตอนเหมาะสม					
8. ผู้เรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมต่อชุดกิจกรรมในระดับมาก					

ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
	5	4	3	2	1
1. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล					
2. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้					
3. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน					
4. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง					
5. การปฏิบัติกิจกรรมมีขั้นตอนปฏิบัติที่ชัดเจน					
6. เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม					
7. สื่อประกอบการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม					
8. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้ร่วมกิจกรรมในระดับมาก					

ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

หัวข้อการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
	5	4	3	2	1
1. ได้แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์					
2. ได้พัฒนาทักษะการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์					
3. ได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด					
4. ได้พัฒนาทักษะการทดลองและสังเกต					
5. ได้ฝึกกระบวนการการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์					
6. ได้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว					
7. ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์					
8. ได้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์					

ความคิดเห็นในประเด็นอื่นๆ (ถ้ามี)

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

1. ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

1.1 ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

1.1.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของชุดกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม

กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์กับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
กิจกรรมที่ 1 : ฉับ	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ	1	1	1	1	สอดคล้อง

ตอนที่ 2 ประเมินความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

กิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของการดำเนินกิจกรรมกับกระบวนการการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์			เฉลี่ย	สรุป
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง		
กิจกรรมที่ 1 : ฉับ	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด	1	1	1	1	สอดคล้อง
กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ	1	1	1	1	สอดคล้อง

ตอนที่ 3 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

กิจกรรมที่ 1 : ฉับ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “รูปสามเหลี่ยมใดๆ สามารถพับแล้วตัดฉับได้เสมอ”
- เพิ่มข้อความ “ผู้สอนแนะให้ผู้เรียน” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นบทบาทของผู้สอน และเพิ่มข้อความ “เพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์และวางนัยทั่วไปได้ว่า” ในส่วนท้าย เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ปรับคำแนะนำในส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เป็น “พิจารณาจากร่องรอยการพับรูปสามเหลี่ยมที่ได้ทดลอง ซึ่งทำให้สามารถพับแล้วตัดฉับได้” เพื่อความชัดเจนว่าในที่นี้พิจารณาเฉพาะรูปที่ได้ทดลองเท่านั้น
- ปรับส่วนเฉลยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จากการวาดรูปสามเหลี่ยม “ครบ 7 รูป” เป็น “ตามการปฏิบัติจริง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 2 : เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโตและทรงตันอาร์คิมีดีส มีความสัมพันธ์ในรูปสมการ $\mathrm{V}-\mathrm{E}+\mathrm{F}=2$”
- เพิ่มข้อความ “เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 4 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ปรับประเด็นปัญหา จาก “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตัน เพลโต น่าจะมีความสัมพันธ์กัน” เป็น “จำนวนจุดยอด (V) จำนวนหน้า (F) และจำนวนเส้นขอบหรือสัน (E) ของทรงตันเพลโต จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่”

- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ขั้นอุปนัย เปลี่ยนจาก “$k > 2$” เป็น “$k \geq 2$”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 3 : ปูกระเบื้องแบบพิเศษ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) เพิ่มข้อความ “โดยไม่มีการตัดแบ่งกระเบื้อง” เพื่อให้เกิดความชัดเจนว่าห้ามมีการตัดแบ่งกระเบื้องพิเศษนี้
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม โดยปรับเป็น “สามารถใช้ Trominoes ปูพื้นห้องขนาด $2^k \times 2^k$ โดยให้เหลือช่องว่างไว้หนึ่งช่องตามที่กำหนดได้เสมอ”
- เพิ่มข้อความ “นักเรียน” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 2 เพื่อให้เห็นบทบาทที่ชัดเจนของผู้ปฏิบัติกิจกรรม
- เพิ่มข้อความ “แล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 6 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ขั้นอุปนัย ปรับส่วนต้นเป็นให้ขึ้นต้นว่า “ให้ k เป็นจำนวนนับ สมมติให้ $P(k)$ จริง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 4 : กิ้งก่าเปลี่ยนสี

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางทฤษฎีจำนวน” เป็น “เกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคบอกเล่า ไม่เป็นประโยคคำถาม และปรับคำให้ชัดเจน ไม่กำกวมโดยปรับเป็น “หากมีกิ้งก่าสองสี ซึ่งผลต่างของจำนวนกิ้งก่าทั้งสองสีนั้นหารด้วย 3 ได้ลงตัว กิ้งก่าจะสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ทั้งหมด”
- เพิ่มข้อความ “แล้วจึงร่วมกันสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เพิ่มตัวอย่างจำนวนกิ้งก่า

- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการพิสูจน์ข้อความ เปลี่ยนเงื่อนไข “a เป็นจำนวนเต็มบางตัว” เป็น “$a \geq 0$”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการแบ่งกรณี เปลี่ยนข้อความ “$m \neq 0$” เป็น “$m \geq 1$” และนำข้อความ “$(0, 0, k + 2m + 3a)$” ออก เพราะซ้ำซ้อน
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 5 : กบกระโดด

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางจำนวนและพีชคณิต” เป็น “เกี่ยวกับจำนวนพีชคณิต” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) ปรับคำแปลตัวอย่างเกมที่มีชื่อเรียกหลากหลายตามวัฒนธรรม เป็น “แกะกระโดด (Leapsheep) แพะกระโดด (Leapgoat) กระโดดแพะ (Goatjumping) กระโดดม้า (Hourseleap)”
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) เพิ่มคำอธิบายการเดินที่ทำให้เกมจบว่า “สามารถเดินเบี้ยตามกติกาแล้วทำให้เบี้ยอยู่ในช่องฝั่งละ 5 ตัว โดยเว้นช่องว่างตรงกลางไว้เหมือนตอนเริ่มต้นเกม หากแต่สลับสีกันทั้งหมด” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- ปรับข้อความคาดการณ์ให้อยู่ในรูปประโยคที่อ่านเข้าใจง่ายขึ้น เปลี่ยนคำว่า “ผู้เล่น” เป็น “เบี้ย” โดยเปลี่ยนเป็น “สำหรับเกมที่มีเบี้ยฝั่งละ n ตัว จำนวนครั้งของการเดินที่ทำให้เกมสิ้นสุดต้องเดินอย่างน้อย $n(n + 2)$ ครั้ง เมื่อ n เป็นจำนวนนับ”
- เพิ่มข้อความ “เมื่อตรวจสอบแล้วจึงสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในการพิสูจน์ข้อความ เพิ่มเติมหน่วย “ครั้ง”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เปลี่ยนคำว่า “กบ” ทั้งหมดเป็น “เบี้ย” เพื่อให้เกิดความคงเส้นคงวา และเปลี่ยนคำว่า “ระบบ” เป็น “รูปแบบ”
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในขั้นตอนการพิจารณาจำนวนรวมของช่องที่เกิดจากการเดินถัด ข้อความส่วนสมมติ ตัดคำว่า “อย่างน้อย” เป็น “สมมติจำนวนการเดินถัดเป็น x ครั้ง และแต่ละครั้งสามารถเดินผ่านช่องได้ 1 ช่อง ทำให้จำนวนรวมของช่องที่ผ่านแบบเดินถัดเป็น x ช่อง”
- ปรับรูปแบบการพิมพ์ วรรคตอน แก้ไขคำพิมพ์ผิด และลดคำซ้ำซ้อน

กิจกรรมที่ 6 : เดินๆ ถอยๆ

- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 1 ปรับคำว่า “สถานการณ์ปัญหา” เป็น “ปัญหาจากสถานการณ์”
- ในจุดประสงค์การเรียนรู้ ข้อ 3 ปรับคำว่า “ทางหลักการนับและความน่าจะเป็น” เป็น “เกี่ยวกับหลักการนับและความน่าจะเป็น” และ “เพื่อแก้ปัญหาได้” เป็น “ในการแก้ปัญหา” เพื่อให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม
- ในส่วนความนำ (ข้อมูลเบื้องต้นของกิจกรรม) ปรับการใช้คำจาก “สำหรับการทดลองสุ่มที่ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้แต่ละผลลัพธ์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน” เป็น “สำหรับการทดลองสุ่มที่แต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- ในส่วนเนื้อหากิจกรรม เพิ่มคำว่า “หนึ่งเหรียญ” เพื่อให้เกิดความชัดเจน
- เปลี่ยนข้อความ “แสดงเหตุผลยืนยัน” เป็น “แสดงเหตุผลตรวจสอบ” และเพิ่มข้อความ “จากนั้นร่วมกันสรุปและวางนัยทั่วไป” ในข้อ 5 ของขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมโดยสังเขป ระยะที่ 2 ขั้นตอนที่ 3 เพื่อให้เห็นรายละเอียดขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรม
- ปรับรูปแบบการเขียนแสดงขนาดตาราง จากระบบ $\mathrm{n1n}$ เป็น $(\mathrm{n}, 1, \mathrm{n})$ เพื่อป้องกันการสับสนในกรณีที่ตารางมีขนาดใหญ่
- ในเฉลยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล เพิ่มเงื่อนไขให้สอดคล้องสถานการณ์ โดยเปลี่ยนจาก $\mathrm{r} \leq \mathrm{n}$ เป็น $0 \leq \mathrm{r} \leq \mathrm{n}$

ความคิดเห็นเพิ่มเติมอื่นๆ

- เสนอให้ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มมีการสลับหมุนเวียนกลุ่มกันไป เพื่อให้เกิดความหลากหลายทางความคิด และสนับสนุนให้เกิดการทำงานร่วมกัน
- ในส่วนการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ในบางกิจกรรมค่อนค้างมีความซับซ้อน ผู้สอนจึงควรเข้าให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด หรืออนุญาตให้ผู้เรียนใช้คำอธิบายที่อาจไม่รัดกุมมากนักแต่ยังสมเหตุสมผลอยู่ได้
- ในการดำเนินกิจกรรมระยะที่ 1 และ 2 ผู้สอนอาจกำหนดให้ผู้เรียนมีการจดบันทึก เพื่อช่วยกำกับให้เกิดการคิดและหลักฐานของการคิด

1.1.2 ผลการทดลองในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

ในการตรวจสอบคุณภาพชุดกิจกรรมในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ผู้วิจัยทดลองใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ส่งเสริมความ สามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ที่ได้ปรับปรุงตามการประเมินของผู้ทรงคุณวุฒิกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ซึ่งเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

คณะ ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 5 คน ที่ได้มาจากการอาสาสมัคร โดยดำเนินการใช้ชุดกิจกรรมครบทั้ง 6 กิจกรรม มีผลการทดลองในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนี้

1.1.2.1 ผลการทดลองเชิงปริมาณ พิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมทั้ง 6 กิจกรรม ซึ่งมีคะแนนเต็มกิจกรรมละ 12 คะแนน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

กิจกรรมที่	คะแนนที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม (คะแนนเต็ม 12)						ร้อยละ
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	เฉลี่ย	
1	11	11	12	10	11	11.0	91.67
2	11	10	11	10	9	10.2	85.00
3	10	9	10	11	11	10.2	85.00
4	11	8	10	10	10	9.8	81.67
5	10	11	9	11	12	10.6	88.33
6	11	10	11	10	11	10.6	88.33

1.1.2.2 ผลการทดลองเชิงคุณภาพ เป็นผลที่ได้จากการทดลองใช้ชุดกิจกรรมในกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก เพื่อพิจารณา พิจารณาความเหมาะสมของเวลาในการปฏิบัติกิจกรรม ปัญหาและอุปสรรคในการดำเนินกิจกรรม การปฏิบัติกิจกรรม และข้อจำกัดอื่นๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการนำชุดกิจกรรมไปใช้จริง โดยจากการทดลองพบประเด็นที่ต้องนำไปปรับปรุงเอกสาร และขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมที่น่าสนใจ ดังนี้

ผลโดยภาพรวมของการใช้ชุดกิจกรรมกับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

- เวลาที่ใช้สำหรับแต่ละกิจกรรม 3 ชั่วโมง ที่กำหนดไว้มีความเหมาะสม แต่ควรแบ่งสัดส่วนเวลาสำหรับการปฏิบัติกิจกรรมของผู้เรียนให้มีเวลาไม่น้อยกว่า 90 นาที เพราะผู้เรียนแต่ละคน จะต้องใช้เวลาในการใคร่ครวญ เพื่อค้นพบที่แตกต่างกัน และควรกำกับเวลาในแต่ละขั้นของการปฏิบัติกิจกรรมและการเขียนแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม โดยเฉพาะในส่วนสุดท้าย “การขยายความคิด” ให้ชัดเจน เพราะพบว่าผู้เรียนมักไม่เหลือเวลาสำหรับการตอบคำถามในส่วนนี้ ทำให้คำตอบที่ได้ยังไม่เป็นการขยายความคิดที่น่าสนใจมากนัก
- เนื่องจากในบางกิจกรรม เนื้อหาและขั้นตอนการพิสูจน์มีความซับซ้อน เช่น กิจกรรมที่ 2 เพลโต อาร์คิมีดีส และออยเลอร์ และกิจกรรมที่ 5 กบกระโดด ผู้สอนจึงควรต้องเข้าไปมีบทบาทในการให้คำแนะนำทั้งรายเดียวและรายกลุ่ม เพื่อให้การดำเนินกิจกรรมเป็นไปตามขั้นตอนและสามารถดำเนินการต่อไปได้
- ในการดำเนินกิจกรรมควรเพิ่มความสำคัญของกระบวนการกลุ่ม โดยในครั้งแรกที่ใช้ชุดกิจกรรม ผู้สอนควรใช้เวลาเบื้องต้นในการอธิบายรูปแบบของกิจกรรมกลุ่ม การเปลี่ยนกลุ่ม และเน้นถึงหลักการในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้เกิดความชัดเจนในการปฏิบัติกิจกรรมต่อไป

กิจกรรมที่ 1 ในการดำเนินกิจกรรมควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้สร้างรูปต้นแบบรูปสามเหลี่ยมประเภทเดียวกันเพิ่มเติมเองก่อน จากนั้นจึงค่อยให้สร้างรูปสามเหลี่ยมเพิ่มเติมอย่างอิสระ และในการให้ผู้เรียนสังเกตจำนวนครั้งของการตัดโดยการทดลองรายบุคคลนั้น ควรนำผลการทดลองมาแลกเปลี่ยนกัน โดยนำผลทั้งหมดมาเขียนแสดงร่วมกันบนกระดาน

กิจกรรมที่ 2 ในการดำเนินกิจกรรมควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทดลองต่อโมเดลสามมิติเพื่อสร้างแบบจำลองทรงตันเพลโตเอง และควรใช้สื่อรูปธรรรมที่ได้จากการต่อโมเดลสามมิติ เพื่ออธิบายการเปลี่ยนมุมมองจากรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ในขั้นตอนของการพิสูจน์ ทั้งนี้ สังเกตว่าผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านดีสคริต จะเรียนรู้ในกิจกรรมนี้ได้ดี

กิจกรรมที่ 3 ในการดำเนินกิจกรรม การทดลองสำหรับพื้นขนาด 4×4 ควรให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนผลที่ได้จากการทดลองปูกระเบื้อง และผู้สอนควรแนะนำให้ผู้เรียนได้ทดลองเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของการปูกระเบื้องระหว่างพื้นขนาด 2×2 4×4 และ 8×8

กิจกรรมที่ 4 ในการดำเนินกิจกรรม อาจเพิ่มโจทย์ที่ทำให้กิ้งก่าสามารถเปลี่ยนสีเป็นสีเดียวกันได้ หากพบว่าผู้เรียนยังไม่เข้าใจในการแก้ปัญหาเพียงพอ ทั้งนี้พบว่าในขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนสุ่มจำนวนเพื่อทดลองเองนั้น ผู้เรียนบางคนยังไม่ปฏิบัติตาม เพราะยังทดลองกับตัวอย่างเก่าของตนเอง จึงอาจแก้ปัญหาด้วยการสุ่มจำนวนและหาคำตอบร่วมกันหน้าชั้นเรียน นอกจากนี้สำหรับการสร้างข้อความคาดการณ์ ผู้เรียนอาจสร้างข้อความคาดการณ์ที่ไม่น่าสนใจ เพราะเห็นคำตอบได้ชัดเจน เช่น เริ่มต้นด้วยกิ้งก่าสองสีมีจำนวนเท่ากัน หรือ เริ่มต้นด้วยกิ้งก่าสองสีมีจำนวนต่างกันเท่ากับ 3 ดังนั้นผู้สอนควรให้คำแนะนำในการสร้างข้อความคาดการณ์ใหม่ที่ท้าทายมากขึ้น

กิจกรรมที่ 5 ในการดำเนินกิจกรรม หลังจากที่ปล่อยให้แต่ละคนทดลองเดินเบี้ยด้วยตนเองแล้ว อาจเปิดโอกาสให้แลกเปลี่ยนผลการเดินกัน เพื่อให้เห็นว่าในกระดานขนาดเดียวกัน อาจมีผู้เรียนคนอื่นใช้จำนวนการเดินที่น้อยกว่าซึ่งจะทำให้เกิดการปรับปรุงและทดลองเดินใหม่ให้ได้จำนวนครั้งที่น้อยลง ทั้งนี้ ในขั้นการปฏิบัติกิจกรรมพบว่าผู้เรียนจะเกิดความสับสนระหว่างคำว่า “จำนวนช่องทั้งหมด” และ “จำนวนครั้งที่เดิน” ผู้สอนจึงควรให้ความสำคัญกับการอธิบายหรือแนะนำเพิ่มในส่วนนี้

กิจกรรมที่ 6 ในการดำเนินกิจกรรม อาจแบ่งกลุ่มผู้เรียนเพื่อทดลองเล่นเกมรายบุคคล ก่อนนำผลที่ได้มารวมกันเพื่อแลกเปลี่ยน ซึ่งจะทำให้สังเกตเห็นแนวโน้มได้ง่ายขึ้น ทั้งนี้ อาจใช้แอปพลิเคชัน ในสมาร์ตโฟน เข้ามาช่วยในการทดลองสุ่ม

2. ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1

2.1.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

ข้อสอบข้อที่	พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 3 ให้ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนสองหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบน เพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนสองหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก
- ปรับปรุงการเขียนคำผิด และการแบ่งวรรคตอน

2.1.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

เมื่อนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ ไปทดลองใช้กับนิสิตที่อยู่ในกลุ่มประชากรแต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 11 คน พบว่าข้อสอบทั้งฉบับมีความเที่ยงผ่านเกณฑ์ 0.6 และข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (P) อยู่ในเกณฑ์ระหว่าง 0.2 – 0.8 มีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่เกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงคัดเลือกข้อสอบจำนวน 2 ข้อ มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 ที่พร้อมนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีผลการหาคุณภาพ ดังนี้

ข้อสอบข้อที่	อำนาจจำแนก (r)	ความยาก (P)	ความเที่ยง
1	0.533	0.733	0.718
2	0.444	0.556	

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2

2.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

ข้อสอบข้อที่	พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 ให้ปรับข้อความจาก “จำนวนใดๆ หากผลรวมของตัวเลขแต่ละหลักหาร 3 ได้ลงตัวแล้ว จำนวนนั้นๆ จะหาร 3 ได้ลงตัวด้วย” เป็น “จำนวนใดๆ หากผลรวมของตัวเลขทุกหลักหารด้วย 3 ลงตัวแล้ว จำนวนนั้นจะหารด้วย 3 ลงตัวด้วย” และปรับแก้เงื่อนไขของ n จาก “เมื่อ n เป็นจำนวนนับ” เป็น “เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n \geq 0$”
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 และ 2 ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนหลายหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบนเพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนหลายหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 3 ขั้นอุปนัย เปลี่ยนจาก “$k \geq 10$” เป็น “$k \geq 8$” และยกส่วนการพิสูจน์กรณีราคาเป็น 3 5 และ 6 บาท ไปไว้ในตอนต้น

2.2.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

เมื่อนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ ไปทดลองใช้กับนิสิตที่อยู่ในกลุ่มประชากรแต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 11 คน พบว่าข้อสอบทั้งฉบับมีความเที่ยงผ่านเกณฑ์ 0.6 และข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (P) อยู่ในเกณฑ์ระหว่าง 0.2 – 0.8 มีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่เกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงคัดเลือกข้อสอบจำนวน 2 ข้อ มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 ที่พร้อมนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีผลการหาคุณภาพ ดังนี้

ข้อสอบข้อที่	อำนาจจำแนก (r)	ความยาก (P)	ความเที่ยง
1	0.667	0.557	0.645
2	0.667	0.557	

2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

2.3.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

ข้อสอบข้อที่	พิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 ให้ปรับข้อความจาก “แล้วนำจำนวนทั้งสองมาบวกกัน” เป็น “แล้วนำสองจำนวนที่ได้หลังสุดมาบวกกัน” เพื่อความชัดเจนว่าเป็นสองจำนวนใด
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 1 และ 3 ปรับรูปแบบการเขียนจำนวนหลายหลัก โดยเพิ่มสัญลักษณ์บาร์ที่ด้านบนเพื่อแสดงว่าตัวเลขที่ปรากฏเป็นเลขโดดที่ใช้ในจำนวนหลายหลักนั้น ไม่ใช่ตัวเลขโดดที่แสดงค่าประจำหลัก
- ในส่วนของการเฉลยข้อ 4 ขั้นการบันทึกผลที่ได้จากการทดลอง เปลี่ยนการเขียนกระจายในข้อสังเกตจาก 2 ตัวแรก เป็น 1 + 1 เพื่อให้เห็นแบบรูปชัดเจนมากขึ้น

2.3.2 ผลการหาความเที่ยง ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (r)

เมื่อนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ ไปทดลองใช้กับนิสิตที่อยู่ในกลุ่มประชากรแต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 11 คน พบว่าข้อสอบทั้งฉบับมีความเที่ยงผ่านเกณฑ์ 0.6 และข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (P) อยู่ในเกณฑ์ระหว่าง 0.2 – 0.8 มีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่เกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จึงคัดเลือกข้อสอบจำนวน 3 ข้อ มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่พร้อมนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีผลการหาคุณภาพ ดังนี้

ข้อสอบข้อที่	อำนาจจำแนก (r)	ความยาก (P)	ความเที่ยง
1	0.444	0.593	0.778
2	0.370	0.778	
3	0.889	0.482	

2.4 แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

2.4.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ

ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์”			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1. เนื้อหากิจกรรมมีความน่าสนใจ	1	1	1	1	ใช้ได้
2. เนื้อหากิจกรรมมีความหลากหลาย	1	1	1	1	ใช้ได้
3. เนื้อหากิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับผู้เรียน	1	1	1	1	ใช้ได้
4. การจัดลำดับเนื้อหาของกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	1	1	1	ใช้ได้
5. เนื้อหาครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	1	1	1	1	ใช้ได้
6. ภาษา และคำอธิบายที่ใช้ในชุดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	1	1	1	ใช้ได้
7. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้เรียนเนื้อหาตามกิจกรรม	1	0	1	0.67	ใช้ได้
8. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับขั้นตอนเหมาะสม	1	1	1	1	ใช้ได้

ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์”			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล	1	1	1	1	ใช้ได้
2. การปฏิบัติกิจกรรมมีขั้นตอนปฏิบัติที่ชัดเจน	1	1	1	1	ใช้ได้
3. เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	1	1	1	ใช้ได้
4. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้	1	1	1	1	ใช้ได้
5. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน	1	1	1	1	ใช้ได้
6. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง	1	1	1	1	ใช้ได้
7. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้เข้าร่วมกิจกรรม	1	0	1	0.67	ใช้ได้
8. สื่อประกอบการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	1	1	1	1	ใช้ได้

ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

หัวข้อการประเมิน	พิจารณาความสอดคล้องของคำถามกับความหมายของ “ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์”			เฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1. ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์	1	1	1	1	ใช้ได้
2. ได้พัฒนาทักษะการเขียนแสดงเหตุผล	1	1	1	1	ใช้ได้
3. ได้ฝึกการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร	1	1	1	1	ใช้ได้
4. ได้พัฒนาทักษะการทดลองและสังเกต	1	1	1	1	ใช้ได้
5. ได้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์	1	1	1	1	ใช้ได้
6. ได้ฝึกกระบวนการการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์	1	1	1	1	ใช้ได้
7. ได้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว	1	1	1	1	ใช้ได้

ข้อคิดเห็นเพิ่มเติม

ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

- ในข้อ 5 เพิ่มเติมคำว่า “ตามหลักสูตรฯ” ต่อท้าย
- ในข้อ 7 เปลี่ยนข้อความเป็น “ผู้เรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมต่อชุดกิจกรรมในระดับมาก” แล้วจัดลำดับใหม่โดยให้เป็นข้อสุดท้าย คือข้อที่ 8

ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

- ในข้อ 7 เปลี่ยนข้อความเป็น “ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้ร่วมกิจกรรมในระดับมาก” แล้วจัดลำดับข้อความใหม่ทั้งหมด โดยเรียงเป็น 1 5 6 2 3 4 8 และ 7

ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

- ในข้อ 1 เพิ่มเติมข้อความจาก “ได้แลกเปลี่ยนความคิด” เป็น “ได้แลกเปลี่ยนความรู้และความคิด”
- ในข้อ 2 เพิ่มเติมข้อความจาก “เขียนแสดงเหตุผล” เป็น “เขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์”
- ในข้อ 3 เพิ่มเติมข้อความจาก “ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร” เป็น “ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด”
- เปลี่ยนลำดับข้อคำถามจากข้อ 5 เป็นข้อ 7 จากข้อ 6 เป็นข้อ 5 และจากข้อ 7 เป็นข้อ 6
- ควรเพิ่มข้อคำถาม “ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์” เพื่อทำให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมมากขึ้น

3. ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน

ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 1)

เลขที่	ข้อ 1 (เต็ม 9)	ข้อ 2 (เต็ม 9)	รวม (เต็ม 18)
1	9	9	18
2	9	8	17
3	9	8	17
4	9	7	16
5	7	5	12
6	5	6	11
7	9	9	18
8	5	6	11
9	9	9	18
10	8	9	17
11	8	9	17
12	8	9	17
รวม	**95**	**94**	**189**
เฉลี่ย	**7.92**	**7.83**	**15.75**
ร้อยละ	**88.00**	**87.00**	**87.50**

ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน (ฉบับที่ 2)

เลขที่	ข้อ 1 (เต็ม 9)	ข้อ 2 (เต็ม 9)	รวม (เต็ม 18)
1	9	9	18
2	6	6	12
3	9	6	15
4	9	6	15
5	7	6	13
6	9	5	14
7	9	6	15
8	7	6	13
9	9	8	17
10	9	6	15
11	9	6	15
12	9	8	17
รวม	**101**	**78**	**179**
เฉลี่ย	**8.42**	**6.50**	**14.92**
ร้อยละ	**93.52**	**72.22**	**82.87**

4. ผลคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

เลขที่	ข้อ 1 (เต็ม 9)	ข้อ 2 (เต็ม 9)	ข้อ 3 (เต็ม 9)	รวม (เต็ม 27)
1	9	5	7	21
2	7	5	9	21
3	9	7	6	22
4	9	8	8	25
5	7	9	6	22
6	8	9	6	23
7	8	8	6	22
8	9	6	5	20
9	9	8	7	24
10	9	9	9	27
11	9	8	9	26
12	9	8	9	26
รวม	**102**	**90**	**87**	**279**
เฉลี่ย	**8.50**	**7.50**	**7.25**	**23.25**
ร้อยละ	**94.44**	**83.33**	**80.56**	**86.11**

5. ผลการวัดระดับความคิดเห็นที่ได้จากแบบสอบถามความคิดเห็น เกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	ระดับความคิดเห็น					ค่าเฉลี่ย
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด	
	5	4	3	2	1	
1. เนื้อหากิจกรรมมีความน่าสนใจ	9	3				4.75
2. เนื้อหากิจกรรมมีความหลากหลาย	9	2	1			4.67
3. เนื้อหากิจกรรมมีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4	7	1			4.25
4. การจัดลำดับเนื้อหาของกิจกรรมมีความเหมาะสม	8	4				4.67
5. เนื้อหาครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรฯ	3	7	2			4.08
6. ภาษา และคำอธิบายที่ใช้ในชุดกิจกรรมมีความเหมาะสม	8	4				4.67
7. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับขั้นตอนเหมาะสม	9	3				4.75
8. ผู้เรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมต่อชุดกิจกรรมในระดับยาก	8	4				4.67
คะแนนเฉลี่ยด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์						**4.56**

ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์

หัวข้อการประเมิน	ระดับความคิดเห็น					ค่าเฉลี่ย
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด	
	5	4	3	2	1	
1. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล	12					5.00
2. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้	5	7				4.42
3. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน	4	8				4.33
4. กิจกรรมส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง	9	3				4.75
5. การปฏิบัติกิจกรรมมีขั้นตอนปฏิบัติที่ชัดเจน	6	5	1			4.42
6. เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	5	5	2			4.25
7. สื่อประกอบการจัดกิจกรรมมีความเหมาะสม	7	5				4.58
8. ผู้เรียนมีความพึงพอใจที่ได้ร่วมกิจกรรมในระดับยาก	8	4				4.67
คะแนนเฉลี่ยด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์						**4.55**

ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ

หัวข้อการประเมิน	ระดับความคิดเห็น					ค่าเฉลี่ย
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด	
	5	4	3	2	1	
1. ได้แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นอย่างสร้างสรรค์	8	4				4.67
2. ได้พัฒนาทักษะการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์	7	5				4.58
3. ได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด	3	8	1			4.17
4. ได้พัฒนาทักษะการทดลองและสังเกต	10	2				4.83
5. ได้ฝึกกระบวนการการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์	8	4				4.67
6. ได้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับเรื่องใกล้ตัว	5	6	1			4.08
7. ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	9	3				4.75
8. ได้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์	5	6	1			4.33
คะแนนเฉลี่ยด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ						**4.51**

รวมหัวข้อการประเมินทั้ง 3 ด้าน	ค่าเฉลี่ย
ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	4.56
ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	4.55
ด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ	4.51
ความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์	**4.54**

ความคิดเห็นในประเด็นอื่นๆ เพิ่มเติม

ความคิดเห็นเชิงบวก

- อยากให้มีกิจกรรมในแต่ละเรื่องมากกว่านี้ ให้ได้ทำกิจกรรมสนุก ๆ มากยิ่งขึ้น
- กิจกรรมน่าสนใจมากครับ

ความคิดเห็นเชิงลบ

- มีบางช่วงที่กิจกรรมเอื่อยนิดหน่อยค่ะ

ภาคผนวก จ

เอกสารรับรองจากคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใบรับรองโครงการวิจัย

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2
สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
อาคารจามจุรี 1 ชั้น 1 ห้อง 114 ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330
โทรศัพท์ : 0 2218 3210-11 E-mail: curec2.ch1@chula.ac.th

COA No. 051/2563

ใบรับรองโครงการวิจัย

โครงการวิจัยที่ 026/63 การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณศิษฐ์ ละอออักษิณ

หน่วยงาน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พิจารณาจริยธรรมการวิจัยโดยยึดหลัก ของ Declaration of Helsinki, the Belmont report, CIOMS guidelines และ The international conference on harmonization – Good clinical practice (ICH-GCP) อนุมัติให้ดำเนินการศึกษาวิจัยเรื่องดังกล่าวได้

ลงนาม..... ลงนาม.....

(ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ธีระพันธ์ เหลืองทองคำ)
ประธานคณะกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.หนึ่งททัย แรงผลสัมฤทธิ์)
กรรมการและเลขานุการ

รูปแบบการพิจารณาทบทวน: แบบลดขั้นตอน

วันที่รับรอง: 24 มีนาคม 2563 **วันหมดอายุ:** 23 มีนาคม 2564

เลขที่โครงการ 026/63
วันที่รับรอง 24 มี.ค. 2563
วันหมดอายุ 23 มี.ค. 2564

เอกสารที่คณะกรรมการรับรอง

1. ข้อเสนอโครงการวิจัย
2. ประวัติและผลงานของผู้วิจัย
3. เอกสารข้อมูลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย
4. หนังสือยินยอมเข้าร่วมในการวิจัย
5. ชุดกิจกรรม แบบวัดความสามารถ และแบบสอบถาม

เงื่อนไข

1. *ผู้วิจัยรับทราบว่าเป็นการฝ่าฝืนจริยธรรม หากดำเนินการเก็บข้อมูลการวิจัยก่อนได้รับการอนุมัติจากคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยฯ*
2. *หากใบรับรองโครงการวิจัยหมดอายุ การดำเนินการวิจัยต้องยุติ เมื่อต้องการต่อการดำเนินการต้องขออนุมัติใหม่ล่วงหน้าไม่ต่ำกว่า 1 เดือน พร้อมส่งรายงานความก้าวหน้าการวิจัย*
3. *ต้องดำเนินการวิจัยตามที่ระบุไว้ในโครงการวิจัยอย่างเคร่งครัด*
4. *ใช้เอกสารข้อมูลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย ใบยินยอมของกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย และเอกสารชี้แจงเข้าร่วมวิจัย (ที่มี) เฉพาะที่ประทับตราคณะกรรมการเท่านั้น*
5. *หากเกิดเหตุการณ์ไม่พึงประสงค์ร้ายแรงในสถานที่เก็บข้อมูลที่ขอรับอนุมัติจากคณะกรรมการ ต้องรายงานคณะกรรมการภายใน 5 วันทำการ*
6. *หากมีการปรับเปลี่ยนแปลงการดำเนินการวิจัย ให้ส่งคณะกรรมการพิจารณารับรองก่อนดำเนินการ*
7. *โครงการวิจัยไม่เกิน 1 ปี ส่งแบบรายงานสิ้นสุดโครงการวิจัย (AF 03-13) และรายงานผลการวิจัยภายใน 30 วัน เมื่อโครงการวิจัยเสร็จสิ้น สำหรับโครงการวิจัยที่เป็นวิทยานิพนธ์ให้ส่งบทคัดย่อผลการวิจัย ภายใน 30 วัน เมื่อโครงการวิจัยเสร็จสิ้น ทั้งนี้เพื่อเป็นหลักฐานในการปิดโครงการ*
8. *โครงการวิจัยที่ได้รับการอนุมัติโครงการโดยการพิจารณาทบทวนแบบกรณียกเว้น (Exemption review) ปฏิบัติตามเงื่อนไข ข้อ 1,6 และ 7 เท่านั้น*

เอกสารข้อมูลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย

AF 04-07

เอกสารข้อมูลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย

ชื่อโครงการวิจัย การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

ชื่อผู้วิจัยหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณณิษฐ์ ละออปักษิณ **ตำแหน่ง** ผู้ช่วยศาสตราจารย์

สถานที่ติดต่อผู้วิจัย

ที่ทำงาน สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่บ้าน : 55/905 ไอดีโอวุฒากาศ ถนนราชพฤกษ์ แขวงบางคอ เขตจอมทอง กรุงเทพฯ 10150

โทรศัพท์(ที่ทำงาน) 02-218-2565-97 ต่อ 8083 โทรสาร 0-2218-2563

โทรศัพท์มือถือ 081-346-3641 อีเมล jinnadit@hotmail.com

1. ขอเรียนเชิญท่านเข้าร่วมในการวิจัย ก่อนที่ท่านจะตัดสินใจเข้าร่วมในการวิจัย มีความจำเป็นที่ท่านควรทำความเข้าใจว่างานวิจัยนี้ทำเพราะเหตุใด และเกี่ยวข้องกับอะไร กรุณาใช้เวลาในการอ่านข้อมูลต่อไปนี้อย่างละเอียดรอบคอบ ท่านสามารถสอบถามได้หากถ้อยความใดไม่ชัดเจน หรือขอข้อมูลเพิ่มเติมได้

2. โครงการวิจัยนี้จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ พร้อมทดลองใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และศึกษาความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยนี้ ในเชิงวิชาการด้านครุศาสตร์หรือศึกษาศาสตร์ คือ ได้ข้อมูลเกี่ยวกับการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นฐานความรู้และแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้เห็นและตระหนักถึงความสัมพันธ์ และการอ้างอาศัยของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย และประโยชน์ในเชิงการนำไปใช้ในการแก้ไขปัญหา/พัฒนาการจัดการเรียนการสอนหรือการครูศึกษา คือ 1) ได้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นนวัตกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 2) ได้แนวทางการพัฒนาชุดกิจกรรมและการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน งานวิจัยนี้มีระยะเวลาดำเนินการในส่วนการทดลองใช้ชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ การใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการใช้แบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ รวมทั้งสิ้น 2 เดือน คือ จากเดือนพฤษภาคม ถึงเดือนมิถุนายน 2563

3. ท่านได้รับเชิญให้เข้าร่วมการวิจัยนี้ เนื่องจากเป็นนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2563 ชั้นปีที่ 2 3 และ 4 ทั้งนี้ ผู้เข้าร่วมการวิจัยมีจำนวนทั้งสิ้น 12 คน

เลขที่โครงการ 026/63
วันที่รับรอง 24 มิ.ย. 2563
วันหมดอายุ 23 มิ.ย. 2564

AF 04-07

4. หากท่านตัดสินใจเข้าร่วมการวิจัยแล้ว ผู้วิจัยจะขอเก็บข้อมูลการเข้าร่วมและการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจำนวน 6 กิจกรรม ใช้เวลากิจกรรมละ 3 ชั่วโมง รวม 18 ชั่วโมง รวมระยะเวลาทั้งสิ้น 2 เดือน เก็บข้อมูลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 2 ซึ่งแบบวัดนี้มีข้อคำถาม 2 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที เก็บข้อมูลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 4 ซึ่งแบบวัดนี้มีข้อคำถาม 2 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที เก็บข้อมูลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 6 ซึ่งแบบวัดนี้มีข้อคำถาม 3 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที และเก็บข้อมูลจากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 6 โดยแบ่งประเด็นคำถามเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ด้านการจัดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ และด้านความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับ จำนวน 8 ข้อ รวมทั้งสิ้น 24 ข้อ โดยจะให้ท่านแสดงระดับความคิดเห็นในแต่ละข้อคำถามว่า เห็นด้วยน้อยที่สุด เห็นด้วยน้อย เห็นด้วยปานกลาง เห็นด้วยมาก หรือเห็นด้วยมากที่สุด ใช้เวลา 15 นาที

5. ข้อมูลที่ได้จากการเข้าร่วมกิจกรรมและการปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ การทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับระหว่างเรียน และฉบับหลังเรียน และการทำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ตามข้อ 4 นั้น ผู้วิจัยจะขออนุญาตจดบันทึก และถ่ายภาพในบางครั้ง โดยจะแจ้งให้ทราบด้วยวาจาเพื่อขอความยินยอมด้วยวาจาก่อนการบันทึกภาพทุกครั้ง ทั้งนี้ ภาพที่บันทึกจะบันทึกเฉพาะภาพถ่ายกิจกรรม หรือผลงานของท่าน โดยจะไม่มีการบันทึกภาพใบหน้าของท่าน

6. หากท่านรู้สึกอึดอัด หรือรู้สึกไม่สบายใจอยู่บ้างกับการทำกิจกรรม การตอบคำถามในแบบวัด แบบสอบถามความคิดเห็น แม้เพียงเล็กน้อย ท่านมีสิทธิ์ที่จะไม่ทำกิจกรรม หรือไม่ตอบคำถามเหล่านั้นได้ รวมถึงท่านมีสิทธิ์ถอนตัวออกจากโครงการนี้เมื่อใดก็ได้ โดยไม่ต้องแจ้งให้ทราบล่วงหน้า และการไม่เข้าร่วมวิจัยหรือถอนตัวออกจากโครงการวิจัยนี้ จะไม่มีผลกระทบต่อท่านแต่อย่างใดทั้งสิ้น

7. ข้อมูลส่วนตัวของท่านจะถูกเก็บรักษาไว้เป็นความลับ ไม่เปิดเผยต่อสาธารณะเป็นรายบุคคล แต่จะรายงานผลการวิจัยเป็นภาพรวม และจะไม่มีข้อมูลใดในการรายงานที่จะนำไปสู่การระบุตัวตนของท่านได้ โดยผู้ที่มีสิทธิ์เข้าถึงข้อมูลของท่านจะมีเฉพาะผู้ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยนี้ และคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในคนเท่านั้น และภายหลังจากการวิจัยสิ้นสุด ผู้วิจัยจะทำลายข้อมูลที่นำไปสู่การระบุตัวตนของท่านทั้งหมด ทั้งในรูปแบบเอกสารและไฟล์อิเล็กทรอนิกส์ทันที

8. การวิจัยครั้งนี้ท่านจะไม่เสียค่าใช้จ่ายใดๆ และท่านจะไม่ได้รับค่าเสียเวลาใดๆ

9. หากท่านมีข้อสงสัยใดๆ โปรดสอบถามเพิ่มเติม โดยติดต่อกับผู้วิจัยได้ตลอดเวลาตามที่อยู่ข้างล่างนี้ และหากผู้วิจัยมีข้อมูลเพิ่มเติมที่เป็นประโยชน์หรือโทษเกี่ยวกับการวิจัย ผู้วิจัยจะแจ้งให้ท่านทราบโดยเร็วที่สุด

10. "หากท่านไม่ได้รับการปฏิบัติตามข้อมูลดังกล่าวข้างต้น ท่านสามารถร้องเรียนได้ที่คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์ และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อาคารจามจุรี 1 ห้อง 114 ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330 โทรศัพท์ 0 2218 3210-11 อีเมล curec2.ch1@chula.ac.th"

สถาบันวิจัยและพัฒนา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
เลขที่โครงการ: U26/63
รับที่รับรอง: 24 มิ.ย. 2563
รับรองถึงวันที่: 23 มิ.ย. 2564

หนังสือยินยอมเข้าร่วมในการวิจัย

AF 05-07

หนังสือยินยอมเข้าร่วมในการวิจัย

สถานที่ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เลขที่ ตัวอย่าง/ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย .....

ข้าพเจ้า ซึ่งได้ลงนามท้ายหนังสือนี้ ขอแสดงความยินยอมเข้าร่วมโครงการวิจัย

ชื่อโครงการวิจัย การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์

ชื่อผู้วิจัยหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

ที่อยู่ที่ติดต่อ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โทรศัพท์ 081-346-3641

ข้าพเจ้า **ได้รับทราบ**รายละเอียดเกี่ยวกับที่มาและวัตถุประสงค์ในการทำวิจัย รายละเอียดขั้นตอนต่างๆ ที่จะต้องปฏิบัติและประโยชน์ซึ่งจะเกิดขึ้นจากการวิจัยเรื่องนี้ โดยได้อ่านรายละเอียดในเอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมการวิจัยโดยตลอด และ**ได้รับคำอธิบาย**จากผู้วิจัย **จนเข้าใจเป็นอย่างดีแล้ว**

ข้าพเจ้าจึง**สมัครใจ**เข้าร่วมในโครงการวิจัยนี้ ตามที่ระบุไว้ในเอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมการวิจัย โดยข้าพเจ้ายินยอมเป็นผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย การพัฒนาชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนิสิตฝึกหัดครู วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยยินยอมเข้าร่วมและปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจำนวน 6 กิจกรรม ใช้เวลากิจกรรมละ 3 ชั่วโมง รวม 18 ชั่วโมง รวมระยะเวลาทั้งสิ้น 2 เดือน ยินยอมทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 1 จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 2 ซึ่งมีข้อคำถาม 2 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ยินยอมทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียน ฉบับที่ 2 จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 4 ซึ่งมีข้อคำถาม 2 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ยินยอมทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 6 ซึ่งมีข้อคำถาม 3 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที และยินยอมทำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ครั้ง หลังสิ้นสุดกิจกรรมที่ 6 ซึ่งมีข้อคำถาม 24 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที โดยเมื่อเสร็จสิ้นการวิจัยแล้ว ข้าพเจ้ายินยอมให้เก็บรักษาข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการเข้าร่วมและปฏิบัติกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ ข้อมูลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับระหว่างเรียน และฉบับหลังเรียน และ

เลขที่โครงการ 026/63
วันที่รับรอง 24 มีค. 2563
รับทราบถึง 23 มีค. 2564

AF 05- 07

ข้อมูลจากการทำแบบสอบถามความคิดเห็นเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อประโยชน์ด้านการศึกษา และภายหลังที่ผู้วิจัยได้แจ้งขออนุญาตบันทึกภาพด้วยวาจาต่อข้าพเจ้าและข้าพเจ้าได้อนุญาตด้วยวาจาแล้ว ข้าพเจ้ายินยอมให้มีการบันทึกภาพถ่ายกิจกรรม หรือภาพผลงานของข้าพเจ้า โดยจะต้องไม่มีการบันทึกภาพใบหน้าของข้าพเจ้า

ข้าพเจ้ามีสิทธิ์**ถอนตัว**ออกจากการวิจัยเมื่อใดก็ได้ตามความประสงค์ **โดยไม่ต้องแจ้งเหตุผล** ซึ่งการถอนตัวออกจากการวิจัยจะไม่มีผลกระทบใดๆ ต่อการเรียนของข้าพเจ้าทั้งสิ้น

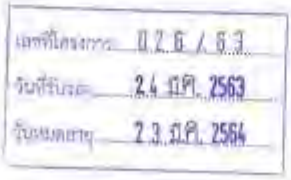
ข้าพเจ้าได้รับคำรับรองและคำยืนยันว่า ผู้วิจัยจะปฏิบัติต่อข้าพเจ้าตามเอกสารข้อมูลที่เป็นคำชี้แจงผู้เข้าร่วมการวิจัย และข้อมูลใดๆ ที่เกี่ยวข้องกับข้าพเจ้า ผู้วิจัยจะ**เก็บรักษาเป็นความลับ** โดยจะนำเสนอผลการวิจัยเป็นภาพรวมเท่านั้น ไม่มีข้อมูลใดในการรายงานที่จะนำไปสู่การระบุตัวข้าพเจ้า โดยภายหลังจากการวิจัยสิ้นสุด ผู้วิจัยจะทำลายข้อมูลที่นำไปสู่การระบุตัวตนของข้าพเจ้าทั้งหมด ทั้งในรูปแบบเอกสาร และไฟล์อิเล็กทรอนิกส์ทันที

หากข้าพเจ้าไม่ได้รับการปฏิบัติตรงตามที่ได้ระบุไว้ในเอกสารชี้แจงผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย ข้าพเจ้าสามารถร้องเรียนได้ที่คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในคน กลุ่มสหสถาบัน ชุดที่ 2 สังคมศาสตร์ มนุษยศาสตร์และศิลปกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อาคารจามจุรี 1 ชั้น 1 ห้อง 114 แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330 โทรศัพท์ 0 2218 3210-11 อีเมล์ curec2.ch1@chula.ac.th

ข้าพเจ้าได้ลงลายมือชื่อไว้เป็นสำคัญต่อหน้าพยาน นอกจากนี้ข้าพเจ้าได้รับสำเนาเอกสารข้อมูลซึ่งเป็นคำชี้แจงผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย และสำเนาหนังสือยินยอมไว้แล้ว

ลงชื่อ .....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณศิษฐ์ ละออปักษิณ)
ผู้วิจัยหลัก

ลงชื่อ.....
(.....)
ผู้มีส่วนร่วมในการวิจัย



ลงชื่อ.....
(.....)
พยาน