

ตัวสังเกตพีชชีลคอันดับ สำหรับแบบจำลองพีชชี ทาคางิ-ซีเงะโนะ



นาย ทรงกรด ธีราชัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

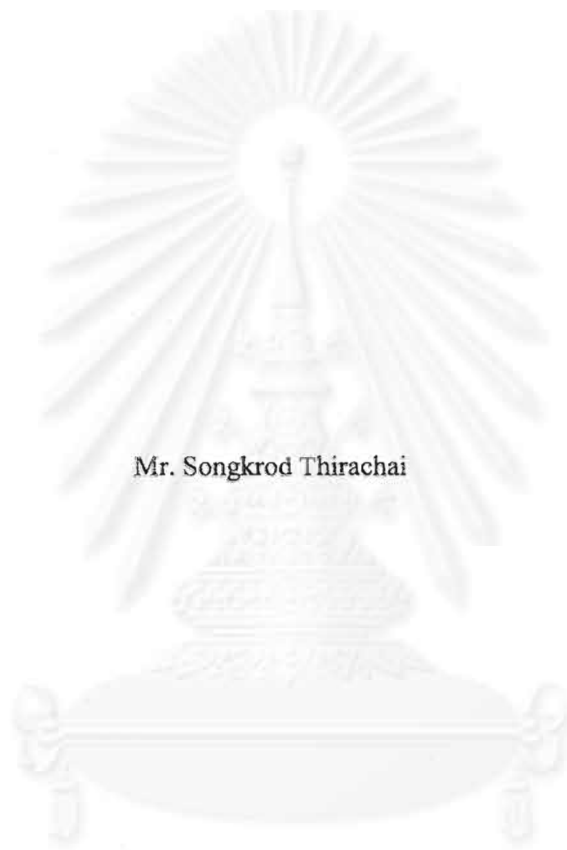
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-0507-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A REDUCED-ORDER FUZZY OBSERVER FOR A TAKAGI-SUGENO FUZZY MODEL



Mr. Songkrod Thirachai

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

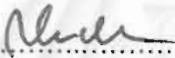
Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-0507-5

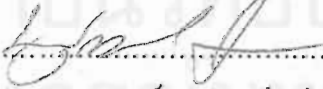
หัวข้อวิทยานิพนธ์ ตัวสังเกตพีชชีลด์อันดับ สำหรับแบบจำลองพีชชี ทาคางิ-ซีเงะ โนะ
โดย นาย ทรงกรด ธีราชัย
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร. บุญมี อย่างธรา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท


..... คณะบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. เทียนชัย ประดิศถายน)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. บุญมี อย่างธรา)


..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

ทรงกรด ธีราชัย : ตัวสังเกตฟัซซีลดอันดับ สำหรับแบบจำลองฟัซซีทาคากิ-ซึเงะ โนะะ
(A Reduced-Order Fuzzy Observer for a Takagi-Sugeno Fuzzy Model)
อ.ที่ปรึกษา : ผศ.ดร. บุญมี อย่างธรา ,103 หน้า, ISBN 974-03-0507-5

วิทยานิพนธ์นี้แนะนำเสนอ ตัวสังเกตฟัซซีลดอันดับสำหรับแบบจำลองฟัซซี ทาคากิ-ซึเงะ โนะะ
เพื่อใช้ในระบบควบคุมวงปิดไม่เชิงเส้น ซึ่งมีสัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น หรือ
ไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ ได้ทดสอบการทำงานของวิธีที่นำเสนอด้วยการจำลองผลด้วย
คอมพิวเตอร์ ผลปรากฏว่า เวลาที่ใช้ในการคำนวณน้อยกว่าวิธีที่มีผู้ได้นำเสนออยู่ก่อนแล้วมาก
นอกจากนี้ วิธีที่นำเสนอยังใช้ได้กับตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับ สำหรับแบบจำลองฟัซซี
ทาคากิ-ซึเงะ โนะะ และปรากฏว่าเวลาที่ใช้ในการคำนวณน้อยกว่าวิธีที่สมนัยกัน ซึ่งมีผู้ได้นำเสนอ
อยู่ก่อนแล้ว

ภาควิชา .. วิศวกรรมไฟฟ้า .. ลายมือชื่อนิสิต .. ทรงกรด ธีราชัย ..
สาขาวิชา .. วิศวกรรมไฟฟ้า .. ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..
ปีการศึกษา .. 2544 .. ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ..

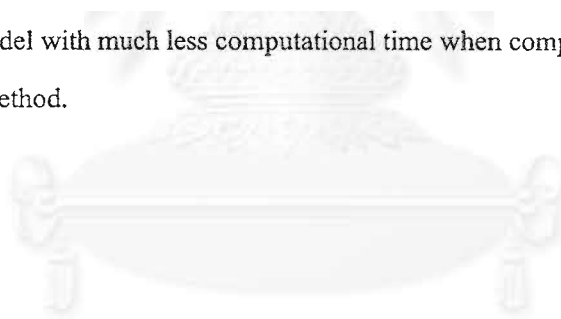
##4270336721 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD : FUZZY OBSERVER, TAKAGI-SUGENO, PDC

SONGKROD THIRACHAI : A REDUCED-ORDER FUZZY OBSERVER FOR A
TAKAGI-SUGENO FUZZY MODEL : BOONMEE YANGTHARA, Ph.D., 103 pp.,
ISBN 974-03-0507-5

A reduced-order observer based on a Takagi-Sugeno fuzzy model was proposed for use in a closed-loop nonlinear control system where the output of the plant is a linear or nonlinear function of the states. The proposed method was verified by digital simulation, and it was found that the computational time required was much less than that required by the existing method.

Moreover, the proposed method was also applicable to a full-order observer based on a Takagi-Sugeno fuzzy model with much less computational time when compared with the corresponding existing method.



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department *Electrical engineering* Student's signature *Songkrod Thirachai*
Field of study *Electrical engineering* Advisor's signature *B. Boonmee Yangthara*
Academic Year *2001*

กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์นี้สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลือของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญมี อย่างธรา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้สละเวลาให้คำแนะนำ และข้อคิดต่างๆ สำหรับงานวิจัยอย่างดียิ่งมาโดยตลอด อีกทั้งยังให้คำแนะนำอื่นๆที่เป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตทั้งในปัจจุบันและอนาคต ตัวข้าพเจ้าจึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ไว้ ณ. ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. เทียนชัย ประดิศถายน และอาจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ ที่ให้เกียรติเป็นประธานกรรมการ และกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์เพิ่มเติมเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

อนึ่งเบื้องหลังที่ทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลงได้ ต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และสมาชิกทุกคนในครอบครัวของข้าพเจ้า ที่คอยเป็นกำลังใจให้ และขอขอบคุณ เพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ในสาขาระบบควบคุมทุกคน ที่ช่วยให้คำชี้แนะต่างๆที่เป็นประโยชน์

สถาบันวิทยบริการ
าลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูปภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	ท

บทที่

1. บทนำ.....	1
1.1. แนวเหตุผลและงานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
1.2. ขั้นตอนการดำเนินการ.....	2
1.3. ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
2. โครงสร้างของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับและเงื่อนไขพอเพียง.....	3
2.1. โครงสร้างของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ.....	3
2.2. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการลู่ออกของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ.....	4
3. การออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ.....	6
3.1. การออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 1.....	6
3.1.1. ตัวสังเกตพีชคณิตเต็มอันดับ.....	7
3.1.2. ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 1.....	8
3.2. การออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 2.....	10
3.3. ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ.....	12
4. ตัวอย่างการออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตในระบบควบคุม.....	13
4.1. ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันและเครื่องมีอวดเชิงเส้น.....	13
4.1.1. การระบุแบบจำลองของตัวอย่างที่ 1.....	14
4.1.2. ขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับ ของตัวอย่างที่ 1.....	24
4.2. ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันและเครื่องมีอวด ไม่เชิงเส้น.....	32
4.2.1. การระบุแบบจำลองของตัวอย่างที่ 2.....	32
4.2.2. การออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับของตัวอย่างที่ 2.....	33

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.3. ระบบควบคุมแขนกลแข็ง 2 ข้อต่อ.....	40
4.3.1. การระบุแบบจำลองของตัวอย่างที่ 3.	41
4.3.2. การออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับ ของตัวอย่างที่ 3.	60
5. ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ.....	68
รายการอ้างอิง.....	70
ภาคผนวก ก.	73
ก.1. ทฤษฎีฟัซซี.....	73
ก.1.1. ฟัซซีเซต.....	73
ก.1.2. ฟัซซีนัมเบอร์.....	76
ก.1.3. ตรรกะฟัซซี.....	77
ก.2. ซี่งะ โนะ-ฟัซซีอินเฟอเรนซ์ (Sugeno-Fuzzy Inference).....	80
ก.2.1. ซี่งะ โนะ-ฟัซซีอินเฟอเรนซ์ อันดับศูนย์.....	80
ก.2.2. ซี่งะ โนะ-ฟัซซีอินเฟอเรนซ์ อันดับหนึ่ง.....	80
ภาคผนวก ข.	81
ข.1. แบบจำลองฟัซซี ทาคางิ – ซี่งะ โนะ.....	81
ข.2. ตัวฟัซซี.....	85
ข.3. ตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับ.....	87
ข.4. ทฤษฎีแยกส่วน.....	89
ข.5. การออกแบบตัวสังเกตฟัซซีลดอันดับวิธี <i>KJLW</i>	93
ภาคผนวก ค.	97
ค.1. การระบุแบบจำลองของแบบจำลองฟัซซี ทาคางิ – ซี่งะ โนะ.....	97
ค.1.1. การกำหนดจุดทำงานและฟังก์ชันภาวะสมาชิก.....	97
ค.1.2. สร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์.....	97
ค.1.3. การปรับปรุง พารามิเตอร์ ด้วยวิธี เกรเดียน.....	98
ค.2. พิสูจน์ทฤษฎีบท.....	99
ประวัติผู้เขียน.....	103

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1. ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองพีชชีทาคาง-ซีเงะ โนะะ และตัวควบคุมพีดีซี	15
ตารางที่ 4.2. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีลคอันดับตามวิธีที่นำเสนอวิธีที่ 2	24
ตารางที่ 4.3. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีลคอันดับวิธี <i>KJLW</i>	25
ตารางที่ 4.4. ค่าพารามิเตอร์ของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับ ตัวสังเกตพีชชีลคอันดับวิธี <i>KJLW</i>	26
ตารางที่ 4.5. ค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณขาออกพีชชี ในตัวอย่างที่ 2	32
ตารางที่ 4.6. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีลคอันดับตามวิธีที่นำเสนอวิธีที่ 1	33
ตารางที่ 4.7. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ	34
ตารางที่ 4.8. แสดงค่าอัตราขยายตัวสังเกตของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ	35



สถาบันวิทยบริการ
วลงกรณ์มหาวิทาลัย

สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1. แผนภาพระบบควบคุมวงปิด 3

รูปที่ 2.2. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ 4

รูปที่ 2.3. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการดูเข้าของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ 5

รูปที่ 3.1. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ 7

รูปที่ 3.2. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. 9

รูปที่ 3.3. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. 11

รูปที่ 3.4. แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ 12

ตัวอย่างที่ 1.

รูปที่ 4.1. ระบบควบคุมลูกค้อนผกผัน 13

รูปที่ 4.2. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของแบบจำลอง 14

ก. แสดงพื้นผิวของแบบจำลองไม่เชิงเส้นในตัวอย่างที่ 1.

รูปที่ 4ก.1. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 16

รูปที่ 4ก.2. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 17

รูปที่ 4ก.3. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 18

รูปที่ 4ก.4. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 19

รูปที่ 4ก.5. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 20

รูปที่ 4ก.6. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 21

รูปที่ 4ก.7. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, n ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 22

รูปที่ 4ก.8. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, n ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 23

ข. แสดงพื้นผิวของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะในตัวอย่างที่ 1.

รูปที่ 4ข.1. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 16

รูปที่ 4ข.2. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 17

รูปที่ 4ข.3. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 18

รูปที่ 4ข.4. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 19

รูปที่ 4ข.5. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 20

รูปที่ 4ข.6. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 21

รูปที่ 4ข.7. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, n ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 22

รูปที่ 4ข.8. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, n ของแบบจำลองพีชชีทาคาลิจีเระ โนะ 23

รูปที่ 4.3-4.4. ป้อนกลับด้วยค่าตัวแปรสถานะจริง 27

รูปที่ 4.5-4.6. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. 28

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.7-4.8. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ $KJLW$ 29

รูปที่ 4.9-4.10. เปรียบเทียบการป้อนกลับด้วยตัวสังเกตลดอันดับทั้ง 2 วิธี 30

รูปที่ 4.11. ตัวประมาณค่า x_2 ที่ออกจากตัวคอนเวอร์เตอร์ของวิธี $KJLW$ 31

รูปที่ 4.12. ตัวประมาณค่า x_4 ที่ออกจากตัวคอนเวอร์เตอร์ของวิธี $KJLW$ 31

ตัวอย่างที่ 2.

รูปที่ 4.13-4.14. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับใน $[2,3,4]$ 36

รูปที่ 4.15-4.16. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอนี้ 37

รูปที่ 4.17-4.18. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. 38

รูปที่ 4.19-4.20. เปรียบเทียบการป้อนกลับด้วยตัวสังเกตทั้ง 3 วิธี 39

ตัวอย่างที่ 3.

รูปที่ 4.21. ภาพค่านบนของระบบควบคุมแขนกล 2 แขน 40

รูปที่ 4.22. ขอบเขตที่เข้าถึงได้ของระบบควบคุมแขนกล 2 แขน 41

ก. แสดงพื้นผิวของแบบจำลองไม่เชิงเส้นในตัวอย่างที่ 3.

รูปที่ 4ก.9. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 42

รูปที่ 4ก.10. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 43

รูปที่ 4ก.11. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 44

รูปที่ 4ก.12. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 45

รูปที่ 4ก.13. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 46

รูปที่ 4ก.14. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 47

รูปที่ 4ก.15. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 48

รูปที่ 4ก.16. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 49

รูปที่ 4ก.17. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 50

รูปที่ 4ก.18. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 51

รูปที่ 4ก.19. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 52

รูปที่ 4ก.20. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 53

รูปที่ 4ก.21. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 54

รูปที่ 4ก.22. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 55

รูปที่ 4ก.23. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 56

รูปที่ 4ก.24. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 57

รูปที่ 4ก.25. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 58

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4ก.26. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น 59

ข. แสดงพื้นผิวของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะในตัวอย่างที่ 3.

รูปที่ 4ก.9. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 42

รูปที่ 4ก.10. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 43

รูปที่ 4ก.11. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 44

รูปที่ 4ก.12. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 45

รูปที่ 4ก.13. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 46

รูปที่ 4ก.14. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 47

รูปที่ 4ก.15. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 48

รูปที่ 4ก.16. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 49

รูปที่ 4ก.17. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 50

รูปที่ 4ก.18. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 51

รูปที่ 4ก.19. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 52

รูปที่ 4ก.20. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 53

รูปที่ 4ก.21. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_3, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 54

รูปที่ 4ก.22. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 55

รูปที่ 4ก.23. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 56

รูปที่ 4ก.24. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 57

รูปที่ 4ก.25. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 58

รูปที่ 4ก.26. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลองฟิซซีทาคาจิ-ซึเงะ โนะะ 59

รูปที่ 4.23. แผนผังระบบควบคุมวงปิดของระบบแกนกล 2 แขน 60

รูปที่ 4.24. เป้าหมายการควบคุม 60

รูปที่ 4.25. การหามุมของข้อต่อ 60

รูปที่ 4.26. แสดงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล เมื่อป้อนกลับด้วยตัว PID และตัวฟีดซี 62

รูปที่ 4.27. มุมของข้อต่อที่ 1. เมื่อป้อนกลับด้วยตัว PID และตัวฟีดซี 63

รูปที่ 4.28. มุมของข้อต่อที่ 2. เมื่อป้อนกลับด้วยตัว PID และตัวฟีดซี 63

รูปที่ 4.29. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัว PID 64

รูปที่ 4.30. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัวฟีดซี 64

รูปที่ 4.31. แสดงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล เมื่อใช้ตัวสังเกตฟิซซีลดอันดับทั้ง 2 วิธี 65

รูปที่ 4.32. มุมของข้อต่อที่ 1. เมื่อป้อนกลับด้วยตัวสังเกตฟิซซีลดอันดับทั้ง 2 วิธี 66

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.33. มุมของข้อต่อที่ 2. เมื่อป้อนกลับด้วยตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับทั้ง 2 วิธี	66
รูปที่ 4.34. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับแบบที่ 2.	67
รูปที่ 4.35. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับวิธี $KJLW$	67

ภาคผนวก

รูปที่ ก.1. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของครีฟเซต “Hot”	71
รูปที่ ก.2. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟิซซีเซต “Hot”	72
รูปที่ ก.3. ตัวปฏิบัติการของฟิซซีเซต	74
รูปที่ ก.4. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟิซซีเซต “Equal 2”	75
รูปที่ ก.5. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟิซซีเซต “About 5”	75
รูปที่ ก.6. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟิซซีเซต “About (0,0)”	75
รูปที่ ก.7. ค่าความจริงของ “ (x_1, x_2) is “About(0,0)” ”	77
รูปที่ ก.8. ค่าความจริงของ “ $(x_1$ is “About 0”)and(x_2 is “About 0”) ”	77
รูปที่ ข.1. ประมาณโรงงานด้วยแบบจำลองเชิงเส้น	79
รูปที่ ข.2. ความแม่นยำของการประมาณ โรงงานด้วยแบบจำลองเชิงเส้น	79
รูปที่ ข.3. โครงสร้างของแบบจำลองฟิซซี ทาคางิ-ซึเงะ โนะะ	80
รูปที่ ข.4. แผนภาพของแบบจำลองฟิซซี ทาคางิ-ซึเงะ โนะะ	81
รูปที่ ข.5. แผนภาพของตัวฟีดซี	83
รูปที่ ข.6. เงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดที่ป้อนกลับด้วยตัวฟีดซี	84
รูปที่ ข.7. แผนภาพสำหรับการดูเ้าของตัวสังเกตฟิซซีเต็มอันดับ	85
รูปที่ ข.8. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการดูเ้าของตัวสังเกตฟิซซีเต็มอันดับ	87
รูปที่ ข.9. แผนภาพสำหรับการดูเ้าของตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับวิธี $KJLW$	93
รูปที่ ข.10. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการดูเ้าของตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับวิธี $KJLW$	93
รูปที่ ข.11. แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตฟิซซีลคอันดับวิธี $KJLW$	94
รูปที่ ค.1 ฟังก์ชันภาวะสมาชิก	97
รูปที่ ค.2. สุ่มจุดให้ครอบคลุมขอบเขตทำงานทั้งหมด	97

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

คำย่อ

LMI	Linear Matrix Inequality
แบบจำลองT-S	แบบจำลองฟัซซีทาคากิ-ซีเงะ โนะะ
PDC	Parallel Distributed Compensator
KJLW	Kwangtae Kim, Joogseon Joh, Langari, R., Woohyen Kwon

สัญลักษณ์

\mathcal{R}	เซตของจำนวนจริง
\mathbb{I}^+	เซตของจำนวนเต็มบวก
Image(A)	Image (Range) space ของ A
Ker(A)	Kernel (Null) space ของ A
$\ A\ $	Spectral Norm : $\ A\ = \overline{\sigma}(A)$
$\ x\ $	Norm 2 : $\ x\ ^2 = x^T \cdot x$
I	เมทริกซ์เอกลักษณ์
0	เมทริกซ์ศูนย์
A^{-1}	เมทริกซ์ผกผันของ A
$A^\#$	เมทริกซ์ผกผันทางขวา ของ A : $A \cdot A^\# = A$
A^T	ทรานสโพสต์เมทริกซ์
$\mu_A(x)$	ฟังก์ชันภาวะสมาชิก ของฟัซซีเซต A บนเซต $\{x: x \in U\}$

ตัวแปร

ตัวแปร	ความหมาย	เป็นสมาชิกของ
i, j	ดัชนีชี้ที่จุดทำงาน	\mathbb{I}^+
m	จำนวนสัญญาณขาเข้าของโรงงาน	\mathbb{I}^+
n	อันดับของโรงงาน	\mathbb{I}^+
p	อันดับของตัวสังเกตลดอันดับ	\mathbb{I}^+
q	จำนวนจุดทำงานทั้งหมดที่กำหนดขึ้น	\mathbb{I}^+
r	จำนวนสัญญาณขาออกของโรงงาน	\mathbb{I}^+
μ_i	$\mu_i \equiv \mu_i(z(t))$, ฟังก์ชันภาวะสมาชิกบรรทัดฐาน	[0,1]

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

ตัวแปร	ความหมาย	มิติ
$e(t)$	สัญญาณค่าผิดพลาด, $e(t) = Tx(t) - \hat{z}(t)$	\mathcal{R}^p
$r_{ref}(t)$	ค่าสัญญาณอ้างอิง	\mathcal{R}^m
$u(t)$	สัญญาณขาเข้าของโรงงาน	\mathcal{R}^m
$x(t)$	ตัวแปรสถานะ	\mathcal{R}^n
$\hat{x}(t)$	ค่าสถานะทั้งหมดที่ได้จากการสังเกต	\mathcal{R}^n
\tilde{x}_i	จุดทำงานที่ i	\mathcal{R}^n
$y(t)$	สัญญาณขาออกของโรงงาน	\mathcal{R}^r
$z(t)$	ตัวแปรเหตุ	\mathcal{R}^k
$\hat{z}(t)$	ค่าสถานะบางส่วนที่ได้จากการสังเกต	\mathcal{R}^p
\tilde{z}_i	จุดทำงานที่ i บน $\{z: z \in U\}$	\mathcal{R}^k
A_i	แบบจำลองเชิงเส้น ณ. ขอบเขตทำงานที่ i (ระบบเวลาต่อเนื่อง)	$\mathcal{R}^{n \times n}$
B_i	$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$	$\mathcal{R}^{n \times m}$
C_i	$y(t) = C_i x(t)$	$\mathcal{R}^{r \times n}$
A_i^d	แบบจำลองเชิงเส้น ณ. ขอบเขตทำงานที่ i (ระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง)	$\mathcal{R}^{n \times n}$
B_i^d	$\dot{x}(k+1) = A_i^d x(k) + B_i^d u(k)$	$\mathcal{R}^{n \times m}$
C_i^d	$y(k) = C_i^d x(k)$	$\mathcal{R}^{r \times n}$
\hat{A}_i	ตัวสังเกตสถานะ ณ. ขอบเขตทำงานที่ i	$\mathcal{R}^{p \times p}$
\hat{B}_i	$\dot{\hat{z}}(t) = \hat{A}_i \hat{z}(t) + \hat{B}_i y(t) + TB_i u(t)$	$\mathcal{R}^{p \times r}$
\hat{A}_{0i}	ผลเฉลยเฉพาะ ของเงื่อนไขพอเพียง (2.5)	$\mathcal{R}^{p \times p}$
\hat{B}_{0i}	$\hat{A}_{0i} T + \hat{B}_{0i} C_i = T A_i$	$\mathcal{R}^{p \times r}$
\hat{A}'_{0i}	กำหนดโดย $\hat{A}'_{0i} = [0 \quad A'_{0i}]$	$\mathcal{R}^{p \times (n-r)}$
$\Delta \hat{A}_i$	ผลเฉลยเอกพันธ์ ของเงื่อนไขพอเพียง (2.5)	$\mathcal{R}^{(p-n+r) \times p}$
$\Delta \hat{B}_i$	$\Delta \hat{A}_i T + \Delta \hat{B}_i C_i = 0$	$\mathcal{R}^{(p-n+r) \times r}$
E	เมทริกซ์แปลงเสมือน (Transformation Matrix)	$\mathcal{R}^{n \times n}$
F_i, F_i^d	อัตราขยายป้อนกลับ	$\mathcal{R}^{m \times n}$
G_{ij}	$G_{ij} = A_i + B_i F_j$	$\mathcal{R}^{n \times n}$
H_{ij}	$H_{ij} = A_i + K_i C_j$	$\mathcal{R}^{n \times n}$

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

ตัวแปร	ความหมาย	มิติ
K_i	อัตราขยายตัวสังเกต (ตัวสังเกตเต็มอันดับ)	$\mathcal{R}^{n \times r}$
K_i	อัตราขยายตัวสังเกต (ตัวสังเกตลดอันดับแบบที่ 1.)	$\mathcal{R}^{p \times (p-n+r)}$
K	อัตราขยายตัวสังเกต (ตัวสังเกตลดอันดับแบบที่ 2.)	$\mathcal{R}^{(n-r) \times r}$
K_i	อัตราขยายตัวสังเกต (ตัวสังเกตลดอันดับวิธี $KJLW$)	$\mathcal{R}^{(n-r) \times r}$
L_{1i}	เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อนกับตัวสังเกต	$\mathcal{R}^{(p-n+r) \times (n-r)}$
L_{2i}	เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อนกับสัญญาณขาออก	$\mathcal{R}^{(p-n+r) \times r}$
M_i	เมทริกซ์สัญญาณควบคุม	$\mathcal{R}^{m \times p}$
N_i	$u(t) = M_i \cdot \hat{z}(t) + N_i \cdot y(t)$	$\mathcal{R}^{m \times r}$
\tilde{M}	ดูหน้า 10.	$\mathcal{R}^{r \times p}$
\tilde{N}	ดูหน้า 10.	$\mathcal{R}^{r \times r}$
P	เลียปูนอฟเมทริกซ์, $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$	$\mathcal{R}^{n \times n}$
\hat{P}	เลียปูนอฟเมทริกซ์, $\tilde{V}(e(t)) = e^T(t)\hat{P}e(t)$	$\mathcal{R}^{p \times p}$
T	เมทริกซ์สังเกตสถานะบางส่วน $Tx(t)$	$\mathcal{R}^{p \times n}$
\tilde{T}	เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อน	$\mathcal{R}^{(p-n+r) \times n}$
T'	เมทริกซ์สังเกตสถานะเต็มเต็ม	$\mathcal{R}^{(n-r) \times n}$
U	เมทริกซ์คอนเวอร์เตอร์	$\mathcal{R}^{n \times p}$
V	$\hat{x}(t) = U \cdot \hat{z}(t) + V \cdot y(t)$	$\mathcal{R}^{n \times r}$

บทที่ 1.

บทนำ

1.1. แนวเหตุผลและงานวิจัยที่ผ่านมา

ปัจจุบันมีการนำตรรกะฟัซซีมาใช้ในระบบควบคุมกันมากขึ้น ส่วนมากนำมาใช้กับระบบควบคุมที่มีโครงสร้างที่ซับซ้อนและมีลักษณะไม่เชิงเส้น โดยอาศัย ความรู้ ประสบการณ์ และ ความรู้สึกของผู้ปฏิบัติการมาใช้ในการออกแบบระบบควบคุม ดังนั้นผลที่ได้ย่อมแตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับตัวผู้ปฏิบัติการ ในปี ค.ศ. 1985 *T. Takagi* และ *M. Sugeno* (TS) นำความรู้ทางตรรกะฟัซซีมาจำลองโรงงานไม่เชิงเส้นให้เป็นแบบจำลองเชิงเส้น โดยเรียกแบบจำลองที่นำเสนอว่า "แบบจำลองฟัซซีทาคางิ – ซึเงะ โนะะ" (แบบจำลอง T-S) ซึ่งมีรายละเอียดอยู่ใน ภาคผนวก ข. ปี ค.ศ. 1998 *Xiao-Jun Ma, Zeng-Qi Sun* และ *Yan-Yan He* (XZY) [4] นำแบบจำลอง T-S ไปใช้กับระบบควบคุมลูกตุ้มผกผัน ผลที่ได้จากการควบคุมเป็นที่น่าพอใจ ปี ค.ศ. 1999 *Young-Wan Cho, Eung-Sun Kim, Ki-Chul Lee* และ *Mignon Park* [6] นำแบบจำลอง T-S ไปใช้กับระบบควบคุมแบบตามรอยของระบบแขนกล 2 แขน โดยเสนอตัวควบคุม Direct Model Reference Adaptive Fuzzy Control (DRAFC) ซึ่งพัฒนามาจากตัวฟัซซี (เป็นตัวควบคุมสำหรับแบบจำลองฟัซซี T-S, ดูภาคผนวก ข.) ผลการควบคุมที่ได้สามารถตามรอยได้เป็นที่น่าพอใจ

ตัวควบคุมสำหรับแบบจำลอง T-S จำเป็นต้องใช้ตัวแปรสถานะทั้งหมดป้อนกลับ ในกรณีที่แบบจำลอง T-S ไม่สามารถวัดค่าสถานะได้ทั้งหมด จำเป็นต้องใช้ตัวสังเกตเพื่อสังเกตค่าตัวแปรสถานะ ในงานวิจัย [2,3,4] นำเสนอตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว ในปี ค.ศ. 1997 *K. Tanaka* และ *H. O. Wang* [3] นำเสนอตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับสำหรับระบบเวลาต่อเนื่อง ในปีเดียวกัน *A. Jadbabaie, A. Titli* และ *M. Jamshidi* [2] นำเสนอตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับสำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ปี ค.ศ. 1998 XZY [4] ได้พิสูจน์ว่าตัวควบคุม และตัวสังเกตสำหรับแบบจำลอง T-S สามารถออกแบบทีละส่วนแยกจากกันได้ (ทฤษฎีแยกส่วน, ดูภาคผนวก ข.)

ในปี 1999 *Kwangtae Kim, Joogseon Joh, Langari, R* และ *Woohyen Kwon* (KJLW) [11] นำเสนอวิธีออกแบบตัวสังเกตฟัซซีลดอันดับ ซึ่งใช้เวลาการคำนวณในการออกแบบน้อย เมื่อเทียบกับการออกแบบด้วยตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับ แต่วิธีที่นำเสนอสามารถออกแบบได้ในกรณีที่สัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะเท่านั้น ไม่สามารถออกแบบได้กับโรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ

งานวิจัยนี้ศึกษาและพัฒนาวิธีการออกแบบตัวสังเกตฟัซซีแบบเต็มอันดับ และลดอันดับ สำหรับการออกแบบตัวสังเกตฟัซซีเต็มอันดับ ได้ปรับปรุงให้ปริมาณงานและเวลาที่ใช้ในการคำนวณน้อยลง ส่วนการออกแบบตัวสังเกตฟัซซีลดอันดับ ได้ขยายขอบเขตการออกแบบให้สามารถออกแบบได้ทั้งกรณีที่สัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ

และกรณีที่สัญญาณขาออกของโรงงานเป็นไม่พียงค์ชั้นเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ วิธีการออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่นำเสนอใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่ามาก เมื่อเปรียบเทียบกับการออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับด้วยวิธีของ *KJLW* นอกจากนี้ตัวคอนเวอร์เตอร์ (เป็นตัวที่รับสัญญาณขาออกจากตัวสังเกตและสัญญาณขาออกของโรงงาน โดยนำสัญญาณที่ได้ส่งต่อไปให้กับตัวควบคุม ในรูปของตัวแปรสถานะทั้งหมด) มีความแม่นยำมากเมื่อเทียบกับตัวคอนเวอร์เตอร์ที่ได้จากวิธีของ *KJLW*

1.2. ขั้นตอนการดำเนินการ

1. ศึกษาทฤษฎีของแบบจำลอง T-S และเงื่อนไขเสถียรภาพ
2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมพีชชี และตัวสังเกตพีชชีแบบเต็มอันดับ
3. ศึกษาการออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW*
4. นำเสนอวิธีออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ ของงานวิจัยนี้
5. ประยุกต์ตัวสังเกตลดอันดับ กับระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันและระบบควบคุมแขนกล 2 แขน โดยจำลองผลการควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์ และเปรียบเทียบผลกับของวิธี *KJLW*

1.3. ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

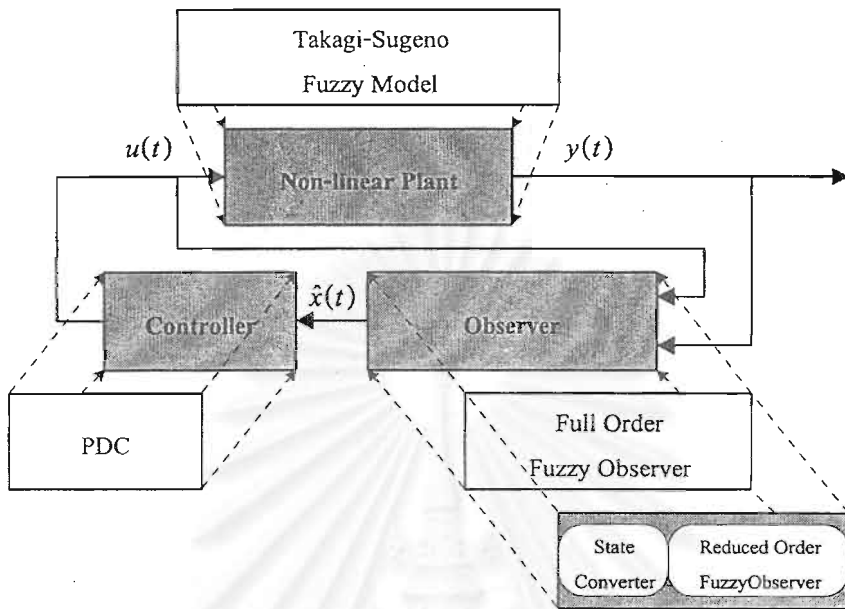
1. ออกแบบตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับกับระบบควบคุมไม่เชิงเส้น และจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์
2. ออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับกับระบบควบคุมไม่เชิงเส้น และจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์
3. นำตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่ได้ออกแบบ ไปใช้งานในระบบควบคุมไม่เชิงเส้น พร้อมทั้งตรวจสอบการทำงานด้วยการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์

1.4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถลดเวลาและปริมาณงานในการออกแบบตัวสังเกตเต็มอันดับได้ค่อนข้างมาก นอกจากนี้ยังสามารถขยายขอบเขตวิธีออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับให้ใช้ได้กับโรงงานซึ่งมีสัญญาณขาออกเป็นพียงค์ชั้นไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะได้

บทที่ 2.

โครงสร้างของตัวสังเกตฟuzzyลดอันดับและเงื่อนไขพอเพียง



รูปที่ 2.1. แผนภาพระบบควบคุมวงปิด

รูปที่ 2.1 แสดงระบบควบคุมวงปิดซึ่งประกอบด้วยแบบจำลองฟuzzy ทาคางิ-ซึเงะ โนะ (T-S) ใช้เป็นตัวแทนโรงงานไม่เชิงเส้นในการออกแบบตัวควบคุมและตัวสังเกต ตัวควบคุมสำหรับแบบจำลอง T-S คือตัวพีดีซี และตัวสังเกตฟuzzy สำหรับแบบจำลอง T-S จะมีทั้งแบบเต็มอันดับและลดอันดับ พบว่าเมื่อใช้ตัวสังเกตฟuzzy แบบลดอันดับ จะต้องมีตัวคอนเวอร์เตอร์เพื่อแปลงค่าสถานะบางส่วนที่ได้จากตัวสังเกตฟuzzy ลดอันดับ ไปเป็นค่าสถานะทั้งหมด เพื่อใช้ในการป้อนกลับต่อไป

ในที่นี้ ขอกล่าวถึงขั้นตอนในการออกแบบตัวสังเกตฟuzzy ลดอันดับเท่านั้น ส่วนรายละเอียดเกี่ยวกับแบบจำลอง T-S, ตัวพีดีซี, ตัวสังเกตฟuzzy เต็มอันดับ และตัวสังเกตฟuzzy ลดอันดับวิธีของ KLW อยู่ในภาคผนวก ก. และภาคผนวก ข.

2.1. โครงสร้างของตัวสังเกตฟuzzyลดอันดับ

สร้างตัวแปร $z(t)$ ในการสังเกต $Tx(t)$ ซึ่งเป็นตัวแปรสถานะเพียงบางส่วน โดยกำหนดให้ T คงที่ในทุกๆบริเวณทำงาน เพื่อที่ว่าตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับวิธีที่นำเสนอนี้คงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามบริเวณทำงานที่เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา (ซึ่งต่างกับวิธีของ KLW ที่ไม่บังคับในจุดนี้)

ตัวสังเกตฟuzzyลดอันดับสำหรับแบบจำลอง T-S มีลักษณะดังนี้

กฎข้อที่ i ของตัวสังเกตลดอันดับ

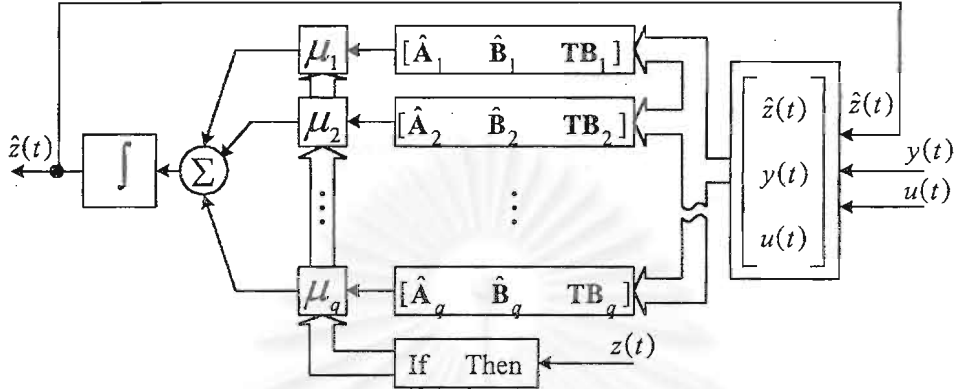
If $(z_1(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i1})$ and $(z_2(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i2})$ and...and $(z_k(t) \text{ is About } \tilde{z}_{ik})$

$$\text{then } \dot{z}(t) = \hat{A}_i z(t) + \hat{B}_i y(t) + T B_i u(t), \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2.1)$$

ผลสรุปของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับมีลักษณะดังนี้

$$\dot{\hat{z}}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i (\hat{A}_i \hat{z}(t) + \hat{B}_i y(t) + \mathbf{T} \mathbf{B}_i u(t)) \quad (2.2)$$

รูปแบบทั่วไปของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่นำเสนอมีลักษณะดังรูปที่ 2.2.



รูปที่ 2.2. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้

2.2. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการลู่เข้าของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ

ถ้าค่า $\hat{z}(t)$ ลู่เข้าสู่ค่า $\mathbf{T}x(t)$ แล้ว ค่าของ $e(t) = \mathbf{T}x(t) - \hat{z}(t)$ ต้องลู่เข้าสู่ค่าศูนย์

$$\dot{e}(t) = \mathbf{T}\dot{x}(t) - \dot{\hat{z}}(t)$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{T} \left(\sum_{i=1}^q \mu_i (\mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i u(t)) \right) - \left(\sum_{i=1}^q \mu_i (\hat{A}_i \hat{z}(t) + \hat{B}_i y(t) + \mathbf{T} \mathbf{B}_i u(t)) \right) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i (\mathbf{T} \mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{T} \mathbf{B}_i u(t) - \hat{A}_i \hat{z}(t) - \hat{B}_i y(t) - \mathbf{T} \mathbf{B}_i u(t)) \text{ แทน } \hat{z}(t) \text{ ด้วย } (e(t) - \mathbf{T}x(t)) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i (\hat{A}_i e(t) + (\mathbf{T} \mathbf{A}_i - \hat{A}_i \mathbf{T} - \hat{B}_i \mathbf{C}_i) x(t)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ถ้าบังคับให้ในวงเล็บหลังของสมการ (2.3) เป็นศูนย์ในทุกๆบริเวณทำงานจะได้ว่า

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i \hat{A}_i e(t) \quad (2.4)$$

เงื่อนไขพอเพียงที่ทำให้ (2.4) ลู่เข้าสู่ศูนย์คือ ถ้าสามารถหาเมทริกซ์ร่วม $\hat{\mathbf{P}}$ ที่ทำให้

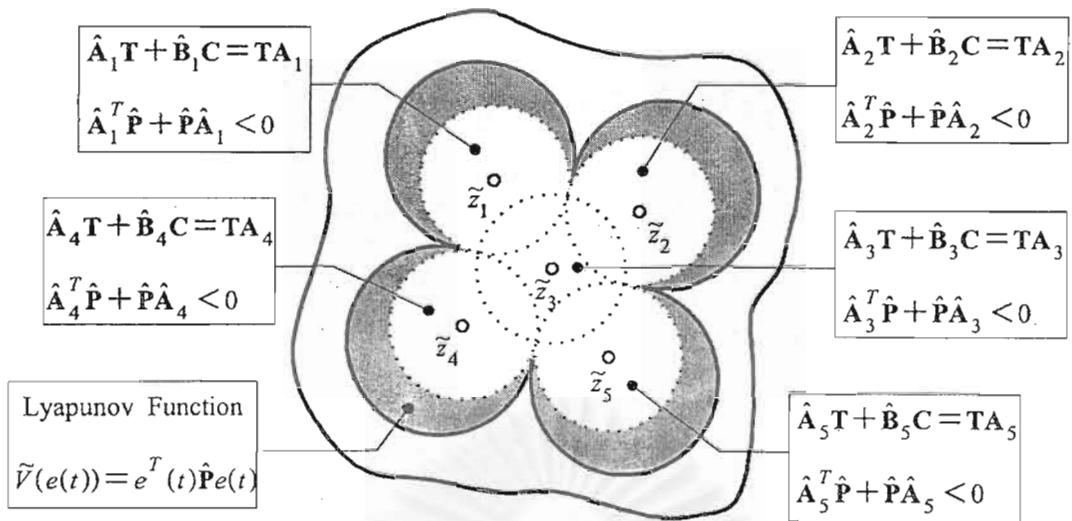
$$\hat{\mathbf{A}}_i^T \hat{\mathbf{P}} + \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{A}}_i < 0 \text{ ได้ในทุกๆบริเวณทำงาน}$$

สรุปเงื่อนไขพอเพียงสำหรับการลู่เข้าของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับคือ

$$(1) \hat{\mathbf{A}}_i \mathbf{T} + \hat{\mathbf{B}}_i \mathbf{C}_i = \mathbf{T} \mathbf{A}_i, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2.5)$$

$$(2) \text{ มี } \hat{\mathbf{P}} > 0 \text{ ที่ทำให้ } \hat{\mathbf{A}}_i^T \hat{\mathbf{P}} + \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{A}}_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2.6)$$

พิจารณาเงื่อนไขพอเพียงสมการ (2.6) ต้องการให้ $\hat{\mathbf{A}}_i$ ในแต่ละบริเวณทำงานมีเสถียรภาพ (ภายใต้การมีเสถียรภาพฟังก์ชันร่วม) ก็เพียงพอแล้ว ดังแสดงในรูปที่ 2.3.



รูปที่ 2.3. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการลู่อเข้าของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ

บทที่ 3.

การออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ

จากบทที่ 2 พบว่าวิธีออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ ต้องหาค่า T , \hat{A}_i และ \hat{B}_i ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขพอเพียง (2.5) และ (2.6) จุดมุ่งหมายของวิธีออกแบบคือ พยายามหาค่าของ T ที่ทำให้ค่า \hat{A}_i (จากการแก้สมการ (2.5) คือ $\hat{A}_i T + \hat{B}_i C_i = T A_i, i=1,2,\dots,q$) สอดคล้องกับเงื่อนไขพอเพียง (2.6)

วิธีออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ แบ่งเป็น (1) กรณีที่ตัวสังเกตมีอันดับมากกว่า $(n-r)$ และ (2) กรณีที่ตัวสังเกตมีอันดับเท่ากับ $(n-r)$ ดังนี้

3.1. การออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ ในกรณีที่อันดับของตัวสังเกตมากกว่า $(n-r)$

มิติของ T คือ $p \times n$ เมื่อ p คืออันดับของตัวสังเกต ในกรณีนี้กำหนดให้ค่า $p > (n-r)$ จากสมการ (2.5) พบว่าความสัมพันธ์ระหว่าง T กับ \hat{A}_i เป็นแบบ *หนึ่งต่อจำนวนมาก* จึงเป็นไปได้ที่กำหนดค่า T ก่อนแล้วปรับแต่งค่า \hat{A}_i ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขพอเพียง (2.6) ได้

วิธีทำ จากเงื่อนไขพอเพียง (2.5) จัดรูปใหม่ ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C_i \end{bmatrix} = T A_i, \quad i=1,2,\dots,q$$

จะมีผลเฉลยเฉพาะ (Particular Solution) ที่ทำให้

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_{0i} & \hat{B}_{0i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C_i \end{bmatrix} = T A_i, \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.1)$$

แต่ \hat{A}_{0i} ที่ได้ ถ้ายังไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขพอเพียง (2.6) ก็จะมีผลเฉลยเอกพันธ์

(Homogenous Solution) ที่ทำให้

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{A}_i & \Delta \hat{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C_i \end{bmatrix} = 0, \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.2)$$

จะได้ผลเฉลยบริบูรณ์ (Complete Solution) คือ

$$\begin{bmatrix} (\hat{A}_{0i} + K_i \Delta \hat{A}_i) & (\hat{B}_{0i} + K_i \Delta \hat{B}_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C_i \end{bmatrix} = T A_i, \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.3)$$

โดยที่ K_i คือ เมทริกซ์อัตราขยายตัวสังเกต

สามารถปรับแต่ง K_i ที่ทำให้ $\hat{A}_{0i} + K_i \Delta \hat{A}_i$ ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขพอเพียง (2.6) คือหาเมทริกซ์ร่วม $\hat{P} > 0$ และ $(\hat{A}_{0i} + K_i \Delta \hat{A}_i)^T \hat{P} + \hat{P}(\hat{A}_{0i} + K_i \Delta \hat{A}_i) < 0, i=1,2,\dots,q$ ได้ และพบว่าวิธีนี้สามารถดัดแปลงให้เป็นวิธีออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับได้ดังนี้

3.1.1. ตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับ

เป็นรูปแบบเฉพาะอย่างหนึ่ง เมื่อกำหนดให้ $T=I$

$$\text{จากผลเฉลยเฉพาะ (3.1) } \begin{bmatrix} \hat{A}_{0i} & \hat{B}_{0i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix} = A_i, \quad i=1,2,\dots,q$$

มีคำตอบตัวหนึ่งคือ $\hat{A}_{0i} = A_i$ และ $\hat{B}_{0i} = 0$

$$\text{จากผลเฉลยเอกพันธ์ (3.2) } \begin{bmatrix} \Delta \hat{A}_i & \Delta \hat{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix} = 0, \quad i=1,2,\dots,q$$

มีคำตอบคือ $\Delta \hat{A}_i = C_i$ และ $\Delta \hat{B}_i = -I$

$$\text{ผลเฉลยปริบูรณ์คือ } \begin{bmatrix} (A_i + K_i C_i) & -K_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ C_i \end{bmatrix} = A_i, \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.4)$$

$$\text{จะได้ว่า } \hat{A}_i = (A_i + K_i C_i), \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.5)$$

$$\hat{B}_i = -K_i, \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.6)$$

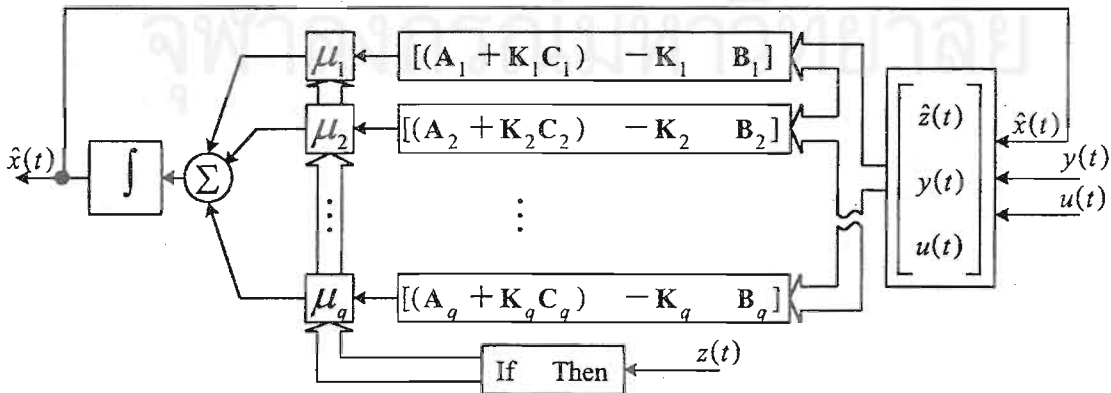
สรุป การออกแบบตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับที่น่าเสนอนี้ ทำได้โดยแก้อสมการเมทริกซ์เพื่อหาค่าของ $\hat{P}, K_1, K_2, \dots, K_q$ จำนวน $q+1$ อสมการดังต่อไปนี้

- 1) $\hat{P} > 0$
- 2) $(A_1 + K_1 C_1)^T \hat{P} + \hat{P} (A_1 + K_1 C_1) + a \cdot \hat{P} < 0$
- 3) $(A_2 + K_2 C_2)^T \hat{P} + \hat{P} (A_2 + K_2 C_2) + a \cdot \hat{P} < 0$
- ...
- q+1) $(A_q + K_q C_q)^T \hat{P} + \hat{P} (A_q + K_q C_q) + a \cdot \hat{P} < 0$

เมื่อ $a \in \mathcal{R}$ คือ ค่าที่ใช้กำหนดอัตราเร็วการลู่เข้าของตัวสังเกต

เห็นว่าวิธีนี้ใช้เวลาคำนวณน้อยกว่าวิธีออกแบบตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับใน [2,3,4] เพราะจำนวนของอสมการเมทริกซ์ที่ต้องแก้ มีจำนวนน้อยกว่ามาก.

แผนภาพของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับที่น่าเสนอในงานวิจัยนี้ แสดงดังรูป 3.1.



รูปที่ 3.1. แผนภาพของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับ

3.1.2. ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับ แบบที่ 1.

วิธีนี้ใช้ในกรณีที่สัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ โดยที่อันดับของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับถูกกำหนดจาก ผลรวมของจำนวนของตัวแปรสถานะที่วัดไม่ได้ $(n - r)$ กับจำนวนของสัญญาณขาออกที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ (ดูตัวอย่างที่ 2 บทที่ 4.)

$$\text{กำหนดให้ } T = \begin{bmatrix} \tilde{T} \\ T' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1i}T' + L_{2i}C_i \\ T' \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

เมื่อ T' คือ เมทริกซ์สังเกตสถานะเต็มเต็ม โดยที่ $\begin{bmatrix} T' \\ C_i \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์จัตุรัสเต็มลำดับชั้น

\tilde{T} คือ เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อน โดยกำหนดให้ $\tilde{T}x(t)$ คือตัวแปรสถานะที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของสัญญาณขาออก

L_{1i} คือ เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อนกับตัวสังเกต

L_{2i} คือ เมทริกซ์สังเกตสถานะซ้ำซ้อนกับสัญญาณขาออก

วิธีนี้บังคับให้ $\text{Ker}(L_{2i}) \cap \text{Image}(C_i) = \{0\}$ (ดูภาคผนวก ค.) ซึ่งมีความหมายว่า ตัวแปรสถานะที่สังเกตซ้ำซ้อน นั้นต้องมีข้อมูลของสัญญาณขาออกเป็นส่วนประกอบด้วย แต่สำหรับการออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธีนี้ ตัวแปรสถานะที่สังเกตซ้ำซ้อนนั้นถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรสถานะที่ได้จากการวัดจากเครื่องมือวัดไม่เชิงเส้น ซึ่งปฏิบัติตามเงื่อนไขโดยปริยาย

กำหนดให้ $\hat{A}_{0i} = [0 \quad \hat{A}'_{0i}]$ จากผลเฉลยเฉพาะ (3.1) ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 0 & \hat{A}'_{0i} & \hat{B}_{0i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{1i}T' + L_{2i}C_i \\ T' \\ C_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1i}T' + L_{2i}C_i \\ T' \end{bmatrix} A_i$$

$$\text{ซึ่งได้ว่า } \begin{bmatrix} \hat{A}'_{0i} & \hat{B}_{0i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1i} & L_{2i} \\ I & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} T' \\ C_i \end{bmatrix} A_i \begin{bmatrix} T' \\ C_i \end{bmatrix}^{-1} \right)$$

$$\text{กำหนดให้ } \begin{bmatrix} T_i'^{\#} & C_i^{\#} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T' \\ C_i \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\text{จะได้ } \hat{A}_{0i} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{T}A_i T_i'^{\#} \\ 0 & T'A_i T_i'^{\#} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & TA_i T_i'^{\#} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\text{และ } \hat{B}_{0i} = \begin{bmatrix} \tilde{T}A_i C_i^{\#} \\ T'A_i C_i^{\#} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TA_i C_i^{\#} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

กำหนดให้ $\Delta\hat{A}_i = [\Delta\hat{A}_{1i} \quad \Delta\hat{A}_{2i}]$ จากผลเฉลยเอกพันธ์ (3.2) ได้ว่า

$$\begin{aligned} \Delta\hat{A}_{1i}(L_{1i}T' + L_{2i}C_i) + \Delta\hat{A}_{2i}T' + \Delta\hat{B}_iC_i &= 0 \\ (\Delta\hat{A}_{1i}L_{1i} + \Delta\hat{A}_{2i})T' + (\Delta\hat{A}_{1i}L_{2i} + \Delta\hat{B}_i)C_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

สามารถหาผลเฉลยของสมการ (3.10) โดยกำหนดให้ในวงเล็บทั้งสองมีค่าเป็นศูนย์

$$\text{และถ้ากำหนดให้ } \Delta\hat{A}_{1i} = I \text{ จะได้ } \Delta\hat{A}_i = [I \quad -L_{1i}] \quad (3.11)$$

$$\text{และ} \quad \Delta\hat{B}_i = -L_{2i} \quad (3.12)$$

$$\text{จะได้ว่า } \hat{A}_i = ([0 \quad TA_iT_i'^{\#}] + K_i[I \quad -L_{1i}]), i=1,2,\dots,q \quad (3.13)$$

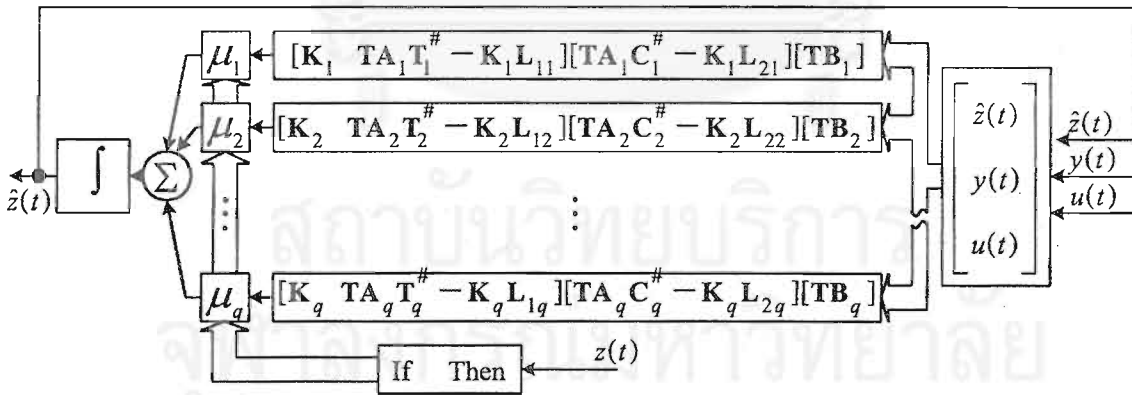
$$\hat{B}_i = (TA_iC_i^{\#} - K_iL_{2i}), \quad i=1,2,\dots,q \quad (3.14)$$

สรุปการออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 1. นี้ ทำได้โดยแก้สมการเมทริกซ์เพื่อหาค่าของ $\hat{P}, K_1, K_2, \dots, K_q$ จำนวน $q+1$ สมการดังต่อไปนี้

- 1) $\hat{P} > 0$
- 2) $([0 \quad TA_1T_1'^{\#}] + K_1[I \quad -L_{11}])^T \hat{P} + \hat{P}([0 \quad TA_1T_1'^{\#}] + K_1[I \quad -L_{11}]) + a \cdot \hat{P} < 0$
- 3) $([0 \quad TA_2T_2'^{\#}] + K_2[I \quad -L_{12}])^T \hat{P} + \hat{P}([0 \quad TA_2T_2'^{\#}] + K_2[I \quad -L_{12}]) + a \cdot \hat{P} < 0$
- ...
- $q+1)$ $([0 \quad TA_qT_q'^{\#}] + K_q[I \quad -L_{1q}])^T \hat{P} + \hat{P}([0 \quad TA_qT_q'^{\#}] + K_q[I \quad -L_{1q}]) + a \cdot \hat{P} < 0$

เมื่อ $a \in \mathcal{R}$ คือ ค่าที่ใช้กำหนดอัตราเร็วการลู่เข้าของตัวสังเกต

แผนภาพของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 1. แสดงได้ดังรูป 3.2.



รูปที่ 3.2 แผนภาพของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 1.

เห็นว่าการออกแบบตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธีนี้ สามารถใช้ได้กับโรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นได้ด้วย ซึ่งวิธี $KJLW$ ไม่สามารถทำได้

3.2. การออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ ในกรณีที่อันดับของตัวสังเกตเท่ากับ $(n-r)$

(ตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.)

วิธีนี้ใช้ได้ ในกรณีที่สัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะเท่านั้น โดยกำหนดให้อันดับของตัวสังเกตเท่ากับ $(n-r)$ จากเงื่อนไขพอเพียง (2.5) เห็นว่าวิธีนี้ T กับ \hat{A}_i มีความสัมพันธ์กันแบบ หนึ่งต่อหนึ่ง เพราะฉะนั้นการปรับแต่ง \hat{A}_i ให้สอดคล้องกับ (2.6) เนื่องมาจากการปรับแต่งค่า T นั่นเอง

วิธีทำ เลือกค่า T เริ่มต้นที่ทำให้ เมทริกซ์ $\begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix}$ เป็นเมทริกซ์เต็มลำดับชั้น

$$\text{กำหนดให้} \quad \begin{bmatrix} T^\# & C^\# \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix}^{-1}$$

แต่ค่า T ที่เลือกอาจทำให้เมทริกซ์ \hat{A}_i ไม่สอดคล้อง (2.6) แก้ไขได้โดยปรับแต่ง T ให้เป็น $T + KC$ เมื่อ K คือ เมทริกซ์อัตราขยายตัวสังเกต

จากเงื่อนไขพอเพียง (2.5) คือ

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T+KC \\ C \end{bmatrix} = (T+KC)A_i$$

เพิ่มตัวแปร \tilde{M} และ \tilde{N} เพื่อให้กลายเป็นเมทริกซ์จัตุรัสทั้งหมดดังนี้

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \\ \tilde{M} & \tilde{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T+KC \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T+KC \\ C \end{bmatrix} A_i$$

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \\ \tilde{M} & \tilde{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & K \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & K \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} A_i \quad \text{ได้ว่า}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i \\ \tilde{M} & \tilde{N} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I & K \\ 0 & I \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} A_i \quad \begin{bmatrix} T^\# & C^\# \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} I & -K \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I & K \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TA_i T^\# & TA_i C^\# \\ CA_i T^\# & CA_i C^\# \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -K \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (TA_i T^\# + KCA_i T^\#) & (TA_i C^\# - TA_i T^\# K + KCA_i C^\# - KCA_i T^\# K) \\ CA_i T^\# & (CA_i C^\# - CA_i T^\# K) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{ซึ่งจะได้ว่า} \quad \hat{A}_i = TA_i T^\# + KCA_i T^\# \quad , i=1,2,\dots,q \quad (3.14)$$

$$\hat{B}_i = (T + KC)A_i (C^\# - T^\# K) \quad , i=1,2,\dots,q \quad (3.15)$$

วิธีออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. นี้ กำหนดให้ เมทริกซ์อัตราขยายตัวสังเกต (K) คงที่ตลอดทุกๆบริเวณทำงาน และตัวสังเกต ($\hat{z}(t)$) วิธีนี้จะเข้าสู่ค่า $(T + KC)x(t)$ แทน

สรุป การออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. ทำได้โดยแก้สมการเมทริกซ์เพื่อหาค่าของ \hat{P} และ K จำนวน $q+1$ อสมการดังต่อไปนี้

$$1) \quad \hat{P} > 0$$

$$2) \quad (TA_1T^\# + KCA_1T^\#)^T \hat{P} + \hat{P}(TA_1T^\# + KCA_1T^\#) + a \cdot \hat{P} < 0$$

$$3) \quad (TA_2T^\# + KCA_2T^\#)^T \hat{P} + \hat{P}(TA_2T^\# + KCA_2T^\#) + a \cdot \hat{P} < 0$$

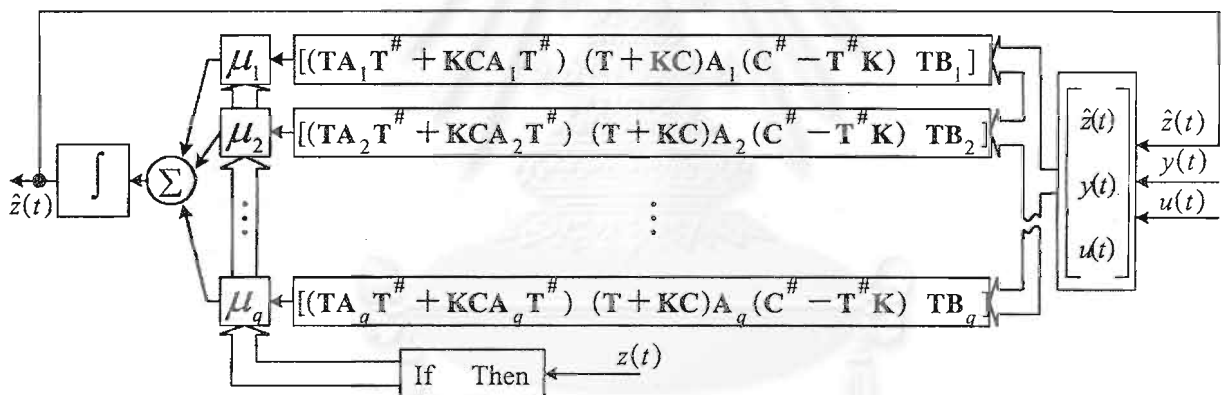
$$\vdots$$

$$q+1) \quad (TA_qT^\# + KCA_qT^\#)^T \hat{P} + \hat{P}(TA_qT^\# + KCA_qT^\#) + a \cdot \hat{P} < 0$$

เมื่อ $a \in \mathcal{R}$ คือ ค่าที่ใช้กำหนดอัตราเร็วการลู่เข้าของตัวสังเกต

เมื่อเปรียบเทียบกับ การออกแบบวิธี $KJLW$ เห็นว่ามีจำนวนอสมการที่ต้องแก้จำนวนเท่ากัน ($q+1$ อสมการ) แต่วิธี $KJLW$ ต้องหาค่าของ $\hat{P}, K_1, K_2, \dots, K_q$ ซึ่งมีจำนวนมากกว่าทำให้ต้องใช้เวลาในการออกแบบมากกว่า และจะเห็นความแตกต่างเรื่องเวลาที่ใช้ในการออกแบบ กันชัดเจน เมื่อกำหนดให้แบบจำลอง T-S มีจำนวนจุดทำงานจำนวนมากๆ (ดูตัวอย่างที่ 3. ในบทที่ 4)

แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. แสดงดังรูป 3.3



รูปที่ 3.3. แผนภาพของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

3.3. ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ

ตัวสังเกตพีชชีลดอันดับจำเป็นต้องมีตัวคอนเวอร์เตอร์ เพื่อทำหน้าที่แปลงค่าที่ได้จากตัวสังเกตให้เป็นตัวแปรสถานะทั้งหมดที่ต้องใช้ในการป้อนกลับ แต่ค่าที่ได้จากตัวสังเกตพีชชีลดอันดับเป็นเพียงค่าตัวแปรสถานะบางส่วนเท่านั้น ฉะนั้นจำเป็นต้องรวบรวมข้อมูลของสัญญาณขาออกที่วัดได้ เพื่อสร้างตัวแปรสถานะทั้งหมด ดังนี้

ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1.

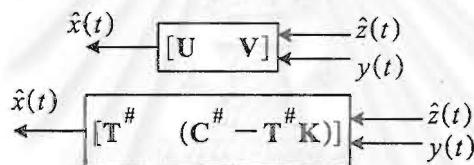
$$\hat{x}(t) = \mathbf{U}\hat{z}(t) + \mathbf{V}y(t) \quad (3.16)$$

โดยกำหนดให้
$$\begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{C}_i \end{bmatrix} = \mathbf{I}, \forall i$$

ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

$$\hat{x}(t) = \mathbf{T}^\# \hat{z}(t) + (\mathbf{C}^\# - \mathbf{T}^\# \mathbf{K})y(t) \quad (3.17)$$

แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่นำเสนอแสดงดังรูปที่ 3.4.



รูปที่ 3.4. แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับ

สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับที่นำเสนอจะมีคุณสมบัติพิเศษคือ ตัวคอนเวอร์เตอร์จะเป็นเพียงเมทริกซ์ จึงสามารถที่จะนำไปรวมกับตัวพีดีซีได้

จากผลสรุปของสัญญาณควบคุมที่ได้จากตัวพีดีซี (ข.2.2) คือ

$$u(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i \mathbf{F}_i x(t) \quad (3.18)$$

สามารถปรับปรุงตัวพีดีซี (3.18) ได้เป็น

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i \mathbf{F}_i \hat{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i \mathbf{F}_i (\mathbf{U}\hat{z}(t) + \mathbf{V}y(t)) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i (\mathbf{M}_i \hat{z}(t) + \mathbf{N}_i y(t)) \end{aligned} \quad (3.19)$$

เมื่อ $\mathbf{M}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{U}$ และ $\mathbf{N}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{V}$ สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1.

$\mathbf{M}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{T}^\#$ และ $\mathbf{N}_i = \mathbf{F}_i (\mathbf{C}^\# - \mathbf{T}^\# \mathbf{K})$ สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

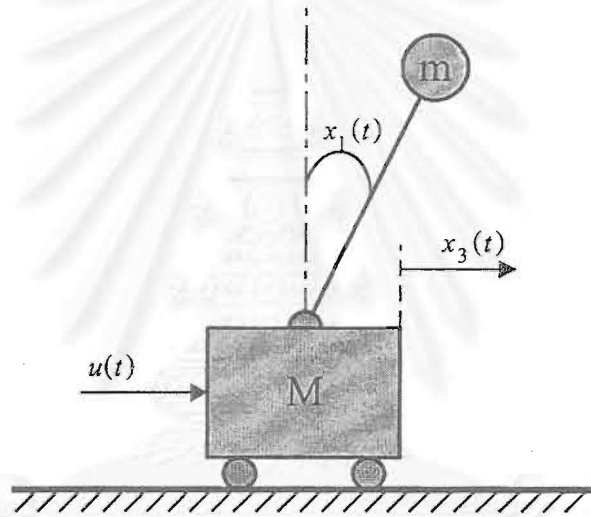
บทที่ 4.

ตัวอย่างการออกแบบตัวสังเกตพีชซีในระบบควบคุม

ในบทนี้เปรียบเทียบผลการควบคุมระหว่าง วิธีออกแบบตัวสังเกตพีชซีที่นำเสนอ กับวิธีออกแบบที่เคยมีการนำเสนอมาก่อนหน้านี้แล้ว โดยจำลองผลการควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์ เลือกแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่ใช้ทดสอบได้แก่ (1) ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผัน (Inverted Pendulum) และ (2) ระบบควบคุมแขนกล 2 แขน

4.1. ตัวอย่างที่ 1. ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันและเครื่องมือวัดเชิงเส้น [4, 10]

โดยพิจารณาสัญญาณที่วัดได้จากเครื่องมือวัดเป็นสัญญาณขาออกของโรงงาน หมายความว่า ในตัวอย่างนี้ พิจารณากรณีที่มีสัญญาณขาออกของโรงงานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นกับตัวแปรสถานะ



รูปที่ 4.1. ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผัน

โรงงานไม่เชิงเส้นมีสมการพลวัตดังนี้

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = C \cdot x(t)$$

ซึ่งแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\{-f_1(M+m)x_2 - m^2 l^2 x_2^2 \sin x_1 \cos x_1 + f_0 m x_4 \cos x_1 + (M+m) m g l \sin x_1 - m l \cos x_1 u\}}{\{(M+m)(J+ml^2) - m^2 l^2 \cos^2 x_1\}} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\{f_1 m x_2 \cos x_1 + (J+ml^2) m x_2^2 \sin x_1 - f_0 (J+ml^2) x_4 - m^2 g l^2 \sin x_1 \cos x_1 + (J+ml^2) u\}}{\{(M+m)(J+ml^2) - m^2 l^2 \cos^2 x_1\}} \\ y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_3 \end{aligned}$$

{ในตัวอย่างนี้สามารถวัดค่าของมุมของก้านลูกตุ้ม กับระยะขจัดของรถได้}

โดยที่ $x_1(t)$ คือ มุมของก้านลูกตุ้ม (rad)

$x_2(t)$ คือ ความเร็วมุมของก้านลูกตุ้ม (rad/s)

$x_3(t)$ คือ ระยะขจัดของรถ (m)

$x_4(t)$ คือ ความเร็วของรถ (m/s)

$u(t)$ คือ แรงเข้าที่ใส่ให้กับรถ (N)

M คือ มวลของรถ=1.3282(Kg)

m คือ มวลของลูกตุ้ม=0.22(Kg)

J คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบศูนย์กลาง=0.004963 ($Kg \cdot m^2$)

l คือ ความยาวก้านลูกตุ้ม=0.304(m)

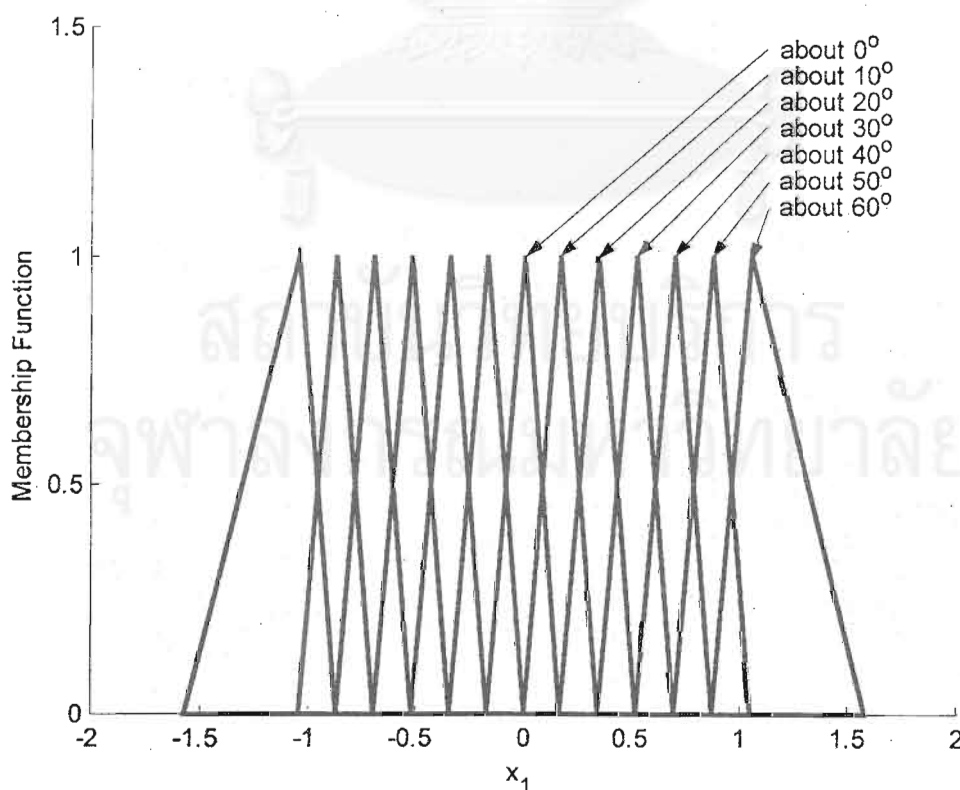
g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก=9.8(m/s^2)

f_0 คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของรถ=22.915 ($N \cdot s/m$)

f_1 คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของลูกตุ้ม=0.007056 ($N \cdot s/rad$)

4.1.1. การระบุแบบจำลอง (Identification) ของตัวอย่างที่ 1.

สามารถจำลองระบบไม่เชิงเส้นด้วยแบบจำลอง T-S โดยกำหนดจุดทำงานไว้ทั้งหมด 13 จุด คือแบ่ง x_1 ดังนี้ $(-6\pi)/18, (-5\pi)/18, (-4\pi)/18, \dots, 0, \dots, (6\pi)/18$ และกำหนดให้ ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของแต่ละจุดทำงานเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังแสดงในรูป 4.2



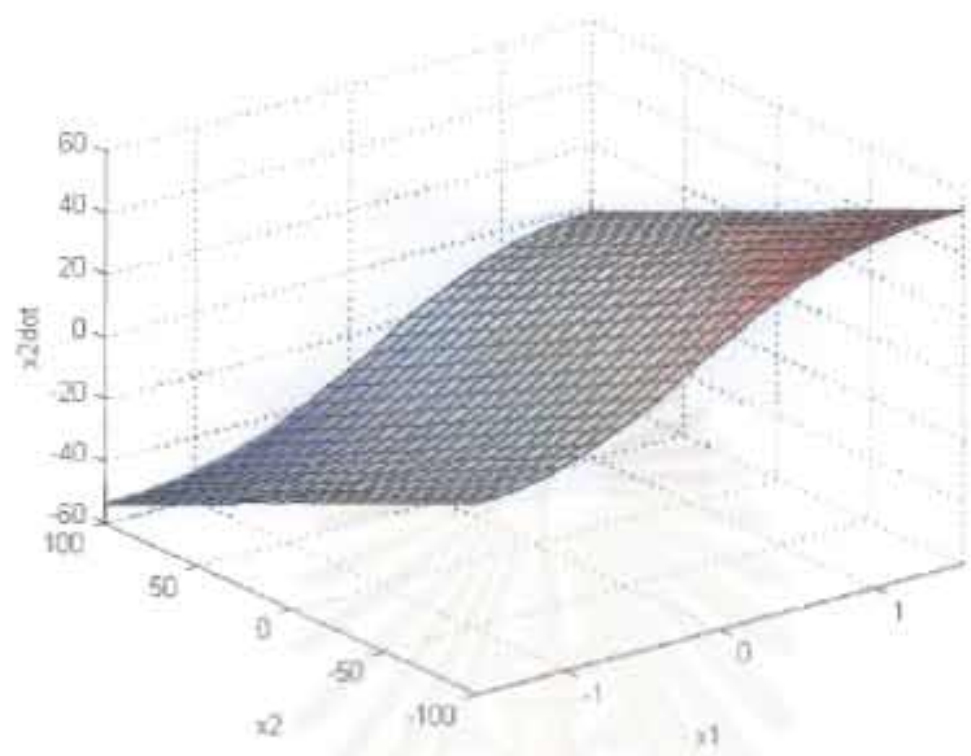
รูปที่ 4.2. ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของแบบจำลอง

ระบบแบบจำลอง T-S ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ต่างๆแสดงดังตารางที่ 4.1.

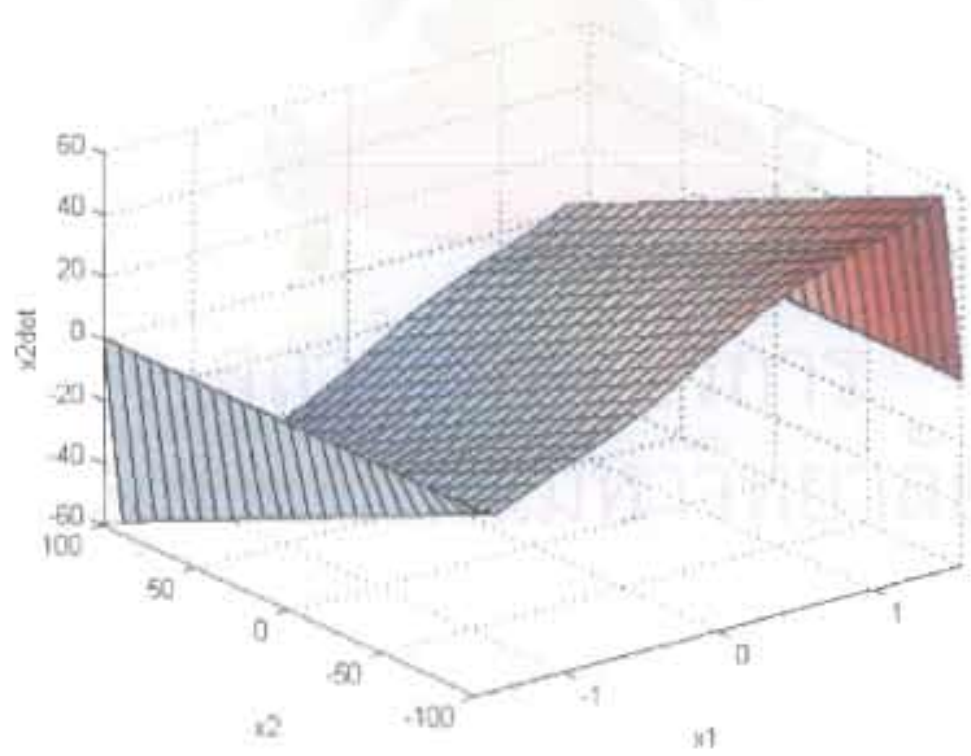
ตารางที่ 4.1. ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง T-S และตัวพีดีซี

	A_i				B_i	F_i^T
about 0	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	215.4843
	29.2530	-0.3149	0.0000	44.1810	-1.9280	39.5067
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	13.5147
	-1.2637	0.0136	0.0000	-16.7100	0.7292	54.0370
about 10	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	219.8822
	28.9919	-0.3137	0.0000	43.3414	-1.8914	40.3323
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	13.7968
	-1.2334	0.0133	0.0000	-16.6449	0.7264	54.6848
about 20	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	232.4492
	28.2366	-0.3102	0.0000	40.8997	-1.7848	42.6900
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	14.6010
	-1.1462	0.0126	0.0000	-16.4613	0.7184	56.5323
about 30	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	252.0871
	27.0621	-0.3051	0.0000	37.0670	-1.6176	46.3725
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	15.8553
	-1.0124	0.0114	0.0000	-16.1878	0.7064	59.4125
about 40	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	277.8403
	25.5715	-0.2990	0.0000	32.1327	-1.4023	51.2104
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	17.5027
	-0.8462	0.0099	0.0000	-15.8644	0.6923	63.1966
about 50	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	308.9671
	23.8725	-0.2928	0.0000	26.4013	-1.1521	57.0887
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	19.5054
	-0.6629	0.0081	0.0000	-15.5342	0.6779	67.8020
about 60	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	347.8615
	22.0587	-0.2872	0.0000	20.1425	-0.8790	64.5154
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	22.0392
	-0.4765	0.0062	0.0000	-15.2361	0.6649	73.6416

เปรียบเทียบความแม่นยำของแบบจำลอง T-S กับโรงงานไม่เชิงเส้น โดยเปรียบเทียบได้จากรูปของพื้นผิวคังแสดงในรูปที่ 4ก.1 และรูปที่ 4ข.1 ถึงรูปที่ 4ก.8. และรูปที่ 4ข.8

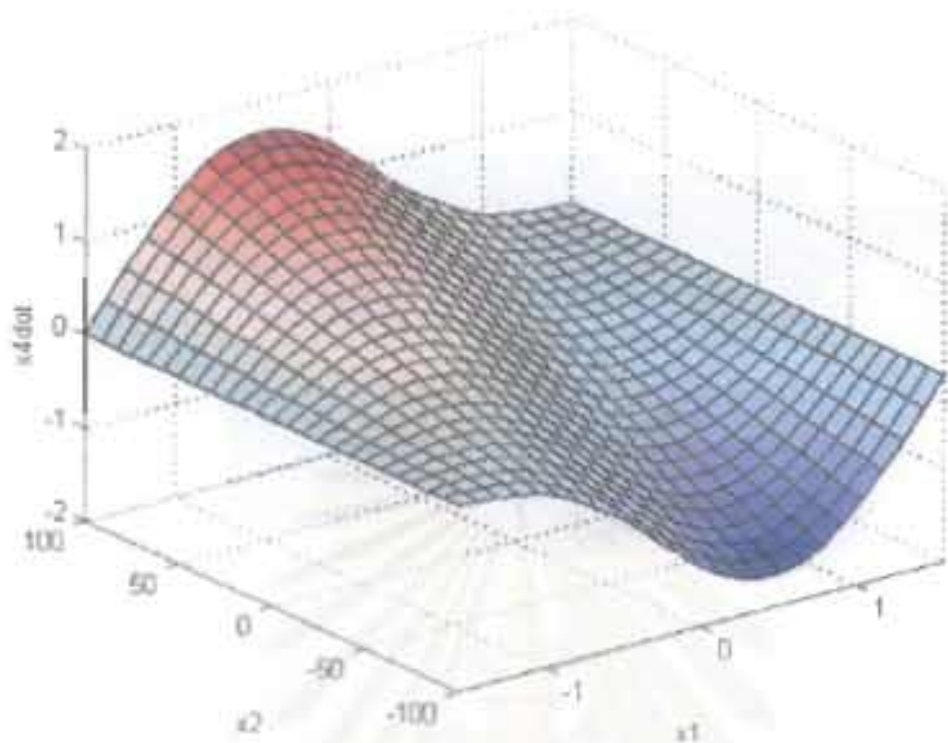


รูปที่ 4ก.1. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

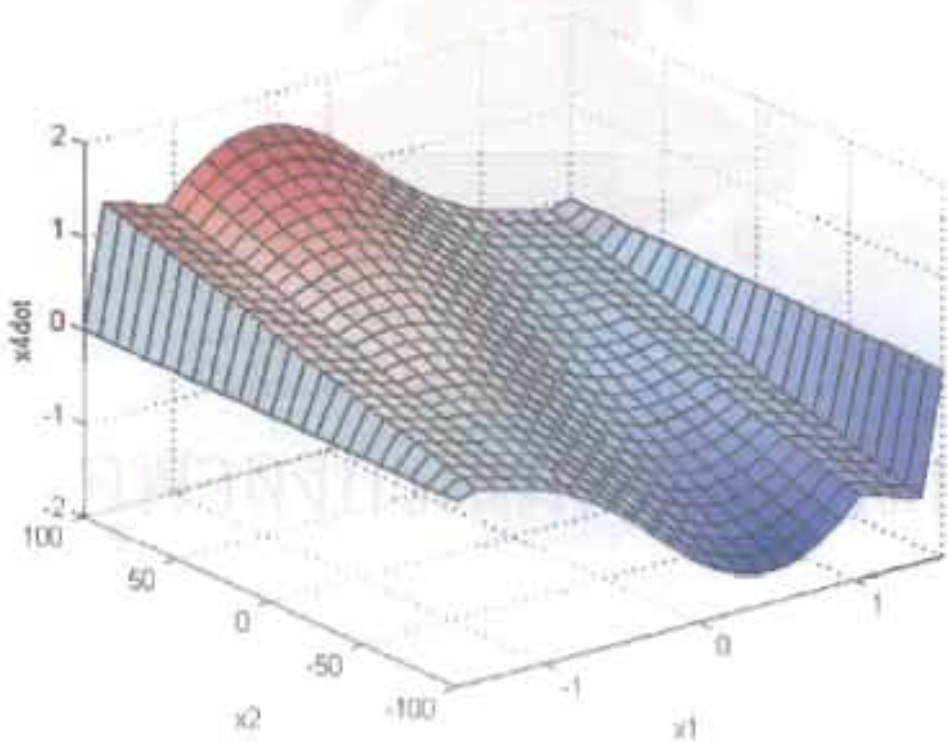


รูปที่ 4ข.1. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลอง T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1, คัดในกรณีที่กำหนดไว้ด้วยแปร x_1, x_2, u เป็นค่าคงที่ไว้

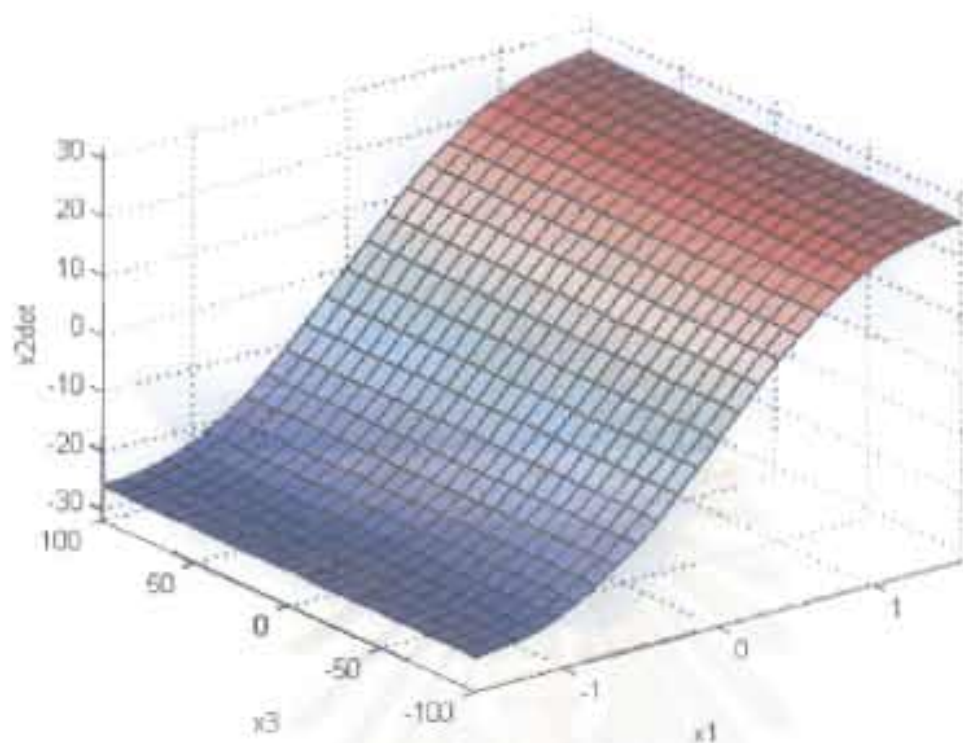


รูปที่ 4ก.2. พื้นผิว f_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

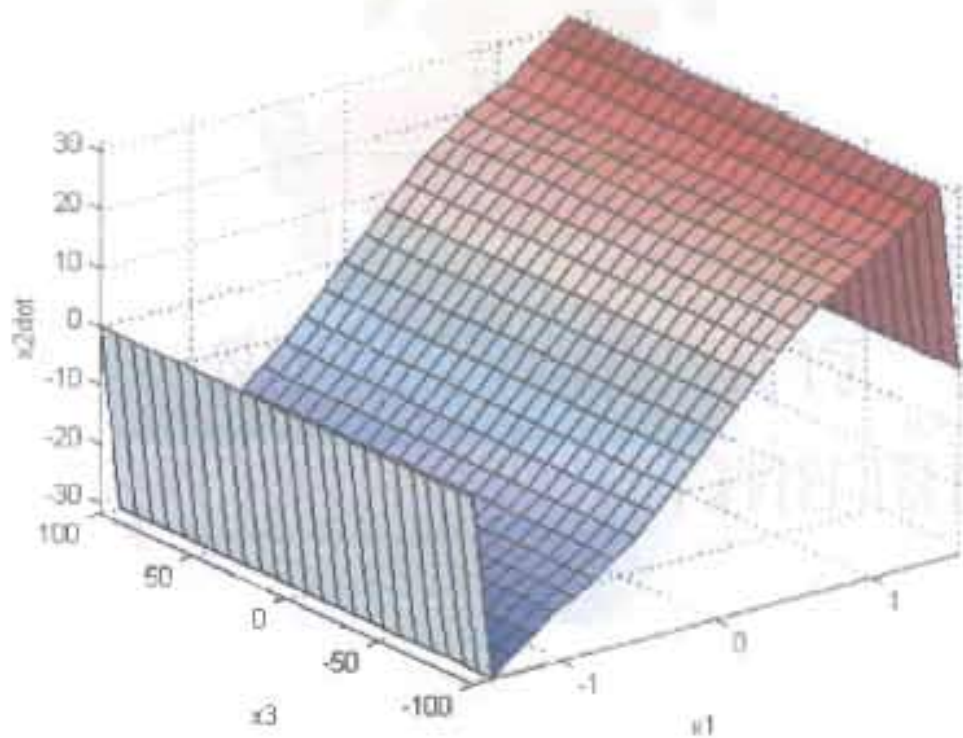


รูปที่ 4ข.2. พื้นผิว f_2 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_3, x_4, u เป็นค่าคงที่ไว้

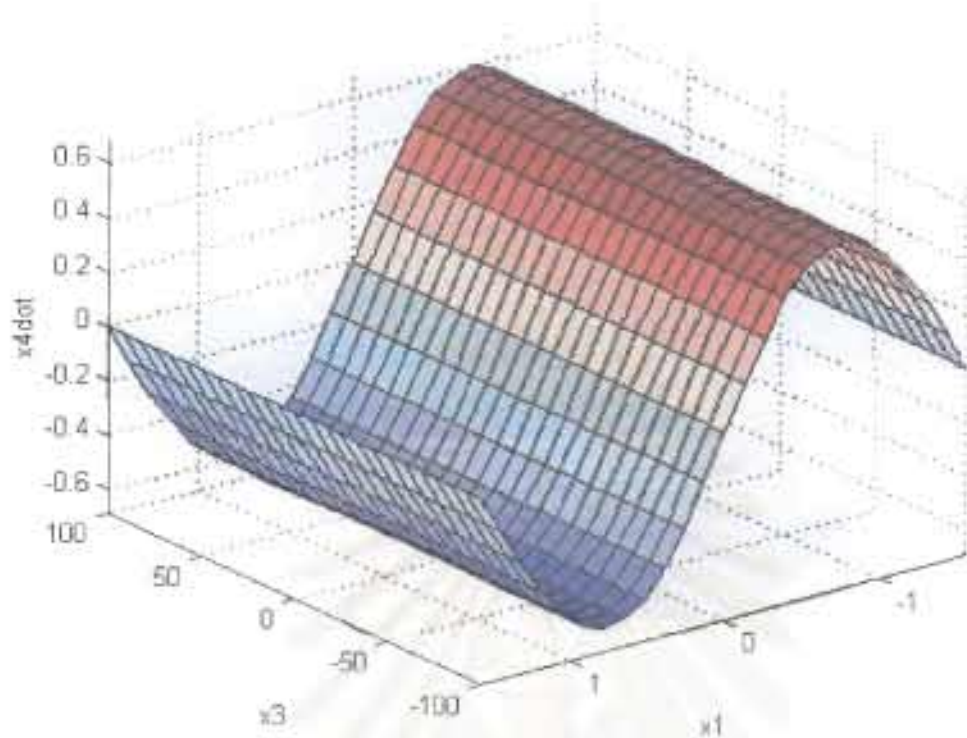


รูปที่ 4ก.3. พื้นผิว z_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

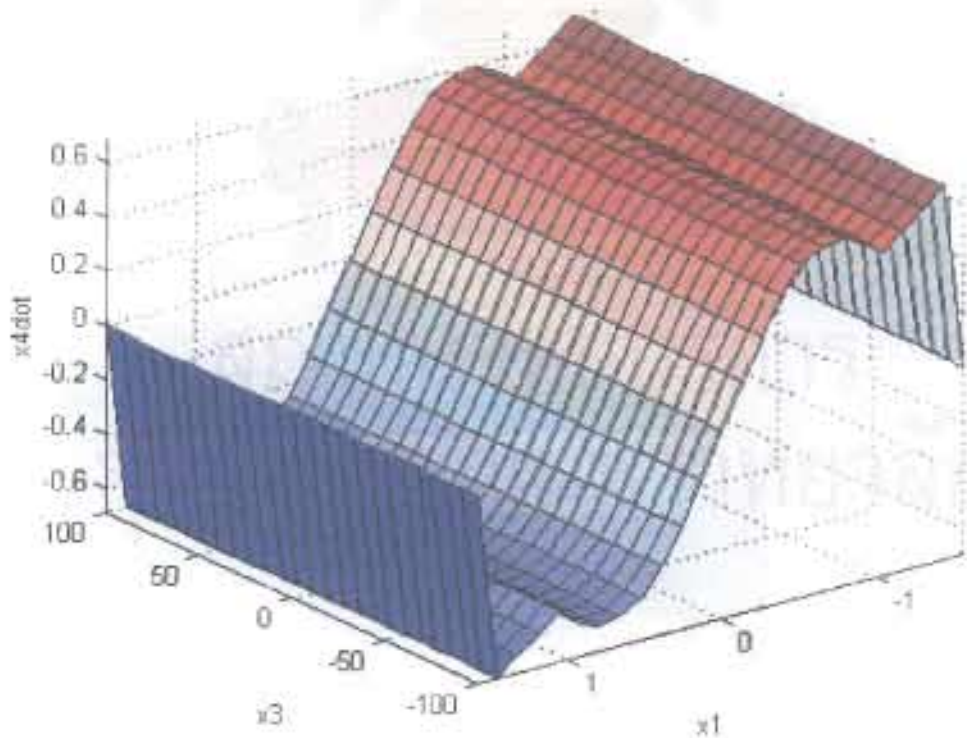


รูปที่ 4ข.3. พื้นผิว z_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลอง R-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_2, x_4, u เป็นค่าคงที่ไว้

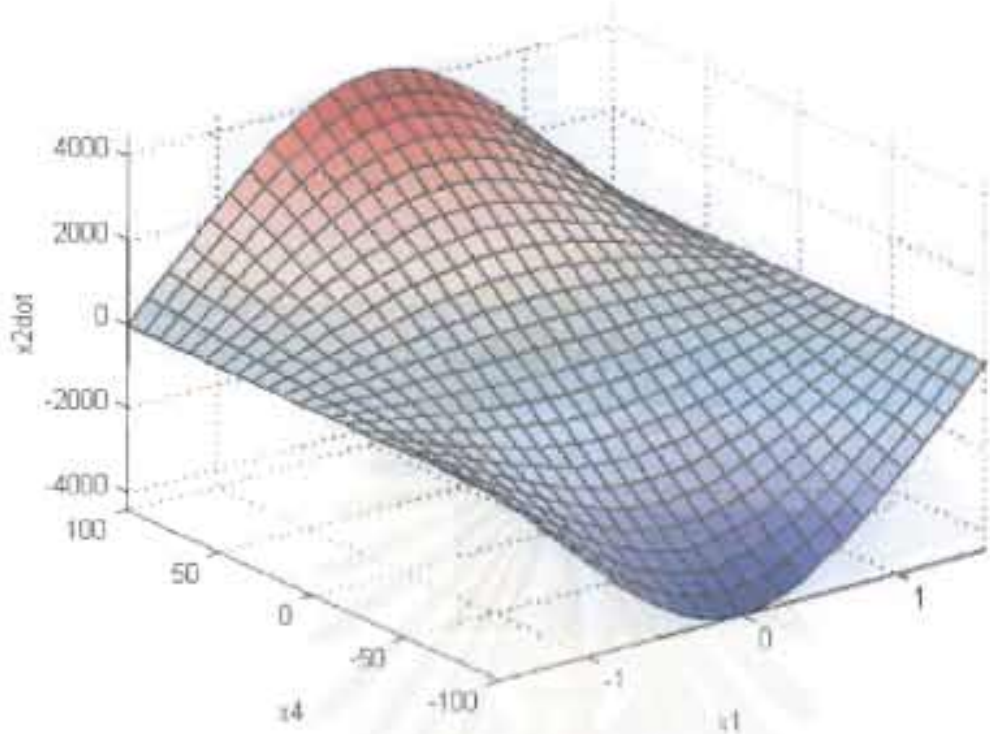


รูปที่ 4ก.4. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

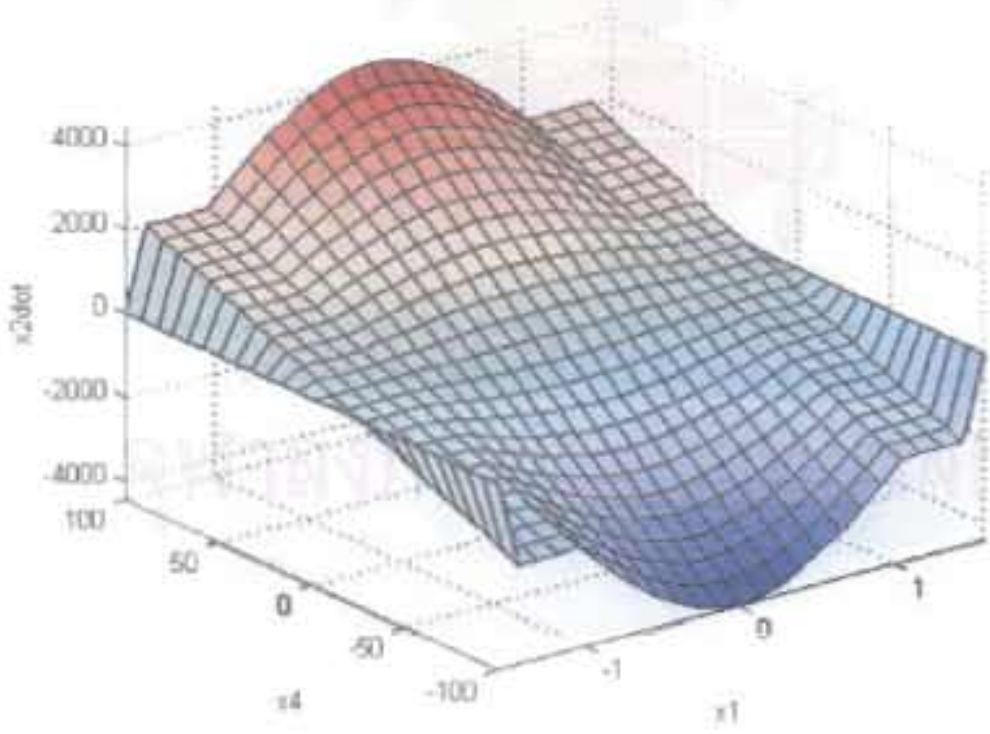


รูปที่ 4ข.4. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลอง R-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_2, x_3, u เป็นค่าคงที่ไว้

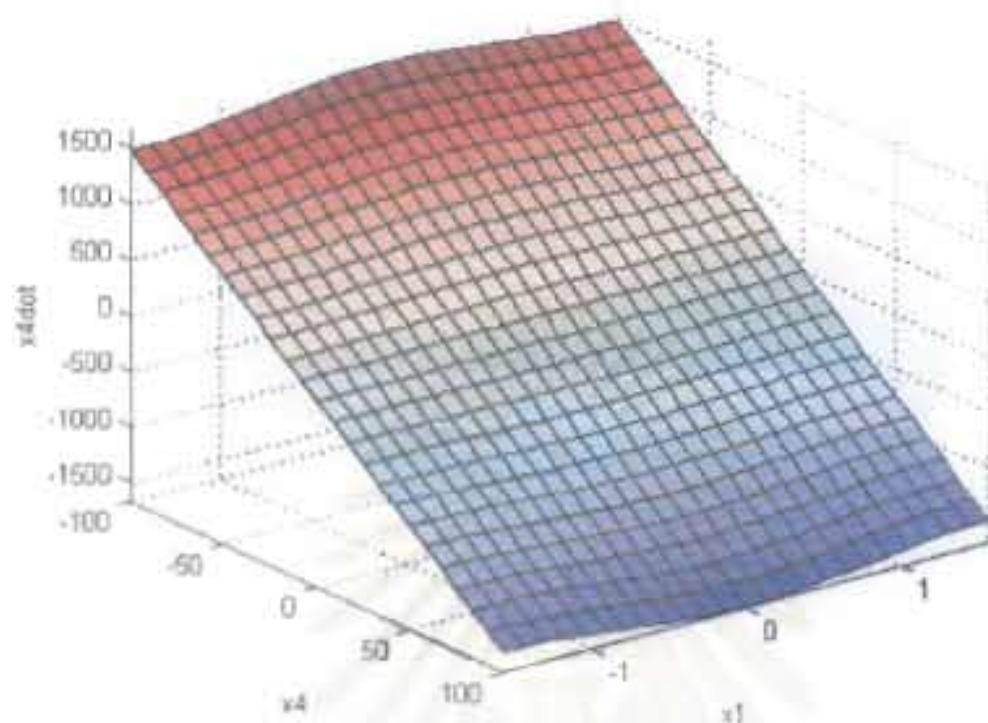


รูปที่ 4ก.5. พื้นผิว \hat{x}_2 บนระนาบ x_1, x_4 ของระบบจำลองไม่เชิงเส้น

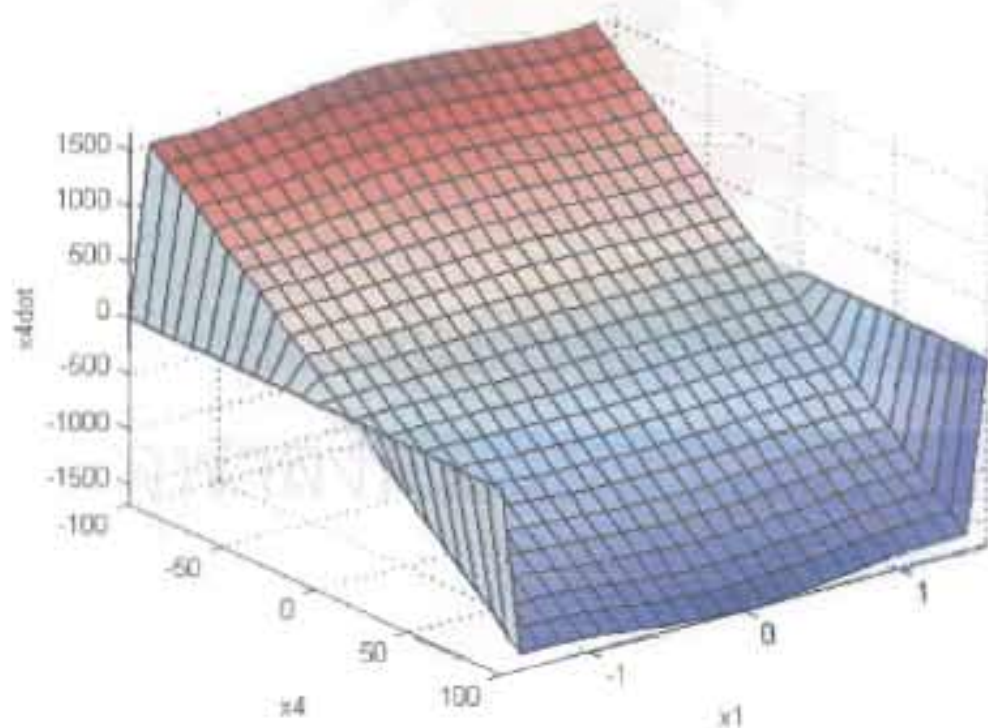


รูปที่ 4ข.5. พื้นผิว \hat{x}_2 บนระนาบ x_1, x_4 ของระบบจำลอง T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. คือในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_3, x_2, u เป็นค่าคงที่ไว้

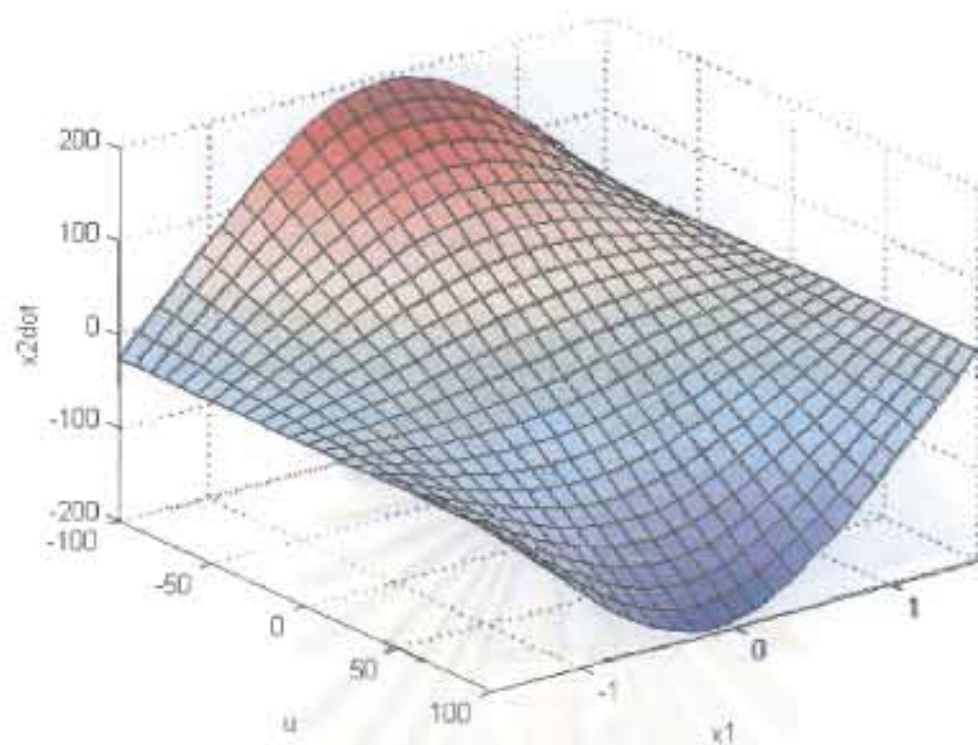


รูปที่ 4ก.6. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

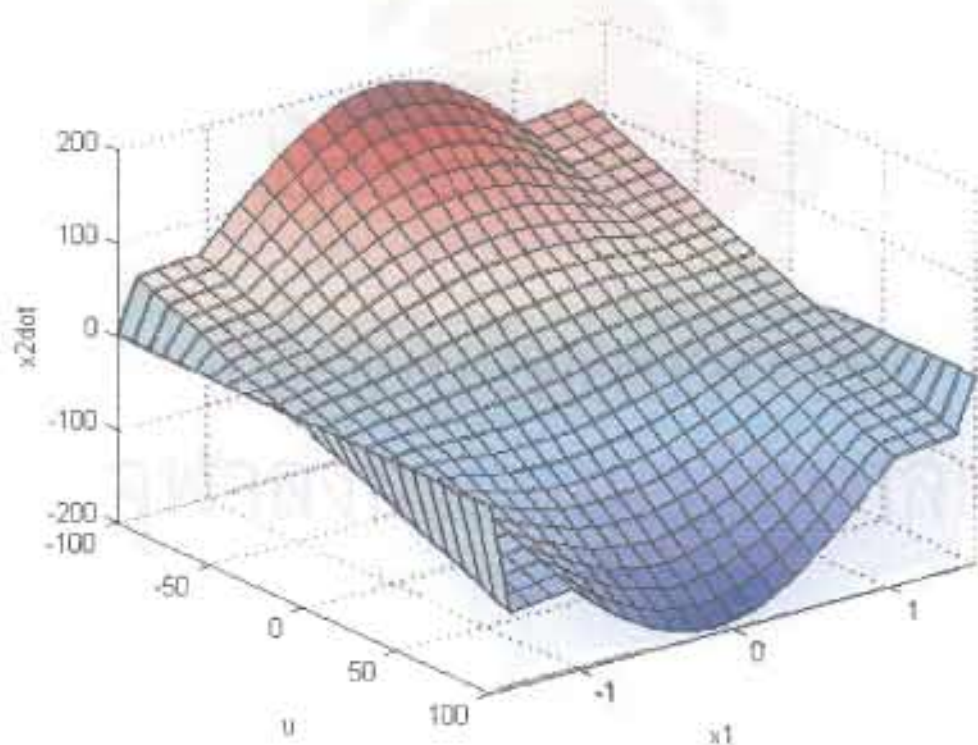


รูปที่ 4ข.6. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_1, x_4 ของแบบจำลอง R-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_2, x_3, u เป็นค่าคงที่ไว้

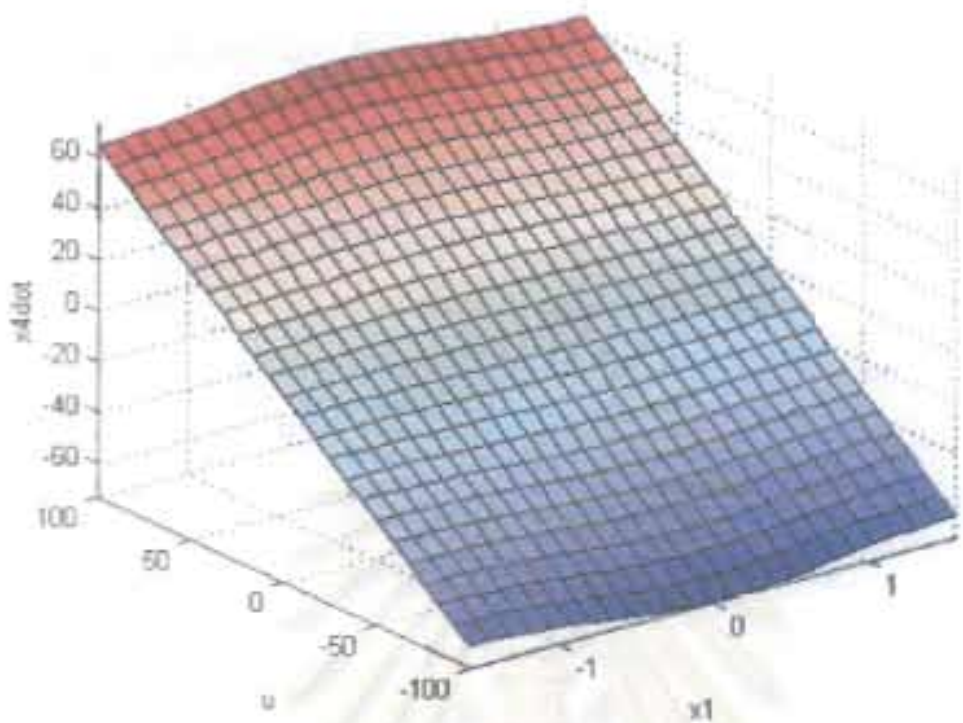


รูปที่ 4ก.7. พื้นผิว \hat{x}_2 , บนระนาบ x_1, u ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

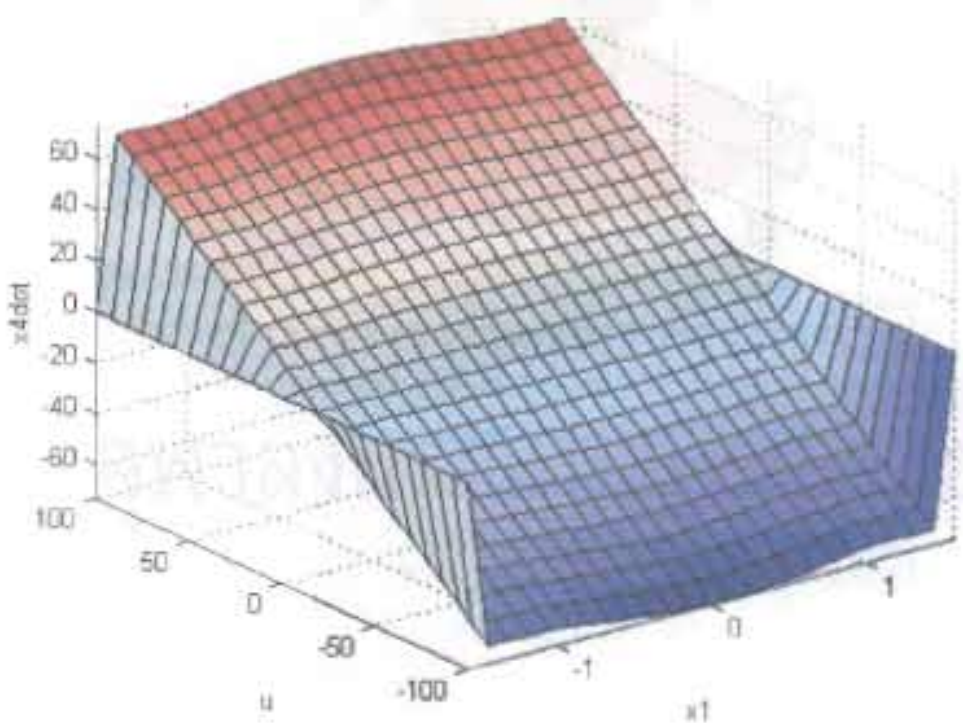


รูปที่ 4ข.7. พื้นผิว \hat{x}_2 , บนระนาบ x_1, u ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1. ถัดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_2, x_3, x_4 เป็นค่าคงที่ไว้



รูปที่ 4ก.8. พื้นผิว \dot{x} , บนระนาบ x_1, u ของระบบจำลองไม่เชิงเส้น



รูปที่ 4ข.8. พื้นผิว \dot{x} , บนระนาบ x_1, u ของระบบจำลอง L-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 1, ลัดในกรณีที่กำหนดให้ด้วยแปร x_2, x_3, x_4 เป็นค่าคงที่ไว้

4.1.2. การออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับ ของตัวอย่างที่ 1.

ออกแบบตัวพีดีซี (PDC) ด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น โดยกำหนดให้มีค่าเจาะจงของระบบวงปิดมีค่าไม่มากกว่า -0.5 ซึ่งสามารถหาฟังก์ชันเลียปูนอฟร่วมดังนี้

$$V(x) = x^T(t) \begin{bmatrix} 26.158 & -109.08 & -42.952 & 6.3067 \\ -109.08 & 1091.7 & 59.305 & -707.21 \\ -42.952 & 59.305 & 2093.6 & -719.7 \\ 6.3067 & -707.21 & -719.7 & 1149.7 \end{bmatrix}^{-1} x(t)$$

ออกแบบตัวสังเกตพีชชิลด์อันดับแบบที่ 2. และออกแบบตัวสังเกตพีชชิลด์อันดับวิธี $KJLW$ โดยกำหนดให้ค่าเจาะจงของตัวสังเกตพีชชิลด์มีค่าไม่มากกว่า -14

ตัวสังเกตพีชชิลด์อันดับแบบที่ 2. ใช้เวลาให้การออกแบบ 0.11 วินาที

ตัวสังเกตพีชชิลด์อันดับวิธี $KJLW$ ใช้เวลาให้การออกแบบ 0.16 วินาที

ตารางที่ 4.2. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชิลด์อันดับตามวิธีที่นำเสนอวิธีที่ 2.

	\hat{A}_i	\hat{B}_i	TB_i
about 0	-67.2722 -202.6327 6.1015 7.9860	-3241.5011 -11599.4729 358.6577 1308.7100	-1.9280 0.7292
about 10	-67.2710 -203.4724 6.1012 8.0511	-3236.5691 -11578.4369 358.2744 1307.0385	-1.8914 0.7264
about 20	-67.2675 -205.9140 6.1005 8.2347	-3222.2283 -11517.2840 357.1936 1302.3192	-1.7848 0.7184
about 30	-67.2623 -209.7467 6.0993 8.5083	-3199.7246 -11421.3593 355.5831 1295.2726	-1.6176 0.7064
about 40	-67.2563 -214.6810 6.0978 8.8316	-3170.7675 -11297.9973 353.6789 1286.9114	-1.4023 0.6923
about 50	-67.2500 -220.4124 6.0960 9.1619	-3137.1575 -11154.9177 351.7336 1278.3202	-1.1521 0.6779
about 60	-67.2444 -226.6712 6.0941 9.4599	-3100.4927 -10998.9654 349.9766 1270.4843	-0.8790 0.6649

หมายเหตุ จำลองผลโดยใช้โปรแกรม Matlab 5.3 บนเครื่องคอมพิวเตอร์ AMD K6-2 สัญญาณนาฬิกา 350@375 MHz และหน่วยความจำ (RAM) 96 MB.

ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลคอันดับแบบที่ 2. ที่นำเสนอคือ

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} -66.9573 & 1 & -246.8137 & 0 \\ 6.0879 & 0 & 24.6960 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 4.3. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีลคอันดับตามวิธี *KJLW*

	\hat{A}_i		\hat{B}_i		TB_i
about 0	-15.5000	22.0837	281.8740	-369.2296	-1.9280
	-22.0837	-15.5000	-679.1143	-469.2351	0.7292
about 10	-15.5000	21.6640	263.2222	-360.8021	-1.8914
	-21.6640	-15.5000	-666.2281	-451.8722	0.7264
about 20	-15.5000	20.4436	210.9921	-336.7229	-1.7848
	-20.4436	-15.5000	-628.7494	-403.2961	0.7184
about 30	-15.5000	18.5278	135.0316	-300.1009	-1.6176
	-18.5278	-15.5000	-569.8983	-332.8304	0.7064
about 40	-15.5000	16.0614	48.0836	-254.9579	-1.4023
	-16.0614	-15.5000	-494.1008	-252.4796	0.6923
about 50	-15.5000	13.1966	-37.5827	-205.1237	-1.1521
	-13.1966	-15.5000	-406.0192	-173.7275	0.6779
about 60	-15.5000	10.0682	-112.3099	-153.4960	-0.8790
	-10.0682	-15.5000	-309.7948	-105.5206	0.6649

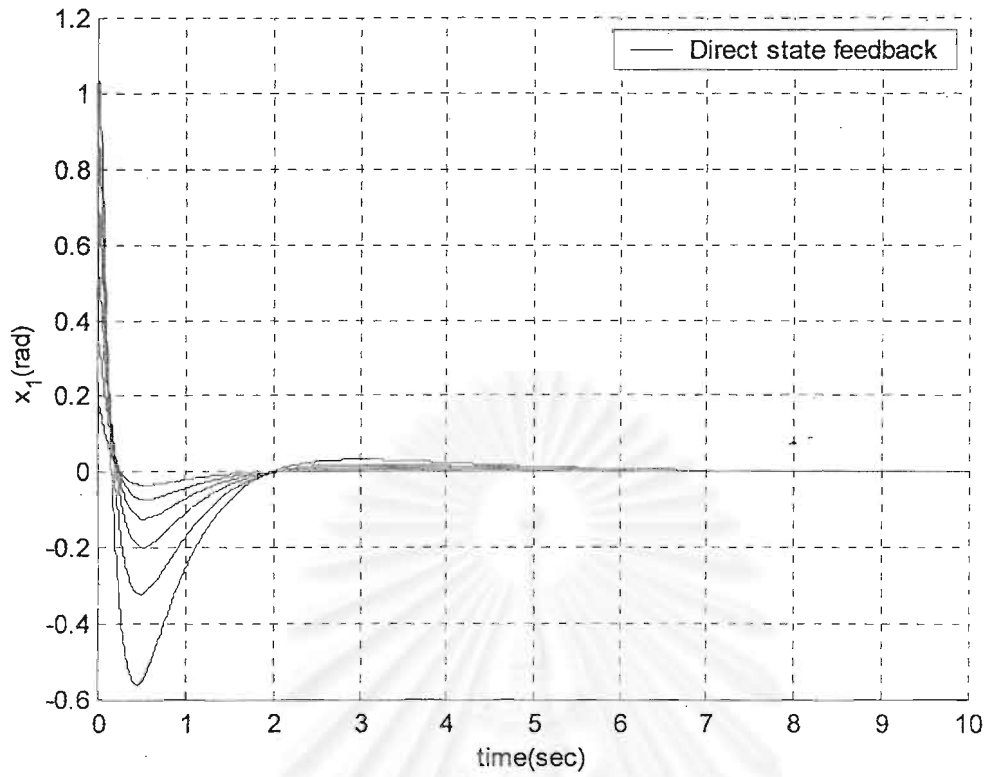
ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลคอันดับวิธี *KJLW* แสดงดังตารางที่ 4.4.

จำลองผลการควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3 ถึงรูปที่ 4.12 โดยกำหนดค่ามุมเริ่มต้นของลูกตุ้มผกผันไว้ตั้งแต่ 10° ถึง 60°

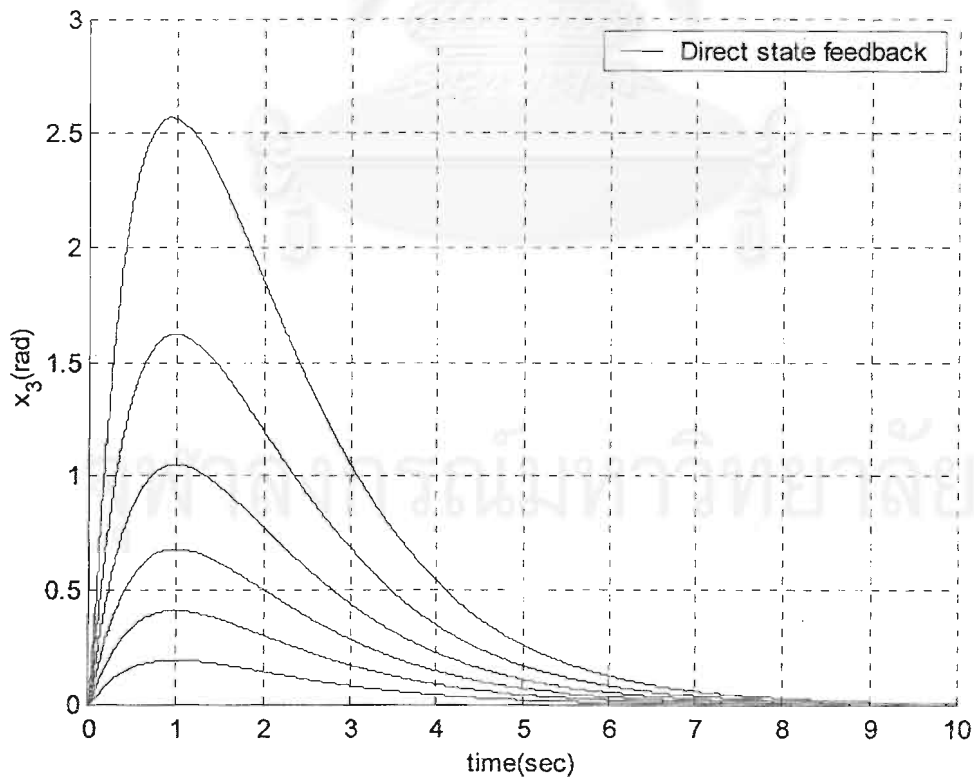
พบว่าเมื่อป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลคอันดับวิธี *KJLW* ที่มุมเริ่มต้นมากๆ ตัวอย่างเช่น 60° เห็นว่าระบบควบคุมป้อนกลับให้ผลการป้อนกลับที่ไม่ดี สาเหตุเนื่องมาจากตัวคอนเวอร์เตอร์ของตัวสังเกตคอันดับไม่สามารถประมาณค่าของตัวแปรสถานะได้แม่นยำ โดยแสดงตัวแปรสถานะที่ประมาณค่าของวิธี *KJLW* ได้ดังรูปที่ 4.11 และ 4.12

ตารางที่ 4.4. ค่าพารามิเตอร์ของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับ ตัวถังเกดพีชชนิดอันดับ *KJLW*

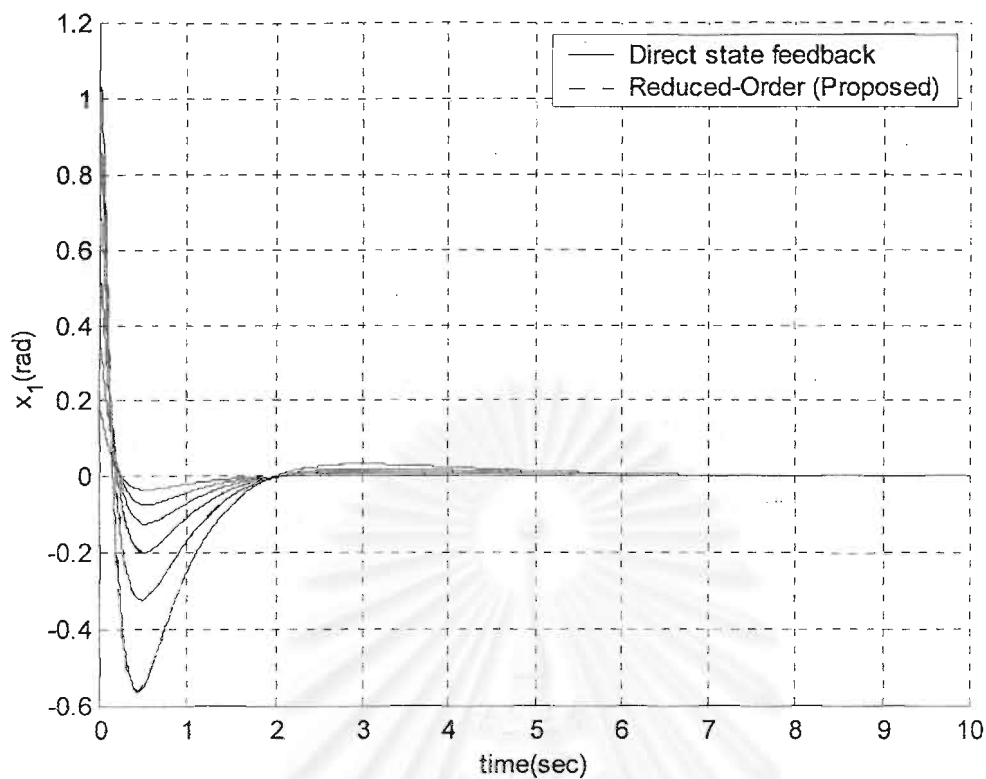
	Converter			
about 0	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.1851	22.0973
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	22.0973	-1.2100
about 10	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.1863	21.6774
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	21.6773	-1.1449
about 20	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.1898	20.4561
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	20.4562	-0.9613
about 30	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.1949	18.5392
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	18.5392	-0.6878
about 40	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.2010	16.0713
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	16.0713	-0.3644
about 50	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.2072	13.2047
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	13.2047	-0.0342
about 60	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
	1.0000	0.0000	15.2128	10.0744
	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
	0.0000	1.0000	10.0744	0.2639



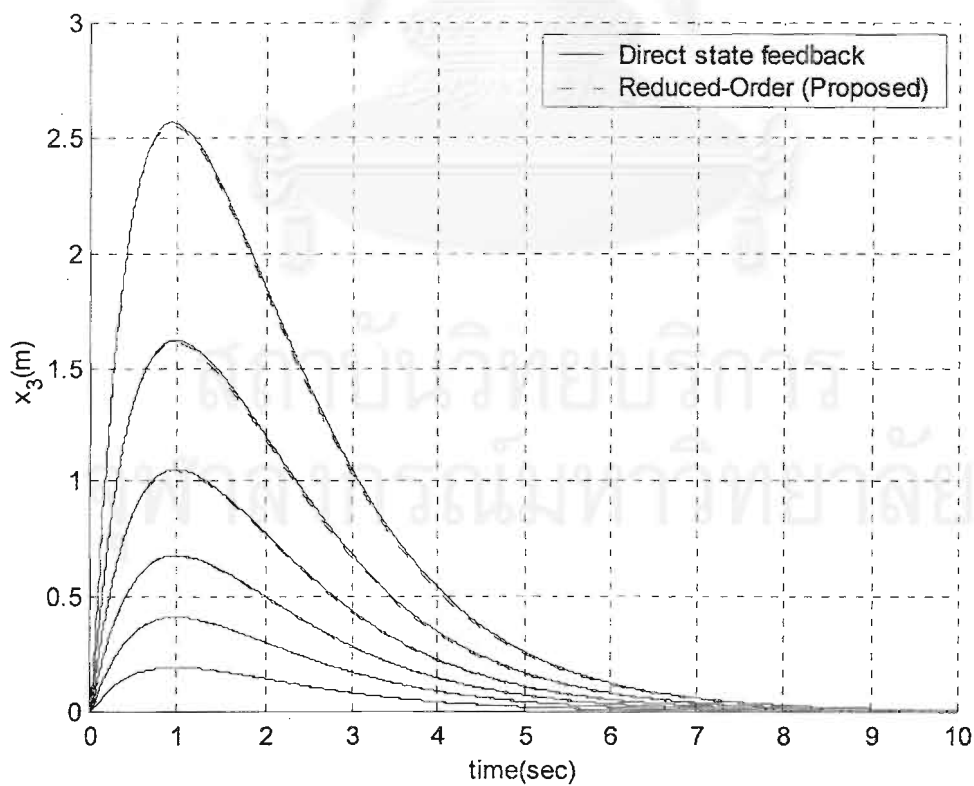
รูปที่ 4.3. ป้อนกลับด้วยค่าตัวแปรสถานะจริง (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



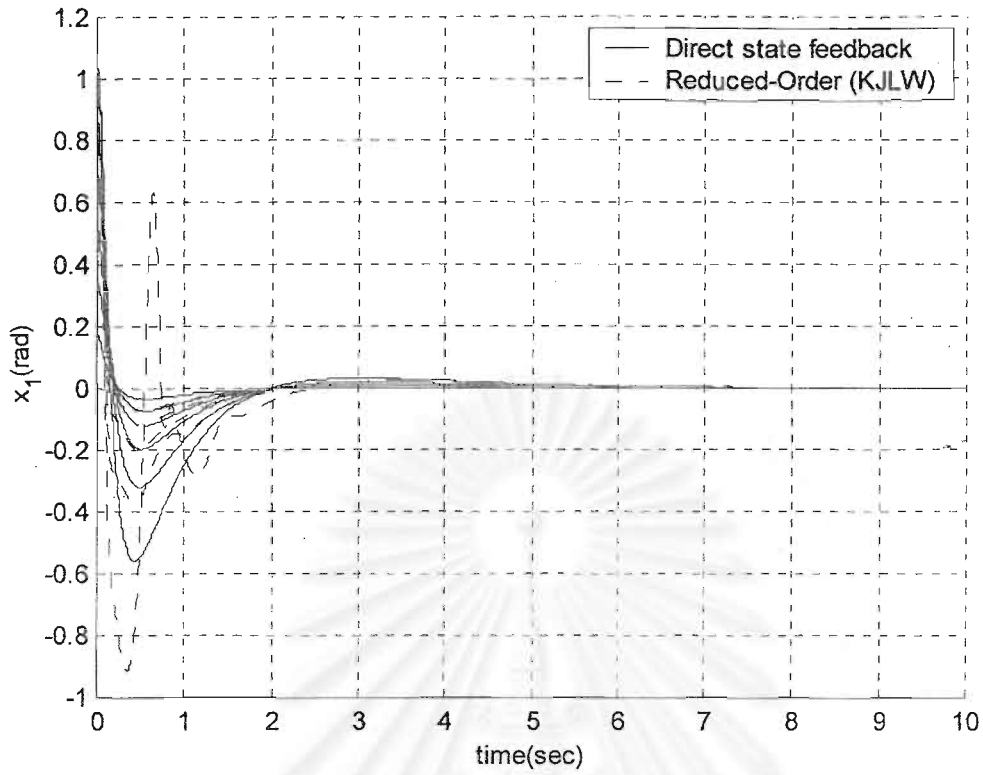
รูปที่ 4.4. ป้อนกลับด้วยค่าตัวแปรสถานะจริง (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



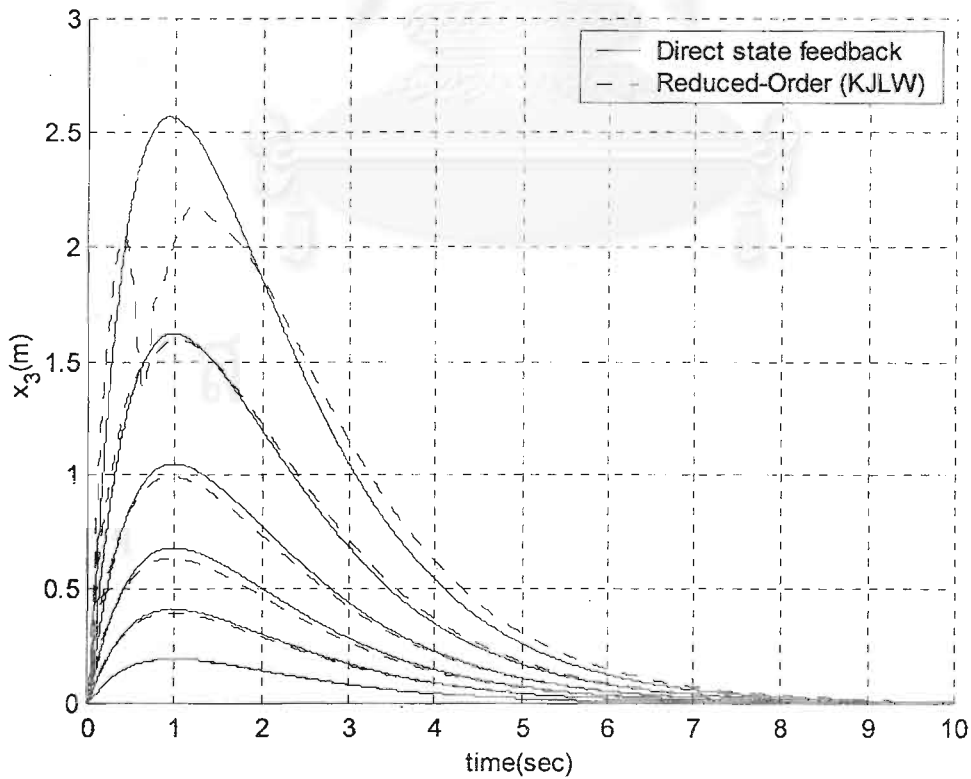
รูปที่ 4.5. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



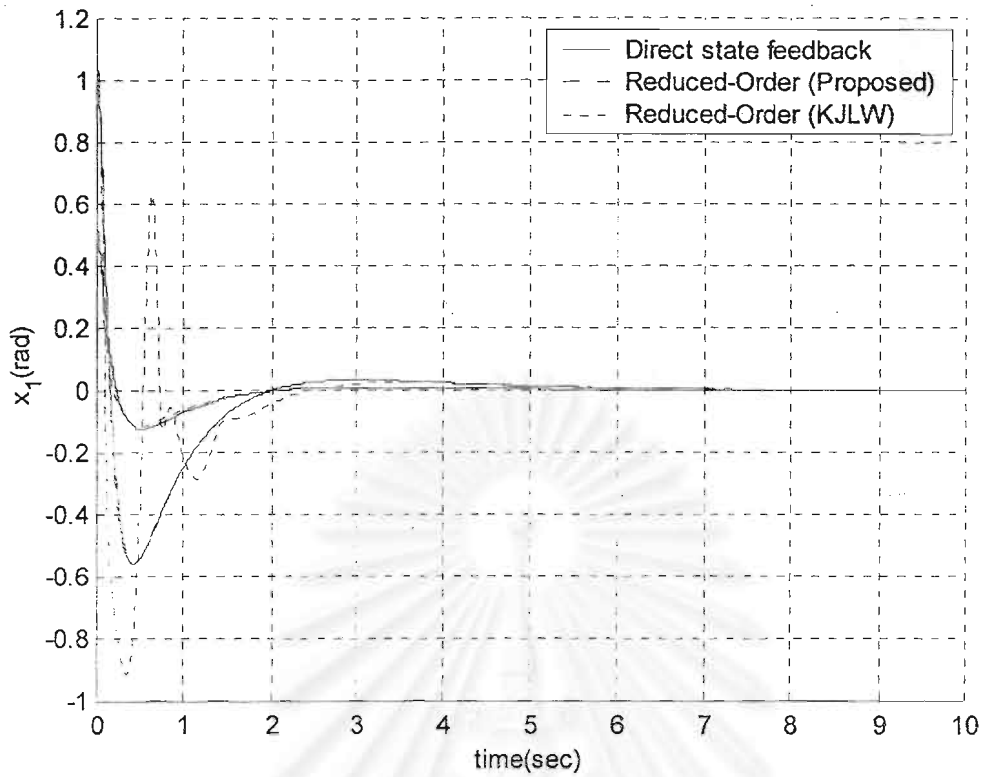
รูปที่ 4.6. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2. (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



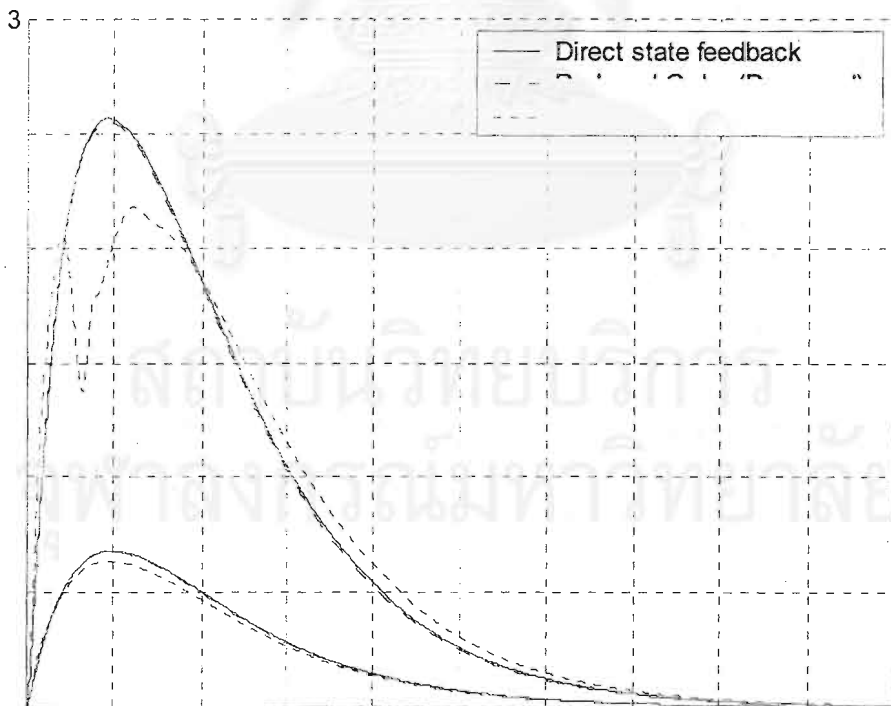
รูปที่ 4.7. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)

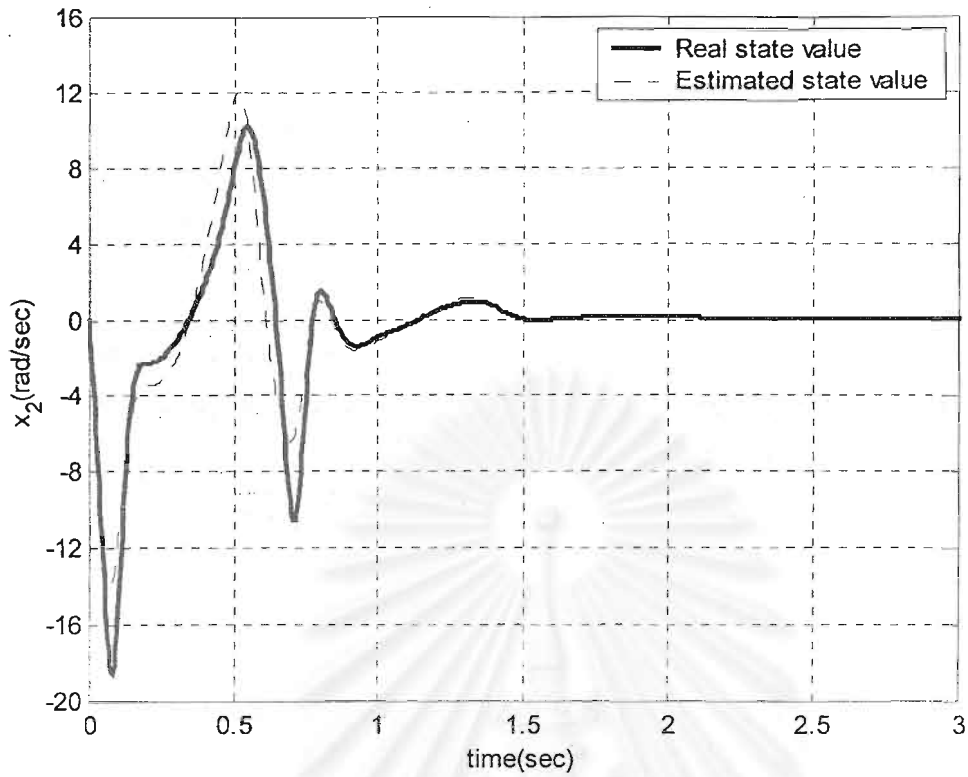


รูปที่ 4.8. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)

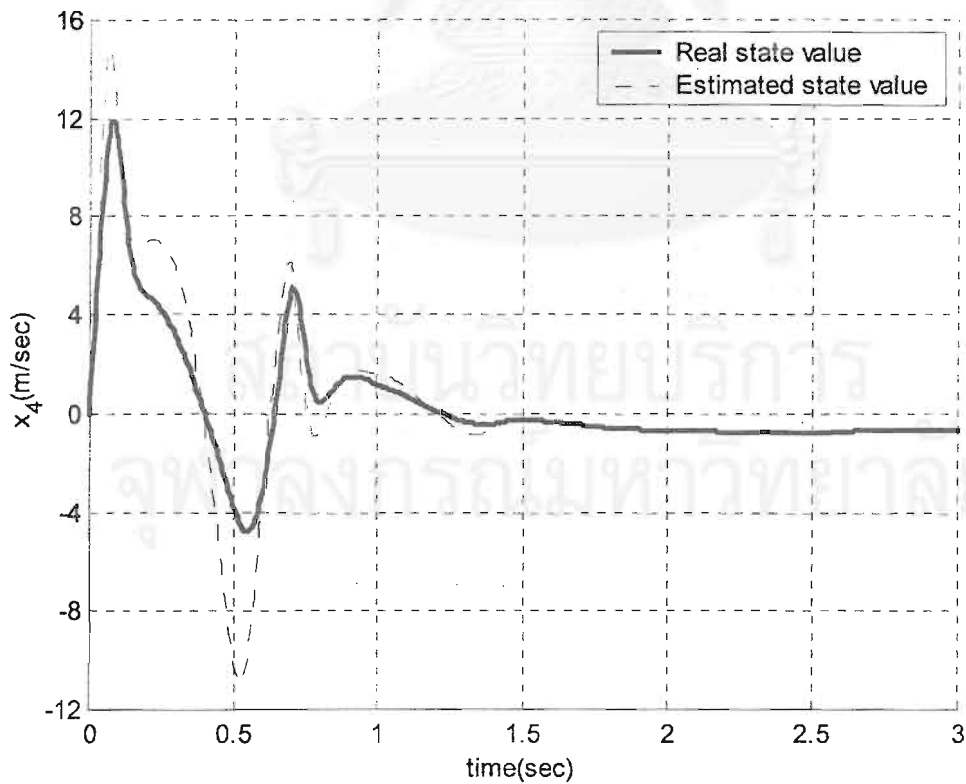


รูปที่ 4.9. เปรียบเทียบการป้อนกลับด้วยตัวสังเกตลดอันดับทั้ง 2 วิธี (ค่ามุมเริ่มต้น 30,60 องศา)





รูปที่ 4.11. ตัวประมาณค่า x_2 ที่ออกจากตัวคอนเวอร์เตอร์ของวิธี *KJLV* (ค่ามุมเริ่มต้น 60 องศา)



รูปที่ 4.12. ตัวประมาณค่า x_4 ที่ออกจากตัวคอนเวอร์เตอร์ของวิธี *KJLV* (ค่ามุมเริ่มต้น 60 องศา)

4.2. ตัวอย่างที่ 2. ระบบควบคุมลูกตุ้มผกผันและเครื่องมือวัดไม่เชิงเส้น

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = g(x(t))$$

โดยสัญญาณขาออกที่วัดได้มีลักษณะดังนี้

$$y_1(t) = \sin(x_1(t))$$

$$y_2(t) = x_3(t)$$

สามารถพบได้ในอุปกรณ์วัดแบบไร้หน้าสัมผัส (Ex. Hall Effect, Infrared Sensor)

4.2.1. การระบุแบบจำลองของตัวอย่างที่ 2. สามารถใช้แบบจำลองของตัวอย่างที่ 1. ได้เลย โดยตัดแปลงฟังก์ชันสัญญาณขาออก มาจัดรูปให้อยู่ในรูปอัตราขยายพีชชี ดังตารางที่ 4.5.

ตารางที่ 4.5. ค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณขาออกพีชชี ในตัวอย่างที่ 2.

	C_i			
about 0	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 10	0.9949	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 20	0.9798	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 30	0.9549	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 40	0.9207	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 50	0.8778	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
about 60	0.8270	0.0000	0.0000	0.0000
	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000

4.2.2. การออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับของตัวอย่างที่ 2.

ออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. เห็นว่า ในตัวอย่างนี้มีสัญญาณขาออกที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นอยู่ 1 ตัวคือ $\sin(x_1(t))$ จึงจำเป็นต้องสังเกตตัวแปรสถานะ $x_1(t)$ เพิ่มเข้ามา

สังเกตตัวแปรสถานะบางส่วน $\hat{z}(t) = T \cdot x(t)$

$$\text{โดยที่ } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เปรียบเทียบผลกับ การออกแบบตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับใน [2,3,4] และตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ กำหนดให้ค่าเงาของตัวสังเกตพีชชีทั้ง 3 มีค่าไม่มากกว่า -20 ตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. ใช้เวลาออกแบบคือ 0.28 วินาที แสดงได้ดังตาราง 4.6. ตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับใน [2,3,4] ใช้เวลาออกแบบคือ 1.20 วินาที แสดงได้ดังตาราง 4.8. ตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอใช้เวลาออกแบบคือ 0.60 วินาที แสดงได้ดังตาราง 4.7. ตารางที่ 4.6. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีลดอันดับตามวิธีที่นำเสนอวิธีที่ 1.

	\hat{A}_i			\hat{B}_i		$T\hat{B}_i$
about 0	-204.3089	1.0000	0.0000	204.3089	0.0000	0.0000
	-13269.6509	-0.3149	44.1810	13298.9039	0.0000	-1.9280
	-4471.5955	0.0136	-16.7100	4470.3318	0.0000	0.7292
about 10	-208.3118	1.0000	0.0000	209.3732	0.0000	0.0000
	-13601.2991	-0.3137	43.3414	13699.7381	0.0000	-1.8914
	-4612.1207	0.0133	-16.6449	4634.3801	0.0000	0.7264
about 20	-219.9305	1.0000	0.0000	224.4612	0.0000	0.0000
	-14563.9325	-0.3102	40.8997	14892.7717	0.0000	-1.7848
	-5020.0030	0.0126	-16.4613	5122.2466	0.0000	0.7184
about 30	-238.1150	1.0000	0.0000	249.3535	0.0000	0.0000
	-16070.5381	-0.3051	37.0670	16857.3675	0.0000	-1.6176
	-5658.3638	0.0114	-16.1878	5924.3645	0.0000	0.7064
about 40	-261.4208	1.0000	0.0000	283.9292	0.0000	0.0000
	-18001.4153	-0.2990	32.1327	19579.1126	0.0000	-1.4023
	-6476.4709	0.0099	-15.8644	7033.1768	0.0000	0.6923
about 50	-288.3252	1.0000	0.0000	328.4551	0.0000	0.0000
	-20230.3954	-0.2928	26.4013	23073.3129	0.0000	-1.1521
	-7420.8501	0.0081	-15.5342	8452.9494	0.0000	0.6779
about 60	-317.4756	1.0000	0.0000	383.8914	0.0000	0.0000
	-22645.3867	-0.2872	20.1425	27409.4654	0.0000	-0.8790
	-8443.9928	0.0062	-15.2361	10209.8964	0.0000	0.6649

สำหรับตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. คือ

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

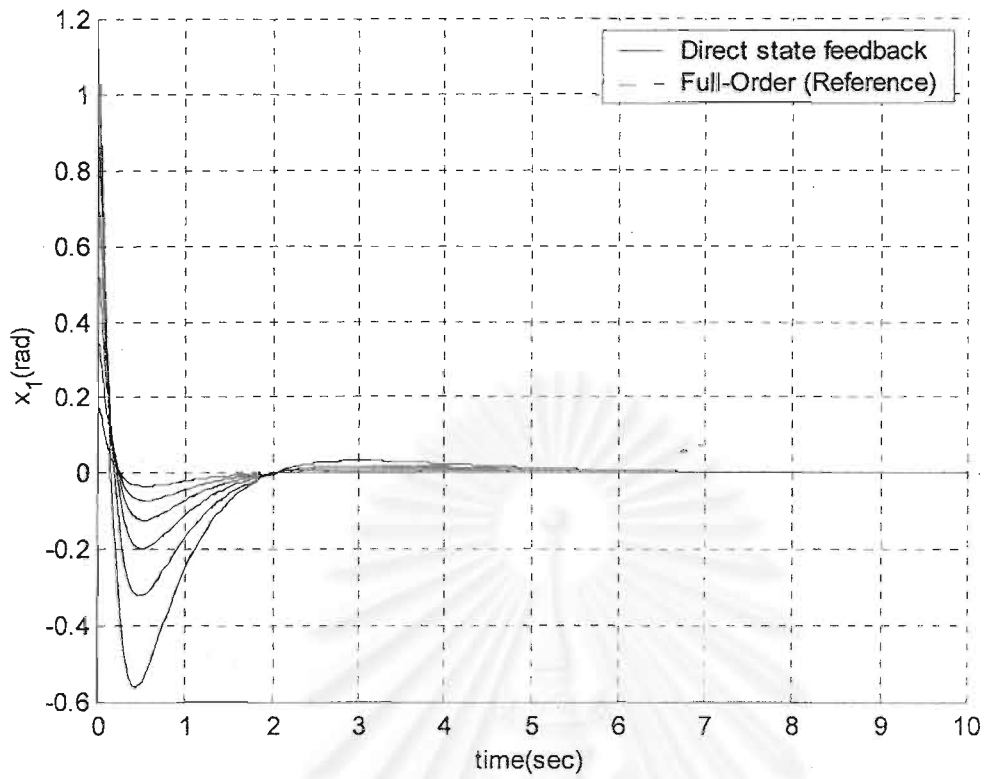
เห็นว่า ค่าตัวแปรสถานะ $x_1(t)$ ที่ใช้ในการป้อนกลับ นำมาจากตัวสังเกตสถานะแทนที่จะ
 นำมาจากสัญญาณขาออกของโรงงาน (สัญญาณที่วัดได้) ที่ผ่านตัวผกผัน คือ $x_1(t) = \sin^{-1}(y_1(t))$
 ตารางที่ 4.7. ค่าพารามิเตอร์ของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้

	$(A_i + K_i C_i)$				$-K_i$		TB_i
about 0	-60.1949	1.0000	-4.9718	0.0000	60.1949	4.9718	0.0000
	-1065.5598	-0.3149	-330.6065	44.1810	1094.8128	330.6065	-1.9280
	-2.0959	0.0000	-30.5619	1.0000	2.0959	30.5619	0.0000
	-32.4253	0.0136	-62.5630	-16.7100	31.1616	62.5630	0.7292
about 10	-59.9986	1.0000	-5.0322	0.0000	60.3043	5.0322	0.0000
	-1060.9001	-0.3137	-328.8217	43.3414	1095.4450	328.8217	-1.8914
	-2.0749	0.0000	-30.5449	1.0000	2.0854	30.5449	0.0000
	-32.4005	0.0133	-62.2569	-16.6449	31.3259	62.2569	0.7264
about 20	-59.4204	1.0000	-5.2359	0.0000	60.6445	5.2359	0.0000
	-1047.4564	-0.3102	-324.6003	40.8997	1097.8526	324.6003	-1.7848
	-2.0134	0.0000	-30.4953	1.0000	2.0549	30.4953	0.0000
	-32.3646	0.0126	-61.4139	-16.4613	31.8615	61.4139	0.7184
about 30	-58.4897	1.0000	-5.6479	0.0000	61.2503	5.6479	0.0000
	-1026.7690	-0.3051	-321.0484	37.0670	1103.5694	321.0484	-1.6176
	-1.9173	0.0000	-30.4177	1.0000	2.0077	30.4177	0.0000
	-32.4380	0.0114	-60.2382	-16.1878	32.9088	60.2382	0.7064
about 40	-57.2383	1.0000	-6.3746	0.0000	62.1665	6.3746	0.0000
	-1000.5517	-0.2990	-322.7442	32.1327	1114.4725	322.7442	-1.4023
	-1.7926	0.0000	-30.3207	1.0000	1.9469	30.3207	0.0000
	-32.7519	0.0099	-59.0168	-15.8644	34.6528	59.0168	0.6923
about 50	-55.6800	1.0000	-7.5765	0.0000	63.4297	7.5765	0.0000
	-969.6189	-0.2928	-335.3985	26.4013	1131.7682	335.3985	-1.1521
	-1.6352	0.0000	-30.2151	1.0000	1.8628	30.2151	0.0000
	-33.3318	0.0081	-58.0516	-15.5342	37.2158	58.0516	0.6779
about 60	-53.9266	1.0000	-9.5150	0.0000	65.2080	9.5150	0.0000
	-937.9302	-0.2872	-366.9206	20.1425	1160.8182	366.9206	-0.8790
	-1.4385	0.0000	-30.1096	1.0000	1.7395	30.1096	0.0000
	-34.3492	0.0062	-57.6630	-15.2361	40.9589	57.6630	0.6649

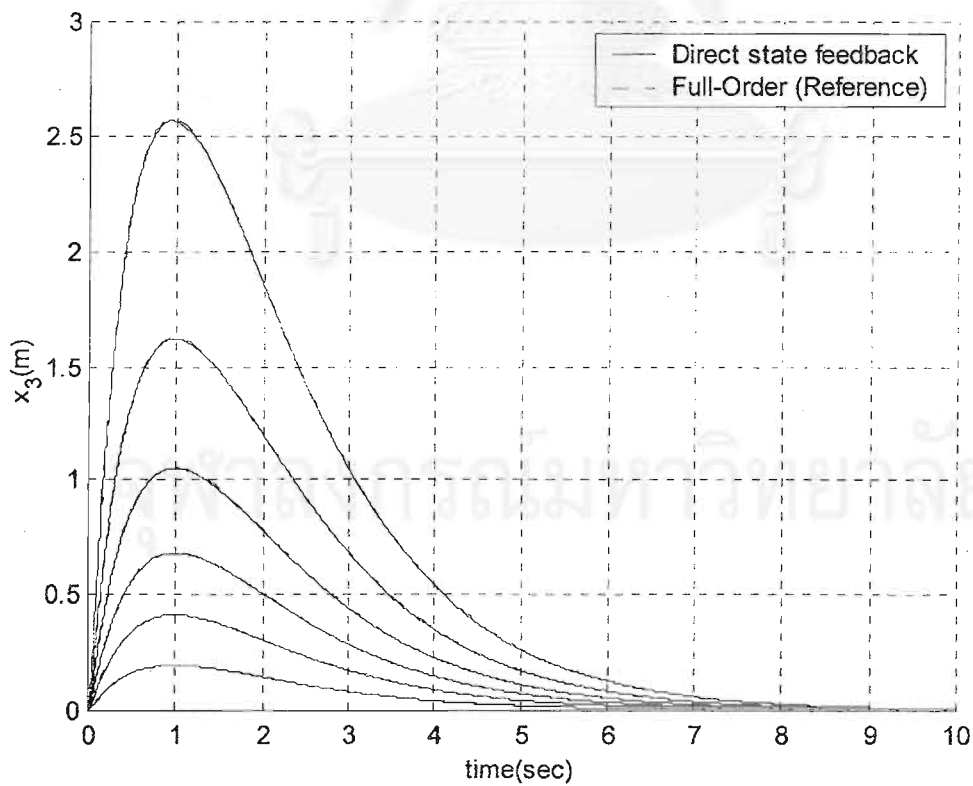
ตารางที่ 4.8. แสดงค่าอัตราขยายตัวสังเกตของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ ใน [2,3,4]

	K_i	
about 0	-250.1113883	-75.40317164
	-13170.15758	-5034.406798
	38.00800185	-75.36212485
	-1101.250735	-1167.730777
about 10	-252.1883544	-75.13865226
	-13305.89756	-5010.914938
	36.16665126	-74.6252942
	-1138.43831	-1156.503892
about 20	-258.447559	-74.38383054
	-13713.64883	-4943.724522
	30.72763672	-72.51043508
	-1249.089036	-1124.308419
about 30	-268.9953048	-73.23735525
	-14396.69942	-4841.206909
	21.90165004	-69.26161176
	-1431.176955	-1074.933201
about 40	-284.0719754	-71.83595138
	-15365.33995	-4714.982872
	9.926462274	-65.21850908
	-1683.195243	-1013.647881
about 50	-304.1418576	-70.32388074
	-16643.31419	-4577.348966
	-5.056417794	-60.74230471
	-2006.333376	-946.0484552
about 60	-330.0812887	-68.82916624
	-18280.5194	-4439.272848
	-23.21802942	-56.15786722
	-2408.46403	-877.1573362

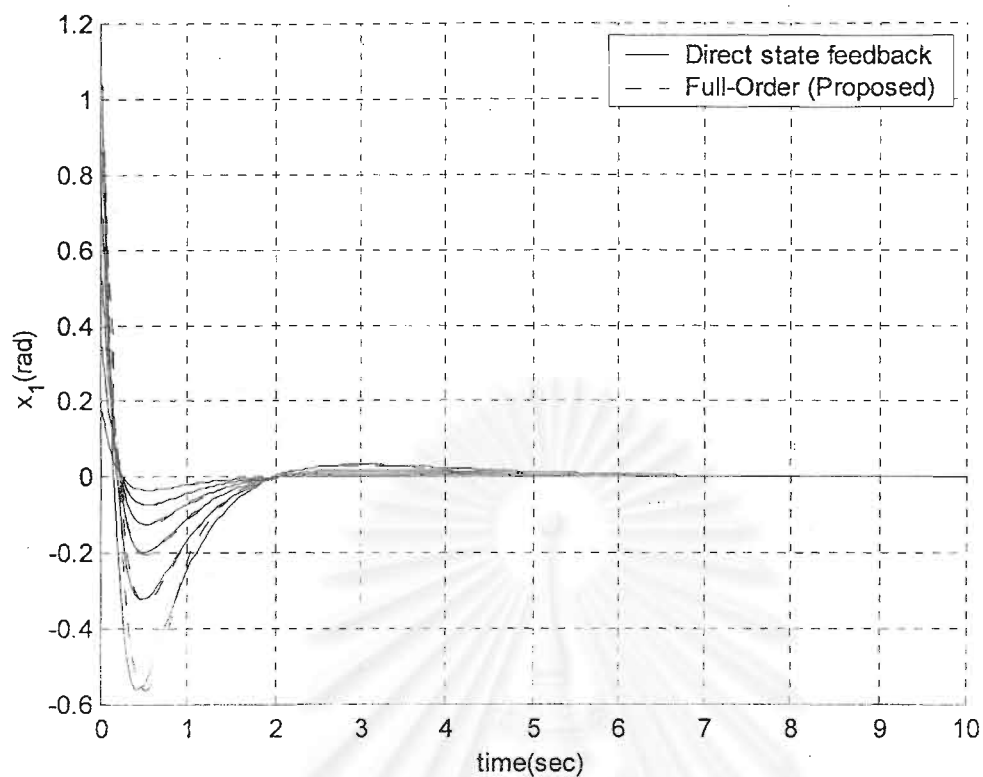
จำลองผลการควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์ของตัวอย่างที่ 2. สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.13. ถึงรูปที่ 4.20



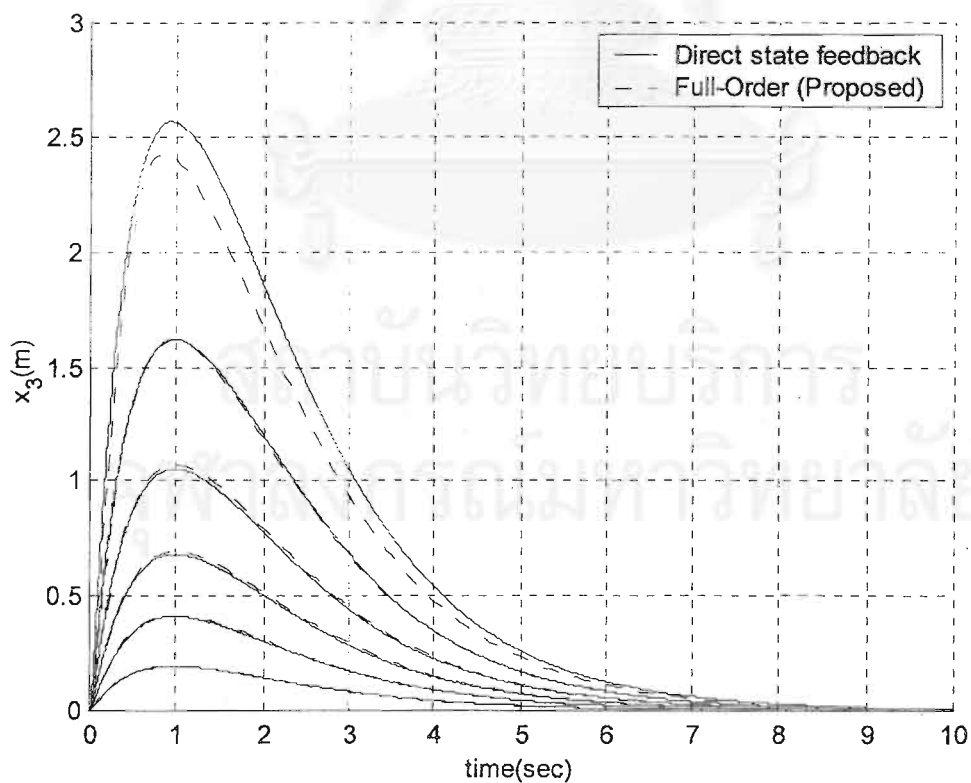
รูปที่ 4.13. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับใน [2,3,4] (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



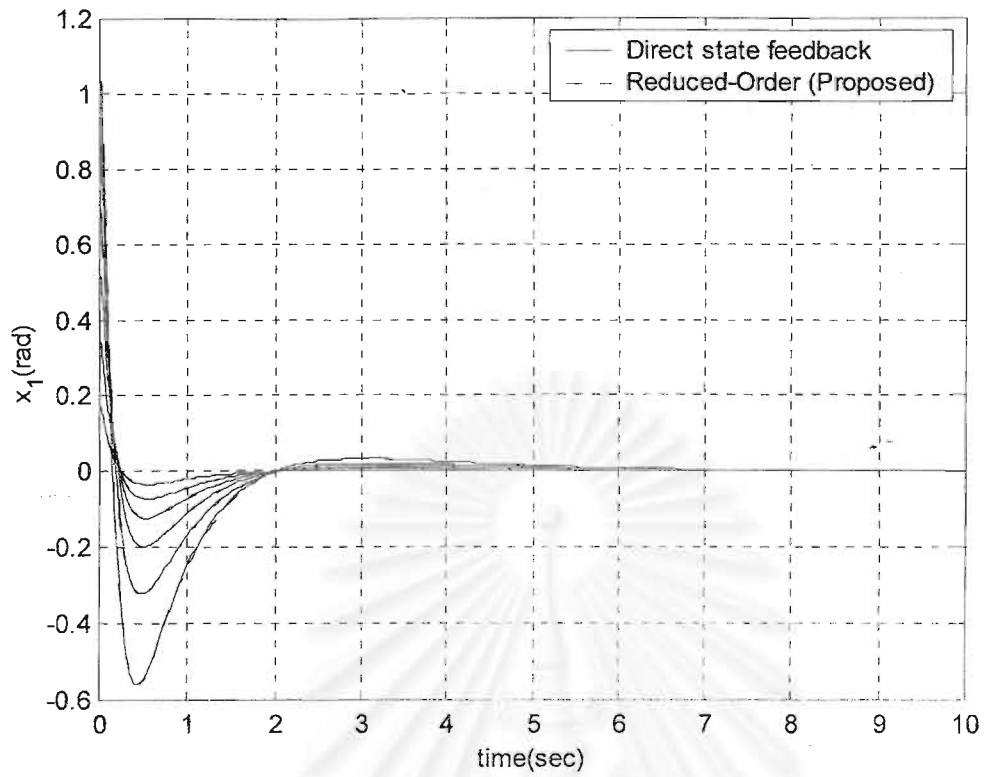
รูปที่ 4.14. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับใน [2,3,4] (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



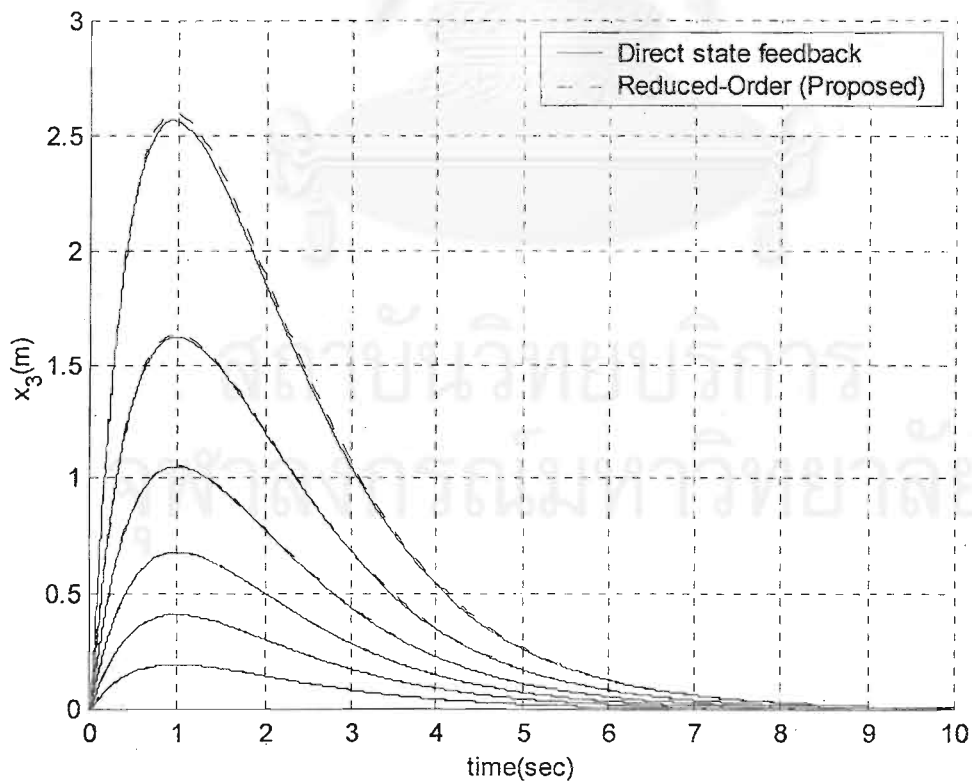
รูปที่ 4.15. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอ (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



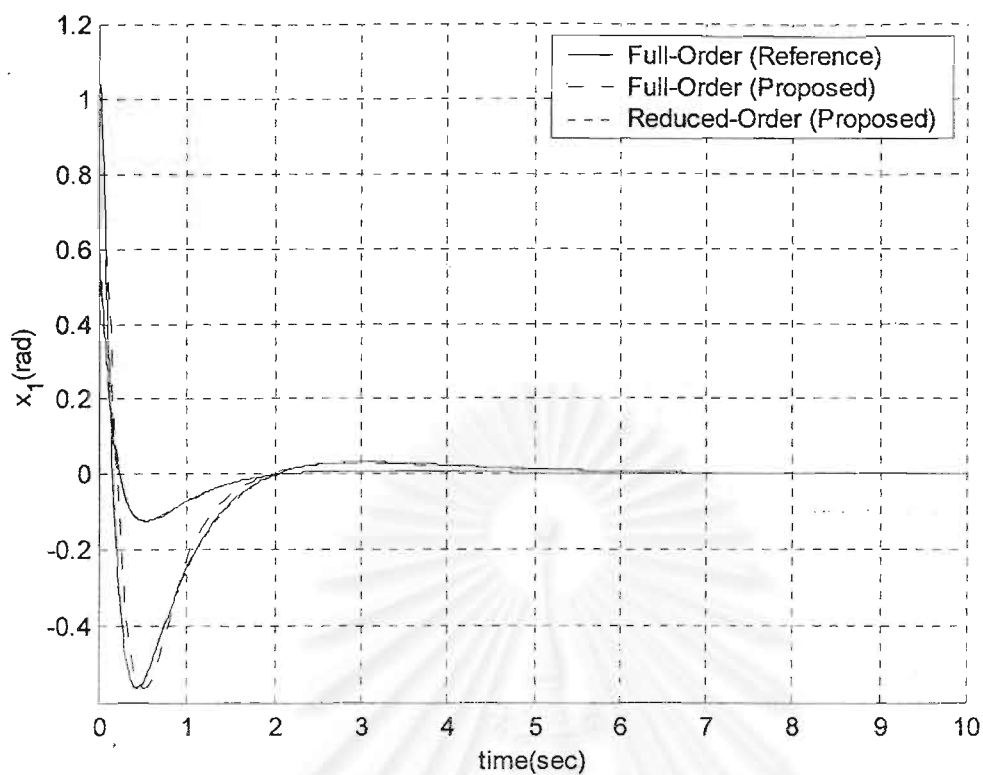
รูปที่ 4.16. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับที่นำเสนอ (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



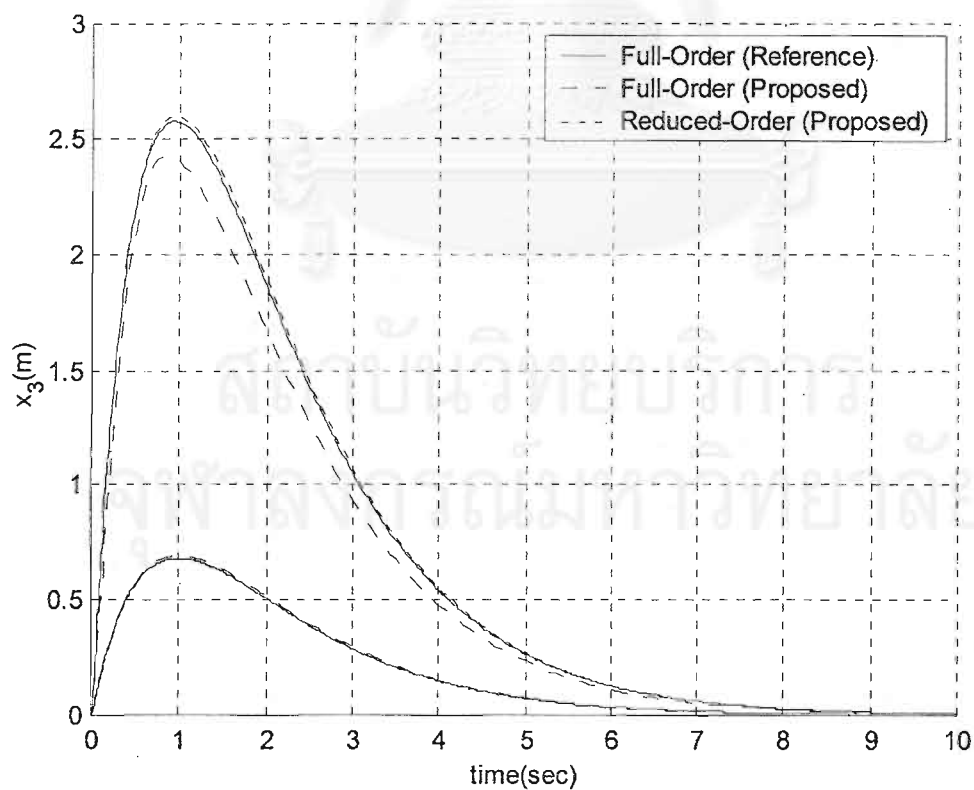
รูปที่ 4.17. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. (ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



รูปที่ 4.18. ป้อนกลับด้วยตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1(ค่ามุมเริ่มต้น 10-60 องศา)



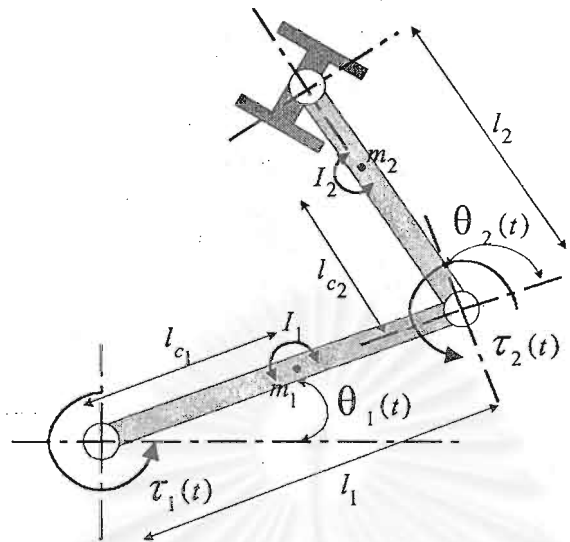
รูปที่ 4.19. เปรียบเทียบการป้อนกลับด้วยตัวสังเกตทั้ง 3 วิธี (ค่ามุมเริ่มต้น 30,60 องศา)



รูปที่ 4.20. เปรียบเทียบการป้อนกลับด้วยตัวสังเกตทั้ง 3 วิธี (ค่ามุมเริ่มต้น 30,60 องศา)

4.3. ตัวอย่างที่ 3. ระบบควบคุมแขนกล 2 แขน [12]

กำหนดให้การควบคุมทิศทางเคลื่อนที่ของระบบเป็นแบบ จุดถึงจุด (Point to Point)



รูปที่ 4.21. ภาพระบบควบคุมแขนกล 2 แขน ที่มีระนาบทำงานขนานกับพื้นผิวโลก ซึ่งมีสมการพลวัตของโรงงานไม่เชิงเส้นดังนี้

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(t)) \cdot \ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}(t), \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)) \cdot \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \boldsymbol{\tau}(t)$$

$$\begin{bmatrix} H_{11}(t) & H_{12}(t) \\ H_{21}(t) & H_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1(t) \\ \ddot{\theta}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h(t) \cdot \dot{\theta}_2(t) & -h(t) \cdot (\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t)) \\ h(t) \cdot \dot{\theta}_1(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1(t) \\ \tau_2(t) \end{bmatrix}$$

เมื่อ $H_{11}(t) = (I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1) + 2(m_2 l_1 l_{c2}) \cos(\theta_2(t))$

$$H_{12}(t) = H_{21}(t) = (I_2 + m_2 l_{c2}^2) + (m_2 l_1 l_{c2}) \cos(\theta_2(t))$$

$$H_{22} = (I_2 + m_2 l_{c2}^2)$$

$$h(t) = (m_2 l_1 l_{c2}) \sin(\theta_2(t))$$

โดยที่ θ_i คือ มุมของข้อต่อที่ i (rad), $i=1,2$

l_{c1} คือ ระยะห่างจากข้อต่อถึงจุดศูนย์กลางมวลของแขนที่ 1. (m), $l_{c1} = 0.5$,

l_{c2} คือ ระยะห่างจากข้อต่อถึงจุดศูนย์กลางมวลของแขนที่ 2. (m), $l_{c2} = 0.6$

m_1 คือ มวลของแขนที่ 1. (kg), $m_1 = 1$,

m_2 คือ มวลของแขนที่ 2. (kg), $m_2 = 2$

l_1 คือ ความยาวของแขนที่ 1. (m), $l_1 = 1$,

l_2 คือ ความยาวของแขนที่ 2. (m), $l_2 = 1$

I_1 คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนที่ 1. ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), $I_1 = 0.12$,

I_2 คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของแขนที่ 2. ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), $I_2 = 0.25$

4.3.1. การระบุแบบจำลอง ของตัวอย่างที่ 3.

ระบุแบบจำลอง T-S โดยกำหนดจุดทำงานไว้ทั้งหมด $1 \times 5 \times 7 \times 5 = 175$ จุดดังนี้

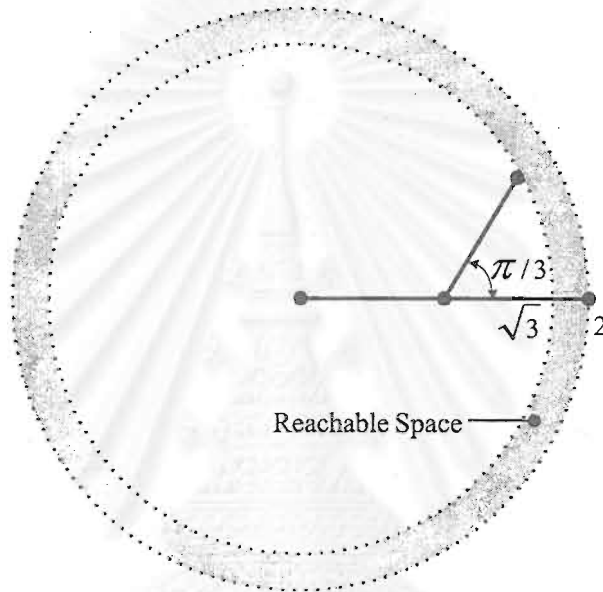
แกน $x_1(t) = \theta_1(t)$ ไม่มีการกำหนดจุดทำงานไว้

แกน $x_2(t) = \dot{\theta}_1(t)$ จำนวน 5 จุด ได้แก่ $-4, -2, 0, 2, 4$

แกน $x_3(t) = \theta_2(t)$ จำนวน 7 จุด ได้แก่ $(-6\pi/18), (-4\pi/18), (-2\pi/18), \dots, (6\pi/18)$

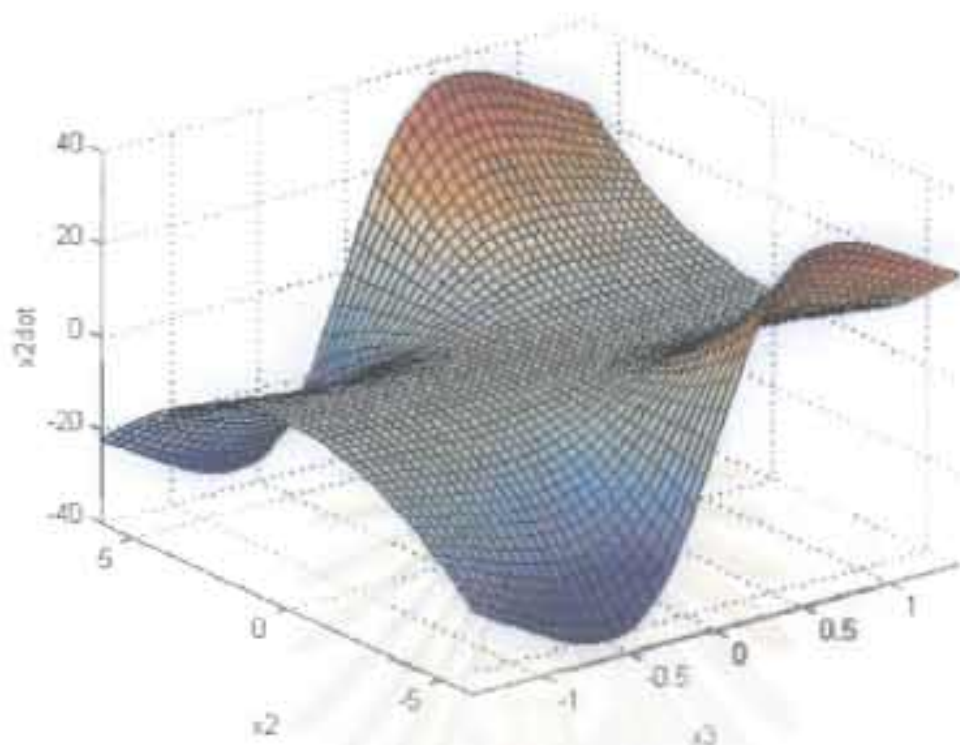
แกน $x_4(t) = \dot{\theta}_2(t)$ จำนวน 5 จุด ได้แก่ $-4, -2, 0, 2, 4$

ขอบเขตที่แบบจำลอง T-S สามารถเข้าถึงได้ มีลักษณะเป็นวงแหวนดังแสดงในรูปที่ 4.22.

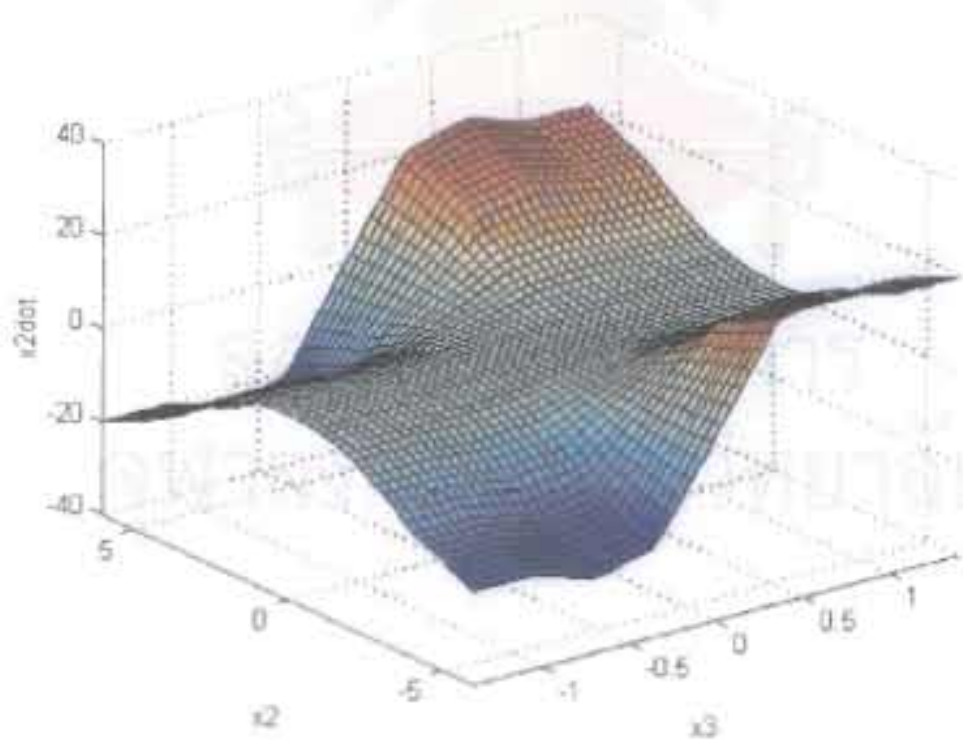


รูปที่ 4.22. ขอบเขตที่เข้าถึงได้ของแขนกล 2 แขน

ปรับปรุงค่าพารามิเตอร์ ของแบบจำลอง T-S ด้วยวิธี เกรเดียน [7] (อุภาคผนวก ค.) โดยวนรอบปรับปรุงทั้งหมด 14 รอบการทำงาน จนเห็นว่าแบบจำลอง T-S มีความใกล้เคียงกับโรงงานไม่เชิงเส้นจนเป็นที่พอใจ โดยเปรียบเทียบพื้นผิวของการประมาณ โรงงานไม่เชิงเส้นด้วยแบบจำลอง ฟิชชี T-S ดังรูปที่ 4ก.9. และรูปที่ 4ข.9 ถึงรูปที่ 4ก.26 และรูปที่ 4ข.26

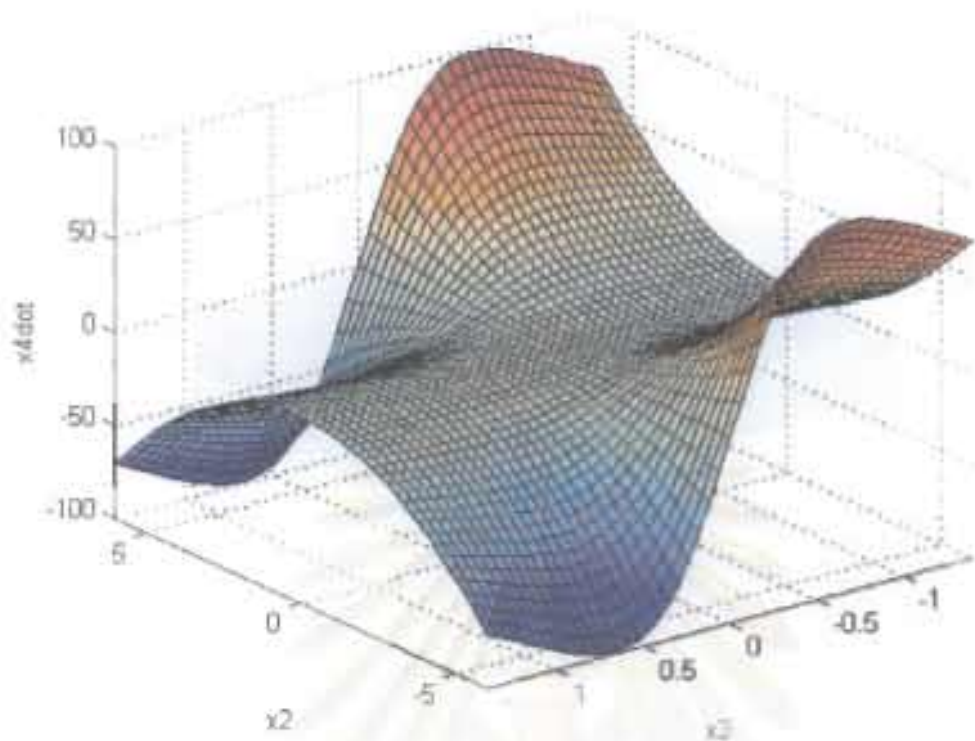


รูปที่ 4ก.9. พื้นผิว z_2 ระบบ x_2, x_3 ของสมการจำลองไม่เชิงเส้น

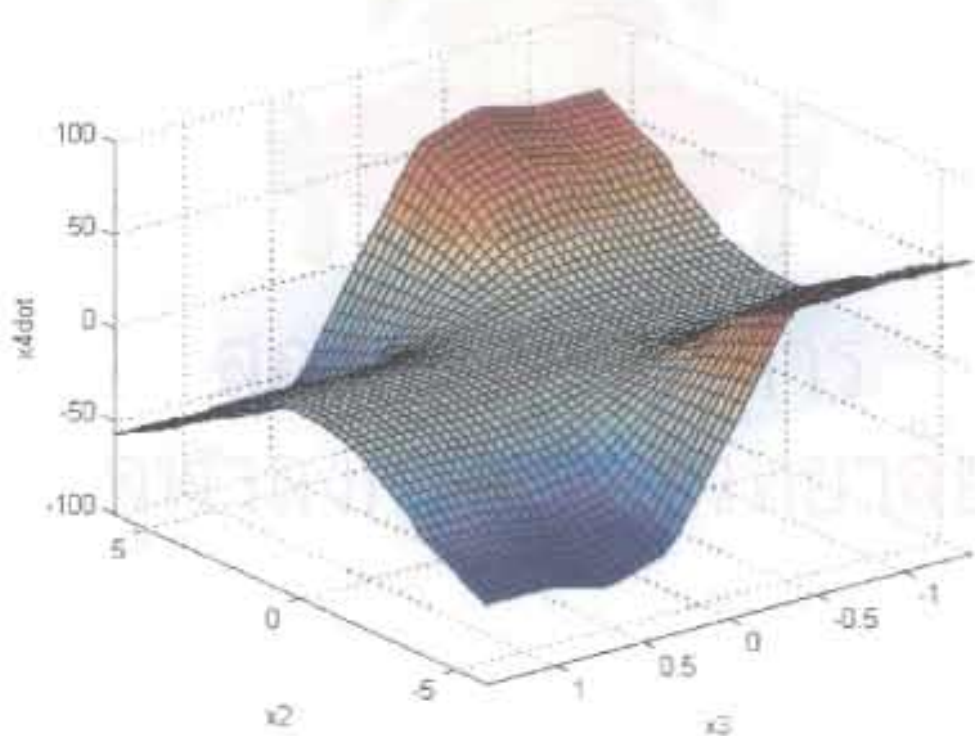


รูปที่ 4ข.9. พื้นผิว z_2 ระบบ x_2, x_3 ของสมการจำลอง R-S

รูปทั้งสอง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. ทิศในกรณีนี้ที่กำหนดโดยตัวแปร x_1, x_2, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

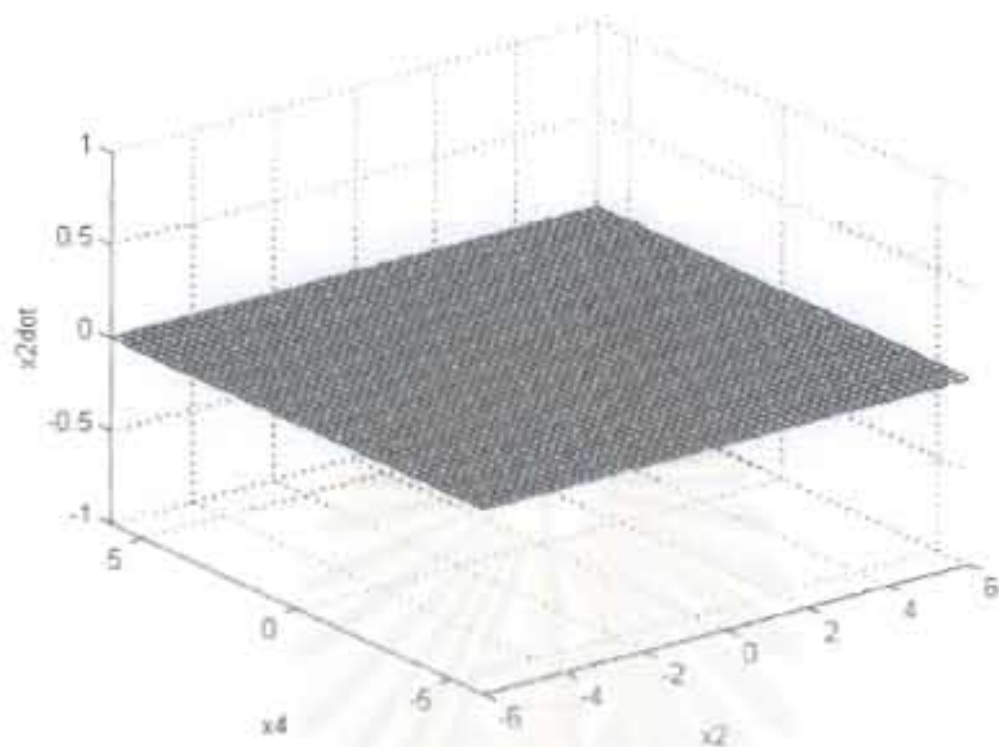


รูปที่ 4ก.10. พื้นผิว v_4 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

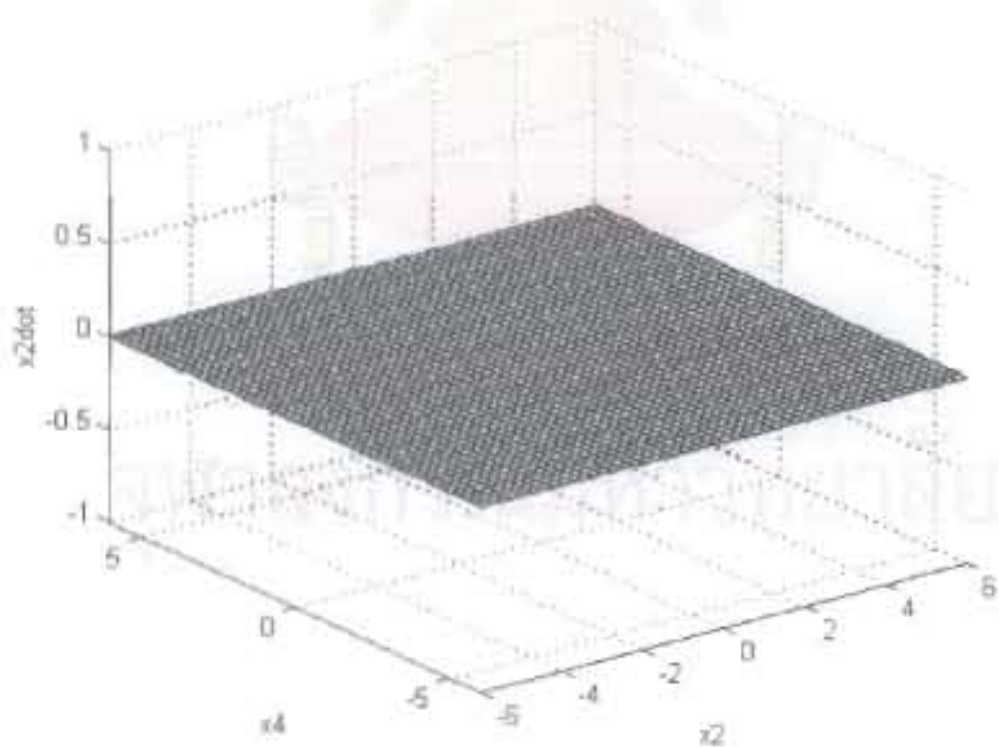


รูปที่ 4ข.10. พื้นผิว v_4 บนระนาบ x_2, x_3 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3, คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_4, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

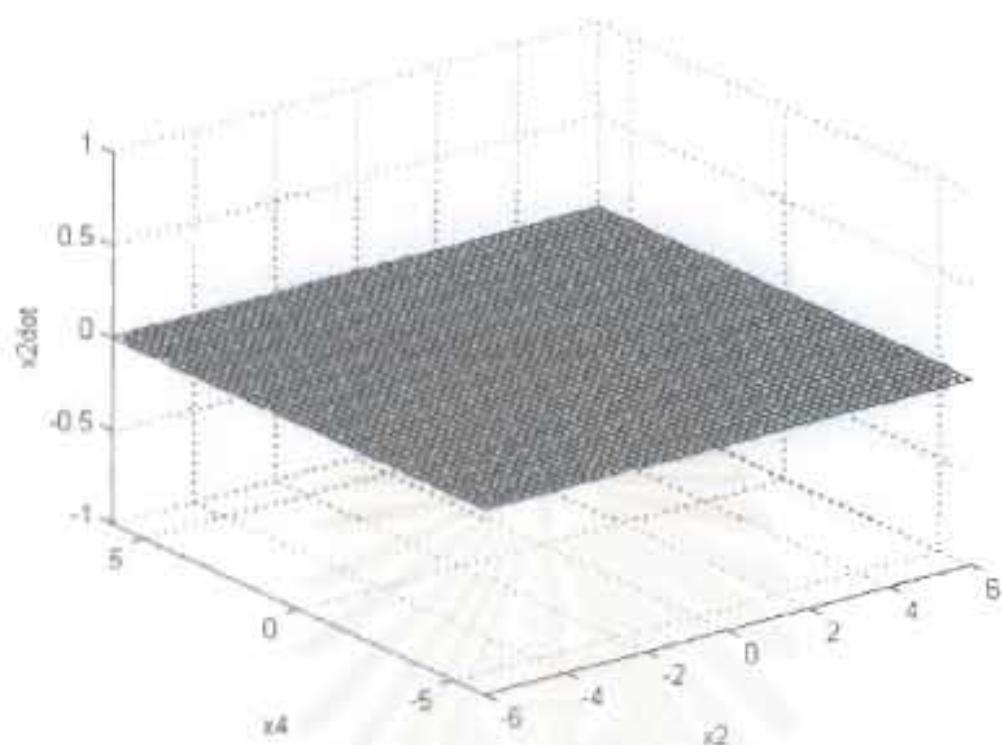


รูปที่ 4ก.11. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองโมเดล

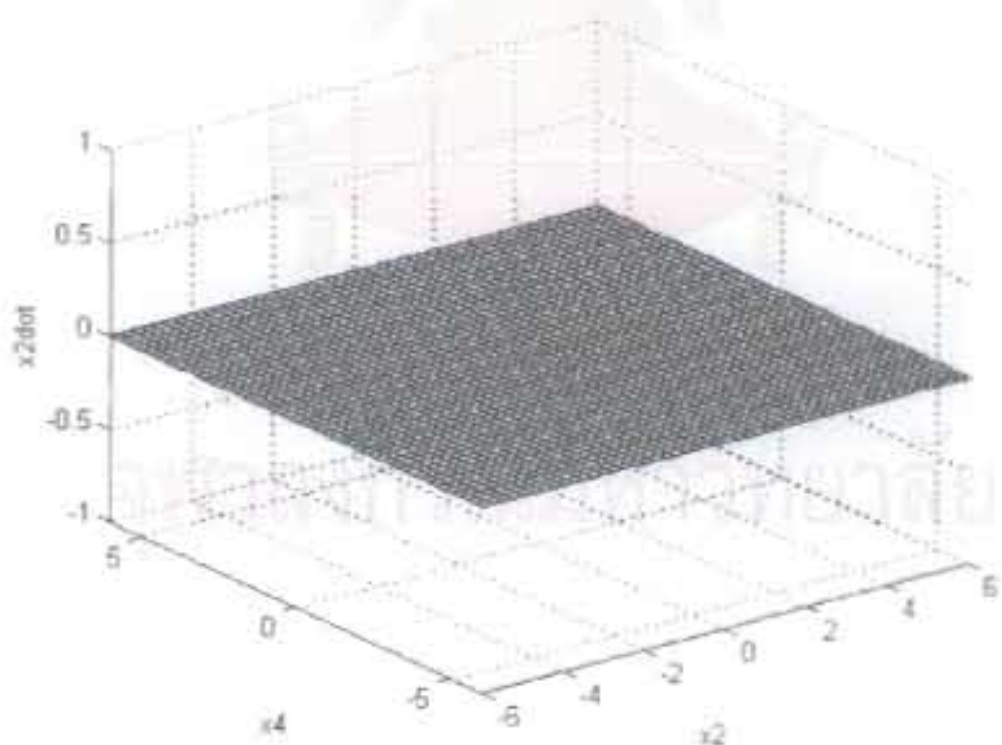


รูปที่ 4ข.11. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลอง T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่าง 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

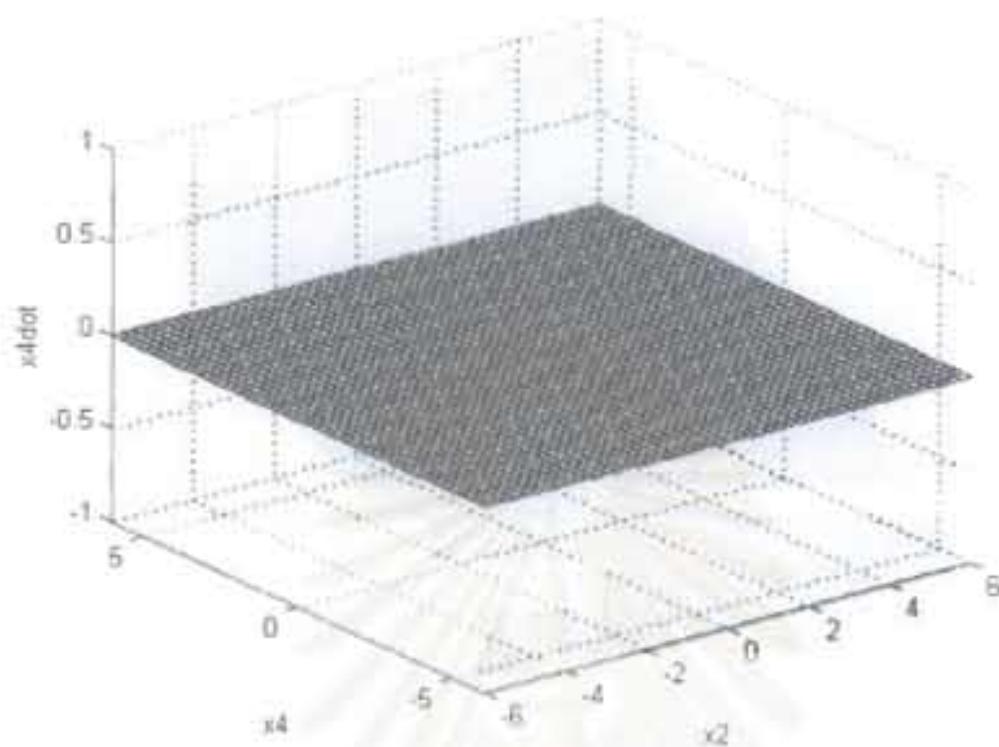


รูปที่ 4ก.11. พื้นผิว \dot{x}_2 , บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

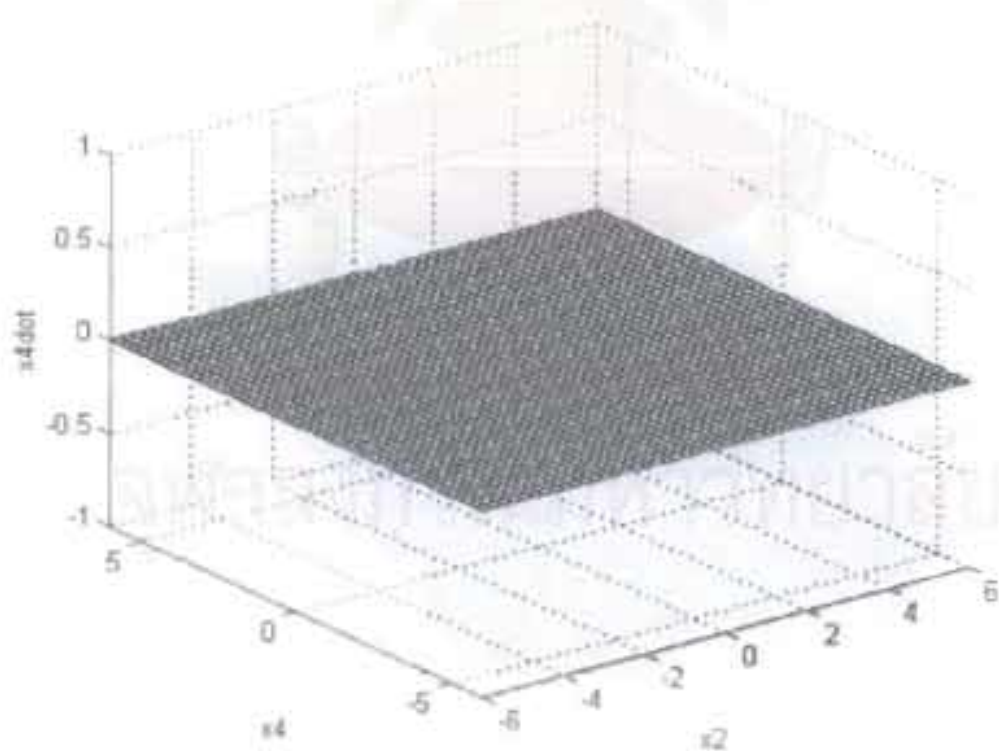


รูปที่ 4ข.11. พื้นผิว \dot{x}_2 , บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดค่าให้ตัวแปร x_1, x_3, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

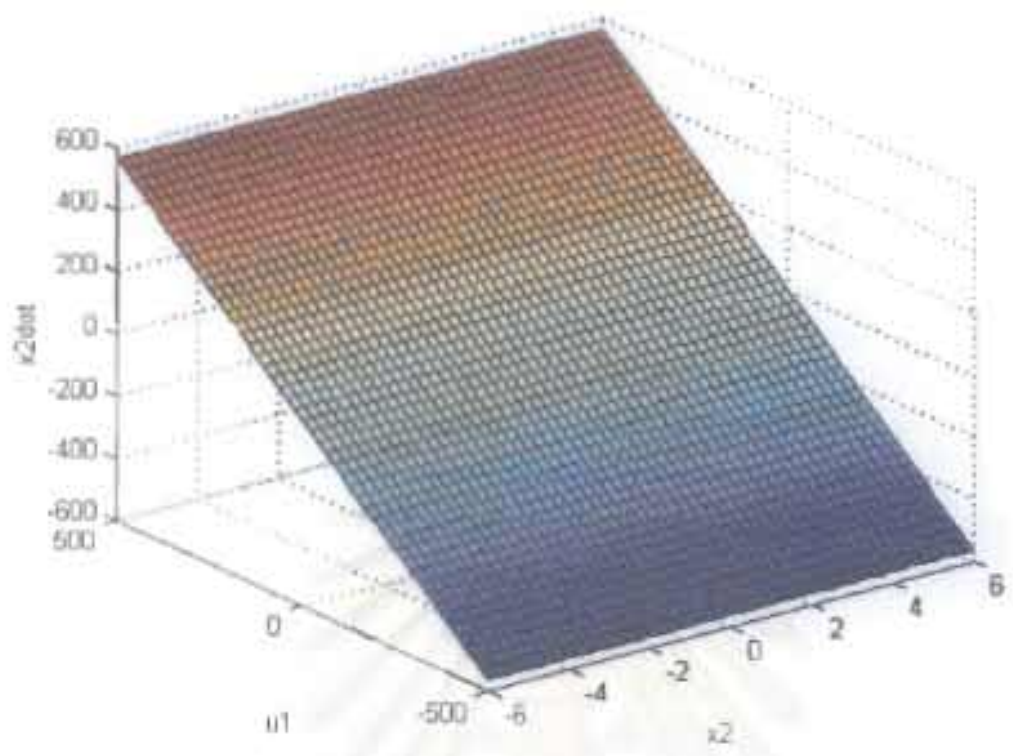


รูปที่ 4ก.12. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

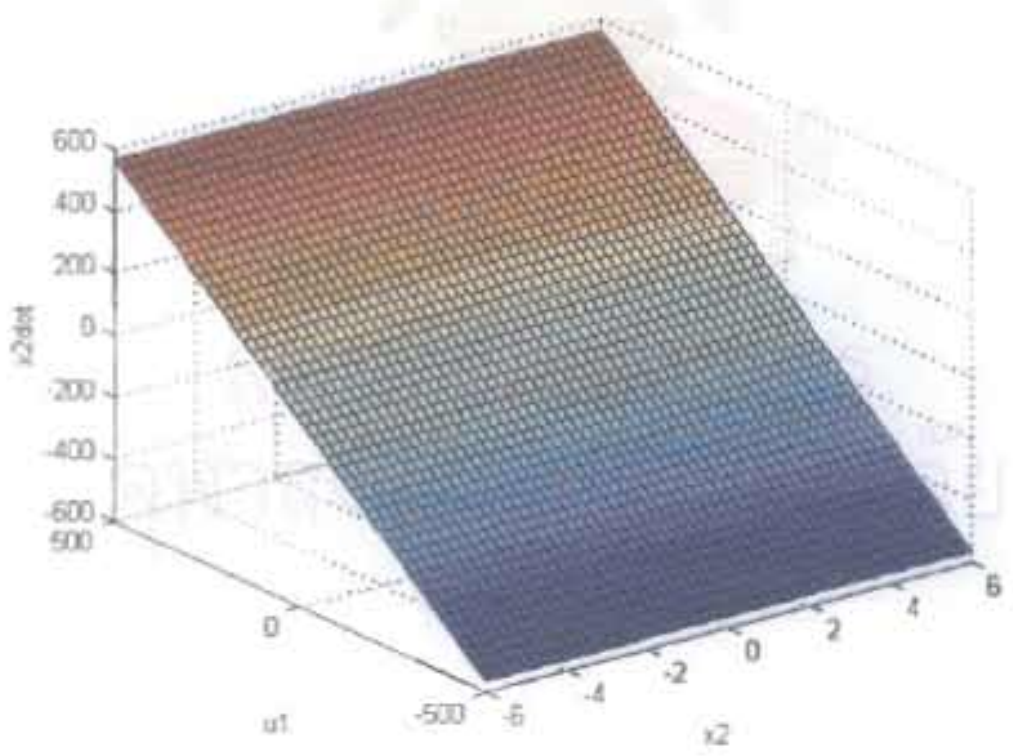


รูปที่ 4ข.12. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, x_4 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นจอภาพอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_3, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

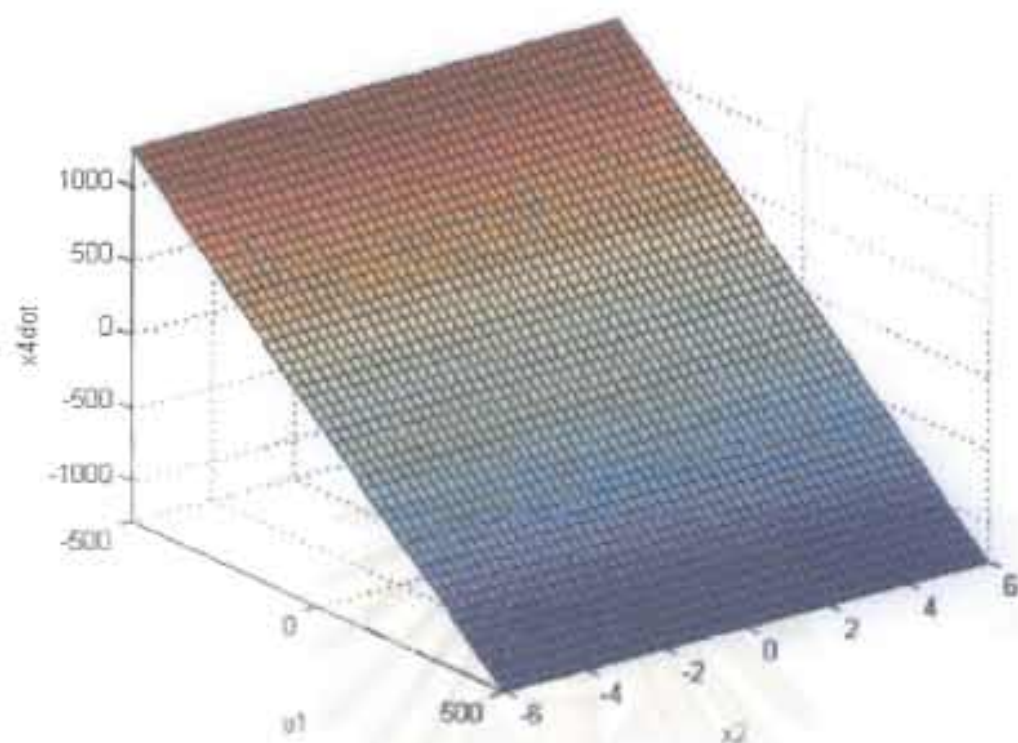


รูปที่ 4ก.13. พื้นผิว x_2 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

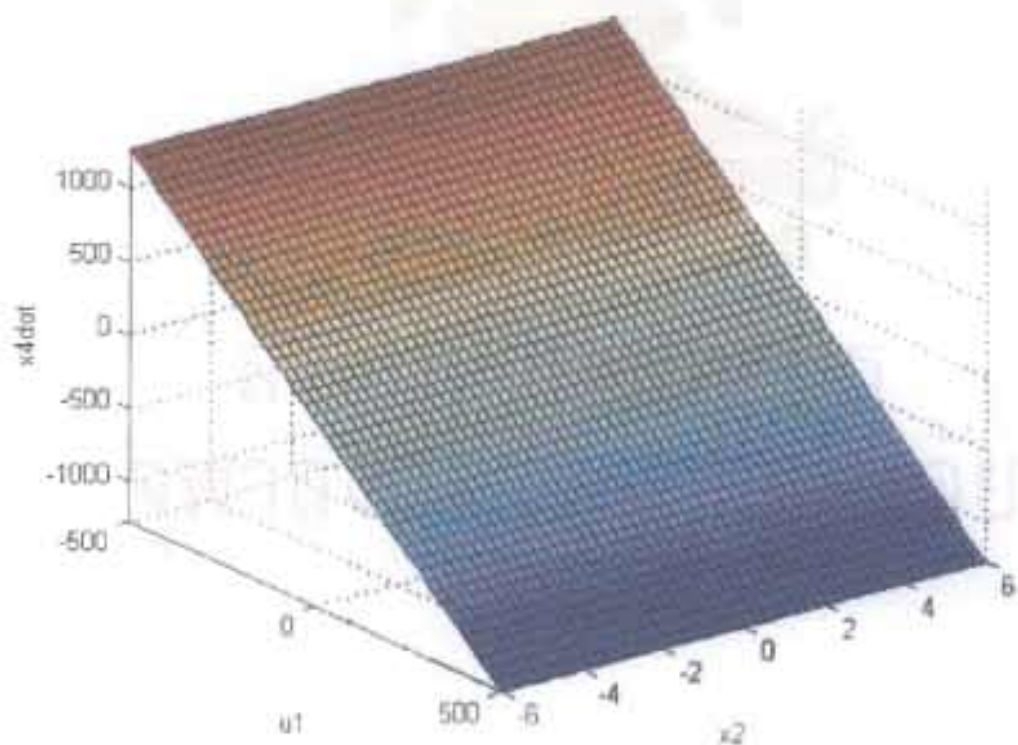


รูปที่ 4ข.13. พื้นผิว x_2 บนระนาบ x_2, u_1 ของแบบจำลอง R-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คัดในกรณีที่กำหนดไว้ตัวแปร x_1, x_2, x_3, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

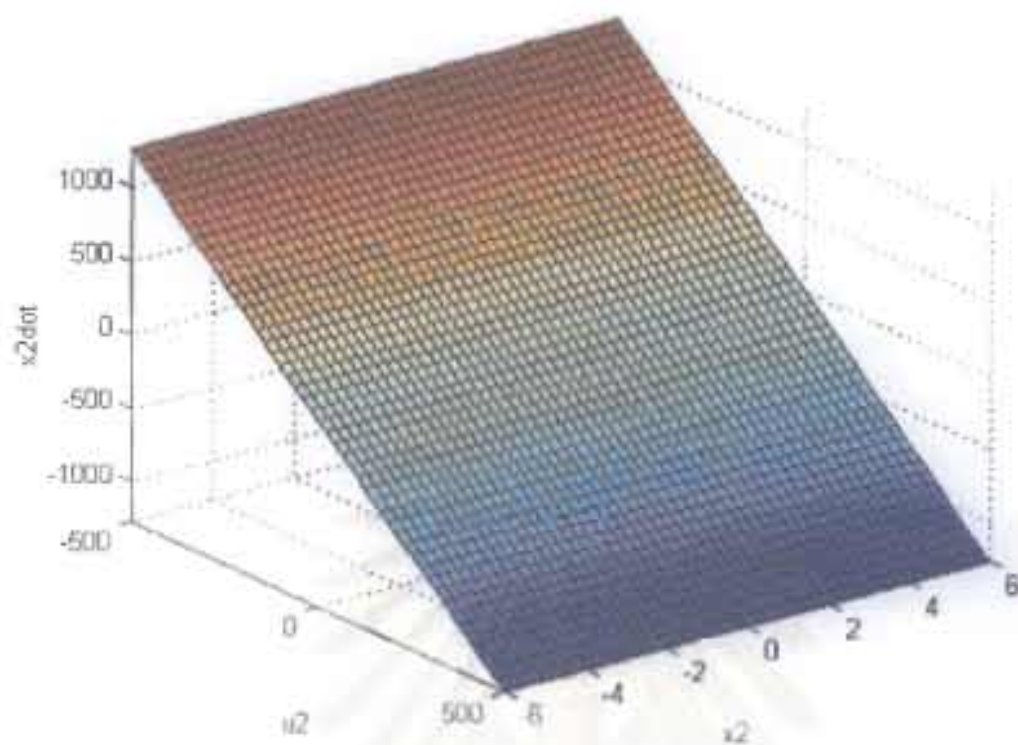


รูปที่ 4ก.14. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_2, x_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

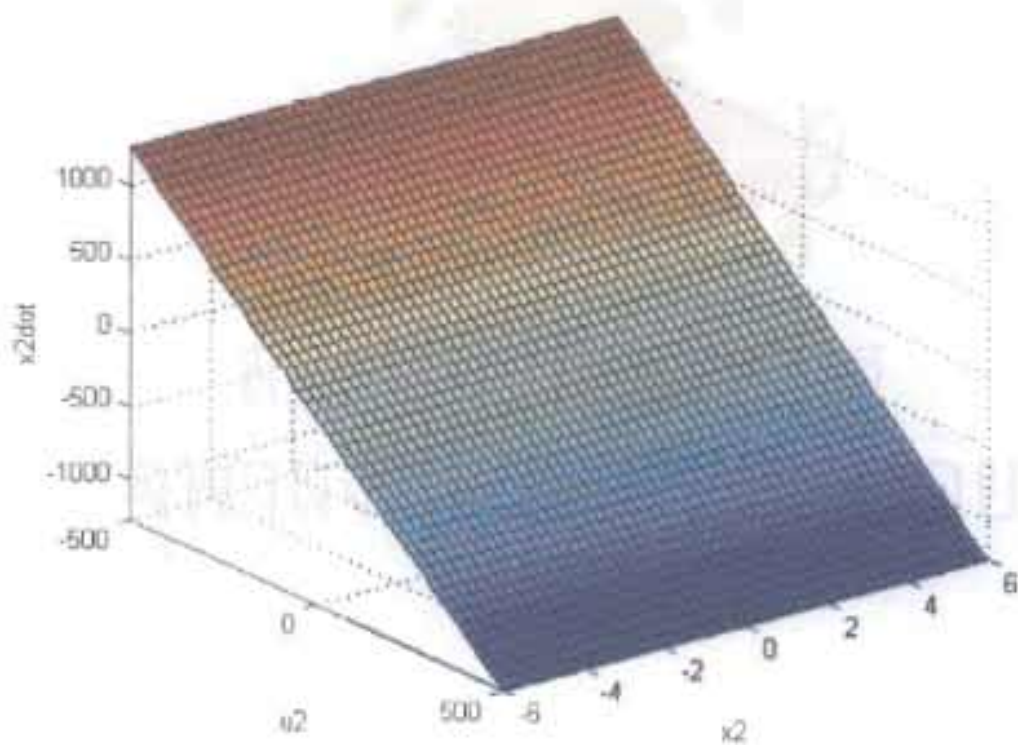


รูปที่ 4ข.14. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_2, x_1 ของแบบจำลอง T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวถ่วงที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, x_4, x_2 เป็นค่าคงที่ไว้

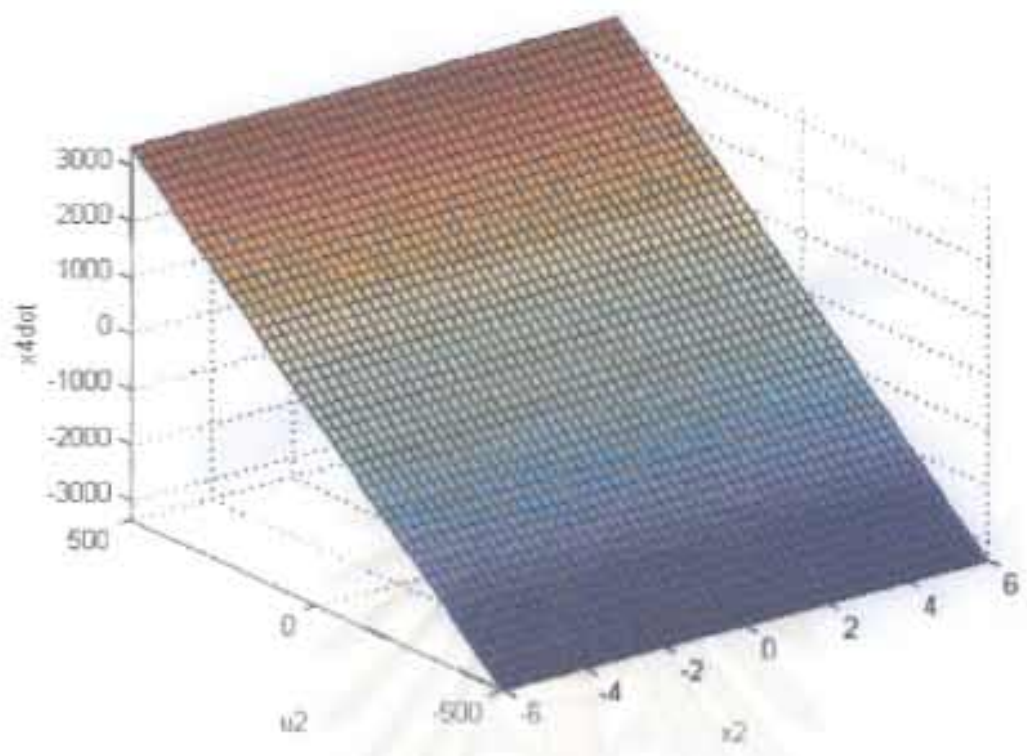


รูปที่ 4ก.15. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

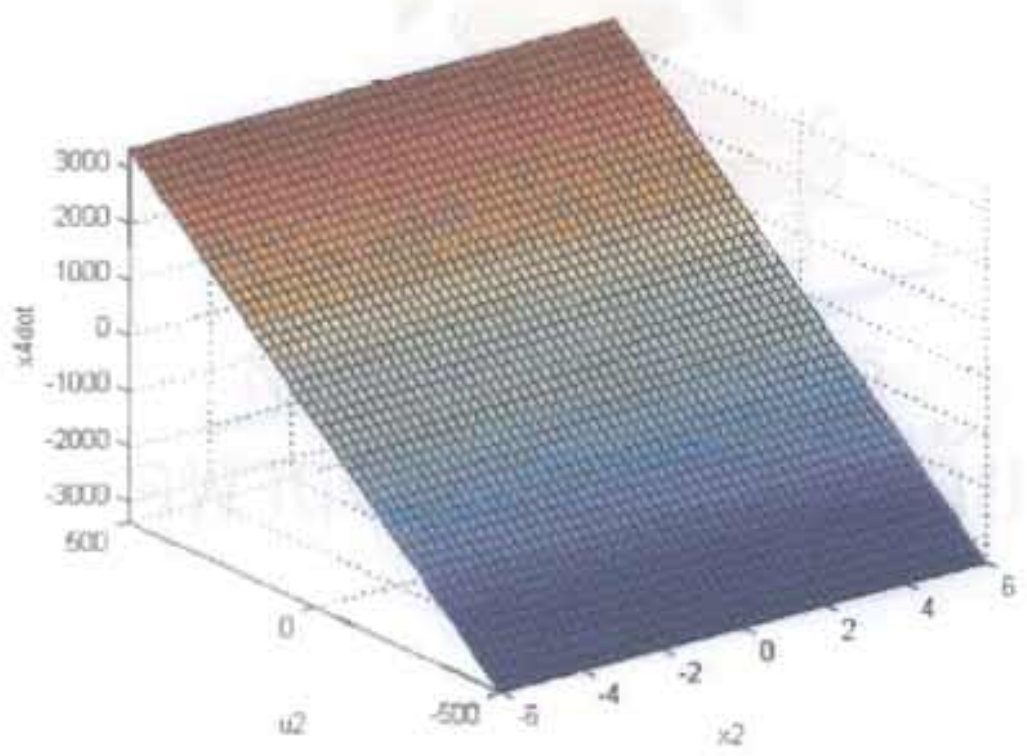


รูปที่ 4ข.15. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลอง 4T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดไว้ตัวแปร x_1, x_3, x_4, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

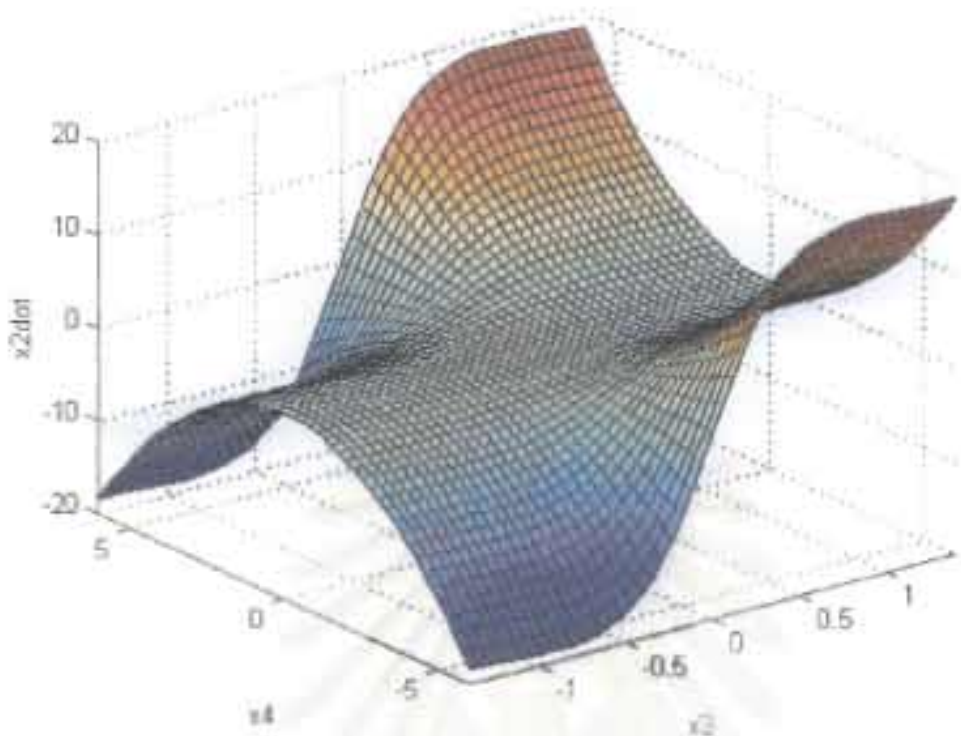


รูปที่ 4ก.16. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

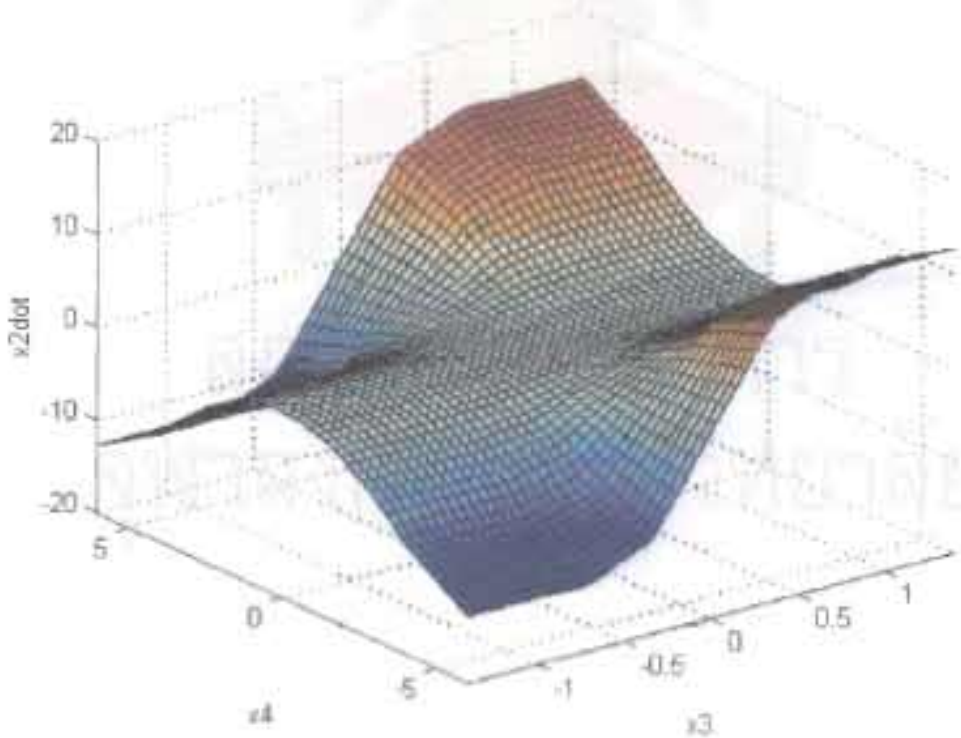


รูปที่ 4ข.16. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_2, u_2 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3, คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_3, x_4, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

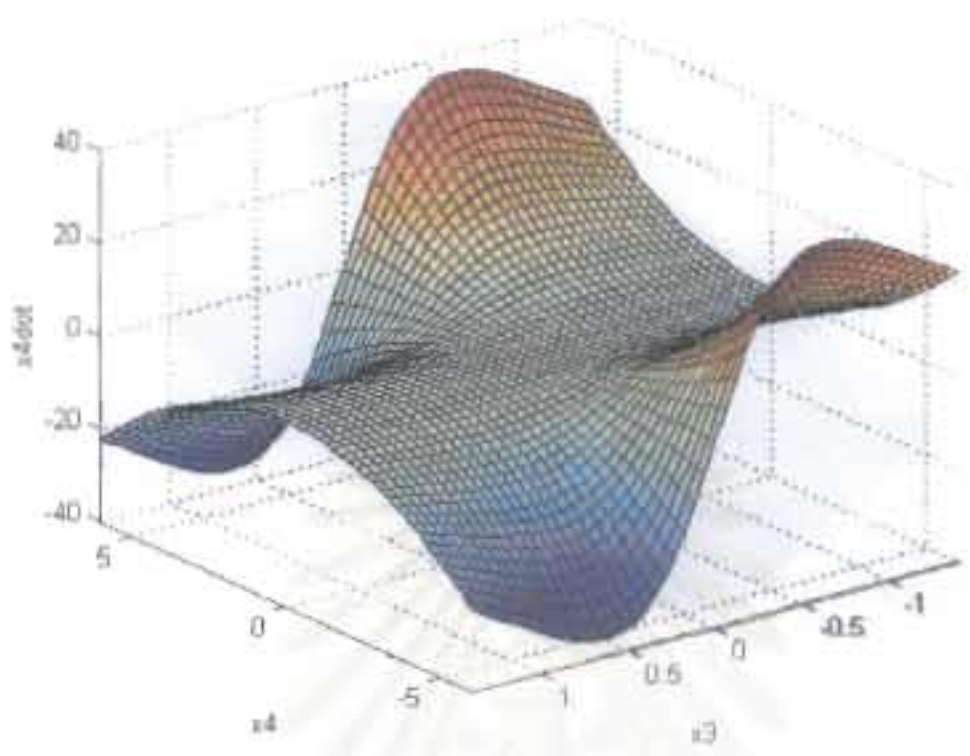


รูปที่ 40.17. พื้นผิว z , บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองของไม่เชิงเส้น

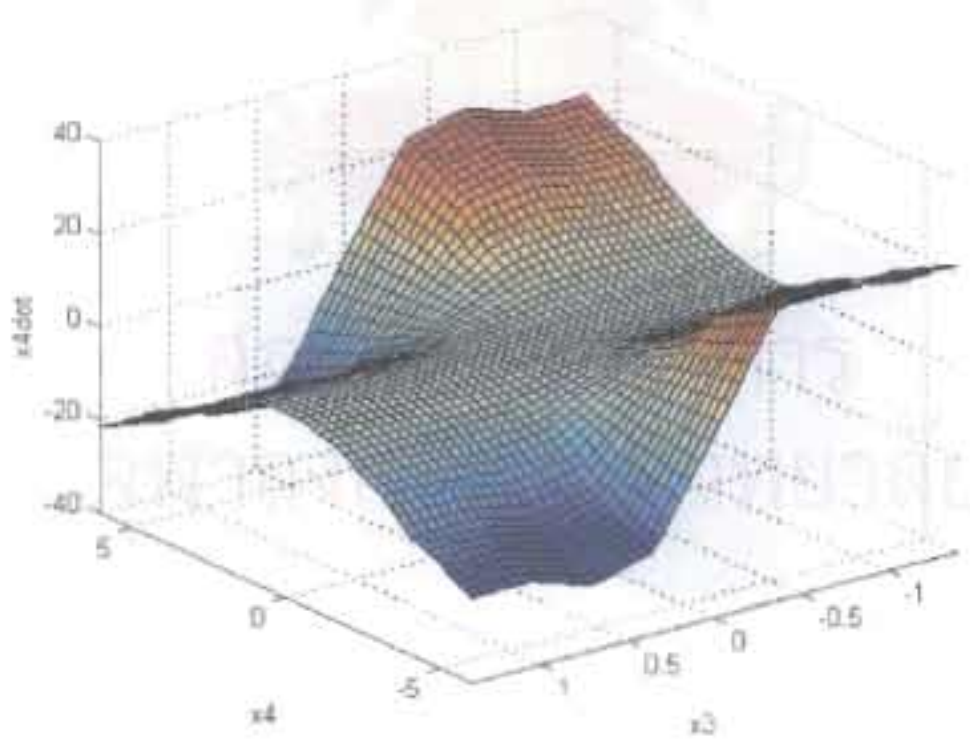


รูปที่ 41.17. พื้นผิว z , บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลองของ T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

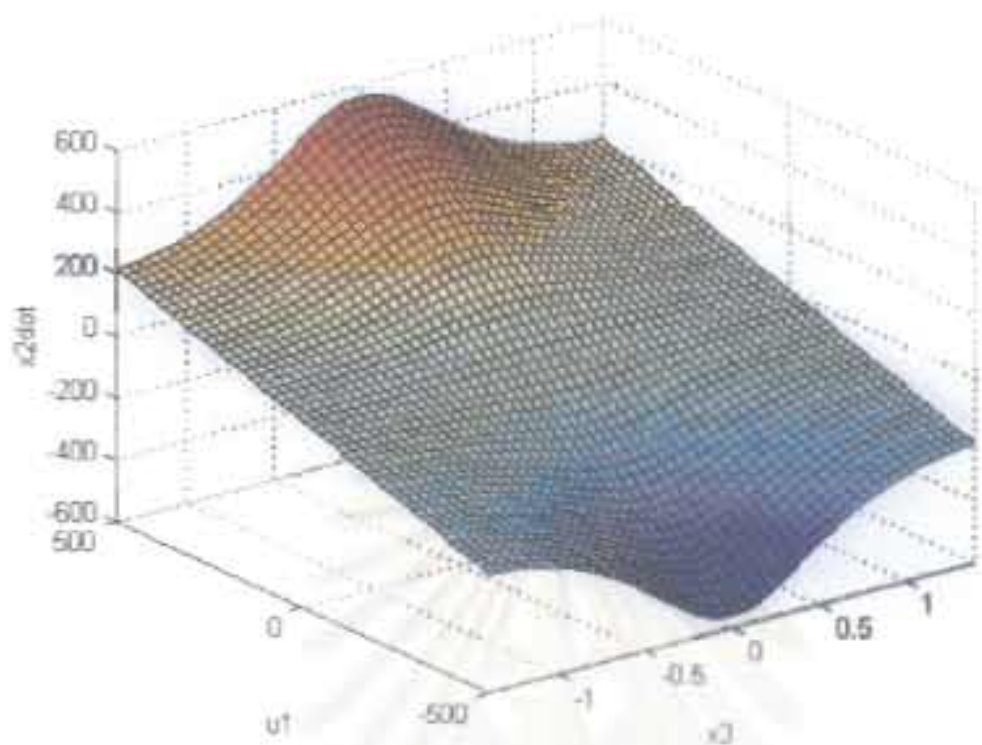


รูปที่ 4ก.18. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลอง 4 ไม่เชิงเส้น

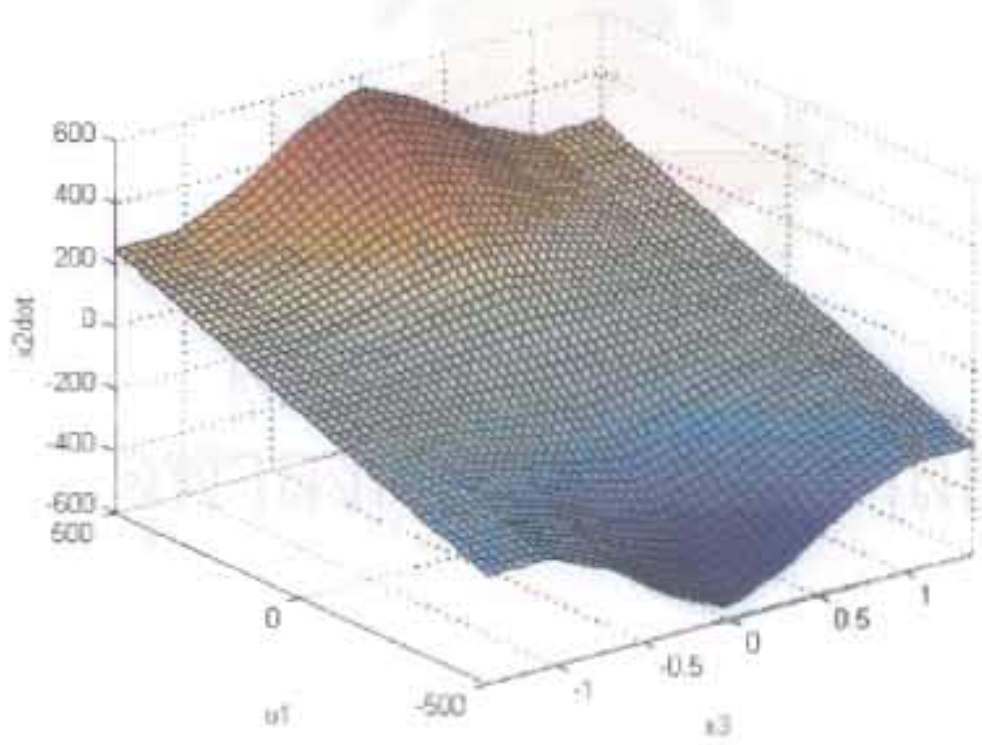


รูปที่ 4ข.18. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_3, x_4 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. ทิศในกรณีที่กำหนดไว้ด้วยแปด x_1, x_2, u_1, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

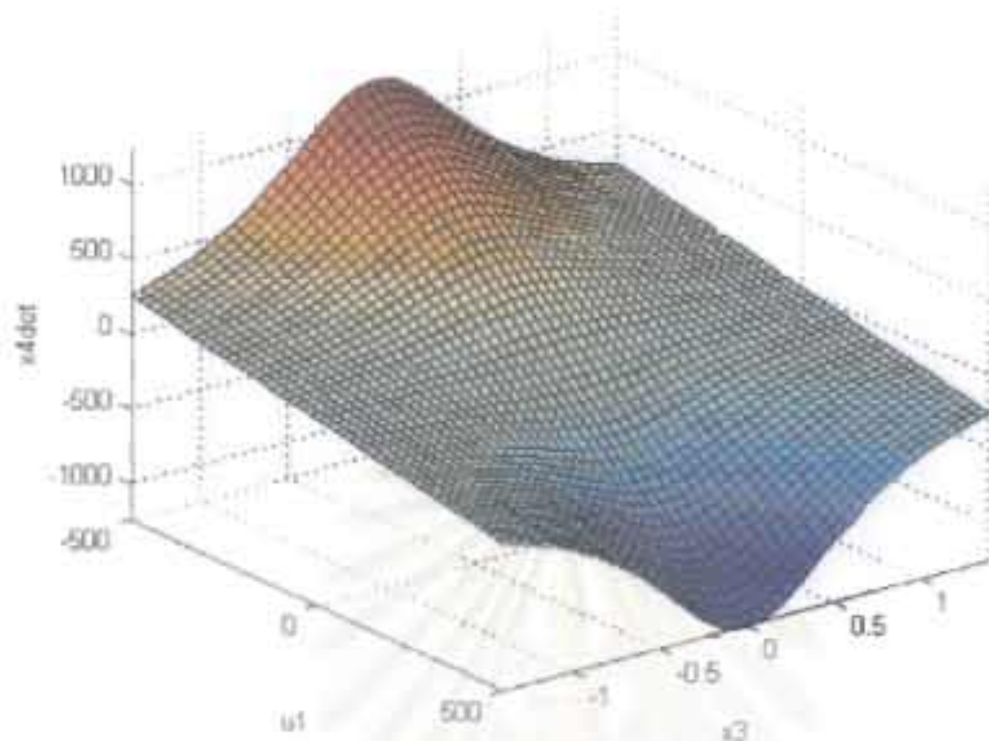


รูปที่ 4ก.19. พื้นผิว z_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลองโรเซนบร็อก

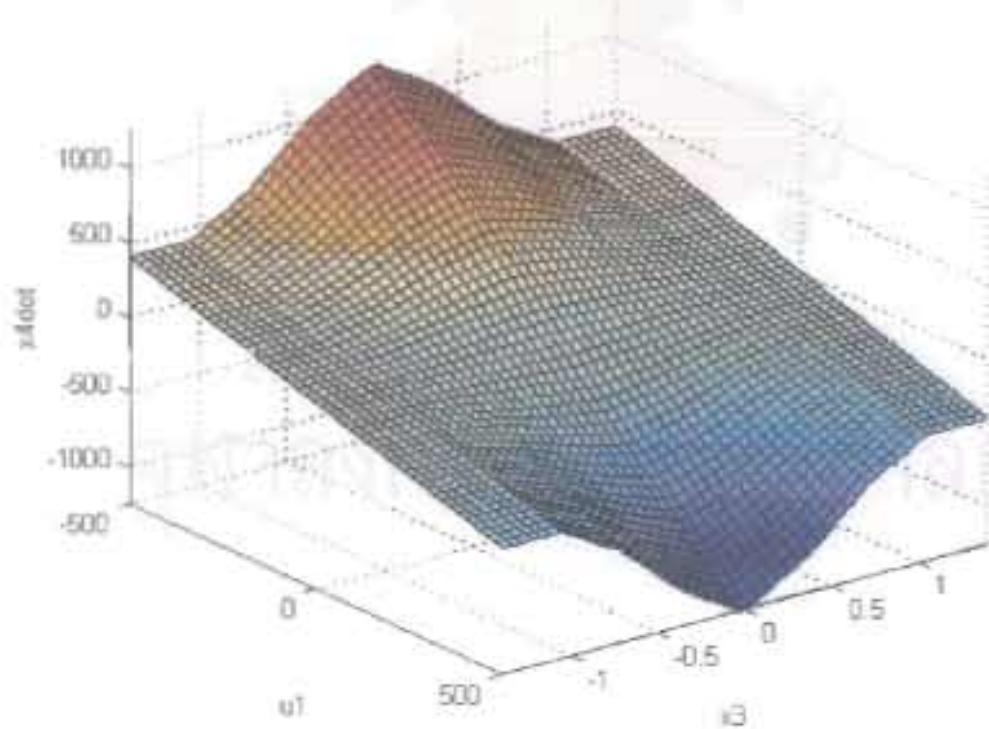


รูปที่ 4ข.19. พื้นผิว z_2 บนระนาบ x_1, x_3 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 ถัดไปของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, x_4, x_5 เป็นค่าคงที่ไว้

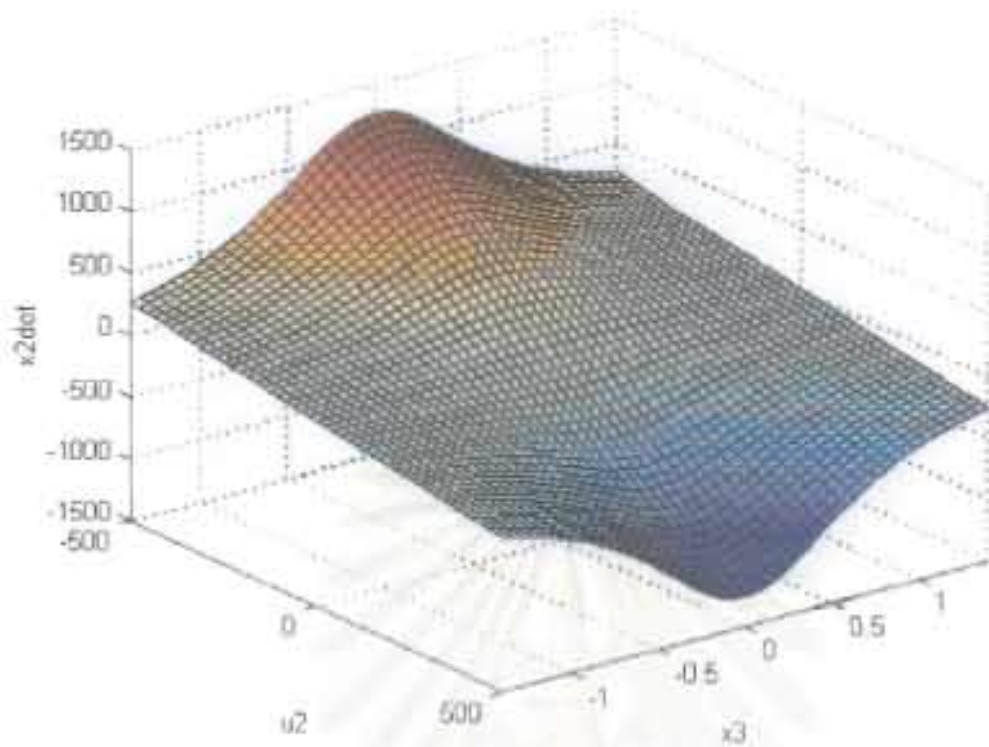


รูปที่ 4ก.20. พื้นผิว \hat{x}_4 บนระนาบ x_3, x_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

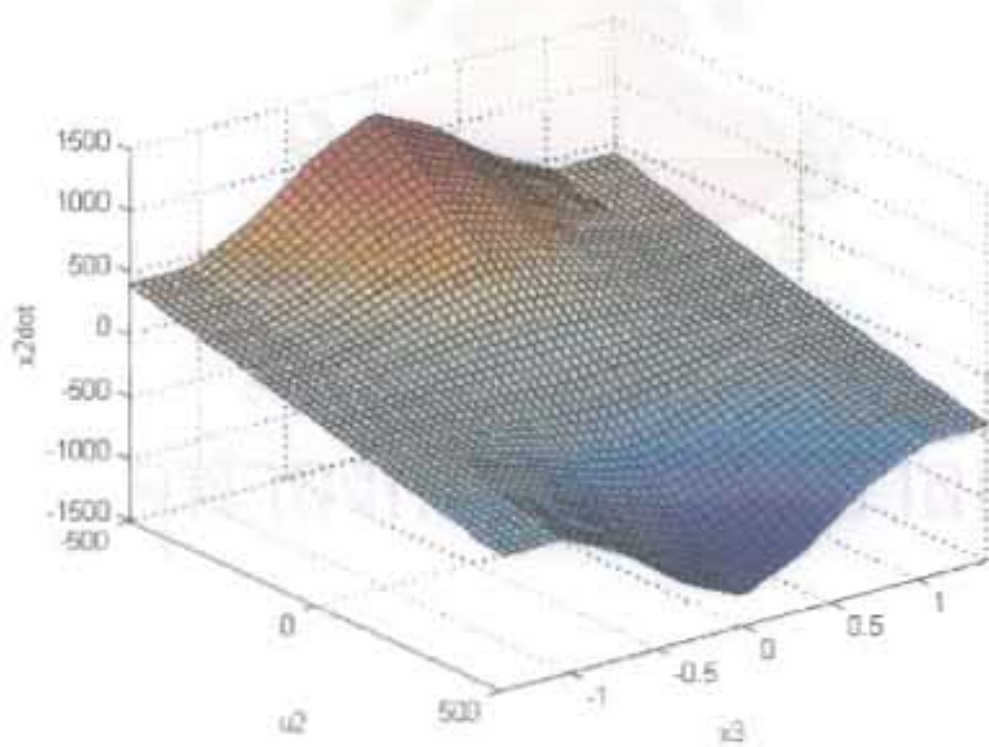


รูปที่ 4ข.20. พื้นผิว \hat{x}_4 บนระนาบ x_3, x_1 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, x_4, x_7 เป็นค่าคงที่ไว้

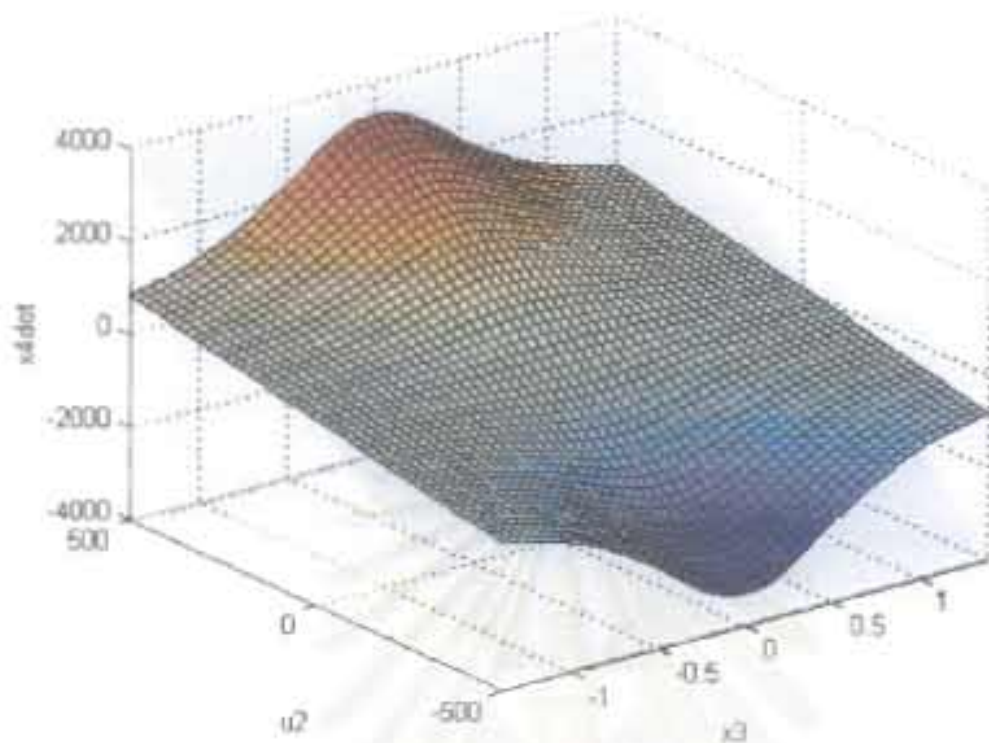


รูปที่ 4ก.21. พื้นผิว x_2 บนระนาบ x_3, u_2 ของแถบจำกัดองไม่เชิงเส้น

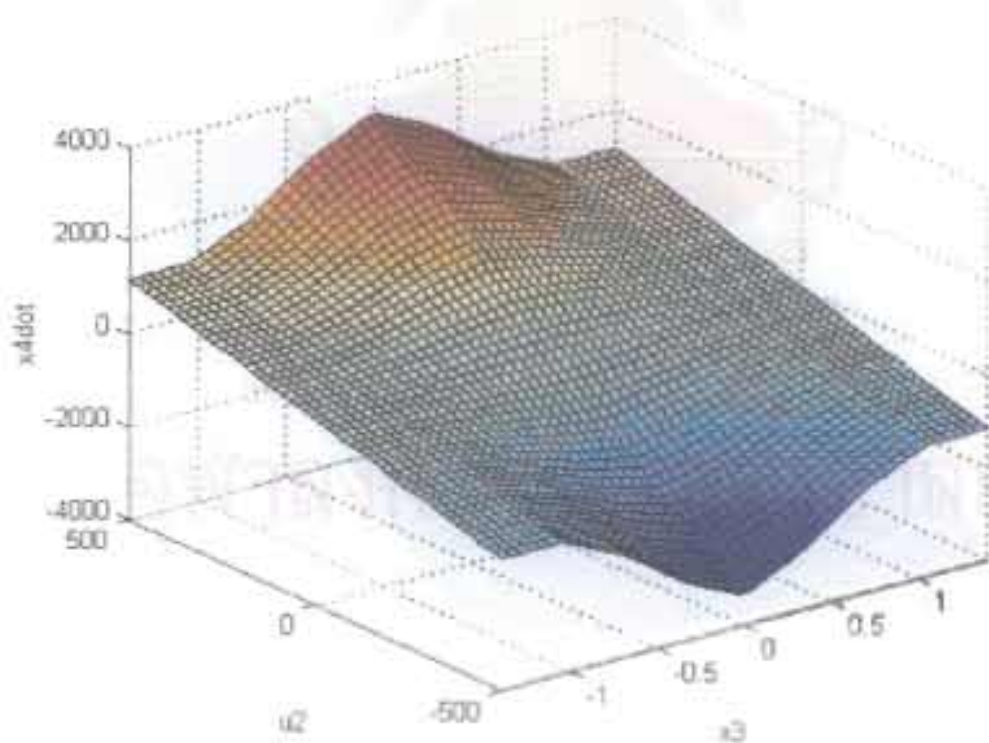


รูปที่ 4ข.21. พื้นผิว x_2 บนระนาบ x_3, u_2 ของแถบจำกัดอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดไว้ตัวแปร x_1, x_2, x_4, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

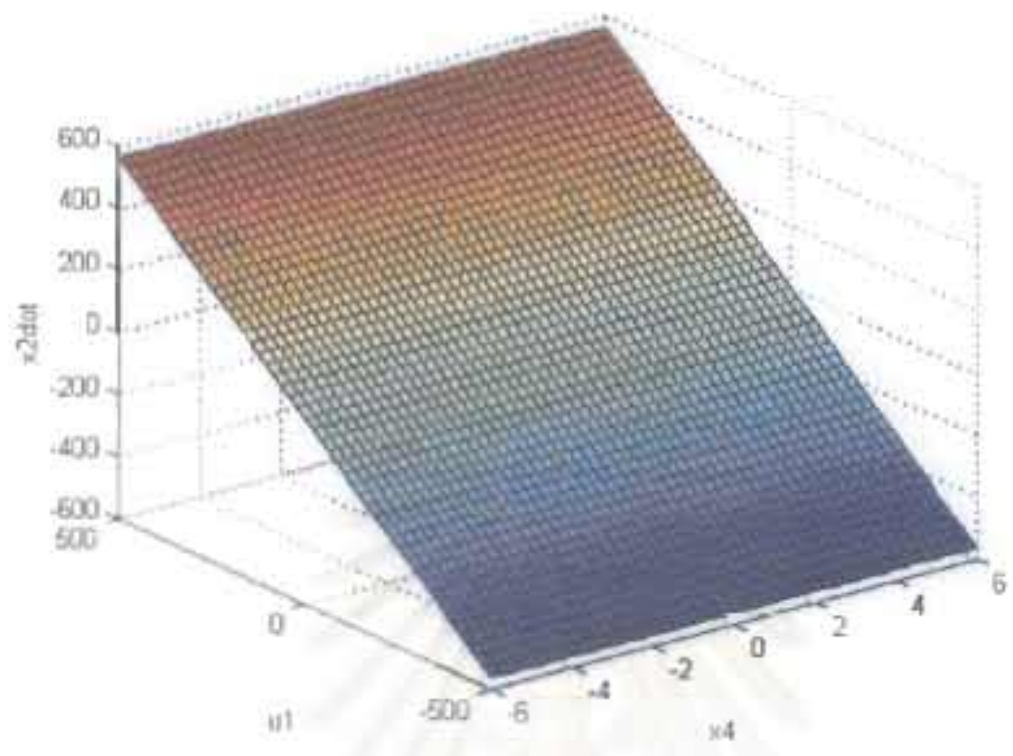


รูปที่ 4ก.22. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, x_2 ของแถบจำกัดวงไม่เชิงเส้น

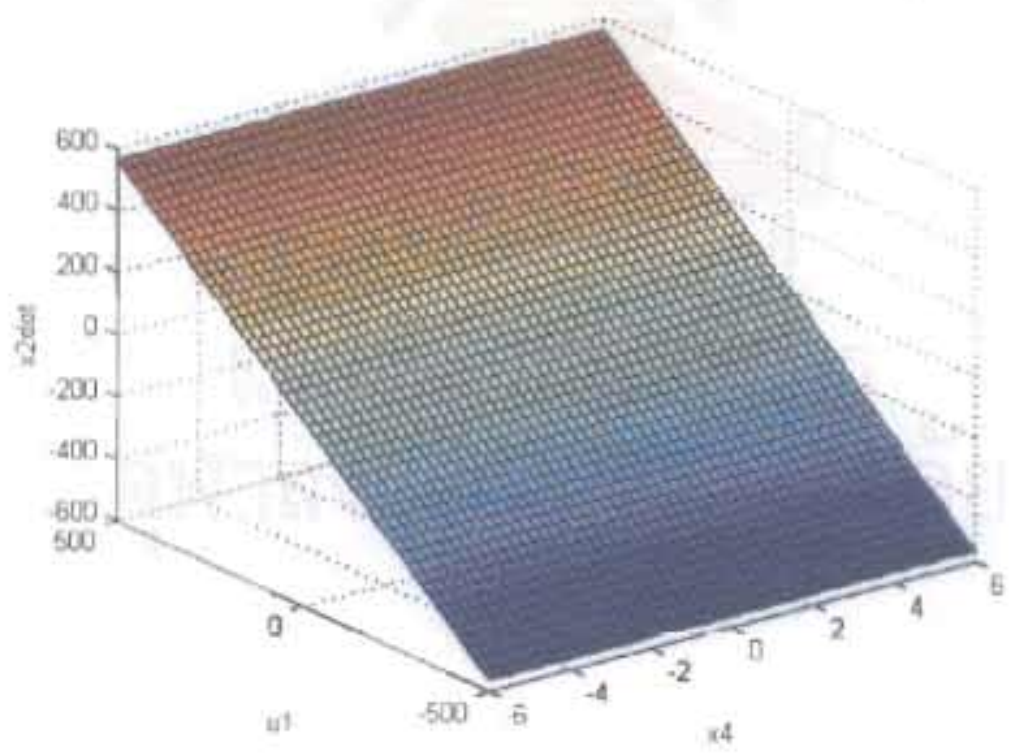


รูปที่ 4ข.22. พื้นผิว \dot{x}_4 บนระนาบ x_3, x_2 ของแถบจำกัดวง R-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. ทิศในกรณีที่กำหนดค่าให้ตัวแปร x_1, x_2, x_4, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

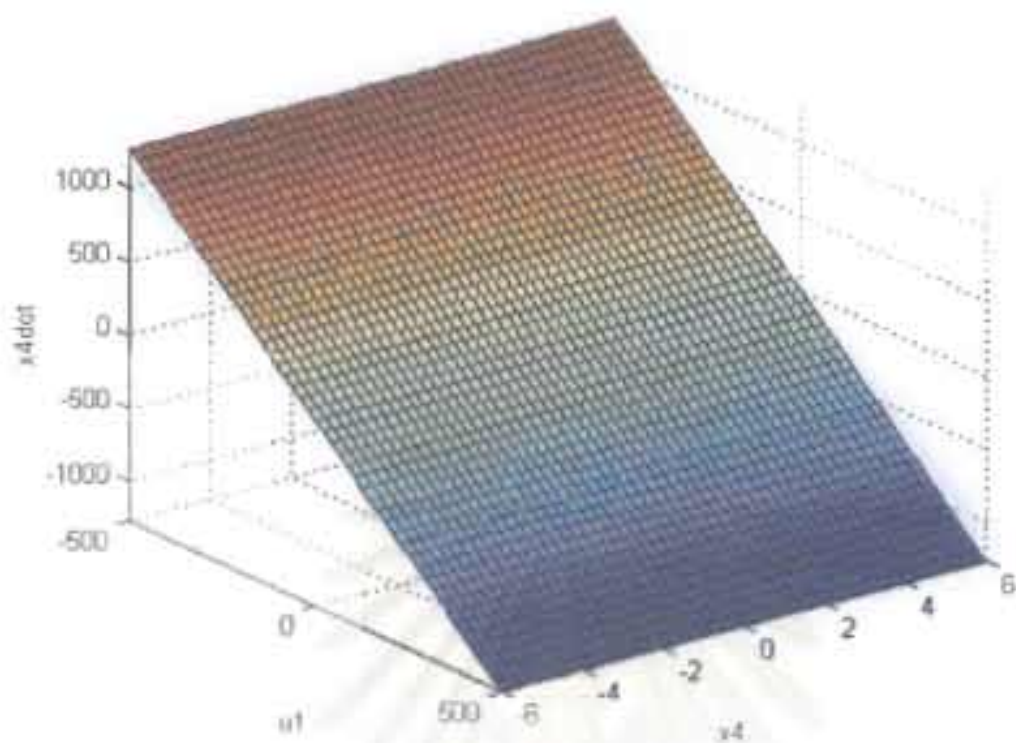


รูปที่ 4ก.23. พื้นผิว \hat{r}_2 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

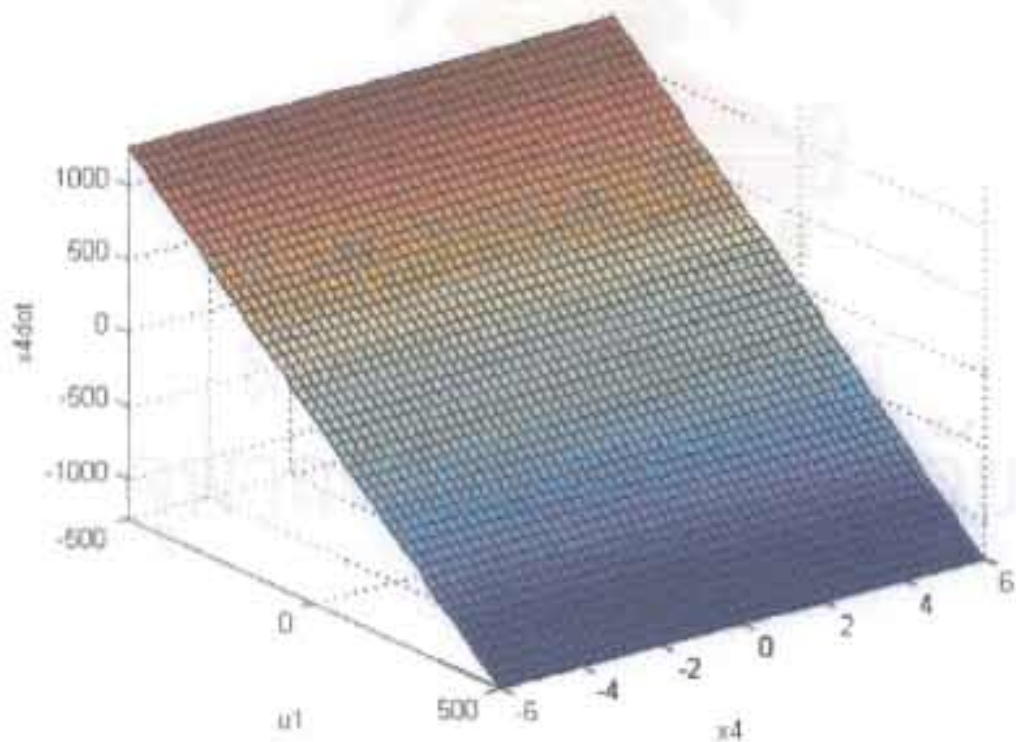


รูปที่ 4ข.23. พื้นผิว \hat{r}_2 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลอง T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอังกที่ 3. คิดในกรณีที่กำหนดให้ตัวแปร x_1, x_2, x_3, u_2 เป็นค่าคงที่ไว้

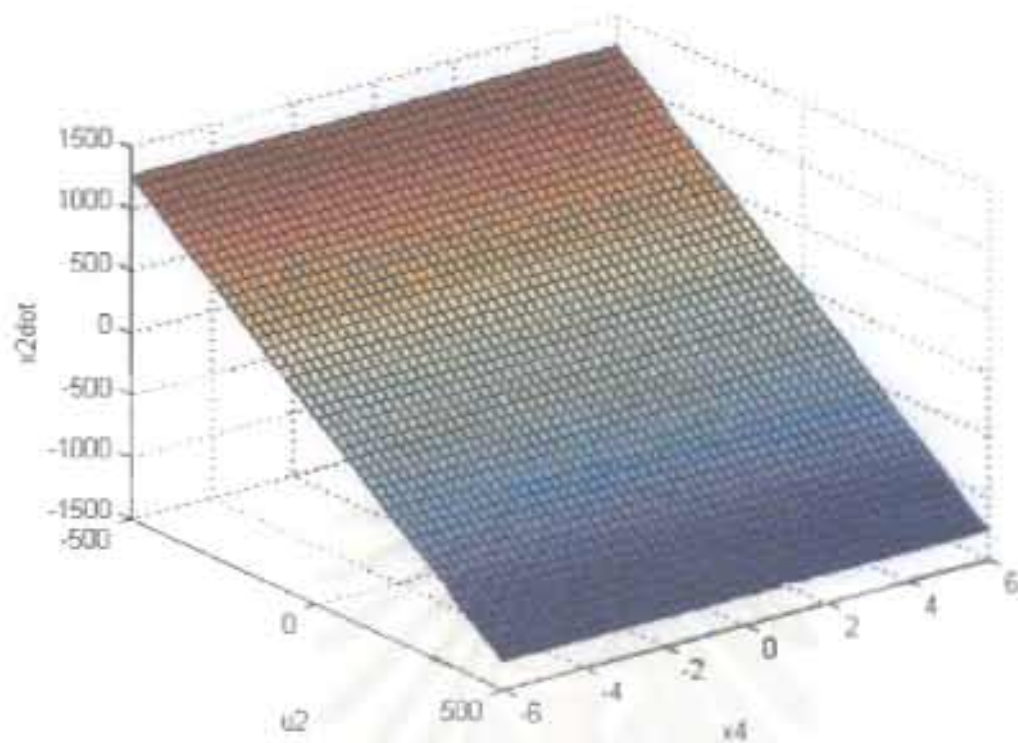


รูปที่ 4ก.24. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

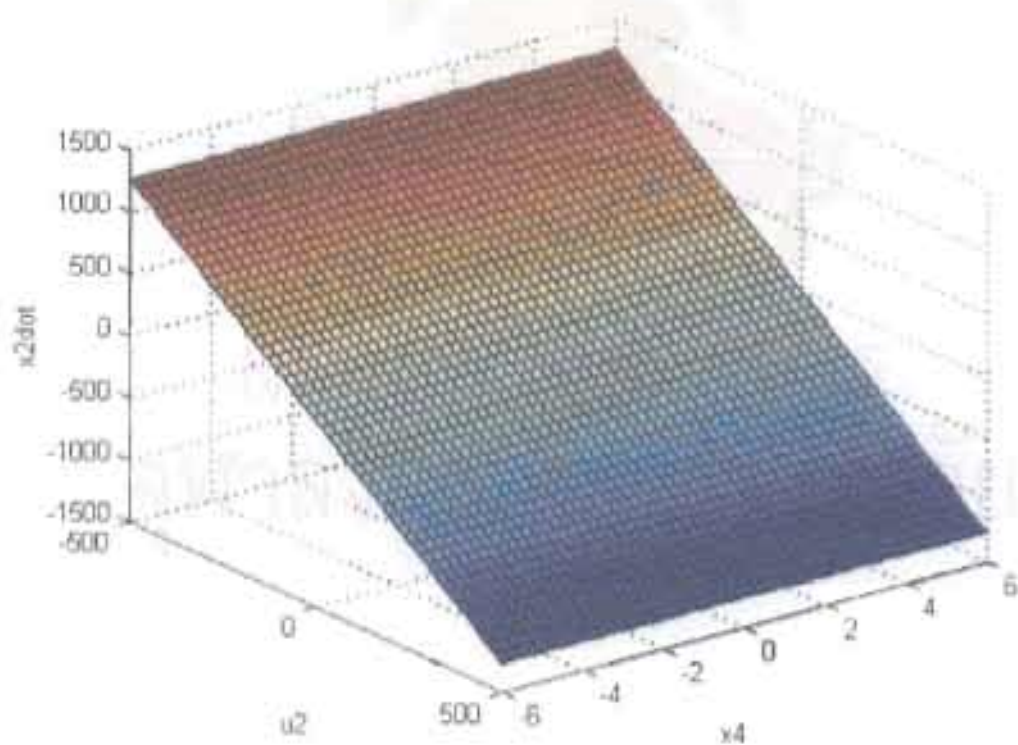


รูปที่ 4ข.24. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_4, u_1 ของแบบจำลอง T-S

รูปที่ 4 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. ทิศในกรณีที่กำหนดไว้ด้วยแถว x_1, x_2, x_3, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้

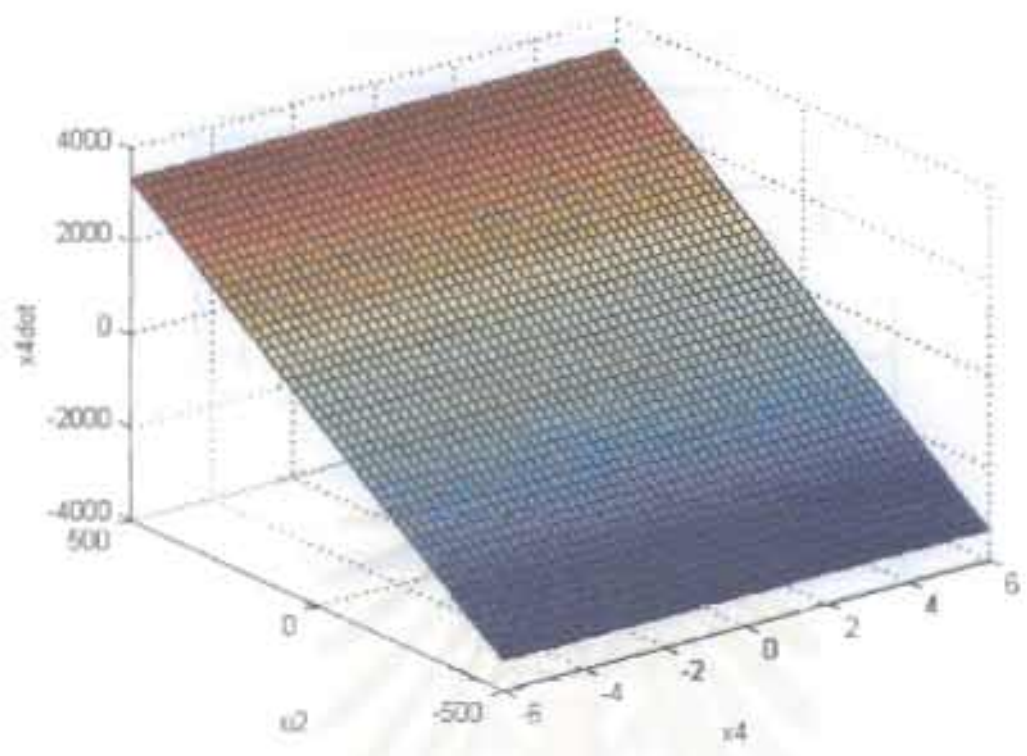


รูปที่ 4ก.25. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น

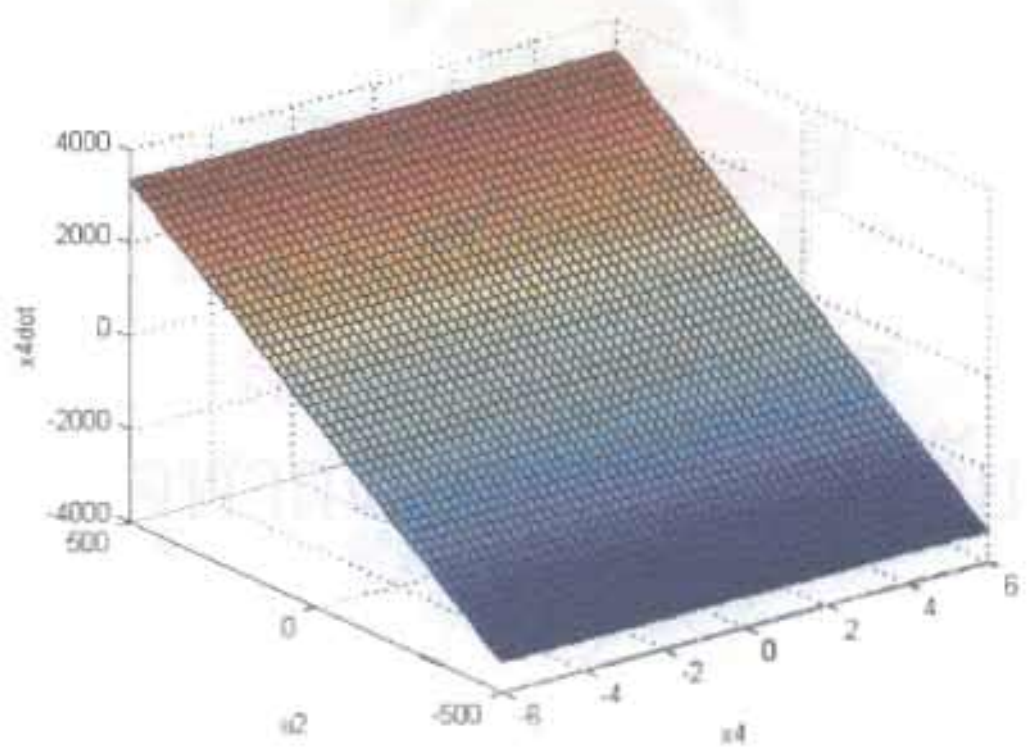


รูปที่ 4ก.25. พื้นผิว \dot{x}_2 บนระนาบ x_4, u_2 ของแบบจำลอง T-S

รูปที่ 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คัดลอกแผนที่ที่กำหนดไว้ตัวแปร x_1, x_2, x_3, u_1 เป็นค่าคงที่ไว้



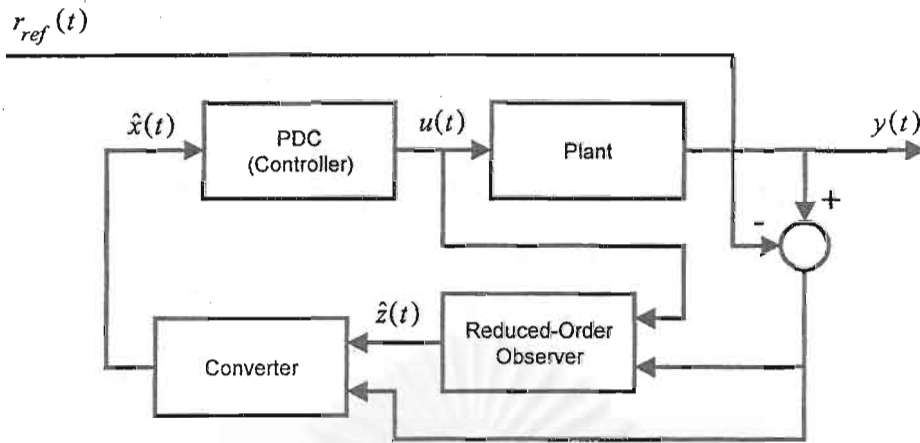
รูปที่ 4ก.26. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลองไม่เชิงเส้น



รูปที่ 4ข.26. พื้นผิว x_4 บนระนาบ x_1, x_2 ของแบบจำลอง 4T-S

รูปทั้ง 2 เป็นของตัวอย่างที่ 3. คิดในกรณีที่คำนวณได้ด้วยตัวแปร x_1, x_2, x_3, x_4 เป็นค่าคงที่ไว้

4.3.2. การออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับของตัวอย่างที่ 3.



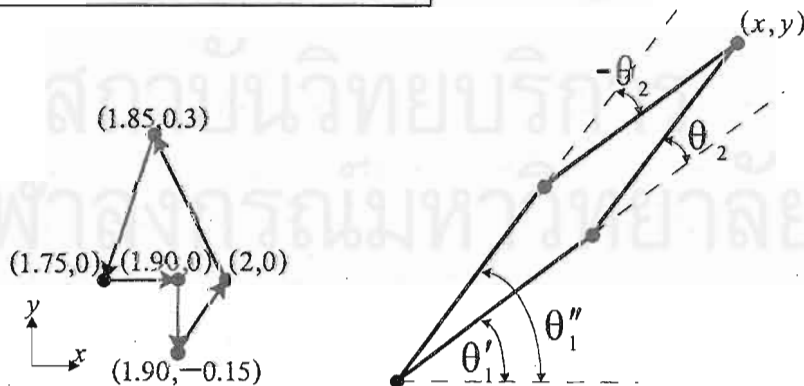
รูปที่ 4.23. แผนผังระบบควบคุมวงปิดของระบบแขนกล 2 แขน

กำหนดจุดหมายที่ปลายแขนต้องเคลื่อนที่ บนระนาบ (x, y) ดังรูปที่ 4.23.

- (1) $(2, 0) \rightarrow (1.85, 0.3)$
- (2) $(1.85, 0.3) \rightarrow (1.75, 0)$
- (3) $(1.75, 0) \rightarrow (1.90, 0)$
- (4) $(1.90, 0) \rightarrow (1.90, -0.15)$
- (5) $(1.90, -0.15) \rightarrow (2, 0)$

แปลงระนาบ (x, y) เป็นค่าสัญญาณอ้างอิง $r_{ref} = (r_{ref1}, r_{ref2})$ ที่ต้องใส่ให้ระบบควบคุม ด้วยการทำ Invert Kinematic ดังนี้

$$\cos(\theta_2) = \frac{(x^2 + y^2) - (l_1^2 + l_2^2)}{2 \cdot l_1 l_2} \quad (4.1)$$



รูปที่ 4.24. เป้าหมายการควบคุม

รูปที่ 4.25. การหาค่ามุมข้อต่อ

จากสมการที่ (4.1) เห็นว่าของ θ_2 ที่คำนวณได้ มีทั้งค่าบวกและลบ ดังแสดงในรูปที่ 4.25 ในระบบควบคุมนี้จะกำหนดให้ ค่าของ θ_2 เป็นค่าบวกเท่านั้น

กำหนดให้ $a = \cos(\theta_2)$ และ $b = \sin(\theta_2)$

ค่าของ θ_1 หาได้จากสมการ (4.2) ดังนี้

$$\sin(\theta_1) = \frac{(l_1 + al_2)y - (bl_2)x}{(l_1 + al_2)^2 + (bl_2)^2} \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.1) และ (4.2) จะได้ค่าสัญญาณอ้างอิง $r_{ref} = (r_{ref_1}, r_{ref_2})$ ดังนี้

$$(1) \quad (r_{ref_1}, r_{ref_2}) = (-0.1959, 0.7132)$$

$$(2) \quad (r_{ref_1}, r_{ref_2}) = (-0.5054, 1.0107)$$

$$(3) \quad (r_{ref_1}, r_{ref_2}) = (-0.3176, 0.6351)$$

$$(4) \quad (r_{ref_1}, r_{ref_2}) = (-0.3867, 0.6159)$$

$$(5) \quad (r_{ref_1}, r_{ref_2}) = (0, 0)$$

ออกแบบตัวควบคุม PID (ด้วยวิธี Trial & Error) ซึ่งกำหนดค่าดังนี้

$$u_1 = 25 \cdot (y(t) - r_{ref_1}) + 1 \cdot \int (y(t) - r_{ref_1}) dy + 20 \cdot \left(\frac{dy(t)}{dt} \right) \quad (4.3)$$

$$u_2 = 25 \cdot (y(t) - r_{ref_2}) + 0.5 \cdot \int (y(t) - r_{ref_2}) dy + 15 \cdot \left(\frac{dy(t)}{dt} \right) \quad (4.4)$$

ออกแบบตัวพีดีซี ด้วยวิธีออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี LQR ในแต่ละบริเวณทำงาน ซึ่งกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$\text{Objective Function} = \int (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) \cdot dt$$

$$\text{เมื่อ } Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

ตรวจสอบเสถียรภาพหลังการออกแบบ โดยสามารถหาเสถียรภาพฟังก์ชันร่วมได้
เปรียบเทียบผลการควบคุมด้วยตัวควบคุม PID กับตัวพีดีซี ดังรูปที่ 4.26 ถึงรูปที่ 4.30
ออกแบบตัวสังเกตพีซีลคอันดับแบบที่ 2 และตัวสังเกตพีซีลคอันดับวิธี *KJLW* โดย

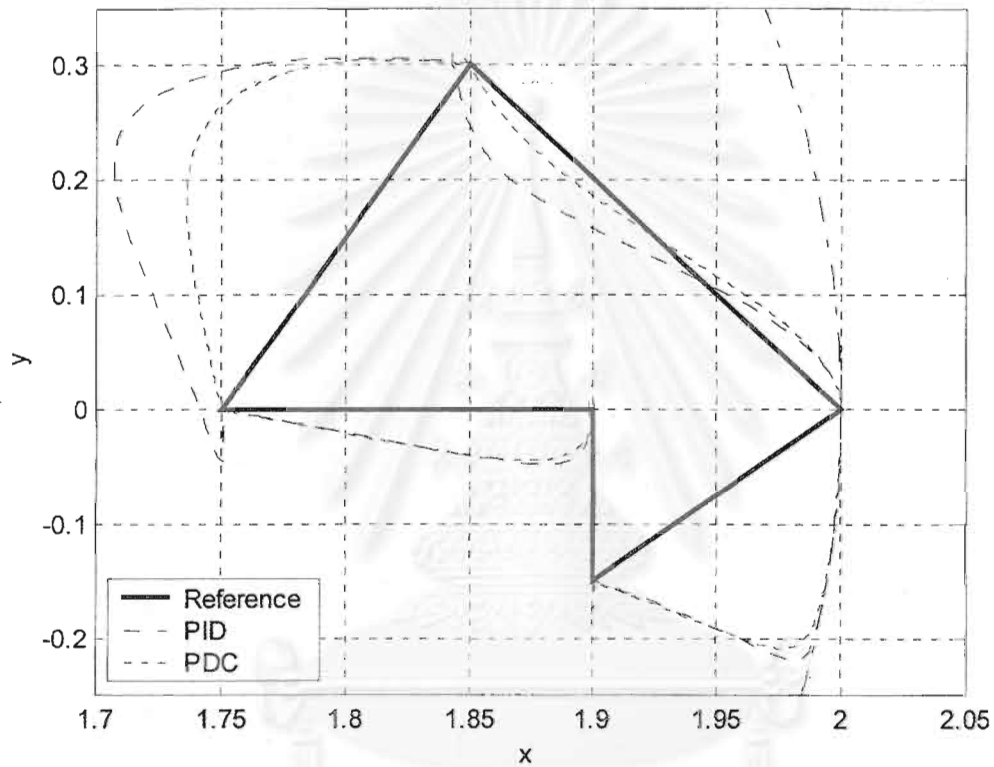
กำหนดให้มีค่าเงาของตัวสังเกตสถานะไม่มากกว่า 10

ตัวสังเกตพีซีลคอันดับแบบที่ 2 ใช้เวลาในการออกแบบ 6.20 วินาที

ตัวสังเกตพีซีลคอันดับวิธี *KJLW* ใช้เวลาในการออกแบบ 272.98 วินาที

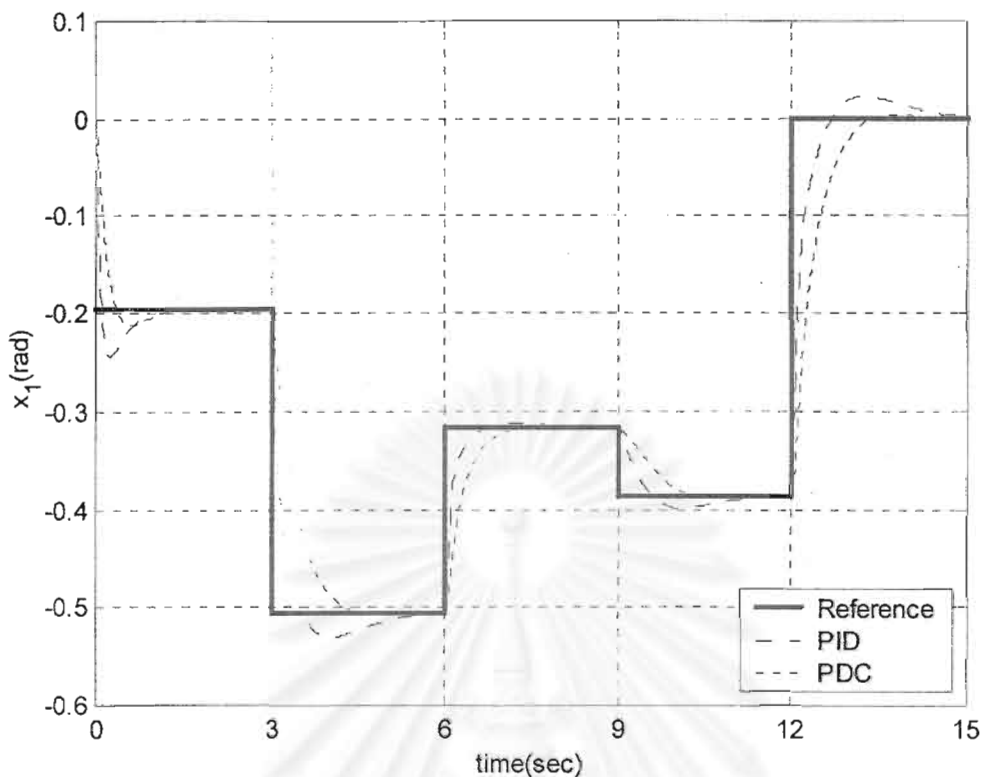
เห็นว่าเมื่อกำหนดให้แบบจำลอง T-S มีจำนวนจุดทำงานหลายๆ วิธีออกแบบตัวสังเกตพีซีลคอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ใช้เวลาในการออกแบบน้อยกว่าวิธี *KJLW* มาก

ผลการควบคุมที่ใช้ตัวสังเกตทั้งสองแสดงได้ดังรูปที่ 4.31 ถึงรูปที่ 4.35

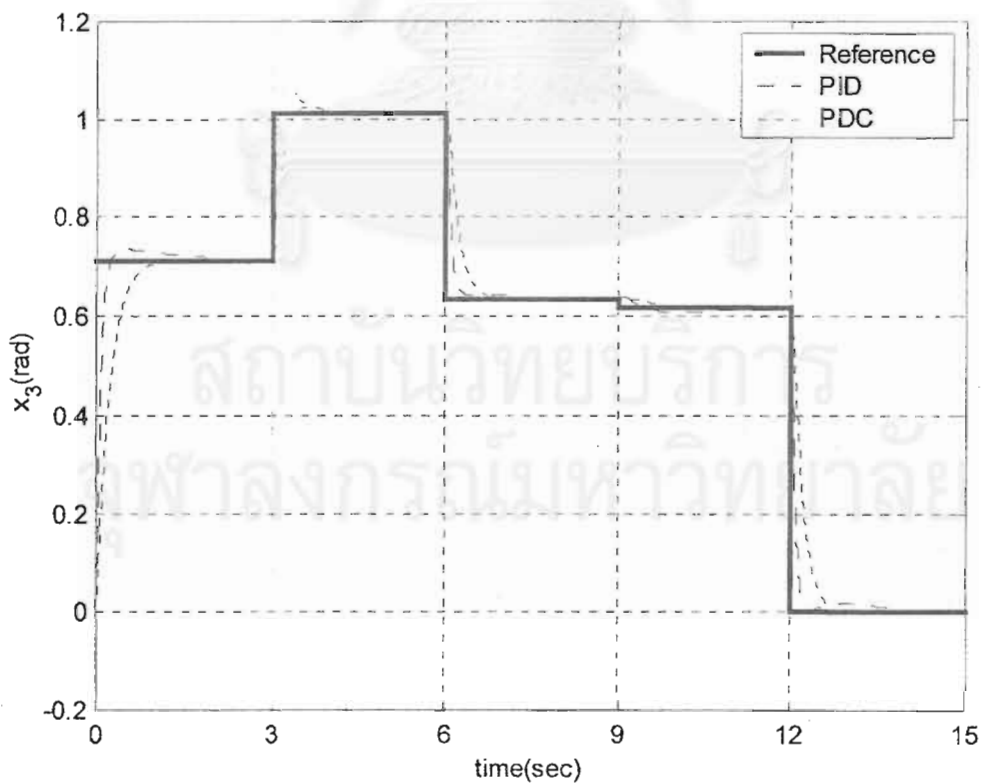


รูปที่ 4.26. แสดงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล เมื่อป้อนกลับด้วยตัวควบคุม PID และตัวพีดีซี

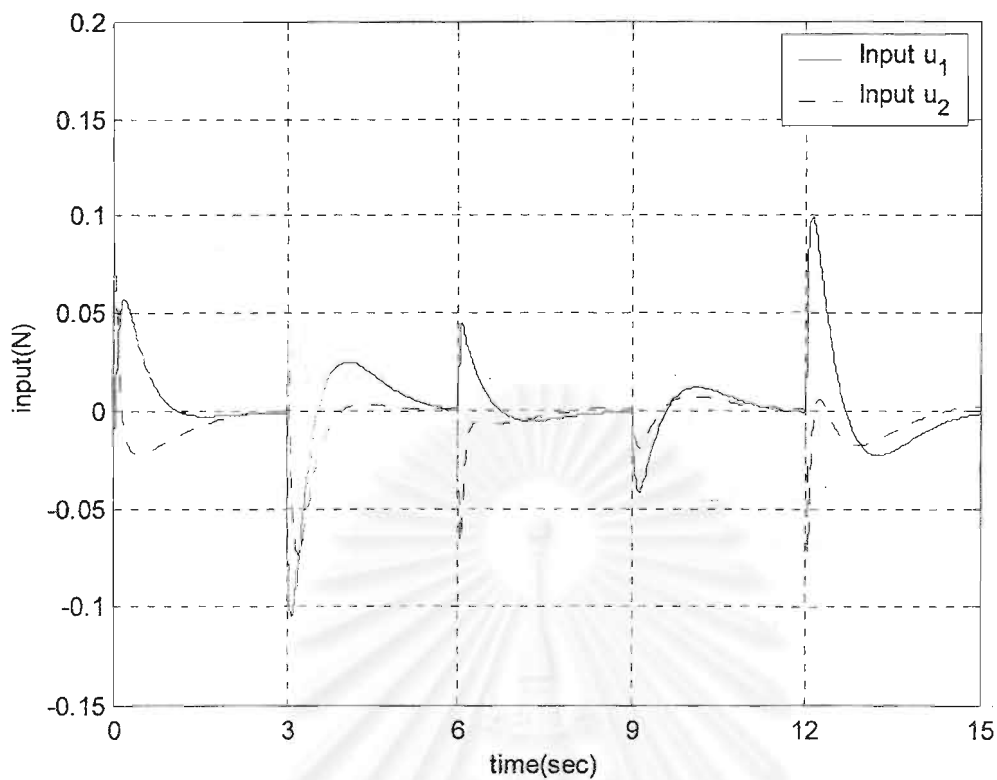
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



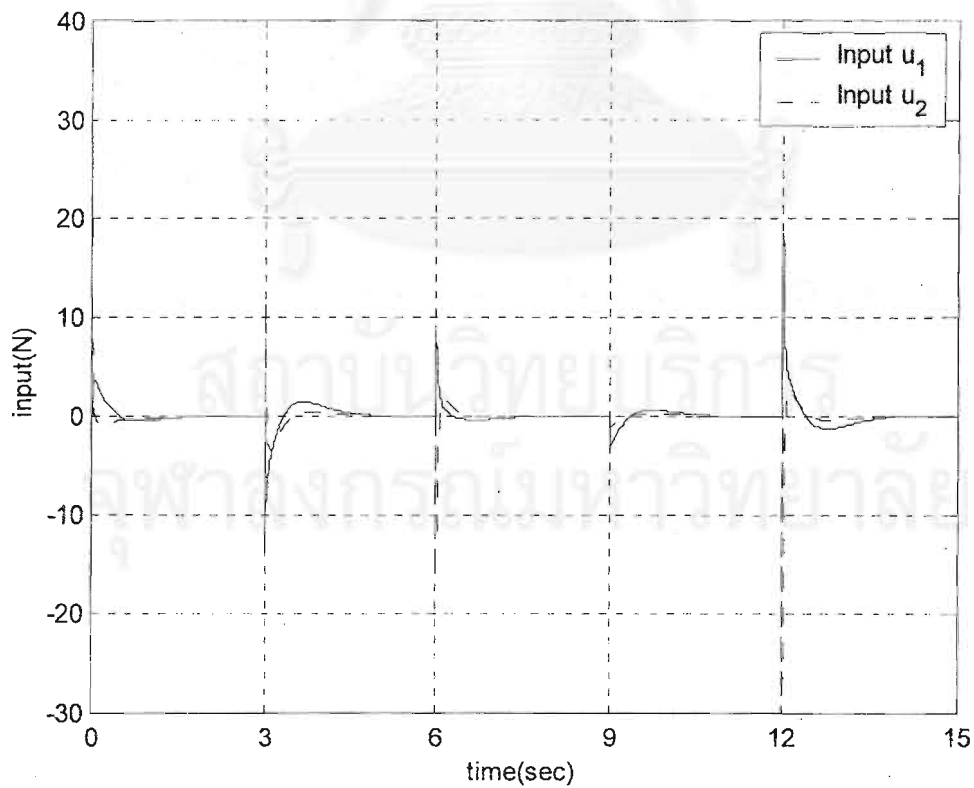
รูปที่ 4.27. มุมของข้อต่อที่ 1. เมื่อป้อนกลับด้วยตัวควบคุม PID และตัวพีดีซี



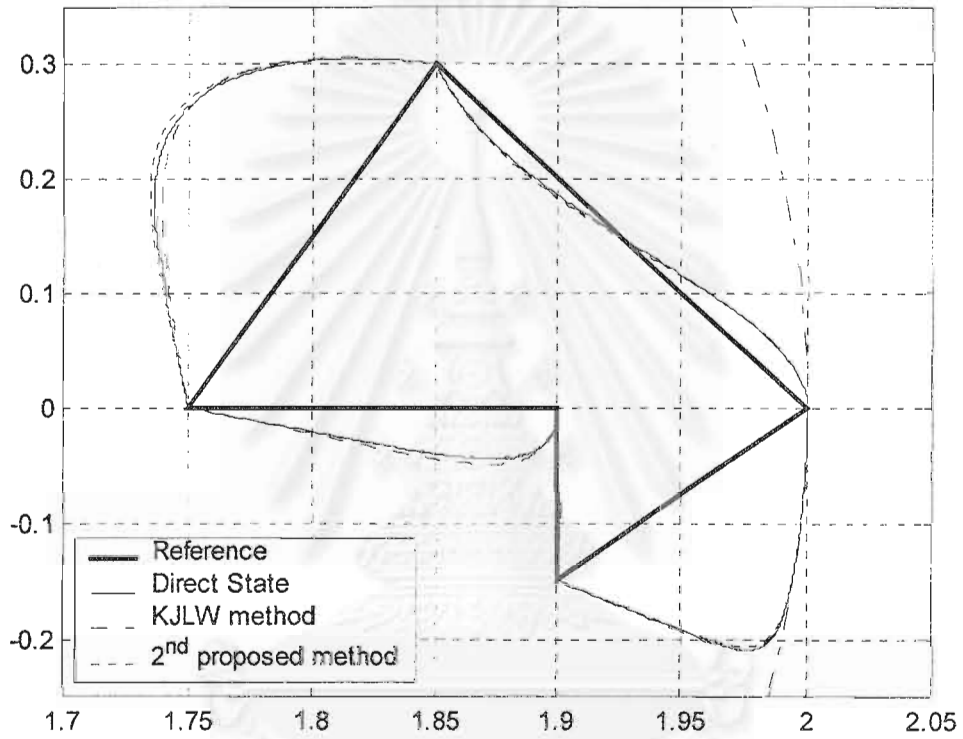
รูปที่ 4.28. มุมของข้อต่อที่ 2. เมื่อป้อนกลับด้วยตัวควบคุม PID และตัวพีดีซี



รูปที่ 4.29. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัวควบคุม PID

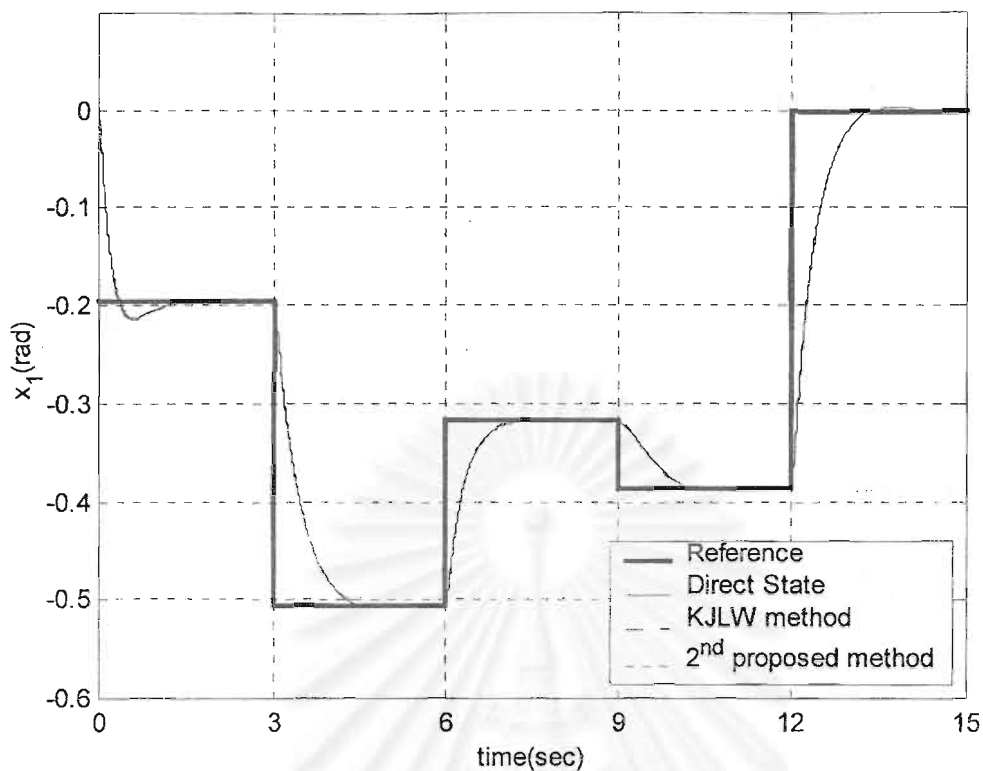


รูปที่ 4.30. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อป้อนกลับด้วยตัวฟัซซี่

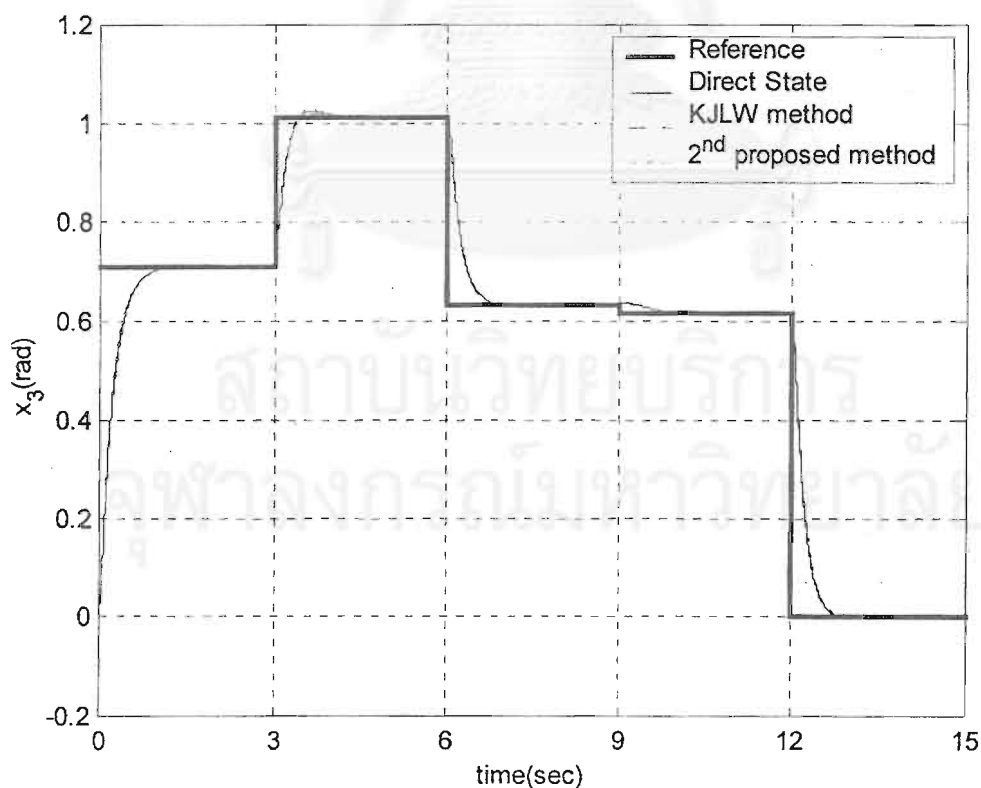


รูปที่ 4.31. แสดงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล เมื่อใช้ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับแบบที่ 2. และ ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธี *KJLW*

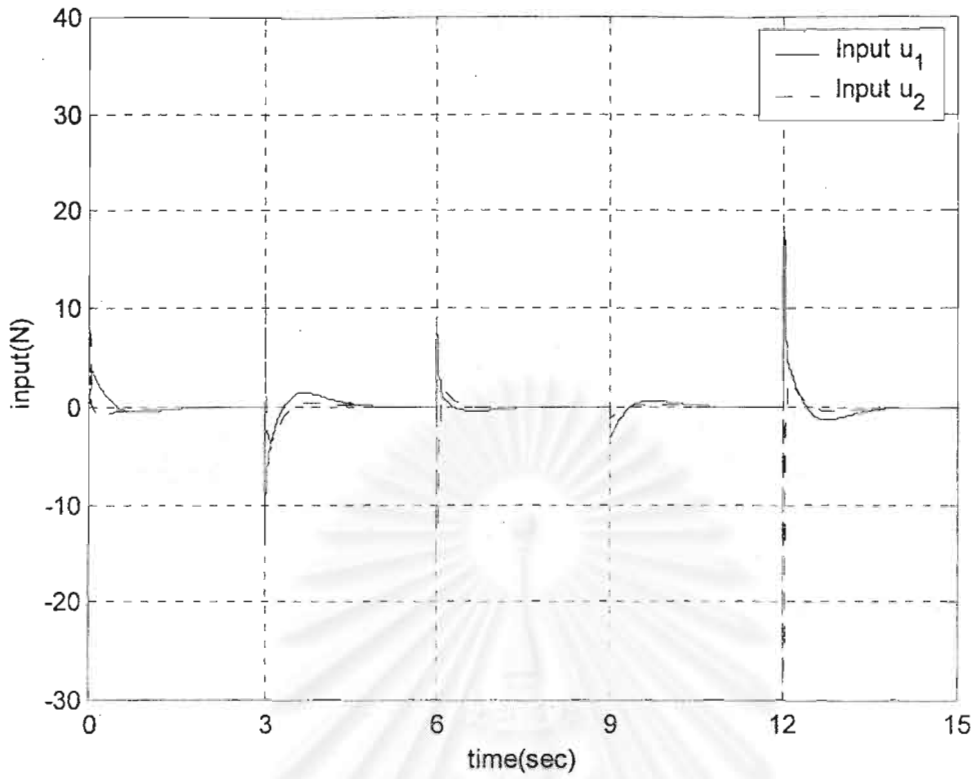
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



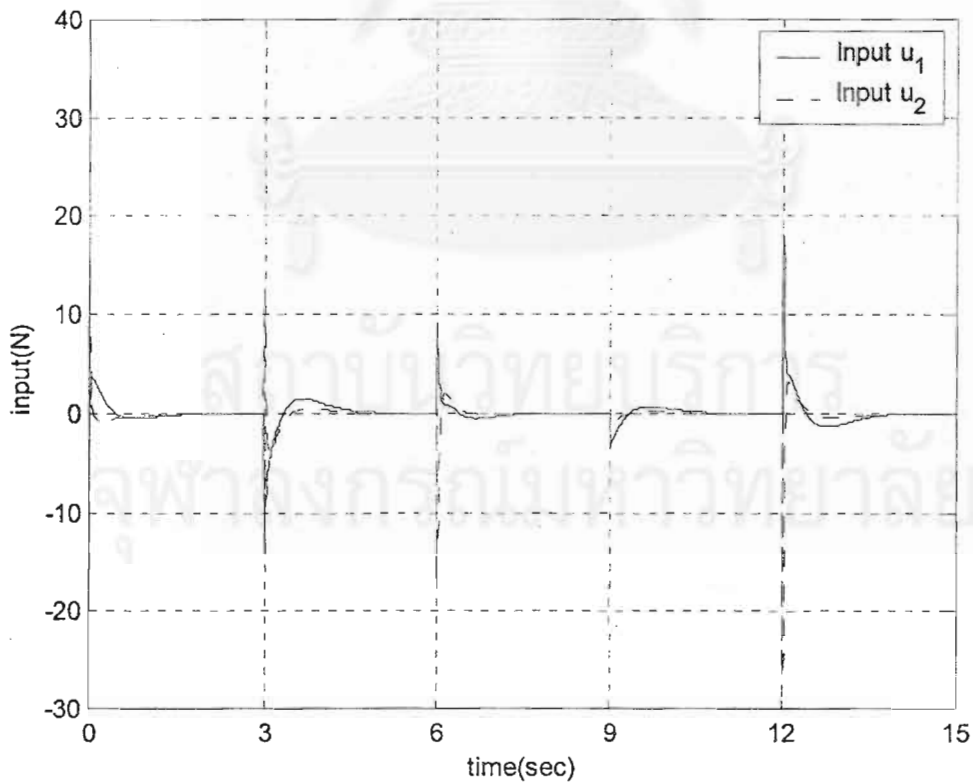
รูปที่ 4.32. มุมของข้อต่อที่ 1. เมื่อใช้ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับทั้งสอง



รูปที่ 4.33. มุมของข้อต่อที่ 2. เมื่อใช้ตัวสังเกตพีชคณิตอันดับทั้งสอง



รูปที่ 4.34. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อใช้ตัวสังเกตพีชชีลอันดับแบบที่ 2.



รูปที่ 4.35. ค่าของสัญญาณควบคุม $u(t)$ เมื่อใช้ตัวสังเกตพีชชีลอันดับ วิธี $K/L/W$

บทที่ 5

ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ

ข้อสรุป

งานวิจัยนี้ได้ปรับปรุงวิธีออกแบบตัวส่งเกดพีชซีเดิมอันดับให้ใช้เวลาในการออกแบบลดลงเมื่อเทียบกับวิธีที่นำเสนอใน [2,3,4] ขยายขอบเขตการออกแบบตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับให้สามารถใช้ได้กับโรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ ปรับปรุงวิธีออกแบบตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับสำหรับกรณีที่โรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะให้ใช้เวลาในการออกแบบลดลง และปรับปรุงตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับที่นำเสนอให้สามารถแปลงค่าได้แม่นยำมากยิ่งขึ้น

ตัวส่งเกดพีชซีเดิมอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีเงื่อนไขพอเพียงสำหรับการเข้าสู่ของตัวส่งเกดจำนวนน้อย (ดูหัวข้อ 3.1.1. ในบทที่ 3.) เพราะต้องการแค่ให้ตัวส่งเกดมีเสถียรภาพในแต่ละบริเวณทำงานก็พอ แต่สำหรับวิธีที่นำเสนอใน [2,3,4] ยังต้องการให้บริเวณที่มีบริเวณทำงานร่วมกันมีเสถียรภาพด้วย (ดูหัวข้อ ข.3. ในภาคผนวก ข.) ทำให้วิธีที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ใช้เวลาคำนวณในการออกแบบน้อยกว่าวิธีที่นำเสนอใน [2,3,4]

งานวิจัยนี้ขยายขอบเขตการออกแบบตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับให้สามารถใช้ได้กับโรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ (ตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับแบบที่ 1.) ด้วยวิธีสังเกตสถานะบางส่วน (ส่วนที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของตัวแปรสถานะ) เพิ่มเติมขึ้นมา ถึงแม้จะทำให้อันดับของตัวส่งเกดพีชซีเพิ่มขึ้นมาอีกนิดหน่อยแต่ก็คุ้มค่า เพราะเวลาที่ใช้ในการคำนวณก็ยังน้อยกว่าวิธีออกแบบตัวส่งเกดพีชซีเดิมอันดับมากมาย (ดูตัวอย่างที่ 2. ในบทที่ 4.)

สำหรับกรณีที่โรงงานที่มีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ ตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับที่เสนอในงานวิจัยนี้ ก็ได้ปรับปรุงให้ปริมาณการคำนวณลดลงเมื่อเทียบกับวิธีของ $KJLW$ เพราะวิธีที่เสนอนี้กำหนดให้ เมทริกซ์อัตราขยายตัวส่งเกด (K) คงที่ในทุกๆบริเวณทำงาน ทำให้จำนวนสมการที่ต้องแก้หาค่าตอบมีจำนวนเท่ากับของวิธี $KJLW$ แต่จะมีตัวแปรที่ต้องแก้หาค่าตอบน้อยกว่า (ดูหัวข้อ 3.2 ในบทที่ 3. และหัวข้อ ข.5. ในภาคผนวก ข.) โดยจะเห็นผลได้ชัดเจนเมื่อแบบจำลอง T-S มีจำนวนจุดทำงานเป็นจำนวนมาก (ดูตัวอย่างที่ 3. ในบทที่ 4.)

ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีลักษณะเป็นเมทริกซ์คงที่ ในทุกๆบริเวณทำงาน ทำให้ตัวคอนเวอร์เตอร์มีความแม่นยำในการแปลงสูงมาก เนื่องจากตัวส่งเกดพีชซีลดอันดับที่เสนอนั้น บังคับให้ตัวแปรสถานะที่สังเกตบางส่วน ($Tx(z)$) คงที่ในทุกๆบริเวณทำงานนั่นเอง แต่วิธีของ $KJLW$ ไม่บังคับในจุดนี้ ทำให้ตัวคอนเวอร์เตอร์ของวิธีที่เสนอนั้นมีความแม่นยำกว่าของวิธี $KJLW$ (ดูตัวอย่างที่ 1. ในบทที่ 4.)

ข้อเสนอแนะ

ในขั้นตอนการระบุแบบจำลอง (Identification) ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้ฟังก์ชันภาวะสมมาตรมีลักษณะรูปแบบเฉพาะ(สามเหลี่ยม) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วสามารถกำหนดให้เป็นรูปอื่นๆได้ ซึ่งสามารถทำให้แบบจำลองT-S มีความแม่นยำในการประมาณโรงงานไม่เชิงเส้นมากขึ้น

ในวิธีการออกแบบการวางข้ามเมทริกซ์ ($A_i + K_i C_i$) ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ ใช้วิธีการหาเสถียรของฟังก์ชันร่วมกันในทุกๆบริเวณทำงาน ซึ่งเป็นวิธีที่เฉพาะเจาะจงเกินไป เสนอให้ลองวิเคราะห์ในจุดนี้ดูว่าสามารถผ่อนปรนเงื่อนไขนี้ได้หรือไม่ เพราะการมีเสถียรของฟังก์ชันร่วมกันในทุกๆจุดทำงานมีความหมายว่า เสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดถูกกำหนดโดยฟังก์ชันกำลัง 2 เท่านั้น ซึ่งไม่ความจำเป็นสำหรับระบบควบคุมวงปิดไม่เชิงเส้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

1. Kiriakidis, K., Grivas, A., Tzes, A. A sufficient criterion for stability of the Takagi-Sugeno fuzzy model. Fuzzy Systems, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Volume 1, pp.277 -282, 1996
2. Jadbabaie, A., Titli, A., Jamshidi, M. Fuzzy observer-based control of nonlinear systems. Decision and Control, Proceedings of the 36th IEEE Conference on Volume 4 , pp.3347 -3349 ,1997
3. Tanaka, K., Wang, H.O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: a linear matrix inequality approach. Decision and Control, Proceedings of the 36th IEEE Conference on Volume 2 , pp.1315 -1320 vol.2 , 1997
4. Ma, X.-J., Sun, Z.-Q., He, Y.-Y. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on Volume: 6, pp.41 -51, Dec. 1998
5. Kang, H.-J., Ma, X.-J., Sun, Z.-Q., He, Y.-Y. Comments on "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. [and reply]", Fuzzy Systems, IEEE Transactions on Volume: 7 6, pp.769 -770 , Dec. 1999
6. Cho, Y.-W., Kim, E.-S., Lee, K.-C., Park, M. Tracking control of a robot manipulator using a direct model reference adaptive fuzzy control. Intelligent Robots and Systems, IROS '99, Proceedings. 1999 IEEE/RSJ International Conference on Volume:1, pp.100 -105, 1999
7. Guely, F., Siarry, P. Gradient descent method for optimizing various fuzzy rule bases. Fuzzy Systems, Second IEEE International Conference on, pp.1241 -1246 vol.2 , 1993
8. Tanaka, K., Ikeda, T., Wang, H.O. Fuzzy control system design via LMIs. American Control Conference, Proceedings of the 1997 Volume 5, pp. 2873 -2877, 1997
9. Joh, J., Langari, R.; Jeung, F. T., Chung, W. J. A new design method for continuous Takagi-Sugeno fuzzy controller with pole placement constraints: an LMI approach. Systems, Man, and Cybernetics, Computational Cybernetics and Simulation., IEEE International Conference Vol.3, pp.2969 -2974, 1997
10. Medrano-Cerda, G.A. Robust Computer Control of an Inverted Pendulum. IEEE Control Systems, Volume19 No.3, June 1999

11. Kim, K., Joh, J., Langari, R., Woohyen, K. LMI-based design of T-S fuzzy controllers using fuzzy estimator. Decision and Control, Proceedings of the 38th IEEE Conference on Volume 5, pp.4343 -4348, 1999
12. Slotine, J.-J. E., Li, W. Applied Nonlinear Control. , Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1991
13. Fuzzy Logic Toolbox User's Guide The MATWORK., January 1998
14. Yamamoto, S., Murakami, J. สัมมนาทางวิชาการเรื่อง Fuzzy Control Theory and Its Application. คณะวิศวกรรมศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 28-30 มี.ย. 2536
15. Jamshidi, M. Large Scale Systems: Modeling, Control and Fuzzy logic. P T R, Prentice Hall, 1997
16. Kandel, A., Lee, S. C. Fuzzy Switching and Automata : Theory and Applications. New York, Crane Russak, 1979
17. Lin, C.-T., George-Lee, C. S. Neural Fuzzy Systems. P T R, Prentice Hall, 1996
18. Jang, J.-S. R., Sun, C.-T., Mizutani, E. Neuro-Fuzzy and Self Computing. Prentice Hall, 1997



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก.

ก.1 ทฤษฎีฟัซซี (Fuzzy Theory)

ก.1.1. ฟัซซีเซต [14,15]

เซตแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ (1). คริสต์เซต (คลาสสิกเซต) และ (2). ฟัซซีเซต โดยในที่นี้ขอกล่าวถึง คริสต์เซตก่อน แล้วจึงค่อยกล่าวถึงฟัซซีเซตตามมาทีหลัง เพื่อที่ได้มองเห็นความแตกต่างระหว่างเซตทั้งสองได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

คริสต์เซต \tilde{A} บนเอกภพสัมพัทธ์ U มีนิยามดังนี้

$$\tilde{A} = \{ x \mid \tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x) = 1, x \in U \} \quad (ก.1.1)$$

เมื่อ U คือ เอกภพสัมพัทธ์ (Universal set)

x คือ สมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U

$\tilde{\mu}_{\tilde{A}}$ คือ ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของ คริสต์เซต \tilde{A} ซึ่งมีนิยามดังนี้

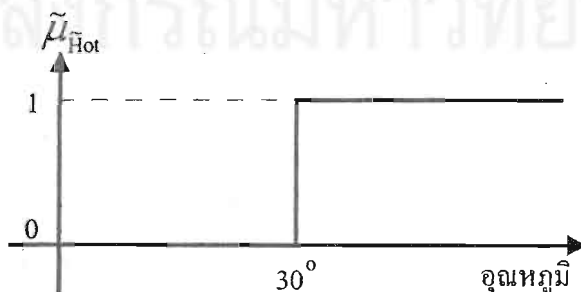
$$\tilde{\mu}_{\tilde{A}} : U \rightarrow \{0,1\} \quad (ก.1.2)$$

ฟังก์ชันภาวะสมาชิก $\tilde{\mu}_{\tilde{A}}$ ของคริสต์เซต \tilde{A} เป็นฟังก์ชันที่ใช้บอกว่า แต่ละสมาชิก $x \in U$ เป็นสมาชิกของคริสต์เซต \tilde{A} หรือไม่ โดยที่ $\tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x) = 1$ หมายถึง x เป็นสมาชิกของคริสต์เซต \tilde{A} และในกรณีที่ $\tilde{\mu}_{\tilde{A}}(x) = 0$ หมายถึง x ไม่เป็นสมาชิกของคริสต์เซต \tilde{A}

กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ U เป็นเซตของอุณหภูมิ (องศาเซลเซียส) ที่สุ่มขึ้นมา 4 ค่า ดังนี้ $U = \{26^\circ, 28^\circ, 32^\circ, 35^\circ\}$ พิจารณาคริสต์เซต “Hot” ซึ่งเป็นเซตของอุณหภูมิที่ให้ความรู้สึกที่ร้อน ในที่นี้ใช้เกณฑ์ 30° เป็นตัวตัดสิน คือ ถ้าอุณหภูมิตั้งแต่ 30° ขึ้นไป ถือว่าร้อน และถ้าอุณหภูมิต่ำกว่า 30° ถือว่าไม่ร้อน พบว่าคริสต์เซต “Hot” สามารถเขียนได้ดังสมการ (ก.1.3) และฟังก์ชันภาวะสมาชิกของว่าคริสต์เซต “Hot” เขียนได้ดังสมการ (ก.1.4) และรูปที่ ก.1. ดังนี้

$$\text{“Hot”} = \{32^\circ, 35^\circ\} \quad (ก.1.3)$$

$$\tilde{\mu}_{\text{Hot}}(x) = \begin{cases} 0, & x < 30^\circ \\ 1, & x \geq 30^\circ \end{cases} \quad (ก.1.4)$$



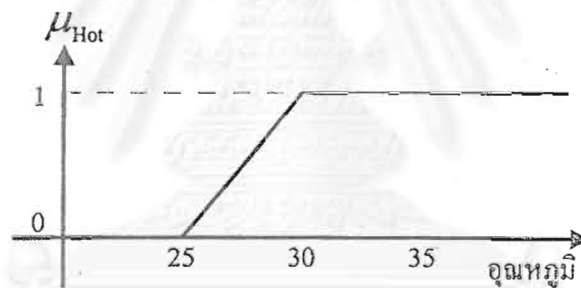
รูปที่ ก.1. ฟังก์ชันภาวะสมาชิก ของคริสต์เซต “Hot”

ฟuzzyเซต แตกต่างจากคริสฟเซตตรงที่ ฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟuzzyเซต ถูกกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วงตั้งแต่ 0 ถึง 1 ซึ่งหมายความว่า แต่ละสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ ไม่ได้ถูกจำกัดแค่เพียงว่า เป็นหรือไม่เป็นสมาชิกของฟuzzyเซตเท่านั้น แต่ยังสามารถบอกได้ลึกกว่านั้นอีกว่า แต่ละสมาชิกของฟuzzyเซต มีความเป็นสมาชิกมากหรือน้อยเพียงใดอีกด้วย ดังแสดงให้เห็นในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง ก.1. ตัวอย่างของฟuzzyเซต

ถ้าในตอนนี้อำนาจพิจารณาถึงฟังก์ชันคุณลักษณะ μ_{Hot} (ของฟuzzyเซต “Hot”) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อธิบายความรู้สึกร้อนของมนุษย์ ยกตัวอย่างเช่น อุณหภูมิ 26° ให้ความรู้สึกว่า “ร้อนนิดหน่อย”, อุณหภูมิ 28° ให้ความรู้สึกว่า “ค่อนข้างร้อน” และที่อุณหภูมิ 30° หรือที่อุณหภูมิสูงกว่านี้ ให้ความรู้สึกว่า “ร้อน” ซึ่งถ้านำความรู้สึกเหล่านี้เป็นตัวบอกความเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต “Hot” ได้ว่าฟังก์ชันภาวะสมาชิกของฟuzzyเซต “Hot” มีลักษณะดังสมการ (ก.1.5) และรูปที่ ก.2 ดังนี้

$$\mu_{\text{Hot}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 25^\circ \\ (x - 25)/5, & 25^\circ < x < 30^\circ \\ 1, & x \geq 30^\circ \end{cases} \quad (\text{ก.1.5})$$



รูปที่ ก.2. ฟังก์ชันภาวะสมาชิก ของฟuzzyเซต “Hot”

กำหนดให้ เอกภพสัมพัทธ์ $U = \{26^\circ, 28^\circ, 32^\circ, 35^\circ\}$ ได้ว่าที่แต่ละสมาชิกของ U ได้แก่ ที่อุณหภูมิ $26^\circ, 28^\circ, 32^\circ$ และ 35° มีความเป็นสมาชิกของฟuzzyเซต “Hot” คือ 0.2, 0.6, 1 และ 1 ตามลำดับ (คำนวณค่า จากสมการที่ (ก.1.5))

จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปนิยามของฟuzzyเซต ได้ดังนี้ [17,18]

นิยาม ฟuzzyเซต A ของเอกภพสัมพัทธ์ U สามารถนิยามได้ด้วยเซตของคู่ลำดับ ดังนี้

$$A = \Delta \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in U \} \quad (\text{ก.1.6})$$

เมื่อ U คือ เอกภพสัมพัทธ์

A คือ ฟuzzyเซต A ของเอกภพสัมพัทธ์ U

x คือ สมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U

μ_A คือ ฟังก์ชันภาวะสมาชิก ของฟuzzyเซต A , $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$

พบว่าในกรณีที่เอกภพสัมพัทธ์ U มีจำนวนจำกัด (Finite) และนับจำนวนได้ (Countable) สามารถนิยามฟังก์ชันเซต A (ในสมการ(ก.1.6)) ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น ดังนี้

$$A \stackrel{\Delta}{=} \{(x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \dots, (x_n, \mu_A(x_n))\} \quad (\text{ก.1.7})$$

เมื่อ x_1, x_2, \dots, x_n คือ สมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ U , $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

จากตัวอย่าง ก.1 ฟังก์ชันเซต "Hot" ของเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{26^\circ, 28^\circ, 32^\circ, 35^\circ\}$ มีลักษณะดังนี้

$$\text{"Hot"} = \{(26^\circ, 0.2), (28^\circ, 0.6), (32^\circ, 1), (35^\circ, 1)\} \quad (\text{ก.1.8})$$

นิยามตัวปฏิบัติการของ ฟังก์ชันเซต [14,16,17]

(1). การเท่ากัน (Equality) : ฟังก์ชันเซต A เท่ากับ ฟังก์ชันเซต B ($A = B$) ก็ต่อเมื่อ

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.9})$$

จากสมการ (ก.1.9) เห็นว่า ถ้า $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$ สำหรับบางค่า $x \in U$ แล้ว $A \neq B$

(2). คอมพลีเมนต์ (Complement) : A คอมพลีเมนต์ (\bar{A}) นิยามฟังก์ชันสถานะสมาชิกของ \bar{A} ได้ดังสมการ (ก.1.10) (ดูรูป ก.3-(2)) ดังนี้

$$\mu_{\bar{A}}(x) \stackrel{\Delta}{=} 1 - \mu_A(x), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.10})$$

(3). อินเตอร์เซกชัน (Intersection) : อินเตอร์เซกชันของฟังก์ชันเซต A และ B ($A \cap B$) นิยามฟังก์ชันสถานะสมาชิกของ $A \cap B$ ได้ดังสมการ (ก.1.11) (ดูรูป ก.3-(3)) ดังนี้

$$\mu_{A \cap B}(x) \stackrel{\Delta}{=} \text{Min}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.11})$$

หมายเหตุ ตัวปฏิบัติการ " \cap " สามารถนิยามได้ในหลายรูปแบบ (ยกตัวอย่างเช่น สมการ (ก.1.12) [14] (ดูรูป ก.3-(4))) แต่ในสมการ (ก.1.11) เป็นนิยามที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย [14,16,17] ฉะนั้นในกรณีที่ตัวปฏิบัติการ " \cap " ไม่ได้ระบุว่าจะใช้นิยามอันไหน ให้หมายความว่าใช้นิยามเดียวกับสมการที่ (ก.1.11) โดยปริยาย

$$\mu_{A \cap B}(x) \stackrel{\Delta}{=} \mu_A(x) \mu_B(x), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.12})$$

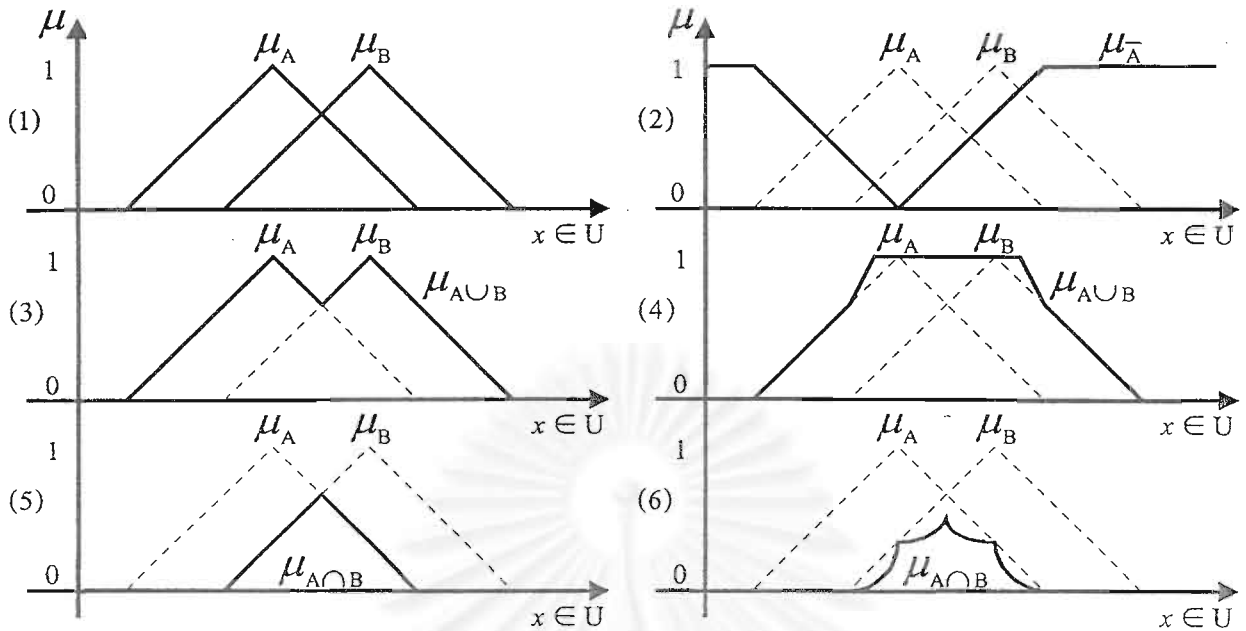
(4). ยูเนียน (Union) : ยูเนียนของฟังก์ชันเซต A และ B ($A \cup B$) นิยามฟังก์ชันสถานะสมาชิกของ $A \cup B$ ได้ดังสมการ (ก.1.13) (ดูรูป ก.3-(5)) ดังนี้

$$\mu_{A \cup B}(x) \stackrel{\Delta}{=} \text{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x)), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.13})$$

หมายเหตุ ตัวปฏิบัติการ " \cup " สามารถนิยามได้ในหลายรูปแบบ (ยกตัวอย่างเช่น สมการ (ก.1.14) [14] (ดูรูป ก.3-(6))) แต่ในสมการ (ก.1.13) เป็นนิยามที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย [14,16,17] ฉะนั้นในกรณีที่ตัวปฏิบัติการ " \cup " ไม่ได้ระบุว่าจะใช้นิยามอันไหน ให้หมายความว่าใช้นิยามเดียวกับสมการที่ (ก.1.13) โดยปริยาย

$$\mu_{A \cup B}(x) \stackrel{\Delta}{=} \text{Min}(\mu_A(x) + \mu_B(x), 1), \text{ สำหรับทุกๆ } x \in U \quad (\text{ก.1.14})$$

จากนิยามของตัวปฏิบัติการของฟัซซีเซตที่กล่าวข้างต้น สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังรูป ก.3



รูปที่ ก.3. ตัวปฏิบัติการของฟัซซีเซต

ก.1.2. ฟัซซีนัมเบอร์ [14] มีนิยามดังนี้

นิยาม ฟัซซีเซต N ของเอกภพสัมพัทธ์ $U \subset \mathcal{R}^n$ ที่มีคุณสมบัติครบทั้ง 3 ข้อ ได้แก่ (1) Normal, (2) Convex และ (3) Alpha-Cut เป็นเซตปิด จะเรียก N ว่าเป็น ฟัซซีนัมเบอร์

หมายเหตุ เมื่อคุณสมบัติทั้ง 3 ข้อ มีนิยามดังนี้

(1). Normal คือ ค่าสูงสุดของฟังก์ชันสถานะสมาชิก มีค่าเท่ากับ 1

$$\text{Max}_{x \in U} \mu_N(x) = 1 \tag{ก.1.15}$$

(2). Convex คือ ฟังก์ชันสถานะสมาชิก เป็นคอนเวกฟังก์ชัน

$$\mu_N(x) \geq \text{Min}(\mu_N(a), \mu_N(b)), \quad x = \lambda a + (1 - \lambda)b \tag{ก.1.16}$$

เมื่อ $0 \leq \lambda \leq 1, a \in \mathcal{R}^n, b \in \mathcal{R}^n$

(3). Alpha-Cut คือ คริสัฟเซต N_α ที่นิยามโดย

$$N_\alpha \stackrel{\Delta}{=} \{ x \mid \mu_N(x) \geq \alpha, x \in U \} \quad \text{โดยที่ } \alpha \in [0, 1] \tag{ก.1.17}$$

Alpha-Cut เป็นเซตปิด คือ N_α เป็นเซตปิด สำหรับทุกค่า $\alpha \in [0, 1]$

ตัวอย่าง ก.2. ตัวอย่างของฟัซซีนัมเบอร์

(ก.2.1) ฟัซซีนัมเบอร์ “Equal 2” ของเอกภพสัมพัทธ์ \mathcal{R}

$$\text{“Equal 2”} = \{ (x, \mu_{\text{Equal 2}}(x)) \mid x \in \mathcal{R} \} \tag{ก.1.18}$$

$$\text{เมื่อ } \mu_{\text{Equal 2}}(x) = \begin{cases} 1, & x = 2 \\ 0, & x \neq 2 \end{cases} \quad (\text{มีลักษณะดังรูปที่ ก.4})(ก.1.19)$$

(ก.2.2) ฟัซซีนิ้มเบอร์ “About 5” ของเอกภพสัมพัทธ์ \mathcal{R}

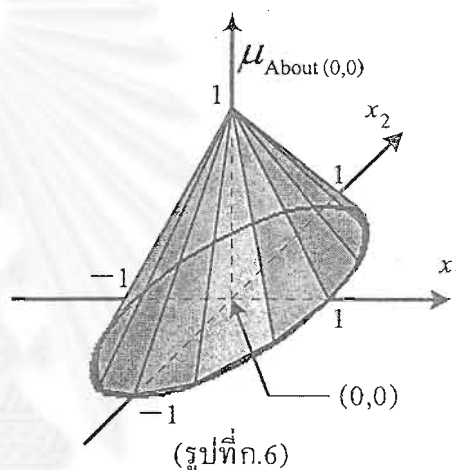
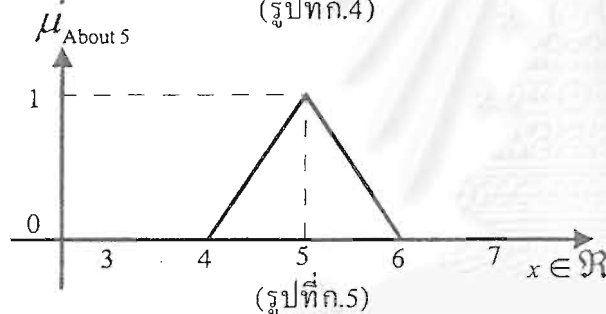
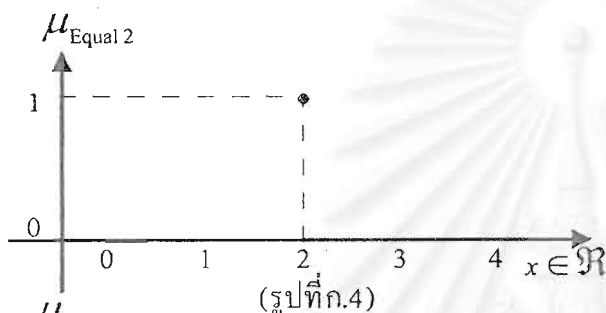
$$\text{“About 5”} = \{(x, \mu_{\text{About 5}}(x)) \mid x \in \mathcal{R}\} \quad (\text{ก.1.20})$$

$$\text{เมื่อ } \mu_{\text{About 5}}(x) = \begin{cases} 1 - |x - 5|, & |x - 5| < 1 \\ 0, & |x - 5| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{มีลักษณะดังรูปที่ ก.5})(\text{ก.1.21})$$

(ก.2.3) ฟัซซีนิ้มเบอร์ “About (0,0)” ของเอกภพสัมพัทธ์ \mathcal{R}^2

$$\text{“About (0,0)”} = \{((x_1, x_2), \mu_{\text{About (0,0)}}(x_1, x_2)) \mid (x_1, x_2) \in \mathcal{R}^2\} \quad (\text{ก.1.22})$$

$$\text{เมื่อ } \mu_{\text{About (0,0)}}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, & (x_1^2 + x_2^2) < 1 \\ 0, & (x_1^2 + x_2^2) \geq 1 \end{cases} \quad (\text{ดูรูป ก.6})(\text{ก.1.23})$$



(รูปที่ ก.4)-(รูปที่ ก.6) ฟังก์ชันภาวะสมาชิก ของฟัซซีนิ้มเบอร์

ก.1.3. ตรรกะฟัซซี [14]

นิยาม กำหนดให้ นิพจน์ฟัซซี $P \equiv \text{“}x \text{ is } A\text{”}$ (P สมมูลกับข้อความ “ $x \text{ is } A$ ”) (ก.1.24)

$$\text{โดยที่ค่าความจริงของ } P \text{ นิยามดังนี้ } P = \mu_A(x) \quad (\text{ก.1.25})$$

เมื่อ A คือ ฟัซซีเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

x คือ สมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U (x เป็นชื่อสิ่งของ หรือค่าเป้าหมาย)

จากสมการ (ก.1.25) พบว่า นิพจน์ฟัซซี P มีค่าความจริงอยู่ในช่วง $[0 \ 1]$ โดยที่ค่า 0 หมายถึง เท็จ(100%) และค่า 1 หมายถึง จริง(100%)

ตัวอย่าง.ก.3. จากตัวอย่าง ก.1 กำหนดให้ $P \equiv \text{“}28^\circ \text{ is “Hot””}$ จากสมการ (ก.1.5) ได้ว่า

$P = 0.6$ (ค่อนข้างจริง) สมมูลกับ ข้อความว่า “ $28^\circ \text{ is “Hot””}$ มีความเป็นจริง 60%

นิยามตัวปฏิบัติการของ ตรรกะฟัซซี [14]

กำหนดให้ $P_1 \equiv "x_1 \text{ is } A"$ และ $P_2 \equiv "x_2 \text{ is } B"$

เมื่อ A และ B คือ ฟัซซีเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $x_1, x_2 \in U$

(1). **คอนจังก์ชัน (Conjunction " \wedge ")**: สมมูลกับข้อความว่า นิพจน์ฟัซซี P_1 และนิพจน์ฟัซซี P_2 ($P_1 \wedge P_2$) ซึ่งนิยามค่าความจริง ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_1 \wedge P_2 &\equiv P_1 \text{ and } P_2 \equiv "x_1 \text{ is } A" \text{ and } "x_2 \text{ is } B" \\ &\stackrel{\Delta}{=} \text{Min}(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)) \end{aligned} \quad (\text{ก.1.26})$$

หมายเหตุ ค่าความจริงของ $P_1 \wedge P_2$ สามารถนิยามในรูปแบบอื่นๆ ได้อีก ยกตัวอย่างเช่น สมการที่ (ก.1.27) ในกรณีที่ตัวปฏิบัติการ " \wedge " ไม่ได้ระบุว่าใช้นิยามอันไหน ให้หมายความว่าใช้นิยามเดียวกับสมการที่ (ก.1.26) โดยปริยาย

$$P_1 \wedge P_2 = \mu_A(x_1) \mu_B(x_2) \quad (\text{ก.1.27})$$

(2). **ดิสจังก์ชัน (Disjunction " \vee ")**: สมมูลกับข้อความว่า นิพจน์ฟัซซี P_1 หรือนิพจน์ฟัซซี P_2 ($P_1 \vee P_2$) ซึ่งนิยามค่าความจริง ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_1 \vee P_2 &\equiv P_1 \text{ or } P_2 \equiv "x_1 \text{ is } A" \text{ or } "x_2 \text{ is } B" \\ &\stackrel{\Delta}{=} \text{Max}(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)) \end{aligned} \quad (\text{ก.1.28})$$

หมายเหตุ ค่าความจริงของ $P_1 \vee P_2$ สามารถนิยามในรูปแบบอื่นๆ ได้อีก ยกตัวอย่างเช่น สมการที่ (ก.1.29) ในกรณีที่ตัวปฏิบัติการ " \vee " ไม่ได้ระบุว่าใช้นิยามอันไหน ให้หมายความว่าใช้นิยามเดียวกับสมการที่ (ก.1.28) โดยปริยาย

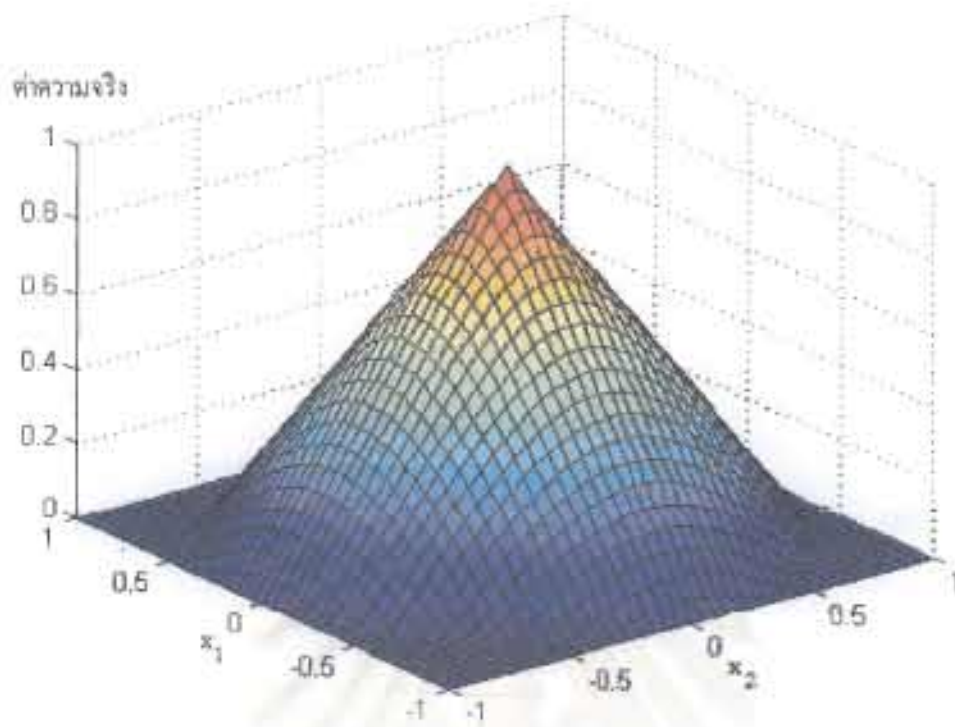
$$P_1 \vee P_2 = \text{Min}(\mu_A(x_1) + \mu_B(x_2), 1) \quad (\text{ก.1.29})$$

ตัวอย่าง ก.4.

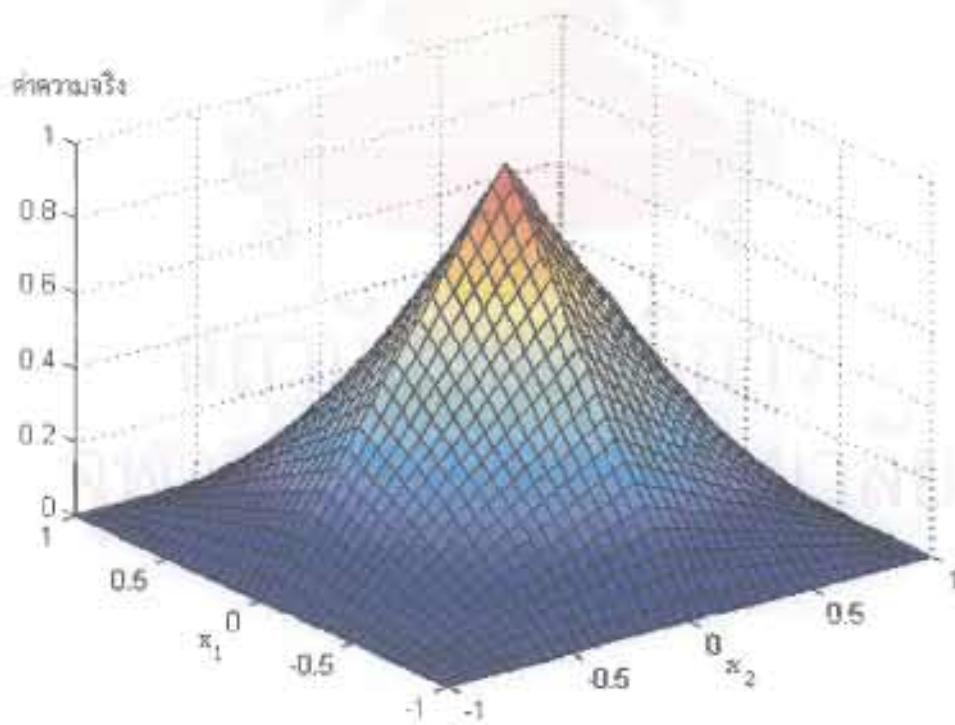
(ก.4.1) ค่าความจริงของ (x_1, x_2) is "About(0,0)" (ดูตัวอย่าง ก.2.3) ของ (x_1, x_2) ทั้งหมดที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ \mathcal{R}^2 แสดงได้ดังรูป ก.7

(ก.4.2) ค่าความจริงของ x_1 is "About 0" and x_2 is "About 0" (ดูตัวอย่าง ก.2.2) ของ (x_1, x_2) ทั้งหมดที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ \mathcal{R}^2 แสดงได้ดังรูป ก.8 (การคำนวณค่าความจริงในตัวอย่างนี้ ใช้นิยามของคอนจังก์ชันในสมการที่ (ก.1.27))

ในรูปที่ ก.7. และ ก.8. เห็นว่าค่าความจริงของ ตัวอย่าง ก.4.1. กับตัวอย่าง ก.4.2. มีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ในตัวอย่างที่ ก.4.2. สามารถคำนวณค่าความจริงได้เร็ว ในกรณีที่ $\mu_{\text{About } 0}(x_1)$ หรือ $\mu_{\text{About } 0}(x_2)$ ตัวใดตัวหนึ่งมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้บางครั้ง สามารถใช้นิพจน์ฟัซซี x_1 is "About 0" and x_2 is "About 0" แทนนิพจน์ฟัซซี (x_1, x_2) is "About(0,0)" ได้ ซึ่งจะกล่าวถัดไปในภาคผนวก ข.



รูปที่ ก.7 ค่าความจริงของ “ (x_1, x_2) is “About(0,0)””



รูปที่ ก.8 ค่าความจริงของ “ $(x_1$ is “About 0”)and $(x_2$ is “About 0)””

ก.2. ซึเงโนะ-ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ (Sugeno-Fuzzy Inference) [13]

เป็นการหาผลสรุปของนิพจน์ฟัซซี เมื่อมีกฎทางฟัซซีเป็นตัวกำหนดเงื่อนไขบางอย่าง

ก.2.1. ซึเงโนะ-ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ อันดับศูนย์ (Zero-Order Sugeno Fuzzy Inference)

ในกรณีที่กำหนดกฎฟัซซีไว้จำนวน n กฎดังนี้

$$1). \quad \text{If } "x \text{ is } A_1" \text{ then } "y = b_1"$$

$$2). \quad \text{If } "x \text{ is } A_2" \text{ then } "y = b_2"$$

$$\vdots$$

$$n). \quad \text{If } "x \text{ is } A_n" \text{ then } "y = b_n"$$

$$\Rightarrow \quad \text{If } x = A' \text{ then } y = ?$$

ผลสรุปที่ได้คือ

$$y = \sum_{i=1}^n \mu_i(A') b_i \quad (\text{ก.2.1})$$

โดยที่

$$\mu_i(A') = \frac{\mu_{A_i}(A')}{\sum_{i=1}^n \mu_{A_i}(A')}$$

เมื่อ A_i คือ ฟัซซีเซต บน $\{x: x \in U\}$

ก.2.2. ซึเงโนะ-ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ อันดับหนึ่ง (First-Order Sugeno Fuzzy Inference)

ในกรณีที่กำหนดกฎฟัซซีไว้จำนวน n กฎดังนี้

$$1). \quad \text{If } "x \text{ is } A_1" \text{ then } "y = a_1x + b_1"$$

$$2). \quad \text{If } "x \text{ is } A_2" \text{ then } "y = a_2x + b_2"$$

$$\vdots$$

$$n). \quad \text{If } "x \text{ is } A_n" \text{ then } "y = a_nx + b_n"$$

$$\Rightarrow \quad \text{if } x = A' \text{ then } y = ?$$

ผลสรุปที่ได้คือ

$$y = \sum_{i=1}^n \mu_i(A') (a_i \cdot (A') + b_i) \quad (\text{ก.2.2})$$

โดยที่

$$\mu_i(A') = \frac{\mu_{A_i}(A')}{\sum_{i=1}^n \mu_{A_i}(A')}$$

เมื่อ A_i คือ ฟัซซีเซต บน $\{x: x \in U\}$

สังเกตเห็นว่า $\sum_{i=1}^n \mu_i(A') = 1$

ภาคผนวก ข.

ข.1. แบบจำลองพีชพี ทาคางิ - ซึเงะโนะ

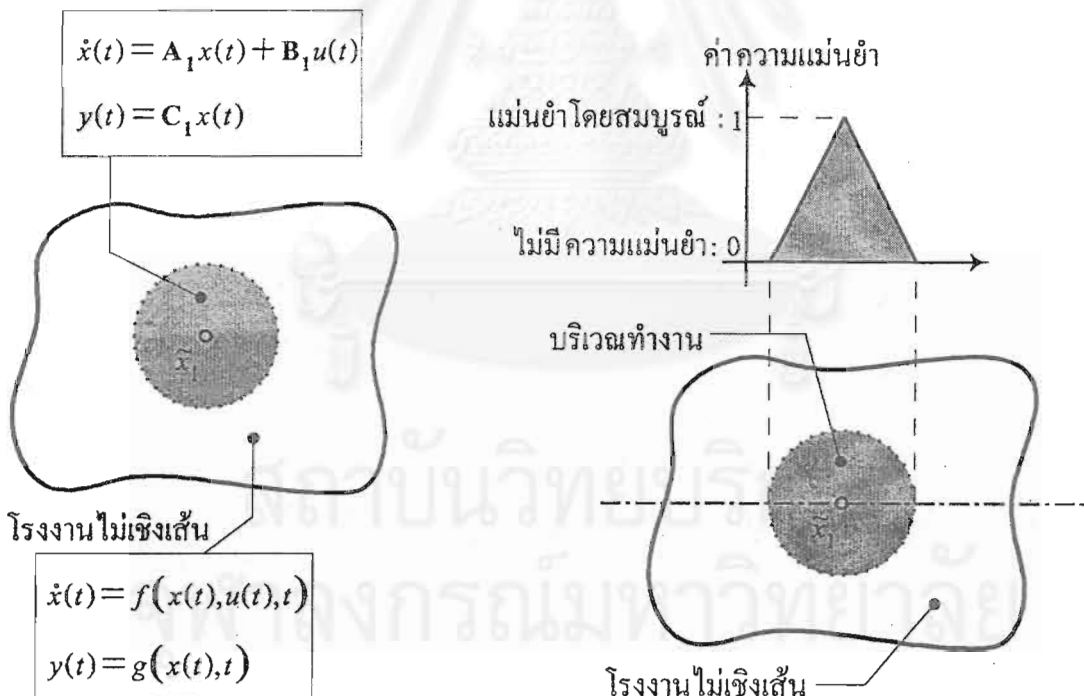
สมการพลวัตของโรงงานไม่เชิงเส้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), t) \end{cases} \text{ เมื่อ } \begin{cases} u(t) \text{ คือ สัญญาณขาเข้าของโรงงานไม่เชิงเส้น} \\ y(t) \text{ คือ สัญญาณขาออกของโรงงานไม่เชิงเส้น (ข.1.1)} \\ x(t) \text{ คือ ตัวแปรสถานะของโรงงานไม่เชิงเส้น} \end{cases}$$

ณ. บริเวณรอบๆจุด \bar{x}_1 (แสดงดังรูปที่ ข.1) พบว่าสมการพลวัตของโรงงานไม่เชิงเส้น (ข.1.1) สามารถประมาณด้วยแบบจำลองเชิงเส้น (ข.1.2) ได้ โดยเรียกจุด \bar{x}_1 ว่าจุดทำงาน

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) \end{cases} \text{ โดยที่ } A_1, B_1 \text{ และ } C_1 \text{ ไม่เป็นฟังก์ชันของ } t \quad (\text{ข.1.2})$$

การประมาณ (ข.1.1) ด้วยแบบจำลองเชิงเส้น (ข.1.2) จะมีความแม่นยำมากเมื่อตัวแปรสถานะอยู่ใกล้ๆกับจุดทำงาน และความแม่นยำจะลดลงเมื่อตัวแปรสถานะอยู่ไกลออกไป (แสดงดังรูปที่ ข.2) และขอบเขตของความแม่นยำในรูปที่ ข.2 ถูกเรียกว่า บริเวณทำงาน

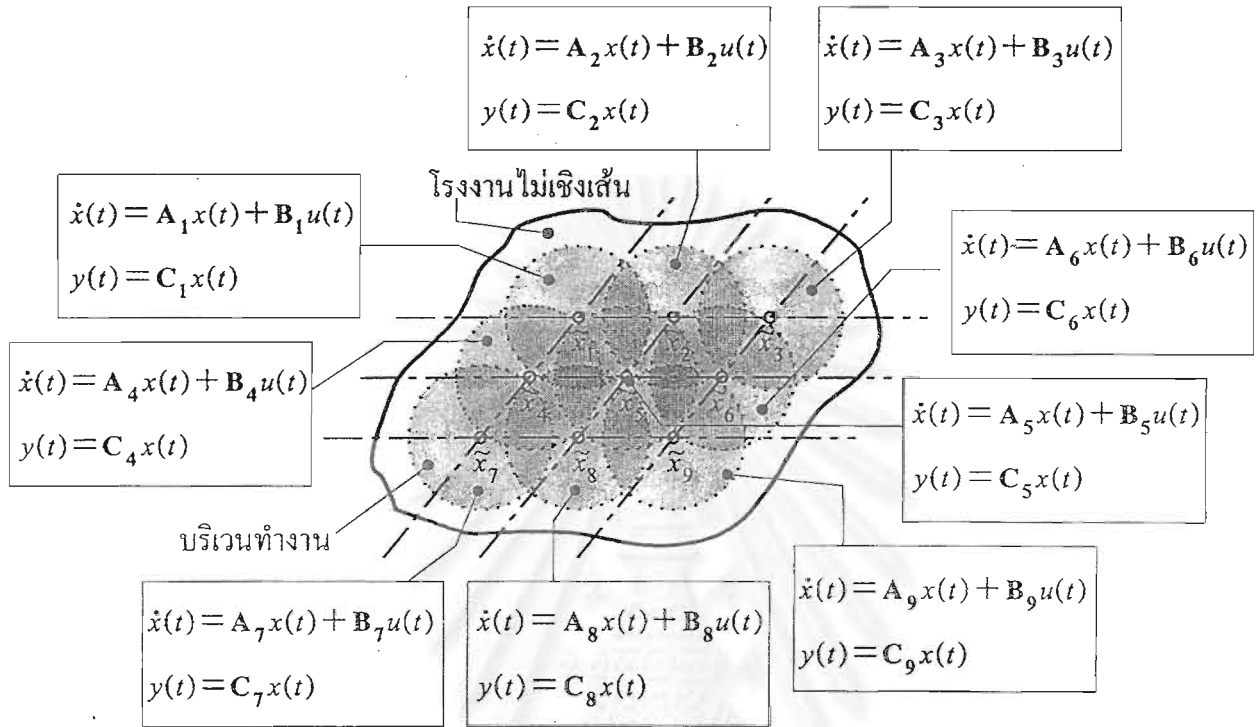


รูปที่ ข.1. ประมาณ โรงงานด้วยแบบจำลองเชิงเส้น

รูปที่ ข.2. ความแม่นยำของการประมาณ โรงงานด้วยแบบจำลองเชิงเส้น

การสร้างแบบจำลองT-S มีหลักการคล้ายกับที่กล่าวมาข้างต้น ต่างกันตรงที่แบบจำลองT-S ประกอบด้วยจุดทำงานหลายจุด (แสดงดังรูปที่ ข.3) เนื่องจากต้องการบริเวณทำงานที่กว้าง การ

กำหนดจุดทำงานเพียงจุดเดียวอาจไม่ครอบคลุมเพียงพอสำหรับบริเวณทำงานที่ต้องการ การที่มีหลายจุดทำงานนั้นทำให้ต้องมีการสลับการทำงานของจุดทำงาน เพื่อให้แบบ T-S ยังคงเป็นตัวแทนของโรงงานไม่เชิงเส้นที่ติดลอบบริเวณทำงาน การสลับจุดทำงานทำได้โดยอาศัยกฎฟัซซีในการตัดสินใจดังสมการ (ข.1.3)



รูปที่ ข.3. โครงสร้างของแบบจำลอง T-S

รูปแบบพื้นฐานสำหรับแบบจำลอง T-S ที่ประกอบด้วย q จุดทำงานคือ

- 1). If " $x(t)$ is About \tilde{x}_1 " then $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t), y(t) = C_1 x(t)$
- 2). If " $x(t)$ is About \tilde{x}_2 " then $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t), y(t) = C_2 x(t)$ (ข.1.3)
- ⋮
- q). If " $x(t)$ is About: \tilde{x}_q " then $\dot{x}(t) = A_q x(t) + B_q u(t), y(t) = C_q x(t)$

จาก ซี่งเระ โนะ-ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ อันดับหนึ่ง (ในภาคผนวก ก.) จะได้ผลสรุปของแบบจำลอง T-S ณ. $x(t)$ ใดๆคือ

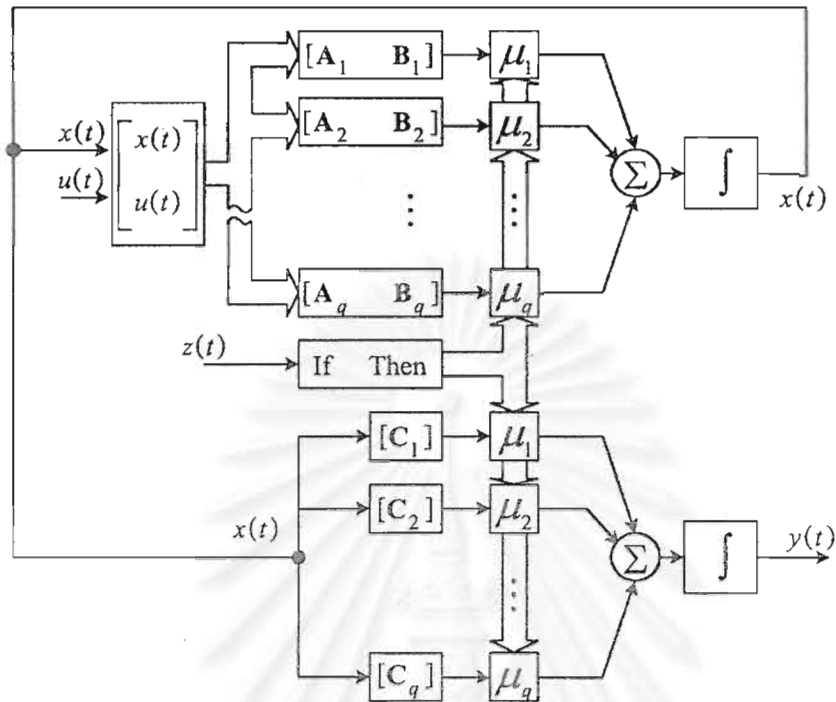
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{ข.1.4})$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) C_i x(t) \quad (\text{ข.1.5})$$

โดย $\mu_i(x(t))$ คือ ฟังก์ชันภาวะสมาชิกบรรทัดฐาน ซึ่งกำหนดค่าได้ดังนี้

$$\mu_i(x(t)) = \frac{\mu_{\text{About } \tilde{x}_i}(x(t))}{\sum_{i=1}^q \mu_{\text{About } \tilde{x}_i}(x(t))}$$

สังเกตเห็นว่า $\sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) = 1$



รูปที่ ข.4. แผนภาพของแบบจำลองฟัซซีทาคางิ-ซึเงะ โนะะ

จากภาคผนวก ก. พบว่าค่าความจริงของ “ $x(t)$ is About \tilde{x}_i ” มีค่าใกล้เคียงกับค่าความจริงของ “ $(x_1(t)$ is About \tilde{x}_{i1}) and $(x_2(t)$ is About \tilde{x}_{i2}) and...and $(x_n(t)$ is About \tilde{x}_{in})” ทำให้ในบางครั้ง สามารถสร้างแบบจำลอง T-S ได้ในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

กฎข้อที่ i ของแบบจำลอง T-S

If $(x_1(t)$ is About \tilde{x}_{i1}) and $(x_2(t)$ is About \tilde{x}_{i2}) and...and $(x_n(t)$ is About \tilde{x}_{in})
then $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$

$$y(t) = C_i x(t) \quad , i = 1, 2, \dots, q \quad (\text{ข.1.6})$$

ผลสรุปของแบบจำลอง T-S ณ $x(t)$ ใดๆ คือ

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{ข.1.7})$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) C_i x(t) \quad (\text{ข.1.8})$$

โดยที่ $\mu_{\text{About } \tilde{x}_i}(x(t)) = \text{And} \left(\mu_{\text{About } \tilde{x}_{ij}}(x(t)) \right)$ และ

$$\mu_i(x(t)) = \mu_{\text{About } \tilde{x}_i}(x(t)) / \sum_{i=1}^q \mu_{\text{About } \tilde{x}_i}(x(t))$$

ข.2. ตัวพีดีซี

จากรูป 2.1 เห็นว่าตัวควบคุมป้อนกลับสำหรับแบบจำลอง T-S มีชื่อเรียกว่าตัวควบคุมพีดีซี (Parallel Distributed Compensator) มีลักษณะดังนี้ { โดยที่ (A_i, B_i) ต้องควบคุมได้ทุกๆ $i=1,2,\dots,q$ } กฎข้อที่ i ของตัวควบคุมพีดีซี

$$\text{If } (z_1(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i1}) \text{ and } (z_2(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i2}) \text{ and } \dots \text{ and } (z_k(t) \text{ is About } \tilde{z}_{ik})$$

$$\text{then } u(t) = F_i x(t) \quad , i=1,2,\dots,q \quad (\text{ข.2.1})$$

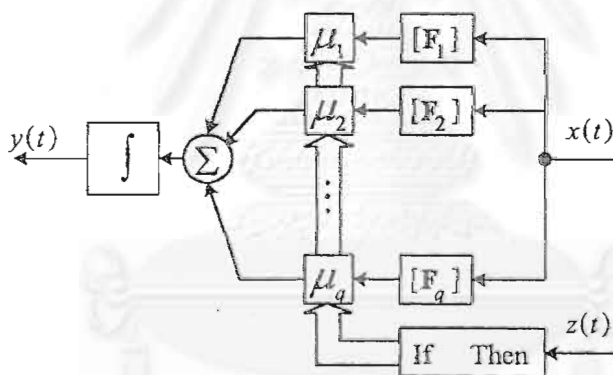
$$\{u(t) = F_i^d x(k) \quad : \text{สำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง}\}$$

ผลสรุปของตัวควบคุมพีดีซีที่ได้คือ

$$u(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i F_i x(t) \quad (\text{ข.2.2})$$

$$\{u(k) = \sum_{i=1}^q \mu_i F_i^d x(k)\} \quad (\text{ข.2.3})$$

โดย F_i, F_i^d คือ อัตราขยายป้อนกลับ ที่บริเวณทำงานที่ i แผนภาพของตัวพีดีซีแสดงได้ดังรูปที่ ข.5



รูปที่ ข.5. แผนภาพของตัวพีดีซี

วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิด (ข.1.10) เมื่อป้อนกลับด้วยตัวพีดีซี (ข.2.2)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i + B_i F_j) x(t) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i \mu_j G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j} \mu_i \mu_j \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t) \end{aligned} \quad (\text{ข.2.4})$$

$$\text{โดยที่ } G_{ij} = A_i + B_i F_j$$

เงื่อนไขพอเพียงที่ทำให้ระบบควบคุมวงปิด (ข.2.4) มีเสถียรภาพ คือ

ทฤษฎีบทที่ ข.1. ระบบ (ข.2.4) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับอย่างกว้างถ้ามีเมทริกซ์บวกร่วม P ที่ทำให้

$$(1) \quad G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0, \quad i=1,2,\dots,q$$

$$(2) \quad \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0, \forall i < j \text{ ยกเว้นที่ } \mu_i \mu_j = 0, \forall t$$

(สามารถแก้สมการ (1). และ (2). ด้วยวิธี LMI [8,9])

และระบบควบคุมวงปิดสำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ได้ผลแบบเดียวกัน {โดยที่

(A_i^d, B_i^d) ต้องเข้าถึงได้ทุกๆ $i=1,2,\dots,q$ } คือ

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i^d + B_i^d F_j^d) x(k)$$

$$= \sum_{i=1}^q \mu_i \mu_j G_{ii}^d x(k) + 2 \sum_{i < j}^q \mu_i \mu_j \left(\frac{G_{ij}^d + G_{ji}^d}{2} \right) x(k) \quad (ข.2.5)$$

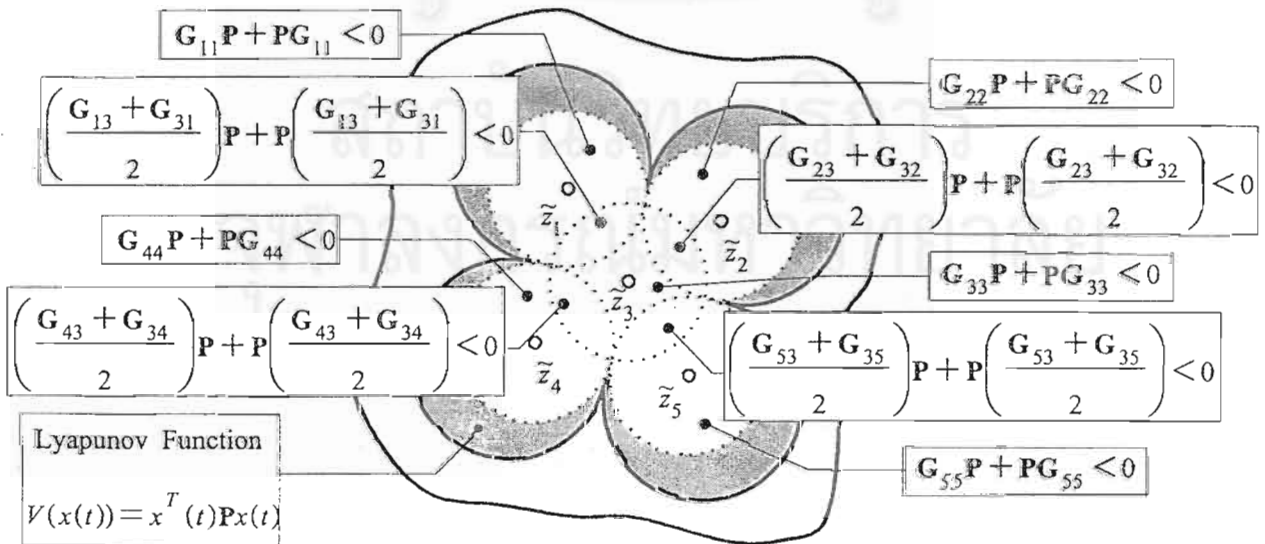
ทฤษฎีบทที่ ข.2. ระบบ (ข.2.5) มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับอย่างกว้างถ้ามีเมทริกซ์บวกร่วม P ที่ทำให้

$$(1) \quad G_{ii}^{dT} P G_{ii}^d - P < 0, \quad i=1,2,\dots,q$$

$$(2) \quad \left(\frac{G_{ij}^d + G_{ji}^d}{2} \right)^T P \left(\frac{G_{ij}^d + G_{ji}^d}{2} \right) - P < 0, \forall i < j \text{ ยกเว้นที่ } \mu_i \mu_j = 0, \forall t$$

โดยที่ $G_{ij}^d = A_i^d + B_i^d F_j^d$

จากทฤษฎีบทที่ ข.1 และ ข.2 เสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิด (ข.2.4) และ (ข.2.5) นอกจากต้องการให้ระบบควบคุมวงปิดมีเสถียรภาพในแต่ละบริเวณทำงานแล้ว ยังต้องการให้บริเวณที่มีบริเวณทำงานร่วมกันมีเสถียรภาพด้วย ดังแสดงได้ในรูปที่ ข.6



รูปที่ ข.6. เงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดที่ป้อนกลับด้วยตัวพีคี่ซี

ข.3. ตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับ

ตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับสำหรับระบบเวลาต่อเนื่อง มีลักษณะดังนี้ { โดยที่ (A_i, C_i) ต้องสังเกตได้สำหรับทุกๆ $i = 1, 2, \dots, q$ }

กฎข้อที่ i ของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับ

If $(z_1(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i1})$ and $(z_2(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i2})$ and ... and $(z_k(t) \text{ is About } \tilde{z}_{ik})$

$$\text{then } \dot{\hat{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + K_i (\hat{y}(t) - y(t)) \quad , i = 1, 2, \dots, q \quad (\text{ข.3.1})$$

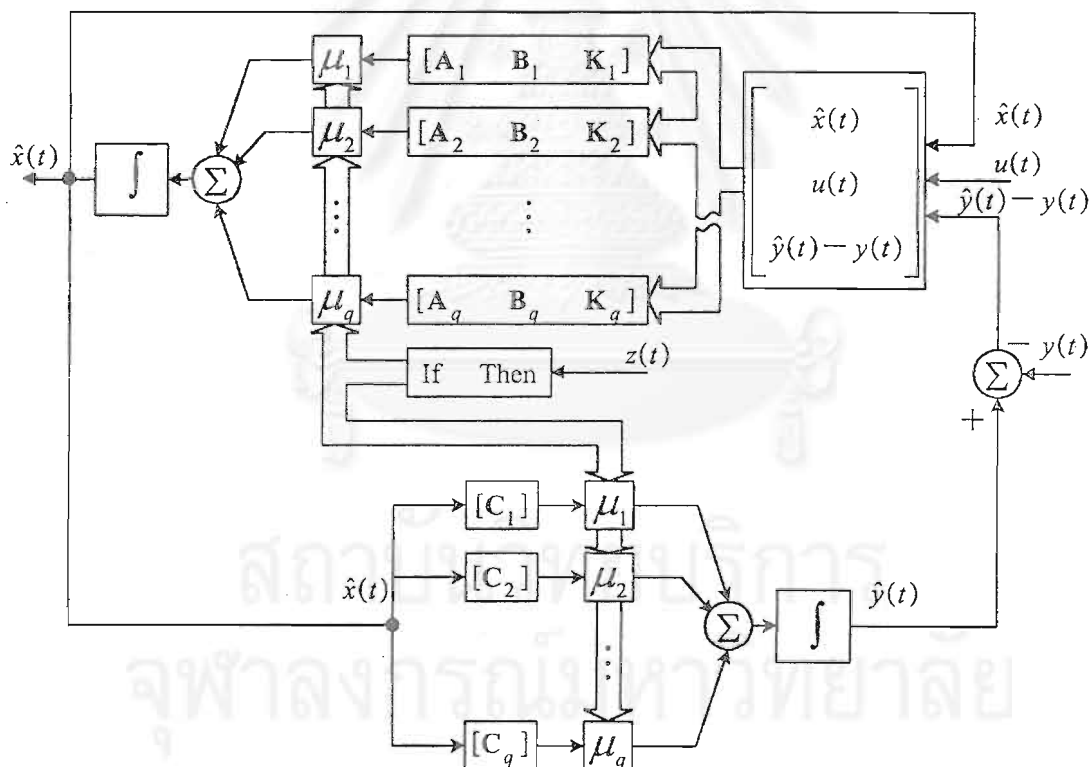
$$\hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t)$$

ผลสรุปของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับดังนี้

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i A_i \hat{x}(t) + \sum_{i=1}^q \mu_i B_i u(t) + \sum_{i=1}^q \mu_i K_i (\hat{y}(t) - y(t)) \quad (\text{ข.3.2})$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i C_i \hat{x}(t) \quad (\text{ข.3.3})$$

แผนภาพของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับแสดงได้ดังรูปที่ ข.7



รูปที่ ข.7. แผนภาพของตัวสังเกตพีชซีเต็มอันดับ

แทน (ข.1.11) และ (ข.3.3) ลงในสมการ (ข.3.2) จะได้

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i A_i \hat{x}(t) + \sum_{i=1}^q \mu_i B_i u(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j K_i C_j (\hat{x}(t) - x(t)) \quad (\text{ข.3.4})$$

วิเคราะห์เงื่อนไขการลู่เข้าของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับแทน (ข.2.2) ลงใน (ข.3.4) จะได้

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_j) \hat{x}(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \mathbf{K}_i \mathbf{C}_j (\hat{x}(t) - x(t))$$

และ
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i \mathbf{A}_i x(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \mathbf{B}_i \mathbf{F}_j \hat{x}(t)$$

กำหนดให้ $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ จะได้

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\mathbf{A}_i + \mathbf{K}_i \mathbf{C}_j) e(t) \quad (\text{ข.3.5})$$

ทฤษฎีบทที่ ข.3. ตัวสังเกตจะลู่เข้าสู่ค่าตัวแปรสถานะ เมื่อมีเมทริกซ์บวกกร่วม $\hat{\mathbf{P}}$ ที่ทำให้

$$(1) \quad \mathbf{H}_{ii}^T \hat{\mathbf{P}} + \hat{\mathbf{P}} \mathbf{H}_{ii} < 0, \quad i=1,2,\dots,q$$

$$(2) \quad \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right)^T \hat{\mathbf{P}} + \hat{\mathbf{P}} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij} + \mathbf{H}_{ji}}{2} \right) < 0, \quad \forall i < j \text{ ยกเว้นที่ } \mu_i \mu_j = 0, \quad \forall t$$

เมื่อ
$$\mathbf{H}_{ij} = \mathbf{A}_i + \mathbf{K}_i \mathbf{C}_j$$

ตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับสำหรับสำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง มีลักษณะดังนี้ { โดยที่

$(\mathbf{A}_i^d, \mathbf{C}_i^d)$ ต้องสังเกตได้สำหรับทุกๆ $i=1,2,\dots,q$ }

$$\dot{e}(k) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\mathbf{A}_i^d + \mathbf{K}_i^d \mathbf{C}_j^d) e(k) \quad (\text{ข.3.6})$$

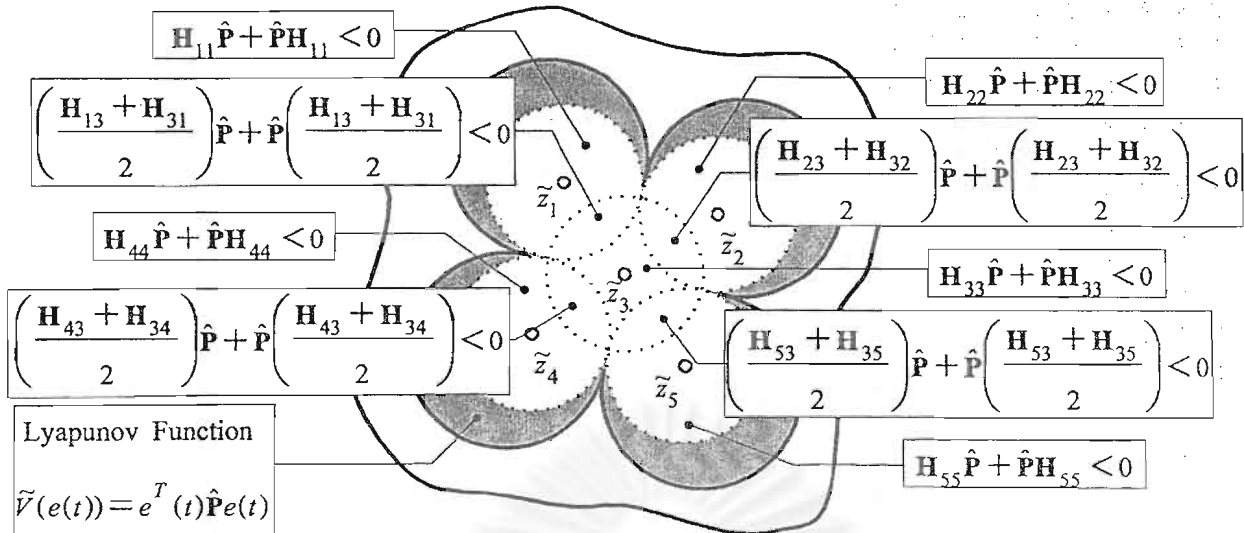
ทฤษฎีบทที่ ข.4. ตัวสังเกตจะลู่เข้าสู่ค่าตัวแปรสถานะ เมื่อมีเมทริกซ์บวกกร่วม $\hat{\mathbf{P}}$ ที่ทำให้

$$(1) \quad \mathbf{H}_{ii}^{dT} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{H}_{ii}^d - \hat{\mathbf{P}} < 0$$

$$(2) \quad \left(\frac{\mathbf{H}_{ij}^d + \mathbf{H}_{ji}^d}{2} \right)^T \hat{\mathbf{P}} \left(\frac{\mathbf{H}_{ij}^d + \mathbf{H}_{ji}^d}{2} \right) - \hat{\mathbf{P}} < 0, \quad \forall i < j \text{ ยกเว้นที่ } \mu_i \mu_j = 0, \quad \forall t$$

เมื่อ
$$\mathbf{H}_{ij}^d = \mathbf{A}_i^d + \mathbf{K}_i^d \mathbf{C}_j^d$$

จากทฤษฎีบทที่ ข.3 และ ข.4 ตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับจะสามารถลู่เข้าสู่ตัวแปรสถานะดังสมการ (ข.3.5) และ (ข.3.6) นอกจากต้องการให้ตัวสังเกตเต็มอันดับมีเสถียรภาพในแต่ละบริเวณทำงานแล้ว ยังต้องการให้บริเวณที่มีบริเวณทำงานร่วมกันมีเสถียรภาพด้วย ดังแสดงได้ในรูปที่ ข.8



รูปที่ ข.8. เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการลู่เข้าของตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ

ข.4. ทฤษฎีแยกส่วน (Separation Theorem)

การออกแบบตัวพีชชี และการออกแบบตัวสังเกตพีชชี (เต็มอันดับและลดอันดับ) สามารถออกแบบแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ โดยสามารถรับประกันเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดที่ใช้ตัวแปรสถานะที่ได้จากการสังเกตในการป้อนกลับ ซึ่งพิสูจน์ได้ดังนี้

ในกฎข้อที่ i ของสัญญาณควบคุมที่ใช้ค่าสถานะที่ได้จากตัวสังเกต (3.19) คือ

If $(z_1(t)$ is About \tilde{z}_{i1}) and $(z_2(t)$ is About \tilde{z}_{i2}) and...and $(z_k(t)$ is About \tilde{z}_{ik})

then $u(t) = F_i \hat{x}(t) = M_i \hat{z}(t) + N_i y(t)$, $i = 1, 2, \dots, q$

โดย $M_i = F_i$ และ $N_i = 0$

สำหรับตัวสังเกตเต็มอันดับ

$M_i = F_i U$ และ $N_i = F_i V$

สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1.

$M_i = F_i T^\#$ และ $N_i = F_i (C^\# - T^\# K)$ สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

ผลสรุปสำหรับสัญญาณควบคุมคือ

$$u(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i (F_i \hat{x}(t)) = \sum_{i=1}^q \mu_i (M_i \hat{z}(t) + N_i y(t))$$

จาก $e(t) = \hat{z}(t) - Tx(t) \rightarrow \hat{z}(t) = e(t) + Tx(t)$ ได้ว่า

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i (M_i e(t) + M_i Tx(t) + N_i Cx(t)) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i (M_i e(t) + F_i x(t)) \end{aligned}$$

สำหรับผลสรุปของระบบควบคุมวงปิด

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i (A_i x(t) + B_i u(t))$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^q \mu_i \left(A_i x(t) + \sum_{j=1}^q \mu_j (B_i M_j e(t) + B_i F_j x(t)) \right) \\
&= \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left((A_i + B_i F_j) x(t) + (B_i M_j) e(t) \right)
\end{aligned}$$

และ $\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left((\tilde{A}_i + K_i \tilde{C}_j) e(t) \right)$

แทนค่า $\tilde{A}_i = A_i$ กรณีตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ
 $= [0 \quad TA_i T_i^\#]$ กรณีตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1.
 $= TA_i T^\#$ กรณีตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

และ $\tilde{C}_j = C_j$ กรณีตัวสังเกตพีชชีเต็มอันดับ
 $= [I \quad -L_{1j}]$ กรณีตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 1.
 $= CA_j T^\#$ กรณีตัวสังเกตพีชชีลดอันดับแบบที่ 2.

ได้ว่า $\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \begin{bmatrix} (A_i + B_i F_j) & B_i M_j \\ 0 & (\tilde{A}_i + K_i \tilde{C}_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$

ซึ่งก็คือ $\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i + B_i F_j) x(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j B_i M_j e(t)$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\tilde{A}_i + K_i \tilde{C}_j) e(t) \quad (\text{ข.4.1})$$

ทฤษฎีบทที่ ข.5. ถ้ามีฟังก์ชันสเกล่า $V(x(t)), \tilde{V}(e(t))$ และมีค่าบวกจริงใดๆ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3$ และ $\tilde{\gamma}_4$ ที่สอดคล้องกับ

$$1). \gamma_1 \|x(t)\|^2 \leq V(x(t)) \leq \gamma_2 \|x(t)\|^2, \tilde{\gamma}_1 \|e(t)\|^2 \leq \tilde{V}(e(t)) \leq \tilde{\gamma}_2 \|e(t)\|^2$$

$$2). \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i + B_i F_j) x(t) \leq -\gamma_3 \|x(t)\|^2$$

$$\frac{\partial \tilde{V}(e(t))}{\partial e(t)} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\tilde{A}_i + K_i \tilde{C}_j) e(t) \leq -\tilde{\gamma}_3 \|e(t)\|^2$$

$$3). \left\| \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\| \leq \lambda_4 \|x(t)\|, \left\| \frac{\partial \tilde{V}(e(t))}{\partial e(t)} \right\| \leq \tilde{\lambda}_4 \|e(t)\|$$

แล้วระบบ (ข.4.1). จะมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ

พิสูจน์ หาคอนุพันธ์ของ $V(x(t))$ เทียบกับเวลา ซึ่งก็คือ

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \dot{x}(t)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_j) x(t) + \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \mathbf{B}_i \mathbf{M}_j e(t) \\
&\leq -\gamma_3 \|x(t)\|^2 + \left\| \frac{\partial V(x(t))}{\partial x(t)} \right\| \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \\
&\leq -\gamma_3 \|x(t)\|^2 + \gamma_4 \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \cdot \|x(t)\| \\
&= -\frac{\gamma_3}{2} \|x(t)\|^2 - \frac{\gamma_3}{2} \|x(t)\|^2 + \gamma_4 \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \cdot \|x(t)\| \\
&= -\left(\frac{\gamma_3}{2} \|x(t)\|^2 - \gamma_4 \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \cdot \|x(t)\| + \frac{\gamma_4^2}{2\gamma_3} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \left(\|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \right)^2 \right) \\
&\quad - \frac{\gamma_3}{2} \|x(t)\|^2 + \frac{\gamma_4^2}{2\gamma_3} \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \cdot \|e(t)\| \right)^2 \\
&\leq -\frac{\gamma_3}{2} \|x(t)\|^2 + \frac{\gamma_4^2}{2\gamma_3} \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \right)^2 \cdot \|e(t)\|^2 \\
&\leq -\frac{\gamma_3}{2\gamma_2} V(x(t))^2 + \frac{\gamma_4^2}{2\gamma_3 \tilde{\gamma}_1} \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \right)^2 \tilde{V}(e(t))
\end{aligned}$$

กำหนด $\left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \|\mathbf{B}_i \mathbf{M}_j\| \right)^2 = a$ ได้ว่า $\dot{V}(x(t)) \leq -\frac{\gamma_3}{2\gamma_2} V(x(t))^2 + \frac{a\gamma_4^2}{2\gamma_3 \tilde{\gamma}_1} \tilde{V}(e(t))$

และหาอนุพันธ์ของ $\tilde{V}(e(t))$ เทียบกับเวลา ซึ่งก็คือ

$$\dot{\tilde{V}}(e(t)) = \frac{\partial \tilde{V}(e(t))}{\partial e(t)} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (\tilde{\mathbf{A}}_i + \mathbf{K}_i \tilde{\mathbf{C}}_j) e(t) \leq -\tilde{\gamma}_3 \|e(t)\|^2 \leq -\frac{\tilde{\gamma}_3}{\tilde{\gamma}_2} \tilde{V}(e(t))$$

$$\text{นั่นคือ } \begin{bmatrix} \dot{V}(x(t)) \\ \dot{\tilde{V}}(e(t)) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_3}{2\gamma_2} & \frac{a\gamma_4^2}{2\gamma_3 \tilde{\gamma}_1} \\ 0 & -\frac{\tilde{\gamma}_3}{\tilde{\gamma}_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x(t)) \\ \tilde{V}(e(t)) \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \begin{bmatrix} V(x(t)) \\ \tilde{V}(e(t)) \end{bmatrix}$$

โดยกฎพื้นฐานของเมทริกซ์จะได้ว่า \mathbf{Q} เสถียร ได้ว่า $V(x(t)), \tilde{V}(e(t))$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ซึ่งหมายความว่า ระบบ (ข.4.1). นั้นมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับด้วย QED.

ทฤษฎีบทที่ ข.6. สำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

$$\text{ถ้า } x(k+1) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left(\mathbf{A}_i^d + \mathbf{B}_i^d \mathbf{F}_j^d \right) x(k) \quad (\text{ข.4.2})$$

$$e(k+1) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left(\tilde{\mathbf{A}}_i^d + \mathbf{K}_i^d \tilde{\mathbf{C}}_j^d \right) e(k) \quad (\text{ข.4.3})$$

มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับแล้ว ระบบ (ข.4.4)-(ข.4.5) จะมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับด้วย

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left(\mathbf{A}_i^d + \mathbf{B}_i^d \mathbf{F}_j^d \right) x(k) + \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \mathbf{B}_i^d \mathbf{M}_j^d e(k) \quad (\text{ข.4.4})$$

$$e(k+1) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j \left(\tilde{\mathbf{A}}_i^d + \mathbf{K}_i^d \tilde{\mathbf{C}}_j^d \right) e(k) \quad (\text{ข.4.5})$$

พิสูจน์ จาก (ข.4.2). จะเสถียรถ้ามีฟังก์ชันไลอาปูนอฟ $V(x(k)) = x^T(k) \mathbf{P} x(k)$ มาตัดสิน

โดยกำหนดขอบเขต $c_1 \|x(k)\|^2 \leq V(x(k)) \leq c_2 \|x(k)\|^2$ และ

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) \Big|_{(\text{ข.4.2})} &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= x^T(k+1) \mathbf{P} x(k+1) \Big|_{(\text{ข.4.2})} - x^T(k) \mathbf{P} x(k) \leq -c_3 \|x(k)\|^2 \end{aligned}$$

และจาก(ข.4.3). จะเสถียร ถ้ามีฟังก์ชันไลอาปูนอฟ $\tilde{V}(e(k)) = e^T(k) \hat{\mathbf{P}} e(k)$ มาตัดสินโดย

กำหนดขอบเขต $\tilde{c}_1 \|e(k)\|^2 \leq \tilde{V}(e(k)) \leq \tilde{c}_2 \|e(k)\|^2$ และ $\Delta \tilde{V}(e(k)) \leq -\tilde{c}_3 \|e(k)\|^2$ แต่เอา

$V(x(k)) = x^T(k) \mathbf{P} x(k)$ และ $\tilde{V}(e(k)) = e^T(k) \hat{\mathbf{P}} e(k)$ มาตัดสินเสถียรภาพของ (ข.4.4) และ(ข.4.5)

ได้ด้วยดังนี้

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) \Big|_{(\text{ข.4.4})} &= V(x(k+1)) \Big|_{(\text{ข.4.4})} - V(x(k)) \\ &= x^T(k+1) \mathbf{P} x(k+1) \Big|_{(\text{ข.4.4})} - x^T(k) \mathbf{P} x(k) \\ &= \Delta V(x) \Big|_{(\text{ข.4.2})} + 2x^T \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \mu_i \mu_j \mu_l \mu_t \left(\mathbf{A}_i^d + \mathbf{B}_i^d \mathbf{F}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right) e \\ &\quad + e^T \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \mu_i \mu_j \mu_l \mu_t \left(\mathbf{B}_i^d \mathbf{M}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right) e \\ &\leq -c_3 \|x\|^2 + 2 \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \left\| \left(\mathbf{A}_i^d + \mathbf{B}_i^d \mathbf{F}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right\| \right) \cdot \|e\| \cdot \|x\| \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \left\| \left(\mathbf{B}_i^d \mathbf{M}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right\| \right) \cdot \|e\|^2 \end{aligned}$$

$$\text{กำหนด } \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \left\| \left(\mathbf{A}_i^d + \mathbf{B}_i^d \mathbf{F}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right\| = b_1$$

$$\text{และ } \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \sum_{l=1}^q \sum_{t=1}^q \left\| \left(\mathbf{B}_i^d \mathbf{M}_j^d \right)^T \mathbf{P} \left(\mathbf{B}_l^d \mathbf{M}_t^d \right) \right\| = b_2 \quad \text{จะได้}$$

$$\begin{aligned} \Delta V(x) \Big|_{(4.4)} &\leq -c_3 \|x\|^2 + 2b_1 \|e\| \cdot \|x\| + b_2 \|e\|^2 \\ &= -\frac{c_3}{2} \|x\|^2 + \left(\frac{c_3}{2} \|x\|^2 - 2b_1 \|e\| \cdot \|x\| + \frac{4b_1^2}{2c_3} \|e\|^2 \right) + b_2 \|e\|^2 + \frac{4b_1^2}{2c_3} \|e\|^2 \\ &\leq -\frac{c_3}{2} \|x\|^2 + b_2 \|e\|^2 + \frac{4b_1^2}{2c_3} \|e\|^2 \\ &= -\frac{c_3}{2} \|x\|^2 + \left(b_2 + \frac{2b_1^2}{c_3} \right) \|e\|^2 \\ &\leq -\frac{c_3}{2c_2} V(x) + \left(\frac{b_2}{\tilde{c}_1} + \frac{2b_1^2}{c_3 \tilde{c}_1} \right) \tilde{V}(e) \end{aligned}$$

$$\text{และด้วย } \Delta \tilde{V}(e) \leq -\tilde{c}_3 \|e\|^2 \leq -\frac{\tilde{c}_3}{\tilde{c}_2} \tilde{V}(e) \quad \text{จะได้ว่า}$$

$$\begin{bmatrix} V(x(k+1)) \\ \tilde{V}(e(k+1)) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 - \frac{c_3}{2c_2} & \frac{b_2}{\tilde{c}_1} + \frac{2b_1^2}{c_3 \tilde{c}_1} \\ 0 & 1 - \frac{\tilde{c}_3}{\tilde{c}_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x(k)) \\ \tilde{V}(e(k)) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^d \cdot \begin{bmatrix} V(x(k)) \\ \tilde{V}(e(k)) \end{bmatrix}$$

สามารถเลือก c_2 และ \tilde{c}_2 ให้มากเพียงพอ ทำให้ $|\lambda_i(\mathbf{Q}^d)| < 1, \forall i$ จะได้

$V(x(k)), \tilde{V}(e(k))$ มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ซึ่งหมายความว่า ระบบ (ข.4.4) และ (ข.4.5) นั้นมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับด้วย QED.

ข.5. การออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* [11].

เพื่อความสะดวก กำหนดให้แบบจำลอง T-S อยู่ในรูปแบบเฉพาะดังนี้

กฎข้อที่ i ของแบบจำลอง T-S ที่มีรูปแบบเฉพาะคือ

If $(z_1(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i1})$ and $(z_2(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i2})$ and... and $(z_k(t) \text{ is About } \tilde{z}_{ik})$

$$\text{then } \begin{bmatrix} \dot{\mathcal{X}}_1(t) \\ \dot{\mathcal{X}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11i} & \mathbf{A}_{12i} \\ \mathbf{A}_{21i} & \mathbf{A}_{22i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{X}_1(t) \\ \mathcal{X}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1i} \\ \mathbf{B}_{2i} \end{bmatrix} u(t) \quad (\text{ข.5.1})$$

$$y(t) = \mathcal{X}_1(t), \quad i=1,2,\dots,q \quad (\text{ข.5.2})$$

โดย \mathcal{X}_1 คือ ตัวแปรสถานะที่เข้าถึงได้ (วัดได้โดยตรง)

\mathcal{X}_2 คือ ตัวแปรสถานะที่เข้าถึงไม่ได้ (วัดไม่ได้ต้องสังเกต)

ผลสรุปของแบบจำลอง T-S ที่มีรูปแบบเฉพาะ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{\chi}_1(t) \\ \dot{\chi}_2(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^q \mu_i \left(\begin{bmatrix} A_{11i} & A_{12i} \\ A_{21i} & A_{22i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_1(t) \\ \chi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{2i} \end{bmatrix} u(t) \right) \quad (\text{ข.5.3})$$

$$y(t) = \chi_1(t) \quad (\text{ข.5.4})$$

ในกรณีที่แบบจำลอง T-S อยู่ในรูปแบบทั่วไป (ข.1.10) และ (ข.1.11) สามารถหาเมทริกซ์ E เพื่อแปลงเสมือนแบบจำลอง T-S ให้อยู่ในรูป (ข.5.3) และ (ข.5.4) ได้

แทนค่า $x(t) = E\chi(t)$ ในสมการที่ (ข.1.10) จะได้

$$\begin{aligned} E\dot{\chi}(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i (A_i E\chi(t) + B_i u(t)) \\ \dot{\chi}(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i (E^{-1} A_i E\chi(t) + E^{-1} B_i u(t)) \end{aligned} \quad (\text{ข.5.5})$$

ซึ่งถ้าเปรียบเทียบกับ (ข.5.5) กับ (ข.5.3) จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} A_{11i} & A_{12i} \\ A_{21i} & A_{22i} \end{bmatrix} = E^{-1} A_i E \quad (\text{ข.5.6})$$

และ $\begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{2i} \end{bmatrix} = E^{-1} B_i \quad (\text{ข.5.8})$

แทนค่า $x(t) = E\chi(t)$ ในสมการที่ (ข.1.11) ผลที่ได้คือ

$$y(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i C_i E\chi(t) \quad (\text{ข.5.9})$$

เห็นว่า (ข.5.9) จะสามารถเท่ากับ (ข.5.4) ได้ ก็ต่อเมื่อ

$$C_i E = [I \quad 0], \quad i=1,2,\dots,q$$

หรือ $C_i = [I \quad 0] E^{-1}, \quad i=1,2,\dots,q \quad (\text{ข.5.10})$

จาก (ข.5.10) เห็นว่าค่าของ C_i จะต้องคงที่ในทุกๆบริเวณทำงาน จึงเป็นข้อจำกัดของวิธีนี้
ว่าสามารถออกแบบได้ในกรณีที่โรงงานมีสัญญาณขาออกเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปรสถานะเท่านั้น เพราะในกรณีนี้ค่าของ C_i จะเท่ากับ C ในทุกๆ $i=1,2,\dots,q$

ระบบ (ข.5.1) และ (ข.5.2) สามารถออกแบบตัวสังเกตพีชซีลอันดับขนาด $(n-r)$ ได้ดังนี้

กฎข้อที่ i ของตัวสังเกตพีชซีลอันดับวิธี $KJLW$

$$\begin{aligned} &\text{If } (z_1(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i1}) \text{ and } (z_2(t) \text{ is About } \tilde{z}_{i2}) \text{ and } \dots \text{ and } (z_k(t) \text{ is About } \tilde{z}_{ik}) \\ &\text{then } \dot{z}(t) = \hat{A}_i z(t) + \hat{B}_i y(t) + \hat{C}_i u(t) \quad , i=1,2,\dots,q \end{aligned} \quad (\text{ข.5.11})$$

โดยที่ $\chi_2(t) = z(t) - K_i y(t) \quad (\text{ข.5.12})$

$$\hat{A}_i = A_{22i} + K_i A_{12i} \quad (\text{ข.5.13})$$

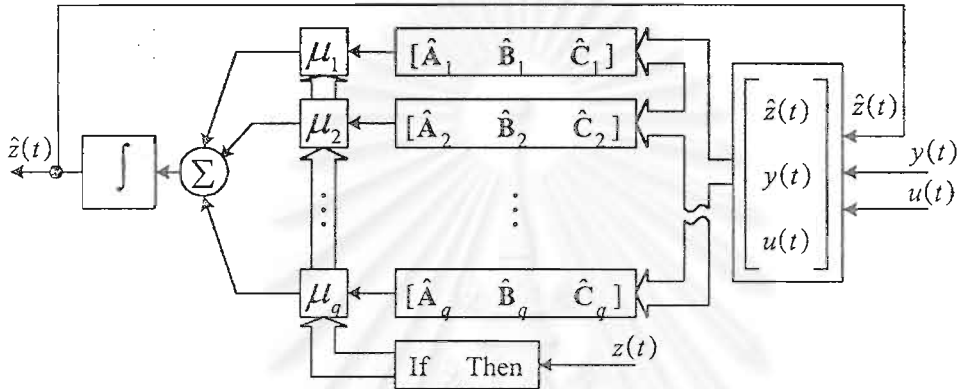
$$\hat{B}_i = -(A_{22_i} + K_i A_{12_i})K_i + (A_{21_i} + K_i A_{11_i}) \quad (ข.5.14)$$

$$\hat{C}_i = B_{2_i} + K_i B_{1_i} \quad (ข.5.15)$$

เมื่อ $K_i \in \mathcal{R}^{(n-r) \times r}$ คือ อัตราขยายป้อนกลับตัวสังเกต ที่จุดทำงานที่ i จาก (ข.5.11) สามารถหาผลสรุปของตัวสังเกตลดอันดับได้ดังนี้

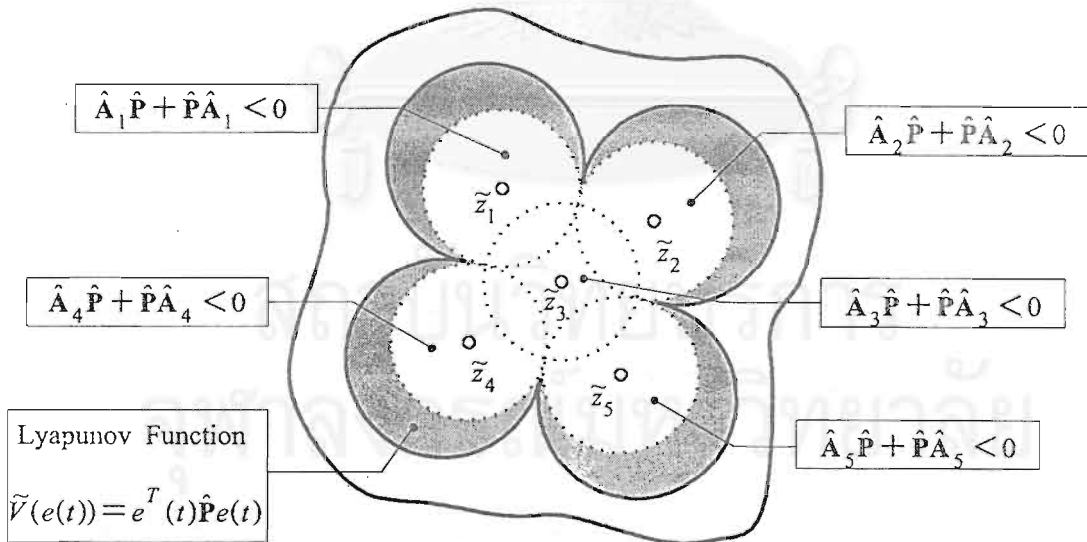
$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i (\hat{A}_i z(t) + \hat{B}_i y(t) + \hat{C}_i u(t)) \quad (ข.5.16)$$

แผนภาพของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธี $KJLW$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ข.9



รูปที่ ข.9. แผนภาพของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธี $KJLW$

พบว่าเงื่อนไขพอเพียงสำหรับการเข้าสู่ตัวแปรสถานะของตัวสังเกต[11] ต้องการเพียงให้ตัวสังเกตลดอันดับมีเสถียรภาพในแต่ละบริเวณทำงานก็เพียงพอ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ ข.10



รูปที่ ข.10 เงื่อนไขพอเพียงสำหรับการเข้าสู่ของตัวสังเกตพีชคณิตอันดับวิธี $KJLW$

สรุป การออกแบบตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* ทำได้โดยแก้สมการเมทริกซ์เพื่อหาค่าของ $\hat{P}, K_1, K_2, \dots, K_q$ จำนวน $q+1$ อสมการดังต่อไปนี้

- 1) $\hat{P} > 0$
- 2) $(A_{22_1} + K_1 A_{12_1})^T \hat{P} + \hat{P} (A_{22_1} + K_1 A_{12_1}) + a \cdot \hat{P} < 0$
- 3) $(A_{22_2} + K_2 A_{12_2})^T \hat{P} + \hat{P} (A_{22_2} + K_2 A_{12_2}) + a \cdot \hat{P} < 0$
- ⋮
- $q+1$) $(A_{22_q} + K_q A_{12_q})^T \hat{P} + \hat{P} (A_{22_q} + K_q A_{12_q}) + a \cdot \hat{P} < 0$

เมื่อ $a \in \mathcal{R}$ คือ ค่าที่ใช้กำหนดอัตราเร็วการลู่เข้าของตัวสังเกต

ตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* มีลักษณะดังนี้

กฎข้อที่ i ของตัวคอนเวอร์เตอร์ (โดยที่ $i = 1, 2, \dots, q$)

If $(z_1(t)$ is About \tilde{z}_{i1}) and $(z_2(t)$ is About \tilde{z}_{i2}) and...and $(z_k(t)$ is About \tilde{z}_{ik})

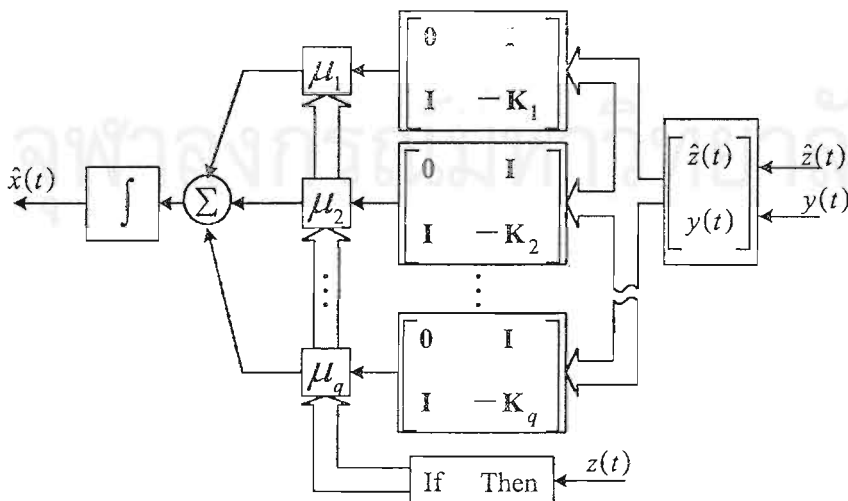
$$\text{then } \hat{\chi}(t) = \begin{bmatrix} \chi_1(t) \\ \hat{\chi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \hat{z}(t) - K_i \cdot y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & -K_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (\text{ข.5.17})$$

ในกรณีนี้ $K_i = K, \forall i$ ตัวคอนเวอร์เตอร์ (ข.5.17) ลดรูปลงเหลือแค่

$$\hat{\chi}(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \hat{z}(t) - K \cdot y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & -K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (\text{ข.5.18})$$

ใน (ข.5.17) ตัวคอนเวอร์เตอร์ จะใช้เวลาในการคำนวณออนไลน์มาก และในกรณีที่จุดทำงานใกล้เคียงกันสังเกตค่าตัวแปรบางส่วน ($\hat{z}(t) = \chi_2(t) + K_i y(t)$) ที่มีค่าแตกต่างกันมาก ทำให้การแปลงค่าของตัวสังเกตสถานะบางส่วน(ในบริเวณทำงานร่วมกัน ของจุดทำงานที่กล่าวถึง)ให้กลับมาอยู่ในรูปตัวแปรสถานะ มีค่าไม่แม่นยำนัก (ดูตัวอย่างที่ 1. ในบทที่ 4.)

แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW* แสดงดังรูป ข.11



รูปที่ ข.11. แผนภาพของตัวคอนเวอร์เตอร์สำหรับตัวสังเกตพีชชีลดอันดับวิธี *KJLW*

ภาคผนวก ก.

ก.1. การระบุ (Identification) แบบจำลองฟuzzy ทาคางิ - ซึเงโนะ [7]

วิธีนี้ใช้ประมาณฟังก์ชันไม่เชิงเส้น ($y_N(x) = f(x)$) ด้วยตัวประมาณฟังก์ชันฟuzzy (ก.1.1) โดยเริ่มจากกำหนดจุดทำงาน (\hat{x}_i) ทั้งหมด q จุด โดยให้จุดทำงานทั้งหมดครอบคลุมบริเวณทำงานทั้งหมด (ดูรูปที่ ก.2) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่ารอบๆแต่ละจุดทำงานสามารถประมาณฟังก์ชันไม่เชิงเส้นด้วยฟังก์ชันเชิงเส้นได้ จากนั้นสร้างกฎฟuzzyเพื่อใช้ในการประมาณฟังก์ชันดังนี้

กฎข้อที่ i ของตัวประมาณฟังก์ชันฟuzzy

$$\begin{aligned} &\text{If } (x(t) \text{ is About } \hat{x}_i) \\ &\text{then } y_F(x) = [A_{ij}] \cdot x \end{aligned}$$

ผลสรุปของตัวประมาณฟังก์ชันฟuzzyคือ

$$y_F(x) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x) [A_{ij}] \cdot x \tag{ก.1.1}$$

เมื่อ $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_j \ \dots \ x_n]^T \in \mathcal{X}^n$

$$y_N(x) = [y_{N_1} \ y_{N_2} \ \dots \ y_{N_i} \ \dots \ y_{N_r}]^T \in \mathcal{Y}^r$$

$$y_F(x) = [y_{F_1} \ y_{F_2} \ \dots \ y_{F_i} \ \dots \ y_{F_r}]^T \in \mathcal{Y}^r$$

$$[A_{ij}] \in \mathcal{R}^{r \times n}$$

โดยที่ $\mu_i(x)$ คือ ฟังก์ชันภาวะสมาชิกบรรทัดฐาน ซึ่งกำหนดดังนี้

$$\mu_i(x) = \mu_{\text{About } \hat{x}_i}(x) / \sum_{i=1}^q \mu_{\text{About } \hat{x}_i}(x) \text{ เห็นว่า } \sum_{i=1}^q \mu_i(x) = 1$$

ก.1.1). การกำหนดจุดทำงานและฟังก์ชันภาวะสมาชิก สร้างฟังก์ชันภาวะสมาชิกเป็นลักษณะสามเหลี่ยมดังรูป ก.1 โดยยอดอยู่ที่จุดทำงานนั้นและฐานกว้างไปถึงจุดทำงานถัดไปในมิติเดียวกัน ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\mu_{\text{About } \hat{x}_{ij}}(x_j) = \begin{cases} 1 - 2|x_j - a_{ij}|/b_{ij} & \text{เมื่อ } |x_j - a_{ij}| \leq b_{ij}/2 \\ 0 & \text{เมื่อ } |x_j - a_{ij}| > b_{ij}/2 \end{cases}$$

ได้ว่า
$$\mu_{\text{About } \hat{x}_i}(x) = \text{And}_{j=1}^n \left(\mu_{\text{About } \hat{x}_{ij}}(x_j) \right)$$

ก.1.2). สร้าง ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ สุ่มค่าตัวแปรสถานะขึ้นมาจำนวน p_s จุด (ดังแสดงในรูปที่ ก.2) และให้ครอบคลุมในทุกๆขอบเขตที่มีการร่วมกันของฟังก์ชันภาวะสมาชิก โดยรวมเอาค่าผิดเพี้ยนที่เกิดในแต่ละจุดที่สุ่มขึ้นรวมเข้าด้วยกันดังสมการที่ (ก.1.2)

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P_s} E_p(x_p) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P_s} (y_N(x_p) - y_F(x_p))^2 \quad (\text{ค.1.2})$$

ค.1.3). การปรับปรุง พารามิเตอร์ ด้วยวิธี เกรเดียน (Gradient) ดังนี้

$$A_{ij}(k+1) = A_{ij}(k) - \frac{\eta}{P_s} \cdot \frac{\partial E}{\partial A_{ij}} = A_{ij}(k) - \frac{\eta}{P_s} \cdot \sum_{p=1}^{P_s} \frac{\partial E_p(x_p)}{\partial A_{ij}} \quad (\text{ค.1.3})$$

โดย $\frac{\partial E_p}{\partial A_{ij}} = \frac{\partial E_p}{\partial y_F} \cdot \frac{\partial y_F}{\partial g_i} \cdot \frac{\partial g_i}{\partial A_{ij}} \leftarrow g_i = \sum_{j=0}^n [A_{ij}] x_{pj} = A_i x_p \quad (\text{ค.1.4})$

$$\frac{\partial E_p}{\partial y_F} = 2(y_N(x_p) - y_F(x_p)) \quad (\text{ค.1.5})$$

$$\frac{\partial y_F}{\partial g_i} = \mu_i \leftarrow y_F = \sum_{i=1}^q \mu_i g_i \quad (\text{ค.1.6})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial A_{ij}} = x_{pj} \quad (\text{ค.1.7})$$

เมื่อ $A_i = [A_{i1} \quad A_{i2} \quad A_{i3} \quad \dots \quad A_{in}] \in \mathcal{R}^n$

โดยที่ η เป็นค่าคงที่ ใช้กำหนดขนาดของก้าวการปรับปรุง

P_s คือ จำนวนของจุดที่สุ่มขึ้นมาทั้งหมด

x_p คือ ตัวแปร x ที่ได้จากการสุ่ม

$E_p(x_p)$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่จุดสุ่ม, $E_p(x_p) = (y_N(x_p) - y_F(x_p))^2$

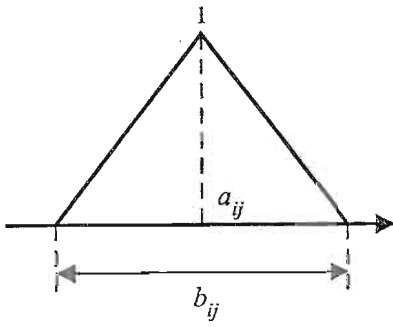
แต่การปรับปรุงค่า A_{ij} นั้นไม่จำเป็นต้องหาค่าที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าต่ำสุด เพียงแค่ปรับปรุงไปจนมีค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ที่มีค่าน้อยจนยอมรับได้ ทำได้โดยกำหนดกรอบทำงานในการปรับปรุงค่าจำกัด

จากวิธีข้างต้นสามารถประยุกต์ในการประมาณแบบจำลองไม่เชิงเส้น

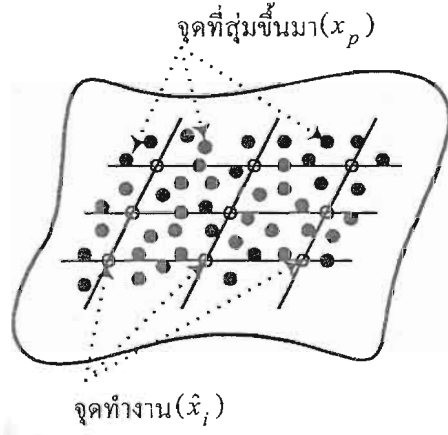
$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad \text{และ} \quad y(t) = g(x(t), t) \quad (\text{ค.1.8})$$

ด้วยแบบจำลองพีชคณิตาคางิ-ซีเงะ โนะะ (ค.1.9) ได้

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^q \mu_i (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad \text{และ} \quad y = \sum_{i=1}^q \mu_i (C_i x(t)) \quad (\text{ค.1.9})$$



รูปที่ ค.1. กำหนดฟังก์ชันภาวะสมาชิก



รูปที่ ค.2. สู่มจุดให้ครอบคลุมบริเวณทำงานทั้งหมด

ค.2. พิสูจน์ทฤษฎีบท

ทฤษฎีบท ค.1. ถ้า (A, C) สังเกตได้แล้ว $(TAT^\#, CAT^\#)$ สังเกตได้

พิสูจน์ จะพิสูจน์ว่า $\begin{bmatrix} CAT^\# \\ CAT^\#(TAT^\#) \\ CAT^\#(TAT^\#)^2 \\ \vdots \end{bmatrix}$ เต็มลำดับชั้นสมมภ์

จาก $\begin{bmatrix} T^\# & C^\# \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ C \end{bmatrix} = I$ ได้ว่า $T^\#T = I - C^\#C$ แล้วได้ว่า

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} CAT^\# \\ CAT^\#(TAT^\#) \\ CAT^\#(TAT^\#)^2 \\ \vdots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} CAT^\# \\ CA(I - C^\#C)AT^\# \\ CA(I - C^\#C)A(I - C^\#C)T^\# \\ \vdots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} CAT^\# \\ CA^2T^\# + K_1CAT^\# \\ CA^3T^\# + K_2CA^2T^\# + K_3CAT^\# \\ \vdots \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots \\ K_1 & I & 0 & \dots \\ K_3 & K_2 & I & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \end{bmatrix} AT^\# \end{aligned}$$

วิธีที่พิสูจน์ว่าเต็มลำดับชั้นสครมภ์ สมมูลกับพิสูจน์ว่ามี Kernel = {0}

จากความจริงที่ว่า $\text{Ker}(L_1 L_2) \supset \text{Ker}(L_2)$ เมื่อ L_1, L_2 เป็นเมตริกใดๆ แต่
 $\text{Ker}(L_1 L_2) = \text{Ker}(L_2) \leftrightarrow L_1$ Full column rank หรือ $\text{Ker}(L_1) \cap \text{Image}(L_2) = \{0\}$ ได้ว่า

$$\text{Ker} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{K}_3 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{I} \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \end{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{T}^\# \right) = \text{Ker}(\mathbf{A}\mathbf{T}^\#) \\ = \{0\} \quad (\text{ค.2.1})$$

เมื่อ Kernel เท่ากับ เซตศูนย์ ก็แสดงว่า Full column rank

พิสูจน์ (ค.2.1) ถ้า (A, C) สังเกตได้ แล้ว $\text{Ker}(\mathbf{A}\mathbf{T}^\#) = \{0\}$

โดยวิธี Contradiction

ตั้งสมมติฐานว่า $\text{Ker}(\mathbf{A}\mathbf{T}^\#) \neq \{0\}$ และ (A, C) สังเกตได้

เลือก $a \neq 0$ โดยที่ $a \in \text{Ker}(\mathbf{A}\mathbf{T}^\#)$ จะได้ว่า $\mathbf{A}\mathbf{T}^\# a = 0$

ตรวจสอบการสังเกตได้ของคู่ (A, C) โดยวิธี PBH test

ตรวจสอบโดยใช้ เวกเตอร์เงาจง $\mathbf{T}^\# a \neq 0$ (ค.2.2)

$$\text{จะได้} \quad \mathbf{A} \cdot (\mathbf{T}^\# a) = 0 = 0 \cdot (\mathbf{T}^\# a)$$

$$\text{และ} \quad \mathbf{C} \cdot (\mathbf{T}^\# a) = (\mathbf{C}\mathbf{T}^\#) \cdot a = 0$$

ได้ว่า (A, C) สังเกตไม่ได้ซึ่งขัดกับสมมติฐานที่ว่า (A, C) ต้องสังเกตได้

สรุป (A, C) Observable $\rightarrow \text{Ker}(\mathbf{A}\mathbf{T}^\#) = \{0\}$

พิสูจน์ (ค.2.2) $\mathbf{T}^\# a \neq 0$

พิสูจน์ว่า $\text{Ker}(\mathbf{T}^\#) = \{0\}$

จาก $\text{Ker}(\mathbf{T}^\#) \subset \text{Ker}(\mathbf{T}\mathbf{T}^\#) = \{0\}$ $\mathbf{T}\mathbf{T}^\# = \mathbf{I}$

$\rightarrow \text{Ker}(\mathbf{T}^\#) = \{0\}$ Q.E.D.

ทฤษฎีบท ค.2. ถ้าคู่ (A, C) สังเกตได้แล้ว คู่ $(\hat{A}_0, \Delta\hat{A})$ สังเกตได้

พิสูจน์ จะพิสูจน์ว่า $\begin{bmatrix} \Delta\hat{A} \\ \Delta\hat{A} \cdot \hat{A}_0 \\ \Delta\hat{A} \cdot \hat{A}_0^2 \\ \vdots \end{bmatrix}$ เต็มลำดับชั้นสคมภ์ สมมูลกับมี Kernel = $\{0\}$

จาก $\hat{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{T}AT'^{\#} \\ 0 & T'AT'^{\#} \end{bmatrix}$ และ $\Delta\hat{A} = [I \quad -L_1]$ ได้ว่า

$$\text{Ker} \begin{bmatrix} \Delta\hat{A} \\ \Delta\hat{A} \cdot \hat{A}_0 \\ \Delta\hat{A} \cdot \hat{A}_0^2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \text{Ker} \begin{bmatrix} I & -L_1 \\ 0 & \tilde{T}AT'^{\#} - L_1T'AT'^{\#} \\ 0 & \tilde{T}AT'^{\#}(T'AT'^{\#}) - L_1T'AT'^{\#}(T'AT'^{\#}) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

แทน $\tilde{T} = L_1T' + L_2C$

$$= \text{Ker} \begin{bmatrix} I & -L_1 \\ 0 & L_2CAT'^{\#} \\ 0 & L_2CAT'^{\#}(T'AT'^{\#}) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$= \text{Ker} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & L_2CAT'^{\#} \\ 0 & L_2CAT'^{\#}(T'AT'^{\#}) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -L_1 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$= \text{Ker} \begin{bmatrix} I & -L_1 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

(ค.2.3)

$$= \{0\}$$

สรุป (A, C) Observable $\rightarrow (\hat{A}_0, \Delta\hat{A})$ Observable

พิสูจน์ (ค.2.3) ถ้า (A, C) สังเกตได้แล้ว $\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & L_2CAT'^{\#} \\ 0 & L_2CAT'^{\#}(T'AT'^{\#}) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ จะเต็มลำดับชั้นสคมภ์

$$\text{โดย Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} = \left\{ \text{Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} \right\} = \{0\}$$

$$\begin{aligned} \text{ถ้าเมื่อ Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{L}_2 \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} &= \text{Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_2 & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} \\ &= \text{Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (\text{ค.2.4}) \\ &= \{0\} \end{aligned}$$

พิสูจน์ (ค.2.4) ว่า

$$\text{Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_2 & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \cap \text{Image} \begin{pmatrix} \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} = \{0\}$$

$$\text{โดย Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_2 & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Ker}(\mathbf{L}_2) \\ \text{Ker}(\mathbf{L}_2) \\ \vdots \end{array} \right\}$$

$$\text{และ Image} \begin{pmatrix} \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} \subset \left\{ \begin{array}{l} \text{Image}(\mathbf{C}) \\ \text{Image}(\mathbf{C}) \\ \vdots \end{array} \right\} \text{ได้ว่า}$$

$$\begin{aligned} \text{Ker} \begin{pmatrix} \mathbf{L}_2 & \mathbf{0} & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_2 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix} \cap \text{Image} \begin{pmatrix} \mathbf{CAT}'^\# \\ \mathbf{CAT}'^\# (\mathbf{T}' \mathbf{AT}'^\#) \\ \vdots \end{pmatrix} &\subset \left\{ \begin{array}{l} \text{Ker}(\mathbf{L}_2) \cap \text{Image}(\mathbf{C}) \\ \text{Ker}(\mathbf{L}_2) \cap \text{Image}(\mathbf{C}) \\ \vdots \end{array} \right\} \\ &\subset \{0\} \\ &= \{0\} \end{aligned} \quad \text{Q.E.D.}$$

จะได้เงื่อนไขบังคับสำหรับตัวตั้งเกดพีชชีลดอันดับแบบที่ 1. คือ $\text{Ker}(\mathbf{L}_2) \cap \text{Image}(\mathbf{C}) = \{0\}$

ประวัติผู้เขียน

นาย ทรงกรด ธีราชัย เกิดเมื่อวันจันทร์ที่ 21 พฤศจิกายน พ.ศ. 2520 ที่จังหวัด
พระนครศรีอยุธยา เป็นบุตรของนาย วิเชียร ธีราชัย และนาง สุภา ธีราชัย สำเร็จการศึกษาปริญญา
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิศวกรรมไฟฟ้า สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าควบคุม คณะวิศวกรรม
ศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อ พ.ศ. 2541 และศึกษาต่อใน
หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย สังกัดห้องทดลองระบบควบคุม เมื่อ พ.ศ. 2542



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย