

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การหาจำนวนเต็มบวกซึ่งเป็นค่าพหามิตอร์ของการแจกแจงที่จะทำให้การแจกแจงหนึ่งคู่เข้าสู่การแจกแจงอื่นนั้นมีหลักเกณฑ์ในการพิจารณา แบ่งเป็น 2 ลักษณะในการวิจัยนี้ ตามประเภทของการแจกแจงระหว่างการแจกแจงที่แท้จริงกับการแจกแจงที่ใช้ประมาณการ ได้แก่ เกณฑ์การพิจารณากรณี การประมาณการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง เกณฑ์การพิจารณาที่ใช้สำหรับ การประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงทวินาม และการประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปัวส์ซอง, และเกณฑ์การพิจารณากรณีการประมาณการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่องด้วยการแจกแจงแบบต่อเนื่อง เกณฑ์การพิจารณาที่ใช้สำหรับ การประมาณการแจกแจงทวินาม, การแจกแจงปัวส์ซอง, และการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงปกติ

การนำเสนอผลการศึกษาในครั้งนี้ จะนำเสนอทีละการแจกแจง ดังต่อไปนี้

- 4.1 การประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงทวินาม
- 4.2 การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปัวส์ซอง
- 4.3 การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปกติ
- 4.4 การประมาณการแจกแจงปัวส์ซองด้วยการแจกแจงปกติ
- 4.5 การประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงปกติ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.1 การประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงทวินาม

ใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

ϵ หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่แท้จริงกับการแจกแจงที่ใช้ประมาณ ที่กำหนดขึ้น

N, M, n หมายถึง ขนาดประชากรทั้งหมด, ขนาดประชากรย่อยที่สนใจ, และขนาดตัวอย่าง ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริก

จำนวนเต็มบวกที่สนใจทำการศึกษาคือ ค่าพารามิเตอร์ n โดยที่ ถ้าพารามิเตอร์ n มีค่าน้อย เมื่อเทียบกับพารามิเตอร์ N แล้ว เราอาจประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงทวินามได้ โดยใช้พารามิเตอร์ n และ p ซึ่ง $p = \frac{M}{N}$ ในการศึกษาได้กำหนดให้พารามิเตอร์ N และ M เป็นค่าคงที่ แล้วคัดเลือกขนาดพารามิเตอร์ n โดยเริ่มศึกษาจากพารามิเตอร์ n ที่มีค่ามาก และลดค่าพารามิเตอร์ n ลงจนกระทั่งทำให้ความคลาดเคลื่อนระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกและความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามทุกค่ามีค่าไม่มากกว่าค่าความคลาดเคลื่อน ϵ ที่กำหนด เพราะฉะนั้น พารามิเตอร์ n ที่แสดงในตารางจึงเป็นค่าที่มากที่สุดในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว และฉะนั้น ถ้ากำหนด n มีขนาดเล็กกว่าค่ามากที่สุดนี้ ค่าประมาณความน่าจะเป็นจะคลาดเคลื่อนลดลงต่ำกว่า ϵ ที่กำหนด

สามารถแสดงผลการศึกษาโดยสรุปได้ ดังตาราง 4.1.1-4.1.7

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.1 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-ออปเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำแนกตามค่า N และ M และกำหนด $\epsilon = 0.05$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
30	1-4, 26-29	5	200	9-10, 140-141	52
	5-9, 25-21	7		11-12, 138-139	56
	10 - 20	9		13-16, 134-137	60
50				17-21, 129-133	66
	1-2, 48-49	10		22-25, 125-128	71
	3-4, 46-47	9		26-30, 120-124	76
	5-6, 44-45	13		31-37, 113-119	80
	7-11, 39-43	15		38-46, 104-112	84
	12-15, 35-38	17		47-53, 97-103	88
	16 - 34	19		54 - 96	90
100	1 , 99	24		1 , 199	47
	2-4, 96-98	18		2-4, 196-198	37
	5-6, 94-95	26	5-6, 194-195	51	
	7-8, 92-93	31	7-8, 192-193	63	
	9-10, 90-91	34	9-10, 190-191	70	
	11-14, 86-89	37	11-12, 188-189	75	
	15-21, 79-85	41	13-14, 186-187	80	
	22-28, 72-78	46	15-17, 183-185	84	
	29-36, 64-71	50	18-20, 180-182	91	
	37 - 63	52	21-23, 177-179	96	
150			24-26, 174-176	101	
	1 , 149	35	27-29, 171-173	104	
	2-4, 146-148	27	30-33, 167-170	108	
	5-6, 144-145	39	34-39, 161-166	112	
	7-8, 142-143	47	40-43, 157-160	117	

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
200	44-50, 150-156	120	300	1, 299	71
	51-58, 142-149	123		2-4, 296-298	55
	59-73, 127-141	127		5-6, 294-295	77
	74 - 126	131		7-8, 292-293	94
250				9-10, 290-291	105
	1, 249	59		11-12, 288-289	114
	2-4, 246-248	46		13-15, 285-287	121
	5-6, 244-245	64		16-17, 283-284	133
	7-8, 242-243	79		18-20, 280-282	138
	9-10, 240-241	88		21-23, 277-279	146
	11-12, 238-239	95		24-27, 273-276	154
	13-15, 235-237	100		28-30, 270-272	162
	16-17, 233-234	111		31-34, 266-269	168
	18-20, 230-232	114		35-37, 263-265	173
	21-23, 227-229	121	38-39, 261-262	177	
	24-26, 224-226	127	40-42, 258-260	180	
	27-30, 220-223	133	43-47, 253-257	184	
	31-33, 217-219	138	48-51, 249-252	188	
	34-37, 213-216	142	52-56, 244-248	192	
	38-44, 206-212	147	57-65, 235-243	196	
	45-49, 201-205	152	66-74, 226-234	202	
50-57, 193-200	157	75-88, 212-225	206		
58-66, 184-192	161	89-105, 195-211	211		
67-79, 171-183	165	106-126, 174-194	216		
80-96, 154-170	170	127-173	219		
97 - 153	174				

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
350	1, 349	83	400	1, 399	95
	2-4, 346-348	64		2-4, 396-398	74
	5-6, 344-345	90		5-6, 394-395	102
	7-8, 342-343	110		7-8, 392-393	126
	9-10, 340-341	123		9-10, 390-391	141
	11-12, 338-339	133		11-12, 388-389	152
	13-15, 335-337	142		13-15, 385-387	162
	16-17, 333-334	156		16-18, 382-384	178
	18-20, 330-332	163		19-21, 379-381	191
	21-23, 327-329	173		22-24, 376-378	201
	24-27, 323-326	181		25-27, 373-375	210
	28-31, 319-322	190		28-30, 370-372	219
	32-34, 316-318	198		31-34, 366-369	225
	35-38, 312-315	204		35-38, 362-365	233
	39-43, 307-311	210		39-43, 357-361	240
	44-48, 302-306	217		44-48, 352-356	249
	49-52, 298-301	222		49-53, 347-351	256
	53-58, 292-297	227		54-58, 342-346	262
	59-67, 283-291	233		59-64, 336-341	267
	68-78, 272-282	239		65-70, 330-335	273
	79-88, 262-271	245		71-79, 321-329	278
	89-101, 249-261	250		80-87, 313-320	283
	102-122, 228-248	255		88-98, 302-312	288
	123-158, 192-227	260		99-111, 289-301	293
	159 - 191	264		112-129, 271-288	298
				130-161, 239-270	303
				162 - 238	308

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ
450	1, 449	107		196 - 254	355
	2-4, 446-448	83			
	5-6, 444-445	115	500	1, 499	118
	7-8, 442-443	142		2-4, 496-498	92
	9-10, 440-441	159		5-6, 494-495	128
	11-12, 438-439	171		7-8, 492-493	158
	13-15, 435-437	183		9-10, 490-491	176
	16-18, 432-434	201		11-12, 488-489	191
	19-21, 429-431	215		13-15, 485-487	206
	22-24, 426-428	233		16-18, 482-484	223
	25-27, 423-425	236		19-21, 479-481	239
	28-31, 419-422	247		22-24, 476-478	252
	32-35, 415-418	258		25-27, 473-475	263
	36-39, 411-414	267		28-30, 470-472	274
	40-43, 407-410	274		31-32, 468-469	282
	44-48, 402-406	281		33-35, 465-467	289
	49-53, 397-401	288		36-39, 461-464	297
	54-58, 392-396	295		40-44, 456-460	305
	59-64, 386-391	301		45-48, 452-455	315
	65-71, 379-385	308		49-51, 449-451	321
	72-78, 372-378	315		52-55, 445-448	327
	79-84, 366-371	320		56-61, 439-444	333
	85-95, 355-365	324		62-67, 433-438	341
	96-107, 343-354	330		68-73, 427-432	348
	108-121, 329-342	336		74-80, 420-426	353
	122-136, 314-328	341		81-86, 414-419	359
	137-160, 290-313	346		87-98, 402-413	364
	161-195, 255-289	351		99-107, 393-401	371

ตารางที่ 4.1.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	ท น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	ท น้อยกว่า หรือเท่ากับ
500	108-120, 380-392	376			
	121-134, 366-379	382			
	135-156, 344-365	387			
	157-183, 317-343	393			
	184-230, 270-316	398			
	231 - 269	402			

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.2 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำนวนตามค่า N
และ M และกำหนด $\epsilon = 0.04$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
30	1-2, 28-29	5	200	28-34, 116-122	64
	3-5, 25-27	4		35-46, 104-115	69
	6 - 24	6		47-63, 87-103	75
				64 - 86	78
50	1 , 49	10	200	1, 199	42
	2-5, 45-48	7		2-5, 195-198	30
	6-8, 42-44	10		6-7, 193-194	41
	9-16, 34-41	13		8-10, 190-192	54
	17 - 33	15		11-12, 188-189	59
100	1 , 99	21	200	13-14, 186-187	64
	2-5, 95-98	15		15-18, 182-185	69
	6-8, 92-94	21		19-22, 178-181	75
	9-15, 85-91	26		23-25, 175-177	81
	16-21, 79-84	33		26-29, 171-174	85
	22-33, 67-78	37		30-33, 167-170	90
	34 - 66	42		34-40, 160-166	94
150	1, 149	32	250	41-49, 151-159	99
	2-5, 145-148	22		50-61, 139-150	105
	6-7, 143-144	31		62-77, 123-138	110
	8-10, 140-142	39		78 - 122	114
				1, 249	53
	11-14, 136-139	44		2-5, 245-248	38
	15-19, 131-135	50		6-7, 243-244	52
	20-22, 128-130	56		8-10, 240-242	66
23-27, 123-127	60				

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
250	11-12, 238-239	74	350	34-37, 263-266	145
	13-14, 236-237	81		38-40, 260-262	150
	15-16, 234-235	86		41-46, 254-259	154
	17-20, 230-233	91		47-53, 247-253	161
	21-23, 227-229	98		54-60, 240-246	168
	24-27, 223-226	105		61-70, 230-239	173
	28-33, 217-222	111		71-78, 222-229	179
	34-38, 212-216	119		79-96, 204-221	184
	39-45, 205-211	125		97-111, 189-203	190
	46-54, 196-204	131		112 - 188	194
	55-63, 187-195	138			
	64-74, 176-186	143		1, 349	74
	75-93, 157-175	148		2-5, 345-348	54
	94 - 156	153		6-7, 343-344	72
300	1, 299	63	8-10, 340-342	92	
	2-5, 295-298	45	11-12, 338-339	104	
	6-7, 293-294	62	13-14, 336-337	113	
	8-10, 290-292	79	15-16, 334-335	121	
	11-12, 288-289	89	17-18, 332-333	128	
	13-14, 286-287	97	19-20, 330-331	134	
	15-16, 284-285	104	21-23, 327-329	139	
	17-18, 282-283	109	24-26, 324-326	148	
	19-20, 280-281	114	27-28, 322-323	156	
	21-23, 277-279	119	29-31, 319-321	163	
	24-27, 273-276	127	32-34, 316-318	166	
	28-30, 270-272	134	35-37, 313-315	172	
	31-33, 267-269	140	38-40, 310-312	177	
				41-43, 307-309	181

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ
350	44-47, 303-306	186	400	42-44, 356-358	210
	48-50, 300-302	190		45-47, 353-355	215
	51-57, 293-299	195		48-51, 349-352	220
	58-62, 288-292	201		52-55, 345-348	225
	63-69, 281-287	207		56-61, 339-344	230
	70-80, 270-280	211		62-66, 334-338	236
	81-90, 260-269	218		67-74, 326-333	241
	91-101, 249-259	223		75-83, 317-325	248
	102-117, 233-248	228		84-92, 308-316	254
	118-144, 206-232	233		93-105, 295-307	260
145 - 205	238	106-119, 281-294	266		
400	1 , 399	84	120-141, 259-280	271	
	2-5, 395-398	61	142-177, 223-258	277	
	6-7, 393-394	83	178 - 222	282	
	8-10, 390-392	106	450	1 , 449	95
	11-12, 388-389	119		2-5, 445-448	68
	13-14, 386-387	130		6-7, 443-444	93
	15-16, 384-385	139		8-10, 440-442	119
	17-18, 382-383	146		11-12, 438-439	134
	19-20, 380-381	153		13-14, 436-437	146
	21-23, 377-379	160		15-16, 434-435	156
	24-26, 374-376	170		17-18, 432-433	165
	27-29, 371-373	179		19-21, 429-431	173
	30-33, 367-370	187		22-23, 427-428	186
	34-35, 365-366	194		24-26, 424-426	192
	36-38, 362-364	200		27-29, 421-423	202
	39-41, 359-361	205		30-32, 418-420	211

ตารางที่ 4.1.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ
450	33-35, 415-417	219	500	15-16, 484-485	174
	36-38, 412-414	226		17-18, 482-483	183
	39-41, 409-411	232		19-21, 479-481	192
	42-44, 406-408	238		22-23, 477-478	207
	45-48, 402-405	244		24-26, 474-476	214
	49-52, 398-401	250		27-29, 471-473	225
	53-56, 394-397	256		30-32, 468-470	235
	57-60, 390-393	261		33-35, 465-467	244
	61-64, 386-389	266		36-38, 462-464	251
	65-71, 379-385	271		39-41, 459-461	258
	72-76, 374-378	278		42-45, 455-458	266
	77-81, 369-373	283		46-49, 451-454	273
	82-86, 364-368	287		50-53, 447-450	281
	87-95, 355-363	291		54-57, 443-446	287
	96-104, 346-354	297		58-61, 439-442	293
	105-113, 337-345	302		62-65, 435-438	299
	114-123, 327-336	306		66-71, 429-434	304
	124-137, 313-326	310		72-77, 423-428	310
	138-157, 293-312	315		78-82, 418-422	317
	158-191, 259-292	320		83-87, 413-417	322
192 - 258	325	88-96, 404-412	326		
500	1 . 499	105	97-102, 398-403	332	
	2-5, 495-498	76	103-112, 388-397	337	
	6-7, 493-494	103	113-123, 377-387	342	
	8-10, 490-492	132	124-138, 362-376	348	
	11-12, 488-489	149	139-153, 347-361	354	
	13-14, 486-487	162	154-179, 321-346	359	
			180-216, 284-320	365	
			217 - 283	370	

ตารางที่ 4.1.3 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำแนกตามค่า N
และ M และกำหนด $\epsilon = 0.03$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
30	1-3, 27-29	4		42-54, 96-108	54
	4-7, 23-26	3		55 - 95	59
	8 - 22	4			
50	1-2, 48-49	7	200	1, 199	36
	3-7, 43-47	6	2-6, 194-198	23	
	8-11, 39-42	8	7-10, 190-193	31	
	12-22, 28-38	9	11-13, 187-189	41	
	23 - 27	11	14-16, 184-186	46	
100	1, 99	18	17-18, 182-183	51	
	2-6, 94-98	11	19-23, 177-181	54	
	7-10, 90-93	15	24-27, 173-176	60	
	11-19, 81-89	20	28-31, 169-172	65	
	20-35, 65-80	26	32-40, 160-168	69	
	36 - 64	31	41-51, 149-159	76	
150	1, 149	27	52-65, 135-148	82	
	2-6, 144-148	17	66-83, 117-134	88	
	7-10, 140-143	23	84 - 116	92	
	11-13, 137-139	30	250	1, 249	45
	14-18, 132-136	34	2-6, 244-248	29	
	19-23, 127-131	40	7-10, 240-243	38	
	24-30, 120-126	44	11-13, 237-239	52	
	31-41, 109-119	49	14-15, 235-236	59	
			16-18, 232-234	64	
			19-20, 230-231	69	

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	
250	21-25, 225-229	73		52-57, 243-248	130	
	26-29, 221-224	79		58-65, 235-242	135	
	30-33, 217-220	85		66-75, 225-234	141	
	34-37, 213-216	90		76-85, 215-224	147	
	38-42, 208-212	94		86-101, 199-214	152	
	43-48, 202-207	99		102-117, 183-198	157	
	49-55, 195-201	104		118 - 182	161	
	56-63, 187-194	109				
	64-75, 175-186	114		350	1, 349	63
	76-91, 159-174	119			2, 348	50
	92 - 158	124		3-6, 344-347	41	
300				7-8, 342-343	54	
	1, 299	54		9-10, 340-341	61	
	2, 298	43		11-13, 337-339	73	
	3-6, 294-297	35		14-15, 335-336	83	
	7-8, 292-293	46		16-18, 332-334	90	
	9-10, 290-291	52		19-20, 330-331	97	
	11-13, 287-289	62		21-22, 328-329	103	
	14-15, 285-286	71		23-24, 326-327	109	
	16-18, 282-284	77		25-29, 321-325	113	
	19-20, 280-281	83		30-32, 318-320	121	
	21-22, 278-279	88		33-36, 314-317	128	
	23-27, 273-277	93		37-41, 309-313	134	
	28-31, 269-272	100		42-47, 303-308	142	
	32-34, 266-268	106		48-52, 298-302	149	
	35-40, 260-265	112		53-57, 293-297	155	
	41-45, 255-259	119		58-61, 289-292	160	
	46-51, 249-254	125		62-68, 282-288	164	

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	
350	69-77, 273-281	170		54-58, 342-346	181	
	78-85, 265-272	176		59-61, 339-341	186	
	86-94, 256-264	181		62-67, 333-338	190	
	95-108, 242-255	186		68-72, 328-332	195	
	109-119, 231-241	191		73-78, 322-327	200	
	120-137, 213-230	194		79-85, 315-321	205	
	138 - 212	199		86-93, 307-314	210	
					94-101, 299-306	215
400	1 , 399	72		102-110, 290-298	220	
	2 , 398	57		111-125, 275-289	224	
	3-6, 394-397	47		126-143, 257-274	230	
	7-8, 392-393	61		144-173, 227-256	235	
	9-10, 390-391	69		174 - 226	240	
	11-13, 387-389	83				
	14-15, 385-386	95		450	1 , 449	81
	16-18, 382-384	103			2 , 448	64
	19-20, 380-381	111			3-6, 444-447	53
	21-22, 378-379	118			7-9, 441-443	69
	23-24, 376-377	125			10-11, 439-440	97
	25-28, 372-375	129			12-13, 437-438	94
	29-30, 370-371	139			14-15, 435-436	107
	31-32, 368-369	143			16-18, 432-434	116
	33-36, 364-367	147			19-20, 430-431	125
	37-39, 361-363	154			21-22, 428-429	133
	40-43, 357-360	161			23-24, 426-427	140
44-46, 354-356	166		25-26, 424-425	147		
47-50, 350-353	171		27-28, 422-423	152		
51-53, 347-349	176		29-30, 420-421	157		

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
450	31-32, 418-419	162		14-15, 485-486	118
	33-34, 416-417	166		16-18, 482-484	130
	35-36, 414-415	170		19-20, 480-481	139
	37-39, 411-413	174		21-22, 478-479	148
	40-44, 406-410	181		23-24, 476-477	156
	45-49, 401-405	191		25-26, 474-475	163
	50-54, 396-400	199		27-28, 472-473	169
	55-59, 391-395	206		29-30, 470-471	175
	60-65, 385-390	213		31-32, 468-469	180
	66-71, 379-384	220		33-34, 466-467	185
	72-77, 373-378	226		35-37, 463-465	190
	78-83, 367-372	232		38-41, 459-462	199
	84-90, 360-366	238		42-44, 456-458	206
	91-100, 350-359	243		45-49, 451-455	213
	101-109, 341-349	250		50-52, 448-450	222
	110-119, 331-340	255		53-57, 443-447	227
	120-130, 320-330	260		58-60, 440-442	234
	131-145, 305-319	265		61-63, 437-439	239
	146-166, 284-304	270		64-66, 434-436	243
167-196, 254-283	276		67-69, 431-433	247	
	197 - 253	280		70-75, 425-430	251
				76-81, 419-424	259
500	1 , 499	90		82-87, 413-418	264
	2 , 498	71		88-91, 409-412	270
	3-6, 494-497	59		92-100, 400-408	274
	7-9, 491-493	77		101-108, 392-399	280
	10-11, 489-490	108		109-116, 384-391	286
	12-13, 487-488	105		117-126, 374-383	291

ตารางที่ 4.1.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
500	127-136, 364-373	296			
	137-150, 350-363	301			
	151-168, 332-349	306			
	169-189, 311-331	312			
	190-221, 279-310	317			
	222 - 278	321			

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.4 ตารางสรุปผลขนาดทวารามิตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำนวนตามค่า N
และ M และกำหนด $\epsilon = 0.02$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
30	1-4, 26-29	3		35-47, 103-115	31
	5-12, 18-25	2		48-60, 90-102	35
	13 - 17	3		61 - 89	37
50	1, 49	7	200	1, 199	29
	2-3, 47-48	5		2, 198	22
	4-10, 40-46	4		3-9, 191-197	16
	11-16, 34-39	5		10-14, 186-190	21
	17 - 33	6		15-18, 182-185	29
100	1, 99	15	19-26, 174-181	32	
	2-3, 97-98	10	27-29, 171-173	38	
	4-10, 90-96	8	30-36, 164-170	40	
	11-15, 85-89	11	37-45, 155-163	45	
	16-24, 76-84	13	46-53, 147-156	49	
	25-33, 67-75	16	54-66, 134-146	53	
	34-41, 59-66	18	67-86, 114-133	57	
	42 - 58	19	87 - 113	60	
	150	1, 149	22	250	1, 249
2, 148		17	2-3, 247-248		22
3-10, 140-147		12	4-9, 241-246		20
11-14, 136-139		16	10-14, 236-240		26
15-23, 127-135		21	15-18, 232-235		36
24-27, 123-126		26	19-22, 228-231		41
28-34, 116-122		28	23-26, 224-227		45
					27-29, 221-223

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ
250	30-32, 218-220	51	350	81-96, 204-219	100
	33-44, 212-217	54		97-106, 193-203	106
	39-46, 204-211	59		108-123, 177-192	109
	47-51, 199-203	64		124 - 176	112
	52-61, 189-198	68			
	62-73, 177-188	73		1, 349	51
	74-88, 162-176	78		2, 348	39
	89-105, 145-161	82		3-4, 346-347	31
	106 - 144	85		5-9, 341-345	28
300			10-12, 338-340	36	
	1, 299	44	13-14, 336-337	41	
	2, 298	34	15-18, 332-335	51	
	3-4, 296-297	27	19-22, 328-331	58	
	5-9, 291-295	24	23-25, 325-327	64	
	10-12, 288-290	31	26-28, 322-324	69	
	13-14, 286-287	36	29-31, 319-321	74	
	15-18, 282-285	44	32-34, 316-318	78	
	19-22, 278-281	49	35-40, 310-315	81	
	23-25, 275-277	55	41-45, 305-309	88	
	26-29, 271-276	59	46-50, 300-304	93	
	30-32, 268-270	62	51-54, 296-299	98	
	33-35, 265-267	66	55-61, 289-295	102	
	36-40, 260-264	69	62-70, 280-288	108	
	41-45, 255-259	74	71-81, 269-279	114	
	46-53, 247-254	79	82-89, 261-268	121	
	54-60, 240-246	85	90-97, 253-260	125	
	61-69, 231-239	90	98-110, 240-252	129	
	70-80, 220-230	95	111-124, 226-239	133	

ตารางที่ 4.1.4 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ
350	125-150, 200-225	138		134-154, 246-266	166
	151 - 199	142		155-179, 221-245	171
				180 - 220	174
400	1 , 399	59	450	1 , 449	66
	2 , 398	45		2 , 448	50
	3-4, 396-397	36		3-4, 446-447	40
	5-9, 391-395	32		5-9, 441-445	36
	10-12, 388-390	42		10-12, 438-440	47
	13-14, 386-387	47		13-14, 436-437	53
	15-18, 382-385	58		15-18, 432-435	66
	19-22, 378-381	66		19-22, 428-431	75
	23-25, 375-377	73		23-25, 425-427	83
	26-28, 372-374	79		26-28, 422-424	89
	29-31, 369-371	84		29-31, 419-421	95
	32-34, 366-368	89		32-34, 416-418	100
	35-39, 361-365	93		35-39, 411-415	105
	40-45, 355-360	101		40-44, 406-410	114
	46-49, 351-354	107		45-49, 401-405	121
	50-54, 346-350	113		50-56, 394-400	128
	55-58, 342-345	118		57-60, 390-393	136
	59-65, 335-341	122		61-66, 384-389	141
	66-71, 329-334	129		67-73, 377-383	148
	72-80, 320-328	134		74-81, 369-376	154
81-88, 312-319	140	82-90, 360-368	161		
89-96, 304-311	145	91-100, 350-359	169		
97-105, 295-303	150	101-110, 340-349	175		
106-117, 283-294	155	111-121, 329-339	180		
118-133, 267-282	160				

ตารางที่ 4.14 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
450	122-134, 316-328	186		79-84, 416-421	178
	135-145, 305-315	192		85-91, 409-415	184
	146-159, 291-304	196		92-99, 401-408	191
	160-194, 256-290	200		100-106, 394-400	196
	195 - 255	206		107-115, 385-393	201
500	1, 499	73		116-123, 377-384	207
	2, 498	56		124-133, 367-376	212
	3-4, 496-497	45		134-146, 354-366	217
	5-9, 491-495	40		147-163, 337-353	223
	10-12, 488-490	52		164-182, 319-336	229
	13-14, 486-487	59		183-217, 283-317	234
	15-18, 482-485	73		218 - 282	240
	19-22, 478-481	83			
	23-25, 475-477	92			
	26-28, 472-474	100			
	29-31, 469-471	106			
	32-34, 466-468	112			
	35-37, 463-465	117			
	38-39, 461-462	123			
	40-44, 456-460	127			
	45-49, 451-455	135			
	50-53, 447-450	143			
	54-58, 442-446	149			
	59-62, 438-441	155			
	63-66, 434-437	161			
67-72, 428-433	166				
73-78, 422-427	172				

ตารางที่ 4.1.5 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-ออปเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำแนกตามค่า N และ M และกำหนด $\epsilon = 0.01$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
100	1, 99	10	300	29-44, 206-221	18
	2-4, 96-98	6		45-63, 187-205	23
	5-20, 80-95	4		64-88, 162-186	27
	21-32, 68-79	5		89 - 161	31
	33-42, 58-67	6			
	43-44, 56-57	8		1, 299	31
	45 - 55	6		2, 298	23
150	1, 149	15	3-5, 295-297	16	
	2-3, 147-148	10	6-19, 281-294	12	
	4-29, 121-146	6	20-28, 272-280	16	
	30-57, 93-120	10	29-44, 256-271	22	
	58 - 92	13	45-62, 238-255	28	
			63-84, 216-237	34	
200	1, 199	20	85-115, 185-215	39	
	2-3, 197-198	13	116 - 184	44	
	4-28, 172-196	8	350	1, 349	36
	29-45, 155-171	14		2, 348	27
	46-60, 140-154	17		3-5, 345-347	19
	61 - 139	20		6-19, 331-344	14
		20-27, 323-330		19	
		28-36, 314-322		26	
250	1, 249	26	37-49, 301-313	30	
	2, 248	19	50-67, 283-300	36	
	3-5, 245-247	13	68-82, 268-282	42	
	6-19, 231-244	10	83-101, 249-267	47	
	20-28, 222-230	13			

ตารางที่ 4.1.5 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> น้อยกว่า หรือเท่ากับ	
350	102-124, 226-248	52		70-79, 371-380	58	
	125 - 225	56		80-93, 357-370	62	
400	1 , 399	41		94-105, 345-356	68	
	2 , 398	31		106-121, 329-344	73	
	3-5, 395-397	21		122-141, 309-328	78	
	6-19, 381-396	16		142-165, 285-308	83	
	20-27, 373-380	21		166-184, 266-284	87	
	28-35, 365-372	30		185 - 265	90	
	36-42, 358-364	34		500	1 , 499	51
	43-54, 346-357	38			2 , 498	38
	55-66, 334-345	44			3-5, 495-497	27
	67-80, 320-333	49			6-19, 481-494	20
	81-98, 302-319	55			20-27, 473-480	27
	99-115, 285-301	61			28-35, 465-472	38
116-137, 263-384	66	36-42, 458-464	44			
138-172, 228-262	70	43-48, 452-457	48			
173 - 227	75	49-54, 446-451	52			
450	1 , 449	46	55-64, 436-445		56	
	2 , 448	34	65-73, 427-435		62	
	3-5, 445-447	24	74-83, 417-426		68	
	6-19, 431-444	18	84-91, 409-416	72		
	20-27, 423-430	25	92-104, 396-408	77		
	28-35, 415-422	34	105-115, 385-395	82		
	36-42, 408-414	39	116-130, 370-384	87		
	43-48, 402-407	43	131-144, 356-369	92		
	49-59, 391-401	47	145-160, 340-355	96		
	60-69, 381-390	53	161-185, 315-339	100		
				186-208, 292-314	105	
				209 - 291	108	

ตารางที่ 4.1.6 ตารางสรุปผลขนาดทวารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์โ-
 อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำนวนตามค่า N
 และ M และกำหนด $\epsilon = 0.005$

N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n น้อยกว่า หรือเท่ากับ
100	1, 99	7	300	1, 299	22
	2-4, 96-98	4		2, 298	16
	5-10, 90-95	3		3-6, 294-297	10
	11-44, 56-89	2		7-57, 243-293	6
	45 - 55	3		58-92, 208-242	10
150	1, 149	11	350	93 - 207	13
	2-4, 146-148	6		1, 349	25
	5-13, 137-145	4		2, 348	18
	14-43, 107-136	5		3-5, 345-347	12
	44-70, 80-106	4		6-13, 337-344	9
	71 - 79	5		14-39, 311-336	7
200	1, 199	14	400	40-57, 293-310	10
	2-4, 196-198	8		58-89, 261-292	13
	5-9, 191-195	6		90-107, 243-260	15
	10-39, 161-190	4		108-134, 216-242	16
	40-64, 136-160	5		135 - 215	18
	65 - 135	6		1, 399	29
250	1, 249	18	400	2, 398	21
	2-4, 246-248	10		3-5, 395-397	14
	5-10, 240-245	7		6-14, 386-394	10
	11-40, 210-239	5		15-39, 361-385	8
	41-58, 192-209	7		40-56, 344-360	11
	59-98, 152-191	8		57-87, 313-343	15
	99 - 151	10		88-115, 285-312	17

ตารางที่ 4.1.6 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	น้อยกว่า หรือเท่ากับ
400	116-155, 245-284	21	500	1, 499	36
	156 - 244	23		2, 498	26
450				3-5, 495-497	18
	1, 449	32		6-12, 488-494	13
	2, 448	24		13-38, 462-487	10
	3-5, 445-447	16		39-54, 446-461	14
	6-14, 436-444	11		55-85, 415-445	19
	15-39, 411-435	9		86-122, 378-414	24
	40-56, 394-410	12		123-166, 334-377	29
	57-87, 363-393	17		167-199, 301-333	33
	88-126, 324-362	21		200 - 300	35
	127-170, 280-323	25			
171-185, 265-279	28				
186 - 264	29				

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.1.7 ตารางสรุปผลขนาดทราบดีเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
 ออเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จำนวนค่า N
 และ M และกำหนด $\epsilon = 0.001$

N	M	n น้อยกว่าหรือเท่ากับ
500	1, 499	16
	2, 498	11
	3-6, 494-497	7
	7-25, 475-493	4
	26-56, 444-474	3
	57-221, 279-443	2
	222 - 278	3

สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1) ผลจากการศึกษาพบว่าการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกด้วยการแจกแจงทวินาม จะมีลักษณะสมมาตรตามพารามิเตอร์ M กล่าวคือ ณ พารามิเตอร์ N หนึ่ง ๆ ขนาดพารามิเตอร์ n ที่มากที่สุดในการประมาณการ ที่จุด M และ $N-M$ จะมีค่าเท่ากัน

2) ผลจากการศึกษาพบว่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก จะเข้าสู่การแจกแจงทวินามได้เร็ว เมื่อสัดส่วนระหว่างพารามิเตอร์ M และ N มีค่าเข้าใกล้ 0.5 ($\frac{M}{N} \rightarrow 0.5$)

3) จากการศึกษาพบว่า เมื่อกำหนดความคลาดเคลื่อน (ϵ) ระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่แท้จริงและความน่าจะเป็นการแจกแจงที่ใช้ประมาณการ มีค่าน้อยลง พารามิเตอร์ n ที่มากที่สุดที่ควรใช้ในการประมาณการก็จะลดลง และ เมื่อกำหนด ϵ เท่ากับ 0.01 พารามิเตอร์ N เท่ากับ 30 และ 50 แล้ว พารามิเตอร์ n ที่มากที่สุดในการประมาณการได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งเป็นค่านี้น้อยมาก ไม่เหมาะสมในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว ในทำนองเดียวกัน จะเกิดกรณีดังกล่าวขึ้น เมื่อกำหนด ϵ เท่ากับ 0.005 พารามิเตอร์ N เท่ากับ 30 และ 50 และเมื่อ ϵ เท่ากับ 0.001 พารามิเตอร์ N เท่ากับ $30, 50, 100, \dots, 450$

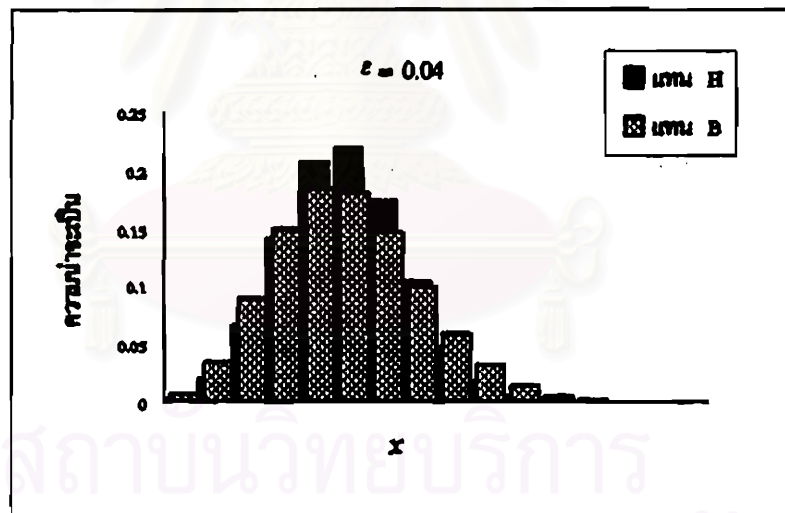
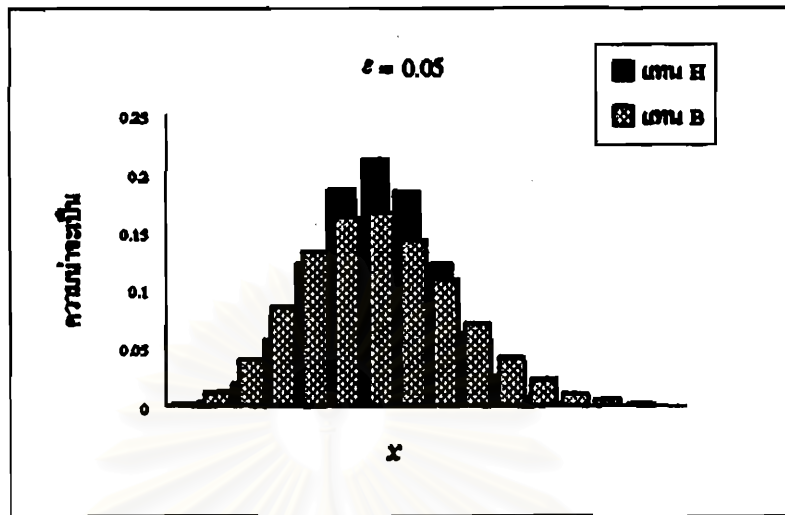
4) จากตารางที่ 4.1.1 ถึง 4.1.7 สามารถสรุปตารางเพื่อการประมาณขนาดพารามิเตอร์ n อย่างง่าย ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1.8 ตารางสรุปการประมาณค่าพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงทวินาม $B(n, p = \frac{M}{N})$ จากตารางที่ 4.1.1-4.1.7

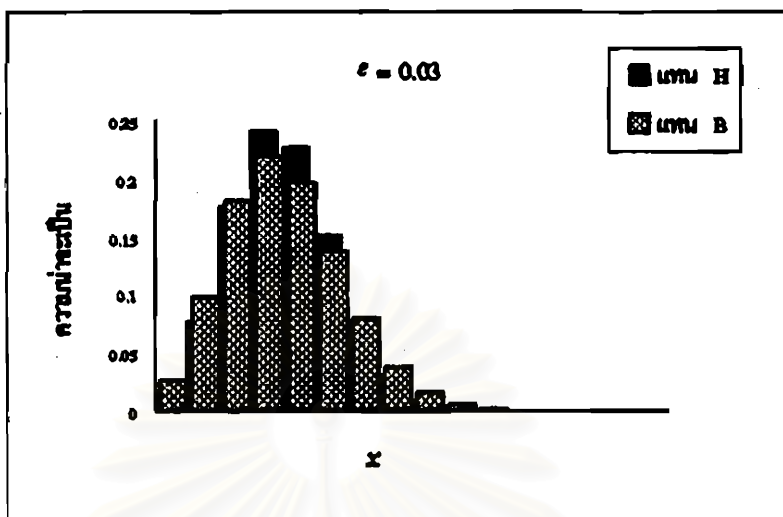
ϵ	$\frac{n}{N}$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ
0.05	0.16
0.04	0.13
0.03	0.10
0.02	0.08
0.01	0.04
0.005	0.02
0.001	0.004

ค่าสัดส่วนที่สรุปได้จะทำให้พารามิเตอร์ n มากที่สุดในการประมาณการแจกแจงที่คำนวณได้มีประสิทธิภาพดีขึ้นจากตาราง 4.1.1-4.1.7

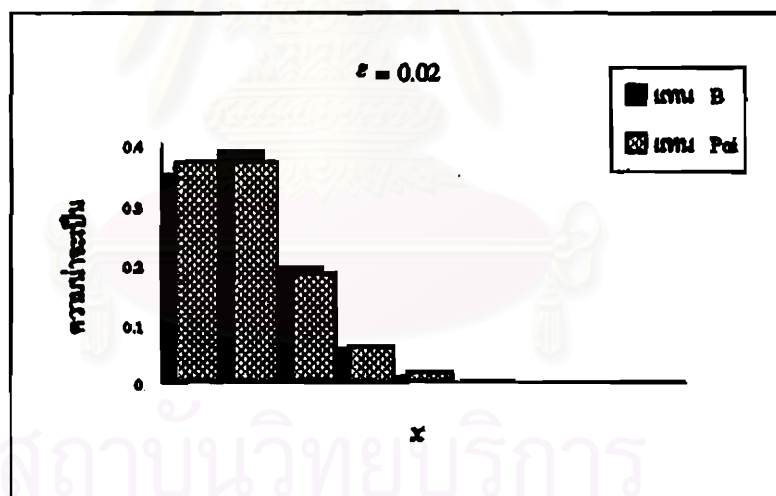
5) การยืนยันผลการศึกษาที่ได้ในตารางที่ 4.1.1-4.1.7 ด้วยการทดสอบเทียบความกลมกลืนกันโดยใช้ไคสแควร์ด้วยความเชื่อมั่น 95% ปรากฏว่า ผลการตรวจสอบผ่านทุกกรณีที่ทำการศึกษา กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่างหลาย ๆ ชุดจากตารางสรุปผลมาทำการตรวจสอบแล้ว พบว่า ส่วนใหญ่หรือเกือบทั้งหมดผ่านการทดสอบ และขณะที่ความคลาดเคลื่อน (ϵ) ระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่แท้จริงและความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่ใช้ในการประมาณลดลง การแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกจะใกล้เคียงการแจกแจงทวินามมากขึ้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกกับการแจกแจงทวินาม

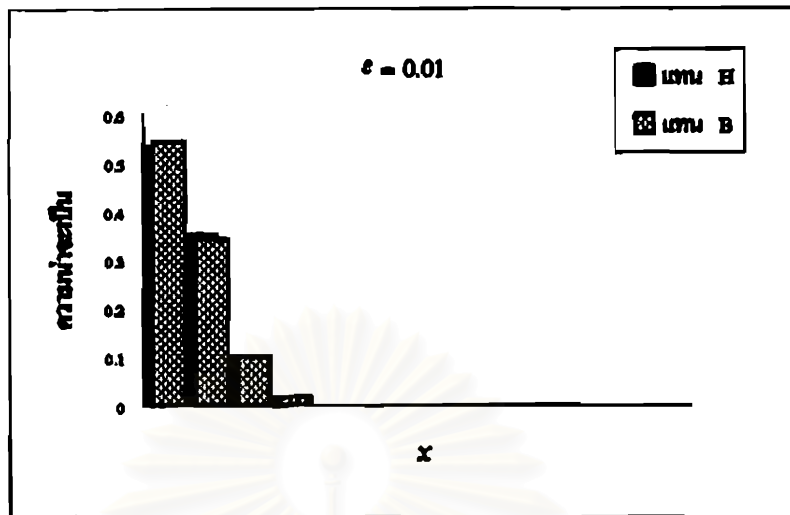


$H(300,15,71)$ และ $B(71,0.05)$

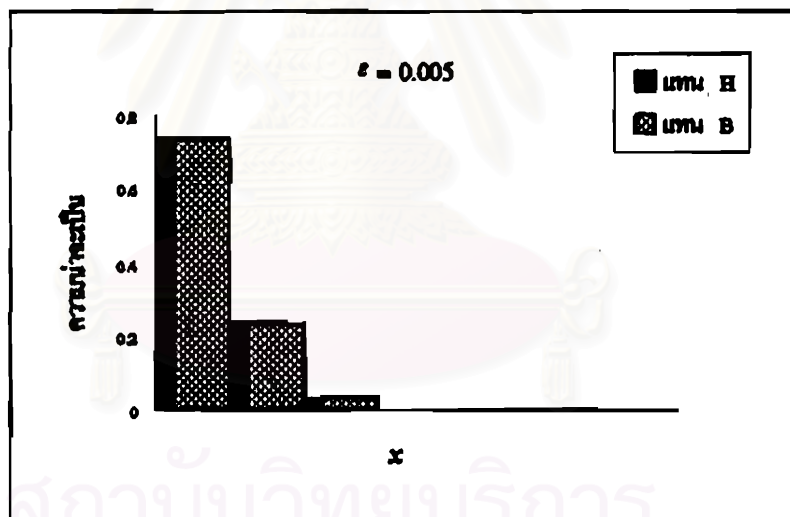


$H(300,15,44)$ และ $B(44,0.05)$

รูปที่ 4.1 (ต่อ)



$H(300, 15, 12)$ และ $B(12, 0.05)$



$H(300, 15, 6)$ และ $B(6, 0.05)$

รูปที่ 4.1 (ต่อ)

4.2 การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปัวซอง

ใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

ϵ หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่แท้จริงกับการแจกแจงที่ใช้ประมาณ ที่กำหนดขึ้น

n, p หมายถึง ขนาดตัวอย่าง และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม

จำนวนเต็มบวกที่สนใจทำการศึกษากรณีนี้คือ ค่าพารามิเตอร์ n โดยที่ ถ้าพารามิเตอร์ n มีค่ามาก และ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ p มีค่าเข้าใกล้ศูนย์แล้ว เราอาจประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยการแจกแจงปัวซองได้ โดยใช้พารามิเตอร์ λ ซึ่ง $\lambda = np$ ในการศึกษาได้กำหนดให้พารามิเตอร์ λ เป็นค่าคงที่ แล้วคัดเลือกขนาดพารามิเตอร์ n โดยเริ่มศึกษาพารามิเตอร์ n ที่มีค่าน้อย และเพิ่มขนาดพารามิเตอร์ n จนกระทั่งทำให้ความคลาดเคลื่อนระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามและความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวซองทุกค่ามีค่าไม่มากกว่าค่าความคลาดเคลื่อน ϵ ที่กำหนด เพราะฉะนั้น พารามิเตอร์ n ที่แสดงในตารางจึงเป็นค่าน้อยที่สุดในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว และฉะนั้น ถ้ากำหนด n มีขนาดใหญ่กว่าค่าน้อยที่สุดนี้ ค่าประมาณความน่าจะเป็นจะคลาดเคลื่อนลดลงต่ำกว่า ϵ ที่กำหนด

สามารถแสดงผลการศึกษาโดยสรุปได้ดังตารางที่ 4.2.1-4.2.7

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.1 ตารางขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซอง $Poi(\lambda=np)$ จำแนกตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.05$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.250]	6	(0.810-0.820]	145
(0.250-0.350]	10	(0.820-0.830]	159
(0.350-0.400]	15	(0.830-0.840]	175
(0.400-0.450]	19	(0.840-0.850]	194
(0.450-0.500]	24	(0.850-0.860]	215
(0.500-0.550]	30	(0.860-0.870]	231
(0.550-0.600]	37	(0.870-0.880]	259
		(0.880-0.890]	300
(0.600-0.625]	44	(0.890-0.900]	340
(0.625-0.650]	50		
(0.650-0.675]	57	(0.900-0.905]	358
(0.675-0.700]	65	(0.905-0.910]	389
(0.700-0.725]	73	(0.910-0.915]	412
(0.725-0.750]	88	(0.915-0.920]	450
		(0.920-0.925]	494
(0.750-0.760]	92	(0.925-0.930]	543
(0.760-0.770]	100	(0.930-0.935]	585
(0.770-0.780]	105	(0.935-0.940]	650
(0.780-0.790]	115	(0.940-0.945]	727
(0.790-0.800]	125	(0.945-0.950]	820
(0.800-0.810]	137		

ตารางที่ 4.2.2 ตารางสรุปขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซง $Poi(\lambda=np)$ จำนวนตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.04$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.150]	6	(0.760-0.770]	157
(0.150-0.250]	10	(0.770-0.780]	169
(0.250-0.350]	17	(0.780-0.790]	181
(0.350-0.400]	21	(0.790-0.800]	195
(0.400-0.450]	28	(0.800-0.810]	211
(0.450-0.500]	36	(0.810-0.820]	228
(0.500-0.525]	40	(0.820-0.830]	247
(0.525-0.550]	45	(0.830-0.840]	269
(0.550-0.575]	50	(0.840-0.850]	294
(0.575-0.600]	58	(0.850-0.860]	329
(0.600-0.625]	65	(0.860-0.870]	362
(0.625-0.650]	75	(0.870-0.880]	409
(0.650-0.675]	87	(0.880-0.890]	455
(0.675-0.700]	100	(0.890-0.895]	486
(0.700-0.710]	104	(0.895-0.900]	520
(0.710-0.720]	111	(0.900-0.905]	558
(0.720-0.730]	119	(0.905-0.910]	600
(0.730-0.740]	127	(0.910-0.915]	647
(0.740-0.750]	136	(0.915-0.920]	700
(0.750-0.760]	146	(0.920-0.925]	760
		(0.925-0.930]	829

ตารางที่ 4.2.3 ตารางสรุปขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซง $Poi(\lambda=np)$ จำแนกตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.03$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.150]	9	(0.700-0.710]	187
(0.150-0.200]	12	(0.710-0.720]	197
(0.200-0.250]	18	(0.720-0.730]	212
(0.250-0.300]	23	(0.730-0.740]	224
(0.300-0.350]	30	(0.740-0.750]	240
(0.350-0.400]	39	(0.750-0.760]	255
		(0.760-0.770]	274
(0.400-0.425]	43	(0.770-0.780]	296
(0.425-0.450]	50	(0.780-0.790]	315
(0.450-0.475]	55	(0.790-0.800]	340
(0.475-0.500]	63	(0.800-0.810]	369
(0.500-0.525]	70	(0.810-0.820]	400
(0.525-0.550]	80	(0.820-0.830]	436
(0.550-0.575]	90	(0.830-0.840]	475
(0.575-0.600]	100	(0.840-0.850]	527
		(0.850-0.860]	579
(0.600-0.610]	106		
(0.610-0.620]	114	(0.860-0.865]	608
(0.620-0.630]	117	(0.865-0.870]	646
(0.630-0.640]	125	(0.870-0.875]	680
(0.640-0.650]	132	(0.875-0.880]	717
(0.650-0.660]	139	(0.880-0.885]	765
(0.660-0.670]	146	(0.885-0.890]	809
(0.670-0.680]	157	(0.890-0.895]	867
(0.680-0.690]	165	(0.895-0.900]	920
(0.690-0.700]	174		

ตารางที่ 4.2.4 ตารางสรุปขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซง $Poi(\lambda=np)$ จำแนกตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.02$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.100]	10	(0.560-0.570]	194
(0.100-0.125]	15	(0.570-0.580]	203
(0.125-0.150]	19	(0.580-0.590]	215
(0.150-0.175]	24	(0.590-0.600]	225
(0.175-0.200]	27	(0.600-0.610]	239
(0.200-0.225]	33	(0.610-0.620]	250
(0.225-0.250]	38	(0.620-0.630]	263
(0.250-0.275]	45	(0.630-0.640]	278
(0.275-0.300]	50	(0.640-0.650]	295
(0.300-0.325]	58	(0.650-0.660]	309
(0.325-0.350]	67	(0.660-0.670]	328
(0.350-0.375]	76	(0.670-0.680]	347
(0.375-0.400]	85	(0.680-0.690]	368
(0.400-0.425]	95	(0.690-0.700]	390
(0.425-0.450]	109	(0.700-0.710]	414
(0.450-0.475]	122	(0.710-0.720]	440
(0.475-0.500]	138	(0.720-0.730]	467
		(0.730-0.740]	500
(0.500-0.510]	143	(0.740-0.750]	532
(0.510-0.520]	153	(0.750-0.760]	571
(0.520-0.530]	160	(0.760-0.770]	609
(0.530-0.540]	168	(0.770-0.780]	655
(0.540-0.550]	176	(0.780-0.790]	705
(0.550-0.560]	185	(0.790-0.800]	765

ตารางที่ 4.2.4 (ต่อ)

P	n มากกว่าหรือเท่ากับ	P	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.800-0.805]	795	(0.820-0.825]	937
(0.805-0.810]	827	(0.825-0.830]	977
(0.810-0.815]	860	(0.830-0.835]	1024
(0.815-0.820]	895	(0.835-0.840]	1069

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.5 ตารางสรุปขนาดพหามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซอง $Poi(\lambda=np)$ ถ้าแนกตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.01$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.040]	12	(0.280-0.290]	193
(0.040-0.050]	19	(0.290-0.300]	203
(0.050-0.060]	29	(0.300-0.310]	215
(0.060-0.070]	32	(0.310-0.320]	225
(0.070-0.080]	36	(0.320-0.330]	239
(0.080-0.090]	42	(0.330-0.340]	250
(0.090-0.100]	45	(0.340-0.350]	265
(0.100-0.110]	50	(0.350-0.360]	277
(0.110-0.120]	58	(0.360-0.370]	293
(0.120-0.130]	64	(0.370-0.380]	305
(0.130-0.140]	70	(0.380-0.390]	322
(0.140-0.150]	76	(0.390-0.400]	337
(0.150-0.160]	83	(0.400-0.410]	356
(0.160-0.170]	90	(0.410-0.420]	373
(0.170-0.180]	96	(0.420-0.430]	392
(0.180-0.190]	104	(0.430-0.440]	409
(0.190-0.200]	110	(0.440-0.450]	431
(0.200-0.210]	119	(0.450-0.460]	450
(0.210-0.220]	125	(0.460-0.470]	474
(0.220-0.230]	136	(0.470-0.480]	499
(0.230-0.240]	143	(0.480-0.490]	522
(0.240-0.250]	152	(0.490-0.500]	548
(0.250-0.260]	163	(0.500-0.510]	574
(0.260-0.270]	172	(0.510-0.520]	603
(0.270-0.280]	182	(0.520-0.530]	634

ตารางที่ 4.2.5 (ต่อ)

P	n มากกว่าหรือเท่ากับ	P	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.530-0.540]	666	(0.620-0.625]	1022
(0.540-0.550]	698	(0.625-0.630]	1049
(0.550-0.560]	735	(0.630-0.635]	1077
(0.560-0.570]	773	(0.635-0.640]	1109
(0.570-0.580]	812	(0.640-0.645]	1138
(0.580-0.590]	852	(0.645-0.650]	1169
(0.590-0.600]	898	(0.650-0.655]	1200
(0.600-0.610]	947	(0.655-0.660]	1236
(0.610-0.620]	995	(0.660-0.665]	1269
		(0.665-0.670]	1306

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.6 ตารางสรุปขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซง $Poi(\lambda=np)$ จำแนกตามค่า p และกำหนด $\epsilon = 0.005$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.020]	24	(0.145-0.150]	303
(0.020-0.025]	38	(0.150-0.155]	316
(0.025-0.030]	56	(0.155-0.160]	331
(0.030-0.040]	61	(0.160-0.165]	344
(0.040-0.045]	74	(0.165-0.170]	358
(0.045-0.050]	85	(0.170-0.175]	371
(0.050-0.055]	95	(0.175-0.180]	387
(0.055-0.060]	104	(0.180-0.185]	400
(0.060-0.065]	113	(0.185-0.190]	415
(0.065-0.070]	121	(0.190-0.195]	430
(0.070-0.075]	133	(0.195-0.200]	444
(0.075-0.080]	142	(0.200-0.205]	461
(0.080-0.085]	153	(0.205-0.210]	475
(0.085-0.090]	161	(0.210-0.215]	492
(0.090-0.095]	173	(0.215-0.220]	508
(0.095-0.100]	184	(0.220-0.225]	524
(0.100-0.105]	195	(0.225-0.230]	539
(0.105-0.110]	208	(0.230-0.235]	557
(0.110-0.115]	220	(0.235-0.240]	575
(0.115-0.120]	229	(0.240-0.245]	594
(0.120-0.125]	242	(0.245-0.250]	611
(0.125-0.130]	255	(0.250-0.255]	630
(0.130-0.135]	266	(0.255-0.260]	646
(0.135-0.140]	280	(0.260-0.265]	667
(0.140-0.145]	292	(0.265-0.270]	685

ตารางที่ 4.2.6 (ต่อ)

P	n มากกว่าหรือเท่ากับ	P	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.270-0.275]	705	(0.350-0.355]	1079
(0.275-0.280]	725	(0.355-0.360]	1108
(0.280-0.285]	746	(0.360-0.365]	1134
(0.285-0.290]	768	(0.365-0.370]	1162
(0.290-0.295]	789	(0.370-0.375]	1192
(0.295-0.300]	810	(0.375-0.380]	1221
(0.300-0.305]	832	(0.380-0.385]	1252
(0.305-0.310]	854	(0.385-0.390]	1284
(0.310-0.315]	876	(0.390-0.395]	1314
(0.315-0.320]	900	(0.395-0.400]	1349
(0.320-0.325]	923	(0.400-0.405]	1382
(0.325-0.330]	950	(0.405-0.410]	1417
(0.330-0.335]	973	(0.410-0.415]	1450
(0.335-0.340]	999	(0.415-0.420]	1488
(0.340-0.345]	1025	(0.420-0.425]	1524
(0.345-0.350]	1051	(0.425-0.430]	1560

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.2.7 ตารางสรุปขนาดพหามิตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปัวส์ซอง $Poi(\lambda=np)$ จำแนกตามค่า p และกำหนด $\varepsilon = 0.001$

p	n มากกว่าหรือเท่ากับ	p	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.000-0.004]	115	(0.028-0.029]	1191
(0.004-0.050]	185	(0.029-0.030]	1241
(0.005-0.060]	252	(0.030-0.031]	1288
(0.006-0.070]	272	(0.031-0.032]	1324
(0.007-0.080]	297	(0.032-0.033]	1376
(0.008-0.090]	357	(0.033-0.034]	1420
(0.009-0.010]	394	(0.034-0.035]	1475
(0.010-0.011]	410	(0.035-0.036]	1502
(0.011-0.012]	455	(0.036-0.037]	1561
(0.012-0.013]	498	(0.037-0.038]	1601
(0.013-0.014]	537	(0.038-0.039]	1640
(0.014-0.015]	601	(0.039-0.040]	1692
(0.015-0.016]	642	(0.040-0.041]	1730
(0.016-0.017]	674	(0.041-0.042]	1782
(0.017-0.018]	732	(0.042-0.043]	1831
(0.018-0.019]	760	(0.043-0.044]	1864
(0.019-0.020]	813	(0.044-0.045]	1911
(0.020-0.021]	855	(0.045-0.046]	1955
(0.021-0.022]	887	(0.046-0.047]	2011
(0.022-0.023]	934	(0.047-0.048]	2057
(0.023-0.024]	976	(0.048-0.049]	2099
(0.024-0.025]	1017	(0.049-0.050]	2138
(0.025-0.026]	1058	(0.050-0.051]	2194
(0.026-0.027]	1112	(0.051-0.052]	2243
(0.027-0.028]	1156	(0.052-0.053]	2283

ตารางที่ 4.2.7 (ต่อ)

P	n มากกว่าหรือเท่ากับ	P	n มากกว่าหรือเท่ากับ
(0.053-0.054]	2330	(0.077-0.078]	3497
(0.054-0.055]	2380	(0.078-0.079]	3544
(0.055-0.056]	2425	(0.079-0.080]	3602
(0.056-0.057]	2469	(0.080-0.081]	3651
(0.057-0.058]	2516	(0.081-0.082]	3694
(0.058-0.059]	2560	(0.082-0.083]	3749
(0.059-0.060]	2613	(0.083-0.084]	3798
(0.060-0.061]	2655	(0.084-0.085]	3852
(0.061-0.062]	2708	(0.085-0.086]	3917
(0.062-0.063]	2761	(0.086-0.087]	3953
(0.063-0.064]	2799	(0.087-0.088]	4009
(0.064-0.065]	2854	(0.088-0.089]	4055
(0.065-0.066]	2895	(0.089-0.090]	4110
(0.066-0.067]	2955	(0.090-0.091]	4162
(0.067-0.068]	2997	(0.091-0.092]	4208
(0.068-0.069]	3044	(0.092-0.093]	4265
(0.069-0.070]	3102	(0.093-0.094]	4328
(0.070-0.071]	3141	(0.094-0.095]	4370
(0.071-0.072]	3191	(0.095-0.096]	4429
(0.072-0.073]	3247	(0.096-0.097]	4483
(0.073-0.074]	3286	(0.097-0.098]	4538
(0.074-0.075]	3344	(0.098-0.099]	4591
(0.075-0.076]	3391	(0.099-0.100]	4640
(0.076-0.077]	3443		

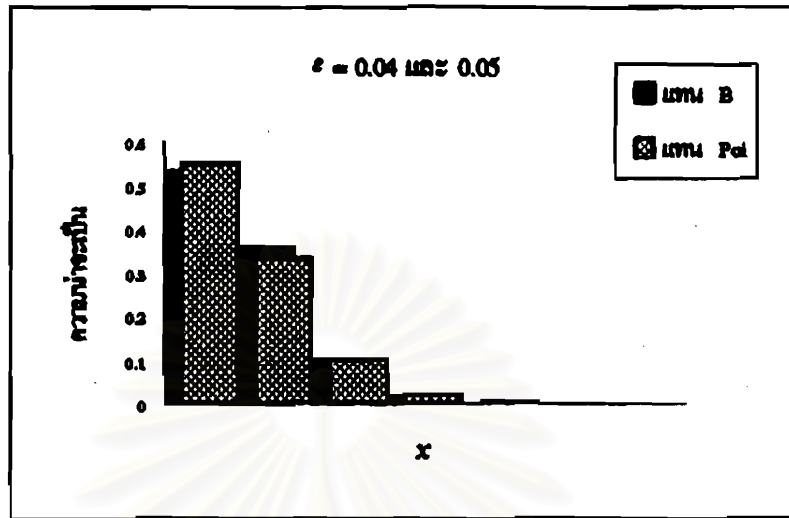
สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1) ผลจากการศึกษาพบว่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามจะคู่เข้าสู่การแจกแจงปัวส์ซองได้เร็วเมื่อพารามิเตอร์ p ของการแจกแจงทวินาม มีค่าเข้าใกล้ 0

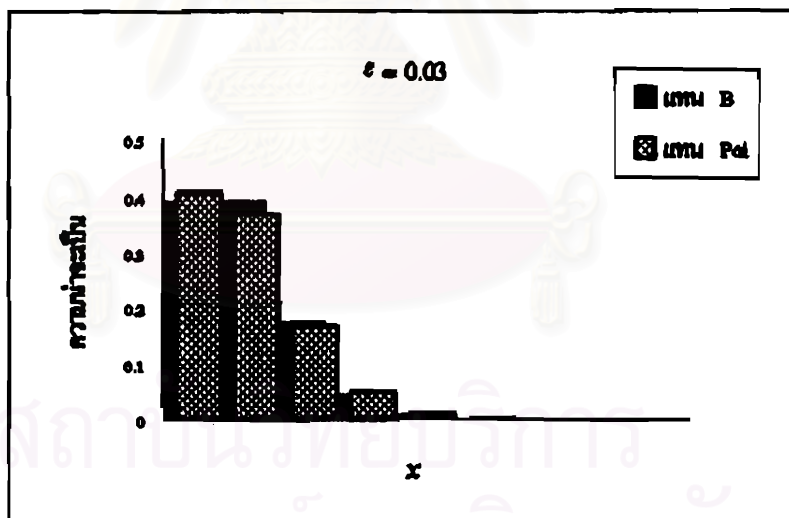
2) จากการศึกษาพบว่า ณ พารามิเตอร์ p เป็นค่า ๆ หนึ่ง เมื่อ x มีค่าน้อยลง (ความคลาดเคลื่อนน้อยลง) พารามิเตอร์ n ที่น้อยที่สุดในการประมาณการแจกแจงก็จะมีค่ามากขึ้นตามลำดับ

3) การยืนยันผลการศึกษาที่ได้ในตาราง 4.2.1-4.2.7 ด้วยการทดสอบเทียบความกลมกลืนกันโดยใช้ไคสแควร์ด้วยความเชื่อมั่น 95% ปรากฏว่า ผลการตรวจสอบผ่านทุกกรณีที่ทำการศึกษา กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่างหลาย ๆ ชุดจากตารางสรุปผลมาทำการตรวจสอบแล้ว พบว่า ส่วนใหญ่หรือเกือบทั้งหมดผ่านการทดสอบ และขณะที่ความคลาดเคลื่อน (ϵ) ระหว่างความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่แท้จริงและความน่าจะเป็นของการแจกแจงที่ใช้ในการประมาณลดลง การแจกแจงทวินามจะใกล้เคียงการแจกแจงปัวส์ซองมากขึ้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

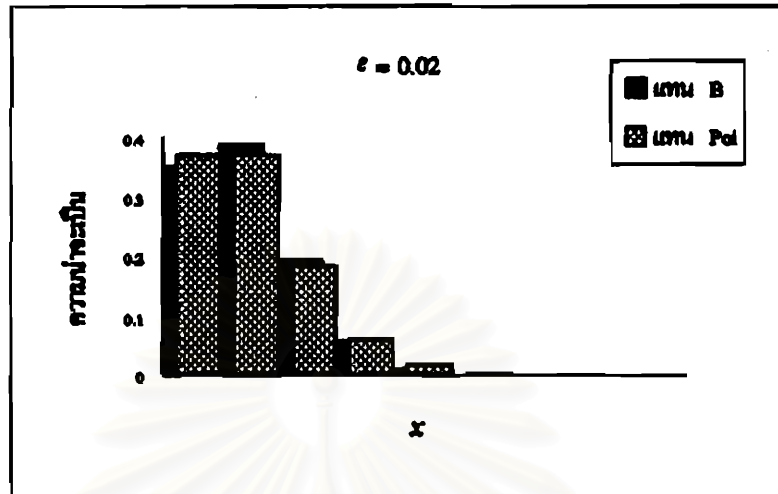


$B(6,0.1)$ และ $Poi(0.6)$

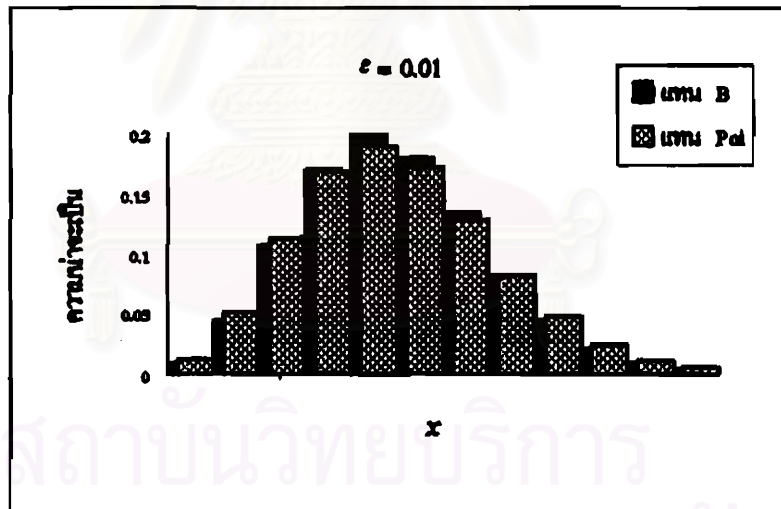


$B(9,0.1)$ และ $Poi(0.9)$

รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบการแจกแจงทวินามกับการแจกแจงปัวส์ซอง

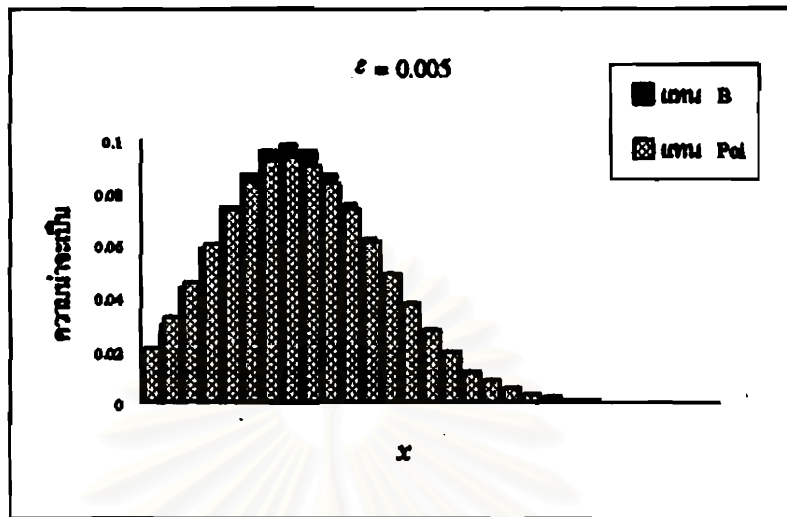


$B(10,0.1)$ และ $Poi(1)$



$B(45,0.1)$ และ $Poi(45)$

รูปที่ 4.2 (ต่อ)



$B(184, 0.1)$ และ $Poi(18.4)$

รูปที่ 4.2 (ต่อ)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3 การประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปกติ

α หมายถึง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 (นัยสำคัญ) ที่แท้จริง

n, p หมายถึง ขนาดตัวอย่าง และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จ ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทวินาม

จำนวนเต็มบวกที่สนใจทำการศึกษาคือ ค่าพารามิเตอร์ n โดยที่ ถ้าพารามิเตอร์ n มีค่ามาก และความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จมีค่าเข้าใกล้ 0.5 แล้ว เราอาจจะประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบทวินามด้วยการแจกแจงปกติได้ โดยใช้พารามิเตอร์ μ, σ^2 ซึ่ง $\mu = np$ และ $\sigma^2 = np(1-p)$ ในการศึกษาได้กำหนดให้พารามิเตอร์ p เป็นค่าคงที่ แล้วคัดเลือกขนาดพารามิเตอร์ n โดยเริ่มศึกษาพารามิเตอร์ n ที่มีค่าน้อย และเพิ่มขนาดพารามิเตอร์ n จนกระทั่ง ทำให้ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α ไม่แตกต่างจากระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% เพราะฉะนั้นพารามิเตอร์ n ที่แสดงในตารางจึงเป็นค่าน้อยที่สุดในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว และฉะนั้น ถ้ากำหนด n มีขนาดใหญ่กว่าค่าน้อยที่สุดนี้ การแจกแจงทวินามจะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น

สามารถแสดงผลการศึกษาโดยสรุปได้ดังตารางที่ 4.3.1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.3.1 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงทวินาม $B(n, p)$ ด้วยการแจกแจงปกติ $N(np, npq)$ จำแนกตามค่า p และ $\alpha = 0.01, 0.05, 0.10$

p	α	n มากกว่าหรือเท่ากับ			p	α	n มากกว่าหรือเท่ากับ		
		0.01	0.05	0.10			0.01	0.05	0.10
0.01, 0.99		79	133	180	0.26, 0.74	29	34	39	
0.02, 0.98		63	128	178	0.27, 0.73	27	32	38	
0.03, 0.97		62	109	152	0.28, 0.72	27	32	37	
0.04, 0.96		62	93	151	0.29, 0.71	27	32	36	
0.05, 0.95		62	90	129	0.30, 0.70	25	31	36	
0.06, 0.94		62	88	129	0.31, 0.69	25	31	35	
0.07, 0.93		62	86	113	0.32, 0.68	24	29	34	
0.08, 0.92		55	86	101	0.33, 0.67	24	29	33	
0.09, 0.91		55	79	91	0.34, 0.66	24	29	33	
0.10, 0.90		51	73	89	0.35, 0.65	24	29	33	
0.11, 0.89		51	65	75	0.36, 0.64	24	28	33	
0.12, 0.88		48	62	70	0.37, 0.63	24	28	32	
0.13, 0.87		48	57	65	0.38, 0.62	22	28	32	
0.14, 0.86		41	54	62	0.39, 0.61	22	28	31	
0.15, 0.85		39	51	58	0.40, 0.60	22	27	31	
0.16, 0.84		39	48	54	0.41, 0.59	16	27	31	
0.17, 0.83		38	46	51	0.42, 0.58	16	27	31	
0.18, 0.82		35	43	51	0.43, 0.57	16	27	31	
0.19, 0.81		35	41	49	0.44, 0.56	13	22	31	
0.20, 0.80		33	39	46	0.45, 0.55	13	21	31	
0.21, 0.79		32	39	45	0.46, 0.54	13	18	30	
0.22, 0.78		30	39	42	0.47, 0.53	12	18	30	
0.23, 0.77		29	37	41	0.48, 0.52	11	17	30	
0.24, 0.76		29	36	40	0.49, 0.51	11	17	23	
0.25, 0.75		29	34	39	0.50	11	17	23	

สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1) ผลจากการศึกษาพบว่าการประมาณการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปกติจะมีลักษณะสมมาตรตามพารามิเตอร์ p กล่าวคือ ขนาดพารามิเตอร์ n ที่น้อยที่สุดในการประมาณการที่จุด p และ $(1-p)$ จะมีค่าเท่ากัน

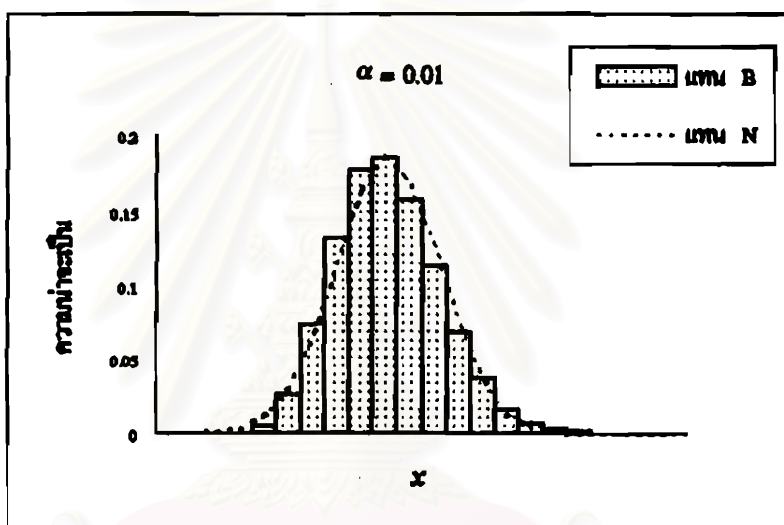
2) ผลจากการศึกษาพบว่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงทวินามจะเข้าสู่การแจกแจงปกติได้เร็วเมื่อพารามิเตอร์ p ของการแจกแจงทวินามมีค่าเข้าใกล้ 0.5

3) จากตารางที่ 4.3.1 สรุปเป็นค่าเฉลี่ย n น้อยสุดที่แต่ละระดับ α ได้ดังนี้

α	n มากกว่าหรือเท่ากับ
0.01	34
0.05	47
0.10	59
n	47

4) ผลจากการทดลองใช้พารามิเตอร์ n ให้มีขนาดน้อยกว่าค่าที่แสดงในตารางที่ 4.3.1 แล้ว ปรากฏว่า ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α มีค่าต่ำกว่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% กล่าวคือ จำนวนครั้งการปฏิเสธจะลดลง เรียกว่า เกิด คอนเซอร์เวทีฟ (conservative)

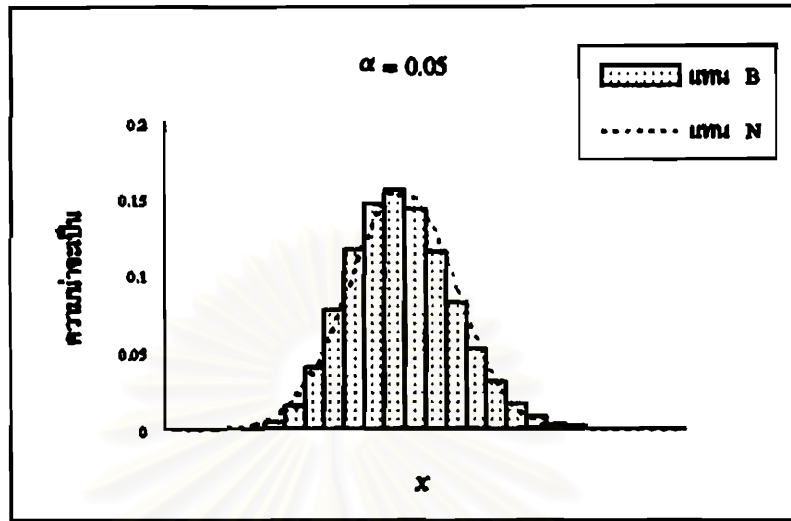
5) การยืนยันผลการศึกษาก็ได้ในตารางที่ 4.3.1 ด้วยการทดสอบเทียบความถดถอมกันโดยใช้ไคสแควร์ด้วยความเชื่อมั่น 95% ปรากฏว่า ผลการตรวจสอบผ่านทุกกรณีที่ทำการศึกษา กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่างหลาย ๆ ชุดจากตารางสรุปผลมาทำการตรวจสอบแล้วพบว่า ส่วนใหญ่หรือเกือบทั้งหมดผ่านการทดสอบ และขณะที่ระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α มากขึ้น การแจกแจงทวินามจะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3



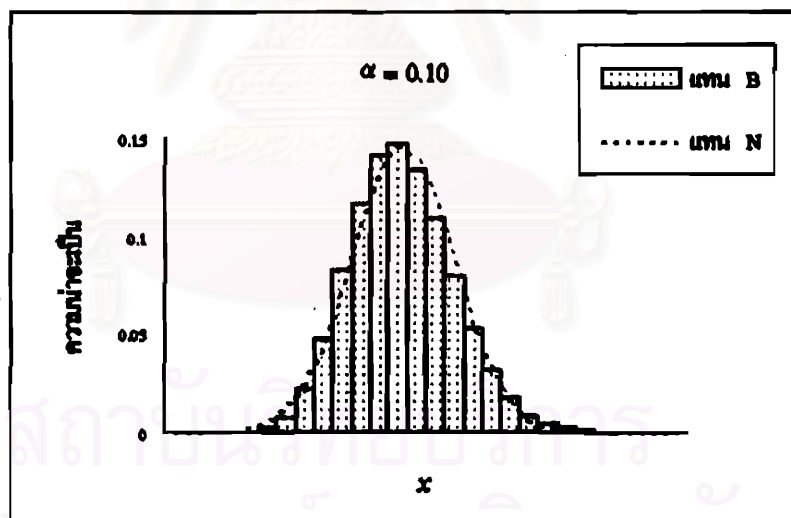
$B(51,0.10)$ และ $N(51,4.59)$

รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบการแจกแจงทวินามกับการแจกแจงปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



$B(73,0.10)$ และ $N(73,6.57)$



$B(82,0.10)$ และ $N(82,7.38)$

รูปที่ 4.3 (ต่อ)

4.4 การประมาณการแจกแจงปัวส์ซองด้วยการแจกแจงปกติ

α หมายถึง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 (นัยสำคัญ) ที่แท้จริง

λ หมายถึง อัตราเฉลี่ยของการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวส์ซอง

จำนวนเต็มบวกที่สนใจทำการศึกษากرณีนี คือ ค่าพารามิเตอร์ λ โดยที่ ถ้าพารามิเตอร์ λ มีค่ามากแล้ว เราอาจจะประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบปัวส์ซองด้วยการแจกแจงปกติได้ โดยใช้พารามิเตอร์ μ, σ^2 ซึ่ง $\mu, \sigma^2 = \lambda$ ในการศึกษาจะคัดเลือกขนาดพารามิเตอร์ λ โดยเริ่มศึกษาพารามิเตอร์ λ ที่มีค่าน้อย และเพิ่มขนาดพารามิเตอร์ λ จนกระทั่ง ทำให้ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α ไม่แตกต่างจากระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% เพราะฉะนั้นพารามิเตอร์ λ ที่แสดงในตารางจึงเป็นค่าน้อยที่สุดในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว และฉะนั้น ถ้ากำหนด λ มีขนาดใหญ่กว่าค่าน้อยที่สุดนี้ การแจกแจงปัวส์ซองจะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น

สามารถแสดงผลการศึกษาโดยสรุปได้ดังตารางที่ 4.4.1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.4.1 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ λ ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจง
 ปีวส์ของ $Poi(\lambda)$ ด้วยการแจกแจงปกติ $N(\lambda, \lambda)$
 ณ $\alpha = 0.01, 0.05, 0.10$

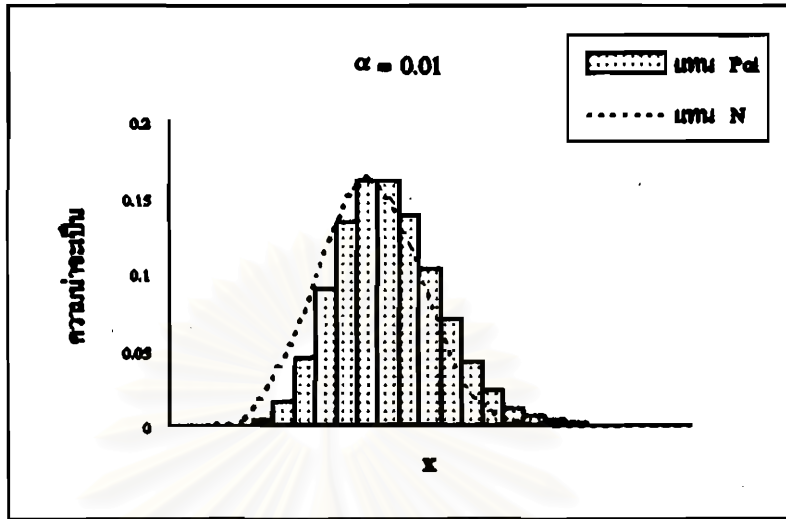
α	0.01	0.05	0.10	ค่าเฉลี่ย
λ มากกว่าหรือเท่ากับ	6	8	16	10

สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

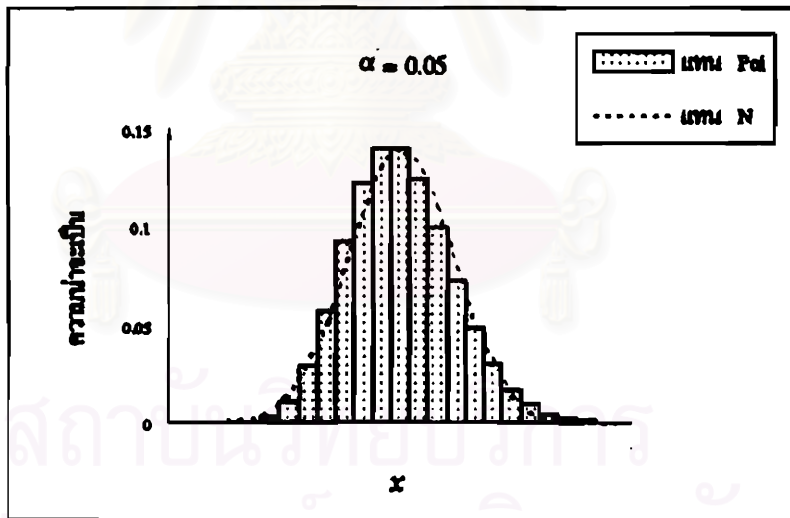
1) จากการศึกษาพบว่า ค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ λ ทั้ง 3 ระดับนัยสำคัญ
 คือ 10

2) ผลจากการทดลองใช้พารามิเตอร์ λ ให้มีขนาดน้อยกว่าค่าที่แสดงในตาราง
 ที่ 4.4.1 แล้ว ปรากฏว่า ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α มีค่าต่ำกว่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α
 อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% กล่าวคือ จำนวนครั้งการปฏิเสธจะลดลง เรียกว่าเกิด
 คอนเซอร์เวทิฟ (conservative)

3) การยืนยันผลการศึกษาที่ได้ในตารางที่ 4.4.1 ด้วยการทดสอบเทียบความ
 กลมกลืนกันโดยใช้ไคสแควร์ด้วยความเชื่อมั่น 95% ปรากฏว่า ผลการตรวจสอบผ่านทุกกรณี
 ที่ทำการศึกษา กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่างหลาย ๆ ชุดจากตารางสรุปผลมาทำการตรวจสอบแล้ว
 พบว่า ส่วนใหญ่หรือเกือบทั้งหมดผ่านการทดสอบ และขณะที่ระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α
 มากขึ้น การแจกแจงปีวส์ของจะมีลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น สามารถแสดงได้
 ดังรูปที่ 4.4

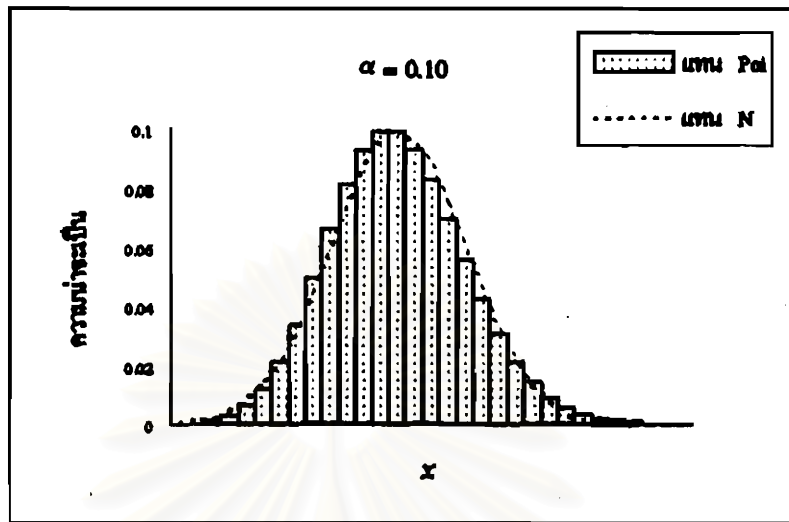


$Poi(\lambda=6)$ และ $N(6,6)$



$Poi(\lambda=8)$ และ $N(8,8)$

รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบการแจกแจงปัวส์ซองกับการแจกแจงปกติ



$P(\lambda=16)$ และ $N(16,16)$

รูปที่ 4.4 (ต่อ)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.5 การประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกด้วยการแจกแจงปกติ

α หมายถึง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 (นัยสำคัญ) ที่แท้จริง

N, M, n หมายถึง ขนาดประชากรทั้งหมด, ขนาดประชากรย่อยที่สนใจ, และขนาดตัวอย่าง ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก

จำนวนเต็มบวกที่สนใจหากการศึกษามี n คือ ค่าพารามิเตอร์ n โดยที่ ถ้าพารามิเตอร์ n มีค่ามากและสัดส่วนระหว่างพารามิเตอร์ M และ N มีค่ามากแล้ว เราอาจจะประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบไฮเปอร์จีออเมตริกด้วยการแจกแจงปกติได้ โดยใช้พารามิเตอร์ μ, σ^2 ซึ่ง $\mu = n \frac{M}{N}$ และ $\sigma^2 = \frac{n \cdot (N-n)}{(N-1)} \cdot \left(\frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{M}{N}\right)$ ในการศึกษาได้กำหนดให้พารามิเตอร์ N และ M เป็นค่าคงที่ แล้วคัดเลือกพารามิเตอร์ n โดยเริ่มศึกษาพารามิเตอร์ n ที่มีค่าน้อย และเพิ่มขนาดพารามิเตอร์ n จนกระทั่ง ทำให้ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α ไม่แตกต่างจากระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% เพราะฉะนั้นพารามิเตอร์ n ที่แสดงในตารางจึงเป็นค่าน้อยที่สุดในการประมาณการแจกแจงดังกล่าว และฉะนั้น ถ้ากำหนด n มีขนาดใหญ่กว่าค่าน้อยที่สุดนี้ การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกจะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น

สามารถแสดงผลการศึกษาโดยสรุปได้ดังตารางที่ 4.5.1-4.5.3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.5.1 ตารางรูปผอขนาดพหามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงปกติ $N(n, \frac{M}{N})n, \frac{(N-n)}{(N-1)} \left(\frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{M}{N}\right)$

ณ $\alpha = 0.01$

N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ
30	1-9, 21-29	-	150	1-5, 145-149	-
	10, 20	22		6, 144	135
	11, 19	17		7, 143	126
	12-18	13		8, 142	118
50	1-5, 45-49	-		9-10, 140-141	109
	6-7, 43-44	45		11-13, 137-139	91
	8-9, 41-42	39		14-16, 134-136	82
	10-11, 39-40	32		17-20, 130-133	68
	12-16, 34-38	24		21-22, 128-129	59
	17-21, 29-33	17		23-26, 124-127	50
	22-28	13	27-33, 117-123	39	
100	1-5, 95-99	-	34-45, 105-116	31	
	6-7, 93-94	97	46-58, 92-104	26	
	8-10, 90-92	88	59-67, 83-91	22	
	11-12, 88-89	79	68-69, 81-82	17	
	13-15, 85-87	71	70-80	11	
	16-17, 83-84	65	200	1-3, 197-199	-
	18-21, 79-82	60		4, 196	191
	22-23, 77-78	49		5, 195	178
	24-27, 73-76	40		6, 194	156
	28-34, 66-72	31		7, 193	150
35-40, 60-65	26	8, 192		137	
41-44, 56-59	19	9-12, 188-191		127	
45-55	12	13-16, 184-187		117	

ตารางที่ 4.5.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
200	17-18, 182-183	108		39-40, 210-211	78
	19-20, 180-181	96		41-43, 207-209	71
	21-24, 176-179	78		44-46, 204-206	66
	25-27, 173-175	73		47-49, 201-203	61
	28-30, 170-172	63		50-55, 195-200	57
	31-33, 167-169	53		56-63, 187-194	51
	34-40, 160-166	48		64-69, 181-186	42
	41-46, 154-159	41		70-80, 170-180	38
	47-55, 145-153	36		81-93, 157-169	33
	56-69, 131-144	31		94-96, 154-156	27
	70-77, 123-130	27		97-99, 151-153	20
	78-87, 113-122	22		100 - 150	14
	88-94, 106-112	17			
95 - 105	11				
250	1-3, 247-249	-	300	1-3, 297-299	-
	4, 246	238		4, 296	295
	5, 245	222		5, 295	289
	6, 244	204		6, 294	273
	7, 243	189		7, 293	255
	8, 242	172		8, 292	237
	9-12, 238-241	159		9, 291	221
	13-15, 235-237	147		10, 290	207
	16-19, 231-234	131		11-12, 288-289	186
	20-27, 223-230	115		13-14, 286-287	168
	28-29, 221-222	106		15-18, 282-285	162
	30-35, 215-220	89		19-21, 279-281	142
	36-38, 212-214	86		22-27, 273-278	135
				28-29, 271-272	120
				30-34, 266-270	113

ตารางที่ 4.5.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
300	35-37, 263-265	107		19-21, 329-331	142
	38-40, 260-262	99		22-29, 321-328	135
	41-42, 258-259	82		30-34, 316-320	115
	43-45, 255-257	78		35-37, 313-315	111
	46-48, 252-254	74		38-43, 307-312	104
	49-52, 248-251	68		44-46, 304-306	97
	53-57, 243-247	63		47-49, 301-303	91
	58-63, 237-242	58		50-55, 295-300	85
	64-70, 230-236	52		56-58, 292-294	79
	71-79, 221-229	47		59-62, 288-291	75
	80-92, 208-220	43		63-66, 284-287	71
	93-109, 191-207	39		67-72, 278-283	66
	110-132, 168-190	32		73-80, 270-277	61
	133-140, 160-167	26		81-85, 265-269	56
	141-143, 157-159	23		86-94, 256-264	52
144 - 156	16		95-101, 249-255	45	
350				102-113, 237-248	39
	1-3, 347-349	-		114-127, 223-236	37
	4, 346	333		128-155, 195-222	32
	5, 345	310		156-163, 187-194	26
	6, 344	284		164-166, 184-186	23
	7, 343	262		167 - 183	16
	8, 342	242			
	9, 341	226			
	10, 340	213			
	11-12, 338-339	198			
	13-14, 336-337	170			
	15-18, 332-335	162			

ตารางที่ 4.5.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
400	1-3, 397-399	-		114-127, 273-286	37
	4, 396	382		128-135, 265-272	32
	5, 395	354		136-155, 245-264	30
	6, 394	325		156-165, 235-244	26
	7, 393	299		166-187, 213-234	21
	8, 392	279		188 - 212	16
	9, 391	257			
	10-12, 388-390	249	450	1-2, 448-449	-
	13-15, 385-387	224		3, 447	448
	16-18, 382-384	196		4, 446	429
	19-22, 378-381	172		5, 445	397
	23-24, 376-377	153		6, 444	368
	25-28, 372-375	137		7, 443	339
	29-30, 370-371	126		8, 442	312
	31-32, 368-369	118		9, 441	291
	33-37, 363-367	113		10-12, 438-440	275
	38-43, 357-362	104		13-14, 436-437	251
	44-46, 354-356	97		15-19, 431-435	244
	47-49, 351-353	91		20-22, 428-430	186
	50-56, 344-350	85		23-24, 426-427	168
	57-62, 338-343	80		25-27, 423-425	154
	63-66, 334-337	72		28-29, 421-422	148
	67-72, 328-333	68		30-31, 419-420	139
	73-80, 320-327	62		32-34, 416-418	126
	81-85, 315-319	56		35-40, 410-415	115
	86-94, 306-314	52		41-43, 407-409	111
	95-101, 299-305	48		44-48, 402-406	102
	102-113, 287-298	40		49-51, 399-401	94

ตารางที่ 4.5.1 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
450	52-56, 394-398	87		23-24, 476-477	175
	57-62, 388-393	80		25-28, 472-475	170
	63-66, 384-387	72		29-30, 470-471	160
	67-72, 378-383	68		31-35, 465-469	150
	73-80, 370-377	62		36-38, 462-464	145
	81-85, 365-369	56		39-42, 458-461	136
	86-93, 357-364	53		43-47, 453-457	131
	94-103, 347-356	49		48-52, 448-452	123
	104-113, 337-346	42		53-54, 446-447	111
	114-127, 323-336	38		55-58, 442-445	106
	128-147, 303-322	34		59-61, 439-441	100
	148-162, 288-302	28		62-67, 433-438	93
	163-185, 265-287	25		68-72, 428-432	86
	186-210, 240-264	21		73-77, 423-427	80
211 - 239	16	78-82, 418-422	75		
500	1-2, 498-499	-	83-89, 411-417	70	
	3, 497	498	90-100, 400-410	65	
	4, 496	477	101-112, 388-399	58	
	5, 495	441	113-123, 377-387	52	
	6, 494	407	124-131, 369-376	45	
	7, 493	372	132-141, 359-368	42	
	8, 492	347	142-165, 335-358	39	
	9, 491	321	166-170, 330-334	35	
	10-12, 488-490	311	171-213, 287-329	31	
	13-14, 486-487	251	214-239, 261-286	27	
	15-19, 481-485	244	240-241, 259-260	19	
	20-22, 478-480	186	242 - 258	17	

ตารางที่ 4.5.2 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงปกติ $N(n, \left(\frac{M}{N}\right), n \cdot \frac{(N-n)}{(N-1)} \left(\frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{M}{N}\right))$

ณ $\alpha = 0.05$

N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ
30	1-11, 19-29	-	150	1-11, 139-149	-
	12-13, 17-18	27		12-14, 136-138	145
	14 - 16	10		15-16, 134-135	135
50			17-18, 132-133	120	
	1-11, 39-49	-	19-20, 130-131	111	
	12-13, 37-38	48	21-23, 127-129	98	
	14-16, 34-36	42	24-25, 125-126	67	
	17-19, 31-33	36	26-27, 123-124	58	
	20-22, 28-30	24	28-31, 119-122	50	
	23 - 27	8	32-37, 113-118	42	
100			38-46, 104-112	36	
	1-13, 87-99	-	47-54, 96-103	30	
	14-15, 85-86	97	55-67, 83-95	27	
	16-18, 82-84	90	68-70, 80-82	19	
	19-22, 78-81	80	71 - 79	14	
	23-26, 74-77	66	200	1-12, 188-199	-
	27-28, 72-73	51		13, 187	194
	29-33, 67-71	39		14, 186	187
	34-39, 61-66	35		15, 185	180
	40-45, 55-60	31		16, 184	172
46-48, 52-54	21	17-20, 180-183		166	
49 - 51	16	21-23, 177-179		157	
		24-25, 175-176	149		
		26-29, 171-174	128		

ตารางที่ 4.5.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	ท มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	ท มากกว่า หรือเท่ากับ	
200	30-32, 168-170	86		55-60, 190-195	58	
	33-36, 164-167	69		61-69, 181-189	52	
	37-39, 161-163	58		70-81, 169-180	40	
	40-43, 157-160	52		82-104, 146-168	34	
	44-50, 150-156	49		105-106, 144-145	24	
	51-58, 142-149	43		107-120, 130-143	19	
	59-70, 130-141	38		121 - 129	14	
	71-79, 121-129	27				
	80-86, 114-120	24		300	1-11, 289-299	-
	87-95, 105-113	19			12, 288	291
	96 - 104	14		13, 287	281	
250				14, 286	270	
	1-11, 239-249	-		15, 285	259	
	12, 238	242		16-18, 282-284	248	
	13, 237	233		19-20, 280-281	231	
	14, 236	223		21-25, 275-279	220	
	15, 235	213		26-28, 272-274	204	
	16-19, 231-234	205		29-32, 268-271	181	
	20-21, 229-230	196		33-34, 266-267	144	
	22-25, 225-228	183		35-37, 263-265	114	
	26-30, 220-224	171		38-39, 261-262	108	
	31-34, 216-219	160		40-42, 258-260	95	
	35-37, 213-215	119		43-45, 255-257	86	
	38-40, 210-212	90		46-49, 251-254	80	
	41-42, 208-209	81		50-54, 246-250	71	
	43-45, 205-207	75		55-59, 241-245	64	
	46-49, 201-204	70		60-67, 233-240	60	
	50-54, 196-200	64		68-78, 222-232	52	

ตารางที่ 4.5.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
300	79-85, 215-221	48		70-74, 276-280	58
	86-101, 199-214	44		75-81, 269-275	54
	102-116, 184-198	40		82-91, 259-268	50
	117-138, 162-183	31		92-104, 246-258	46
	139-144, 156-161	25		105-120, 230-245	42
	145 - 155	19		121-139, 211-229	32
350				140-157, 193-210	25
	1-11, 339-349	-		158 - 192	18
	12, 338	348	400	1-12, 388-399	-
	13, 337	340		13-15, 385-387	389
	14, 336	328		16-18, 382-384	378
	15, 335	315		19-20, 380-381	356
	16, 334	301		21-22, 378-379	347
	17-20, 330-333	290		23-24, 376-377	328
	21-22, 328-329	278		25-26, 374-375	306
	23-25, 325-327	260		27-29, 371-373	287
	26-28, 322-324	239		30-32, 368-370	254
	29-32, 318-321	215		33-37, 363-367	208
	33-35, 315-317	179		38-39, 361-362	197
	36-38, 312-314	128		40-41, 359-360	166
	39-40, 310-311	111		42-43, 357-358	155
	41-43, 307-309	103		44-45, 355-356	142
	44-45, 305-306	95		46-48, 352-354	129
	46-49, 301-304	89		49-50, 350-351	119
	50-52, 298-300	82		51-52, 348-349	114
53-55, 295-297	75	53-55, 345-347		107	
56-62, 288-294	70	56-58, 342-344		99	
63-69, 281-287	65				

ตารางที่ 4.5.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
400	59-61, 339-341	96	40-41, 409-410	201	
	62-64, 336-338	91	42-44, 406-408	165	
	65-67, 333-335	85	45-46, 404-405	145	
	68-74, 326-332	78	47-49, 401-403	136	
	75-79, 321-325	72	50-51, 399-400	128	
	80-85, 315-320	66	52-53, 397-398	120	
	86-93, 307-314	64	54-55, 395-396	114	
	94-100, 300-306	60	56-58, 392-394	107	
	101-108, 292-299	56	59-62, 388-391	101	
	109-125, 275-391	52	63-64, 386-387	97	
	126-146, 254-274	48	65-69, 381-385	92	
	147-172, 228-253	44	70-74, 376-380	87	
	173-193, 207-227	35	75-81, 369-375	79	
	194-198, 202-206	28	82-85, 365-368	72	
199 - 201	22	86-95, 355-364	69		
450	1-12, 438-499	-	96-103, 347-354	63	
	13, 437	448	104-117, 333-346	58	
	14, 436	438	118-129, 321-332	54	
	15, 435	424	130-148, 302-320	49	
	16-18, 432-434	410	149-177, 273-301	46	
	19-20, 430-431	382	178-207, 243-272	37	
	21-22, 428-429	379	208-223, 227-242	29	
	23-25, 425-427	335	224 - 226	22	
	26-29, 421-424	323			
	30-33, 417-420	298			
	34-37, 413-416	265			
	38-39, 411-412	259			

ตารางที่ 4.5.2 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
500	1-12, 488-499	-		55-56, 444-445	123
	13, 487	498		57-58, 442-443	117
	14-15, 485-486	487		59-60, 440-441	113
	16-17, 483-484	474		61-64, 436-439	108
	18-19, 481-482	460		65-68, 432-435	101
	20-21, 479-480	449		69-72, 428-431	95
	22-23, 477-478	435		73-76, 424-429	90
	24-25, 475-476	377		77-81, 419-423	85
	26-28, 472-474	353		82-85, 415-418	80
	29-31, 469-471	312		86-93, 407-414	76
	32-37, 463-468	277		94-99, 401-406	70
	38-39, 461-462	259		100-109, 391-400	66
	40-41, 459-460	204		110-120, 380-390	60
	42-43, 457-458	184		121-137, 363-379	56
	44-45, 455-456	164		138-163, 337-362	51
	46-47, 453-454	157		164-198, 302-336	46
	48-49, 451-452	148		199-232, 268-301	37
	50-52, 448-450	136		233-248, 252-267	28
	53-54, 446-447	128		249 - 251	22

ตารางที่ 4.5.3 ตารางสรุปผลขนาดพารามิเตอร์ n ที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จี-
อเมตริก $H(N, M, n)$ ด้วยการแจกแจงปกติ $N(n, \frac{M}{N}, n \cdot \frac{(N-n)}{(N-1)} \cdot \frac{M}{N} (1 - \frac{M}{N}))$

ณ $\alpha = 0.10$

N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ	N	M	n มากกว่า หรือเท่ากับ
50	1-19, 31-49	-	200	51-73, 77-99	32
	20, 30	43		74 - 76	22
	21, 29	39			
	22, 28	27			
	23 - 27	13			
100	1-19, 81-99	-	1-18, 182-199	-	
	20-23, 77-80	94	19-22, 178-181	199	
	24-27, 73-76	86	23-24, 176-177	190	
	28-32, 68-72	70	25-26, 174-175	176	
	33-34, 66-67	49	27-29, 171-173	151	
	35-37, 63-65	45	30-33, 167-170	134	
	38-40, 60-62	39	34-36, 164-166	108	
	41-44, 56-59	26	37-40, 160-163	74	
	45 - 55	23	41-45, 155-159	63	
150	1-19, 131-149	-	46-48, 152-154	58	
	20, 130	136	49-57, 143-151	52	
	21, 129	127	58-66, 134-142	46	
	22-23, 127-128	117	67-80, 120-133	41	
	24-27, 123-126	104	81-96, 104-119	30	
	28-33, 117-122	70	97 - 103	20	
	34-37, 113-116	52			
	38-42, 108-112	42			
	43-50, 100-107	38			

ตารางที่ 4.5.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
250	1-18, 232-249	-	350	34-35, 265-266	118
	19-20, 230-231	235		36-39, 261-264	105
	21-23, 227-229	228		40-42, 258-260	87
	24-25, 225-226	202		43-45, 255-257	79
	26-29, 221-224	187		46-48, 252-254	74
	30-31, 219-220	168		49-51, 249-251	68
	32-33, 217-218	134		52-56, 244-248	63
	34-35, 215-216	106		57-61, 239-243	58
	36-37, 213-214	90		62-67, 233-238	54
	38-40, 210-212	83		68-75, 225-232	50
	41-43, 207-209	75		76-88, 212-224	45
	44-46, 204-206	67		89-115, 185-211	41
	47-52, 198-203	62		116-136, 164-184	36
	53-60, 190-197	57		137-147, 153-163	27
	61-71, 179-189	49		148 - 152	20
	72-86, 164-178	43			
87-111, 139-163	38				
112-121, 129-138	26				
122 - 128	20				
300	1-17, 283-289	-	1-17, 333-349	-	
	18, 282	291	18, 332	348	
	19, 281	282	19, 331	340	
	20-22, 278-280	273	20, 330	330	
	23-25, 275-277	241	21, 329	319	
	26-27, 273-274	223	22-24, 326-328	305	
	28-31, 269-272	201	25-28, 322-325	293	
	32-33, 267-268	134	29-30,, 320-321	275	
			31-34, 316-319	252	
			35-38, 312-315	227	
		39-41, 309-311	160		
		42-44, 306-308	135		

ตารางที่ 4.5.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	
350	45-47, 303-305	118		49-51, 349-351	172	
	48-49, 301-302	110		52-53, 347-348	151	
	50-52, 298-300	102		54-55, 345-346	140	
	53-57, 293-297	94		56-57, 343-344	133	
	58-60, 290-292	86		58-59, 341-342	129	
	61-63, 287-289	81		60-61, 339-340	118	
	64-69, 281-286	76		62-65, 335-338	113	
	70-74, 276-280	71		66-69, 331-334	105	
	75-82, 268-275	66		70-74, 326-330	99	
	83-88, 262-267	60		75-79, 321-325	92	
	89-103, 247-261	56		80-84, 316-320	86	
	104-119, 231-246	51		85-92, 308-315	81	
	120-132, 218-230	47		93-101, 299-307	76	
	133-164, 186-217	36		102-113, 287-298	69	
	165-173, 177-185	26		114-128, 272-286	63	
174 - 176	20	129-160, 240-271	58			
400	1-18, 382-399	-		161-179, 221-239	53	
	19, 381	398		180-188, 212-220	45	
	20-21, 379-380	389		189-191, 209-211	37	
	22-23, 377-378	379		192-194, 206-208	35	
	24-28, 372-376	357		195 - 205	32	
	29-31, 369-371	343		450	1-20, 430-449	-
	32-33, 367-368	324		21, 429	438	
	34-36, 364-366	302		22-24, 426-428	427	
	37-42, 358-363	277		25-27, 423-425	399	
	43-46, 354-357	254		28-31, 419-422	387	
	47-48, 352-353	252		32-34, 416-418	369	

ตารางที่ 4.5.3 (ต่อ)

<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>n</i> มากกว่า หรือเท่ากับ
450	35-37, 413-415	344	500	1-16, 484-499	-
	38-41, 409-412	316		17, 483	497
	42-46, 404-408	281		18, 482	485
	47-48, 402-403	252		19-21, 479-481	471
	49-51, 399-401	181		22-25, 475-478	439
	52-53, 397-398	165		26-30, 470-474	425
	54-55, 395-396	156		31-33, 467-469	406
	56-57, 393-394	144		34-37, 463-466	381
	58-59, 391-392	137		38-41, 459-462	352
	60-62, 388-390	132		42-45, 455-458	313
	63-67, 383-387	120		46-47, 453-454	277
	68-69, 381-382	113		48-50, 450-452	215
	70-73, 377-380	107		51-52, 448-449	183
	74-80, 370-376	100		53-55, 445-447	169
	81-84, 366-369	94		56-58, 442-444	154
	85-91, 359-365	88		59-60, 440-441	143
	92-95, 355-358	82		61-62, 438-439	137
	96-106, 340-354	77		63-65, 435-437	132
	107-125, 325-339	70		66-69, 431-434	126
	126-136, 314-324	63		70-72, 428-430	117
	137-159, 291-313	58		73-75, 425-427	111
	160-193, 257-290	54		76-79, 421-424	106
	194-198, 252-256	42		80-84, 416-420	99
	199-213, 237-251	33		85-90, 410-415	94
	214 - 236	26		91-97, 403-409	86
				98-106, 394-402	81
				107-118, 382-393	75
				119-131, 369-381	70

ตารางที่ 4.5.3 (ต่อ)

N	M	n น้อยสุด	N	M	n น้อยสุด
500	132-143, 357-368	65			
	144-154, 346-356	61			
	155-184, 316-345	57			
	185-214, 286-315	53			
	215-221, 279-285	42			
	222-238, 262-278	33			
	239 - 261	26			

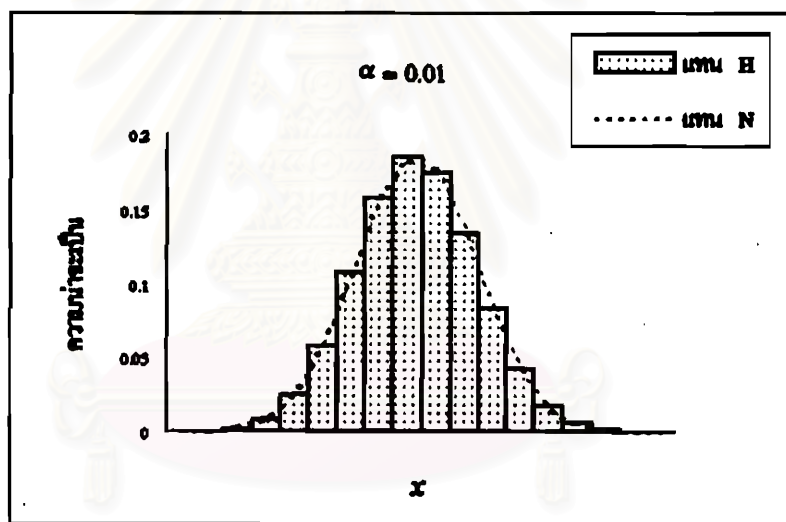
สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1) ผลจากการศึกษาพบว่าการประมาณการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกด้วยการแจกแจงปกติ จะมีลักษณะสมมาตรตามพารามิเตอร์ M กล่าวคือ n พารามิเตอร์ N หนึ่ง ๆ ขนาดพารามิเตอร์ n ที่น้อยที่สุดในการประมาณการ ที่จุด M และ $N-M$ จะมีค่าเท่ากัน

2) ผลจากการศึกษาพบว่าความน่าจะเป็นการแจกแจงไฮเปอร์จีโอเมตริกจะเข้าสู่การแจกแจงปกติได้เร็ว เมื่อสัดส่วนระหว่างพารามิเตอร์ M และ N มีค่าเข้าใกล้ 0.5

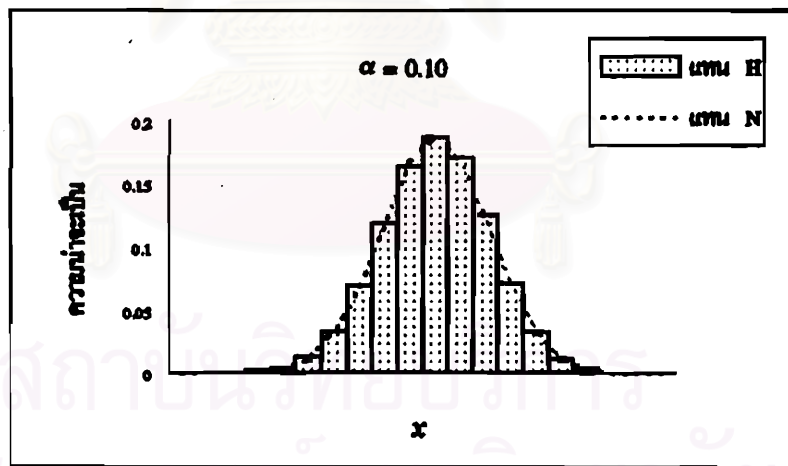
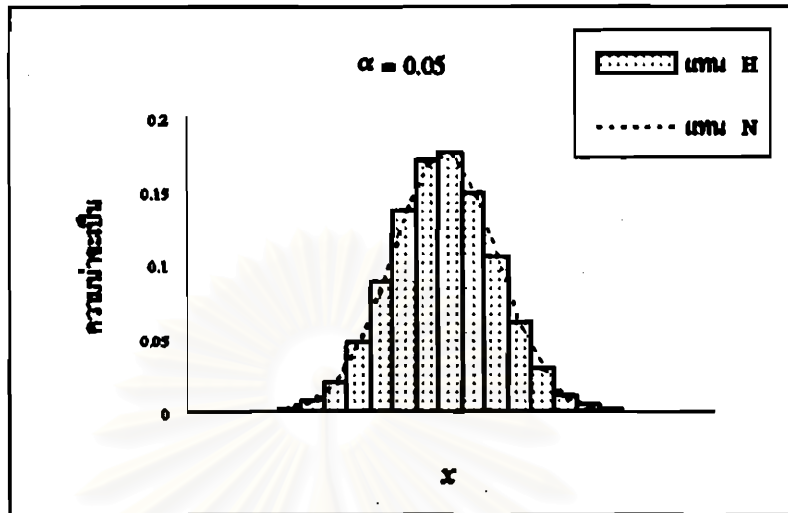
3) ผลจากการทดลองใช้พารามิเตอร์ n ให้มีขนาดน้อยกว่าค่าที่แสดงในตารางที่ 4.5.1-4.5.3 แล้ว ปรากฏว่า ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ α มีค่าต่ำกว่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α อย่างมีนัยสำคัญด้วยความเชื่อมั่น 95% กล่าวคือ จำนวนครั้งการปฏิเสธจะลดลงเร็วกว่าเกิด คอนเซอร์เวทีฟ (conservative)

4) การยืนยันผลการศึกษาก็ได้ในตารางที่ 4.5.1-4.5.3 ด้วยการทดสอบเทียบความกลมกลืนกันโดยใช้ไคสแควร์ด้วยความเชื่อมั่น 95% ปรากฏว่า ผลการตรวจสอบผ่านทุกกรณีที่ทำการศึกษา กล่าวคือ เมื่อสุ่มตัวอย่างหลาย ๆ ชุดจากตารางสรุปผลมาทำการตรวจสอบแล้ว พบว่า ส่วนใหญ่หรือเกือบทั้งหมดผ่านการทดสอบ และขณะที่ระดับนัยสำคัญที่แท้จริง α มากขึ้น การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกจะใกล้เคียงการแจกแจงปกติมากขึ้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.5



$H(100,30,31)$ และ $N(9.3,4.6030)$

รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบการแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริกกับการแจกแจงปกติ



รูปที่ 4.5 (ต่อ)