การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมเพื่อปรับปรุงสมรรถนะของแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว

นายอนันต์ พันธ์พิพัฒไพบูลย์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-5474-4

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

INTEGRATED MODEL/CONTROLLER DESIGN TO IMPROVE PERFORMANCE OF ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARM

Mr. Anun Punpipatpibool

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2003
ISBN 974-17-5474-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมเพื่อปรับปรุงสมรรถนะของแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว
โดย	นายอนันต์ พันธ์พิพัฒไพบูลย์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวลัย ประดิษฐานนท์)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย)

.... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สุชิน อรุณสวัสดิ์วงศ์)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อนันต์ พันธ์พิพัฒไพบูลย์: การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมเพื่อปรับปรุงสมรรถนะของแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว INTEGRATED MODEL/CONTROLLER DESIGN TO IMPROVE PERFORMANCE OF ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARM อ. ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย 92 หน้า ISBN 974-17-5474-4

งานวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการออกแบบใหม่ที่รวมแบบจำลองที่ระบุและตัวควบคุม สำหรับระบบแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียวและมีเป้าหมายเพื่อปรับปรุงสมรรถนะ. การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคือ การออกแบบแบบจำลองและออกแบบตัวควบคุมพร้อมๆ กัน. การออกแบบแบบจำลองพิจารณาการเลือกพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ระบุภายในขอบเขตที่กำหนด โดยที่พารามิเตอร์ของแบบจำลอง ได้แก่ มวลภาระและตำแหน่งของมวลภาระ, ขณะที่การออกแบบตัวควบคุมใช้วิธีการจัดสัณฐานวงรอบและวิธีการสังเคราะห์มิว. วัตถุประสงค์ของการควบคุมไม่เพียงแต่ประกันเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิด แต่รวมถึงการรักษาสมรรถนะของระบบภายใต้ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ที่มีขอบเขต. สมรรถนะที่กำหนด ได้แก่ การลดผลของสัญญาณรบกวนที่สัญญาณออกสมรรถนะ และจำกัดขอบเขตของสัญญาณควบคุม. อนึ่ง เป็นที่สังเกตว่าในการหาแบบจำลองความไม่แน่นอน ฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนจะแปรผันตามแบบจำลองที่ระบุ. เราจึงพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนหลังจากเลือกแบบจำลองที่ระบุ. นอกจากนี้ เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมและแบบจำลองเป็นปัญหาที่ยากและซับซ้อน เราจึงประยุกต์วิธีแบบวนซ้ำและกำหนดทิศทางค้นหาคำตอบโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอกได้ตัวควบคุมและแบบจำลองที่ระบุเป็นผลเฉลยเฉพาะที่. ผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ แสดงให้เห็นว่าวิธีการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคงทนสามารถประกันเงื่อนไขสถียรภาพคงทนและยังลดทอนการรบกวน. ผลลัพธ์ของวิทยานิพนธ์นี้แสดงแนวทางสำหรับปรับปรุงสมรรถนะของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว และชี้ให้เห็นถึงประโยชน์และความสำคัญของการออกแบบที่รวมแบบจำลองพร้อมกับตัวควบคุม.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ....วิศวกรรมไฟฟ้า.................. ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา ....วิศวกรรมไฟฟ้า.................. ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....
ปีการศึกษา ......2546....................

##4370602721: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING
KEY WORD: INTEGRATED MODEL/CONTROLLER DESIGN, MU ANALYSIS, ROBUST ANALYSIS, CONTROL SYSTEM CONFIGURATION, ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARM

ANUN PUNPIPATPIBOOL: INTEGRATED MODEL/CONTROLLER DESIGN TO IMPROVE PERFORMANCE OF ONE-LINK FLEXIBLE ROBOT ARM, THESIS ADVISOR: DAVID BANJERDPRONGCHAI, Ph.D., 92 pp., ISBN 974-17-5474-4

This thesis presents a novel approach which simultaneously designs both the nominal model and the controller for a one-link flexible robot arm to improve the performance. The model design is carried out by choosing nominal parameters including load mass and load position, while the controller design employs the robust control designs, namely, the loopshaping technique and the μ synthesis. The control objectives are not only to guarantee the robust stability of the closed-loop control system, but also to maintain the performance subject to bounded parametric uncertainty. The performance specified includes the rejection of disturbance at the performance output and the limit of the control authority. It is observed that in modeling the uncertainty the weighting function varies according to the nominal model. Thus, we develop a computer program to calculate the uncertainty weighting function after selecting the nominal model. Moreover, since the integrated model/controller design is difficult and complicated, we apply the iterative technique with the search direction specified by the Rosenbrock's rotating coordinates and obtain local optimal solutions. The simulation results show that the proposed design method can guarantee the robust stability and reduce the disturbance attenuation. The outcome of this thesis demonstrates an approach to improve the performance of the one-link flexible robot arm and points out the benefit and the importance of integrating the nominal model to the controller design.

Department ...Electrical Engineering....	Student's signature ....Anun Punpipatpibool..
Field of study ..Electrical Engineering..	Advisor's signature ....David Ban..........
Academic year ....2003............	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลือของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ซึ่งได้สละเวลาให้คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆ และแนวความคิดในการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งให้คำปรึกษาทั้งในด้านการเรียนและการใช้ชีวิต. นอกจากนี้ท่านยังให้โอกาส ให้กำลังใจในการทำงาน และให้อภัยเสมอมาในสิ่งที่ข้าพเจ้าทำผิดพลาดไป. ความรับผิดชอบ ความขยันและความอดทนเป็นแบบอย่างที่ดีสำหรับข้าพเจ้า, และเป็นแรงจูงใจที่ทำให้ข้าพเจ้าตัดสินใจศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต ข้าพเจ้าจึงใคร่ขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้.

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.สุวลัย ประดิษฐานนท์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น.

ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สุชิน อรุณสวัสดิ์วงศ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งยังให้คำปรึกษาในด้านการเรียน การใช้ชีวิตและปัญหาสุขภาพ.

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานในวิชาทางระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้.

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจ ห่วงใยและสนับสนุนด้านค่าใช้จ่ายตลอดเวลา รวมทั้งให้โอกาสข้าพเจ้าได้ศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต.

ขอขอบคุณกมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกูล และเอกลักษณ์ เปี่ยมบริบูรณ์สำหรับความห่วงใยและคำแนะนำประกอบการทำวิทยานิพนธ์. ขอขอบคุณอุบลวรรณ ตันตินุชวงศ์ สำหรับคำแนะนำในการเขียนวิทยานพนธ์และความช่วยเหลือในการยื่นเอกสารประกอบวิทยานิพนธ์. ขอขอบคุณพี่จิตโกมุท ส่งศิริ, ฐาปนา นามประดิษฐ์ และวทัญญู คล้ายสงคราม สำหรับคำแนะนำในการเขียนวิทยานพนธ์. ขอขอบคุณพี่จีรนุช จึงอุดรพร สำหรับกำลังใจและคำปลอบใจ รวมทั้งความช่วยเหลือในการเขียนวิทยาพนธ์. ขอขอบคุณเพื่อนๆ รุ่นพี่ รุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ที่ได้ให้กำลังใจและคำปรึกษาจนข้าพเจ้าได้ทำวิทยานิพนธ์นี้ได้สำเร็จสมบูรณ์.

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่างๆ ในการศึกษา ค้นคว้าและวิจัย.

สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฎ

คำอธิบายสัญลักษณ์ ..... ฐ

1 บทนำ 1

1.1 กล่าวนำปัญหา 1

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา 3

1.3 วัตถุประสงค์ 5

1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์ 5

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน 5

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 6

1.7 โครงสร้างวิทยานิพนธ์ 6

2 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 7

2.1 นอร์มของเมทริกซ์ 7

2.2 นอร์มสองของสัญญาณ 8

2.3 นอร์มอนันต์ของระบบ 9

2.4 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริง 9

2.5 บทสรุป 12

3 แบบจำลองแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว 13

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 13

3.2 แบบจำลองที่รวมความไม่แน่นอน 16

3.3 ตัวอย่างแบบจำลอง 19

3.4 บทสรุป 22

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4 การวิเคราะห์ระบบคงทนและการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน 23
4.1 โครงสร้างระบบควบคุม 23
4.2 การวิเคราะห์ระบบคงทน 25
4.2.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน 26
4.2.2 การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน 28
4.2.3 การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม 30
4.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน 34
4.3.1 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ 34
4.3.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ 35
4.3.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว 37
4.4 บทสรุป 40
5 การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม 41
5.1 หลักการและขั้นตอนการออกแบบ 41
5.2 ผลลัพธ์ของการออกแบบ 46
5.2.1 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 1 48
5.2.2 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 2 49
5.2.3 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 3 50
5.2.4 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 4 52
5.2.5 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 5 54
5.2.6 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 6 55
5.2.7 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 7 56
5.2.8 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 8 58
5.2.9 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 9 59
5.2.10 เปรียบเทียบผลการออกแบบ 60
5.3 การจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์ 62
5.3.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ 64
5.3.2 ผลตอบสนองเชิงเวลา 65
5.4 บทสรุป 70
6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 72
6.1 บทสรุป 72
6.2 ข้อเสนอแนะ 73
6.3 สิ่งที่ควรทำในการทำงานวิจัยต่อไป 73
รายการอ้างอิง 74

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก **77**

ก ชุดคำสั่งในการคำนวณ **78**

ก.1 การคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน 78

ก.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิว 85

ก.3 การคำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก 87

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ **92**

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

3.1 พารามิเตอร์ของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว 20

5.1 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 48

5.2 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 50

5.3 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 51

5.4 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2 51

5.5 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 52

5.6 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2 53

5.7 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 54

5.8 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 56

5.9 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 57

5.10 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2 57

5.11 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 58

5.12 ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1 60

5.13 ผลการคำนวณ p_{fin} และ γ_{fin} สำหรับ p_{ini} 9 กรณี 60

5.14 ศูนย์และขั้วของตัวควบคุมที่ 1 63

5.15 ศูนย์และขั้วของตัวควบคุมที่ 2 63

5.16 พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 สำหรับจำลองระบบทางเวลา 65

5.17 ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 2.0166 rad/sec 66

5.18 ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 0.20166 rad/sec 67

5.19 ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 20.166 rad/sec 68

5.20 ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่ 69

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

1.1 โครงสร้างระบบควบคุม 2

2.1 โครงสร้างระบบสำหรับนิยามนอร์มของเมทริกซ์ 7
2.2 โครงสร้างระบบสำหรับนิยามนอร์ม $\mathcal{H}_\infty$ 9
2.3 แผนภาพกระบวนการหาค่าต่ำสุดด้วยแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก 10

3.1 องค์ประกอบการควบคุมแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว 14
3.2 แขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว 14
3.3 การแสดงลักษณะการสั่นของแขนกลแบบอ่อนตัว 16
3.4 โครงสร้างระบบควบคุม เมื่อรวมความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาเข้า 17
3.5 ขั้นตอนการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน 19
3.6 ผลตอบเชิงความถี่สำหรับคำนวณ $l_m(s, p_0)$ 21
3.7 ผลตอบเชิงความถี่ของ $W_i(s, p_0)$ เมื่อ $p_m = 0.45$, $m_t = 0.10$ 22

4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับแบบหนึ่งหน่วย 23
4.2 โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนของแบบจำลอง 24
4.3 โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับการวิเคราะห์คงทน 25
4.4 โครงสร้าง $N(s, p_0)\Delta_i$ สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน 26
4.5 โครงสร้าง $M(s, p_0)\Delta_i$ สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน 26
4.6 โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนและสมรรถนะสัญญาณรบกวน 28
4.7 โครงสร้าง $N(s, p_0)\Delta$ สำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน 29
4.8 โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม 31
4.9 โครงสร้าง $N(s, p_0)\Delta$ สำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม 32
4.10 โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอน สมรรถนะสัญญาณรบกวน และสมรรถนะสัญญาณควบคุม 34
4.11 การออกแบบคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิว 40

5.1 ขั้นตอนการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด 45
5.2 การจำกัดขนาดสัญญาณควบคุม 46
5.3 พารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้น p_{ini} 9 กรณี 47
5.4 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\mathrm{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0500]$ 49
5.5 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\mathrm{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0750]$ 50
5.6 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\mathrm{ini}} = [0.3000 \;\; 0.1000]$ 52

5.7 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750\ \ 0.0500]$ 53
5.8 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750\ \ 0.0750]$ 55
5.9 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750\ \ 0.1000]$ 56
5.10 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500\ \ 0.0500]$ 58
5.11 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500\ \ 0.0750]$ 59
5.12 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500\ \ 0.1000]$ 60
5.13 แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก p_{ini} 9 กรณี 61
5.14 ค่าดัชนีสมรรถนะสำหรับการสุ่มค่า p_0 ทั้งหมด 96 จุดทำงาน 62
5.15 สมรรถนะคงทน 2 เงื่อนไข เมื่อพารามิเตอร์เป็น p_0 = [0.33200.0990] 64
5.16 พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 สำหรับจำลองระบบทางเวลา 65
5.17 โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับจำลองระบบ 66
5.18 ผลตอบสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 2.0166 rad/sec 67
5.19 ผลตอบสัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่ 68
5.20 ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3320\ \ 0.0990]$ 69
5.21 ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3000\ \ 0.0500]$ 70
5.22 ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3000\ \ 0.1000]$ 70
5.23 ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.4500\ \ 0.0500]$ 71
5.24 ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.4500\ \ 0.1000]$ 71

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์

R	เซตจำนวนจริง
R^n	เซตของเวกเตอร์ค่าจริงมิติ n
I	เมทริกซ์เอกลักษณ์
$h(t)$	ผลตอบสนองอิมพัลส์ หรือเมทริกซ์ของผลตอบสนองอิมพัลส์
$s(t,p)$	ผลตอบสนองอิมพัลส์ หรือเมทริกซ์ของผลตอบสนองอิมพัลส์ ที่พารามิเตอร์ของแบบจำลอง p
$H(s)$	ฟังก์ชันถ่ายโอนหรือเมทริกซ์ถ่ายโอน ซึ่งเป็นคู่การแปลงลาปลาซของ $h(t)$
$H(s,p)$	ฟังก์ชันถ่ายโอนหรือเมทริกซ์ถ่ายโอน ซึ่งเป็นคู่การแปลงลาปลาซของ $h(t,p)$
$F_l(H_1,H_2)$	การแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นล่างระหว่างเมทริกซ์ถ่ายโอน H_1 และ H_2
$F_u(H_1,H_2)$	การแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นบนระหว่างเมทริกซ์ถ่ายโอน H_1 และ H_2

สัญกรณ์

$\mathcal{L}(\cdot)$	ผลการแปลงลาปลาซ
$\|\cdot\|_1$	นอร์มหนึ่งของระบบ
$\|\cdot\|_2$	นอร์มสองของระบบ
$\|\cdot\|_{\inf}$	นอร์มอนันต์ของระบบ
$\triangleq$	นิยามเป็น
$\square$	จบการพิสูจน์
$\gg$	มากกว่ามากๆ
$\ll$	น้อยกว่ามากๆ
$\text{argsup}\{\cdot\}$	อาร์กิวเมนต์ที่ทำให้เกิดค่าสูงสุด
$\text{sgn}\{\cdot\}$	ฟังก์ชันซิกนัม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 กล่าวนำปัญหา

ในปัจจุบันแขนกลอ่อนตัวได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวาง ทั้งการใช้งานในอุตสาหกรรมและทางด้านการค้นคว้าวิจัย. ข้อได้เปรียบของแขนกลอ่อนตัว ได้แก่ มีน้ำหนักเบา จึงใช้พลังงานในการขับเคลื่อนต่ำ และมีประสิทธิภาพสูงเมื่อเทียบกับการใช้พลังงานของแขนกลเกร็ง [1], แต่ก็มีข้อจำกัดด้านความอ่อนตัวของแขนกล. ดังนั้นปัญหาสำคัญของแขนกลอ่อนตัวคือ การควบคุมการสั่นของตัวแขนกลเมื่อเกิดการเคลื่อนที่.

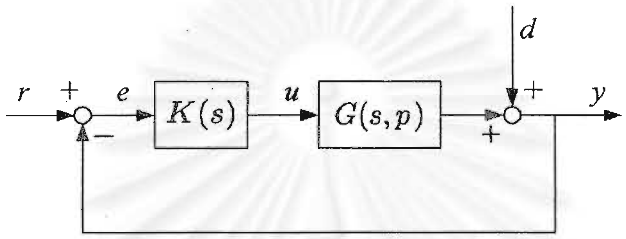
ในทางปฏิบัติเพื่อลดค่าใช้จ่ายและความซับซ้อนในการสังเคราะห์ตัวควบคุม จึงประมาณแบบจำลองของระบบแขนกลอ่อนตัวที่มีลักษณะไม่เชิงเส้นและมีอันดับอนันต์ ให้เป็นระบบเชิงเส้นและมีอันดับจำกัด. การประมาณแบบจำลองนี้ เป็นเหตุให้เกิดความแตกต่างระหว่างแบบจำลองในการออกแบบกับระบบจริง เรียกความแตกต่างนี้ว่า ความไม่แน่นอน [2]. นอกจากนี้ความไม่แน่นอนอาจรวมถึงการเปลี่ยนสภาวะการทำงานที่ทำให้พารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบ เช่น มวล ความยาว มีค่าเปลี่ยนไป. การสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ไม่คำนึงถึงความไม่แน่นอนนี้ ในทางปฏิบัติอาจทำให้ระบบขาดเสถียรภาพหรือมีสมรรถนะที่ไม่ดี. วิศวกรระบบควบคุมจึงมีแนวคิดที่จะออกแบบตัวควบคุมที่ไม่ไวต่อความไม่แน่นอน เป็นที่มาของการออกแบบตัวควบคุมคงทน.

ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบหนึ่งๆ สิ่งที่จำเป็นและควรคำนึง ได้แก่ เสถียรภาพ และสมรรถนะของระบบ. สำหรับระบบที่มีแบบจำลองไม่ซับซ้อน หรือสามารถกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างแน่นอน การใช้ตัวควบคุมแบบเหมาะที่สุด เช่น ตัวควบคุมแบบ LQ จะสามารถควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพ และมีสมรรถนะที่ดี, อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติระบบที่แบบจำลองมีความไม่แน่นอนหรือต้องการปรับปรุงสมรรถนะของระบบ เราควรใช้ตัวควบคุมที่ซับซ้อนขึ้น. ตัวอย่างเช่น การออกแบบที่พิจารณาเสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทน เราอาจเลือกวิธีควบคุมโดยการจัดสัณฐานวงรอบ การควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ หรือการสังเคราะห์มิว เป็นต้น.

นอกจากการควบคุมคงทนแล้ว ในวิทยานิพนธ์นี้ยังพิจารณาถึงความเหมาะสมของแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบ. เพื่อชี้ให้เห็นปัญหาขอยกตัวอย่างถึงงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม (CSRL). งานวิจัย [3] ออกแบบตัวควบคุมคงทนด้วยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบเปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบ LQG. จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมโดยการออกแบบตัวควบคุม LQG อาจขาดเสถียรภาพเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจุดทำงาน, ส่วนการจัดสัณฐานวงรอบได้ผลตรงกันข้ามนั่นคือ ระบบยังคงรักษาเสถียรภาพและสมรรถนะแม้มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบ. ต่อมางานวิจัย [4] ออกแบบตัวควบคุมคงทนด้วยวิธีการสังเคราะห์มิวพร้อมทั้งเลือกฟังก์ชันน้ำหนัก

เพื่อประกันประกันสมรรถนะทางเวลาและประกันขนาดของสัญญาณควบคุม. ทั้ง 2 งานวิจัยบรรลุถึงจุดประสงค์การควบคุม แต่ไม่ได้ศึกษาความเหมาะสมของแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม. ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จะศึกษาเพิ่มเติมในส่วนของการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับการควบคุมคงทน โดยการออกแบบแบบจำลองและตัวควบคุมคงทนพร้อมๆ กัน.

เพื่อให้เข้าใจถึงแนวทางการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม พิจารณาโครงสร้างระบบควบคุม แสดงดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1: โครงสร้างระบบควบคุม

โดยที่	$G(s,p_0)$	คือ	ระบบที่ต้องการควบคุม
	$K(s)$	คือ	ตัวควบคุม
	d	คือ	สัญญาณรบกวน
	y	คือ	สัญญาณออกที่วัดได้
	r	คือ	สัญญาณอ้างอิง เพื่อความสะดวกในการกำหนดปัญหา สมมติให้ $r = 0$
	e	คือ	สัญญาณความผิดพลาด
	u	คือ	สัญญาณควบคุมระบบ

กำหนด $G(s,p)$ เป็นแบบจำลองของระบบ โดยมีพารามิเตอร์ p เป็นจุดทำงานที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในขอบเขตจำกัด. การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคือ การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม $G(s,p_0)$ โดยมีพารามิเตอร์ p_0 เป็นจุดทำงานที่ระบุ พร้อมกับการออกแบบตัวควบคุม $K(s)$. ทั้งนี้ การเลือกแบบจำลองจะมีเกณฑ์ขึ้นกับตัวชี้วัดความเหมาะสมของแบบจำลอง. สำหรับการออกแบบตัวควบคุมมีวัตถุประสงค์ของการควบคุม ได้แก่ การลดทอนสัญญาณรบกวนที่สัญญาณออก เรากำหนดดัชนีสมรรถนะในรูปแบบนอร์มอนันต์ของฟังก์ชันถ่ายโอนจาก d ไป y. เหตุผลที่กำหนดดัชนีสมรรถนะในรูปของนอร์มอนันต์ เนื่องจากนอร์มอนันต์มีความหมายทางกายภาพเป็นอัตราขยายของระบบวงปิด ดัชนีสมรรถนะนี้สามารถพึงชี้ให้เห็นผลของการลดทอนสัญญาณรบกวน. นอกจากนี้ วัตถุประสงค์ของการควบคุมอีกประการคือ การจำกัดขอบเขตของสัญญาณควบคุม เราจึงกำหนดสมรรถนะสัญญาณควบคุมเพิ่มเติมในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมคงทน. ในขั้นตอนการออกแบบเราจะประยุกต์วิธีการวนซ้ำด้วยทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอกเพื่อคำนวณหาตัวควบคุมและแบบจำลองที่ระบุ ซึ่งคำตอบที่ได้เป็นผลเฉลยเฉพาะที่ (local solution).

กล่าวโดยสรุป ในวิทยานิพนธ์เรานำเสนอแนวทางกำหนดพารามิเตอร์ที่ระบุของแบบจำลอง p_0 พร้อมๆ กับออกแบบตัวควบคุมคงทน.

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

การประยุกต์ใช้ระบบควบคุมป้อนกลับเริ่มมาตั้งแต่สมัยกรีซในช่วง 300 ถึง 1000 ปี ก่อนคริสต์ศักราช. จนกระทั่งปี 1769 เริ่มมีการควบคุมป้อนกลับอัตโนมัติ โดยประยุกต์ใช้กับเครื่องจักรไอน้ำของ James Watt [5]. จากนั้นงานวิจัยทางด้านระบบควบคุมได้ถูกพัฒนาเรื่อยมา ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1980 งานวิจัยส่วนใหญ่ได้พุ่งเป้ามายังระบบควบคุมคงทน (robust control system). ในช่วงทศวรรษที่ 80 (ค.ศ. 1980-1990) นักวิจัยได้เชื่อมการควบคุมดั้งเดิมเข้ากับระบบควบคุมที่มีความไม่แน่นอนของระบบทางด้านเข้าและทางด้านออก [2]. มีงานวิจัยมากมายนำเสนอการวิเคราะห์ระบบที่มีความไม่แน่นอน และการประยุกต์ของความไม่แน่นอนเพื่อวิเคราะห์ความอนุรักษ์ของระบบ. เช่น งานของ Doyle และคณะ [6, 7] วิเคราะห์ระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง. Chapellat และคณะ [8] ได้วิเคราะห์ระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบไร้โครงสร้างเทียบกับความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง. ปรากฏว่า แบบจำลองของระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบไร้โครงสร้าง มีความอนุรักษ์มากกว่าแบบจำลองของระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง.

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสังเคราะห์ตัวควบคุม ในปี ค.ศ. 1988 Glover และ Doyle [9] ได้เสนอแนวทางการสังเคราะห์ตัวควบคุมในรูปแบบตัวแปรสถานะ เพื่อให้สอดคล้องกับระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบมีของเขต. ต่อมาในปี ค.ศ. 1989 Doyle และคณะ [10] เสนองานวิจัยเกี่ยวกับการสังเคราะห์ตัวควบคุม $\mathcal{H}_2$ และ $\mathcal{H}_\infty$ ในรูปแบบตัวแปรสถานะ จากการแก้สมการริกคาติ 2 สมการ. ตัวควบคุมที่สังเคราะห์อยู่ในรูปการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น (liner fractional transformation, LFT). จากงานวิจัยทั้งสองนี้ นักวิจัยส่วนหนึ่งได้ประยุกต์แนวทางการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนสำหรับระบบต่างๆ เช่น ระบบหอกลั่นให้ผลิตภัณฑ์มีความบริสุทธิ์สูง [11], ระบบโครงสร้างอ่อนตัว [12], และ Thin Airfoil Flutter Suppression [13] เป็นต้น.

ในปี ค.ศ. 1989 Glover และ McFarlane [14] นำเสนอการใช้นอร์มอนันต์ในการกำหนดขอบเขตความไม่แน่นอน และวิธีการควบคุมระบบภายใต้ความไม่แน่นอน ที่เรียกว่า การจัดสัณฐานวงรอบ. การจัดสัณฐานวงรอบเป็นการออกแบบตัวควบคุม $\mathcal{H}_\infty$ วิธีหนึ่งที่เหมาะสำหรับโครงสร้างระบบแบบ SISO [2], แต่จะมีความยุ่งยากในการออกแบบเมื่อใช้กับระบบแบบ MIMO เนื่องจากความซับซ้อนของระบบและความยากในการเลือกฟังก์ชันน้ำหนัก [15]. งานวิจัยที่ประยุกต์การจัดสัณฐานวงรอบกับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เช่น งานวิจัย [3] นำเสนอการควบคุมแบบ LQG เทียบกับการจัดสัณฐานวงรอบ. จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่า ระบบควบคุมโดยการออกแบบตัวควบคุม LQG อาจขาดเสถียรภาพเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจุดทำงาน. ส่วนการจัดสัณฐานวงรอบได้ผลตรงกันข้าม นั่นคือระบบยังคงรักษาเสถียรภาพและสมรรถนะแม้มีการเปลี่ยนแปลงเปลี่ยนแปลงจุดทำงาน.

นอกจากการจัดสัณฐานวงรอบ ยังมีงานวิจัยที่ใช้การสังเคราะห์มิวเพื่อลดความอนุรักษ์ในขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างความไม่แน่นอน เช่น งานวิจัยของ Moser [16]. อย่างไรก็ตามสิ่งสำคัญสำหรับการควบคุมคงทนก็คือการเลือกฟังก์ชันน้ำหนัก. จึงมีนักวิจัยหลายท่านศึกษาแนวทางในการเลือกฟังก์ชันน้ำหนัก เพื่อให้บรรลุถึงวัตถุประสงค์การควบคุม. เช่น Lundstrom และคณะ [17] เสนอ

แนวทางเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เพื่อให้ผลตอบทางเวลามีสมรรถนะที่ดี. Franchek [18] ได้เสนอแนวทางเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เพื่อจำกัดขนาดสัญญาณควบคุมและขนาดของสัญญาณขาออก. ตัวอย่างงานวิจัยที่มีการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เช่น งานวิจัยของ Khow [4] นำเสนอการสังเคราะห์มิวและการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักเพื่อประกันประกันสมรรถนะทางเวลาและประกันขนาดของสัญญาณควบคุม, แต่ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์มิวจะมีอันดับสูง. ดังนั้นการนำตัวควบคุมไปประยุกต์ใช้กับระบบจริง อาจเกิดความผิดพลาดจากการคำนวณเชิงเลข.

ในขณะที่นักวิจัยส่วนใหญ่ศึกษาการควบคุมคงทน นักวิจัยอีกกลุ่มหนึ่งได้ศึกษาการออกแบบที่รวมโครงสร้างและตัวควบคุม (integrated structure/control design). ในช่วงแรกเป็นการพัฒนาแนวทางการออกแบบนี้กับโครงสร้างขนาดใหญ่ (large space structures) ต่อมาได้ประยุกต์การออกแบบนี้กับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว. เริ่มจากงานวิจัยของ Asada และคณะ [19] ในปี ค.ศ. 1991 ได้ศึกษาการจัดโครงสร้างระบบควบคุมแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เช่น ตำแหน่งของตัวตรวจรู้ รูปร่างของแขนกลอ่อนตัว โดยใช้การออกแบบที่รวมโครงสร้างและตัวควบคุม เพื่อให้ระบบควบคุมมีดัชนีสมรรถนะตามต้องการ. หลังจากนั้นมีงานวิจัยประยุกต์เกี่ยวกับระบบแขนกลอีกหลายงาน เช่น งานวิจัยของ Park และ Asada [20] ประยุกต์การออกแบบกับแขนกลสองข้อต่อความเร็วสูง. งานวิจัยของ Rai และ Asada [21] ประยุกต์การออกแบบกับแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวความเร็วสูง โดยมีการหาค่าเหมาะที่สุดของดัชนีสมรรถนะทางเวลา.

นอกจากนี้ มีการประยุกต์ใช้การออกแบบที่รวมโครงสร้างและตัวควบคุมกับการควบคุมคงทน เช่น งานวิจัยของ Savant และ Asada [22, 23] กล่าวถึงการออกแบบโครงสร้างทางกายภาพของระบบ (เช่น พารามิเตอร์ในการออกแบบที่มีขอบเขตจำกัด) และการออกแบบตัวควบคุมไปพร้อมๆ กัน, โดยพิจารณาความความแตกต่างระหว่างแบบจำลองเต็มอันดับกับแบบจำลองลดอันดับเป็นความไม่แน่นอน และจำกัดขอบเขตของความไม่แน่นอนนั้น เพื่อประกันความคงทนและความเหมาะสมของแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม. ทางเลือกใหม่ให้ผลลัพธ์ที่รักษาสมรรถนะคงทนและได้ตัวควบคุมที่ได้มีอันดับต่ำ.

งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว [3, 4] ไม่ได้ศึกษาความเหมาะสมของแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบ. ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะพิจารณาความเหมาะสมของแบบจำลองพร้อมๆ กับการออกแบบตัวควบคุมคงทน ผลลัพธ์ของงานวิจัยจะเป็นแนวทางการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมสำหรับแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3 วัตถุประสงค์

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้ เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว โดยใช้การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคงทน. สมรรถนะของระบบที่พิจารณา ได้แก่ การลดทอนผลของสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ และการจำกัดขอบเขตของสัญญาณควบคุม ภายใต้ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ที่มีขอบเขต.

1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. พัฒนาแนวทางและขั้นตอนสำหรับคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน ของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เมื่อกำหนดจุดทำงานและแบบจำลองที่ระบุ.
2. ออกแบบตัวควบคุมคงทนที่ประกันเสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทน ตัวควบคุมคงทนที่ได้ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนและแบบจำลองที่ระบุ.
3. ประยุกต์การหาค่าต่ำสุดกับการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม โดยสังเคราะห์ตัวควบคุมจากการจัดสัณฐานวงรอบ และการสังเคราะห์มิว.
4. เปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของแนวทางการออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอ.

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาแบบจำลองแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวและลักษณะพลวัตของระบบ เพื่อเป็นประโยชน์ในการกำหนดฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน.
2. ศึกษาการจัดโครงสร้างระบบควบคุมและการวิเคราะห์ความคงทนของระบบ เพื่อประกอบกับเงื่อนไขสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน.
3. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมคงทน ได้แก่ การจัดสัณฐานวงรอบ และการสังเคราะห์มิว พร้อมทั้งเปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของแต่ละวิธี.
4. ศึกษาการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงภายในช่วงขอบเขตที่กำหนด.
5. ออกแบบตัวควบคุมคงทนที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม สำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว โดยประยุกต์การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงเข้ากับปัญหาการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ.
6. วิเคราะห์ผลที่ได้จากการออกแบบตัวควบคุมและเขียนสรุปเป็นวิทยานิพนธ์.

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. วิธีการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว.
2. วิธีการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม เพื่อปรับปรุงสมรรถนะสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว.

1.7 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บท. ในแต่ละบทกล่าวถึงเนื้อหาต่างๆ ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมา ความสำคัญของปัญหา ขอบเขตวิทยานิพนธ์ ขั้นตอนการดำเนินงานและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.

บทที่ 2 นำเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้. ในส่วนแรกกล่าวถึงการคำนวณนอร์มเพื่อเป็นพื้นฐานในการนิยามดัชนีสมรรถนะ ได้แก่ นอร์มของเมทริกซ์ (matrix norm), นอร์มของสัญญาณ (signal norm) และนอร์มของระบบ (system norm). สุดท้ายจะกล่าวถึงกระบวนการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงโดยใช้ทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก. กระบวนการหาค่าต่ำสุดจะประยุกต์รวมกับการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนเพื่อหาค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดต่อไป.

บทที่ 3 นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวรวมทั้งประยุกต์ความไม่แน่นอนรวมเข้ากับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่อรวมความไม่แน่นอนเนื่องจากการเปลี่ยนพารามิเตอร์ของระบบภายในขอบเขตที่จำกัด.

บทที่ 4 กล่าวถึงการวิเคราะห์ ระบบคงทนและการสังเคราะห์ตัวควบคุม. ในส่วนแรกกล่าวถึงการวิเคราะห์คงทน ซึ่งแบ่งได้เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนและการวิเคราะห์สมรรถนะคงทน, สมรรถนะคงทนที่พิจารณาแบ่งได้เป็น สมรรถนะสัญญาณรบกวนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม. ต่อมาจะกล่าวถึงการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน ได้แก่ การจัดสัณฐานวงรอบ การควบคุม $\mathcal{H}_\infty$ และการสังเคราะห์มิว.

บทที่ 5 นำเสนอการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมสำหรับระบบแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว. การออกแบบตัวควบคุมคงทนจะใช้วิธีการสังเคราะห์มิว รวมทั้งประยุกต์วิธีแบบวนซ้ำและกำหนดทิศทางค้นหาโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก ได้ตัวควบคุมและแบบจำลองที่ระบุเป็นผลเฉลยเฉพาะที่.

บทที่ 6 กล่าวถึงผลสรุปของวิทยานิพนธ์นี้ พร้อมทั้งแสดงข้อดี ข้อเสียของการออกแบบที่นำเสนอนี้ สุดท้ายกล่าวถึงข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิทยานิพนธ์ต่อไป.

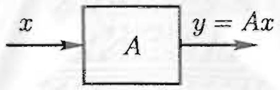
บทที่ 2

คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ในบทนี้จะนำเสนอคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ใช้ในวิทยานิพนธ์. ในส่วนแรกกล่าวถึงการคำนวณและความหมายของนอร์ม ได้แก่ นอร์มของเมทริกซ์, นอร์มสองของสัญญาณ และนอร์มอนันต์ของระบบ ซึ่งนอร์มอนันต์ของระบบจะใช้นิยามดัชนีสมรรถนะ. จากนั้นกล่าวถึงการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงโดยใช้ทิศทางค้นหาจากแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก และสุดท้ายเป็นบทสรุป. แนวคิดส่วนใหญ่ในบทนี้นำมาจาก [15] และ [24].

2.1 นอร์มของเมทริกซ์

พิจารณาเมทริกซ์ $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ที่มีเวกเตอร์ขาเข้าเป็น $x \in \mathbf{R}^n$ และมีเวกเตอร์ขาออกเป็น $y \in \mathbf{R}^m$ แสดงดังรูปที่ 2.1.



รูปที่ 2.1: โครงสร้างระบบสำหรับนิยามนอร์มของเมทริกซ์

นอร์มของเมทริกซ์ (matrix norms) $\|A_{i2}\|$ นิยามเป็นอัตราส่วนของนอร์มเวกเตอร์ขาออก $\|y\|_2$ หารด้วยนอร์มของเวกเตอร์ขาเข้า $\|x\|_2$.

$$\|A\|_{i2} \triangleq \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \tag{2.1}$$

เมื่อ $\|x\|_2 = \sqrt{\sum_i |x_i|^2}$ เป็นนอร์มสองของเวกเตอร์. นอร์มของเมทริกซ์มีความหมายทางกายภาพเป็นอัตราขยายสูงสุดของเมทริกซ์ A สำหรับทุกเวกเตอร์ขาเข้า x ที่เป็นไปได้. กล่าวคือเราพิจารณาทิศทางของเวกเตอร์ x ที่ทำให้อัตราส่วน $\|y\|_2/\|x\|_2$ มีค่าสูงสุด. ดังนั้นนอร์มของเมทริกซ์จึงให้ค่ามากสุดที่เป็นไปได้ของการขยายกำลัง (amplifying power) ของเมทริกซ์ A. อย่างไรก็ตามการคำนวณ $\|A\|_{i2}$ จากนิยามค่อนข้างยุ่งยาก เนื่องจากต้องพิจารณาเวกเตอร์ขาเข้า $\|x\|_2$ ที่ทำให้อัตราส่วน $\|Ax\|_2/\|x\|_2$ มีค่าสูงสุด. ดังนั้นเราจึงคำนวณ $\|A\|_{i2}$ จากสมการ

$$\|A\|_{i2} = \overline{\sigma}(A) \tag{2.2}$$

โดยที่ $\overline{\sigma}(A) = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการคำนวณนอร์มของเมทริกซ์มิติ $m \times n$ ใดๆ เพื่อความสะดวกในการคำนวณจึงยกตัวอย่างเมทริกซ์มิติ 2×2.

ตัวอย่าง 2.1 พิจาณาเวกเตอร์ขาเข้า x มิติ 2×1 และเมทริกซ์ A มิติ 2×2

$$x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

เมื่อนำเวกเตอร์เตอร์ขาเข้า x คูณผ่านเมทริกซ์ A จะได้เวกเตอร์ขาออก

$$Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

และมีอัตราขยายของเมทริกซ์ A ตามสมการ

$$\begin{aligned} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} &= \frac{\sqrt{|1|^2 + |7|^2}}{\sqrt{|-1|^2 + |1|^2}} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= 5 \end{aligned} \tag{2.3}$$

ส่วนนอร์มของเมทริกซ์ $\|A\|_{i2}$ คำนวณตามสมการ

$$\begin{aligned} \|A\|_{i2} &= \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)} \\ &= \sqrt{\lambda_{\max}(\begin{bmatrix} 10 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix})} \\ &= \sqrt{26.1803} \\ &= 5.1167 \end{aligned} \tag{2.4}$$

หรือคำนวณนอร์มของเมทริกซ์ $\|A\|_{i2}$ ด้วยคำสั่ง `norm(A,2)` หรือ `max(svd(A))` ในโปรแกรม **MATLAB**

สังเกตว่าอัตราขยายของเมทริกซ์ $\|Ax\|_2/\|x\|_2 = 5$ ในสมการ (2.3) มีค่าน้อยกว่านอร์มของเมทริกซ์ $\|A\|_{i2} = 5.1167$ ในสมการ (2.4). ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าเวกเตอร์ x ยังไม่ใช่เวกเตอร์ขาเข้าที่ทำให้อัตราขยายของเมทริกซ์มีค่าสูงสุด ในขณะที่นอร์มของเมทริกซ์ $\|A\|_{i2}$ เป็นอัตราขยายสูงสุดสำหรับทุกทิศทางของเวกเตอร์ขาเข้าที่เป็นไปได้. ตัวอย่างนี้จึงแสดงให้เห็นถึงการคำนวณนอร์มของเมทริกซ์ และความแตกต่างระหว่างนอร์มของเมทริกซ์กับอัตราขยายของเมทริกซ์.

2.2 นอร์มสองของสัญญาณ

พิจารณา $u(t)$ เป็นสัญญาณทางเวลาแบบสเกล่าร์, นอร์มสองของสัญญาณ (Signal 2-norm) $\|u\|_2$ นิยามเป็น ดังนี้

$$\|u(t)\|_2 \triangleq \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)dt} \tag{2.5}$$

โดย $\|u(t)\|_2$ มีความหมายเป็นรากที่สองค่าบวกของพื้นที่ระหว่างกราฟ $u^2(t)$ กับแกน t

หาก $u(t)$ เป็นสัญญาณทางเวลาแบบเวกเตอร์ที่มีจำนวนสมาชิกเป็น n, นอร์มสองของสัญญาณ $\|u\|_2$ นิยามดังนี้

$$\|u(t)\|_2 \triangleq \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} u_i^2(t)dt} \tag{2.6}$$

โดย $\|u(t)\|_2$ มีความหมายเป็นรากที่สองค่าบวกของผลรวมในแต่ละส่วนประกอบของพื้นที่ระหว่างกราฟ $u^2(t)$ กับแกน t. นอกจากนี้ ทั้งสัญญาณทางเวลาแบบสเกล่าร์และแบบเวกเตอร์ นอร์มสองของสัญญาณยกกำลังสองมีความหมายทางกายภาพเป็นพลังงานของสัญญาณ $u(t)$.

2.3 นอร์มอนันต์ของระบบ

พิจารณา $G(s)$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนซึ่งมีเสถียรภาพ แสดงดังรูปที่ 2.2

รูปที่ 2.2: โครงสร้างระบบสำหรับนิยามนอร์ม $\mathcal{H}_\infty$

เมื่อ $w : \mathrm{R}_+ \rightarrow \mathrm{R}^n$ คือสัญญาณเข้าระบบ, $z : \mathrm{R}_+ \rightarrow \mathrm{R}^m$ คือสัญญาณออกระบบ และ $G : \mathrm{C} \rightarrow \mathrm{R}^{m \times n}$ คือเมทริกซ์ถ่ายโอนของระบบ โดยที่ $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$. สำหรับระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา เราสามารถนิยามนอร์ม $\mathcal{H}_\infty$ ได้หลายรูปแบบ. ในที่นี้เรานิยามนอร์มอนันต์ของระบบ ($\mathcal{H}_\infty$ norm) จากกรณีนอร์มสองเลวสุดเหนี่ยวนำ (induced worst-case 2-norm)

$$\|G(s)\|_\infty \triangleq \max_{w(t) \neq 0} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \tag{2.7}$$

จาก §2.1 เราพิจารณานอร์มของเมทริกซ์ $\|A\|_{i2}$ เป็นอัตราขยายมากสุดของเมทริกซ์ A. ดังนั้น $\|G(s)\|_\infty$ ในสมการ (2.7) ซึ่งอยู่ในรูปนอร์มสองเลวสุดเหนี่ยวนำจึงมีความหมายทางกายภาพเป็น อัตราขยายของ $G(s)$ ในทิศทางที่ให้สัญญาณออกมีขนาดสูงสุดเมื่อเทียบกับสัญญาณเข้า. การคำนวณค่าของ $\|G(s)\|_\infty$ ในเชิงความถี่ ได้เป็น

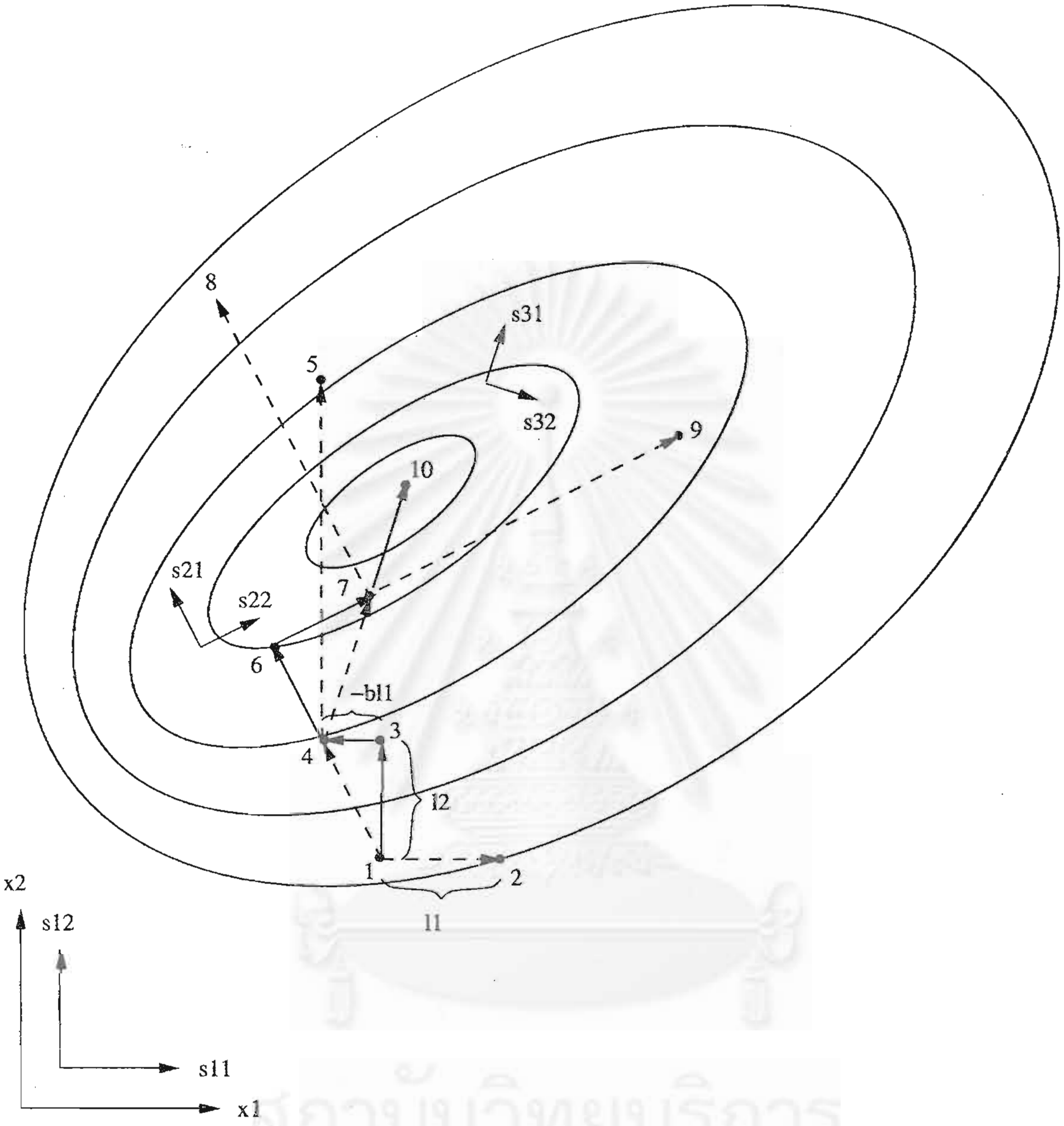
$$\|G(s)\|_\infty = \max_{\omega} \overline{\sigma}(G(j\omega)) \tag{2.8}$$

เพื่อวัตถุประสงค์ในการวัดผลการลดทอนสัญญาณรบกวนซึ่งเป็นข้อกำหนดหนึ่งในการออกแบบ, เรานิยามดัชนีสมรรถนะ γ เป็นอัตราขยายจากสัญญาณรบกวน w ไปสัญญาณออกสมรรถนะ z. จากการคำนวณเกี่ยวกับนอร์มใน §2.1 ถึง §2.3 จึงพิจารณาดัชนีสมรรถนะ γ ได้เป็นนอร์มอนันต์ของฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ ตามสมการ

$$\gamma \triangleq \|G(s)\|_\infty \tag{2.9}$$

2.4 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริง

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริง $f(x)$ โดยใช้ทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก (Rosenbrock's method of rotating coordinates) เมื่อ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริงของเวกเตอร์ค่าจริงมิติ n ($x \in \mathcal{R}^m$). เพื่อความง่ายสำหรับการอธิบายขั้นตอนการหาค่าต่ำสุดของ $f(x)$ จึงพิจารณา x เป็นเวกเตอร์ค่าจริงมิติ 2 ($\mathcal{R}^2$) สำหรับกรณี x เป็นเวกเตอร์ค่าจริงมิติ n อ่านเพิ่มเติมได้จาก [25]. แผนภาพกระบวนการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริง แสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3: แผนภาพกระบวนการหาค่าต่ำสุดด้วยแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. เริ่มกระบวนการหาค่าต่ำสุด โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของการค้นหา ดังนี้
   - จุดเริ่มต้น (initial point) x_1
   - ช่วงก้าวเริ่มต้น (initial step length) λ_1 และ λ_2
   - ทิศทางการค้นหา (search direction) $s_1^{(1)}$ และ $s_2^{(1)}$ ที่ตั้งฉากกัน

2. จากจุด x_1 ก้าวไปในทิศ $s_1^{(1)}$ ด้วยช่วงก้าว λ_1 ได้เป็นจุด x_2 ตามสมการ

$$x_2 = x_1 + \lambda_1 s_1^{(1)}$$

3. ตรวจสอบค่าฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด x_1 กับจุด x_2
   - ถ้า $f(x_2) < f(x_1)$ แสดงว่าที่จุดใหม่ x_2 มีค่าฟังก์ชันต่ำกว่าจุดเดิม x_1 เราจะเรียกจุดใหม่ว่าเป็น *จุดสำเร็จ* และให้ x_2 เป็นจุดเริ่มต้นใหม่ โดยมีช่วงก้าวใหม่เป็น $\alpha\lambda_1$ (α เป็นสเกลาร์ และ $\alpha > 1$)
   - ถ้า $f(x_2) \geq f(x_1)$ แสดงว่าที่จุดใหม่ x_2 มีค่าฟังก์ชันสูงกว่าหรือเท่ากับจุดเดิม x_1 เราจะเรียกจุดใหม่ว่าเป็น *จุดล้มเหลว* และยังให้ x_1 เป็นจุดเริ่มต้นต่อไป โดยมีช่วงก้าวใหม่เป็น $-\beta\lambda_1$ (β เป็นสเกลาร์ และ $0 < \beta < 1$)

   ค่า α และ β ที่แนะนำโดย Rosenbrock [25] คือ $\alpha = 3$ และ $\beta = 0.5$

4. เริ่มต้นจากจุดที่ให้ค่าฟังก์ชันต่ำสุดในขั้นตอนที่ผ่านมา (ในที่นี้สมมติให้ $f(x_2) \geq f(x_1)$ ยังคงได้ x_1 เป็นจุดเริ่มต้นต่อไป) ก้าวต่อไปในทิศ $s_2^{(1)}$ ด้วยช่วงก้าว λ_2 ได้เป็นจุด x_3 ตามสมการ

$$x_3 = x_1 + \lambda_2 s_2^{(1)}$$

5. ตรวจสอบค่าฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด x_1 กับจุด x_3
   - ถ้า $f(x_3) < f(x_1)$ แสดงว่าที่จุดใหม่ x_3 มีค่าฟังก์ชันต่ำกว่าจุดเดิม x_1 เราจะเรียกจุดใหม่ว่าเป็น *จุดสำเร็จ* และให้ x_3 เป็นจุดเริ่มต้นใหม่ โดยมีช่วงก้าวใหม่เป็น $\alpha\lambda_1$ (α เป็นสเกลาร์ และ $\alpha > 1$)
   - ถ้า $f(x_3) \geq f(x_1)$ แสดงว่าที่จุดใหม่ x_3 มีค่าฟังก์ชันสูงกว่าหรือเท่ากับจุดเดิม x_1 เราจะเรียกจุดใหม่ว่าเป็น *จุดล้มเหลว* และยังให้ x_1 เป็นจุดเริ่มต้นต่อไป โดยมีช่วงก้าวใหม่เป็น $-\beta\lambda_1$ (β เป็นสเกลาร์ และ $0 < \beta < 1$)

6. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 5 จนกระทั่งในแต่ละทิศทางการค้นหา $s_1^{(1)}$ และ $s_2^{(1)}$ มีจุดสำเร็จ กับ จุดล้มเหลว อย่างน้อยทิศทางละ 1 ครั้ง แล้วจึงเปลี่ยนทิศทางการค้นหา โดยทิศทางการค้นหาชุดใหม่ $s_1^{(2)}$ และ $s_2^{(2)}$ หาได้จากกระบวนการแกรม-ชมิดท์ (Gram-schmidt orthogonalization) (กระบวกการแกรม-ชมิดท์จะได้ทิศการค้นหา $s_1^{(2)}$ จากผลรวมของทิศทางการค้นหาที่เคยสำเร็จ และ $s_2^{(2)}$ เป็นทิศทางการค้นหาที่ตั้งฉากกับ $s_1^{(2)}$) เมื่อได้ทิศทางการค้นหาชุดใหม่ $s_1^{(2)}$ และ $s_2^{(2)}$ จะถือว่าจบการวนรอบ 1 ครั้ง

7. เริ่มการวนรอบขั้นต่อไปโดยใช้จุดเริ่มต้น และ ทิศทางการค้นหา จากขั้นตอนที่ 6 และกลับไปใช้ค่าช่วงก้าวเริ่มต้นที่กำหนดไว้ในขั้นตอนที่ 1 ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 ถึง 6 จนกระทั่งมีผลต่างของค่าฟังก์ชัน $f(x)$ อยู่ในช่วงผิดพลาดที่ยอมรับได้ โดยช่วงผิดพลาดที่ยอมรับได้ผู้ออกแบบจะเป็นคนกำหนด

2.5 บทสรุป

ในบทนี้กล่าวถึงคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับการคำนวณนอร์มและความหมายของนอร์ม. จากนั้นจึงนิยามดัชนีสมรรถนะซึ่งใช้เป็นดัชนีชี้วัดความเหมาะสมของการเลือกแบบจำลอง ในการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม. สุดท้ายกล่าวถึงการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงโดยใช้ทิศทางค้นหาจากแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก, ซึ่งกระบวนการหาค่าต่ำสุดนี้ใช้สำหรับคำนวณค่าดัชนีสมรถนะต่ำสุดในบทที่ 5

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

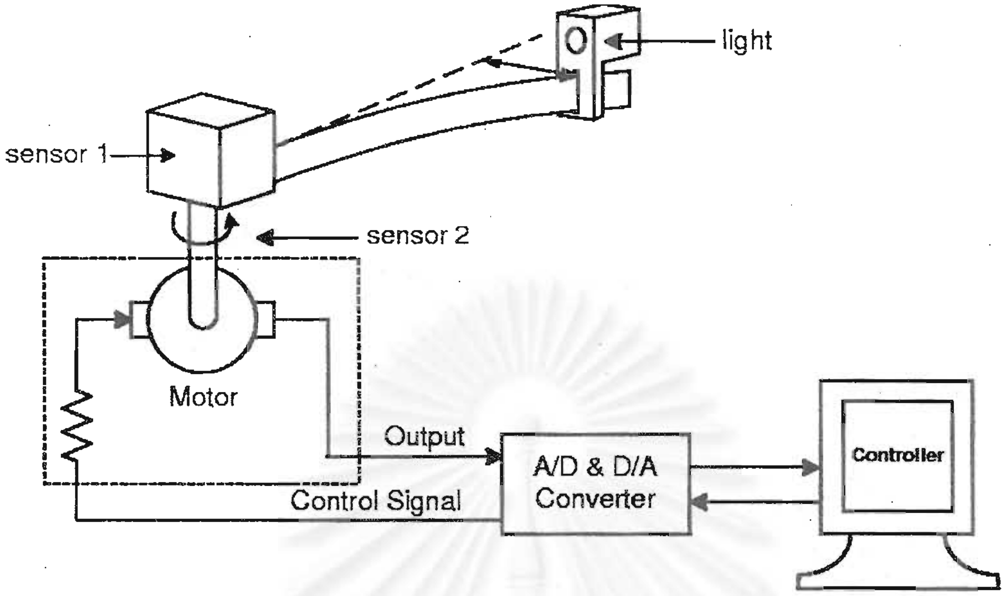
บทที่ 3

แบบจำลองแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว

ในบทนี้กล่าวถึงการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความไม่แน่นอนในแบบจำลอง สำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว. ส่วนแรกนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตตร์ของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว. เนื่องจากพลวัตของแขนกลแบบอ่อนตัวมีรูปแบบอธิบายด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและมีอันดับเป็นอนันต์ เราจึงต้องประมาณให้เป็นแบบจำลองเชิงเส้นและมีอันดับจำกัดเพื่อความสะดวกในการออกแบบตัวควบคุม. ในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากวิธีแบบแผนสมมติ (assumed mode method, AMM). ส่วนที่สองนำเสนอความไม่แน่นอนของแบบจำลองซึ่งพิจารณาเป็นการเปลี่ยนพารามิเตอร์ของระบบ ได้แก่ มวลภาระและตำแหน่งของมวลภาระ. จากนั้นจึงรวมความไม่แน่นอนของแบบจำลองเข้ากับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนเป็นฟังก์ชันสำหรับจำกัดขอบเขตความไม่แน่นอน. ในตอนท้ายได้แสดงตัวอย่างการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน โดยขั้นตอนการคำนวณใช้สำหรับการออกแบบตัวควบคุมต่อไป. แนวคิดส่วนใหญ่ในการศึกษาแบบจำลองแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว นำมาจาก [26] และ [15].

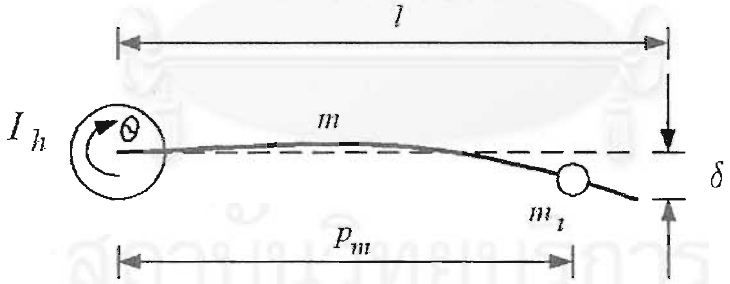
3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

โดยทั่วไปการควบคุมระบบควรจะทราบถึงแบบจำลอง ซึ่งแสดงในรูปสมการคณิตศาสตร์ เรียกว่า *แบบจำลองทางคณิตศาสตร์* ดังนั้นขั้นแรกของการออกแบบตัวควบคุม คือ การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์. พิจารณาระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม [27] แสดงดังรูปที่ 3.1 ระบบมีสัญญาณเข้าหรือสัญญาณควบคุมเป็นแรงดันของตัวขับเร้าที่ป้อนให้กับมอเตอร์กระแสไฟตรง และสัญญาณออกของระบบเป็นตำแหน่งมุมที่ปลายแขนกล. ลักษณะการทำงานของระบบแขนกล เริ่มจากส่งสัญญาณควบคุมจากตัวควบคุมเพื่อขับเคลื่อนให้มอเตอร์ทำงาน. จากนั้นมอเตอร์จึงสร้างทอร์คขับเกียร์ทดที่ติดอยู่ระหว่างมอเตอร์กับแขนกล ขณะเดียวกันนั้นแขนกลจะหมุนไปตามทิศทางของโมเมนต์แกนหมุนที่เกิดจากสัญญาณควบคุม. เนื่องจากตัวแขนกลทำจากวัสดุอ่อนตัว ส่วนปลายของแขนกลจึงเบี่ยงเบนออกจากแนวแกนวัตถุแข็งเกร็ง. ปลายแขนมีลำกล้องทำหน้าที่ส่งสัญญาณแสงมายังตัวตรวจรู้ที่ 1 (sensor 1) ซึ่งตรวจจับตำแหน่งการเบี่ยงเบนปลายแขน และตัวตรวจรู้ที่ 2 (sensor 2) ทำหน้าที่บอกขนาดมุมของแกนวัตถุแข็งเกร็งโดยตรวจจับการเคลื่อนที่ของเกียร์ทด. ข้อมูลจากตัวตรวจรู้ทั้งสองจะถูกส่งให้ตัวควบคุม โดยผ่านตัวแปลงสัญญาณ (analog to digital converter: A/D Converter). เมื่อตัวควบคุมรับข้อมูลทั้งสองแล้วจะคำนวณสัญญาณควบคุมและส่งไปยังตัวขับเร้าของระบบแขนกล ผ่านตัวแปลงสัญญาณ (digital to analog converter: D/A Converter). การควบคุมแบบป้อนกลับมีเป้าหมายเพื่อให้ปลายแขนเคลื่อนที่ไปตรงตำแหน่งอ้างอิง (reference position) ที่กำหนดไว้.



รูปที่ 3.1: องค์ประกอบการควบคุมแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว

ในการควบคุมแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวเราจำเป็นต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อออกแบบตัวควบคุมและวิเคราะห์ความเหมาะสมของตัวควบคุม. ลักษณะแผนภาพของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวสำหรับสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แสดงดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2: แขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว

โดยที่ l คือ ความยาวแขนกลอ่อนตัว

m คือ มวลของแขนอ่อนตัว

I_h คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนหมุน

p_m คือ ตำแหน่งของมวลภาระ

m_t คือ มวลภาระ

θ คือ มุมที่หมุนไปของแกนหมุน

δ คือ ระยะเบี่ยงเบนของปลายแขนอ่อนตัว

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื่องจากแขนกลอ่อนตัวมีพลวัตสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่มีอันดับเป็นอนันต์ เป็นเหตุให้การวิเคราะห์ระบบมีความซับซ้อนและใช้การคำนวณเพิ่มมากขึ้น. เราจึงประมาณแบบจำลองให้เป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่มีอันดับจำกัด. สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่แสดงพลวัตของแขนกลอ่อนตัวมีหลายรูปแบบ ตัวอย่างเช่น แบบจำลองของออยเลอร์-เบอร์นูลี และแบบจำลองของทิโมเช็งโคะ เป็นต้น. การเลือกใช้แบบจำลองแต่ละแบบขึ้นกับคุณสมบัติของคานและสมมติฐานในการหาแบบจำลอง ซึ่งมีความแม่นยำและความซับซ้อนไม่เท่ากัน. ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้แบบจำลองของออยเลอร์-เบอร์นูลี หรือเรียกว่า สมการออยเลอร์-เบอร์นูลี (Euler-Bernoulli equation) เนื่องจากแบบจำลองของออยเลอร์-เบอร์นูลีเป็นแบบจำลองที่มีความซับซ้อนไม่มาก และเหมาะกับคานที่มีรูปร่างเรียวยาว [28]. การแก้หาผลเฉลยของสมการออยเลอร์-เบอร์นูลี ประกอบด้วย 3 วิธี หลักๆ คือ

1. **วิธีชิ้นประกอบอันตะ (finite element method, FEM)** วิธีนี้ใช้เทคนิคลากรองจ์ (lagrange technique) ร่วมกับทฤษฎีการสั่นในการหาแบบจำลอง. ข้อดีของวิธีนี้ คือ ตัวแปรสถานะทุกตัวมีความหมายทางกายภาพ แต่มีข้อเสีย คือ ไม่สามารถแสดงองค์ประกอบความถี่ธรรมชาติได้.

2. **วิธีแบบแผนสมมติ (assumed modes method, AMM)** วิธีนี้ต้องเข้าใจทฤษฎีการสั่น. ข้อดีของวิธีนี้ คือ สามารถแสดงองค์ประกอบความถี่ธรรมชาติของระบบ แต่มีข้อเสีย คือ ตัวแปรสถานะไม่มีความหมายทางกายภาพ.

3. **วิธีกลุ่มก้อน (lumped model)** วิธีนี้จะประมาณระบบเป็นเชิงเส้น โดยสมมติการแกว่งของแขนกลอ่อนตัวเกิดจากสปริงติดมวลที่ปลายแขนกล. วิธีนี้จะรวมข้อดีของทั้งสองวิธีเข้าด้วยกัน. อย่างไรก็ตามเมื่อเราพิจารณาวิธีกลุ่มก้อนที่อันดับของแบบจำลองต่ำ แบบจำลองสามารถแสดงแบบแผนการสั่นของแขนกลได้เพียงแบบแผนเดียว, แต่ถ้าพิจารณาในแบบแผนที่สูงขึ้นพบว่าวิธีกลุ่มก้อนมีความซับซ้อนยากต่อการสร้างแบบจำลอง.

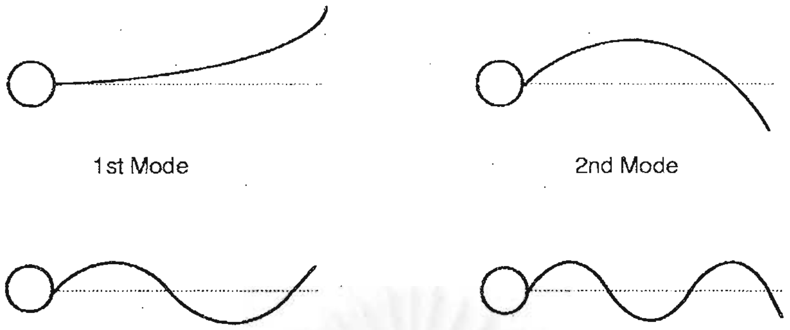
ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกวิธีการแก้หาผลเฉลยของสมการออยเลอร์-เบอร์นูลี ด้วยวิธีแบบแผนสมมติ เนื่องจากวิธีนี้สามารถอธิบายลักษณะของระบบในทางความถี่ได้ชัดเจนกว่าการแก้สมการวิธีชิ้นประกอบอันตะ. ถึงแม้ว่าวิธีแบบแผนสมมติมีข้อเสียคือ แบบจำลองไม่สามารถอธิบายความหมายทางกายภาพได้. ถึงกระนั้นการออกแบบตัวควบคุมคงทนไม่สนใจความหมายของตัวแปรสถานะทำให้ข้อเสียของวิธีนี้ไม่มีผลต่อการออกแบบตัวควบคุม.

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบอ่อนตัว ซึ่งสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติหลายความถี่ แสดงดังรูปที่ 3.3 พร้อมทั้งกำหนดพารามิเตอร์ของระบบ หรือจุดทำงาน p เป็น มวลภาระ (m_t) และตำแหน่งของมวลภาระ (p_m)

$$p = \left[\begin{array}{cc} p_m & m_t \end{array} \right] \tag{3.1}$$

โดย p_m และ m_t มีค่าเปลี่ยนแปลงในขอบเขตจำกัด ดังนี้

$$0.3 \text{ m} \le p_m \le 0.45 \text{ m}, \quad 0.05 \text{ kg} \le m_t \le 0.10 \text{ kg} \tag{3.2}$$



รูปที่ 3.3: การแสดงลักษณะการสั่นของแขนกลแบบอ่อนตัว

จากการสังเกตการเคลื่อนที่ของแขนกลในขอบเขตการทำงานที่กำหนด แขนกลแสดงการสั่นในแบบแผนที่หนึ่งชัดเจนกว่าแบบแผนที่สูงขึ้นไป. แบบจำลองพลวัตของแขนกลแบบอ่อนตัวเขียนในรูปสมการปริภูมิสถานะ (state space equation) ได้ดังนี้

$$\dot{x} = A(p_0)x + B(p_0)u \quad (3.3)$$

$$y = C(p_0)x \quad (3.4)$$

เมื่อ x คือ ตัวแปรสถานะของระบบ, u คือ แรงดันตัวขับเร้าที่จ่ายให้มอเตอร์สำหรับขับให้แขนกลอ่อนตัว, y คือ ตำแหน่งมุมของปลายแขนอ่อนตัวที่ทำกับแกนอ้างอิงเริ่มต้น, $A(p_0)$ $B(p_0)$ และ $C(p_0)$ คือเมทริกซ์พลวัต, เมทริกซ์อินพุท และเมทริกซ์เอาต์พุทตามลำดับ โดย p_0 คือ พารามิเตอร์ ณ สภาวะปกติ.

3.2 แบบจำลองที่รวมความไม่แน่นอน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะมีความแม่นยำมากหรือน้อย ขึ้นกับผลตอบของแบบจำลองมีความใกล้เคียงกับระบบจริงมากน้อยเพียงใด ซึ่งความแตกต่างระหว่างแบบจำลองกับระบบจริงนี้ เรียกว่า ความไม่แน่นอน.

เราสามารถแบ่งความไม่แน่นอนออกได้เป็น 2 ประเภท [15] คือ

1. ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ (Parametic uncertainty) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ระบบ เนื่องจากสภาวะการทำงานของระบบที่เปลี่ยนแปลง.

2. ความไม่แน่นอนจากพลวัตที่ถูกละเลยและไม่ได้จำลองแบบ (Neglected and unmodelled dynamics uncertainty) เกิดจากการละเลยพลวัตบางส่วนที่ซับซ้อนของระบบ โดยเฉพาะในบริเวณความถี่สูง.

ในวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาความไม่แน่นอนเป็นความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ นั่นคือพิจารณาพารามิเตอร์ของระบบสามารถเปลี่ยนแปลงได้ภายในขอบเขตที่จำกัด. นอกจากความไม่แน่นอนสามารถแบ่งได้หลายประเภทแล้ว โครงสร้างของความไม่แน่นอนมีหลายรูปแบบ [15] เช่น ความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาเข้า (multiplicative input uncertainty), ความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาออก (multiplicative output uncertainty) และความไม่แน่นอนแบบแยกเศษส่วนย่อย (coprime factor uncertainty) เป็นต้น.

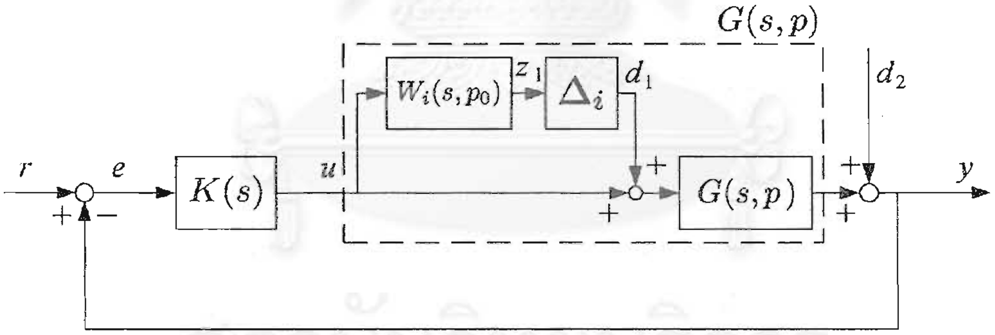
เราเลือกแบบจำลองของระบบที่รวมความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาเข้า จะได้ว่า

$$G(s,p) = G(s,p_0)(1+\Delta_i W_i(s,p_0)), \quad \forall \Delta_i, \|\Delta_i\|_\infty \le 1 \tag{3.5}$$

โดยที่ $G(s,p_0)$ เป็นแบบจำลองที่มีพารามิเตอร์เป็น p_0, $G(s,p)$ เป็นแบบจำลองที่ได้จากระบบที่มีพารามิเตอร์เป็น p, Δ_i เป็นความไม่แน่นอนที่พิจารณาพลวัตของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ p_m และ m_t สมการ (3.2), และ $W_i(s,p_0)$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน. เนื่องจาก $\|\Delta_i\|_\infty \le 1$ ดังนั้นขนาดของ $W_i(s,p_0)$ จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$|W_i(s,p_0)| \ge \max_{0.3\le p_m\le 0.45,\ 0.05\le m_t\le 0.10} \left| \frac{G(s,p)-G(s,p_0)}{G(s,p_0)} \right| \tag{3.6}$$

เมื่อรวมความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะได้โครงสร้างของระบบควบคุม แสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4: โครงสร้างระบบควบคุม เมื่อรวมความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาเข้า

โครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 3.4 มี d_2 เป็นสัญญาณรบกวนจากการวัด และแบบจำลองความไม่แน่นอนมีลักษณะเชิงการคูณขาเข้า. ความไม่แน่นอนสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ของระบบและการละเลยพลวัตที่ความถี่สูง ความไม่แน่นอนเหล่านี้เหมาะสำหรับโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงการคูณ [15, 29].

ต่อไปเป็นขั้นตอนการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ สำหรับแบบจำลองที่พารามิเตอร์ p_0 ใดๆ ภายในขอบเขตอสมการ (3.2), ซึ่งแนวคิดส่วนใหญ่นำมาจาก [15]. การคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนเริ่มจากกำหนดพารามิเตอร์ที่ระบุ p_0. พิจารณาความไม่แน่นอนสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เป็นความไม่แน่นอนเชิงการคูณซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ p_m และ m_t

ภายในขอบเขต

$$0.3 \text{ m} \leq p_m \leq 0.45 \text{ m}, \quad 0.05 \text{ kg} \leq m_t \leq 0.10 \text{ kg}$$

และคำนวณขอบเขตความไม่แน่นอน $l_m(s, p_0)$ สำหรับพารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 ตามสมการ

$$l_m(s, p_0) = \max_{0.3 \leq p_m \leq 0.45,\ 0.05 \leq m_t \leq 0.10} \left| \frac{G(s,p) - G(s,p_0)}{G(s,p_0)} \right| \tag{3.7}$$

จากนั้นเราคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$ เพื่อจำกัดขอบเขตความไม่แน่นอน $l_m(s, p_0)$, โดย $W_i(s, p_0)$ เป็นฟังก์ชันที่เสถียรมีเฟสต่ำสุดและขนาดของ $W_i(s, p_0)$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $l_m(s, p_0)$ ในทุกช่วงความถี่. นั่นคือคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$ ให้สอดคล้องกับอสมการ (3.8)

$$|W_i(s, p_0)| \geq l_m(s, p_0), \quad \forall s \tag{3.8}$$

ในวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$ อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ n

$$W_i(s, p_0) = K_i \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \ldots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n} \tag{3.9}$$

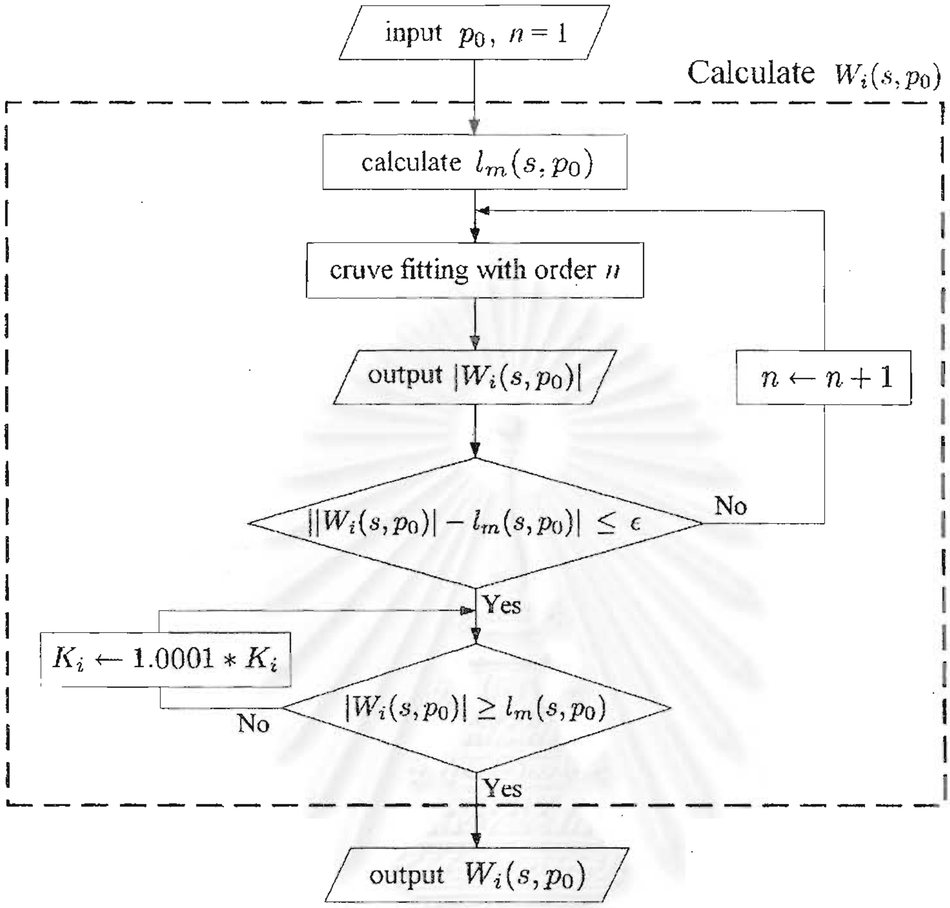
เมื่อ K_i เป็นอัตราขยายไฟตรงของ $W_i(s, p_0)$. ในส่วนการคำนวณศูนย์และขั้วของ $W_i(s, p_0)$ เราคำนวณจากการจัดขนาดของ $W_i(s, p_0)$ ให้มีผลตอบเชิงความถี่ใกล้เคียงกับผลตอบเชิงความถี่ของ $l_m(s, p_0)$ โดยกำหนด ϵ เป็นดัชนีชี้วัดความใกล้เคียงของผลตอบเชิงความถี่. ถ้าขนาดของผลต่างระหว่าง $W_i(s, p_0)$ กับ $l_m(s, p_0)$ มีค่ามากกว่า ϵ นั่นคือ $||W_i(s, p_0)| - l_m(s, p_0)| > \epsilon$ เราจะไม่ยอมรับผลการจัดขนาดของ $W_i(s, p_0)$ และเพิ่มอันดับของ $W_i(s, p_0)$ ขึ้นอีก 1

$$n \leftarrow n + 1$$

ในทางกลับกัน ถ้าขนาดของผลต่างระหว่าง $W_i(s, p_0)$ กับ $l_m(s, p_0)$ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ϵ นั่นคือ $||W_i(s, p_0)| - l_m(s, p_0)| \leq \epsilon$ เราจะยอมรับผลการจัดขนาดของ $W_i(s, p_0)$. เนื่องจากการจัดขนาดให้ผลลัพธ์ $W_i(s, p_0)$ ที่มีผลตอบเชิงความถี่ใกล้เคียงกับผลตอบเชิงความถี่ของ $l_m(s, p_0)$ แต่ไม่ได้รับประกันว่า $W_i(s, p_0)$ สอดคล้องกับอสมการ (3.8). เราจึงเพิ่มค่า K_i ขึ้นอีก 1% โดยการคูณด้วย 1.0001

$$K_i \leftarrow 1.0001 * K_i$$

และคูณซ้ำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งขนาดของ $W_i(s, p_0)$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $l_m(s, p_0)$ ในทุกช่วงความถี่. นั่นคือเพิ่มค่า K_i จนกระทั่ง $W_i(s, p_0)$ สอดคล้องกับอสมการ (3.8). สรุปแผนภูมิแสดงขั้นตอนการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$ ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5: ขั้นตอนการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน

3.3 ตัวอย่างแบบจำลอง

ในหัวข้อนี้แสดงตัวอย่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เมื่อกำหนดพารามิเตอร์ที่ระบุของแบบจำลองเป็น p_0. พารามิเตอร์อื่นๆ ของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวได้มาจาก [27] แสดงในตารางที่ 3.1 ในที่นี้กำหนดพารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 เป็น

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.10 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

จากนั้นคำนวณหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีแบบแผนสมมติ ด้วยคำสั่ง `plantAMM.m` ในโปรแกรม **MATLAB** รายละเอียดของคำสั่งแสดงไว้ในภาคผนวก. เมื่อกำหนดแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวมีการสั่นแบบหนึ่งแบบแผน ได้แบบจำลองปริภูมิสถานะสำหรับสมการ (3.4) ดังนี้

$$A(p_0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4.2156 & 0 & -13.8054 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -13.8054 & -559.7834 & -45.2107 \end{bmatrix}, \quad B(p_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8517 \\ 0 \\ 25.7132 \end{bmatrix}$$

$$C(p_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.3820 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

ตารางที่ 3.1: พารามิเตอร์ของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	ค่า	หน่วย
ความยาวของแขนกลอ่อนตัว	l	0.45	m
ตำแหน่งมวลภาระ	p_m	0.30 ถึง 0.45	m
มอดูลัสของยัง	E	200×10^9	$\mathrm{N/m^2}$
โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัด	I	8.226×10^{-13}	$\mathrm{m^4}$
มวลภาระ	m_t	0.05 ถึง 0.10	kg
มวลของแขนกลอ่อนตัว	m	0.06	kg
โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนหมุน	I_h	0.0039	$\mathrm{kg \cdot m^2/s^2}$
ความต้านทานอาร์เมเจอร์	R_a	2.6	Ω
ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์	K_m	7.67×10^3	$\mathrm{N \cdot m/A}$
อัตราทดเกียร์	K_g	70	-

แบบจำลองนี้มีอันดับของแบบจำลองเท่ากับ 4 มีอัตราขยายไฟตรงเท่ากับ -1.9706, มีศูนย์ที่ ± 47.2256 และมีขั้วที่ 0, -35.5457 และ $-6.9403 \pm j4.2685$

ต่อมาเป็นการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$ สำหรับแบบจำลองที่พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0. เริ่มจากคำนวณขอบเขตความไม่แน่นอน $l_m(s, p_0)$ โดยใช้คำสั่ง `genunAMM.m` ในโปรแกรม **MATLAB** รายละเอียดของคำสั่งแสดงไว้ในภาคผนวก. ในคำสั่ง `genunAMM.m` จะสุ่มค่าพารามิเตอร์ p ทั้งหมด 25 จุด มีพารามิเตอร์ดังนี้

$$m_t = 0.05 : 0.0125 : 0.10$$

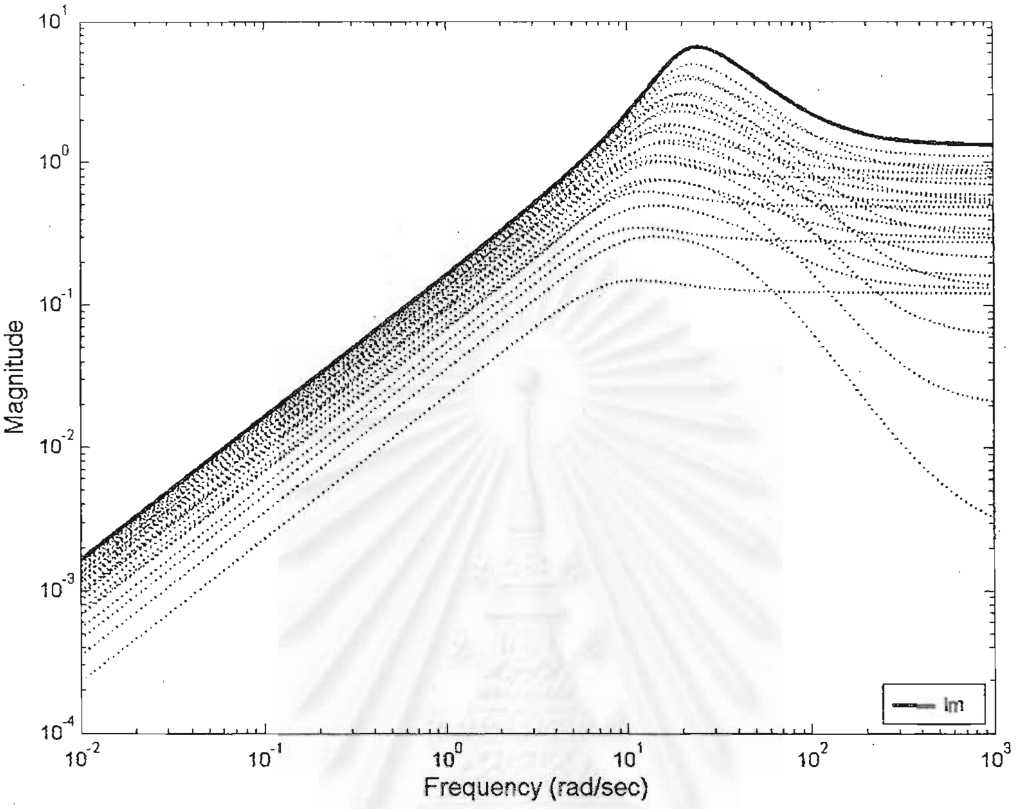
$$p_m = 0.30 : 0.0375 : 0.45$$

จากนั้นจึงคำนวณผลตอบเชิงความถี่ของ $(G(s,p) - G(s,p_0))/G(s,p_0)$ สำหรับพารามิเตอร์ทั้ง 25 จุด. โดยแต่ละความถี่กำหนดขอบเขตความไม่แน่นอน $l_m(s, p_0)$ ตามสมการ (3.7)

$$l_m(s,p_0) = \max_{0.3 \le p_m \le 0.45,\ 0.05 \le m_t \le 0.10} \left| \frac{G(s,p) - G(s,p_0)}{G(s,p_0)} \right|$$

และมีผลตอบเชิงความถี่ของ $(G(s,p) - G(s,p_0))/G(s,p_0)$ ทั้ง 25 พารามิเตอร์ เทียบกับ $l_m(s,p_0)$ แสดงดังรูปที่ 3.6

จากนั้นเลือกฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ ที่เสถียรและมีเฟสต่ำสุดให้สอดคล้องกับอสมการ (3.8) โดยใช้คำสั่ง `find_wi.m` ในโปรแกรม **MATLAB**. คำสั่ง `find_wi.m` เป็นคำสั่งที่เขียนขึ้นเพื่อเลือกฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนแบบอัตโนมัติ รายละเอียดของคำสั่งแสดงไว้ในภาคผนวก. จากการสังเกตอันดับของ $W_i(s,p_0)$ ในขอบเขตการทำงานที่กำหนด, ฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ 4 เป็นอันดับต่ำที่สุดที่ทำให้ $W_i(s,p_0)$ สอดคล้องกับอสมการ (3.8) เราจึงกำหนดอันดับของ $W_i(s,p_0)$ เท่ากับ 4. พิจารณาโครงสร้าง $W_i(s,p_0)$ เป็นแบบ ศูนย์ ขั้ว และอัตราขยายไฟตรง. ในส่วนการคำนวณศูนย์และขั้วของ $W_i(s,p_0)$ เราใช้คำสั่ง `fitmag.m` ในโปรแกรม **MATLAB** [30]. จากนั้นเพิ่มค่าอัตราขยายไฟตรงเพื่อให้ขนาดของ $W_i(s,p_0)$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $l_m(s,p_0)$ ในทุก ช่วงความถี่. สุดท้ายได้ $W_i(s,p_0)$ ที่เสถียร

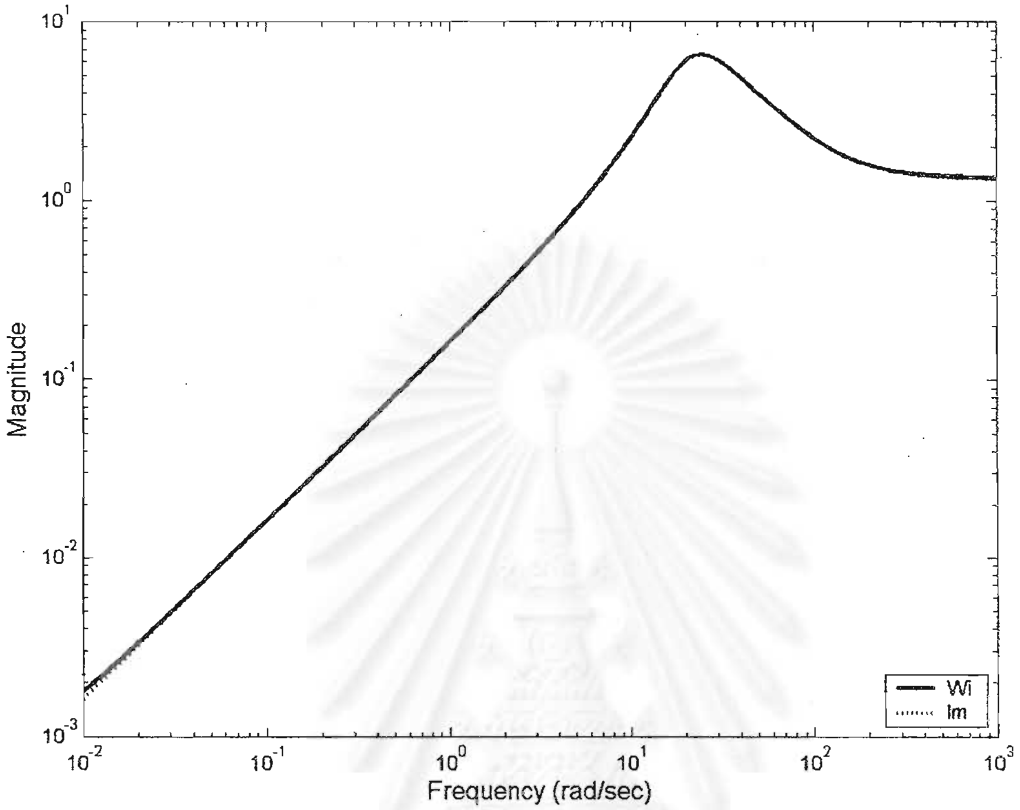


รูปที่ 3.6: ผลตอบเชิงความถี่สำหรับคำนวณ $l_m(s, p_0)$

และมีเฟสต่ำสุดเป็น

$$W_i(s, p_0) = \frac{79500s(s+8)(s+40)(s+40)}{(s+18)(s+20)(s+4000)^2}$$

และมีผลตอบเชิงความถี่ของ $W_i(s, p_0)$ แสดงดังรูปที่ 3.7 จะเห็นได้ว่า $|W_i(s, p_0)| \geq l_m(s, p_0)$ ทุกความถี่



รูปที่ 3.7: ผลตอบเชิงความถี่ของ $W_i(s, p_0)$ เมื่อ $p_m = 0.45$, $m_t = 0.10$

3.4 บทสรุป

ในบทนี้กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวตามสมการออยเลอร์-เบอร์นูลีและแก้คำตอบของสมการโดยใช้ใช้วิธีแบบแผนสมมติ. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลอ่อนตัว $G(s,p)$ มีจุดทำงานเป็นพารามิเตอร์ p ถูกกำหนดโดยมวลภาระ (m_t) และตำแหน่งมวลภาระ (p_m) ดังนี้

$$p = \left[\begin{array}{cc} p_m & m_t \end{array} \right]$$

เราสังเกตว่าแบบจำลองที่ระบุ $G(s,p_0)$ ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 และการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ ขึ้นอยู่กับแบบจำลองที่ระบุ $G(s,p_0)$. นั่นคือหากพารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 เปลี่ยนแปลงไป, ฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ ย่อมเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย. สุดท้ายเมื่อรวมความไม่แน่นอนจากการเปลี่ยนพารามิเตอร์ p ที่มีขอบเขตจำกัด เราจะได้แบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปแบบสมการปริภูมิสถานะและฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนสำหรับการออกแบบตัวควบคุมต่อไป.

บทที่ 4

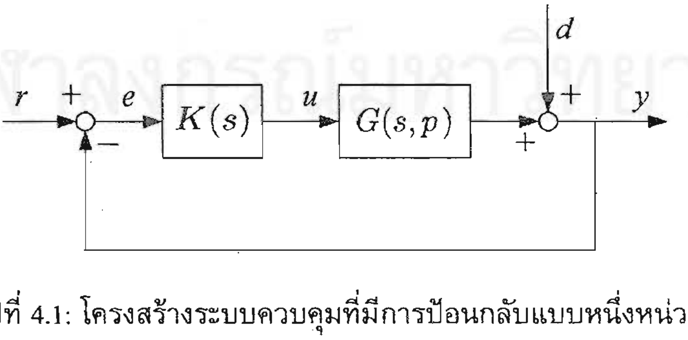
การวิเคราะห์ระบบคงทนและการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน

ในบทนี้เราจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ระบบคงทนและการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน. เริ่มต้นในส่วนโครงสร้างระบบควบคุมจะกล่าวถึงโครงสร้างระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับแบบหนึ่งหน่วย จากนั้นจึงรวมความไม่แน่นอนเข้าในระบบควบคุม. เพื่อให้ระบบสามารถทำงานอย่างมีประสิทธิภาพภายใต้ความไม่แน่นอน เราจึงตั้งข้อกำหนดการออกแบบตัวควบคุมไว้ในส่วนการวิเคราะห์ระบบคงทน แบ่งเป็น การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน (robust stability, RS) และการวิเคราะห์สมรรถนะคงทน (robust performance, RP). สมรรถนะคงทนที่พิจารณา ได้แก่ สมรรถนะสัญญาณรบกวนคือ สมรรถนะที่ลดทอนสัญญาณรบกวนด้านขาออกของระบบ, และสมรรถนะสัญญาณควบคุมคือ สมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด. สุดท้ายจะกล่าวถึงการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบตัวควบคุมคงทนที่สามารถประกันเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบที่มีความไม่แน่นอน. วิธีการออกแบบตัวควบคุมคงทนที่พิจารณาได้แก่ วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ และวิธีการสังเคราะห์มิว. แนวคิดส่วนใหญ่ในบทนี้ นำมาจาก [2] และ [15]

4.1 โครงสร้างระบบควบคุม

พื้นฐานแรกที่หลีกเลี่ยงไม่ได้สำหรับการวิเคราะห์และสังเคราะห์ระบบคงทนใดๆ คือ โครงสร้างระบบควบคุม. เนื่องจากโครงสร้างระบบควบคุมสามารถอธิบายเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบ ซึ่งเป็นข้อกำหนดสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน ท้ายที่สุดจึงนำไปสู่การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน.

พิจารณาโครงสร้างระบบควบคุมอย่างง่าย นั่นคือโครงสร้างระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับแบบหนึ่งหน่วย (unity feedback) และตัวควบคุมเป็นแบบหนึ่งองศาความอิสระ แสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1: โครงสร้างระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับแบบหนึ่งหน่วย

โดยที่	$G(s,p)$	คือ	แบบจำลองของระบบที่ต้องการควบคุม
	$K(s)$	คือ	ตัวควบคุม
	r	คือ	สัญญาณอ้างอิง เพื่อความสะดวกในการกำหนดปัญหา สมมติให้ $r = 0$

e	คือ	สัญญาณความผิดพลาด
u	คือ	สัญญาณควบคุม
d	คือ	สัญญาณรบกวน
y	คือ	สัญญาณออก

ในวิทยานิพนธ์นี้ $G(s,p)$ เป็นแบบจำลองระบบใดๆ ที่มีพารามิเตอร์ p เป็นจุดทำงาน. โดยพารามิเตอร์ p มีขอบเขตจำกัด ดังนี้

$$p_{\min} \leq p \leq p_{\max} \tag{4.1}$$

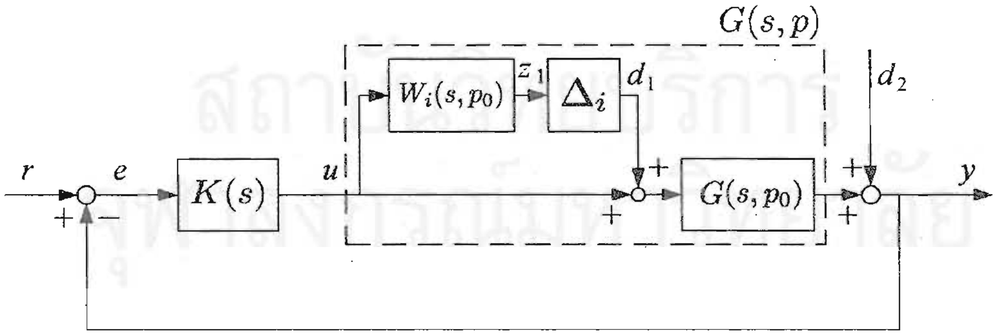
และ $G(s,p_0)$ เป็นแบบจำลองที่มีจุดทำงานเป็น p_0 ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ (4.1). ความแตกต่างระหว่าง $G(s,p)$ และ $G(s,p_0)$ กำหนดเป็นความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i ถ้าหากว่าแบบจำลอง $G(s,p)$ เป็นแบบจำลองที่มีสัญญาณเข้าหลายสัญญาณ สัญญาณออกหลายสัญญาณ, ความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i จะเป็นเมทริกซ์เชิงซ้อนที่มีขนาด $n \times m$. ในที่นี้ Δ_i เป็นความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ มีโครงสร้างความไม่แน่นอนเชิงการคูณขาเข้า ตามสมการ

$$G(s,p) = G(s,p_0)(1 + \Delta_i W_i(s,p_0)), \quad \forall \Delta_i, \|\Delta_i\|_\infty \leq 1 \tag{4.2}$$

เมื่อ $W_i(s,p_0)$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนสำหรับจำกัดขอบเขตความไม่แน่นอน ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ

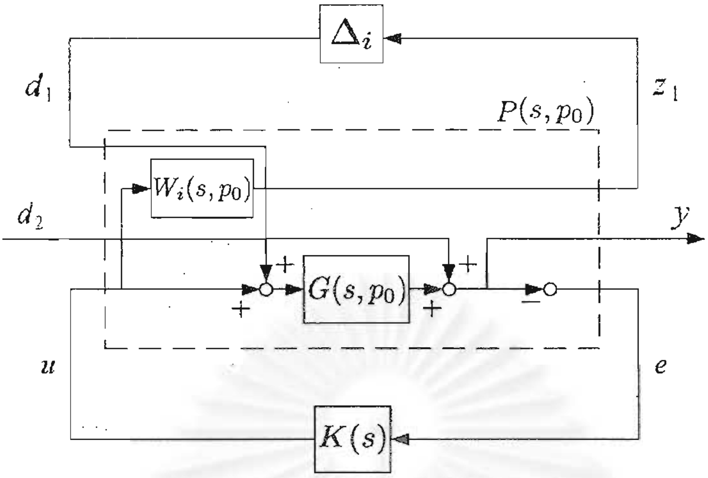
$$|W_i(s,p_0)| \geq \max_{p_{\min} \leq p \leq p_{\max}} \left| \frac{G(s,p) - G(s,p_0)}{G(s,p_0)} \right| \tag{4.3}$$

เพื่อวัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน เราจึงเพิ่มความไม่แน่นอน Δ_i ที่กล่าวถึงในสมการ (4.2) รวมเข้ากับโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.1, ได้โครงสร้างระบบควบคุมที่รวมความไม่แน่นอน แสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2: โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนของแบบจำลอง

เมื่อ z_1 เป็นสัญญาณเข้าความไม่แน่นอน และ d_1 เป็นสัญญาณรบกวนระบบเนื่องจากความไม่แน่นอน. เนื่องจากการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทน ศึกษาผลของสัญญาณรบกวนไปสัญญาณออกสมรรถนะ. เราจึงกำหนดให้ d_1, d_2 เป็นอินพุทของระบบ และ z_1, z_2 เป็นเอาต์พุทของระบบ พร้อมทั้งแยก



รูปที่ 4.3: โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับการวิเคราะห์คงทน

ส่วนความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i และตัวควบคุม $K(s)$ ออกมาจากระบบ, ได้โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับการวิเคราะห์คงทน แสดงดังรูปที่ 4.3 และมีสมการอธิบายระบบเป็น

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ y \\ e \end{bmatrix} = P(s,p_0) \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ u \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

$$u = K(s)e \tag{4.5}$$

โดยที่ $P(s,p_0)$ คือเมทริกซ์ถ่ายโอนของระบบที่จุดทำงาน p_0 กำหนดโดย

$$P(s,p_0) = \begin{bmatrix} -W_i(s,p_0)G(s,p_0)K(s) & -W_i(s,p_0)K(s) & -W_i(s,p_0)G(s,p_0)K(s) \\ G(s,p_0) & I & -G(s,p_0)K(s) \\ -G(s,p_0) & -I & -G(s,p_0) \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

โครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.3 ใช้สำหรับการวิเคราะห์ระบบคงทนใน §4.2

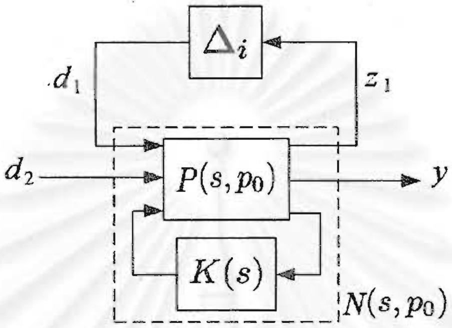
4.2 การวิเคราะห์ระบบคงทน

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์ระบบคงทนซึ่งเป็นข้อกำหนดการออกแบบตัวควบคุม แบ่งได้เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน (robust stability, RS) และการวิเคราะห์สมรรถนะคงทน (robust performance, RP). สมรรถนะคงทนคือ การทำให้ระบบมีเสถียรภาพและมีสมรรถนะตามที่ระบุแม้มีความไม่แน่นอน. สมรรถนะคงทนที่พิจารณา ได้แก่ สมรรถนะสัญญาณรบกวนคือ สมรรถนะที่ลดทอนผลของสัญญาณรบกวนไปสัญญาณออกของระบบ, และสมรรถนะสัญญาณควบคุมคือ สมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน

การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน (robust stability, RS) นำแนวคิดมาจาก [15] ซึ่งพิจารณาการลดทอนผลของอินพุทไปเอาต์พุท. พิจารณาโครงสร้างระบบควบคุมรูปที่ 4.3 โดยมีอินพุทเป็นสัญญาณรบกวนและพิจารณาเอาต์พุทเป็นสัญญาณออกสมรรถนะ. นั่นคือพิจารณาโครงสร้างที่มีสัญญาณเข้าเป็น d_1, d_2 และมีสัญญาณออกเป็น z_1, z_2, ได้โครงสร้างระบบควบคุมแบบ $N(s,p_0)\Delta$ แสดงดังรูปที่ 4.4

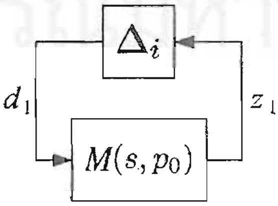


รูปที่ 4.4: โครงสร้าง $N(s,p_0)\Delta_i$ สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน

โครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.4 มีสมการอธิบายระบบ $N(s,p_0)$ มาจากการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นล่าง (lower linear fractional transformation) ระหว่าง $P(s,p_0)$ และ $K(s)$ ตามสมการ (4.7)

$$\begin{aligned} N(s,p_0) &= F_l(P(s,p_0),K(s)) \\ &= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} K(s)(I-P_{33}K(s))^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -W_i(s,p_0)T(s,p_0) & -W_i(s,p_0)K(s)S(s,p_0) \\ G(s,p_0)S(s,p_0) & S(s,p_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

ปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนคือ การระบุเงื่อนไขที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต. เราจึงพิจารณาอินพุทเป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากความไม่แน่นอน d_1 และเอาต์พุทเป็นสัญญาณออกสมรรถนะความไม่แน่นอน z_1, ได้โครงสร้างระบบควบคุมแบบ $M(s,p_0)\Delta$ แสดงดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5: โครงสร้าง $M(s,p_0)\Delta_i$ สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน

มีสมการอธิบายระบบ $M(s,p_0)$ เป็น

$$M(s,p_0) = -W_i(s,p_0)T(s,p_0) \quad (4.8)$$

การวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนแบ่งตามความไม่แน่นอน ได้ดังนี้

1. ความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured uncertainty) ในกรณีนี้ความไม่แน่นอน Δ_i เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนเชิงซ้อนเต็มซึ่งสอดคล้องกับ $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$ เงื่อนไขเสถียรภาพคงทนพิสูจน์จากบทตั้งและทฤษฎีบทต่อไปนี้

บทตั้ง 4.1 กำหนด Δ_i เป็นเซตของเมทริกซ์เชิงซ้อน ซึ่ง $\overline{\sigma}(\Delta_i) \leq 1$ จะได้ว่าสมการต่อไปนี้เป็นจริง

$$\max_{\Delta_i} \rho(M(s,p_0)\Delta_i) = \max_{\Delta_i} \overline{\sigma}(M(s,p_0)\Delta_i) \tag{4.9}$$

$$= \max_{\Delta_i} \overline{\sigma}(\Delta_i)\overline{\sigma}(M(s,p_0)) \tag{4.10}$$

$$= \overline{\sigma}(M(s,p_0)) \tag{4.11}$$

พิสูจน์: ดูใน [15, หน้า 306] □

ทฤษฎีบท 4.1 สมมติให้แบบจำลองที่ระบุ $M(s,p_0)$ และความไม่แน่นอน Δ_i เสถียร โดยที่ $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$. โครงสร้าง $M(s,p_0)\Delta_i$ ในรูปที่ 4.5 มีเสถียรภาพคงทน ก็ต่อเมื่อ

$$\rho(M(s,p_0)\Delta_i) < 1, \quad \forall s, \forall \Delta_i \tag{4.12}$$

หรือสมมูลกับ

$$\text{RS} \Leftrightarrow \max_{\Delta_i} \rho(M(s,p_0)\Delta_i) < 1, \quad \forall s \tag{4.13}$$

พิสูจน์: ดูใน [15, หน้า 305-306] □

ทฤษฎีบท 4.2 สมมติให้แบบจำลองที่ระบุ $M(s,p_0)$ และความไม่แน่นอน Δ_i เสถียร โดยที่ $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$. โครงสร้าง $M(s,p_0)\Delta_i$ ในรูปที่ 4.5 มีเสถียรภาพคงทนก็ต่อเมื่อ

$$\text{RS} \Leftrightarrow \overline{\sigma}(M(s,p_0)) < 1, \quad \forall s \tag{4.14}$$

$$\Leftrightarrow \|M(s,p_0)\|_\infty < 1 \tag{4.15}$$

พิสูจน์: จากบทตั้ง 4.1 และทฤษฎีบท 4.1 □

ในย่อหน้านี้เราจะอธิบายความหมายทางกายภาพของทฤษฎีบท 4.2. ใน §2.3 เรานิยามค่าเอกฐานสูงสุด (maximum singular value) $\overline{\sigma}(M(s,p_0))$ เป็น ค่าอัตราขยายของ $M(s,p_0)$ ในทิศทางที่ให้สัญญาณออกมีขนาดสูงสุดเมื่อเทียบกับสัญญาณเข้า. นอกจากนี้เมทริกซ์ถ่ายโอน $M(s,p_0)$ ในรูปที่ 4.5 มีสัญญาณออกเป็นสัญญาณออกสมรรถนะความไม่แน่นอน z_1 และสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากความไม่แน่นอน d_1. เราจึงอธิบายความหมายทางกายภาพของทฤษฎีบท 4.2 เป็นอัตราขยายสูงสุดของ $M(s,p_0)$ มีค่าน้อยกว่า 1 ในทุกช่วงความถี่ หรืออีกนัยหนึ่งคือในแต่ละความถี่ z_1 มีขนาดลดลงเสมอเมื่อเทียบกับ d_1 สำหรับความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$.

2. ความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง ความไม่แน่นอนเป็นค่าเชิงซ้อนทแยงมุม (diagonal complex) $\Delta_i = \text{diag}\{\Delta_1, \ldots, \Delta_n\}$ เมื่อ $\Delta_1, \ldots, \Delta_n$ เป็น ความไม่แน่นอนย่อยใน Δ_i ซึ่งสอดคล้องกับ $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$. เงื่อนไขเสถียรภาพคงทนพิสูจน์จากทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 4.3 สมมติให้แบบจำลองที่ระบุ $M(s,p_0)$ และความไม่แน่นอน Δ_i เสถียร โดยที่ $\|\Delta_i\|_\infty \leq 1$. โครงสร้าง $M(s,p_0)\Delta_i$ ในรูปที่ 4.5 มีเสถียรภาพคงทนก็ต่อเมื่อ

$$\text{RS} \quad \Leftrightarrow \quad \mu_{\Delta_i}(M(s,p_0)) < 1, \qquad \forall s, \forall \Delta_i, \|\Delta_i\|_\infty \leq 1 \tag{4.16}$$

พิสูจน์: ดูใน [15, หน้า 319] □

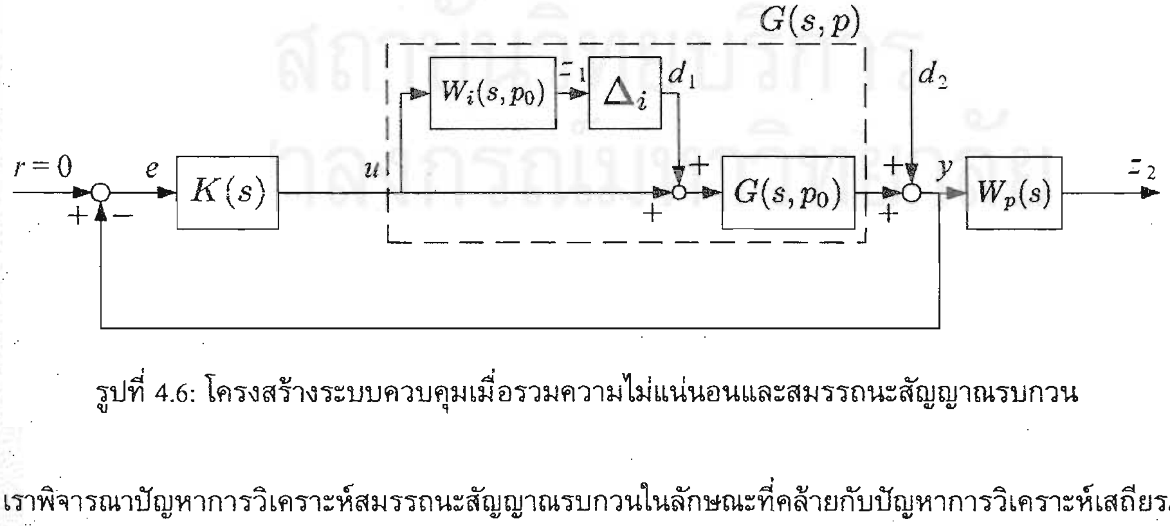
ในย่อหน้านี้เราจะอธิบายความหมายทางกายภาพของทฤษฎีบท 4.3.

$$\mu_{\Delta_i}(M(s,p_0)) \leq \overline{\sigma}(M(s,p_0))$$

เนื่องจาก $\overline{\sigma}(M(s,p_0))$ อธิบายเป็นอัตราขยายของระบบ $M(s,p_0)$ เราจึงพิจารณา $\mu_{\Delta_i}(M(s,p_0))$ ในเชิงอัตราขยายของระบบด้วย. นั่นคือเราสามารถอธิบายความหมายทางกายภาพของทฤษฎีบท 4.3 ได้ทำนองเดียวกับทฤษฎีบท 4.2.

4.2.2 การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน

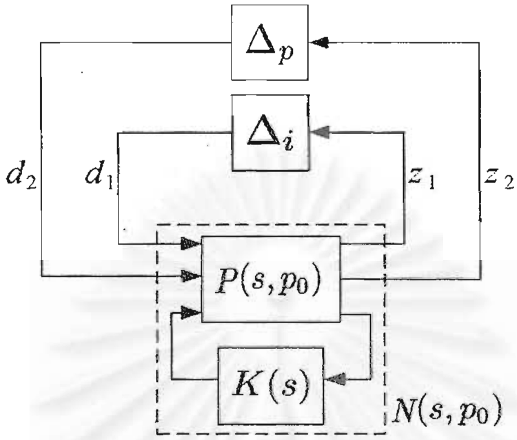
สมรรถนะสัญญาณรบกวน (RP1) คือสมรรถนะที่ระบุการลดทอนสัญญาณรบกวน และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวนนำแนวคิดมาจาก [15]. พิจารณาโครงสร้างระบบควบคุมสำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน นั่นคือโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.2 โดยเพิ่มฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะสัญญาณรบกวน $W_p(s)$ สำหรับจำกัดขอบเขตของสัญญาณรบกวนทางด้านขาออกของระบบ, ได้โครงสร้างระบบควบคุม แสดงดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6: โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนและสมรรถนะสัญญาณรบกวน

เราพิจารณาปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวนในลักษณะที่คล้ายกับปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทน. โดยเพิ่มความไม่แน่นอนเสมือน Δ_p จากสัญญาณออกสมรรถนะสัญญาณรบกวน z_2 ไปสัญญาณรบกวน d_2. จากนั้นรวม Δ_p เข้ากับโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.6 และจัดโครงสร้างระบบควบคุมที่รวม

Δ_p เป็นโครงสร้างระบบแบบ $N(s,p_0)\Delta$ โดยมี $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i, \Delta_p\}$ เป็นความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง 2 บล็อค, ได้โครงสร้างระบบดังรูปที่ 4.7 และมีสมการอธิบายระบบ $N(s,p_0)$ ทำนองเดียวกับสมการ (4.7)



รูปที่ 4.7: โครงสร้าง $N(s,p_0)\Delta$ สำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน

ดังนี้

$$\begin{aligned} N(s,p_0) &= F_l(P(s,p_0),K(s)) \\ &= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} K(s)(I - P_{33}K(s))^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -W_i(s,p_0)T(s,p_0) & -W_i(s,p_0)K(s)S(s,p_0) \\ W_p(s)G(s,p_0)S(s,p_0) & W_p(s)S(s,p_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.17}$$

ปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน พิจารณาการลดทอนผลของสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ ภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต. เราจึงพิจารณาอินพุทเป็นสัญญาณรบกวน d_2 และเอาต์พุทเป็นสัญญาณออกสมรรถนะ z_2 โดยรวมความไม่แน่นอน Δ_i เข้าในระบบ. ได้เมทริกซ์ถ่ายโอนจากการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นบน (upper linear fractional transformation) ตามสมการ (4.18)

$$F_u(N(s,p_0),\Delta_i) = N_{22} + N_{21}\Delta_i(I - N_{11}\Delta_i)^{-1}N_{12} \tag{4.18}$$

และมีเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวน เป็น

$$\text{RP1} \Leftrightarrow \|F_u(N(s,p_0),\Delta_i)\|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall\Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1 \tag{4.19}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ถ่ายโอน $F_u(N(s,p_0),\Delta_i)$ ในสมการ (4.18) รวมความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i เข้าในสมการ, จึงไม่สะดวกในการคำนวณ $\|F_u(N(s,p_0),\Delta_i)\|_\infty$ สำหรับตรวจสอบเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวนอสมการ (4.19). อย่างไรก็ตามเราสังเกตว่าโครงสร้างระบบวงปิดในรูปที่ 4.7 พิจารณาปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวนในเชิงความไม่แน่นอน $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i, \Delta_p\}$, สมมูลกับโครงสร้างระบบวงปิดในรูปที่ 4.5 ซึ่งพิจารณาปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนในเชิงความไม่แน่นอน

Δ_i. เราจึงสรุปเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวนทำนองเดียวกับเงื่อนไขเสถียรภาพคงทนเมื่อมีความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้างตามสมการ (4.16) ดังนี้

$$\text{RP1} \Leftrightarrow \quad \mu_\Delta(N(s,p_0)) < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \leq 1 \tag{4.20}$$

โดยโครงสร้างระบบควบคุมเมื่อพิจารณาสมรรถนะสัญญาณรบกวนในรูปที่ 4.7 มีค่ามิวตามสมการ (4.21) โดยพิจารณาสัญญาณเข้าเป็น d_1, d_2 และสัญญาณออกเป็น z_1, z_2 . เพื่อความกระชับในการอธิบายจึงขอละพารามิเตอร์ s และ p_0

$$\begin{aligned}
\mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} -W_iT & -W_iKS \\ W_pGS & W_pS \end{bmatrix}\right) &= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W_iT & W_iKS \\ W_pGS & W_pS \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} W_iT & W_iKS \\ W_pGS & W_pS \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} G^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W_iT & W_iT \\ W_pS & W_pS \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} W_iT & W_iT \\ W_pS & W_pS \end{bmatrix}\right) \\
&= |W_iT| + |W_pS| \qquad (4.21)
\end{aligned}$$

จากเงื่อนไขสมรรถนะคงทนในอสมการ (4.20) และค่ามิวในสมการ (4.21) สรุปเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวนเป็น

$$\text{RP1} \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \leq 1 \tag{4.22}$$

โดยเรียกเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวนในอสมการ (4.22) ว่า ข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวน.

4.2.3 การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม

สมรรถนะสัญญาณควบคุม (RP2) คือสมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตที่จำกัดและระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. การวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุมนำแนวคิดมาจาก [31] และ [15].

พิจารณาสัญญาณออก $u(t)$ ของโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.2 โดยให้สัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นมีขนาดเท่ากับ r_0 จะได้ความสัมพันธ์ในโดเมนความถี่ตามสมการ

$$u(s) = K(s)S(s,p)\frac{r_0}{s} \tag{4.23}$$

เมื่อ $S(s,p)$ เป็นฟังก์ชันความไวที่จุดทำงาน p ใดๆ ตามสมการ

$$S(s,p) = \frac{1}{1 + K(s)G(s,p_0)(1 + \Delta W_i(s,p_0))}$$

จากทฤษฎีการจำกัดของสัญญาณควบคุม [31], หาก $K(s)S(s,p)$ สอดคล้องเงื่อนไขดังนี้

1. $K(s)S(s,p) \in \mathbf{RH}_2$ โดย $\mathbf{RH}_2$ คือเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนตรรกยะเสถียรโดยแท้ (strictly proper stable rational transfer function).
2. ผลตอบสนองต่ออิมพัลส์เป็นค่าบวกหรือลบเพียงเครื่องหมายเดียวสำหรับ $t > 0$ หรือมีเฟสต่ำสุด.
3. ความกว้างแถบความถี่จำกัด.
4. ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์.

จะได้ว่า

$$|u(t)| \leq r_0 \|K(s)S(s,p)\|_\infty, \quad \forall t > 0 \tag{4.24}$$

ข้อสังเกต ในกรณีที่ $K(s) \in \mathbf{RH}_2$ และ $S(s,p)$ มาจากระบบที่มีเสถียรภาพคงทนจะได้ว่า $K(s)S(s,p) \in \mathbf{RH}_2$ และมีความกว้างแถบความถี่จำกัด. นอกจากนี้ในกรณีที่ระบบไม่มีขั้วทางขวาและตัวควบคุมไม่มีศูนย์ทางขวาจะได้ว่า $K(s)S(s,p)$ มีเฟสต่ำสุด.

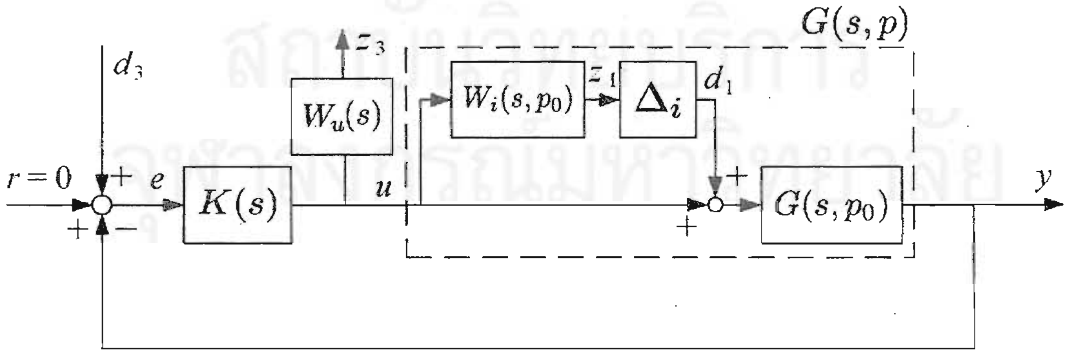
จากสมการ (4.24) หากเราต้องการประกันสัญญาณควบคุม $u(t)$ ให้มีขนาดไม่เกิน u_0 สำหรับเวลา t ใดๆ

$$|u(t)| \leq r_0 \|K(s)S(s,p)\|_\infty \leq u_0 \tag{4.25}$$

ซึ่งเปรียบเทียบได้กับเงื่อนไข

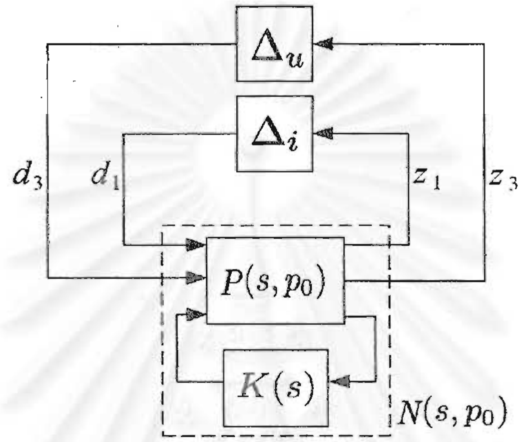
$$|W_u(s)K(s)S(s,p)| \leq 1, \quad \forall s \tag{4.26}$$

โดยที่ $W_u(s) = r_0/u_0$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะสัญญาณควบคุม สำหรับจำกัดขอบเขตของสัญญาณควบคุม. จากนั้นเรารวม $W_u(s)$ เข้ากับโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.2 จะได้โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม แสดงดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8: โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม

เราพิจารณาปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุมในลักษณะที่คล้ายกับปัญหาวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวน. โดยเพิ่มความไม่แน่นอนเสมือน Δ_u จากสัญญาณออกสมรรถนะสัญญาณควบคุม z_3 ไปสัญญาณรบกวน d_3. จากนั้นรวม Δ_u เข้ากับโครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.8 และจัดโครงสร้างระบบควบคุมที่รวม Δ_u เป็นโครงสร้างระบบแบบ $N(s,p_0)\Delta$ โดยมี $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i, \Delta_u\}$ เป็นความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง 2 บล็อค, ได้โครงสร้างระบบดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9: โครงสร้าง $N(s,p_0)\Delta$ สำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม

และมีสมการอธิบายระบบ $N(s,p_0)$ ทำนองเดียวกับสมการ (4.17) ดังนี้

$$\begin{aligned} N(s,p_0) &= F_l(P(s,p_0),K(s)) \\ &= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} K(s)(I-P_{33}K(s))^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -W_i(s,p_0)T(s,p_0) & W_i(s,p_0)K(s)S(s,p_0) \\ -W_u(s)T(s,p_0) & W_u(s)K(s)S(s,p_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.27}$$

ปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุม พิจารณาการรักษาขนาดของสัญญาณควบคุมให้อยู่ในขอบเขตที่จำกัด ภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต. เราจึงพิจารณาอินพุทเป็นสัญญาณรบกวนเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงขนาดของสัญญาณควบคุม d_3 และเอาต์พุทเป็นสัญญาณออกสมรรถนะสัญญาณควบคุม z_3 โดยรวมความไม่แน่นอน Δ_i เข้าในระบบ. ได้เมทริกซ์ถ่ายโอนจากการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นบน (upper linear fractional transformation) ตามสมการ (4.28)

$$F_u(N(s,p_0),\Delta_i) = N_{22} + N_{21}\Delta_i(I-N_{11}\Delta_i)^{-1}N_{12} \tag{4.28}$$

และมีเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมเป็น

$$\text{RP2} \Leftrightarrow \|F_u(N(s,p_0),\Delta_i)\|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall\Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1 \tag{4.29}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ถ่ายโอน $F_u(N(s,p_0),\Delta_i)$ ในสมการ (4.28) รวมความไม่แน่นอนของแบบจำลอง Δ_i เข้าในสมการ, จึงไม่สะดวกในการคำนวณ $\|F_u(N(s,p_0),\Delta_i)\|_\infty$ สำหรับตรวจสอบเงื่อนไขสมรรถนะ

สัญญาณควบคุมอสมการ (4.29). อย่างไรก็ตามเราสังเกตว่าโครงสร้างระบบวงปิดในรูปที่ 4.9 พิจารณาปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุมในเชิงความไม่แน่นอน $\Delta = \text{diag}\{\Delta_i, \Delta_u\}$, สมมูลกับโครงสร้างระบบวงปิดในรูปที่ 4.5 ซึ่งพิจารณาปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนในเชิงความไม่แน่นอน Δ_i. เราจึงสรุปเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมทำนองเดียวกับเงื่อนไขเสถียรภาพคงทนเมื่อมีความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้างตามสมการ (4.16) ดังนี้

$$\text{RP2} \;\Leftrightarrow\; \mu_\Delta(N(s,p_0)) < 1, \quad \forall s, \forall\Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1 \tag{4.30}$$

โดยโครงสร้างระบบควบคุมเมื่อพิจารณาสมรรถนะสัญญาณควบคุมในรูปที่ 4.9 มีค่ามิวตามสมการ (4.31) โดยพิจารณาสัญญาณเข้าเป็น d_1, d_3 และสัญญาณออกเป็น z_1, z_3 . เพื่อความกระชับในการอธิบายจึงขอละพารามิเตอร์ s และ p_0

$$\begin{aligned}
\mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} -W_iT & W_iKS \\ -W_uT & W_uKS \end{bmatrix}\right) &= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} W_iT & W_iKS \\ W_uT & W_uKS \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} W_iT & W_iKS \\ W_uT & W_uKS \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} G^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W_iT & W_iT \\ W_uKS & W_uKS \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\right) \\
&= \mu_\Delta\left(\begin{bmatrix} W_iT & W_iT \\ W_uKS & W_uKS \end{bmatrix}\right) \\
&= |W_iT| + |W_uKS|
\end{aligned} \tag{4.31}$$

จากเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมในอสมการ (4.30) และค่ามิวในสมการ (4.31) สรุปเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมเป็น

$$\text{RP2} \;\Leftrightarrow\; \||W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_u(s)K(s)S(s,p_0)|\|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall\Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1 \tag{4.32}$$

และเรียกเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมในอสมการ (4.32) ว่า ข้อกำหนดสัญญาณควบคุม.

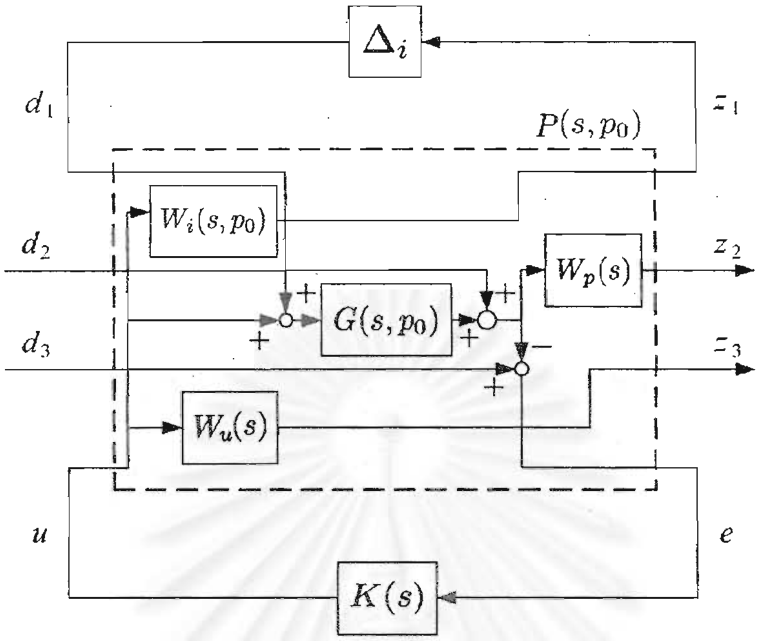
สุดท้าย รวมโครงสร้างระบบควบคุมสำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพในรูปที่ 4.4, โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณรบกวนในรูปที่ 4.6 และโครงสร้างระบบควบคุมสำหรับวิเคราะห์สมรรถนะสัญญาณควบคุมในรูปที่ 4.8 เข้าด้วยกัน ได้เป็นโครงสร้างระบบควบคุมดังรูปที่ 4.10 และมีสมการอธิบายระบบเป็น

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = P(s,p_0)\begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

$$u = K(s)e \tag{4.34}$$

เมื่อ $d = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}^T$, $z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix}^T$ และ $P(s,p_0)$ คือเมทริกซ์ถ่ายโอนของระบบที่จุดทำงาน p_0 กำหนดโดย

$$P(s,p_0) = \begin{bmatrix} -W_i(s,p_0)G(s,p_0)K(s) & -W_i(s,p_0)K(s) & W_i(s,p_0)K(s) & -W_i(s,p_0)G(s,p_0)K(s) \\ W_p(s)G(s,p_0) & W_p(s) & W_p(s)G(s,p_0)K(s) & -W_p(s)G(s,p_0)K(s) \\ -W_u(s)G(s,p_0)K(s) & -W_u(s)K(s) & W_u(s)K(s) & -W_u(s)G(s,p_0)K(s) \\ -G(s,p_0) & -I & I & -G(s,p_0) \end{bmatrix}$$



รูปที่ 4.10: โครงสร้างระบบควบคุมเมื่อรวมความไม่แน่นอน สมรรถนะสัญญาณรบกวน และสมรรถนะสัญญาณควบคุม

โครงสร้างระบบควบคุมในรูปที่ 4.10 ใช้สำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้และวิธีการสังเคราะห์มิวใน §4.3.2 และ §4.3.3 ตามลำดับ

4.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทน

การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนคือ การออกแบบตัวควบคุมคงทน รวมเข้ากับโครงสร้างของระบบควบคุมที่มีความไม่แน่นอนและสมรรถนะที่ระบุ. วิธีการออกแบบตัวควบคุมคงทนที่ศึกษา ได้แก่ วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ และวิธีการสังเคราะห์มิว.

4.3.1 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ

วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ (loopshaping) คือ การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนอย่างง่ายที่สามารถประกันเสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทนเมื่อมีความไม่แน่นอนของแบบจำลอง. การออกแบบตัวควบคุมจะออกแบบในเชิงความถี่และรวมความไม่แน่นอนไว้ในการออกแบบ. ในวิทยานิพนธ์แนวคิดการออกแบบตัวควบคุมวิธีการจัดสัณฐานวงรอบนำมาจาก [2].

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบมีข้อกำหนดการออกแบบ ได้แก่ เสถียรภาพคงทนและการลดทอนสัญญาณรบกวน. มีโครงสร้างระบบควบคุมแสดงดังรูปที่ 4.6 มีค่ามิวตามสมการ (4.35)

$$\mu_\Delta(N) = |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)| \tag{4.35}$$

และมีเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณรบกวนตามอสมการ (4.22) เป็น

$$\text{RP1} \quad \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \leq 1$$

ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุม เราออกแบบตัวควบคุม $K(s)$ ให้สอดคล้องกับข้อกำหนดสัญญาณรบกวนในอสมการ (4.22) เพื่อประกันสมรรถนะการลดทอนสัญญาณรบกวนเมื่อมีความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต. เพื่อให้สอดคล้องกับข้อกำหนดการออกแบบ เราต้องออกแบบตัวควบคุมเพื่อลดขนาดของ $T(s,p_0)$ และ $S(s,p_0)$ ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่าง $T(s,p_0)$ และ $S(s,p_0)$ เป็นไปตามสมการ

$$T(s,p_0) + S(s,p_0) = \frac{G(s,p_0)K(s)}{1+G(s,p_0)K(s)} + \frac{1}{1+G(s,p_0)K(s)} = 1 \tag{4.36}$$

จากสมการ (4.36) สังเกตว่าเราไม่สามารถลดขนาดของ $T(s,p_0)$ และ $S(s,p_0)$ พร้อมกันได้. เราจึงแก้ปัญหาโดยการลดขนาดของ $T(s,p_0)$ และ $S(s,p_0)$ ในช่วงความถี่ที่ต่างกัน. จากหลักการนี้เราสามารถออกแบบฟังก์ชั่นถ่ายโอนวงรอบ $L(s,p_0) = G(s,p_0)K(s)$ ได้ตามอสมการ

$$|L(s,p_0)| > \frac{|W_p(s)|}{1-|W_i(s,p_0)|}, \quad \text{ในช่วงความถี่ที่} \quad |W_p(s)| \gg 1 \gg |W_i(s,p_0)| \tag{4.37}$$

$$|L(s,p_0)| < \frac{1-|W_p(s)|}{|W_i(s,p_0)|}, \quad \text{ในช่วงความถี่ที่} \quad |W_p(s)| \ll 1 \ll |W_i(s,p_0)| \tag{4.38}$$

เมื่อเราออกแบบ $L(s,p_0)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขในแต่ละช่วงความถี่แล้ว, เราจะออกแบบตัวควบคุม $K(s)$ ได้จากสมการ

$$K(s) = \frac{L(s,p_0)}{G(s,p_0)}$$

เมื่อ $G(s,p_0)$ เป็นแบบจำลองที่มีจุดทำงานเป็น p_0 รายละเอียดเพิ่มเติมสำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบ อ่านเพิ่มเติมได้ใน [2]

4.3.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้

การควบคุมเอชอินฟินิตี้ ($\mathcal{H}_\infty$ control) คือการควบคุมคงทนวิธีหนึ่ง โดยมีวัตถุประสงค์ให้นอร์มอนันต์จากสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะมีค่าน้อยสุด. ในวิทยานิพนธ์นี้นำแนวคิดการควบคุมเอชอินฟินิตี้มาจาก [15]

การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้มีข้อกำหนดการออกแบบ ได้แก่ เสถียรภาพคงทน การลดทอนสัญญาณรบกวน และการรักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด. มีโครงสร้างระบบควบคุมสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ แสดงดังรูปที่ 4.10 และมีสมการอธิบายระบบตามสมการ (4.33) และสมการ (4.34)

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = P(s,p_0) \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix}$$

$$u = K(s)e$$

เมื่อ $d = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}^T$, $z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix}^T$ และเมทริกซ์ถ่ายโอน $P(s, p_0)$ กำหนดเป็น

$$P(s,p_0) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array}\right] = C(sI-A)^{-1}B + D \tag{4.39}$$

พิจารณาการคำนวณนอร์มอนันต์ของระบบวงปิด จึงรวมเมทริกซ์ถ่ายโอน $P(s,p_0)$ และตัวควบคุม $K(s)$ เข้าด้วยกันโดยใช้การแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นล่าง. จะได้เมทริกซ์ถ่ายโอนวงปิดจาก d ไป z ตามสมการ

$$z = F_l(P(s,p_0), K(s))d \tag{4.40}$$

และมีนอร์มอนันต์ของระบบวงปิดเป็น

$$\|F_l(P(s,p_0),K(s))\|_\infty = \max_s \overline{\sigma}(F_l(P(s,p_0),K(s)) \tag{4.41}$$

โดย

$$F_l(P(s,p_0),K(s)) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{14} \\ P_{24} \\ P_{34} \end{bmatrix} K(s)(I - P_{44}K)^{-1} \begin{bmatrix} P_{41} & P_{42} & P_{43} \end{bmatrix}$$

ปัญหาการควบคุมเอชอินฟินิตี้แบบมาตรฐานคือ การหาตัวควบคุม $K(s)$ ที่มีเสถียรภาพ และทำให้นอร์มอนันต์สมการ (4.41) มีค่าต่ำสุด. จากปัญหาการควบคุมเอชอินฟินิตี้ในสมการ (4.41) และนิยามของนอร์มอนันต์ใน §2.3, สรุปได้ว่าการควบคุมเอชอินฟินิตี้เป็นปัญหาในการหาตัวควบคุม $K(s)$ ที่ทำให้อัตราขยายของสัญญาณจาก d ไปยัง z มีค่าน้อย. โดย d อาจพิจารณาเป็นสัญญาณรบกวนสำหรับการควบคุมที่ต้องการลดผลของสัญญาณรบกวนในระบบ หรือพิจารณาเป็นสัญญาณอ้างอิงขาเข้าสำหรับการควบคุมสัญญาณออกให้ตามรอยสัญญาณอ้างอิงขาเข้า, ส่วน z พิจารณาเป็นสัญญาณความผิดพลาดหรือสัญญาณขาออกสมรรถนะ. เนื่องจากการพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนจาก z ไปยัง d จะผ่านความไม่แน่นอน Δ และความไม่แน่นอนสำหรับการควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้เป็นความไม่แน่นอนแบบไร้โครงสร้าง, จึงทำให้เกิดความอนุรักษ์เนื่องจากการเชื่อมต่อสัญญาณจาก z ไปยัง d.

นอกจากนี้ เพื่อให้เรามั่นใจว่าสามารถคำนวณตัวควบคุมให้ระบบมีเสถียรภาพและสมรรถนะตามที่ต้องการ จึงต้องตั้งสมมติฐานสำหรับการควบคุมเอชอินฟินิตี้ ดังนี้

(A1) (A, B_2) ต้องทำให้มีเสถียรภาพได้ (stabilizable) และ (A, C_2) ต้องตรวจวัดได้ (detectable)

(A2) D_{12} มีอันดับสดมภ์เต็ม (full column rank) และ D_{21} มีอันดับแถวเต็ม (full row rank)

(A3) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ มีอันดับสดมภ์เต็มสำหรับทุก ω

(A4) $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ มีอันดับแถวเต็มสำหรับทุก ω

สมมติฐาน (A1) จำเป็นสำหรับตัวควบคุม K ที่มีเสถียรภาพ. สมมติฐาน (A2) เพียงพอที่จะแน่ใจว่าตัวควบคุมที่ได้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสม (proper). ส่วนสมมติฐาน (A3) และ (A4) จำเป็นสำหรับตัวควบคุม ที่ไม่มีการตัดกันของขั้วหรือศูนย์บนแกนจินตภาพ ซึ่งจะทำให้ระบบวงปิดไม่มีเสถียรภาพ

ขั้นตอนการแก้ปัญหาเอชอินฟินิตี้แบบทั่วไป (General $\mathcal{H}_\infty$ algorithm) สำหรับโครงสร้างระบบในรูปที่ 4.10 ภายใต้สมมติฐานที่กำหนด. ตัวควบคุมที่สอดคล้องกับอสมการ (4.41) จะหาได้ก็ต่อเมื่อ

1. $X_\infty \geq 0$ เป็นคำตอบของสมการริกคาติ

$$A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + X_\infty (B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0 \tag{4.42}$$

   โดยที่ **Re** $\lambda_i[A + (B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty] < 0, \forall i$ และ

2. $Y_\infty \geq 0$ เป็นคำตอบของสมการริกคาติ

$$AY_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + Y_\infty C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0 \tag{4.43}$$

   โดยที่ **Re** $\lambda_i[A + Y_\infty(C_1^T C_1 - C_2^T C_2)] < 0, \forall i$ และ

3. $\rho(X_\infty Y_\infty) < 1$ เมื่อ $\rho(X_\infty Y_\infty)$ เป็นค่าสัมบูรณ์มากสุดของค่าเจาะจงของ $X_\infty Y_\infty$ ตามสมการ

$$\rho(X_\infty Y_\infty) = \max_i |\lambda_i(X_\infty Y_\infty)| \tag{4.44}$$

โดยตัวควบคุม K จะอยู่ในรูปการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น (linear fractional transformation) ของการป้อนกลับสถานะ. รายละเอียดในการคำนวณตัวควบคุม $K(s)$ อ่านเพิ่มเติมได้ใน [15].

ใน §2.3 เรานิยาม γ เป็นดัชนีสมรรถนะสัญญาณรบกวน ซึ่งมีผลเฉพาะช่องสัญญาณสมรรถนะ. ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้เราจึงพิจารณา γ เฉพาะช่องสัญญาณสมรรถนะ, นั่นคือ γ มีผลเฉพาะช่องสัญญาณเข้า d_2 และสัญญาณออกสมรรถนะ z_2. ในการคำนวณตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ เราใช้คำสั่ง `hinfsyn.m` ในโปรแกรม **MATLAB**, เพื่อเป็นการพิจารณา γ เฉพาะช่องสัญญาณสมรรถนะ เราจึงนำ γ คูณเข้ากับบางแถวหรือบางหลักของเมทริกซ์ B_1, C_1 และ D_{11} ในสมการ (4.39).

4.3.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว

ค่าเอกฐานแบบมีโครงสร้าง (มิว, μ) มีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์สมรรถนะคงทนของระบบเมื่อทราบตัวควบคุม. นอกจากนี้เรายังสามารถหาตัวควบคุมจากการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ γ โดยที่สอดคล้องเงื่อนไขบังคับตามข้อกำหนดการออกแบบ และพิจารณาความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้าง. การหาตัวควบคุมวิธีนี้ เรียกว่า การสังเคราะห์มิว (μ synthesis). ในวิทยานิพนธ์นี้นำแนวคิดการออกแบบตัวควบคุมจากวิธีการสังเคราะห์มิวมาจาก [15].

การสังเคราะห์มิวมีข้อกำหนดการออกแบบ ได้แก่ เสถียรภาพคงทน การลดทอนสัญญาณรบกวน และการรักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด. มีโครงสร้างระบบควบคุมสำหรับการสังเคราะห์มิว แสดงดังรูปที่ 4.10. การออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะที่สุดโดยการสังเคราะห์มิวจะไม่มีวิธีตรงในการหาตัวควบคุม. อย่างไรก็ตามสำหรับความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้างและเป็นค่าเชิงซ้อน เราสามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมได้จากการวนรอบดีเค (DK iteration). การวนรอบดีเคเป็นการรวมระหว่างการ

การสังเคราะห์เอชอินฟินิตี้ ($\mathcal{H}_\infty$ synthesis) และการวิเคราะห์มิว (μ analysis) เพื่อให้นอร์มอนันต์ของ $DN(K)D^{-1}$ มีค่าต่ำสุด.

$$\min_K(\min_{D\in\mathcal{D}} \|DN(K)D^{-1}\|_\infty) \tag{4.45}$$

ระหว่างการหาค่าต่ำสุดของ $\|DN(K)D^{-1}\|_\infty$ จะมีตัวแปรในการหาค่าต่ำสุดคือ $K(s)$ และ $D(s)$ ดังนั้นในการวนรอบเพื่อหาค่าต่ำสุดของตัวแปรใดจะมีการคงค่าของอีกตัวแปรหนึ่งไว้. การวนรอบดีเคมีขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นตอน K (K-step)** ในขั้นตอนนี้กำหนดเมทริกซ์ปรับมาตราส่วน $D(s)$ มีค่าคงที่. สำหรับการวนซ้ำรอบแรกจะเลือกค่าเริ่มต้นของ $D(s)$ ให้เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนแบบแยกเศษส่วนได้ที่มีเสถียรภาพ (stable rational transfer matrix) ในทางปฏิบัติกำหนดให้เริ่มต้น D เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์. จากนั้นใช้การสังเคราะห์เอชอินฟินิตี้เพื่อออกแบบตัวควบคุม $K(s)$ ที่ทำให้นอร์มอนันต์ของ $DN(K)D^{-1}$ มีค่าต่ำสุด

$$\min_K \|DN(K)D^{-1}\|_\infty \tag{4.46}$$

2. **ขั้นตอน D (D-step)** ในขั้นตอนนี้กำหนดตัวควบคุม $K(s)$ ที่ได้จากขั้นตอนเคให้มีค่าคงที่. เราใช้แนวคิดการวิเคราะห์มิวสำหรับวิเคราะห์ค่าขอบบนค่ามิวของฟังก์ชันถ่ายโอน N ในรูปของค่าเอกฐานปรับค่า (scaled singular value) ตามอสมการ

$$\mu_\Delta(N) \le \min_{D\in\mathcal{D}} \overline{\sigma}(DND^{-1}) \tag{4.47}$$

คำนวณเมทริกซ์ปรับมาตราส่วน $D(j\omega)$ ที่ทำให้ $\overline{\sigma}(DND^{-1}(j\omega))$ มีค่าต่ำสุดในทุกความถี่. จากนั้นใช้การจัดเส้นโค้ง (cruve fitting) ในแต่ละส่วนของ $D(j\omega)$ เพื่อคำนวณฟังก์ชันถ่ายโอนแบบแยกเศษส่วนได้ที่มีเสถียรภาพและมีเฟสต่ำสุด $D(s)$. โดยเมทริกซ์ปรับมาตราส่วนใหม่ใช้สำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ในรอบต่อไป.

การวนรอบดีเคจะหยุดเมื่อขอบเขตค่ามิวในแต่ละรอบมีขนาดใกล้เคียงกันหรือจนกว่า $\mu_\Delta(N)$ มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง. การสังเคราะห์มิวด้วยการวนรอบดีเคจะทำให้อันดับของตัวควบคุมมีค่าเท่ากับอันดับของระบบบวกด้วยอันดับของฟังก์ชันน้ำหนัก และบวกกับสองเท่าของอันดับของเมทริกซ์ปรับมาตราส่วน ตัวควบคุมมิวจึงมีอันดับสูงกว่าตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้. ดังนั้นข้อเสียของวิธีการสังเคราะห์มิวคือ ตัวควบคุมที่ออกแบบได้มีอันดับสูง. รายละเอียดเพิ่มเติมสำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการสังเคราะห์มิว อ่านเพิ่มเติมได้ใน [15].

ในวิทยานิพนธ์นี้เราใช้การสังเคราะห์มิวในส่วนการออกแบบคงทนของการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม. ขั้นตอนการออกแบบเริ่มจากคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ สำหรับแบบจำลองที่จุดทำงาน p_0 ตามขั้นตอนการคำนวณ $W_i(s,p_0)$ ใน §3.2. สุดท้ายได้ฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรและมีเฟสต่ำสุด. ขั้นต่อไปเราเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะเพื่อกำหนดสมรรถนะของระบบ. นั่นคือเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะสัญญาณรบกวน $W_p(s)$ สำหรับสมรรถนะที่ระบุการลดทอนสัญญาณรบกวน และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่

นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ สำหรับสมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตที่จำกัด และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. จากนั้นเราจะสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว นั่นคือใช้การวนรอบดีเค (DK iteration) เพื่อคำนวณตัวควบคุม $K(s)$ ที่สอดคล้องกับข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวนในอสมการ (4.22)

$$\text{RP1} \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1$$

และสอดคล้องกับข้อกำหนดสัญญาณควบคุมในอสมการ (4.32)

$$\text{RP2} \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_u(s)K(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \le 1$$

พร้อมทั้งคำนวณดัชนีสมรรถนะ γ ซึ่งพิจารณาเป็นอัตราขยายจากสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ หรืออีกนัยหนึ่งเป็นนอร์มอนันต์ของ $W_p(s)S(s,p)$

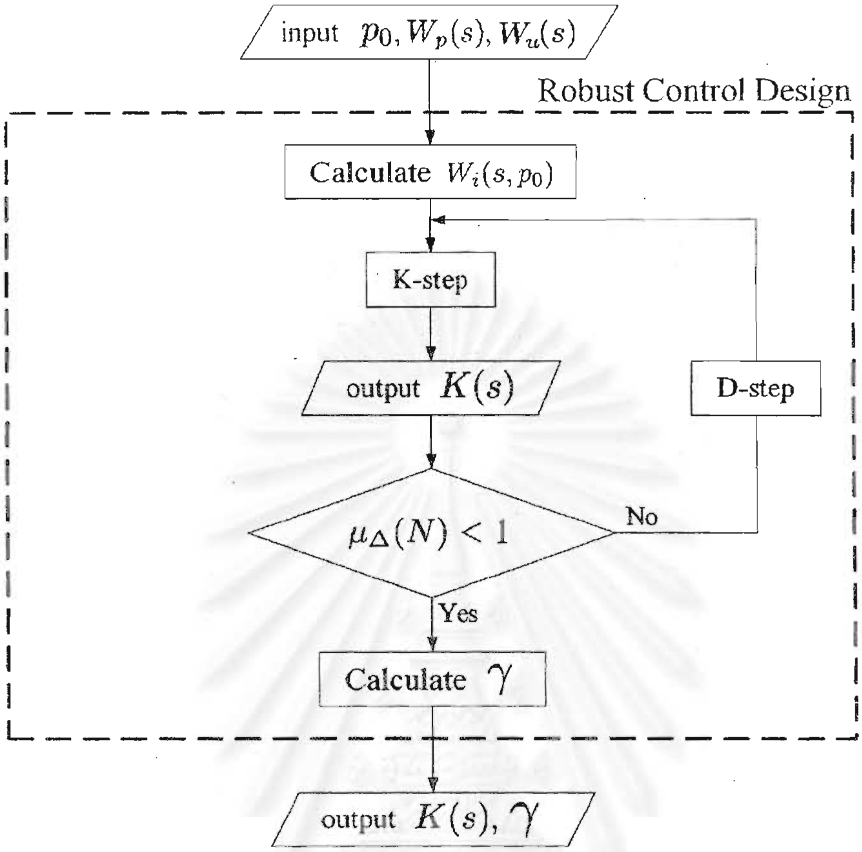
$$\gamma \quad = \quad \sup_{\Delta_i} \|W_p(s)S(s,p)\|_\infty \tag{4.48}$$

เมื่อ $S(s,p)$ เป็นฟังก์ชันความไวที่มีจุดทำงานเป็น p ใด.

$$S(s,p) = \frac{1}{1 + K(s)G(s,p_0)(1 + \Delta_i W_i(s,p_0))}$$

สรุปขั้นตอนการออกแบบคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิว แสดงเป็นแผนภูมิดังรูปที่ 4.11

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.11: การออกแบบคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิว

4.4 บทสรุป

บทนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์และสังเคราะห์ระบบคงทน. ในส่วนการวิเคราะห์ระบบคงทน เราวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทน โดยใช้แนวคิดในการจัดโครงสร้างระบบควบคุม. ปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพคงทนคือ การรักษาเสถียรภาพของระบบ เมื่อมีความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตจำกัด. ส่วนปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะคงทนคือ การทำให้ระบบมีเสถียรภาพ และมีสมรรถนะตามที่ระบุแม้มีความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตจำกัด. ในวิทยานิพนธ์นี้ปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะคงทนแบ่งได้เป็น สมรรถนะสัญญาณรบกวนเพื่อลดทอนผลของสัญญาณรบกวน และสมรรถนะสัญญาณควบคุมเพื่อจำกัดค่ายอดของสัญญาณควบคุม.. จากปัญหาการวิเคราะห์สมรรถนะคงทน เราจะได้ข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวนและข้อกำหนดสัญญาณควบคุม ซึ่งข้อกำหนดนี้ใช้สำหรับสังเคราะห์ระบบคงทน. ในส่วนการสังเคราะห์ระบบคงทน เราออกแบบตัวควบคุมคงทนรวมเข้ากับโครงสร้างระบบที่พิจารณา เพื่อให้ระบบสอดคล้องกับข้อกำหนดของการออกแบบ. วิธีการออกแบบตัวควบคุมคงทนที่ศึกษา ได้แก่ วิธีการจัดสัณฐานวงรอบ วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ และวิธีการสังเคราะห์มิว. การสังเคราะห์ระบบคงทนจะประยุกต์ใช้กับการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมในบทต่อไป.

บทที่ 5

การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม

ในบทนี้จะใช้การสังเคราะห์ตัวควบคุมในบทที่แล้ว สำหรับการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม. การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคือ การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมและออกแบบตัวควบคุมคงทนไปพร้อมๆ กัน. เนื้อหาในบทนี้ประกอบด้วย §5.1 นำเสนอหลักการและขั้นตอนการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมซึ่งประกอบไปด้วย 2 ขั้นตอนคือ การออกแบบตัวควบคุมคงทน และการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมโดยการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด. จากนั้น §5.2 นำเสนอกผลลัพธ์ของการออกแบบ นั่นคือใช้วิธีการสังเคราะห์มิวสำหรับออกแบบตัวควบคุมในส่วนของการออกแบบคงทน. §5.3 นำเสนอผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งวิเคราะห์ผลการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมเปรียบเทียบกับการออกแบบที่ไม่ได้คำนึงถึงความเหมาะสมของแบบจำลอง. และ §5.4 เป็นบทสรุป.

5.1 หลักการและขั้นตอนการออกแบบ

เพื่อให้เข้าใจภาพรวมของการออกแบบตัวควบคุม ขอยกตัวอย่างขั้นตอนการออกแบบในงานวิจัยที่ผ่านมาสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว [3, 4]

1. ศึกษาแบบจำลองของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เพื่อพิจารณาขอบเขตความไม่แน่นอนและเลือกฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s, p_0)$.
2. กำหนดสมรรถนะที่ระบุพร้อมทั้งเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ ให้สอดคล้องกับสมรรถนะที่กำหนดไว้.
3. ออกแบบตัวควบคุมคงทน โดยในงานวิจัย [3] ออกแบบโดยวิธีการจัดสัณฐานวงรอบ ส่วนงานวิจัย [4] ออกแบบโดยวิธีการสังเคราะห์มิว.

ในวิทยานิพนธ์นี้มีขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมคล้ายกับ 2 งานวิจัยที่ผ่านมา แต่เราจะเพิ่มเงื่อนไขการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม $G(s, p_0)$ เข้าไปในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมคงทน จึงเรียกการออกแบบนี้ว่า การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม.

การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม แยกการออกแบบเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. การออกแบบคงทน (Robust Control Design) ในส่วนนี้ประกอบด้วยการออกแบบตัวควบคุมคงทน จากนั้นจึงคำนวณดัชนีสมรรถนะ γ ซึ่งเป็นดัชนีชี้วัดความเหมาะสมของแบบจำลอง.

2. การคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด ในส่วนนี้จะคำนวณค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ γ โดยประยุกต์ใช้การวนซ้ำจากทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก.

ในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะรายละเอียดในส่วนการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด โดยการออกแบบคงทนได้กล่าวไว้แล้วใน §4.3.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว. เพื่อความสะดวกในการอธิบายขั้นตอนการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เราจะเขียนตัวแปรที่เกี่ยวข้องสำหรับการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดในรูปแบบตัวแปรโปรแกรมคอมพิวเตอร์. การคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำ โดยพารามิเตอร์มีความหมายดังนี้

p_ini	คือ	จุดทำงานเริ่มต้น ประกอบด้วยพารามิเตอร์ของแบบจำลอง p_m และ m_t นั่นคือ p_ini = $\begin{bmatrix} p_m & m_t \end{bmatrix}$
p_0	คือ	จุดค้นหาเริ่มต้นสำหรับการการวนซ้ำ มีพารามิเตอร์แบบเดียวกับ p_ini
n_p	คือ	จำนวนพารามิเตอร์ใน p_0 ในวิทยานิพนธ์นี้ n_p = 2
gam_1, gam_2	คือ	ตัวแปรเก็บค่าดัชนีสมรรถนะสำหรับเปรียบเทียบหาค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด
i	คือ	ทิศทางค้นหาที่ i เมื่อ 0 ≤ i ≤ n_p
j	คือ	การวนซ้ำรอบที่ j
tol_gam	คือ	เงื่อนไขการหยุดคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด
Si_j	คือ	ทิศทางค้นหาสำหรับทิศทางที่ i และการวนซ้ำรอบที่ j
lam_1, lam_2	คือ	ช่วงก้าวของทิศทางค้นหาในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
n_s1, n_s2	คือ	จำนวนครั้งที่ค้นหาสำเร็จในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
n_f1, n_f2	คือ	จำนวนครั้งที่ค้นหาล้มเหลวในทิศทางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
al	คือ	ตัวคูณของช่วงก้าว สำหรับทิศทางค้นหาที่สำเร็จ
be	คือ	ตัวคูณของช่วงก้าว สำหรับทิศทางค้นหาที่ล้มเหลว

2. เลือกจุดทำงานเริ่มต้น p_ini พร้อมทั้งออกแบบตัวควบคุมคงทนและคำนวณดัชนีสมรรถนะเริ่มต้น gam_ini. จากนั้นเราเก็บค่าตัวแปรสำหรับการวนซ้ำในขั้นตอนถัดไป โดยเก็บค่าจุดทำงานเริ่มต้น p_ini ไว้ใน p_0

$$\text{p_0} \leftarrow \text{p_ini}$$

และเก็บค่าดัชนีสมรรถนะเริ่มต้น gam_ini ไว้ใน gam_1

$$\text{gam_1} \leftarrow \text{gam_ini}$$

3. สำหรับทิศทางค้นหาที่ i ในการวนซ้ำรอบที่ j คำนวณจุดค้นหาถัดไป p_i ตามสมการ

$$\text{p_i} = \text{p_0} + \text{lam_i} * \text{Si_j} \tag{5.1}$$

จากนั้นใช้การออกแบบคงทนคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะสำหรับจุดค้นหา p_i พร้อมทั้งเก็บค่าดัชนีสมรรถนะไว้ในตัวแปร gam_2.

4. ขั้นตอนนี้แสดงการเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะเพื่อหาค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด โดยเปรียบเทียบค่า gam_2 ที่คำนวณได้จากจุดค้นหา p_i ในสมการ (5.1), กับ gam_1 ที่คำนวณได้จากจุดค้นหา p_0.

    (a) ถ้า gam_2 < gam_1 จะเรียกจุดค้นหา p_i ว่าเป็นจุดค้นหาที่สำเร็จ พร้อมทั้งเปลี่ยนพารามิเตอร์ในทิศทางค้นหาที่ i ดังนี้

$$\text{lam_i} \leftarrow \text{al} * \text{lam_i}$$

$$\text{n_si} \leftarrow \text{n_si} + 1$$

    นอกจากนี้ ในขั้นตอนย่อยนี้เรายังพิจารณาเงื่อนไขการหยุดคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด โดยเปรียบเทียบผลต่างระหว่างดัชนีสมรรถนะ gam_2 และ gam_1 ดังนี้

        i. ถ้า gam_2 − gam_1 < tol_gam แสดงว่า gam_2 มีค่าต่ำกว่า gam_1 และผลต่างของดัชนีสมรรถนะระหว่าง gam_2 กับ gam_1 มีค่าน้อยกว่า tol_gam. เราจึงหยุดการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดพร้อมทั้งกำหนดพารามิเตอร์สุดท้ายเป็น

$$\text{p_fin} \leftarrow \text{p_i}$$

$$\text{gam_fin} \leftarrow \text{gam_2}$$

        ii. ถ้า gam_2 − gam_1 ≥ tol_gam แสดงว่าผลต่างของดัชนีสมรรถนะระหว่าง gam_2 กับ gam_1 มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ tol_gam. เราจึงไม่หยุดการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด. อย่างไรก็ตามในขั้นตอนย่อยนี้ p_i ยังคงเป็นจุดค้นหาที่สำเร็จ นั่นคือ gam_2 มีค่าน้อยกว่า gam_1. ดังนั้นเราต้องปรับปรุงจุดค้นหา p_0 และดัชนีสมรรถนะ gam_1 สำหรับการคำนวณในขั้นถัดไป

$$\text{p_0} \leftarrow \text{p_i}$$

$$\text{gam_1} \leftarrow \text{gam_2}$$

    (b) ถ้า gam_2 ≥ gam_1 จะเรียกจุดค้นหา p_i ว่าเป็นจุดค้นหาที่ล้มเหลว และเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ในทิศทางค้นหาที่ i ดังนี้

$$\text{lam_i} \leftarrow \text{be} * \text{lam_i}$$

$$\text{n_fi} \leftarrow \text{n_fi} + 1$$

5. ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบว่าเราคำนวณจุดค้นหาครบทั้ง n_p ทิศทางค้นหาหรือไม่ โดยเปรียบเทียบค่าระหว่าง i กับ n_p

    (a) ถ้า i < n_p แสดงว่าเราคำนวณไม่ครบ n_p ทิศทางค้นหา เราจึงคำนวณทิศทางค้นหาถัดไปโดยปรับปรุงทิศทางค้นหา i

$$\text{i} \leftarrow \text{i} + 1$$

    และคำนวณทิศทางค้นหาที่ i โดยทำซ้ำตั้งแต่ขั้นที่ 3 ถึงขั้นที่ 5.

(b) ถ้า $\mathtt{i} \geq \mathtt{n_p}$ แสดงว่าเราคำนวณครบทั้ง n_p ทิศทางค้นหา จากนั้นคำนวณต่อไปในขั้นที่ 6.

6. เมื่อคำนวณครบทั้ง n_p ทิศทางค้นหา เราพิจารณาเงื่อนไขสำหรับหยุดการวนซ้ำรอบที่ j ตามเงื่อนไข

$$(\mathtt{n_s1} > 0) \land (\mathtt{n_s2} > 0) \land (\mathtt{n_f1} > 0) \land (\mathtt{n_f2} > 0)$$

(a) ถ้า *เป็นจริง* แสดงว่าทุกทิศทางค้นหาที่ i เมื่อ $0 \leq \mathtt{i} \leq \mathtt{n_p}$ จะมีจุดค้นหาที่สำเร็จอย่างน้อย 1 จุด และมีจุดค้นหาที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่ง 1 จุด. เราจึงนำทิศทางค้นหาชุดเดิมมาคำนวณทิศทางค้นหาชุดใหม่ โดยใช้การคำนวณตั้งฉากแบบแกรม-ชมิดท์ (Gram-schmidt orthogonalization) จากนั้นวนซ้ำรอบต่อไปตั้งแต่ขั้นที่ 3 ถึงขั้นที่ 6.

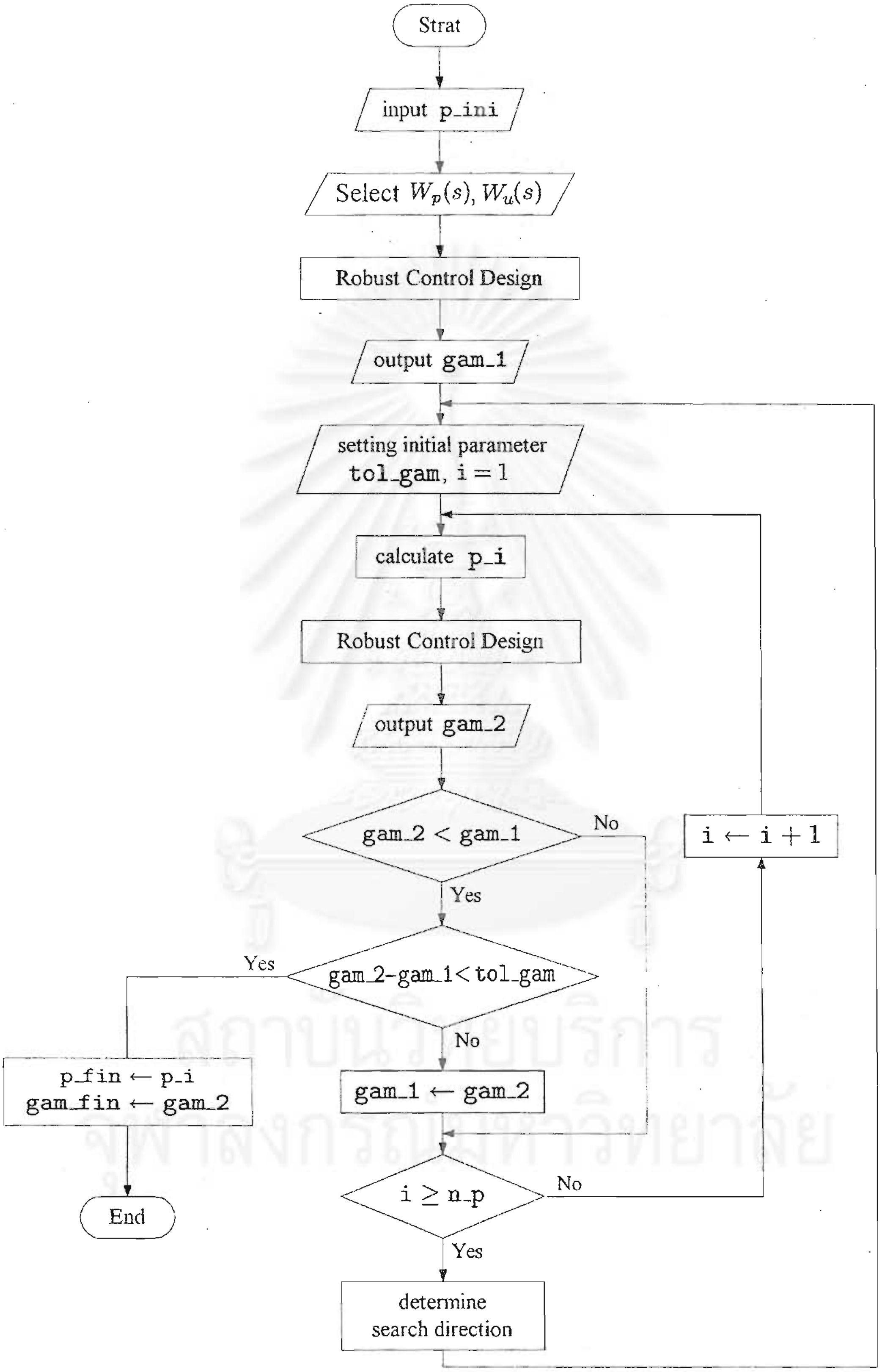
(b) ถ้า *เป็นเท็จ* แสดงว่าทิศทางค้นหาเดิมยังคงใช้ได้ เราจะคำนวณซ้ำในทิศทางค้นหาที่ 1 โดยกำหนด

$$\mathtt{i} = 1$$

และคำนวณในทิศทางค้นหาที่ i ต่อไปตามขั้นตอนตั้งแต่ขั้นที่ 3 ถึงขั้นที่ 6

สรุปขั้นตอนการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดแสดงเป็นแผนภูมิได้ดังรูปที่ 5.1. กล่าวโดยสรุป การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมเริ่มจากกำหนดพารามิเตอร์ของระบบเริ่มต้น p_ini และใช้การควบคุมคงทนเพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะ gam_ini. จากนั้นคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยประยุกต์การวนซ้ำด้วยทิศทางค้นหาจากแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก. ผลลัพธ์สุดท้ายเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมซึ่งมีจุดทำงานเป็น p_fin และมีตัวชี้วัดความเหมาะสมของแบบจำลองเป็นดัชนีสมรรถนะต่ำสุด gam_fin

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.1: ขั้นตอนการคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด

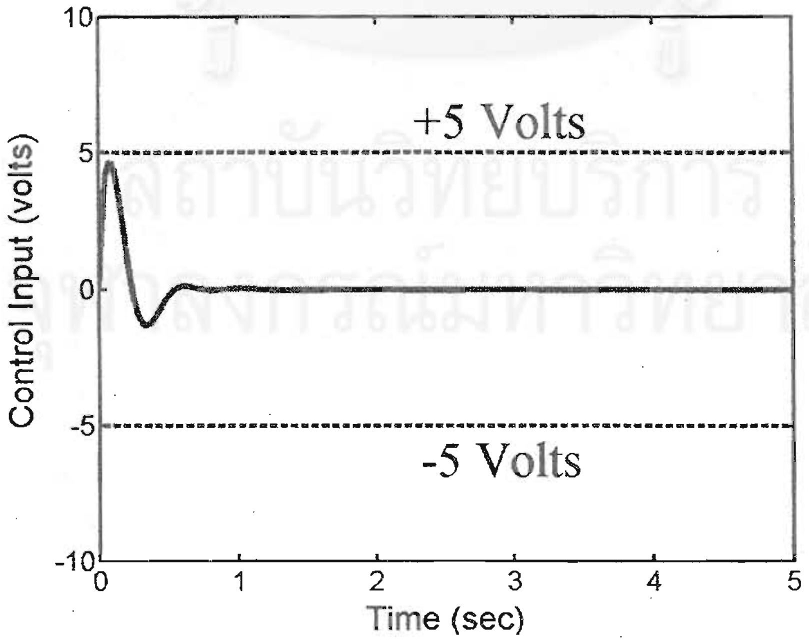
5.2 ผลลัพธ์ของการออกแบบ

ในหัวข้อนี้เราออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว ในส่วนการออกแบบคงทนของการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม รวมทั้งประยุกต์ใช้การหมุนแกนพิกัดของโรเซนบรอกสำหรับค้นหาจุดทำงาน p_0 ที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ γ ต่ำสุด.

การสังเคราะห์มิวสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว มีขั้นตอนการออกแบบตามที่ได้กล่าวไว้ใน §4.3.3. เริ่มจากคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ สำหรับแบบจำลองที่จุดทำงาน p_0 ตามขั้นตอนการเลือก $W_i(s,p_0)$ ใน §3.2, ได้ฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรและมีเฟสต่ำสุด. จากนั้นเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะเพื่อกำหนดสมรรถนะของระบบ นั่นคือสมรรถนะสัญญาณรบกวนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม. สมรรถนะสัญญาณรบกวนคือ สมรรถนะที่ระบุการลดทอนสัญญาณรบกวน และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. ในวิทยานิพนธ์นี้เราใช้ฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะสัญญาณรบกวน $W_p(s)$ ที่รวมเงื่อนไขเชิงเวลาสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวจากงานวิจัยของ Khow [4]

$$W_p(s) = \frac{0.1635(s+23)}{(s+0.00235)(s+1.6)} \tag{5.2}$$

ส่วนสมรรถนะสัญญาณควบคุมคือ สมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตที่จำกัด และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด. สำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว เราพิจารณาสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีขนาด 50 องศา และขนาดสัญญาณควบคุมถูกจำกัดไว้ที่ 5 โวลต์ แสดงดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2: การจำกัดขนาดสัญญาณควบคุม

ฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ เลือกตามงานวิจัยของ Khow [4] มีค่าเป็น

$$W_u(s) = \frac{1}{5} \times (\frac{50}{180} \times \pi) = 0.1745 \tag{5.3}$$

ต่อจากนั้นเราจะสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยใช้วิธีการสังเคราะห์มิว นั่นคือใช้การวนรอบ DK (DK iteration) เพื่อคำนวณตัวควบคุม $K(s)$ ที่สอดคล้องกับข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวนในอสมการ (4.22)

$$\text{RP1} \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \leq 1$$

และสอดคล้องกับข้อกำหนดสัญญาณควบคุมในอสมการ (4.32)

$$\text{RP2} \Leftrightarrow \quad \| |W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_u(s)K(s)S(s,p_0)| \|_\infty < 1, \quad \forall s, \forall \Delta, \|\Delta\|_\infty \leq 1$$

พร้อมทั้งคำนวณดัชนีสมรรถนะ γ ซึ่งพิจารณาเป็นอัตราขยายจากสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ หรืออีกนัยหนึ่งเป็นนอร์มอนันต์ของ $W_p(s)S(s,p)$

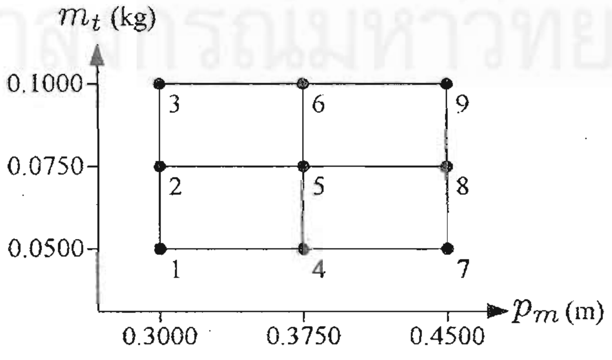
$$\gamma \;=\; \sup_{\Delta_i} \|W_p(s)S(s,p)\|_\infty \tag{5.4}$$

เมื่อ $S(s,p)$ เป็นฟังก์ชันความไวที่มีจุดทำงานเป็น p ใด.

$$S(s,p) = \frac{1}{1 + K(s)G(s,p_0)(1 + \Delta_i W_i(s,p_0))}$$

จากนั้นจึงประยุกต์การวนซ้ำโดยใช้ทิศทางค้นหาของของโรเซนบรอกเพื่อคำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดตามที่ได้กล่าวไว้ใน §5.1.

เนื่องจากการวนซ้ำโดยใช้ทิศทางค้นหาของของโรเซนบรอกให้ผลเฉลยเฉพาะที่ เราจึงเลือกจุดเริ่มต้นของการหาค่าต่ำสุด p_{ini} หลายๆ จุด เพื่อวิเคราะห์ผลเฉลยจากจุดเริ่มต้น p_{ini} ที่ต่างกัน. ในที่นี้เลือกพิจารณาจุดเริ่มต้น p_{ini} ออกเป็น 9 กรณี แสดงดังรูปที่ 5.3 โดยมีเงื่อนไขว่าทุกจุดเริ่มต้น p_{ini} ต้องอยู่ภายในขอบเขตพารามิเตอร์ของระบบสมการ (3.2).



รูปที่ 5.3: พารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้น p_{ini} 9 กรณี

จากการสังเกต $S_i^{(j)}$ ซึ่งเป็นทิศทางค้นหาในทิศทางที่ i สำหรับการวนซ้ำรอบที่ j, ปรากฏว่า $S_i^{(j)}$ ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจเลือกของผู้ออกแบบและเปลี่ยนแปลงตามจุดเริ่มต้น p_{ini} ที่เปลี่ยนไป. เราจึงต้องเลือกทิศทางการค้นหาเริ่มต้น $S_i^{(j)}$ ทิศทางใหม่สำหรับพารามิเตอร์ของระบบเริ่มต้น p_{ini} ทั้ง 9 กรณี. หัวข้อย่อยถัดไปเป็นรายละเอียดการออกแบบตัวควบคุม สำหรับ p_{ini} ทั้ง 9 กรณี

5.2.1 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 1

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.3000 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.61085.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \ S_2^{(1)} = 0.01\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

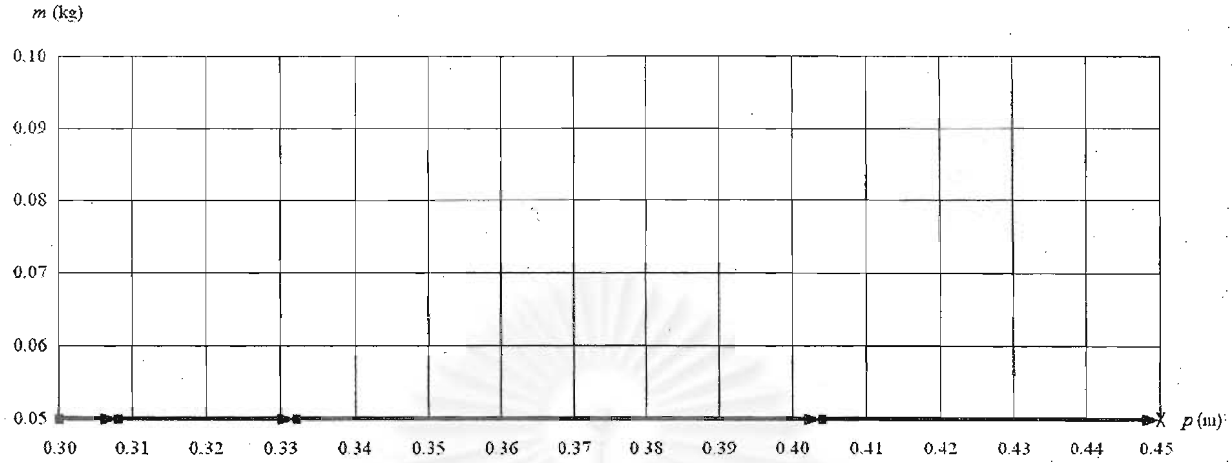
$$\texttt{lam_1} = 0.8,\ \texttt{lam_2} = 0.8, 2,\ \texttt{al} = 3,\ \texttt{be} = -0.5,\ \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1: ผลการคำนวณ γ สำหรับ p_{ini} = [0.3000 0.0500] เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3080 0.0500]	S	0.60520	0.00565	[0.3080 0.0580]	F	0.64068	-
2	[0.3320 0.0500]	S	0.60423	0.00097	[0.3320 0.0500]	F	0.60527	-
3	[0.4040 0.0500]	S	0.60192	0.00231	[0.4040 0.0520]	F	0.62267	-
4	[0.4500 0.0500]	S	0.59265	0.00927	[0.4500 0.0500]	S	0.59264	0.00001

จากตารางที่ 5.1 เมื่อมีจุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทาง $S_1^{(1)}$, และมีจุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทาง S_2^1 จะสิ้นสุดการวนรอบครั้งที่ 1. เราสังเกตผลการคำนวณที่จุดค้นหาซึ่งเป็นเป็นสำเร็จจุดสุดท้าย $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.0500 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$ มีผลต่างดัชนีสมรรถนะ $\Delta\gamma = 0.00001$ ซึ่ง $\Delta\gamma < \texttt{tol_gam}$. ที่จุดค้นหานี้มีผลต่างดัชนีสมรรถนะอยู่ในขอบเขตความผิดพลาดที่ยอมรับได้ จึงหยุดการคำนวณ. ได้ดัชนีสมรรถนะต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.59264$ ที่พารามิเตอร์สุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.0500 \end{bmatrix}$. สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0500]$

5.2.2 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 2

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.3000 & 0.0750 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.62095.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix}, \; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}$$

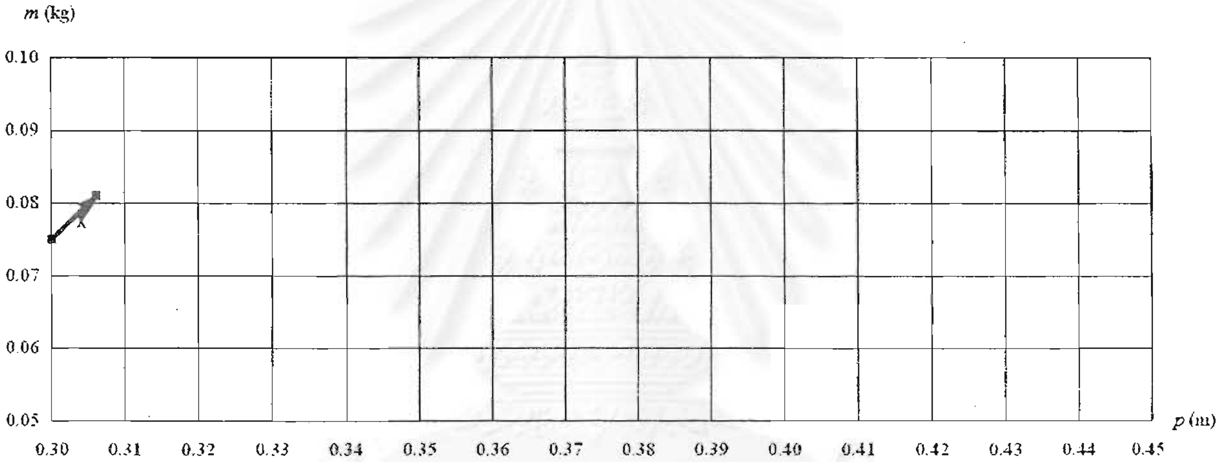
$$\texttt{lam_1} = 0.8, \; \texttt{lam_2} = 0.8, \; \texttt{al} = 3, \; \texttt{be} = -0.5, \; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 ดังตารางที่ 5.2

จากตารางที่ 5.2 เราสังเกตผลการคำนวณจุดค้นหาสุดท้ายในการวนซ้ำรอบที่ 1 ได้แก่ จุดค้นหา $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3036 & 0.0784 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$, เทียบกับผลการคำนวณจุดค้นหาซึ่งเป็นจุดสำเร็จจุดสุดท้าย ได้แก่ จุดค้นหา $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3035 & 0.0785 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_1^{(1)}$. ปรากฏว่าจุดค้นหา p_0 ทั้งสองใกล้เคียงกัน นั่นคือเราไม่สามารถทำการวนซ้ำต่อไปจากจุดค้นหาสุดท้าย จึงหยุดการวนซ้ำ. ได้ดัชนีสมรรถนะต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.57866$ ที่พารามิเตอร์สุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3035 & 0.0785 \end{bmatrix}$. สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.5

ตารางที่ 5.2: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3057 0.0807]	S	0.58633	0.00565	[0.3113 0.0750]	F	0.63003	-
2	[0.3226 0.0976]	F	0.62615	-	[0.3028 0.0835]	F	0.60237	-
3	[0.3000 0.0722]	F	0.58809	-	[0.3071 0.0792]	F	0.67098	-
4	[0.3099 0.0849]	F	0.59300	-	[0.3049 0.0814]	F	0.59937	-
5	[0.3035 0.0785]	S	0.57866	0.00927	[0.3039 0.0782]	F	0.60788	-
6	[0.3000 0.0722]	F	0.58800	-	[0.3034 0.0787]	F	0.60717	-
7	[0.3067 0.0817]	F	0.60705	-	[0.3036 0.0784]	F	0.63995	-



รูปที่ 5.5: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.0750]$

5.2.3 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 3

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.3000 & 0.1000 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.64119.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \;\; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\texttt{lam_1} = 0.8, \;\; \texttt{lam_2} = 0.8, \;\; \texttt{al} = 3, \;\; \texttt{be} = -0.5, \;\; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000\ \ 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3080 0.1000]	S	0.63350	0.00769	[0.3080 0.0920]	F	0.63655	-
2	[0.3320 0.1000]	S	0.58739	0.04611	[0.3320 0.1000]	F	0.58746	-
3	[0.4040 0.1000]	F	0.71449	-	[0.3320 0.0980]	F	0.65823	-
4	[0.3000 0.1000]	F	0.65823	-	[0.3320 0.1000]	F	0.58740	-
5	[0.3500 0.1000]	F	0.63236	-	[0.3320 0.0995]	S	0.57383	0.01356

จากตารางที่ 5.3 เมื่อมีจุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทาง S_1^1, และมีจุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทาง S_2^1 จะสิ้นสุดการวนรอบครั้งที่ 1. เราสังเกตผลการคำนวณที่จุดค้นหาซึ่งเป็นเป็นสำเร็จจุดสุดท้าย $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0995 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$ มีผลต่างดัชนีสมรรถนะ $\Delta\gamma = 0.01356$ ซึ่ง $\Delta\gamma >$ `tol_gam`. ที่จุดค้นหานี้มีผลต่างดัชนีสมรรถนะมากกว่าขอบเขตความผิดพลาดที่ยอมรับได้ จึงยังไม่หยุดการคำนวณ. เริ่มการวนรอบครั้งที่ 2 จากการคำนวณทิศทางค้นหาใหม่ในแต่ละทิศทาง ได้ทิศทางค้นหา $S_1^{(2)}$ และ $S_2^{(2)}$ ตามสมการ

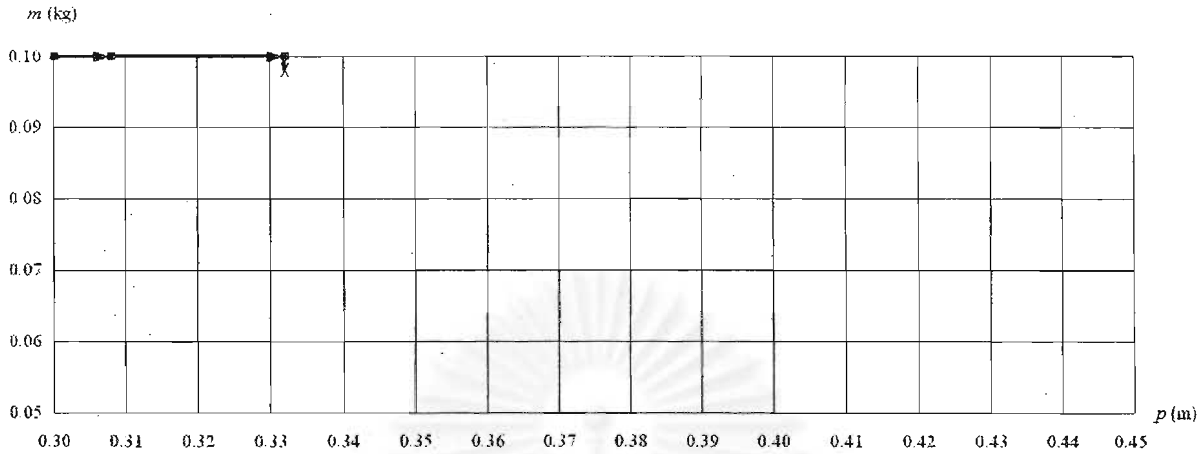
$$S_1^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.9999 & -0.0156 \end{bmatrix}, \quad S_2^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} -0.0156 & -0.9999 \end{bmatrix}$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 2 ดังตารางที่ 5.4.

ตารางที่ 5.4: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3000\ \ 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(2)}$				ทิศทาง $S_2^{(2)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3400 0.0994]	F	0.58057	-	[0.3319 0.0915]	F	0.57578	-
2	[0.3280 0.0996]	F	0.58405	-	[0.3321 0.1000]	F	0.58144	-
3	[0.3340 0.0995]	F	0.58727	-	[0.3320 0.0975]	F	0.57942	-
4	[0.3310 0.0995]	F	0.59774	-	[0.3320 0.1000]	F	0.57437	-
5	[0.3325 0.0995]	F	0.58236	-	[0.3320 0.0990]	S	0.56914	0.00469
6	[0.3317 0.0990]	F	0.59640	-	[0.3320 0.0975]	F	0.57917	-
7	[0.3321 0.0990]	F	0.57295	-	[0.3320 0.0997]	F	0.57461	-

จากตารางที่ 5.4 เราสังเกตผลการคำนวณจุดค้นหาสุดท้ายในการวนซ้ำรอบที่ 2 ได้แก่ จุดค้นหา $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0997 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(2)}$, เทียบกับผลการคำนวณจุดค้นหาซึ่งเป็นจุดสำเร็จจุดสุดท้าย ได้แก่ จุดค้นหา $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0990 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(2)}$. ปรากฏว่าจุดค้นหา p_0 ทั้งสองใกล้เคียงกัน นั่นคือเราไม่สามารถทำการวนซ้ำต่อไปจากจุดค้นหาสุดท้าย จึงหยุดการวนซ้ำ. ได้ดัชนีสมรรถนะต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.56914$ ที่พารามิเตอร์สุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0990 \end{bmatrix}$. สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3000 \;\; 0.1000]$

5.2.4 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 4

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \left[\begin{array}{cc} 0.3750 & 0.0500 \end{array} \right]$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.62457.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \left[\begin{array}{cc} 0.7071 & 0.7071 \end{array} \right], \;\; S_2^{(1)} = 0.01 \left[\begin{array}{cc} -0.7071 & 0.7071 \end{array} \right]$$

$$\texttt{lam_1} = 0.8, \;\; \texttt{lam_2} = 0.8, \;\; \texttt{al} = 3, \;\; \texttt{be} = -0.5, \;\; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3807 0.0557]	S	0.59683	0.02774	[0.3750 0.0613]	S	0.58094	0.01589
2	[0.3920 0.0783]	F	0.60179	-	[0.3580 0.0783]	F	0.58494	-

เมื่อได้จุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทางที่ 1 และทิศทางที่ 2 จะสิ้นสุดการวนรอบครั้งที่ 1 เริ่มการวนรอบครั้งที่ 2 จากการคำนวณทิศทางค้นหาใหม่ในแต่ละทิศทาง $S_1^{(2)}$ และ $S_2^{(2)}$ จาก

กระบวนการแกรม-ชมิดท์ (Gram-schmidt orthogonalization) ได้ทิศทางค้นหา ดังนี้

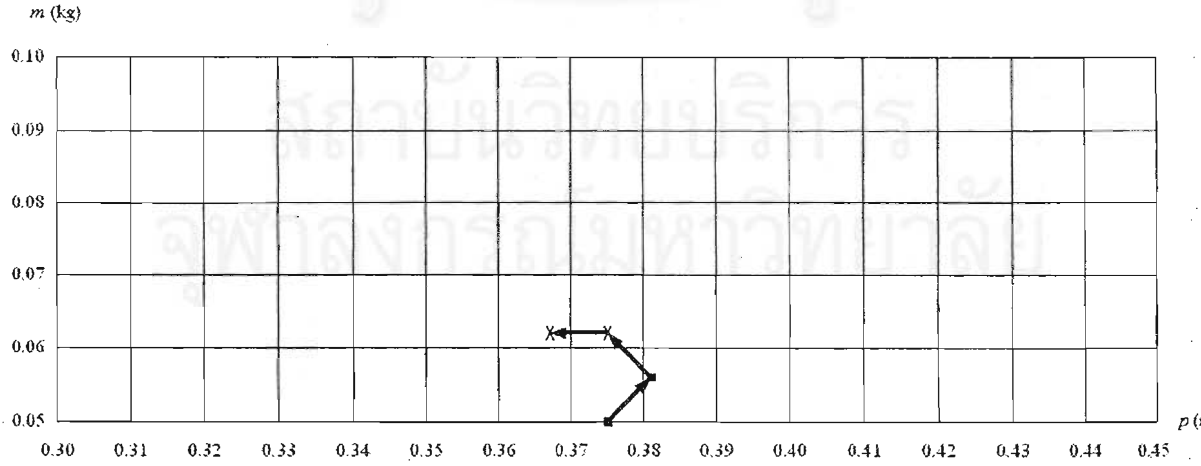
$$S_1^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S_2^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}$$

และได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 2 ดังตารางที่ 5.6

ตารางที่ 5.6: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(2)}$				ทิศทาง $S_2^{(2)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3750 0.0693]	F	0.60094	-	[0.3670 0.0613]	S	0.57585	0.00509
2	[0.3670 0.0573]	F	0.58675	-	[0.3430 0.0613]	F	0.63632	-
3	[0.3670 0.0633]	F	0.58860	-	[0.3790 0.0613]	F	0.59422	-
4	[0.3670 0.0603]	F	0.58285	-	[0.3610 0.0613]	F	0.79510	-
5	[0.3670 0.0618]	F	0.58516	-	[0.3700 0.0613]	F	0.61931	-
6	[0.3670 0.0611]	F	0.58700	-	[0.3655 0.0613]	F	0.61059	-
7	[0.3670 0.0614]	F	0.58268	-	[0.3677 0.0613]	F	0.58795	-

จากการวนซ้ำรอบที่ 2 เรากำหนดการคำนวณย่อยในแต่ละทิศทางไว้ที่ 7 ครั้ง ซึ่งในทิศทางค้นหา $S_1^{(2)}$ ไม่มีจุดสำเร็จเลยแม้ว่าคำนวณครบ 7 ครั้งแล้วก็ตาม เราจึงไม่สามารถใช้กระบวนการแกรม-ชมิดท์ (Gram-schmidt orthogonalization) เพื่อคำนวณหาทิศทางค้นหาสำหรับกระบวนการต่อไปได้ จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.57585$ ที่จุดสำเร็จจุดสุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3670 & 0.0613 \end{bmatrix}$. สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.7



รูปที่ 5.7: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0500]$

5.2.5 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 5

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.3750 & 0.0750 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.58740.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix}, \; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}$$

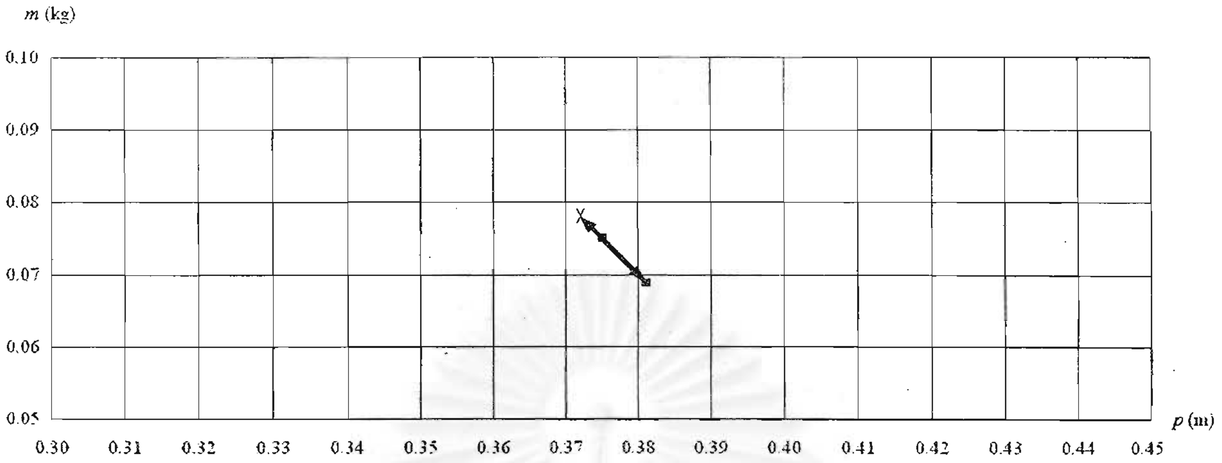
$$\texttt{lam_1} = 0.8, \; \texttt{lam_2} = 0.8, \; \texttt{al} = 3, \; \texttt{be} = -0.5, \; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.7

ตารางที่ 5.7: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3807 0.0807]	F	0.60921	-	[0.3807 0.0693]	S	0.58303	0.00437
2	[0.3778 0.0665]	F	0.58492	-	[0.3976 0.0524]	F	0.61981	-
3	[0.3821 0.0708]	F	0.58749	-	[0.3722 0.0778]	S	0.58209	0.00094
4	[0.3715 0.0771]	F	0.59574	-	[0.3467 0.1000]	F	0.58986	-
5	[0.3725 0.0782]	F	0.58822	-	[0.3849 0.0651]	F	0.60312	-
6	[0.3720 0.0777]	F	0.59086	-	[0.3658 0.0842]	F	0.71624	-
7	[0.3723 0.0779]	F	0.61655	-	-	-	-	-

จากการวนซ้ำรอบที่ 1 สังเกตพารามิเตอร์ระบบ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3722 & 0.0778 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$ ซึ่งเป็นจุดที่สำเร็จจุดสุดท้าย ใกล้กันกับพารามิเตอร์ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3723 & 0.0779 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_1^{(1)}$ ซึ่งเป็นจุดที่ล้มเหลวจุดสุดท้าย แสดงว่าช่วงก้าวของทิศทางค้นหาได้สั้นลงจนกระทั่งไม่สามารถค้นหาได้ต่อไป จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.58209$ ที่จุดสำเร็จจุดสุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3722 & 0.0778 \end{bmatrix}$ สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750 \;\; 0.0750]$

5.2.6 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 6

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.3750 & 0.1000 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.64640.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}, \; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} -0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}$$

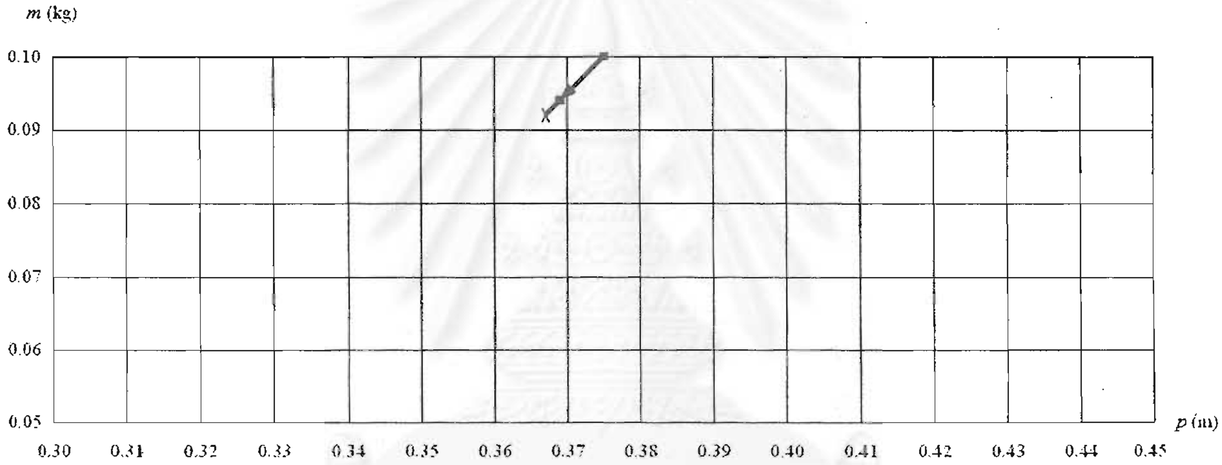
$$\texttt{lam_1} = 0.8, \; \texttt{lam_2} = 0.8, \; \texttt{al} = 3, \; \texttt{be} = -0.5, \; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.8

จากการวนซ้ำรอบที่ 1 สังเกตพารามิเตอร์ระบบ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3683 & 0.0933 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$ ซึ่งเป็นจุดที่สำเร็จจุดสุดท้าย ใกล้กันกับพารามิเตอร์ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3684 & 0.0932 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_1^{(1)}$ ซึ่งเป็นจุดที่ล้มเหลวจุดสุดท้าย แสดงว่าช่วงก้าวของทิศทางค้นหาได้สั้นลงจนกระทั่งไม่สามารถค้นหาได้ต่อไป จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.57505$ ที่จุดสำเร็จจุดสุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3683 & 0.0933 \end{bmatrix}$ สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.9

ตารางที่ 5.8: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.3750\ \ 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.3807 0.0943]	F	0.66842	-	[0.3693 0.0943]	S	0.58039	0.06601
2	[0.3665 0.0972]	F	0.58532	-	[0.3524 0.0774]	F	0.64047	-
3	[0.3708 0.0929]	F	0.58069	-	[0.3778 0.1000]	F	0.63134	-
4	[0.3686 0.0951]	F	0.58595	-	[0.3651 0.0901]	F	0.60281	-
5	[0.3697 0.0940]	F	0.61602	-	[0.3715 0.0965]	F	0.60305	-
6	[0.3692 0.0945]	F	0.58592	-	[0.3683 0.0933]	S	0.57505	0.00534
7	[0.3684 0.0932]	F	0.57524	-	-	-	-	-



รูปที่ 5.9: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.3750\ \ 0.1000]$

5.2.7 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 7

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.64436.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}, \ S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\texttt{lam_1} = 0.8,\ \ \texttt{lam_2} = 0.8,\ \ \texttt{al} = 3,\ \ \texttt{be} = -0.5,\ \ \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.9

ตารางที่ 5.9: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500\ \ 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.4420 0.0500]	F	0.68990	-	[0.4500 0.0580]	S	0.60590	0.03846
2	[0.4500 0.0580]	F	0.61526	-	[0.4500 0.0820]	F	0.76143	-
3	[0.4480 0.0580]	S	0.60124	0.00466	[0.4480 0.0500]	S	0.59837	0.00287

เมื่อได้จุดที่สำเร็จและจุดที่ล้มเหลวอย่างน้อยหนึ่งครั้งในทิศทางที่ 1 และทิศทางที่ 2 จะสิ้นสุดการวนรอบครั้งที่ 1 เริ่มการวนรอบครั้งที่ 2 จากการคำนวณทิศทางค้นหาใหม่ในแต่ละทิศทาง $S_1^{(2)}$ และ $S_2^{(2)}$ จากกระบวนการแกรม-ชมิดท์ (Gram-schmidt orthogonalization) ได้ทิศทางค้นหา ดังนี้

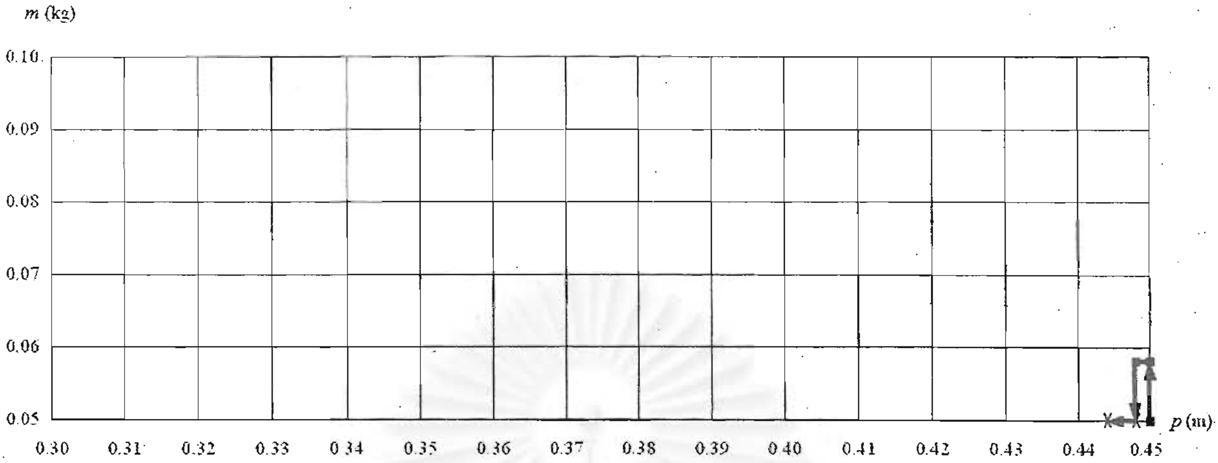
$$S_1^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} -0.4472 & -0.8944 \end{bmatrix},\ S_2^{(2)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0.08944 & -0.4472 \end{bmatrix}$$

และได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 2 ดังตารางที่ 5.10

ตารางที่ 5.10: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500\ \ 0.0500]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 2

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(2)}$				ทิศทาง $S_2^{(2)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.4444 0.0500]	S	0.59811	0.00026	-	-	-	-

จากการวนรอบซ้ำรอบที่ 2 พารามิเตอร์ระบบ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4444 & 0.0500 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_1^{(2)}$ จะได้ $\Delta\gamma = 0.00026 < 0.0005$ จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.59811$ ที่พารามิเตอร์การออกแบบ $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.4444 & 0.0500 \end{bmatrix}$ สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0500]$

5.2.8 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 8

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.0750 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.76693.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}, \;\; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\texttt{lam_1} = 0.8, \;\; \texttt{lam_2} = 0.8, \;\; \texttt{al} = 3, \;\; \texttt{be} = -0.5, \;\; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

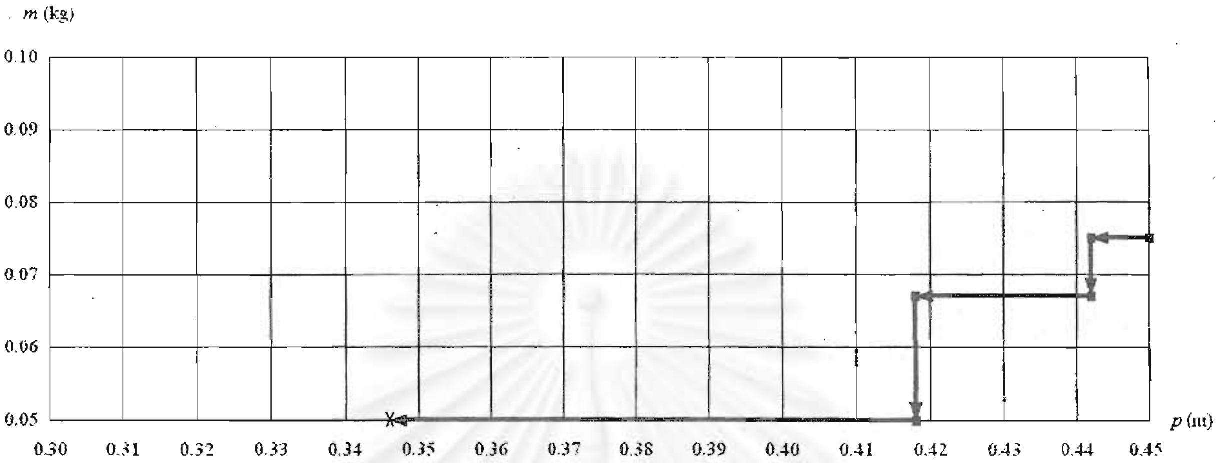
ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.11

ตารางที่ 5.11: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0750]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.4420 0.0750]	S	0.74645	0.02048	[0.4420 0.0670]	S	0.68828	0.05817
2	[0.4180 0.0670]	S	0.62145	0.06683	[0.4180 0.0500]	S	0.59890	0.02255
3	[0.3460 0.0500]	S	0.61660	0.00029	-	-	-	-

จากการวนซ้ำรอบที่ 1 ที่พารามิเตอร์ระบบ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3460 & 0.0500 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_1^{(1)}$ จะได้ $\Delta\gamma = 0.00029 < 0.0005$ จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.59861$ ที่พารา

มิเตอร์การออกแบบ $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3460 & 0.0500 \end{bmatrix}$ สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.11



รูปที่ 5.11: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.0750]$

5.2.9 ผลการออกแบบระบบกรณีที่ 9

มีพารามิเตอร์การออกแบบเริ่มต้นเป็น

$$p_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.1000 \end{bmatrix}$$

ออกแบบตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ใน §5.1 ในส่วนการออกแบบคงทน คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s)$ โดยระบุอันดับของ $W_i(s)$ เป็น 4. เลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ สำหรับแขนกลอ่อนตัวตามสมการ (5.2) และเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสัญญาณควบคุม $W_u(s)$ ตามสมการ (5.3) จากนั้นออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและคำนวณ γ_{ini} ได้เท่ากับ 0.88023.

จากนั้นเรากำหนดพารามิเตอร์สำหรับการวนซ้ำรอบที่ 1 เพื่อคำนวณค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เป็น

$$S_1^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}, \; S_2^{(1)} = 0.01 \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

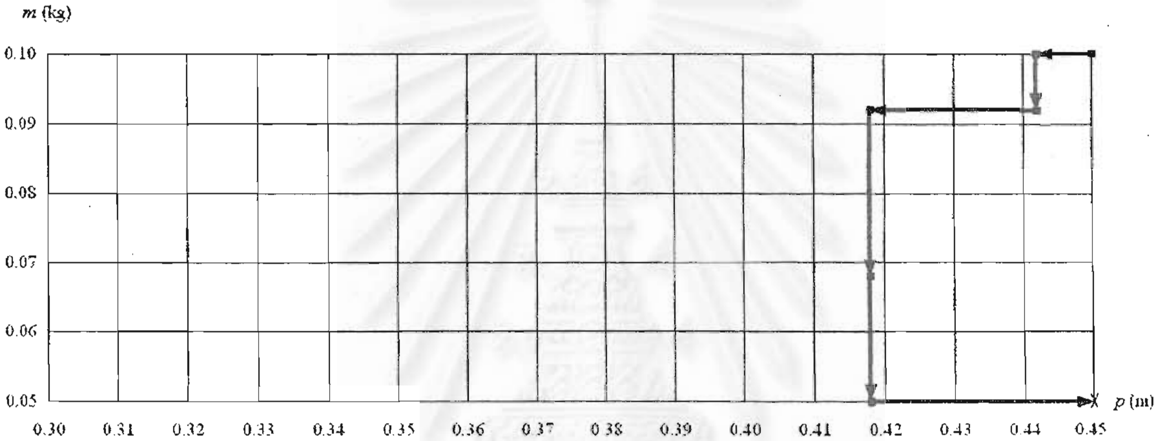
$$\texttt{lam_1} = 0.8, \; \texttt{lam_2} = 0.8, \; \texttt{al} = 3, \; \texttt{be} = -0.5, \; \texttt{tol_gam} = 0.0005$$

ได้ผลการจำลองระบบสำหรับการวนรอบครั้งที่ 1 ดังตารางที่ 5.12

จากการวนซ้ำรอบที่ 1 ที่พารามิเตอร์ระบบ $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.1000 \end{bmatrix}$ ในทิศทาง $S_2^{(1)}$ จะได้ $\Delta\gamma = 0.00018 < 0.0005$ จึงหยุดการคำนวณ ได้ดัชนีสมรรถนะของระบบต่ำสุด $\gamma_{\text{fin}} = 0.59439$ ที่พารามิเตอร์การออกแบบ $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.0500 \end{bmatrix}$ สรุปแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ p_0 เฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ดังรูปที่ 5.12

ตารางที่ 5.12: ผลการคำนวณ γ สำหรับ $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.1000]$ เมื่อวนซ้ำรอบที่ 1

ครั้งที่	ทิศทาง $S_1^{(1)}$				ทิศทาง $S_2^{(1)}$			
	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$	p_0	S or F	γ	$\Delta\gamma$
1	[0.4420 0.1000]	S	0.85134	0.02889	[0.4420 0.0920]	S	0.79705	0.05429
2	[0.4180 0.0920]	S	0.72409	0.07296	[0.4180 0.0680]	S	0.61552	0.10857
3	[0.3460 0.0680]	F	0.61660	-	[0.4180 0.0500]	S	0.59457	0.02095
4	[0.4500 0.0500]	S	0.59439	0.00018	-	-	-	-



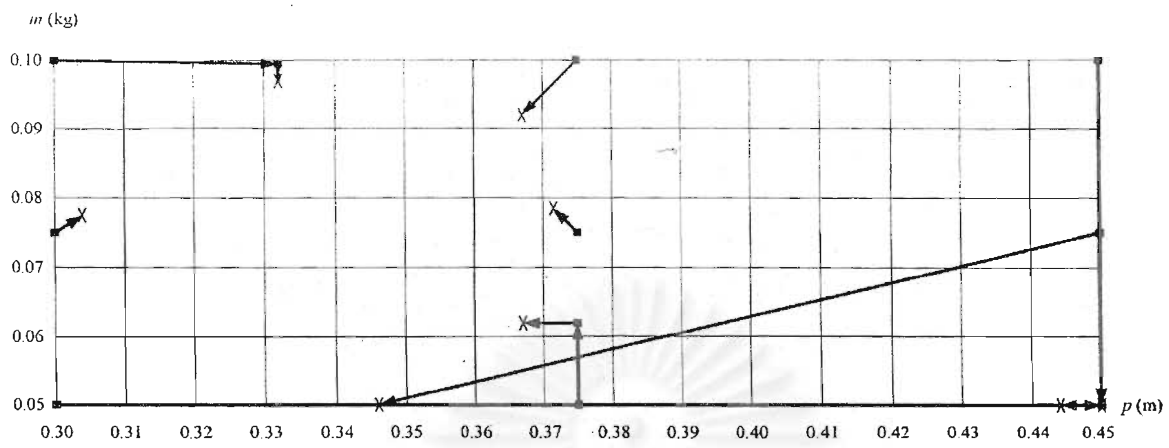
รูปที่ 5.12: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก $p_{\text{ini}} = [0.4500 \;\; 0.1000]$

5.2.10 เปรียบเทียบผลการออกแบบ

สรุปผลการออกแบบสำหรับพารามิเตอร์ระบบเริ่มต้น p_{ini} ทั้ง 9 กรณี แสดงดังตารางที่ 5.13, และมีแผนภาพทางเดินของพารามิเตอร์ระบบเฉพาะทิศทางเดินที่สำเร็จได้ แสดงดังรูปที่ 5.13

ตารางที่ 5.13: ผลการคำนวณ p_{fin} และ γ_{fin} สำหรับ p_{ini} 9 กรณี

กรณี	p_{ini}	γ_{ini}	p_{fin}	γ_{fin}	จำนวนการวนรอบ
1	[0.3000 0.0500]	0.61085	[0.4500 0.0500]	0.59264	1
2	[0.3000 0.0750]	0.62095	[0.3035 0.0785]	0.57866	1
3	[0.3000 0.1000]	0.64119	[0.3320 0.0990]	0.56914	2
4	[0.3750 0.0500]	0.62457	[0.3670 0.0613]	0.57585	2
5	[0.3750 0.0750]	0.58740	[0.3722 0.0778]	0.58209	1
6	[0.3750 0.1000]	0.64640	[0.3683 0.0933]	0.57505	1
7	[0.4500 0.0500]	0.64436	[0.4444 0.0500]	0.59811	2
8	[0.4500 0.0750]	0.76693	[0.3460 0.0500]	0.59861	1
9	[0.4500 0.1000]	0.88023	[0.4500 0.0500]	0.59439	1



รูปที่ 5.13: แผนภาพทางเดินของ p_0 เมื่อเริ่มจาก p_{ini} 9 กรณี

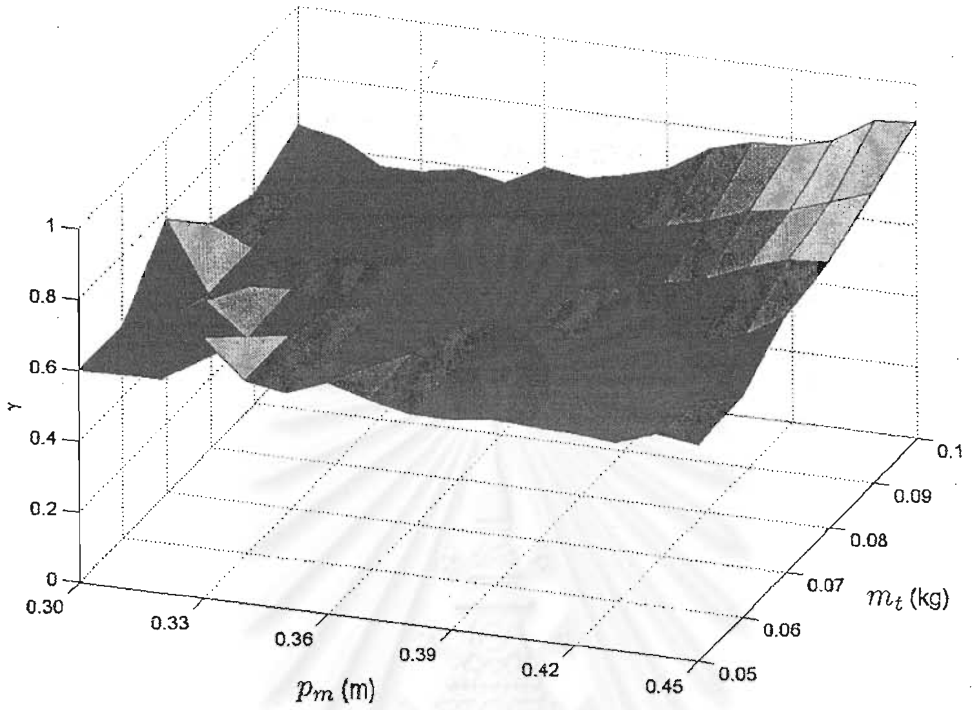
จากตารางที่ 5.13 สังเกตว่าพารามิเตอร์สุดท้าย $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0990 \end{bmatrix}$ มีดัชนีสมรรถนะสุดท้าย $\gamma_{\text{fin}} = 0.56914$ เป็นดัชนีสมรรถนะต่ำสุดเมื่อเทียบกับ γ_{fin} อีก 8 กรณี. อย่างไรก็ตามเพื่อชี้ให้เห็นว่า $\gamma_{\text{fin}} = 0.56914$ เป็นดัชนีสมรรถนะต่ำสุด เราจึงเปรียบเทียบการคำนวณดัชนีสมรรถนะจากการออกแบบ 9 กรณี กับการคำนวณดัชนีสมรรถนะจากการสุ่มค่าพารามิเตอร์ p_0. โดยสุ่มค่า m_t ทั้งหมด 6 จุด และสุ่มค่า p_m ทั้งหมด 16 จุด

$$m_t = 0.05 : 0.01 : 0.10$$

$$p_m = 0.30 : 0.01 : 0.45$$

จากนั้นเราออกแบบตัวควบคุมเพื่อคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับ p_0 ทั้งหมด $6 \times 16 = 96$ จุดทำงาน. ผลการคำนวณดัชนีสมรรถนะสำหรับการสุ่มค่าพารามิเตอร์แสดงดังรูปที่ 5.14 โดยมีดัชนีสมรรถนะต่ำสุดเป็น $\gamma_{\text{fin}} = 0.56916$ ที่จุดทำงาน $p_{\text{fin}} = \begin{bmatrix} 0.3200 & 0.1000 \end{bmatrix}$. นั่นคือดัชนีสมรรถนะต่ำสุดจากการออกแบบทั้ง 9 กรณี มีค่าต่ำกว่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุดจากการสุ่มค่า. นอกจากนี้การออกแบบทั้ง 9 กรณี คำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดจากการวนซ้ำซึ่งเป็นการคำนวณอย่างเป็นระบบและมีจำนวนครั้งการออกแบบตัวควบคุมน้อย. ในขณะที่การสุ่มค่าพารามิเตอร์ p_0 คำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดอย่างไม่เป็นระบบและมีจำนวนครั้งการออกแบบตัวควบคุมมาก โดยจำนวนครั้งการออกแบบตัวควบคุมแปรผันตามความละเอียดของการสุ่มค่าพารามิเตอร์. อย่างไรก็ตามการคำนวณดัชนีสมรรถนะจากการออกแบบทั้ง 9 กรณี หาคำตอบจากการวนซ้ำโดยใช้ทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก ซึ่งคำตอบที่ได้เป็นผลเฉลยเฉพาะที่.

กล่าวโดยสรุปผลการออกแบบสำหรับ p_{ini} 9 กรณี ตัวควบคุมคงทนจากการสังเคราะห์มิวที่พารามิเตอร์ $p_t = 0.3320$ m และ $m_t = 0.0990$ kg สามารถลดทอนสัญญาณรบกวนได้มากที่สุดเมื่อเทียบกับ p_{ini} อีก 8 กรณี และมีค่ายอดสัญญาณควบคุมภายในขอบเขตที่กำหนด.



รูปที่ 5.14: ค่าดัชนีสมรรถนะสำหรับการสุ่มค่า p_0 ทั้งหมด 96 จุดทำงาน

5.3 การจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์

ในหัวข้อนี้เราจะเปรียบเทียบการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมกับการออกแบบที่ไม่รวมแบบจำลองในขั้นตอนการออกแบบ. โดยการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมใช้ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์มิวใน §5.2 ส่วนการออกแบบที่ไม่รวมแบบจำลองใช้การออกแบบตัวควบคุมจากการจัดสัณฐานวงรอบ [3] และการสังเคราะห์มิว [4] โดยตัวควบคุมทั้ง 3 มีรายละเอียด ดังนี้

1. **การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม** (K_1) ออกแบบตัวควบคุมจากแบบจำลองที่มีจุดทำงานเป็น $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0990 \end{bmatrix}$ ใช้แบบจำลองแขนกลอ่อนตัวจากวิธีแบบแผนสมมติ เมื่อพิจารณาแขนกลอ่อนตัวเป็น 1 แบบแผน มีข้อกำหนดการออกแบบคือ สมรรถนะสัญญาณรบกวนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม ได้ตัวควบคุมอันดับ 26 มีอัตราขยายไฟตรงเท่ากับ 6030.5 มีศูนย์และขั้ว ดังตารางที่ 5.14

2. **การออกแบบจากวิธีการสังเคราะห์มิว** (K_2) [4] ออกแบบตัวควบคุมจากแบบจำลองที่มีจุดทำงานเป็น $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.1000 \end{bmatrix}$ ใช้แบบจำลองแขนกลอ่อนตัวจากวิธีแบบแผนสมมติ เมื่อพิจารณาแขนกลอ่อนตัวเป็น 1 แบบแผน มีข้อกำหนดการออกแบบคือ สมรรถนะสัญญาณรบกวนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม ได้ตัวควบคุมอันดับ 16 มีอัตราขยายเป็น 1319.3 และมีศูนย์และขั้วแสดงได้ดังตารางที่ 5.15

ตารางที่ 5.14: ศูนย์และขั้วของตัวควบคุมที่ 1

ศูนย์ (zero)	ขั้ว (pole)
-1493.9077	-3474.5119
-431.8328	-1493.8568
$-15.4584 \pm j49.0822$	-431.8328
$-31.4638 \pm j44.8393$	$-15.9914 \pm 49.7149i$
-47.4098	$-31.4638 \pm 44.8393i$
$-34.2334 \pm j31.8690$	-48.1158
-34.0778	$-34.1991 \pm 31.8634i$
$-10.468 \pm j19.2836$	-35.0879
$-8.9102 \pm j7.7361$	$-11.5101 \pm 20.90986i$
-9.7365	$-13.1841 \pm 11.7087i$
-2.5067	-10.041
-2.1406	-2.3472
-1.8846	-1.7804
-1.5452	$-1.6071 \pm 0.0775i$
-4.8889×10^{-1}	-5.0926×10^{-1}
-1.6819×10^{-1}	-1.7013×10^{-1}
-5.7286×10^{-2}	-5.7614×10^{-2}
-1.7828×10^{-2}	-1.7863×10^{-2}
-3.2057×10^{-3}	-3.8616×10^{-3}
-9.9582×10^{-5}	-1.8069×10^{-3}

ตารางที่ 5.15: ศูนย์และขั้วของตัวควบคุมที่ 2

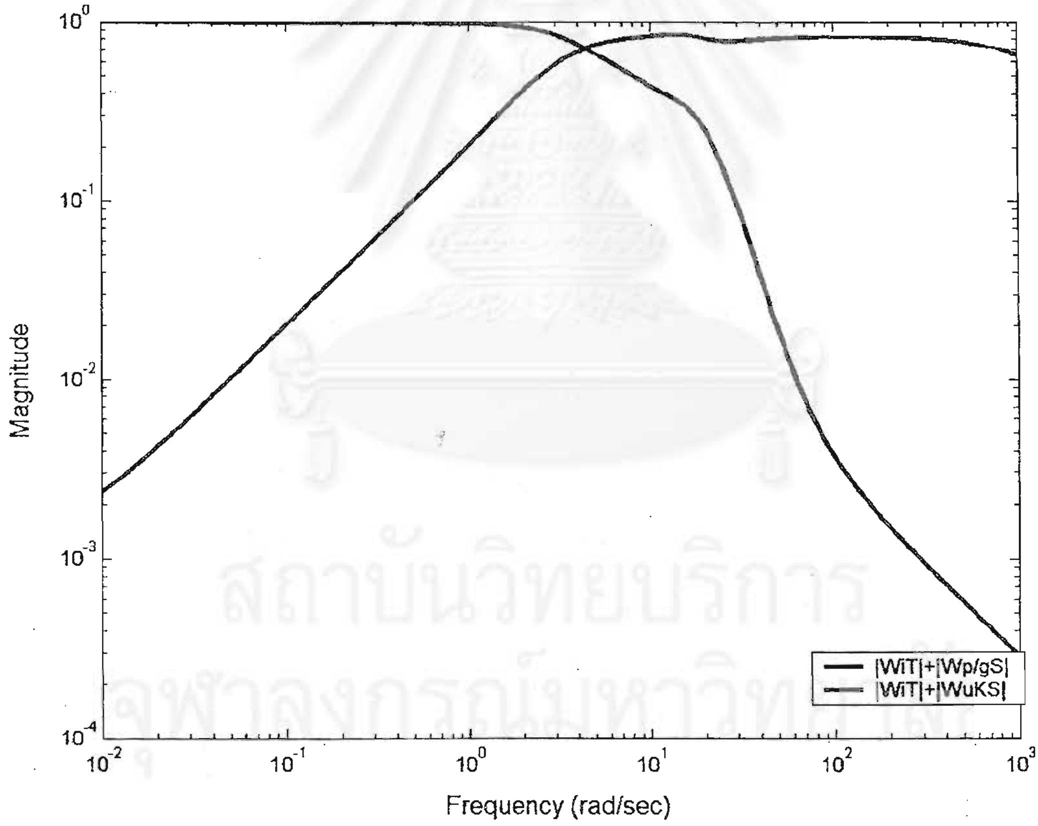
ศูนย์ (zero)	ขั้ว (pole)
-621.05	-621.05
$-221.42 \pm j289.09$	$-223.35 \pm j290.64$
-100.00	-215.62
-99.999	$-105.51 \pm j35.560$
-35.546	-35.7028
-15.825	$-12.436 \pm j8.3702$
-11.381	-16.053
$-6.9337 \pm j4.2271$	-11.386
-5.5280	-5.6426
-2.1198	-1.6617
-9.5690×10^{-2}	-1.1360×10^{-1}
-1.5475×10^{-4}	-2.5913×10^{-4}
-3.3124×10^{-6}	-1.6260×10^{-4}

3. **การออกแบบจากวิธีการจัดสัณฐานวงรอบ (K_3)** [3] ออกแบบตัวควบคุมจากแบบจำลองที่มีจุดทำงานเป็น $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.1000 \end{bmatrix}$ ใช้แบบจำลองแขนกลอ่อนตัวจากระเบียบวิธีชิ้นประกอบอันตะ เมื่อพิจารณาแขนกลอ่อนตัวเป็น 1 ท่อน มีข้อกำหนดการออกแบบคือ สมรรถนะสัญญาณรบกวน ได้ตัวควบคุมเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับเท่ากับ 4 ตามสมการ

$$K_3(s) = \frac{510.7(s^3 + 28.27s^2 + 327.1s + 1341)}{s^4 + 103s^3 + 4032s^2 + 69580s + 411600}$$

5.3.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่

ในหัวข้อนี้เราตรวจสอบว่าตัวควบคุม K_1, K_2 และ K_3 สอดคล้องกับข้อกำหนดการออกแบบหรือไม่. พิจารณาตัวควบคุม K_1 มีผลตอบเชิงความถี่ของ $|W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)|$ และผลตอบเชิงความถี่ของ $|W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_u(s)K(s)S(s,p_0)|$ แสดงดังรูปที่ 5.15.



รูปที่ 5.15: สมรรถนะคงทน 2 เงื่อนไข เมื่อพารามิเตอร์เป็น $p_0 = [0.3320 \;\; 0.0990]$

จากรูปที่ 5.15 จะเห็นว่า $|W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)|$ มีค่าไม่เกิน 1 ทุกความถี่, แสดงว่าตัวควบคุม K_1 สอดคล้องกับข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวน อสมการ (4.22). ทำนองเดียวกันจะเห็นว่า $|W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_u(s)K(s)S(s,p_0)|$ มีค่าไม่เกิน 1 ทุกความถี่, แสดงว่าตัวควบคุม K_1 สอดคล้อง

กับข้อกำหนดการรักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด อสมการ (4.32). จึงสรุปได้ว่าตัวควบคุม K_1 สอดคล้องกับข้อกำหนดการออกแบบทั้ง 2 ข้อ.

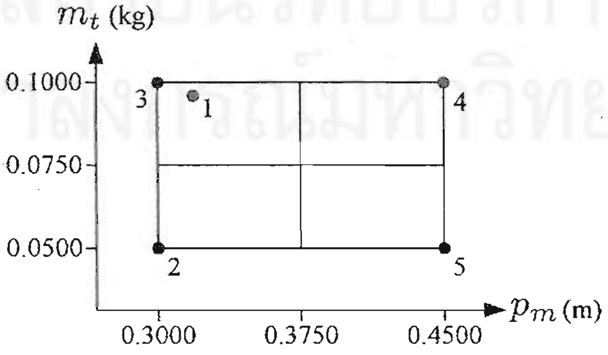
พิจารณาตัวควบคุม K_2 และตัวควบคุม K_3 จะได้ว่าตัวควบคุม K_2 สอดคล้องกับข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวน และสอดคล้องกับข้อกำหนดการรักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตจำกัด [4], ส่วนตัวควบคุม K_3 ก็สอดคล้องกับข้อกำหนดการลดทอนสัญญาณรบกวนเช่นเดียวกัน [4].

5.3.2 ผลตอบสนองเชิงเวลา

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงผลการจำลองระบบทางเวลา แบ่งเป็นการจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณรบกวนแบบไซน์เพื่อศึกษาผลการลดทอนสัญญาณรบกวน และการจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นเพื่อศึกษาผลการตามรอยสัญญาณอ้างอิงขาเข้า. เพื่อศึกษาผลของความไม่แน่นอนของแบบจำลองซึ่งพิจารณาเป็นการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ p, เราจะจำลองระบบสำหรับพารามิเตอร์ p หลายจุด. ในที่นี้เราสุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ 5 จุด ประกอบด้วย $p_0 = \begin{bmatrix} 0.3320 & 0.0990 \end{bmatrix}$ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ระบุสำหรับออกแบบตัวควบคุม K_1, $p_0 = \begin{bmatrix} 0.4500 & 0.1000 \end{bmatrix}$ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ระบุสำหรับออกแบบตัวควบคุม K_2 และ K_3, ส่วนพารามิเตอร์ที่ระบุอีก 3 ค่า พิจารณาเป็นจุดขอบของพารามิเตอร์ในอสมการ (3.2). พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 สำหรับจำลองระบบทางเวลาสรุปได้ดังตารางที่ 5.16 และมีแผนภาพแสดงดังรูปที่ 5.16

ตารางที่ 5.16: พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 สำหรับจำลองระบบทางเวลา

กรณี	p_0
1	[0.3320 0.0990]
2	[0.3000 0.0500]
3	[0.3000 0.1000]
4	[0.4500 0.0500]
5	[0.4500 0.1000]



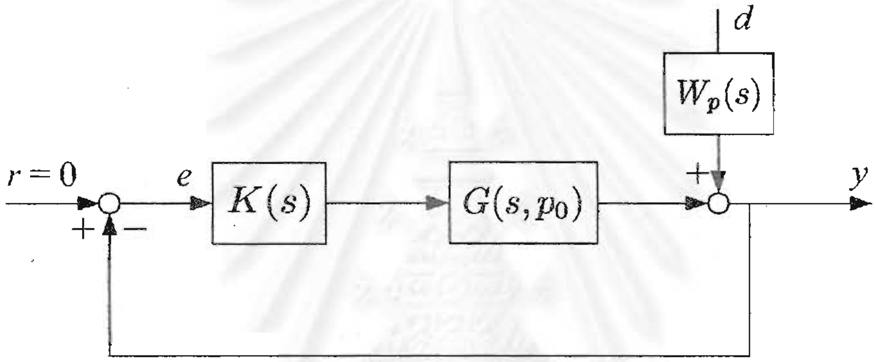
รูปที่ 5.16: พารามิเตอร์ที่ระบุ p_0 สำหรับจำลองระบบทางเวลา

5.3.2.1 การจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณรบกวนแบบไซน์

การจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณรบกวนแบบไซน์ เราพิจาณาสัญญาณรบกวนไซน์ (d) ขนาด 10% ของขนาดสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นขนาด 50 องศา. นั่นคือสัญญารบกวนไซน์มีขนาดเป็น

$$\frac{10}{100} \times (\frac{50}{180} \times \pi) = 0.0873 \text{ rad}$$

เพื่อให้โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับจำลองระบบใกล้เคียงกับโครงสร้างในการออกแบบตัวควบคุม เราจึงเพิ่มฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ ไว้ด้านขาเข้าสัญญาณรบกวนไซน์, ได้โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับจำลองระบบ แสดงดังรูปที่ 5.17



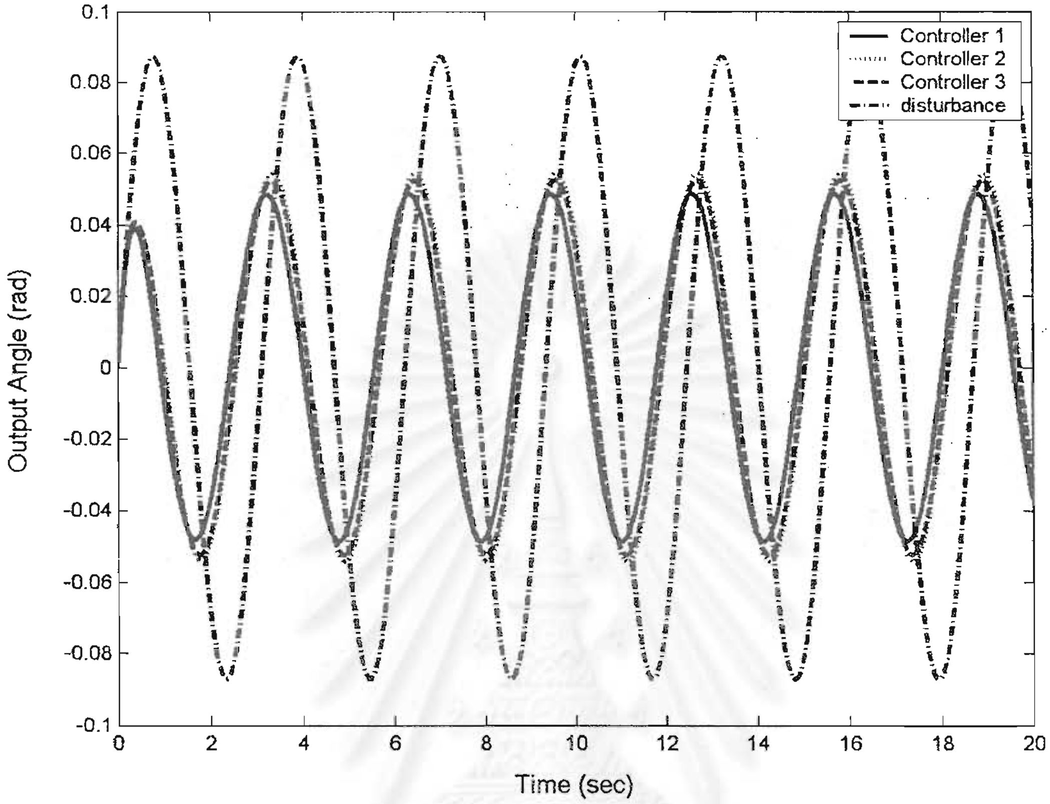
รูปที่ 5.17: โครงสร้างระบบควบคุมสำหรับจำลองระบบ

เราจำลองระบบที่ความถี่ $\omega = 2.0166$ rad/sec ซึ่งเป็นความถี่ที่ $|W_i(s,p_0)T(s,p_0)| + |W_p(s)S(s,p_0)|$ ในรูปที่ 5.15 มีค่ามากสุด. ได้ผลตอบสัญญาณรบกวนไซน์ของมุมที่ปลายแขน (y) แสดงดังรูปที่ 5.18 และมีผลการลดทอนแสดงดังตารางที่ 5.17

ตารางที่ 5.17: ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 2.0166 rad/sec

กรณี	K_1		K_2		K_3	
	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$
1	0.19494	0.7027	0.21857	0.7879	0.21146	0.7622
2	0.18179	0.6553	0.20422	0.7362	0.19795	0.7136
3	0.19025	0.6858	0.21342	0.7693	0.20751	0.7480
4	0.19580	0.7058	0.21985	0.7925	0.20848	0.7515
5	0.22487	0.8106	0.25123	0.9056	0.23724	0.8552

เพื่อให้เห็นผลการลดทอนสัญญาณรบกวนที่ความถี่อื่น เราจึงจำลองระบบที่ความถี่ต่ำกว่า 2.0166 rad/sec เป็นจำนวน 10 เท่า, นั่นคือจำลองระบบที่ความถี่ 0.20166 rad/sec. และจำลองระบบที่ความถี่สูงกว่า 2.0166 rad/sec เป็นจำนวน 10 เท่า, นั่นคือจำลองระบบที่ความถี่ 20.166 rad/sec. เนื่องจากผล



รูปที่ 5.18: ผลตอบสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 2.0166 rad/sec

ตอบสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ดังกล่าวมีลักษณะกราฟคล้ายกับรูปที่ 5.18 เราจึงนำเสนอเพียงผลการลดทอนสัญญาณรบกวน แสดงดังตารางที่ 5.18 และตารางที่ 5.19

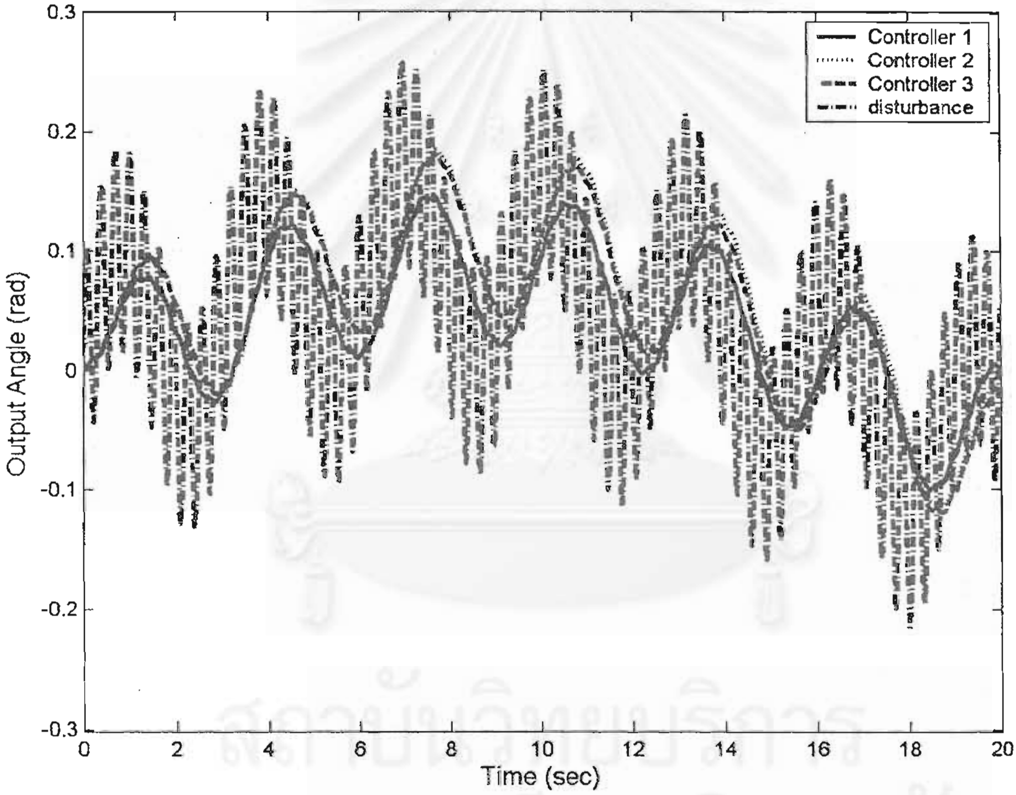
ตารางที่ 5.18: ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 0.20166 rad/sec

จุดทำงาน	K_1		K_2		K_3	
	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$
1	0.24552	0.9490	0.33561	1.2973	0.33009	1.2759
2	0.24496	0.9469	0.33489	1.2945	0.32929	1.2728
3	0.24533	0.9483	0.33536	1.2963	0.32986	1.2751
4	0.24559	0.9493	0.33569	1.2976	0.32997	1.2755
5	0.24651	0.9529	0.33687	1.3021	0.33135	1.2808

นอกจากนี้เราจำลองระบบที่สัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่, นั่นคือใส่สัญญาณรบกวนเป็นสัญญาณไซน์ที่ความถี่ 0.20166 rad/sec, ความถี่ 2.0166 rad/sec และความถี่ 20.166 rad/sec พร้อมๆ กัน ได้ผลตอบเชิงเวลาแสดงดังรูปที่ 5.19 และมีผลการลดทอนสัญญาณรบกวนแสดงดังตารางที่ 5.20

ตารางที่ 5.19: ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ที่ความถี่ 20.166 rad/sec

จุดทำงาน	K_1		K_2		K_3	
	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d_2\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d_2\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d_2\|_2$
1	0.00764	0.0277	0.00814	0.0295	0.00794	0.0288
2	0.00900	0.0326	0.01040	0.0377	0.00898	0.0326
3	0.00788	0.0286	0.00850	0.0308	0.00812	0.0294
4	0.00746	0.0270	0.00788	0.0286	0.00778	0.0282
5	0.00760	0.0276	0.00793	0.0287	0.00785	0.0285



รูปที่ 5.19: ผลตอบสัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่

จากผลการจำลองระบบจะเห็นว่าที่ความถี่ต่ำ เช่น ความถี่ 0.20166 rad/sec ตัวควบคุม K_2 และ K_3 จะไม่ลดทอนสัญญาณรบกวน แต่กลับขยายสัญญาณรบกวนให้มากขึ้น, ตรงข้ามกับตัวควบคุม K_1 ที่ยังคงลดทอนสัญญาณรบกวน. ส่วนที่ความถี่สูงเช่น ความถี่ 20.166 rad/sec ตัวควบคุม K_1 ลดทอนผลการรบกวนได้ดีกว่าตัวควบคุม K_2 และ K_3, แต่ผลการลดทอนไม่ชัดเจนเพราะมีนอร์มสองของสัญญาณออกใกล้เคียงกัน. ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ $W_p(s)$ มีลักษณะเป็นตัวกรองความถี่สูง สัญญาณรบกวน d ที่ความถี่สูงจึงถูกกรองออกโดย $W_p(s)$. ส่วนผลการจำลองระบบสัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่

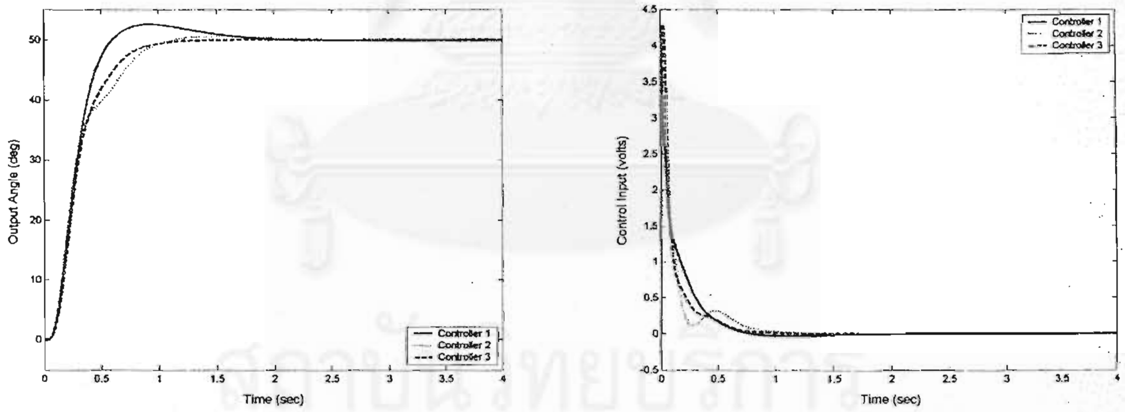
ตารางที่ 5.20: ผลการลดทอนสัญญาณรบกวนไซน์ 3 ความถี่

จุดทำงาน	K_1		K_2		K_3	
	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$	$\|y\|_2$	$\|y\|_2/\|d\|_2$
1	0.31358	0.6770	0.40332	0.8707	0.39354	0.8496
2	0.30583	0.6602	0.39566	0.8542	0.38629	0.8339
3	0.31078	0.6709	0.40053	0.8647	0.39141	0.8450
4	0.31401	0.3779	0.40395	0.8721	0.39186	0.8459
5	0.33242	0.7176	0.42197	0.9110	0.40812	0.8811

เป็นไปในแนวทางเดียวกับที่สัญญาณรบกวนไซน์ความถี่ 2.0166 rad/sec นั่นคือตัวควบคุม K_1 ลดทอนผลของสัญญาณรบกวนได้ดีกว่าตัวควบคุม K_2 และ K_3.

5.3.3 การจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

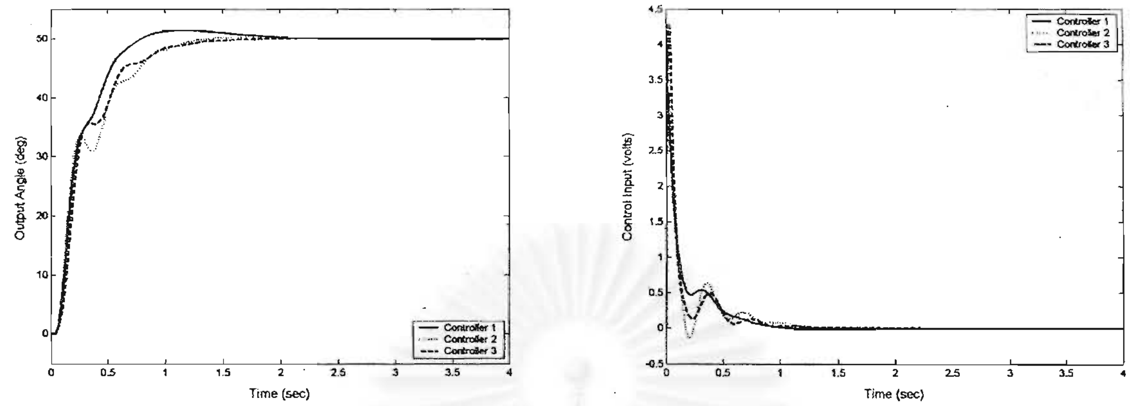
การจำลองระบบเมื่อมีสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น เราพิจารณาสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นขนาด 50 องศา. ได้ผลตอบเชิงเวลาแสดงดังรูปที่ 5.20 ถึงรูปที่ 5.24



(a) มุมที่ปลายแขน (b) สัญญาณควบคุม

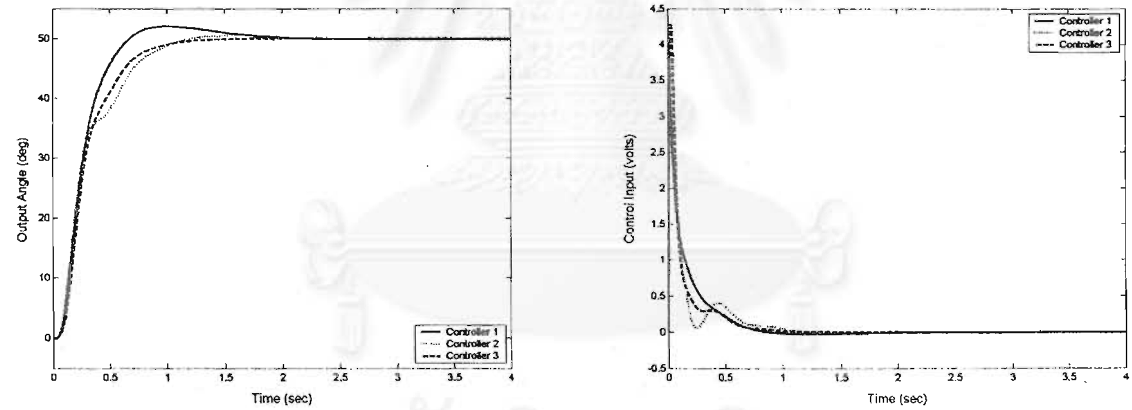
รูปที่ 5.20: ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3320 \;\; 0.0990]$

จากผลการจำลองระบบในรูปที่ 5.20 ถึงรูปที่ 5.24 จะเห็นว่าตัวควบคุม K_1, K_2 และ K_3 สามารถตามรอยสัญญาณอ้างอิงขาเข้าขนาด 50 องศา แม้มีการเปลี่ยนพารามิเตอร์ของแบบจำลอง p_0 โดยขนาดสัญญาณควบคุมมีค่าไม่เกิน 5 โวลต์. นั่นคือระบบสอดคล้องกับข้อกำหนดสัญญาณควบคุมและข้อกำหนดเสถียรภาพคงทน.



(a) มุมที่ปลายแขน (b) สัญญาณควบคุม

รูปที่ 5.21: ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3000 \;\; 0.0500]$

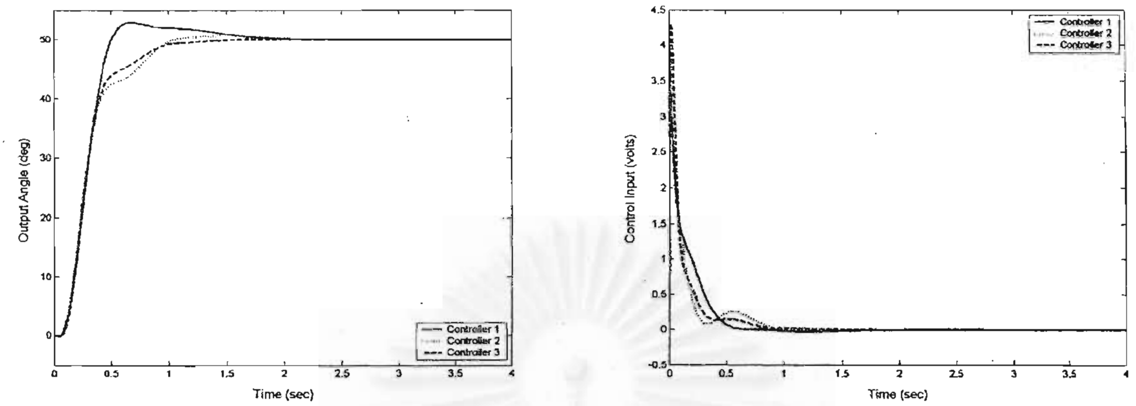


(a) มุมที่ปลายแขน (b) สัญญาณควบคุม

รูปที่ 5.22: ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.3000 \;\; 0.1000]$

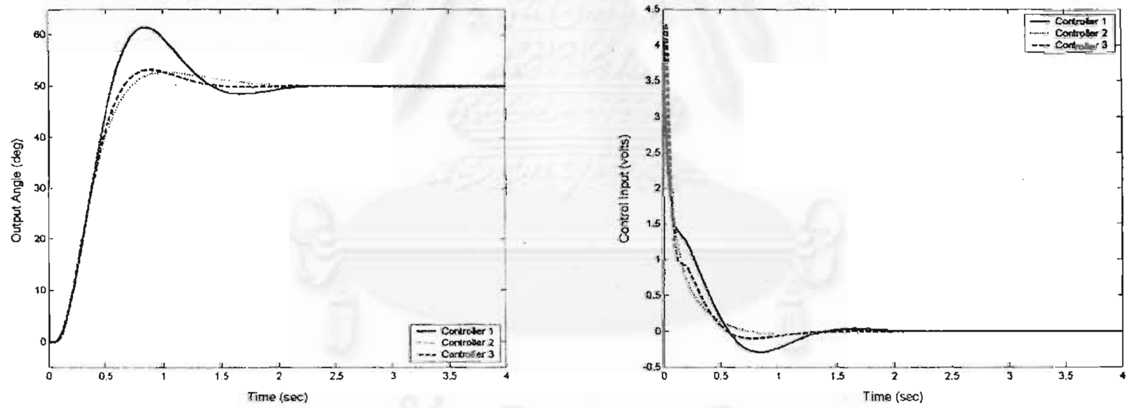
5.4 บทสรุป

ในบทนี้กล่าวถึงการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม โดยออกแบบตัวควบคุมจากการสังเคราะห์มิว. ในส่วนการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ γ ใช้ทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก. ผลการจำลองระบบทางแสดงให้เห็นว่าการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควมคุมสามารถรักษาเสถียรภาพของระบบ เมื่อมีความไม่แน่นอนและสัญญาณรบกวน. นอกจากนี้ การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควมคุมสามารถลดผลทอนผลการรบกวน ได้ดีกว่าการออกแบบที่ไม่ได้พิจารณาถึง



(a) มุมที่ปลายแขน (b) สัญญาณควบคุม

รูปที่ 5.23: ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.4500 \;\; 0.0500]$



(a) มุมที่ปลายแขน (b) สัญญาณควบคุม

รูปที่ 5.24: ผลตอบสัญญาณขั้นที่จุดทำงาน $p_0 = [0.4500 \;\; 0.1000]$

ความเหมาะสมของแบบจำลองในการออกแบบตัวควบคุม.

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

ในวิทยานิพนธ์นี้ พิจารณาการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียว. โดยมีข้อกำหนดของการออกแบบ ดังนี้

1. เสถียรภาพคงทนคือ การระบุเงื่อนไขที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพภายใต้ความไม่แน่นอนที่มีขอบเขต.

2. สมรรถนะสัญญาณรบกวนคือ สมรรถนะที่ระบุการลดทอนผลของสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณออกสมรรถนะ และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตที่จำกัด.

3. สมรรถนะสัญญาณควบคุมคือ สมรรถนะที่รักษาสัญญาณควบคุมให้มีค่าภายในขอบเขตที่จำกัด และระบบสามารถรักษาเสถียรภาพแม้มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ในขอบเขตจำกัด.

ข้อดีของการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมคือ สามารถออกแบบแบบจำลองไปพร้อมๆ กับการออกแบบตัวควบคุม โดยรวมการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะที่ต้องการปรับปรุง, แต่มีข้อเสียคือความยุ่งยากในการออกแบบ เพราะต้องใช้การออกแบบร่วมกับกระบวนการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ. ในที่นี้กำหนดดัชนีสมรรถนะของระบบ γ เป็นนอร์มอนันต์ของฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณรบกวนไปยังสัญญาณขาออก. นั่นคือหากออกแบบระบบให้ดัชนีสมรรถนะของระบบมีค่าต่ำ ระบบนั้นจะสามารถลดทอนผลของสัญญาณรบกวนที่มีต่อสัญญาณขาออก. ส่วนตัวควบคุมได้จากการออกแบบคงทน ซึ่งศึกษาวิธีการสังเคราะห์มิว, ข้อดีของวิธีการสังเคราะห์มิวคือ ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์มิวเป็นตัวควบคุมที่เหมาะที่สุด เนื่องจากใช้การวนรอบ DK เพื่อหาตัวควบคุม K(s) ที่ทำให้ $\mu_\Delta(N)$ มีค่าน้อยกว่า 1. นั่นคือสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ลดทอนผลของอินพุทระบบไปยังเอาต์พุทของระบบ ซึ่งสอดคล้องกับดัชนีสมรรถนะที่เราพิจารณา. อย่างไรก็ตามการสังเคราะห์มิวมีข้อเสียคือ ตัวควบคุมมีอันดับเท่ากับอันดับของระบบบวกด้วยอันดับของฟังก์ชันน้ำหนัก และบวกกับสองเท่าของอันดับของเมทริกซ์ปรับมาตราส่วน. ตัวควบคุมมิวจึงมีอันดับสูงกว่าตัวควบคุมจากการจัดสัณฐานวงรอบตัวควบคุมจากการควบคุมเอชอินฟินิตี้ จึงอาจเกิดความผิดพลาดเชิงเลขในการประยุกต์ใช้กับระบบจริง.

จากผลการออกแบบแสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับทฤษฎีการควบคุม โดยสามารถใช้วิธีการสังเคราะห์มิวในกระบวนการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ. เราแสดงให้เห็นถึงผลการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม โดยกำหนดพารามิเตอร์ระบบเริ่มต้นและคำนวณดัชนีสมรรถนะเริ่มต้น, จากนั้นจึงใช้การออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม คำนวณพารามิเตอร์การออกแบบสุดท้ายที่ให้ดัชนีสมรรถนะมีค่าต่ำลงจากดัชนีสมรรถนะเริ่มต้น. จากผลตอบเชิงความถี่แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมจากการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม ทำให้ระบบวงปิดสอดคล้องกับเงื่อนสมรรถนะสัญญาณรบกวน

ไม่เท่ากัน.

6.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นในวิทยานิพนธ์นี้ ส่วนใหญ่เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในกระบวนการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ ซึ่งมีแนวทางการแก้ปัญหาและข้อเสนอแนะที่สำคัญ ดังนี้

1. เนื่องจากความหลากหลายในการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(p_0, s)$ เมื่อกำหนดพารามิเตอร์ของระบบ p_0, เราควรพิจารณา $W_i(p_0, s)$ หลายฟังก์ชันสำหรับทุกพารามิเตอร์ p_0 . จากนั้นเราสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนจนกระทั่งคำนวณดัชนีสมรรถนะของระบบ γ, สุดท้ายจึงเลือกใช้ $W_i(p_0, s)$ ที่มีดัชนีสมรรถนะของระบบ γ ต่ำสุด.

2. ในส่วนการคำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุด หากในหนึ่งรอบของการวนซ้ำไม่สามารถค้นหาจุดที่สำเร็จได้. ควรเปลี่ยนพารามิเตอร์ของระบบเริ่มต้น p_{ini} หรือเปลี่ยนทิศการค้นหาเริ่มต้น $s_1^{(1)}$ และ $s_2^{(1)}$ แล้วจึงเริ่มกระบวนการหาค่าต่ำสุดครั้งใหม่ต่อไป.

6.3 สิ่งที่ควรทำในการทำงานวิจัยต่อไป

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงสิ่งที่ควรทำในงานวิจัยต่อไป ซึ่งแบ่งได้ 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ ส่วนที่เกี่ยวข้องกับระบบควบคุม และส่วนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการหาค่าต่ำสุด.

1. สิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไปในส่วนของระบบควบคุม
   (a) ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมคงทนวิธีอื่น พร้อมทั้งเทียบผลการออกแบบที่ได้กับการออกแบบโดยการสังเคราะห์มิว.
   (b) นำหลักการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมในวิทยานิพนธ์นี้ ประยุกต์ใช้กับระบบที่มีความซับซ้อนมากขึ้น.

2. สิ่งที่ควรทำการวิจัยต่อไปในส่วนของกระบวนการหาค่าต่ำสุด
   (a) ศึกษาผลการหาค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ เมื่อเปลี่ยนพารามิเตอร์ของระบบเริ่มต้น p_{ini} และทิศการค้นหาเริ่มต้น $s_1^{(1)}$ และ $s_2^{(1)}$ หลายๆ ค่า.
   (b) ศึกษากระบวนการหาค่าต่ำสุดแบบวนซ้ำอัตโนมัติวิธีอื่นสำหรับคำนวณค่าต่ำสุดของดัชนีสมรรถนะ พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลลัพธ์กับทิศทางค้นหาแกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก.

รายการอ้างอิง

1. V. Feliu, K. S. Rattan, and H. B. Brown Jr., "Design and Control of a Two-Degree-of-Freedom Lightweight Flexible Arm," in Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, (1991): 1391-1396.

2. J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, Feedback Control Theory. New York: Macmillan Publishing Company, 1992.

3. P. Chaichanavong and D. Banjerdpongchai, "A Case Study of Robust Control Experiment on One-link Flexible Robot Arm," in Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, (1999): 4319-4324.

4. L. Khow and D. Banjerdpongchai, "Robust $\mathcal{H}_\infty$ Controller Synthesis with Time Domain Constraint for One-Link Flexible Robot Arm," in Proc. the 6^{th} Int. Conf. Control, Automation, Robotics and Vision, (2000).

5. R. C. Dorf and R. H. Bishop, Modern Control Systems. (CA): Addison-Wesley, 8^{th} ed., 1998.

6. J. C. Doyle, "Analysis of Feedback Systems with Structured Uncertainty," IEE Proc., 129, 6, (November 1982): 242-250.

7. J. C. Doyle, J. E. Wall, and G. Stein, "Performance and Robustness Analysis for Structured Uncertainty," in Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, (1985): 260-265.

8. H. Chapellat, M. Dahleh, and S. P. Bhattacharyya, "Robust Stability Under Structured and Unstructured Perturbations," IEEE Trans. Aut. Control, AC-35, (October 1990): 1100-1108.

9. K. Glover and J. C. Doyle, "State-Space Formulae for all Stabilizing Controllers that Satisfy an $\mathcal{H}_\infty$ Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity," Syst. Control Letters, 11, (1988): 167-172.

10. J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-Space Solution to Standard $\mathcal{H}_2$ and $\mathcal{H}_\infty$ Control Problems," IEEE Trans. Aut. Control, AC-34, (August 1989): 831-846.

11. S. Skogestad, M. Morari, and J. C. Doyle, "Robust Control of ill-conditioned Plants: High-purity Distillation," IEEE Trans. Aut. Control, AC-33, (December 1988): 1092-1105.

12. G. J. Balas and J. C. Doyle, "Robustness and Performance Trade-offs in Control design for Flexible Structures," IEEE Trans. Control Sys. Tech., 2, 4, (December 1994): 352-361.

13. H. Ozbay and G. R. Bachmann, "$\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Controller-design for a 2-dimensional Thin Airfoil Flutter Suppression," AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics, (August 1994): 722-728.

14. K. Glover and D. McFarlane, "Robust Stabilization of Normalized Coprime Factor Plant Descriptions with $\mathcal{H}_\infty$-bounded Uncertainty," IEEE Trans. Aut. Control, AC-34, (August 1989): 821-830.

15. S. Skogestad and L. Postlethwaite, Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. England: John Wiley & Sons, 1996.

16. A. N. Moser, "Designing Controllers for Flexible Structures with H_∞/μ-Synthesis," IEEE Control Syst. Mag., 13, (April 1993): 79-89.

17. P. Lundstrom, S. Skogestad, and Z.-Q. Wang, "Performance Weight Selection for $\mathcal{H}_\infty$ and μ-control Methods," Tran. Instrumentation and Measurement Control, 13, 5, (1991): 241-252.

18. M. A. Franchek, "Selecting the Performance Weights for the μ and $\mathcal{H}_\infty$ Synthesis Methods for siso Regulating Systems," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 118, (March 1996): 126-131.

19. H. Asada, J. H. Park, and S. Rai, "A Control-Configured Flexible Arm: Integrated Structure/Control Design," in Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, (1991): 2356-2362.

20. J. H. Park and H. H. Asada, "Concurrent Design Opitimization of Mechanical Structure and Control for High Speed Robots," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 116, (September 1994): 344-356.

21. S. Rai and H. H. Asada, "Integrated Structure/control Design of High Speed Flexible Robots Based on Time Optimal Control," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 117, (Semtember 1995): 503-512.

22. S. V. Savant and H. H. Asada, "Shaping Structure Dynamics With Truncation-Error Bounded Reduced-Order Model for Integrated Mechanism/Control Design," in Proc. American Control Conf., (1998): 3540-3544.

23. S. V. Savant and H. H. Asada, "Integrated Structure/Control Design Based On Model Validity and Robustness Margin," in Proc. American Control Conf., (1999): 2871-2875.

24. S. S. Rao, Optimization: theory and applications. India: Wiley Eastern, 1978.

25. H. H. Rosenbrock, "An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function," *Computer J.*, 3, (1960): 175-184.

26. H. R. Pota, "A Prototype Flexible Robot Arm-an Interdisciplinary Undergraduate Project," IEEE Trans. Education, 35, 1, (February 1992): 83-89.

27. J. Apkarian, A comprehensive and modular laboratory for control systems design and implementation. (n.p.): Quanser Consulting, 1995.

28. D. J. Inman, Engineering Vibration. (n.p.): Prentice-Hall, 1996.

29. ภาณุ ชัยชนะวงศ์, การออกแบบตัวควบคุมแบบคงทนสำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว. โครงงานชั้นปีที่ 4, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

30. G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, and R. Smith, μ-Analysis and Synthesis Toolbox for Use with MATLAB. (MA): The MathWorks, 3^{rd} ed., 1998.

31. M. A. Franchek and P. A. Herman, "Direct connection between time-domain performance and frequency-domain characteristics," Int. J. Robust and Nonlinear Control, 8, (October 1998): 1021-1022.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

ชุดคำสั่งในการคำนวณ

ในภาคผนวก ก จะนำเสนอชุดคำสั่งสำหรับการคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน, การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิวและการคำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก. ชุดคำสั่งดังกล่าวเป็นรูทีน (routine) ในโปรแกรม **MATLAB** โดยใช้ชุดคำสั่งใน μ-Analysis and Synthesis Toolbox [30]. คำสั่งที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุมแสดงดังตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1: สรุปคำสั่งที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบที่รวมแบบจำลองและตัวควบคุม

คำสั่ง	คำอธิบาย
`cal_gammin.m`	คำนวณ γ สำหรับระบบที่พารามิเตอร์ p_0
`find_residue.m`	คำนวณส่วนตกค้าง (residue) ของเวกเตอร์เชิงความถี่ของแบบจำลอง
`find_wi.m`	คำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน $W_i(s,p_0)$
`genunAMM.m`	คำนวณขอบเขตความไม่แน่นอนของแบบจำลอง $l_m(s,p_0)$
`Musyn1pt.m`	ออกแบบตัวควบคุมคงทนโดยการสังเคราะห์มิวพร้อมทั้งคำนวณ γ
`plantAMM.m`	คำนวณสมการปริภูมิสถานะของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวด้วยวิธีแบบแผนสมมติ
`RSB1ite.m`	คำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก 1 รอบการวนซ้ำ

ก.1 การคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน

การคำนวณฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอนแบบอัตโนมัติใช้คำสั่ง `find_wi.m` ซึ่งคำสั่งดังกล่าวใช้ร่วมกับคำสั่ง `genunAMM.m` และ `plantAMM.m`. โดย `genunAMM.m` เป็นคำสั่งสำหรับคำนวณขอบเขตความไม่แน่นอน $l_m(s,p_0)$ ตามสมการ (3.7). ส่วน `plantAMM.m` เป็นคำสั่งสำหรับคำนวณสมการปริภูมิสถานะของแขนกลอ่อนตัวข้อต่อเดียวจากการแก้สมการออยเลอร์-เบอร์นูลีด้วยวิธีแบบแผนสมมติ ซึ่งคำสั่ง `plantAMM.m` ใช้ร่วมกับคำสั่ง `find_residue.m`.

find_wi.m

```
function [G0,Wi] = find_wi(L_m_no,model_type),

% Function  find_wi     This function use genunFEM.m (or genunAMM.m) for calculate
%                       uncertainty lm and find uncertainty weight Wi.
%                       Use with plantAMM.m and genunAMM.m for AMM model.
%                       Use with plantFEM.m and genunFEM.m for FEM model.
%
% Input     L_m_no      Nominal parameter p0 = [pm mt].
%           model_type  Model type 'AMM' or 'FEM'.
%
% Output    G0          Nominal plant for design controller.
%           Wi          uncertainty weight (in pck from)
%
% Example   [G0,Wi] = find_wi([0.45 0.10],'AMM');
%-------------------------------------------------------------------------------------%

%=================%
%  Input program  %
%=================%
Ln = L_m_no(1);
Mn = L_m_no(2);

%===================%
%  Initial setting  %
%===================%
mode = 1; piece = 1; ind = 0;
min_L = 0.30; max_L = 0.45;
min_m = 0.05; max_m = 0.10;
w_min = -2; w_max = 3;
NN = 1000;
percent=0;
step=0.01;
suc=zeros(NN,1);
show_g = 'on';                          % 'on' for plot frequency respond
                                        % 'of' for not plot frequency respond

%========================%
%  Calculate and check Wi  %
%========================%
% calculate Wi
if model_type == 'FEM',
    [G0]=plantFEM(piece,Ln,Mn);
    [lm,omega]=genunFEM([w_min w_max],[min_L max_L],[min_m max_m],L_m_no,piece,NN);
elseif model_type == 'AMM',
    [A,B,C,D]=plantAMM(mode,Ln,Mn);
    G0=pck(A,B,C,D);
    [lm,omega]=genunAMM([w_min w_max],[min_L max_L],[min_m max_m],L_m_no,mode,NN);
else
    error(' Error model selection, please type FEM or AMM \n');
end
lm_frsp=[lm omega; NN Inf];
wgt=0.2;
wgtg=frsp(wgt,omega);
figure;
Wi=fitmag(lm_frsp,wgtg);                % Wi in pck from

% check Wi
```

สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
while sum(suc) < 1000,
    percent=percent+step;
    [aWi,bWi,cWi,dWi]=unpck(Wi);
    [zWi,pWi,kWi]=ss2zp(aWi,bWi,cWi,dWi);
    kWi=kWi*(1+percent/100);
    [aWi,bWi,cWi,dWi]=zp2ss(zWi,pWi,kWi);
    Wi=pck(aWi,bWi,cWi,dWi);
    Wi_frsp=frsp(Wi,omega);
    magWi=abs(Wi_frsp(1:1000,1));
    err=magWi-lm;
    for ii = 1:NN,
        if err >= 0,
            suc(ii) = 1;
        else
            suc(ii) = 0;
        end
    end
end

%=====================================%
%   Output program (plot lm and Wi)   %
%=====================================%
if show_g == 'on',
    figure;
    loglog(omega,magWi,'b-','linewidth',2);
    hold
    loglog(omega,lm,'k:','linewidth',2);
    title('Bode plot of parametic uncertainty lm and Wi');
    xlabel('Frequency (rad/sec)','FontSize',12);
    ylabel('Magnitude','FontSize',12);
    legend('Wi','lm',4);
end
%-----------------------------------------------------------------------------------------------%
```

genunAMM.m

```
function [lm,omega] = genunAMM(range_w,range_L,range_m,L_m_no,mode,NN),

% Function  genunAMM    An algorithm to find uncertainty lm on multiplicative
%                       input uncertainty of one-link flexible robot arm,
%                       subject to load mass (M_tip) and distance from load
%                       to hub (tippo). Use with plantAMM.m for AMM model.
%                       Use with plantFEM.m for FEM model.
%
% Input     range_w     Range of omega.
%           range_L     Range of M_tip position.
%           range_m     Range of M_tip.
%           L_m_no      Nominal parameter p0 = [pm mt].
%           mode        Mode in asume mode model.
%           NN          Number of simulate point.
%
% Output    lm          Uncertainty, size = 1*NN.
%           omega       Range of omega in log space, size = 1*NN.
%
% Example   [lm,omega] = genunAMM([-2 3],[0.30 0.45],[0.05 0.10],[0.45 0.10],1,1000);
%-----------------------------------------------------------------------------------------------%

%===============================================%
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
%   Input program (bounded paramatric uncertainty)   %
%====================================================%
w_min = range_w(1);                 % minimum of w
w_max = range_w(2);                 % maximum of w
tippomin = range_L(1);              % minimum of M_tip position
tippomax = range_L(2);              % magimum of M_tip position
M_tipmin = range_m(1);              % minimum of M_tip
M_tipmax = range_m(2);              % maximum of M_tip
Ln = L_m_no(1);                     % nominal M_tip position
Mn = L_m_no(2);                     % nominal M_tip
N = mode;                           % piece of model

%==================%
%   Initial setting   %
%==================%
omega = logspace(w_min,w_max,NN);
omega=omega';
step= 5;                            % gridding 5*5 pt.
show_g = 'of';                      % 'on' for plot frequency respond
                                    % 'of' for not plot frequency respond

%======================================%
%   Calculate uncertainty lm (AMM model)   %
%======================================%
[A,B,C,D,] = plantAMM(N,Ln,Mn)
G = pck(A,B,C,D);
Gfr = frsp(G,omega);
lm = zeros(1,NN)';
ite=0;
fprintf(' ite_lm: ');
if show_g == 'on',
    figure;
    title('Bode plot of parametic uncertainty lm');
    xlabel('Frequency (rad/sec)','FontSize',12);
    ylabel('Magnitude','FontSize',12);
    axis([10^w_min 10^w_max 1e-4 1e1]);
    hold;
end
for K = tippomin:(tippomax-tippomin)/(step-1):tippomax,
    for J = M_tipmin:(M_tipmax-M_tipmin)/(step-1):M_tipmax,
        ite=ite+1;
        fprintf('%1.0f ',ite);
        [AA,BB,CC,DD] = plantAMM(N,K,J);
        G1 = pck(AA,BB,CC,DD);
        G1fr=frsp(G1,omega);
        cond=mmult(vinv(Gfr),G1fr);
        if show_g == 'on',
            loglog(cond(1:NN,2),abs(cond(1:NN,1)-1),'k:','linewidth',1);
        end
        for II=1:NN,
            if abs(cond(II,1)-1)>lm(II),
                lm(II)=abs(cond(II,1)-1);
            end
        end
    end
end
if show_g == 'on',
    loglog(omega,lm,'k','linewidth',2);
```

```
end
%-----------------------------------------------------------------------------------------------%
```

plantAMM.m

```
function [A,B,C,D,Mode_f] = plantAMM(No_mode,M_tip_po,M_tip),

% Function  plantAMM    Assumed mode model for one-link flexible robot arm,
%                       use with find_residue.m. States are
%                       [q_0 dot(q_0) q_1 dot(q_1) ... q_No_mode dot(q_No_mode)]'
%
% Input     No_mode     Number of mode.
%           M_tip_po    Distance from hub to Mass of tip.
%           M_tip       Mass of tip.
%
% Output    A,B,C,D     State-space equation.
%           Mode_f      Modeshape's frequency in rad/s.
%
% Example   [A,B,C,D,Mode_f] = plantAMM(1,0.45,0.10);
%-----------------------------------------------------------------------------%

%=================%
%  Input program  %
%=================%
global Mt                            %Point mass at tip <variable kg>
global L                             %Length on beam to tip <variable m>
L = M_tip_po;
Mt = M_tip;
N = No_mode;

%===================%
%  Initial setting  %
%===================%
E=200*10^9;                          %Young modulus of stainless steel beam <N/m^2>
I=8.226*10^(-13);                    %Area moment of inertia of beam <=h*w*w*w/12 m^4>
Jh=0.002;                            %Hub's moment of inertia <kg.m^2>
Mb=0.06;                             %Beam mass <kg>
rho=0.06/0.45;                       %Linear mass density <kg/m>
J=Jh+1/3*Mb*L^2+Mt*L^2;              %Total moment of inertia about rotor <kg.m^2>
Kg=70;                               %Gear ratio <->
Kt=0.00767;                          %Motor's torque constant <N.m/A>
Kb=0.00767;                          %Motor's back emf constant <V.sec>
Rm=2.6;                              %Rotor electric resistant <V/A>

%======================%
%  Calculate AMM model  %
%======================%
% I: Find mode frequency
Xmod_f = zeros(N,1);
Xw = zeros(N,1);
seed = 0;
mod_f = 0;
for n=1:N,
    if (n == 1),
        while (abs(mod_f) < 1e-4),
            seed = seed + 2;
            mod_f = fzero('find_residue',seed);
        end
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
    else
        seed = mod_f;
        mod_f_t = mod_f;
        while ((mod_f_t - mod_f) < 1e-4)
            seed = seed + 2;
            mod_f_t = fzero('find_residue',seed);
        end
        mod_f = mod_f_t;
    end
    Xmod_f(n) = mod_f;
    Xw(n)=sqrt(E*I*mod_f^4/rho);
end

% II: Find mode coefficient(s)
Xk1 = zeros(N,1);
Xk2 = zeros(N,1);
for n=1:N,
    mod_f = Xmod_f(n);
    Xk1(n)=(2*rho*sinh(mod_f*L)-(Jh*mod_f^3*(cos(mod_f*L)+cosh(mod_f*L))))...
            /(Jh*mod_f^3*(sin(mod_f*L)+sinh(mod_f*L)));
    Xk2(n)=(2*rho*sin(mod_f*L)+(Jh*mod_f^3*(cos(mod_f*L)+cosh(mod_f*L))))...
            /(Jh*mod_f^3*(sin(mod_f*L)+sinh(mod_f*L)));
end

% III: Mode shape normalization
Xnormcoef = zeros(N,1);
for n=1:N,
    mod_f = Xmod_f(n);
    k1 = Xk1(n);
    k2 = Xk2(n);
    x = L;
    gamm = rho*(k1^2*(x/2-(sin(2*mod_f*x))/(4*mod_f))...
            + x/2 + (sin(2*mod_f*x))/(4*mod_f) + (k1*(sin(mod_f*x))^2)/(mod_f)...
            + x/2 + (sinh(2*mod_f*x))/(4*mod_f) - k2^2*(x/2-(sinh(2*mod_f*x))/(4*mod_f))...
            - (k2*(sinh(mod_f*x))^2)/(mod_f)...
            + (k1*k2*(sin(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)-cos(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            - (k1*(sin(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)-cos(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            + (k2*(sin(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)+cos(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            - (sin(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)+cos(mod_f*x)*sinh(mod_f*x))/(mod_f));
    x = 0;
    gamm = gamm - rho*( k1^2*(x/2-(sin(2*mod_f*x))/(4*mod_f))...
            + x/2 + (sin(2*mod_f*x))/(4*mod_f) + (k1*(sin(mod_f*x))^2)/(mod_f)...
            + x/2 + (sinh(2*mod_f*x))/(4*mod_f) - k2^2*(x/2-(sinh(2*mod_f*x))/(4*mod_f))...
            - (k2*(sinh(mod_f*x))^2)/(mod_f)...
            + (k1*k2*(sin(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)-cos(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            - (k1*(sin(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)-cos(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            + (k2*(sin(mod_f*x)*sinh(mod_f*x)+cos(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)))/(mod_f)...
            - (sin(mod_f*x)*cosh(mod_f*x)+cos(mod_f*x)*sinh(mod_f*x))/(mod_f) );
    gamm = gamm + Jh*(k1*mod_f + k2*mod_f)^2;
    gamm = gamm + Mt*(k1*sin(mod_f*L)+cos(mod_f*L)+k2*sinh(mod_f*L)-cosh(mod_f*L))^2;
    normcoef=sqrt(J/gamm);
    Xnormcoef(n) = normcoef;
end

% IV: State space realization
for n=1:N,
    XphiL(n)=Xnormcoef(n)*(Xk1(n)*sin(Xmod_f(n)*L) + cos(Xmod_f(n)*L)...
            + Xk2(n)*sinh(Xmod_f(n)*L) - cosh(Xmod_f(n)*L));
```

```
end

%=====================================%
%   Output program (state-space model)   %
%=====================================%
% Rigid mode : from torque to tip
A_t = [0 1;0 0];
B_t = inv(J)*[0;1];
C_t = [1 0];

% Rigid mode : from volt to torque
K_t = (Kg^2*Kt*Kb/Rm)*[0 1];

% Flexible mode(s) : from torque to tip
for n=1:N,
    A_t = [A_t zeros(2*n,2);zeros(2,2*n) [0 1;-Xw(n)^2 0]];
    B_t = [B_t; inv(J)*[0;Xnormcoef(n)*Xmod_f(n)*(Xk1(n)+Xk2(n))]];
    C_t = [C_t [XphiL(n)/L 0]];
end

% Flexible mode(s) : from volt to torque
for n=1:N,
    K_t = [K_t (Kg^2*Kt*Kb/Rm)*[0 Xnormcoef(n)*Xmod_f(n)*(Xk1(n)+Xk2(n))]];
end

% Result!
A = A_t -B_t*K_t;
B = (Kg*Kt/Rm)*B_t;
C = C_t; D = 0;
Mode_f = [Xmod_f Xw/(2*pi)];
%-----------------------------------------------------------------------------------%
```

find_residue.m

```
function [Xresidu] = find_residue(Xmod_f),

% Function  find_residue   Calculate the left part of characteristic equation
%                                                F(mod_f) = 0
%                          for assumed mode model of one-link flexible robot arm.
%                          Point mass at tip (Mt) and Length on beam to tip (L)
%                          must be define previously and globally.
%
% Input     Xmod_f         Modal frequency vector in radian per metre.
%
% Output    Xresidu        Residue of Xmod_f.
%-----------------------------------------------------------------------------------%

%==================%
%   Initial setting   %
%==================%
global Mt                            %Point mass at tip <variable kg>
global L                             %Length on beam to tip <variable m>
Jh=0.002;                            %Hub's moment of inertia <const. kg.m^2>
Mb=0.06;                             %Beam mass <const. kg>
rho=0.06/0.45;                       %Linear mass density of beam <const. kg/m>

%====================%
%   Calculate residue   %
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
%=====================%
for n=1:length(Xmod_f),
    mod_f = Xmod_f(n);
    Xresidu(n) = (cos(mod_f*L)*sinh(mod_f*L)-sin(mod_f*L)*cosh(mod_f*L))...
            *(1-(mod_f^4)*Jh*Mt/(rho^2))...
            - 2*Mt*mod_f*sin(mod_f*L)*sinh(mod_f*L)/rho...
            - Jh/rho*mod_f^3*(1+cos(mod_f*L)*cosh(mod_f*L));
end
%-----------------------------------------------------------------------------------------%
```

ก.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยวิธีการสังเคราะห์มิว

การสังเคราะห์ตัวควบคุมคงทนโดยการสังเคราะห์มิวใช้คำสั่ง Musyn1pt.m ซึ่งคำสั่งดังกล่าวใช้ร่วมกับคำสั่ง find_wi.m, dkit_mu.m และ cal_gammin. โดย dkit_mu.m แก้ไขจาก dkit.m ซึ่งเป็นคำสั่งสำหรับสังเคราะห์ตัวควบคุมมิวในชุดคำสั่ง μ-Analysis and Synthesis Toolbox ของโปรแกรม **MATLAB.**

Musyn1pt.m

```
function [K_mu,Wi,gam_fin] = Musyn1pt(L_m_no,model_type),

% Function  plantAMM    Musynthesis at parameter L_m_no, output are
%                       controller (K_mu), uncertainty weight (Wi) and gamma.
%
% Input     L_m_no      Nominal parameter p0 = [pm mt].
%           model_type  Model type 'AMM' or 'FEM'.
%
% Output    K_mu        Controllerfrom mu synthesis (in pck from).
%           Wi          uncertainty weight (in pck from).
%           gam_fin     gamma at parameter L_m_no.
%
% Example   [K_mu,Wi,gam_fin]=Musyn1pt([0.30 0.05],'AMM');
%-----------------------------------------------------------------------------------------%

%========================================%
%  Calculate G0, Wi, Wp, Wu and sysipu_ic  %
%========================================%
% G0 and Wi
[G0,Wi,L_m_no,model_type]=find_wi(L_m_no,model_type);

% Wp (SLIGHTLY RELAXED PERFORMANCE OBJECTIVE)
numWp = [1/2.3 10]; denWp = 10*conv([1/2.35 0.001],[1/1.6 1]);
Wp = nd2sys(numWp,denWp);

% Wu (voltage control input weight)
Wu = (50/180*pi)/5;

% sysipu_ic
systemnames = 'G0 Wu Wi Wp';
inputvar = '[pertin1; dist11; dist21; control1]';
outputvar = '[ Wi ; Wp ; Wu; dist2-dist1-G0]';
input_to_Wu = '[ control ]';
input_to_Wi = '[ control ]';
input_to_G0 = '[ control + pertin ]';
input_to_Wp = '[ G0 + dist1 ]';
```

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
sysoutname = 'sysipu_ic';
cleanupsysic = 'yes';
fprintf(' form sysipu_ic : OK \n');
sysic

%==================================%
% Mu synthesis (Calculate K_mu) %
%==================================%
% initial setting for dkit_mu
mk_sysipu_dk
start_ite = 1;
stop_ite = 7;
AUTOINFO_DK = [start_ite stop_ite];

% DK iteration
dkit_mu
gf_tmp=[gf_dk1 gf_dk2 gf_dk3 gf_dk4 gf_dk5 gf_dk6 gf_dk7];
gammu_min=min(gf_tmp)
if gf_dk1==gammu_min, K_mu=k_dk1; fprintf('K_mu=k_dk1 \n'); end
if gf_dk2==gammu_min, K_mu=k_dk2; fprintf('K_mu=k_dk2 \n'); end
if gf_dk3==gammu_min, K_mu=k_dk3; fprintf('K_mu=k_dk3 \n'); end
if gf_dk4==gammu_min, K_mu=k_dk4; fprintf('K_mu=k_dk4 \n'); end
if gf_dk5==gammu_min, K_mu=k_dk5; fprintf('K_mu=k_dk5 \n'); end
if gf_dk6==gammu_min, K_mu=k_dk6; fprintf('K_mu=k_dk6 \n'); end
if gf_dk7==gammu_min, K_mu=k_dk7; fprintf('K_mu=k_dk7 \n'); end

%======================================%
%   Calculate gam_min and ||WpSp||_inf   %
%======================================%
[gam_fin,rp1_fin,rp2_fin,max_WpS]=cal_gammin(L_m_no,model_type,K_mu,Wi);
%-----------------------------------------------------------------------------------%
```

cal_gammin.m

```
function [gam_fin,rp1_fin,rp2_fin,max_WpS]=cal_gammin(L_m_no,model_type,K_mu,Wi),


% Function  plantAMM   Calculate gam_min for parameter L_m_no.
%
% Input     L_m_no     Nominal parameter p0 = [pm mt].
%           model_type Model type 'AMM' or 'FEM'.
%           K_mu       Controllerfrom mu synthesis (in pck from).
%           Wi         uncertainty weight (in pck from).
%
% Output    gam_fin    gamma at parameter L_m_no.
%           rp1_fin    || |Wi T| + |Wp/g S| ||_inf.
%           rp2_fin    || |Wi T| + |Wu K S| ||_inf.
%           max_WpS    || Wp S ||_inf.
%
% Example   [gam_fin,rp1_fin,rp2_fin,max_WpS]=cal_gammin(L_m_no,'AMM',K_mu,Wi)
%-----------------------------------------------------------------------------------%

%==================%
%  Initial setting  %
%==================%
tol=1;
ite = 0;
gam_fin=0.1;
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
[rp1_fin]=checkRP(L_m_no,model_type,K_mu,Wi,gam_fin);
step =0.5;
scale=1;
fprintf('ite = ');

%====================%
%  Calculate min_gam  %
%====================%
while tol >= 0.000005,
    while rp1_fin < 1,
        ite=ite+1;
        fprintf('%1.0f ',ite);
        gam_tmp = gam_fin-step*scale;
        [rp1_tmp]=checkRP(L_m_no,model_type,K_mu,Wi,gam_tmp);
        scale=scale*0.5;
        tol = abs(rp1_tmp-rp1_fin);
        gam_fin = gam_tmp;
        rp1_fin = rp1_tmp;
    end
    while rp1_fin >= 1,
        ite=ite+1;
        fprintf('%1.0f ',ite);
        gam_tmp = gam_fin+step*scale;
        [rp1_tmp]=checkRP(L_m_no,model_type,K_mu,Wi,gam_tmp);
        scale=scale*0.5;
        tol = abs(rp1_fin-rp1_tmp);
        gam_fin = gam_tmp;
        rp1_fin = rp1_tmp;
    end
end

%==================%
%  Output Program  %
%==================%
[rp1_fin,rp2_fin,max_WpS] = checkRP(L_m_no,model_type,K_mu,Wi,gam_fin)
%-----------------------------------------------------------------------------------%
```

ก.3 การคำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอก

คำนวณดัชนีสมรรถนะต่ำสุดโดยใช้แกนพิกัดแบบหมุนของโรเซนบรอกจากคำสั่ง RSB1ite.m ซึ่งคำสั่งดังกล่าวใช้ร่วมกับคำสั่ง Musyn1pt.m

RSB1ite.m

```
function [x_out,Wi_out,K_out,gam_out,s1_new,s2_new,stop_RSB] = ...
                    RSB1ite(x_init,s1,s2,gam_init,ite_RSB,model_tmp),

%==================%
%  Initial setting  %
%==================%
lam1 = 0.8;     lam2 = 0.8;
lam1_suc = 0;   lam2_suc = 0;
al = 3;         be = -0.5;
x_step = 0.01;
stop_s1s2 =20;      % max ite in RSB1ite = 20
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
stop_RSB = 0;          % stop_RSB = 1 for stop RSB iteration
stop_tol = 0;          % stop_tol = 1 for delta(gamma) < tol
pass_s2 = 0;           % pass_s2 = 1 for finish RSB in direction S1, don't calculate direction S2
s1_suc = zeros(1,stop_s1s2); s1_fail = zeros(1,stop_s1s2);
s2_suc = zeros(1,stop_s1s2); s2_fail = zeros(1,stop_s1s2);
s1_err = zeros(1,stop_s1s2); s2_err = zeros(1,stop_s1s2);
tol = 0.00005;
jj=1;                  % jj = number of calculation in direction S1 and S2

%========================%
%  Mu-Synthesis with RSB  %
%========================%
% before first direction S1
tmp1 = gam_init;
for i=1:2,             % i = dimention of L_m_nominal :ex [Ln Mn] has i = 2
    x1_old(jj,i)=x_init(i);
end

while and(and(sum(s1_suc),sum(s1_fail)),and(sum(s2_suc),sum(s2_fail)))==0,
    %----------------%
    %  direction S1  %
    %----------------%
    for i=1:2,
        x1_new(jj,i) = x1_old(jj,i) + lam1(jj)*x_step*s1(i);
    end
    [x1_new(jj,:),s1_err(jj)] = ck_Lm(x1_new(jj,:));       % s1_err(jj) = 1 for x1_new out range
    [K_tmp,Wi_tmp,gam_tmp] = Musyn1pt(x1_new(jj,:),model_tmp);
    gam_RSB(jj,1) = gam_tmp;
    tmp2 = gam_tmp;
    fprintf(' S1(%1.0f): [%1.4f %1.4f]+%1.4f*%1.2f*[%1.4f %1.4f]==>...
                              [%1.4f %1.4f]',jj,x1_old(jj,1),x1_old(jj,2),lam1(jj),...
                              x_step,s1(1),s1(2),x1_new(jj,1),x1_new(jj,2));
    if s1_err(jj)==1, fprintf('*'); end
    if tmp2<tmp1,
        % case success
        fprintf(' Suc \n');
        for i=1:2,
            x2_old(jj,i) = x1_new(jj,i);
        end
        s1_suc(jj)= 1;
        lam1(jj+1)= lam1(jj)*al;
        lam1_suc = lam1_suc + lam1(jj)*al;
        Wi_out = Wi_tmp;
        K_out = K_tmp;
        tmp3 = abs(tmp2-tmp1);
        if tmp3 < tol,         % stop_tol = 1 for delta(gamma) < tol
            pass_s2 = 1;
            stop_RSB = 1;
            stop_tol = 1;
        end
    tmp1=tmp2;
    else
        % case fail
        fprintf(' Fail \n');
        for i=1:2,
            x2_old(jj,i) = x1_old(jj,i);
        end
        s1_fail(jj) =1;
```

```
        if abs(x1_new(jj,:)-x1_old(jj,:)) < [0.0001 0.0001],
                if s1_err(jj)== 0,
                pass_s2 = 1;
                stop_RSB = 1;
                fprintf(' Finish RSB, x_out closely x_init in direction S1\n');
            end
        end
        lam1(jj+1)=lam1(jj)*be;
    end

    %----------------%
    %   direction S2   %
    %----------------%
    if pass_s2  = 1,
        for i=1:2,
            x2_new(jj,i) = x2_old(jj,i) + lam2(jj)*x_step*s2(i);
        end
        [x2_new(jj,:),s2_err(jj)] = ck_Lm(x2_new(jj,:)); % s2_err = 1 for x2_new out range
        %[K_tmp,Wi_tmp,gam_tmp] = Musyn1pt_test(x2_new(jj,:),model_tmp);
        [K_tmp,Wi_tmp,gam_tmp] = Musyn1pt(x2_new(jj,:),model_tmp);
        gam_RSB(jj,2) = gam_tmp;
        tmp2 = gam_tmp;
        fprintf(' S2(%1.0f): [%1.4f %1.4f]+%1.4f*%1.2f*[%1.4f %1.4f]==>...
                                        [%1.4f %1.4f]',jj,x2_old(jj,1),x2_old(jj,2),lam2(jj),...
                                        x_step,s2(1),s2(2),x2_new(jj,1),x2_new(jj,2));
        if s2_err(jj)==1, fprintf('*'); end
        if tmp2<tmp1,
            % case success
            fprintf(' Suc \n');
            for i=1:2,
                x1_old(jj+1,i) = x2_new(jj,i);
            end
            s2_suc(jj)= 1;
            lam2(jj+1)= lam2(jj)*al;
            lam2_suc = lam2_suc + lam2(jj)*al;
            Wi_out = Wi_tmp;
            K_out = K_tmp;
            tmp3 = abs(tmp2-tmp1);
            if tmp3 < tol, % stop_tol = 1 for delta(gamma) < tol
                stop_RSB = 1;
                stop_tol = 1;
            end
            tmp1=tmp2;
        else
            % case fail
            fprintf(' Fail \n');
            for i=1:2,
                x1_old(jj+1,i) = x2_old(jj,i);
            end
            s2_fail(jj) = 1;
            if abs(x2_new(jj,:)-x2_old(jj,:)) < [0.0001 0.0001],
                if s2_err(jj) == 0,
                    stop_RSB = 1;
                    fprintf(' Finish RSB, x_out closely x_init in direction S2\n');
                end
            end
            lam2(jj+1)=lam2(jj)*be;
        end
```

```
    else
        x2_new(jj,:) = 9.999*ones(1,2);
        lam2(jj) = 9.999;
        for i=1:2,
            x1_old(jj+1,i) = x2_old(jj,i);
        end
        gam_RSB(jj,2) = 0.99999;
    end

    %-------------------------------------%
    %  number of calculation in RSB 1 ite  %
    %-------------------------------------%
    jj=jj+1;
end

%===========================%
%  Report simulation result  %
%===========================%
x_out = x1_old(jj,:);
gam_out = min(min(gam_RSB));
s1s2_new = gramschm([s1' s2'],[lam1_suc lam2_suc]);
s1_new = s1s2_new(:,1)';
s2_new = s1s2_new(:,2)';

fprintf(' |------------------------------------|\n');
fprintf(' | Total report of RSB iteration %1.0f |\n',ite_RSB);
fprintf(' |------------------------------------|\n');
fprintf(' s1_suc s1_fail s2_suc s2_fail gam_s1 gam_s2\n');
for i=1:jj-1,
    fprintf(' (%1.0f):\t%1.0f\t\t%1.0f\t\t%1.0f\t\t%1.0f\t\t%1.5f\t\t%1.5f\n',...
                              i,s1_suc(i),s1_fail(i),s2_suc(i),s2_fail(i),...
                              gam_RSB(i,1),gam_RSB(i,2));
end
fprintf(' \n');
for i=1:jj-1,
    % direction S1
    fprintf(' S1(%1.0f): [%1.4f %1.4f]+%1.4f*%1.2f*[%1.4f %1.4f]==>...
                              [%1.4f %1.4f]',i,x1_old(i,1),x1_old(i,2),lam1(i),...
                              x_step,s1(1),s1(2),x1_new(i,1),x1_new(i,2));
    if s1_err(i)==1, fprintf('*'); end
    if s1_suc(i)==1,
        fprintf(' Suc \n');
    elseif s1_fail(i)==1,
        fprintf(' Fail \n');
    else
        fprintf(' \n');
    end
    % direction S2
    fprintf(' S2(%1.0f): [%1.4f %1.4f]+%1.4f*%1.2f*[%1.4f %1.4f]==>...
                              [%1.4f %1.4f]',i,x2_old(i,1),x2_old(i,2),lam2(i),...
                              x_step,s2(1),s2(2),x2_new(i,1),x2_new(i,2));
    if s2_err(i)==1, fprintf('*'); end
    if s2_suc(i)==1,
        fprintf(' Suc \n');
    elseif s2_fail(i)==1,
        fprintf(' Fail \n');
    else
        fprintf(' \n');
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
    end
end
if stop_RSB == 1,
    if stop_tol == 1,
        fprintf(' Finish RSB, tot = %1.6f-%1.6f = %1.6f < %1.5f\n',tmp1+tmp3,tmp1,tmp3,tol);
    else
        fprintf(' Finish RSB, x_out closely x_init\n');
    end
else
    fprintf(' next RSB''s iteration : %1.0f\n',ite_RSB+1);
    fprintf(' next L_M_nominal       : [%1.4f %1.4f]\n',x1_old(jj,1),x1_old(jj,2));
    fprintf(' next search direction : s1 = [%1.4f %1.4f]\n',s1_new(1),s1_new(2));
    fprintf('                        : s2 = [%1.4f %1.4f]\n\n',s2_new(1),s2_new(2));
end
%------------------------------------------------------------------------------------%
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอนันต์ พันธ์พิพัฒไพบูลย์ เกิดเมื่อวันที่ 23 มีนาคม พ.ศ. 2522 จังหวัดกรุงเทพมหานคร เป็นบุตรคนเดียวของ นายไพรวัลย์ และนางกาญจนา พันธ์พิพัฒไพบูลย์. นายอนันต์สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ในปีการศึกษา 2543 ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม.

ผลงานนำเสนอในงานประชุมวิชาการ

1. *การวิเคราะห์คงทนของการจัดโครงสร้างระบบควบคุม สำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว* ผู้เขียนร่วมคือ ผศ.ดร.เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย นำเสนอในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 24 ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าลาดกระบัง พฤศจิกายน 2544.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย