การเปรียบเทียบการทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่

นางสาวอรไท สงวนสินธ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1733-4

A COMPARISON ON F-TEST AND MONTE CARLO LIKELIHOOD RATIO TEST FOR FIXED-EFFECT COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN

Miss Orathai Sanguansin

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2002
ISBN 974-17-1733-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบการทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่
โดย	นางสาวอรไท สงวนสินธ์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ)

.... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

อรไท สงวนสินธ์ : การเปรียบเทียบการทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่. (A COMPARISON ON F-TEST AND MONTE CARLO LIKELIHOOD RATIO TEST FOR FIXED-EFFECT COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา,107 หน้า.ISBN 974-17-1733-4.

วัตถุประสงค์ของการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ กรณีที่ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน 2 วิธี คือ การทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น โดยที่ตัวแบบมีรูปแบบดังนี้ $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ เมื่อ $i = 1,2,\ldots,k$ และ $j = 1,2,\ldots,n$ โดยที่ y_{ij} แทนค่าสังเกตที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i μ แทนค่าเฉลี่ยรวม τ_i แทนอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i ε_{ij} แทนความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตที่ j ซึ่งได้รับทรีทเมนต์ที่ i และ ε_{ij} มีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระซึ่งกันและกันมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น σ^2 k แทนจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง n แทนจำนวนขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองข้อมูลจากเทคนิคมอนติคาร์โลด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000 โดยกำหนดให้จำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองเท่ากับ 2 3 4 และ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 4 6 และ 8 และสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10% 20% และ 30% โดยที่ระดับนัยสำคัญที่ศึกษาคือ 0.01 และ 0.05 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบทั้ง 2 วิธีคือ ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างและอำนาจการทดสอบ ผลการศึกษาจะสรุปได้ดังนี้คือ

1. ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

โดยส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ แต่กรณีที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 เมื่อจำนวนทรีทเมนต์และขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น สัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น ตัวสถิติทดสอบเอฟจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

2. อำนาจการทดสอบ

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง โดยส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด แต่เมื่อจำนวนทรีทเมนต์และขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น สัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น ตัวสถิติทดสอบเอฟจะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้อำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต ....

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....

ปีการศึกษา 2545

4382407726: MAJOR STATISTICS

KEY WORD: MONTE CARLO LIKELIHOOD RATIO TEST / COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN / F-TEST

ORATHAI SANGUANSIN: A COMPARISON ON F-TEST AND MONTE CARLO LIKELIHOOD RATIO TEST FOR FIXED-EFFECT COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN.THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUPOL DURONGWATANA, Ph.D. 107 pp. ISBN 974-17-1733-4.

The objective of this study is to compare the methods of hypothesis testing on the difference of treatment effects by 2 methods; F-test and Monte Carlo likelihood ratio test. The fixed-effect completely randomized design model is $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ when i = 1, 2, …, k and j = 1, 2, …, n where y_{ij} is the j^{th} observation for the i^{th} treatment, μ is the grand mean, τ_i is the i^{th} treatment and ε_{ij} is the random error of the j^{th} observation for the i^{th} treatment and ε_{ij} is independently and normally distribution with mean 0 and variance σ^2, k is the number of treatments, n is the number of sample sizes on each treatment. To generate the data for this study, the Monte Carlo simulation technique is done using S-plus 2000 package. The number of treatments is specified at 2,3,4 and 5 treatments. The sample size on each treatment is at 2,4,6 and 8. The coefficient of variation is specified at 10%, 20% and 30%. The significance levels for this study are at 0.01 and 0.05 level. The proportion of null hypothesis rejection and the power of the test are a measure for comparison for both methods. The results of this study can be summarized as follow:

1. Proportion of null hypothesis rejection

Almost all of cases, Monte Carlo likelihood ratio test gives proportion of null hypothesis rejection less than F-test. In the case that significance level is 0.05, F-test gives proportion of null hypothesis rejection less than Monte Carlo likelihood ratio test when the number of treatments, the sample sizes on each treatment and the coefficient of variation increase.

2. Power of the test

When the difference of treatment effects is less, Monte Carlo likelihood ratio test gives the highest power of the test. When the difference of treatment effects is moderate, Monte Carlo likelihood ratio test gives the highest power of the test except in the case that the number of treatments, the sample sizes on each treatment and the coefficient of variation increase, F-test gives the highest power of the test. When the difference of treatment effects is high, both statistics gives approximately the same power of the test level.

Department Statistics — Student's signature……………………………………

Field of study Statistics — Advisor's signature……………………………………

Academic year 2002

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำปรึกษาตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยดีเสมอมา จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง ในฐานะประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ และอาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ ที่ให้โอกาสทางการศึกษา และประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้เขียนจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งสนับสนุนด้านการเงินและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมาจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา และขอบคุณ พี่ๆ เพื่อนๆ ที่ให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา นอกจากนี้ยังได้รับการสนับสนุนจากทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย จึงขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฌ
สารบัญภาพ	ฏ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	4
1.5 เกณฑ์ในการตัดสินใจ	5
1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	5
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	6
1.8 วิธีดำเนินการวิจัย	6
2 แนวคิดและทฤษฎี	7
2.1 แผนการทดลองแบบสุ่มตลอด	7
2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนหรือการทดสอบเอฟสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด	8
2.3 การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น	10
2.4 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น	22
2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ	25
3 วิธีดำเนินการวิจัย	26
3.1 การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล	26
3.2 แผนการดำเนินการวิจัย	27
3.3 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย	28

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3.1 สร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง 28
3.3.2 การสร้างข้อมูลตามแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด 28
3.3.3 การสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ให้แตกต่างกัน........ 29
3.3.4 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี 30
3.3.5 การหาค่าสัดส่วนที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ 30
3.3.6 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ........ 31
3.4 แผนผังแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม........ 31
4 ผลการวิจัย........ 35
4.1 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบโดยการพิจารณาจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง........ 37
4.2 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบโดยการพิจารณาจากค่าอำนาจการทดสอบ 48
5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ........ 76
5.1 สรุปผลการวิจัย 77
5.2 ข้อเสนอแนะ 78
รายการอ้างอิง........ 80
ภาคผนวก........ 82
ภาคผนวก ก 83
ภาคผนวก ข........ 88
ภาคผนวก ค 91
ภาคผนวก ง........ 98
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 107

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

1.3 ตารางแสดงลักษณะของข้อมูลจากแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด............................ 3

2.2 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด........................ 8

4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ=0.01.. 40

4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ=0.05.. 41

4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ=0.01.. 42

4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ=0.05.. 43

4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ=0.01.. 44

4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ=0.05.. 45

4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ=0.01.. 46

4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ=0.05.. 47

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง หน้า

4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ=0.01 52

4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ=0.05 55

4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ=0.01 58

4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ=0.05 61

4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ=0.01 64

4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ=0.05 67

4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ=0.01 70

4.16 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ=0.05 73

ค.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ=0.01 93

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง หน้า

ค.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ=0.05 94

ค.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ=0.01 96

ค.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ=0.05 97

สารบัญภาพ

รูปที่ หน้า

3.4.1 ผังงานสำหรับทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์........ 32

3.4.2 ผังงานในการทำงานของโปรแกรมการทดสอบเอฟ........ 33

3.4.3 ผังงานในการทำงานของโปรแกรมการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น........ 34

4.1 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.01........ 53

4.2 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.01........ 53

4.3 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.01........ 54

4.4 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.01........ 54

4.5 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.05........ 56

4.6 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.05........ 56

4.7 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.05........ 57

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.8	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.05....................	57
4.9	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.01....................	59
4.10	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.01....................	59
4.11	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.01....................	60
4.12	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.01....................	60
4.13	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.05....................	62
4.14	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.05....................	62
4.15	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.05....................	63
4.16	เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.05....................	63

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.17 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 65

4.18 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 65

4.19 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 66

4.20 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 66

4.21 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 68

4.22 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 68

4.23 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 69

4.24 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 69

4.25 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 71

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.26 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 71

4.27 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 72

4.28 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.01.................... 72

4.29 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 74

4.30 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 74

4.31 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 75

4.32 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และระดับนัยสำคัญ=0.05.................... 75

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวางแผนการทดลอง (Experimental design) มีหลายแบบด้วยกัน ซึ่งแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด (Completely randomized design: CRD) เป็นแผนการทดลองแบบหนึ่งของการวางแผนวิจัยที่มีลักษณะง่ายที่สุดและสะดวก เหมาะสำหรับกรณีที่หน่วยการทดลองมีความสม่ำเสมอกันมาก สามารถนำมาใช้กับงานในด้านต่างๆ เช่น การทดลองในห้องปฏิบัติการและการทดลองในเรือนกระจก เป็นต้น เนื่องจากสามารถควบคุมให้หน่วยการทดลองมีความสม่ำเสมอกันได้มากที่สุด แผนการทดลองนี้สามารถใช้กับการทดลองที่มีหน่วยการทดลองจำนวนมากๆได้และในกรณีที่ผู้ทดลองมีหน่วยการทดลองจำกัด แผนการทดลองแบบสุ่มตลอดนี้จะมีประโยชน์อย่างมาก

โดยทั่วไปการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์นั้น ผู้ทดลองมักจะใช้การทดสอบโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) หรือการทดสอบเอฟ (F-test) เนื่องจากเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยหลายๆ ค่า และใช้กันอย่างแพร่หลาย กรณีการทดสอบสมมติฐานสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด นอกจากการทดสอบเอฟแล้ว ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ คือการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test)

การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test) ใช้ในกรณีการทดสอบ $H_0 : \mu = \mu_0$ กับ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ หรือกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์อื่นซึ่งไม่ต้องการทดสอบแต่เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่กำหนดค่าอยู่ด้วย และสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดนั้น การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น จะมีบทบาทสำคัญในส่วนที่เกี่ยวกับทฤษฎีการทดสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมาประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ซึ่งการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองนี้ จะใช้กันมากเหมือนกับการทดสอบสมมติฐานด้วยการทดสอบเอฟ

วิธีการทดสอบสมมติฐานโดยการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดนั้น มีขั้นตอนและการคำนวณที่ยุ่งยาก ใช้เวลาในการวิเคราะห์ จึงนำวิธีมอนติคาร์โลมาช่วยแก้ปัญหาในการคำนวณ โดยการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาการทดสอบมอนติคาร์โลภายใต้พื้นฐานตัวสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Monte Carlo test base on likelihood ratio) ซึ่งวิธีมอนติคาร์โล เป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการทดสอบ เรียกการทดสอบนี้ว่าการทดสอบมอนติคาร์โล (Monte Carlo test) โดยการศึกษาครั้งนี้จะใช้ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น มาทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ โดยใช้ประโยชน์ของการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่ และเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ด้วยการทดสอบเอฟ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ สำหรับตัวแบบปัจจัยทดลองคงที่ของแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด ซึ่งการทดสอบที่ได้ทำการศึกษามี 2 วิธี คือ

1.2.1 การทดสอบเอฟ

1.2.2 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้จะศึกษาเฉพาะแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด ที่ปัจจัยทดลองคงที่ (Fixed-effect) กรณีที่ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน (Balance data) สามารถเขียนตัวแบบ และลักษณะของข้อมูลแสดงไว้ใน ตารางที่ 1.3 ดังนี้

1.3.1 พิจารณาตัวแบบ

ตัวแบบสำหรับค่าสังเกตในกรณีที่กระทำทรีทเมนต์กับหน่วยการทดลอง คือ

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

หรือ $y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$ โดยที่ $\mu_i = \mu + \tau_i$

เมื่อ $i = 1, 2, \ldots, k$

$j = 1, 2, \ldots, n$

y_{ij} แทน ค่าสังเกตหรือข้อมูลของหน่วยการทดลอง j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ แทน ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของ y

τ_i แทน อิทธิพลของทรีทเมนต์ (Treatment effect) ที่ i

ε_{ij} แทน ค่าความคลาดเคลื่อนของหน่วยการทดลองที่ j ซึ่งได้รับทรีทเมนต์ที่ i

k แทน จำนวนทรีทเมนต์

n แทน จำนวนค่าสังเกตของหน่วยการทดลองในแต่ละทรีทเมนต์หรือขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์

1.3.2 τ_i เป็นอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i และเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า โดยที่

$$\sum_{i=1}^{k}\tau_i = \sum_{i=1}^{k}(\mu_i - \mu) = 0$$

1.3.3 ความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น σ^2 นั่นคือ $\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{NID}(0, \sigma^2)$

เมื่อ i = 1 , 2 ,..., k ; j = 1 , 2 ,..., n

<u>ตารางที่ 1.3</u> ลักษณะของข้อมูลจากแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด

หน่วยการทดลอง / ทรีทเมนต์	หน่วยการทดลอง					ผลรวม	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน
	1	2	3	…	n	$y_{i.}$	$\bar{y}_{i.}$	S_i^2
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$\cdots$	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$	S_1^2
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$\cdots$	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$	S_2^2
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$\cdots$	y_{3n}	$y_{3.}$	$\bar{y}_{3.}$	S_3^2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	y_{k1}	y_{k2}	y_{k3}	$\cdots$	y_{kn}	$y_{k.}$	$\bar{y}_{k.}$	S_k^2

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 วิธีการทดสอบสมมติฐานที่ทำการศึกษา คือ

1.4.1.1 การทดสอบเอฟ

1.4.1.2 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

1.4.2 ตัวแบบเป็นปัจจัยทดลองคงที่ (Fixed-effect model) ในแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด กรณีที่ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน

1.4.3 การแจกแจงความคลาดเคลื่อนที่นำมาทดสอบ มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

1.4.4 ประชากรที่ศึกษาสร้างมาจากตัวแบบ

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad \text{เมื่อ} \quad i = 1, 2, \ldots, k$$
$$j = 1, 2, \ldots, n$$

1.4.5 กำหนดจำนวนทรีทเมนต์ที่ศึกษา (k) = 2 3 4 และ 5

1.4.6 กำหนดขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) = 2 4 6 และ 8

1.4.7 กำหนดให้ค่าเฉลี่ยของประชากรเท่ากันทุกกลุ่ม (μ) เท่ากับ 50

1.4.8 สร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) ให้แตกต่างกัน โดยพิจารณา $\sum_{i=1}^{k} \tau_i = 0$ และใช้ Φ เป็นตัวกำหนด โดยที่

$$\Phi = \frac{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} \tau_i^2 / k}^{\,*}}{\sigma} \qquad (\Phi \text{ แทน สัมประสิทธิ์ความเบี่ยงเบนของทรีทเมนต์})$$

ซึ่งจะกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์เป็น 3 ระดับ ดังนี้

1.4.8.1 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันน้อย ค่า Φ อยู่ระหว่าง [0,1.5)

1.4.8.2 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันปานกลาง ค่า Φ อยู่ระหว่าง [1.5,3.0)

1.4.8.3 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันมาก ค่า Φ มากกว่า 3.0

---

*Winer,B.J. "Statistical Principle in Experimental Design{Second Edition}". McGraw-Hill. pp. 221

1.4.9 กำหนดให้ข้อมูลมีค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of variation : C.V. %) ในระดับต่างๆ คือ 10% 20% และ 30% จะได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) เท่ากับ 5 10 และ 15 ตามลำดับ

1.4.10 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่ศึกษาคือ 0.01 และ 0.05

1.4.11 ในการวิจัยครั้งนี้สร้างแบบการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) เขียนด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000

1.4.12 การจำลองในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองกระทำซ้ำ 600 รอบ

1.4.13 การสร้างตัวอย่างสุ่มในวิธีการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะกระทำซ้ำ 400 รอบ

1.5 เกณฑ์ในการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาจากค่า p-value ของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เทียบกับระดับนัยสำคัญ (α) ที่จะศึกษา และคำนวณหาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างโดยการนับจำนวนชุดข้อมูลที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ต่อจำนวนชุดข้อมูลทั้งหมด และหาค่าอำนาจการทดสอบโดยจะเปรียบเทียบตัวสถิติทั้ง 2 วิธี ว่าตัวสถิติทดสอบของวิธีใดให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าและให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ก็จะเป็นตัวสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่เหมาะสม

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.6.1 ทรีทเมนต์ (Treatment) หมายถึง สิ่งหรือวิธีที่นำมาเพื่อศึกษาวัดผลเปรียบเทียบตามวัตถุประสงค์ของการทดลอง หรือระดับหนึ่งๆ ของปัจจัยที่ใช้ศึกษาทดลอง

1.6.2 หน่วยการทดลอง (Experimental unit) หมายถึง หน่วยหรือกลุ่มของหน่วยที่ได้รับทรีทเมนต์อย่างเดียวกัน

1.6.3 ค่าสังเกต (Observation) หมายถึง ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากการทดลองตัวอย่าง

1.6.4 อำนาจการทดสอบ (Power of the test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จจะมีค่าเท่ากับ $1-\beta$

1.6.5 ค่า p–value หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่ตัวสถิติทดสอบจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าสถิติทดสอบที่ได้จากตัวอย่าง หรือมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าสถิติทดสอบที่ได้จากตัวอย่าง เป็นค่าที่จะนำไปเปรียบเทียบกับค่า α เพื่อตัดสินใจปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่างต่อไป

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการทดสอบสมมติฐาน สำหรับตัวแบบแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดโดยใช้การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

1.7.2 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาการทดสอบสมมติฐานสำหรับแผนการทดลองของตัวแบบอื่นๆ

1.8 วิธีดำเนินการวิจัย

ศึกษาการทดสอบสมมติฐานสำหรับตัวแบบแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด สรุปขั้นตอนทั้งหมดไว้ดังนี้

1.8.1 ศึกษาและทำความเข้าใจในทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบสมมติฐานของแต่ละวิธี คือ

1.8.1.1 การทดสอบเอฟ

1.8.1.2 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

1.8.2 ศึกษาการเขียนโปรแกรมจำลองค่าสังเกตในตัวแบบที่ต้องการศึกษา

1.8.3 จำลองข้อมูลตามขอบเขตที่ต้องการศึกษา รวมทั้งเขียนโปรแกรมการทดสอบสมมติฐาน

1.8.4 สรุปผลที่ได้จากข้อมูลจำลอง

บทที่ 2
แนวคิดและทฤษฎี

ในทางสถิติแนวความคิดของการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์สำหรับแผนการทดสอบแบบสุ่มตลอด ที่ปัจจัยการทดลองคงที่ สามารถทดสอบสมมติฐานได้โดยวิธีที่เราใช้กันทั่วๆ ไป ในทางสถิติคือ การทดสอบเอฟ (F-test) และในการศึกษาครั้งนี้เราจะทำการศึกษาเปรียบเทียบกับการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Monte Carlo likelihood ratio test) โดยการนำค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ ของตัวสถิติทดสอบทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกัน ในขั้นต้นเราจะกล่าวถึงตัวแบบสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด การวิเคราะห์ความแปรปรวนหรือการทดสอบเอฟ การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นและขั้นตอนของการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

2.1 **แผนการทดลองแบบสุ่มตลอด** (Completely Randomized Design)

แผนการทดลองแบบสุ่มตลอดนี้เป็นแผนการทดลองที่ง่ายที่สุด เหมาะกับการทดลองที่ไม่สามารถแยกได้ว่าสิ่งทดลองที่นำมาใช้นั้นมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไรก่อนการทดลอง การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองนี้จะแยกสาเหตุของความแปรผันของข้อมูลทั้งหมดว่า เนื่องมาจากอิทธิพลของทรีทเมนต์แต่เพียงอย่างเดียว ไม่มีสาเหตุจากปัจจัยอื่นอีก จึงเรียกข้อมูลนี้ว่าข้อมูลแบบแจกแจงทางเดียว (One-way classification) ตามแผนการทดลองนี้แสดงว่า เมื่อหน่วยการทดลองได้รับทรีทเมนต์ที่ต้องการทดสอบแล้ว ความแตกต่างของข้อมูลที่เก็บได้จากแต่ละหน่วยการทดลองจะต้องเกิดจากอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ต่างกันเท่านั้น ดังนั้นเพื่อให้แผนการทดลองนี้มีประสิทธิภาพสูงสุด หน่วยทดลองที่นำมาใช้จึงควรมีลักษณะสม่ำเสมอกันหรือคล้ายคลึงกันมากที่สุด (Homogenous) หรือให้มีความแปรผันระหว่างหน่วยการทดลองน้อยที่สุด หลักการสำคัญของแผนการทดลองนี้คือ การจัดทรีทเมนต์ให้กับหน่วยการทดลองหรือจัดหน่วยการทดลองให้แก่ทรีทเมนต์ จะต้องเป็นไปโดยสุ่ม ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการสุ่ม และแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดนี้สามารถใช้กับการทดลองที่มีทรีทเมนต์จำนวนมากๆ ได้ และแต่ละ
ทรีทเมนต์ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้จำนวนหน่วยการทดลองเท่ากันหรือทำซ้ำเท่ากัน

สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด มีรูปแบบเชิงเส้นตรง (Linear model) ที่ใช้แทนค่าสังเกตแต่ละค่าในแผนการทดลองที่กำหนดขึ้น เป็นตัวแบบผลบวกดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

หรือ $y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$ โดยที่ $\mu_i = \mu + \tau_i$; $i = 1, 2, \ldots, k$

$j = 1, 2, \ldots, n$

โดยที่

y_{ij} แทน ค่าสังเกตหรือข้อมูลของหน่วยการทดลอง j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ แทน ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของ y เป็นค่าคงที่ในทุกทรีทเมนต์

τ_i แทน อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

ε_{ij} แทน ค่าความคลาดเคลื่อนของหน่วยการทดลองที่ j ซึ่งได้รับทรีทเมนต์ที่ i

k แทน จำนวนทรีทเมนต์

n แทน จำนวนค่าสังเกตของหน่วยการทดลองในแต่ละทรีทเมนต์หรือขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์

2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนหรือการทดสอบเอฟสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด (The Analysis of Variance for Completely Randomized Design)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนหรือการทดสอบเอฟสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด เพื่อทดสอบเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ แสดงไว้ในตารางที่ 2.2 ดังนี้

ตารางที่ 2.2 ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด กรณีขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์มีจำนวนเท่ากัน

สาเหตุของความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลรวมกำลังสอง	ผลรวมกำลังสองเฉลี่ย	ค่าเอฟ
ทรีทเมนต์	(k-1)	$SST_{rt} = n\sum_{i=1}^{k}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$MST_{rt} = SST_{rt} / (k-1)$	$F = \frac{MST_{rt}}{MSE}$
ความคลาดเคลื่อน	k(n-1)	$SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$	$MSE = SSE / k(n-1)$	
ผลรวม	kn-1	$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$		

โดยที่

y_{ij} คือ ค่าสังเกตของหน่วยการทดลองที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

$\bar{y}_{i.}$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

$$\bar{y}_{i.} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}$$

$\bar{y}_{..}$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทุกตัวในทุกทรีทเมนต์

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}$$

k คือ จำนวนของทรีทเมนต์

n คือ จำนวนค่าสังเกตของหน่วยการทดลองในแต่ละทรีทเมนต์หรือขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์

<u>สมมติฐานในการทดสอบ</u>

สำหรับตัวแบบกำหนด (Fixed model)

$$H_0 \;:\; \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$$

$H_1 \;:\; \mu_i \neq \mu_j$ มีอย่างน้อย 1 คู่ ของ $i \neq j$

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้อาจตั้งสมมติฐานที่ต้องการทดสอบในเทอมของอิทธิพลทรีทเมนต์

$$H_0 \;:\; \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \ldots = \tau_k = 0$$

$H_1 \;:\; \tau_i$ มีบางค่าที่ไม่เท่ากับ 0

<u>เกณฑ์การตัดสินใจของการทดสอบเอฟ</u>

ในการทดสอบ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อค่า F จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F ที่ได้จากการเปิดตาราง F ที่องศาความเป็นอิสระ $\nu_1 = (k-1)$ และ $\nu_2 = k(n-1)$ ภายใต้สมมติฐานว่าง สามารถเขียนแทนด้วย F[(k-1) , k(n-1)] และสำหรับภายใต้สมมติฐานแย้ง การแจกแจงของเอฟจะเป็นการแจกแจงแบบเอฟห่างศูนย์กลาง (Non-central F distribution) ที่มีองศาความเป็นอิสระ $\nu_1 = (k-1)$ และ $\nu_2 = k(n-1)$ และมีพารามิเตอร์ห่างศูนย์กลาง

$$\lambda = \frac{n\sum_{i=1}^{k}\tau_i^2}{\sigma^2}$$

สามารถเขียนแทนด้วย F[(k-1) , k(n-1) ; λ] และเรียก λ นี้ว่า พารามิเตอร์ห่างศูนย์กลาง (Noncentral parameter) โดยที่ภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 พารามิเตอร์ห่างศูนย์กลาง λ จะเท่ากับ 0

หรือ พิจารณาจากค่า p-value ซึ่งค่า p-value จะใช้เปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญ (α) ที่กำหนดไว้

- ค่า p-value น้อยกว่าระดับนัยสำคัญ (α) ที่กำหนดไว้ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0
- ค่า p-value มากกว่าระดับนัยสำคัญ (α) ที่กำหนดไว้ จะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0

2.3 การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด (The Likelihood Ratio Test for Completely Randomized Design)

ในที่นี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดก่อนที่จะกล่าวถึงขั้นตอนในการทดสอบมอนติคาร์โลโดยใช้ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นต่อไป ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

สมมติให้ $y_{ij} \sim N(\mu_i , \sigma^2)$ เมื่อ i = 1,2,3,…,k ; j = 1,2,3,…,n หรือ

$y \sim N(\mu , \sigma^2 I)$

ให้ y_{11} , y_{12}, …, y_{1n} , y_{21}, …, y_{kn} เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(\tilde{y}, \tilde{\mu}, \sigma^2)$ และให้ $L(\tilde{y} \,|\tilde{\mu}, \sigma^2)$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของตัวอย่างสุ่ม

เขียนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น ได้ดังนี้

$$L(\tilde{y} \,|\tilde{\mu}, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - \tilde{\mu}\right)^T \left(\tilde{y} - \tilde{\mu}\right) \right\} \qquad \text{โดยที่ } N = kn$$

พารามิเตอร์ในที่นี้คือ μ_i (i = 1, 2, … ,k) และ σ^2

เมื่อพิจารณาการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว จะเห็นว่าสามารถหาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $\hat{\mu}$ และ $\hat{\sigma}^2$ ได้ภายใต้ข้อกำหนดของ Ω และภายใต้ข้อกำหนดของ ω โดยที่

$$\Omega : \{ -\infty < \mu_i < \infty \ , i = 1, 2, \dots ,k \ ; \ 0 < \sigma^2 < \infty \}$$

และ

$$\omega : \{ -\infty < \mu_i < \infty \ ; \ \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \ ; \ 0 < \sigma^2 < \infty \}$$

หรืออีกนัยหนึ่ง ถ้าให้

$L(\Omega)$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นบนปริภูมิพารามิเตอร์

$L(\omega)$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นภายใต้ข้อกำหนดของ H_0

$L(\hat{\Omega})$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเมื่อแทนค่า μ และ σ^2 ด้วยตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด $\hat{\mu}$ และ $\hat{\sigma}^2$ เมื่อ $-\infty < \mu_i < \infty$ และ $0 < \sigma^2 < \infty$

$L(\hat{\omega})$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเมื่อแทนค่า μ และ σ^2 ด้วย $\hat{\mu}^*$ และ $\hat{\sigma}^{*2}$ ซึ่งเป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดภายใต้ข้อกำหนดของ H_0

การทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น จะใช้ตัวสถิติ

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

ซึ่งจากการที่ $L(\hat{\omega})$ และ $L(\hat{\Omega})$ เป็นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น และ ω เป็นเซทย่อยของ Ω จะแสดงได้ว่า $0 \le \Lambda \le 1$ การทดสอบนี้จะมีเขตการปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนดด้วย $\Lambda \le c$

<u>ขั้นตอนการหาตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น</u>

วิธีการหาตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test) ของ $L\left(y \middle| \mu_i , i = 1,2,..., k ; \sigma^2\right)$ สามารถทำได้ดังนี้

1. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $L\left(y \middle| \mu_i , i = 1,2,..., k ; \sigma^2\right)$ ภายใต้ข้อกำหนดของ Ω นั่นคือ $-\infty < \mu_i < \infty$ สำหรับทุกค่าของ i และ $0 < \sigma^2 < \infty$ แทนด้วย $L(\hat{\Omega})$
2. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ $L\left(y \middle| \mu_i , i = 1,2,..., k ; \sigma^2\right)$ ภายใต้ข้อกำหนดสมมติฐานว่าง H_0 แทนด้วย $L(\hat{\omega})$
3. หาตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

4. หาจุดวิกฤตหรือเกณฑ์การตัดสินใจ

การทดสอบนี้จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ก็ต่อเมื่อ $\Lambda \le c$ โดยที่ c เป็นค่าคงที่ $0 \le c < 1$

<u>สมมติฐานในการทดสอบ</u>

$H_0 \ : \ \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots \ = \mu_k$

$H_1 \ : \ \mu_i \neq \mu_j$ มีอย่างน้อย 1 คู่ ของ $i \neq j$

หรือ สามารถเขียนสมมติฐานในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$H_0 : G\tilde{\mu} = \tilde{g}$

$H_1 : G\tilde{\mu} \neq \tilde{g}$

โดยที่

$$\tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_k \end{bmatrix} \quad , \quad G = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad , \quad \tilde{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

ตัวแบบเชิงเส้นในรูปเมทริกซ์ คือ $\tilde{y} = X\tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon}$

ในการหาตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นด้วยขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น จะได้ดังนี้

1. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ของ $L(\hat{\Omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}} = (X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} \ = \ (\bar{y}_{1.} \ \ \bar{y}_{2.} \ \ \ldots \ \ \bar{y}_{k.})^T$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T (\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})}{N}$$

พิสูจน์

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นจะได้ว่า

$$L(\tilde{y}; X \mid \tilde{\mu}, \sigma^2) \ = (2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right) \right\}$$

$$\ln L(\tilde{y}; X \mid \tilde{\mu}, \sigma^2) \ = \ -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{N}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{\mu}} \ln L(\tilde{y}; X \mid \tilde{\mu}, \sigma^2) \ = \ -\frac{1}{\sigma^2} \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\left(-X\right)^T \quad = \frac{1}{\sigma^2} \left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\left(X\right)^T$$

$$\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\ \ln L(\tilde{y}; X|\tilde{\mu},\sigma^2) = -\frac{N}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)$$

ให้ $\frac{\partial}{\partial\tilde{\mu}}\ln L = 0$, $\frac{\partial}{\partial\sigma^2}\ln L = 0$ และแทน $\tilde{\mu}$, σ^2 ด้วย $\hat{\tilde{\mu}}$, $\hat{\sigma}^2$ ตามลำดับ จะได้

$$\hat{\tilde{\mu}} = (X^TX)^{-1}X^T\tilde{y} = (\bar{y}_{1.}\ \ \bar{y}_{2.}\ \ \ldots\ \ \bar{y}_{k.})^T$$

และ
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})}{N}$$

2. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = (X^TX)^{-1}X^T\tilde{y} - (X^TX)^{-1}G^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}G(X^TX)^{-1}X^T\tilde{y}$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}) + (G\hat{\tilde{\mu}})^T(G(X^TX)^{-1}G^T)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}})}{N}$$

พิสูจน์

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นจะได้ว่า

$$L(\tilde{y}; X|\tilde{\mu},\sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-N/2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\}$$

การหาค่าประมาณของ $\tilde{\mu}$ และ σ^2 ภายใต้เงื่อนไข $G\tilde{\mu} = \tilde{g}$ จะใช้เซตของตัวคูณลากรองจ์ (Lagrange multiplier) λ มาช่วยในการหาค่าประมาณของ $\tilde{\mu}$ และ σ^2 โดยการหาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ $\tilde{\mu}$, σ^2 และ λ ของ $L = L(\tilde{y}; X|\tilde{\mu},\sigma^2) - \lambda^T(G\tilde{\mu} - \tilde{g})$ และสามารถแก้สมการได้ดังนี้

$$L = (2\pi\sigma^2)^{-N/2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\} - \lambda^T(G\tilde{\mu} - \tilde{g})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \tilde{\mu}} = (2\pi\sigma^2)^{-N/2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\}\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(2X^TX\tilde{\mu} - 2X^T\tilde{y}\right)\right\} - G^T\lambda$$

$$= \left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(2X^TX\tilde{\mu} - 2X^T\tilde{y}\right)\right\} L(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.) \ - G^T\lambda$$

$$= (\ 2X^TX\tilde{\mu} - 2X^T\tilde{y} + 2\sigma^2G^T\lambda\ )\ /\ \ L(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.)$$

;โดยการคูณด้วย $-2\sigma^2 / L\left(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.\right)$ __ (1)

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = -\left(\frac{N}{2}\right)(\sigma^2)^{-1}\ (2\pi\sigma^2)^{-N/2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\}$$

$$+ \left\{\frac{1}{2\sigma^4}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\}\ (2\pi\sigma^2)^{-N/2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\}$$

$$= -\frac{N}{2\sigma^2} L(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.) + \left\{\frac{1}{2\sigma^4}\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)^T\left(\tilde{y} - X\tilde{\mu}\right)\right\} L(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.) \qquad \text{\_\_ (2)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(G\tilde{\mu} - \tilde{g}) \qquad \text{\_\_ (3)}$$

ให้ (1) , (3) เท่ากับ 0 และ $\tilde{\mu}, \sigma^2$ และ λ แทนด้วย $\hat{\tilde{\mu}}^*$, $\hat{\sigma}^{*2}$ และ $\hat{\lambda}$ ตามลำดับ ซึ่งสามารถแก้สมการได้ดังนี้ (โดยให้ $\lambda^* = \sigma^{*2}\hat{\lambda} / L(\tilde{y}; X\left|\hat{\tilde{\mu}}^*, \sigma^{*2}\right.)$ และ $L(\tilde{y}; X\left|\tilde{\mu}, \sigma^2\right.) > 0$)

จาก (1) จะได้ว่า

$$2X^TX\hat{\tilde{\mu}}^* - 2X^T\tilde{y} + 2G^T\lambda^* = 0$$

$$X^TX\hat{\tilde{\mu}}^* + G^T\lambda^* = X^T\tilde{y}$$

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = (X^TX)^{-1}(X^T\tilde{y} - G^T\lambda^*)$$

$$= \hat{\tilde{\mu}} - (X^TX)^{-1}G^T\lambda^* \qquad \text{\_\_ (4)}$$

จาก (3) จะได้ว่า

$$G\hat{\tilde{\mu}}^* = \tilde{g} \qquad \text{; โดยเอา -1 คูณตลอด} \qquad \text{\_\_ (5)}$$

แทนค่า $\hat{\tilde{\mu}}^*$ ใน (5) จะได้ว่า

$$G\hat{\tilde{\mu}} - G(X^TX)^{-1}G^T\lambda^* = \tilde{g}$$

ดังนั้น

$$\lambda^* = \left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}\left(G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g}\right)$$

แทนค่า λ^* ใน (4) จะได้ว่า

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = \hat{\tilde{\mu}} - (X^TX)^{-1}G^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}\left(G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g}\right) \qquad \text{\_\_ (6)}$$

ให้ (2) = 0 และ $\tilde{\mu}, \sigma^2$ แทนด้วย $\hat{\tilde{\mu}}^*$, $\hat{\sigma}^{*2}$ ตามลำดับ สามารถแก้สมการได้ดังนี้

$$-\frac{N}{2\sigma^2} L(\tilde{y}; X|\tilde{\mu}, \sigma^2) + \left\{\frac{1}{2\sigma^4}(\tilde{y} - X\tilde{\mu})^T(\tilde{y} - X\tilde{\mu})\right\} L(\tilde{y}; X|\tilde{\mu}, \sigma^2) = 0$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{1}{N}\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left\{\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}} + X(\hat{\tilde{\mu}} - \hat{\tilde{\mu}}^*)\right\}^T\left\{\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}} + X(\hat{\tilde{\mu}} - \hat{\tilde{\mu}}^*)\right\}$$

$$= \frac{1}{N}\left\{\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right) + \left(\hat{\tilde{\mu}} - \hat{\tilde{\mu}}^*\right)^T X^T X\left(\hat{\tilde{\mu}} - \hat{\tilde{\mu}}^*\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{N}\Big\{(\tilde{y} - X\tilde{\mu})^T(\tilde{y} - X\tilde{\mu}) + (G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g})^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}$$
$$G(X^TX)^{-1}(X^TX)(X^TX)^{-1}G^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g})\Big\}$$

; โดยการแทนค่า $\hat{\tilde{\mu}} - \hat{\tilde{\mu}}^*$ ซึ่งได้จาก (6)

$$= \frac{1}{N}\left\{\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right) + (G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g})^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}} - \tilde{g})\right\}$$

จาก $\tilde{g} = 0$ จะได้

$$= \frac{1}{N}\left\{(\tilde{y} - X\tilde{\mu})^T(\tilde{y} - X\tilde{\mu}) + (G\hat{\tilde{\mu}})^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}})\right\}$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = (X^TX)^{-1}X^T\tilde{y} - (X^TX)^{-1}G^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}G(X^TX)^{-1}X^T\tilde{y}$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}) + (G\hat{\tilde{\mu}})^T(G(X^TX)^{-1}G^T)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}})}{N}$$

3. แทนที่พารามิเตอร์ในฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วยตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดภายใต้ Ω จะได้ดังนี้

$$L(\hat{\Omega}) = L(\hat{\tilde{\mu}}, \hat{\sigma}^2) = (2\pi\hat{\sigma}^2)^{-N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)\right\}$$

$$= \frac{e^{-N/2}(N)^{N/2}}{(2\pi)^{N/2}\left[(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})\right]^{N/2}}$$

และแทนที่พารามิเตอร์ในฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วยตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดภายใต้ ω จะได้ดังนี้

$$L(\hat{\omega}) = L(\hat{\tilde{\mu}}^*, \hat{\sigma}^{*2}) = (2\pi\hat{\sigma}^{*2})^{-N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*\right)\right\}$$

$$= \frac{e^{-N/2}(N)^{N/2}}{(2\pi)^{N/2}\left[(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*)^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*)\right]^{N/2}}$$

ดังนั้น ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น คือ

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} = \frac{\left[(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})\right]^{N/2}}{\left[(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*)^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}^*)\right]^{N/2}}$$

$$= \left[\frac{1}{1 + \dfrac{(G\hat{\tilde{\mu}})^T(G(X^TX)^{-1}G^T)^{-1}(G\hat{\tilde{\mu}})}{SSE}}\right]^{N/2}$$

นอกจากการหาตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นในรูปของเมทริกซ์แล้ว สามารถหาจากสมมติฐานในการทดสอบนี้ได้

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$

H_1 : $\mu_i \neq \mu_j$ มีอย่างน้อย 1 คู่ ของ $i \neq j$

ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ของ $L(\hat{\Omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}} = (\bar{y}_{1.}\ \ \bar{y}_{2.}\ \ \dots\ \ \bar{y}_{k.})^T$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\frac{(y_{ij}-\bar{y}_{i.})^2}{N} = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})}{N} = \frac{SSE}{N}$$

2. หาตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = \bar{y}_{..}$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\frac{(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2}{N} = \frac{SST}{N}$$

3. แทนที่พารามิเตอร์ในฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วยตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดภายใต้ Ω จะได้ดังนี้

จากข้อ 1 $\hat{\sigma}^2 = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})}{N} = \frac{SSE}{N}$ จะได้

$$L(\hat{\Omega}) = L(\hat{\tilde{\mu}}, \hat{\sigma}^2) = (2\pi\hat{\sigma}^2)^{-N/2}\exp\left\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}\right)\right\}$$

$$= \left(\frac{N}{2\pi\, SSE}\right)^{N/2}\exp\left(-\frac{N}{2}\frac{SSE}{SSE}\right)$$

$$= \frac{e^{-N/2}(N)^{N/2}}{(2\pi\, SSE)^{N/2}}$$

และแทนที่พารามิเตอร์ในฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นด้วยตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดภายใต้ ω จะได้ดังนี้

$$L(\hat{\omega}) = L(\hat{\tilde{\mu}}^*, \hat{\sigma}^{*2}) = \left(\frac{N}{2\pi\, SST}\right)^{N/2} \exp\left(-\frac{N}{2}\frac{SST}{SST}\right)$$

$$= \frac{e^{-N/2}(N)^{N/2}}{(2\pi\, SST)^{N/2}}$$

ดังนั้น ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น คือ

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} = \left(\frac{SSE}{SST}\right)^{N/2} = \left(\frac{SSE}{SSE + SST_{rt}}\right)^{N/2}$$

$$= \left[\frac{1}{1 + \frac{SST_{rt}}{SSE}}\right]^{N/2} = \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{(k-1)}{k(n-1)}\right)F}\right]^{N/2}$$

4. หาจุดวิกฤตหรือเกณฑ์การตัดสินใจ

ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ก็ต่อเมื่อ $\Lambda \le c$ โดยที่ c เป็นค่าคงที่ $0 \le c < 1$

ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นดังกล่าวกับในรูปเมทริกซ์ข้างต้นจะให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน (equivalent) ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้จากตัวอย่างดังต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u>

ทรีทเมนต์ที่ 1	ทรีทเมนต์ที่ 2	ทรีทเมนต์ที่ 3	
3	4	6	
5	4	7	
2	3	8	
$y_{1.} = 10$	$y_{2.} = 11$	$y_{3.} = 21$	$y_{..} = 42$
$\sum y_{1j}^2 = 38$	$\sum y_{2j}^2 = 41$	$\sum y_{3j}^2 = 149$	$\sum\sum y_{ij}^2 = 228$
$\bar{y}_{1.} = 3.33$	$\bar{y}_{2.} = 3.67$	$\bar{y}_{3.} = 7.0$	$\bar{y}_{..} = 4.67$

คำนวณในรูปเมทริกซ์จะได้ดังนี้

เนื่องจาก n = 3 , k = 3 ดังนั้น

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad , \quad \tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} \quad \text{และ}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับ μ ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}}^* = (X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} - (X^T X)^{-1} G^T \left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} G(X^T X)^{-1} X^T \tilde{y}$$

$$(X^T X)^{-1} = \left\{\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\right\}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$$\left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} = \left\{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right\}^{-1}$$

$$= \left\{\begin{bmatrix} 1/3 & -1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right\}^{-1}$$

$$= \left\{\begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}\right\}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{1.} \\ \bar{y}_{2.} \\ \bar{y}_{3.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix} = \hat{\tilde{\mu}}$$

จะได้ว่า $\hat{\tilde{\mu}}^{*} = (X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} - (X^T X)^{-1} G^T \left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} G(X^T X)^{-1} X^T \tilde{y}$

$$= \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1.3367 \\ -0.9967 \\ 2.3333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.6667 \\ 4.6667 \\ 4.6667 \end{bmatrix} = \bar{y}_{..}$$

ดังนั้น ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ μ ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\tilde{\mu}}^{*} = (X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} - (X^T X)^{-1} G^T \left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} G(X^T X)^{-1} X^T \tilde{y} = \bar{y}_{..}$$

และสามารถพิสูจน์ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ σ^2 ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}})^T (\tilde{y} - X\hat{\tilde{\mu}}) + (G\hat{\tilde{\mu}})^T (G(X^T X)^{-1} G^T)^{-1} (G\hat{\tilde{\mu}})}{N}$$

$$= \frac{SSE + SST_{rt}}{N} = \frac{SST}{N}$$

จาก $\left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$(G\hat{\tilde{\mu}})^T \left(G(X^T X)^{-1} G^T\right)^{-1} (G\hat{\tilde{\mu}}) = \left\{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix}\right\}^T \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left\{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.33 \\ 3.67 \\ 7.0 \end{bmatrix}\right\}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.34 & -3.67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.34 \\ 3.67 \end{bmatrix}$$

$$= 24.67 = SST_{rt}$$

จาก $SSE = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = \sum \sum y_{ij}^2 - \frac{\sum y_{i.}^2}{n}$

$$= 228 - \frac{(10)^2 + (11)^2 + (21)^2}{3} = 228 - 220.6667 = 7.3333$$

$$SST_{rt} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = \frac{\sum y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{kn}$$

$$= \frac{(10)^2 + (11)^2 + (21)^2}{3} - \frac{(42)^2}{(3*3)} = 220.6667 - 196 = 24.6667$$

$$SST = SSE + SST_{rt} = 7.3333 + 24.6667 = 32$$

จะได้ว่า $\hat{\sigma}^{*2} = \frac{SSE + SST_{rt}}{N} = \frac{32}{9} = 3.5556$

ซึ่ง $SSE = \left(\tilde{y} - X\hat{\hat{\mu}}\right)^T\left(\tilde{y} - X\hat{\hat{\mu}}\right)$

$$SST_{rt} = (G\hat{\hat{\mu}})^T\left(G(X^TX)^{-1}G^T\right)^{-1}(G\hat{\hat{\mu}})$$

ดังนั้น ตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์ σ^2 ของ $L(\hat{\omega})$ คือ

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{(\tilde{y} - X\hat{\hat{\mu}})^T(\tilde{y} - X\hat{\hat{\mu}}) + (G\hat{\hat{\mu}})^T(G(X^TX)^{-1}G^T)^{-1}(G\hat{\hat{\mu}})}{N} = \frac{SSE + SST_{rt}}{N} = \frac{SST}{N}$$

2.4 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Monte Carlo Likelihood Ratio Test)

การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เป็นการสร้างข้อมูลตัวอย่างสุ่มจากตัวแบบตามค่าของพารามิเตอร์ และคำนวณค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นโดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่สุ่มได้ จะกระทำซ้ำจนกระทั่งครบจำนวน N ครั้ง และในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาการทดสอบมอนติคาร์โลภายใต้พื้นฐานตัวสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ซึ่งรายละเอียดของขั้นตอนการทดสอบดังกล่าว จะอธิบายดังข้างล่าง ต่อไปนี้

การทดสอบมอนติคาร์โลโดยใช้ตัวสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น มีขั้นตอน ดังนี้

2.4.1 นำข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม $(y_{11},y_{12},y_{13},\ldots,y_{ij})$ ที่ได้จากวิธีการทดสอบเอฟมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยในแต่ละทรีทเมนต์และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พร้อมทั้งคำนวณหาค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Λ^*) จากข้อมูลของตัวอย่างของแต่ละรอบ โดยการคำนวณดังนี้

$$\Lambda^* = \left[\frac{1}{1+\frac{SST_{rt}}{SSE}}\right]^{N/2}$$

หรือ $$\Lambda^* = \left[\frac{1}{1+\left(\frac{(k-1)}{k(n-1)}\right)F}\right]^{N/2}$$ โดยที่ N=k*n

2.4.2 สร้างชุดข้อมูล $(y^*_{11},y^*_{12},y^*_{13},\ldots,y^*_{ij})$ จากค่าเฉลี่ยในแต่ละทรีทเมนต์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณได้จากข้อ 2.4.1 โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลกระทำซ้ำ 400 รอบ และในแต่ละรอบคำนวณหาค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น
1	Λ_1
2	Λ_2
3	Λ_3
$\vdots$	$\vdots$
400	Λ_{400}

2.4.3 นำค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Λ) 400 รอบ ดังตารางตามข้อ 2.4.2 มาสร้างกราฟฮิสโตแกรม

2.4.4 คำนวณค่า p-value ของการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$p - \text{value} = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹}\ \ (\text{NEW LRT} \le \text{OLDLRT})}{\text{N}}^{**}$$

โดยที่ NEW LRT หมายถึง ค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ได้จากการทดสอบมอนติคาร์โลดังตารางในข้อ 2.4.2)

OLD LRT หมายถึง ค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณของข้อมูลตัวอย่างสุ่มชุดเริ่มต้นที่ได้จากการทดสอบเอฟ ดังที่ได้ในข้อ 2.4.1)

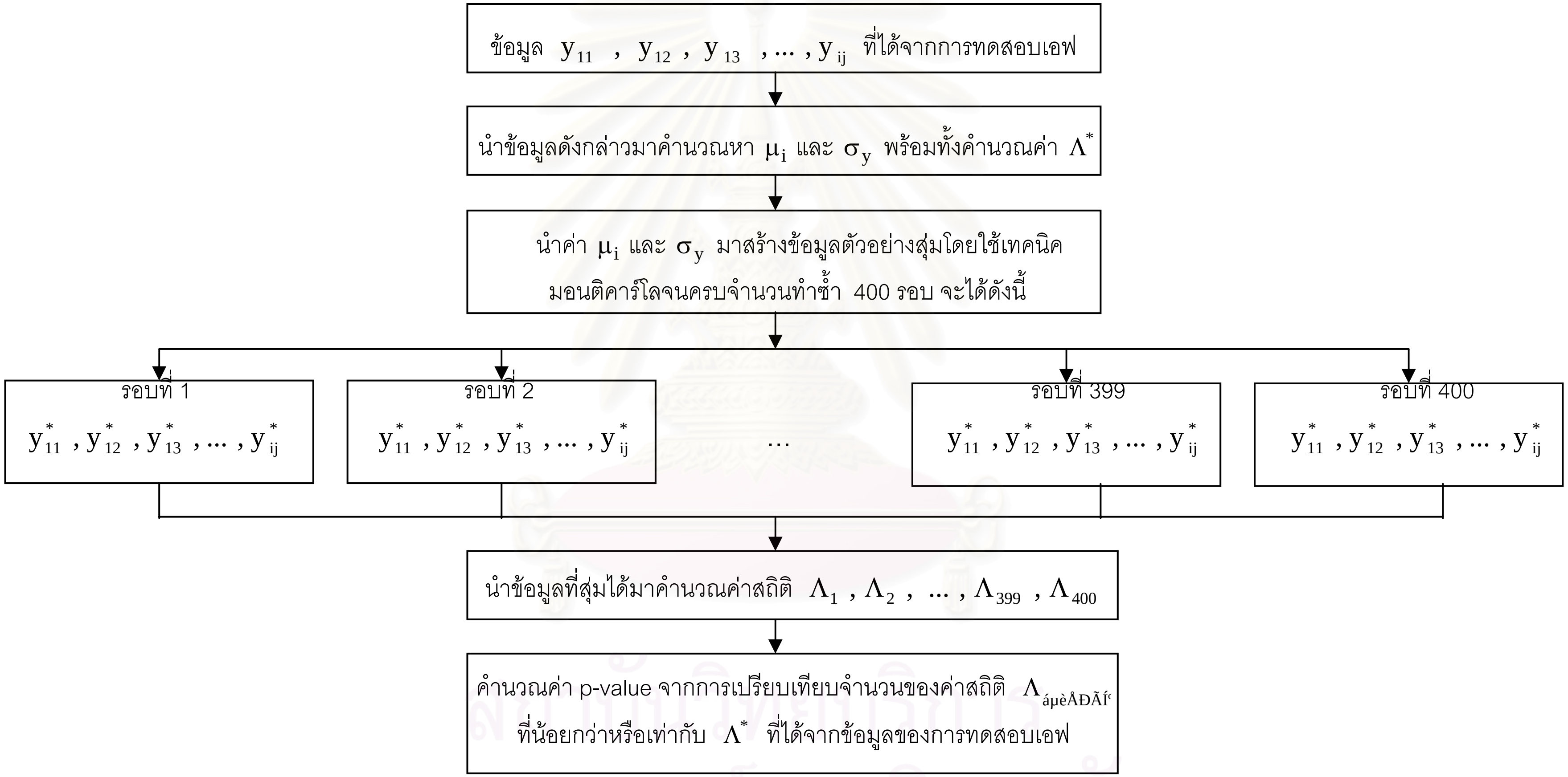
N หมายถึง จำนวนรอบในการทำซ้ำของการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

2.4.5 พิจารณาค่า p-value ที่ได้เทียบกับระดับนัยสำคัญ (α) ที่ศึกษา

** 1) Manly ,Bryan F.J. "Randomization ,Bootstrap and Monte Carlo method in Biology {Second Edition}". CHAPMAN&HALL. pp. 69-72

2) http://www.epa.gov/bioindicators/primer/html/montecar.html

แผนผังขั้นตอนของการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น



2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่ กรณีขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากันทั้ง 2 วิธี จะพิจารณาโดยการเปรียบเทียบจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างโดยการนับจำนวนชุดข้อมูลที่ปฏิเสธสมมติฐานว่างต่อชุดข้อมูลทั้งหมด และจากค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบทั้ง 2 วิธี

ดังนั้น ถ้าตัวสถิติทดสอบของวิธีใดให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่า และให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ก็จะเป็นตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่เหมาะสม

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อต้องการศึกษาและเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยการทดลองคงที่ด้วยตัวสถิติทดสอบ 2 วิธี คือ ตัวสถิติทดสอบเอฟ และตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น โดยสร้างความคลาดเคลื่อนให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งการจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์จะใช้เทคนิคมอนติคาร์โล โดยใช้โปรแกรม S-PLUS 2000 กับเครื่อง PC ดังนั้นรายละเอียดของแผนการดำเนินการวิจัย จะกล่าวในรายละเอียดต่างๆ ดังต่อไปนี้

3.1 การจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล

เนื่องจากเทคนิคมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคที่ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ เป็นเวลานานแล้วและก็ยังเป็นวิธีที่นิยมใช้กันอยู่ในปัจจุบันและได้มีการพัฒนาในสาขาวิชาต่างๆ มากขึ้น เช่น สาขาด้านคณิตศาสตร์ สาขาการวิจัยดำเนินงาน เป็นต้น

เทคนิคมอนติคาร์โล เป็นเทคนิคที่ใช้ตัวเลขสุ่มมาช่วยแก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ และช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ยังไม่แน่ใจในผลที่จะเกิดขึ้นได้

ตัวเลขสุ่มมีประโยชน์ ดังต่อไปนี้

3.1.1 ทำให้การเลือกตัวอย่างไม่มีความเอนเอียงในการสำรวจหรือการทดลองในเรื่องต่างๆ ทั้งนี้ เพราะเลขสุ่มมาจากแนวคิดเกี่ยวกับการคำนวณความน่าจะเป็น

3.1.2 เลขสุ่มจะทำให้ได้มาซึ่งรูปแบบต่างๆ หรือวิธีการที่สลับซับซ้อนโดยการสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation)

3.1.3 การใช้เลขสุ่มอาจทำเพื่อศึกษาคุณสมบัติทางทฤษฎีของกระบวนทางสถิติที่มีความสำคัญสำหรับการประมาณค่า ตลอดจนนำไปสู่คำอธิบายเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบทางสถิติ

3.1.4 เพื่อหาคำตอบในปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะพิจารณาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นของปัญหานั้นๆ

3.2 แผนการดำเนินการวิจัย

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดสถานการณ์ต่างๆ ที่จะทำการศึกษาและเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ได้ดังนี้

3.2.1 อิทธิพลของปัจจัยที่สนใจในแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด เป็นแบบคงที่

3.2.2 จำนวนทรีทเมนต์ในแผนการทดลอง คือ 2 3 4 และ 5

3.2.3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ คือ 2 4 6 และ 8

3.2.4 ค่าเฉลี่ยของประชากรเท่ากันทุกกลุ่ม คือ 50

3.2.5 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ศึกษาในแผนการทดลอง คือ การแจกแจงแบบปกติ

3.2.6 กลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ

3.2.6.1 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันน้อย ค่า Φ อยู่ระหว่าง [0,1.5)

3.2.6.2 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันปานกลาง ค่า Φ อยู่ระหว่าง [1.5,3.0)

3.2.6.3 ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ มีความแตกต่างกันมาก ค่า Φ มากกว่า 3.0

3.2.7 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of variation) 3 ระดับ คือ 10% 20% และ 30% จะได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ 5 10 และ 15 ตามลำดับ

3.2.8 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบในแผนการทดลอง คือ $\alpha = 0.01$ และ $\alpha = 0.05$

3.2.9 สำหรับการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นกระทำการสร้างตัวอย่างสุ่มซ้ำ 400 รอบ

3.2.10 กำหนดการกระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์เป็น 600 รอบ

3.3 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย แบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

3.3.1 สร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนดในแผนการทดลอง

3.3.2 การสร้างข้อมูลตามแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

3.3.3 การสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) ให้แตกต่างกัน

3.3.4 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี

3.3.5 การหาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ

3.3.6 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ ของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟ และตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ซึ่งรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

3.3.1 สร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนตามที่กำหนดในแผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการสร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนแบบปกติ สำหรับโปรแกรม S-PLUS 2000 จะใช้ฟังก์ชัน rnorm (n, μ, sd) ในการสร้างการแจกแจงแบบปกติ โดย n แทนขนาดตัวอย่าง μ แทนค่าเฉลี่ย และ sd แทนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอในภาคผนวก

3.3.2 การสร้างข้อมูลตามแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด

สร้างตัวแปรสุ่มของความคลาดเคลื่อน ε_{ij} ที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น σ^2 ขึ้นมาก่อน แล้วจึงสร้างค่า y_{ij} ตามตัวแบบดังนี้ คือ

$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ เมื่อ τ_i เป็นอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่กำหนดขึ้นมา

3.3.3 การสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) ให้แตกต่างกัน

โดยการพิจารณา $\sum_{i=1}^{k} \tau_i = 0$ ซึ่งจะกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์โดยใช้ Φ เป็นตัวกำหนด โดยที่กำหนดจาก

$$\Phi = \frac{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} \tau_i^2 / k}}{\sigma}$$

ในกรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ เท่ากับ 2 และ 3 สามารถกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ให้สะดวกขึ้น โดยกำหนดให้

$$D = \tau_{max} - \tau_{min}$$

$$\tau_i = \frac{(\tau_{max} + \tau_{min})}{2} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k$$

โดยที่ $\tau_{max} = \frac{D}{2}$, $\tau_{min} = -\frac{D}{2}$ และ $\tau_i = 0$ เมื่อ i ไม่ใช่ค่า max และ min

ในที่นี้ τ_{max} หมายถึง ค่าที่มากที่สุดของอิทธิพลทรีทเมนต์
τ_{min} หมายถึง ค่าที่น้อยที่สุดของอิทธิพลทรีทเมนต์
D หมายถึง ค่าความแตกต่างระหว่างค่าที่มากที่สุดและค่าที่น้อยที่สุดของอิทธิพลทรีทเมนต์

ดังนั้นในการกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ โดยใช้ Φ เป็นตัวกำหนด จะทำได้ดังนี้

$$\Phi = \sqrt{\frac{2nD^2}{4k\sigma^2}} = D\sqrt{\frac{n}{2k\sigma^2}}$$

และในกรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ เท่ากับ 4 และ 5 สามารถกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้สะดวกขึ้น โดยกำหนดให้

$$D = 2(\tau_{max} - \tau_{min})$$

$$\tau_i = \frac{(\tau_{max} + \tau_{min})}{2} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k$$

โดยที่ $\tau_{max} = \frac{D}{4}$, $\tau_{min} = -\frac{D}{4}$ และ $\tau_i = 0$ เมื่อ i ไม่ใช่ค่า max และ min

ดังนั้นในการกำหนดกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ โดยใช้ Φ เป็นตัวกำหนด จะทำได้ดังนี้

$$\Phi = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{n}{k\sigma^2}}$$

โดยจะแสดงตัวอย่างของการสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ไว้ในภาคผนวก ข

3.3.4 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี

กำหนดจำนวนทรีทเมนต์ ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วทำการสร้างชุดข้อมูลสุ่มโดยโปรแกรมในภาคผนวกตามลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนแบบปกติ และนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณค่าต่างๆ ตามสูตรของการทดสอบทั้ง 2 วิธี คือ

3.2.4.1 ตัวสถิติทดสอบเอฟ

3.2.4.2 ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

รายละเอียดเกี่ยวกับการทดสอบทั้ง 2 วิธี ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 แล้ว

3.3.5 การหาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ

เมื่อสร้างข้อมูล (y_{ij}) ตามตัวแบบที่ต้องการและคำนวณค่าสถิติทดสอบแล้ว คำนวณค่า p-value ของตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี และเปรียบเทียบค่า p-value กับระดับนัยสำคัญที่กำหนด ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และอำนาจการทดสอบ ซึ่งสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

3.3.5.1 สร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) โดยกำหนดค่า τ_i ให้มีค่าเป็น 0 ทุกค่าในแต่ละทรีทเมนต์ เมื่อพิจารณาหาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และให้ τ_i มีค่าไม่เท่ากับ 0 ในบางค่า (แต่ผลรวมของ τ_i ต้องเท่ากับ 0 ก็คือ $\sum_{i=1}^{k}\tau_i = 0$) เมื่อพิจารณาหาอำนาจการทดสอบ

3.3.5.2 คำนวณค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อ $\tau_i = 0$ และคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ เมื่อ τ_i ไม่เท่ากับ 0 ในบางค่า

3.3.5.3 เปลี่ยนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน จนกระทั่งครบทุกสถานการณ์ โดยในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำกัน 600 รอบ

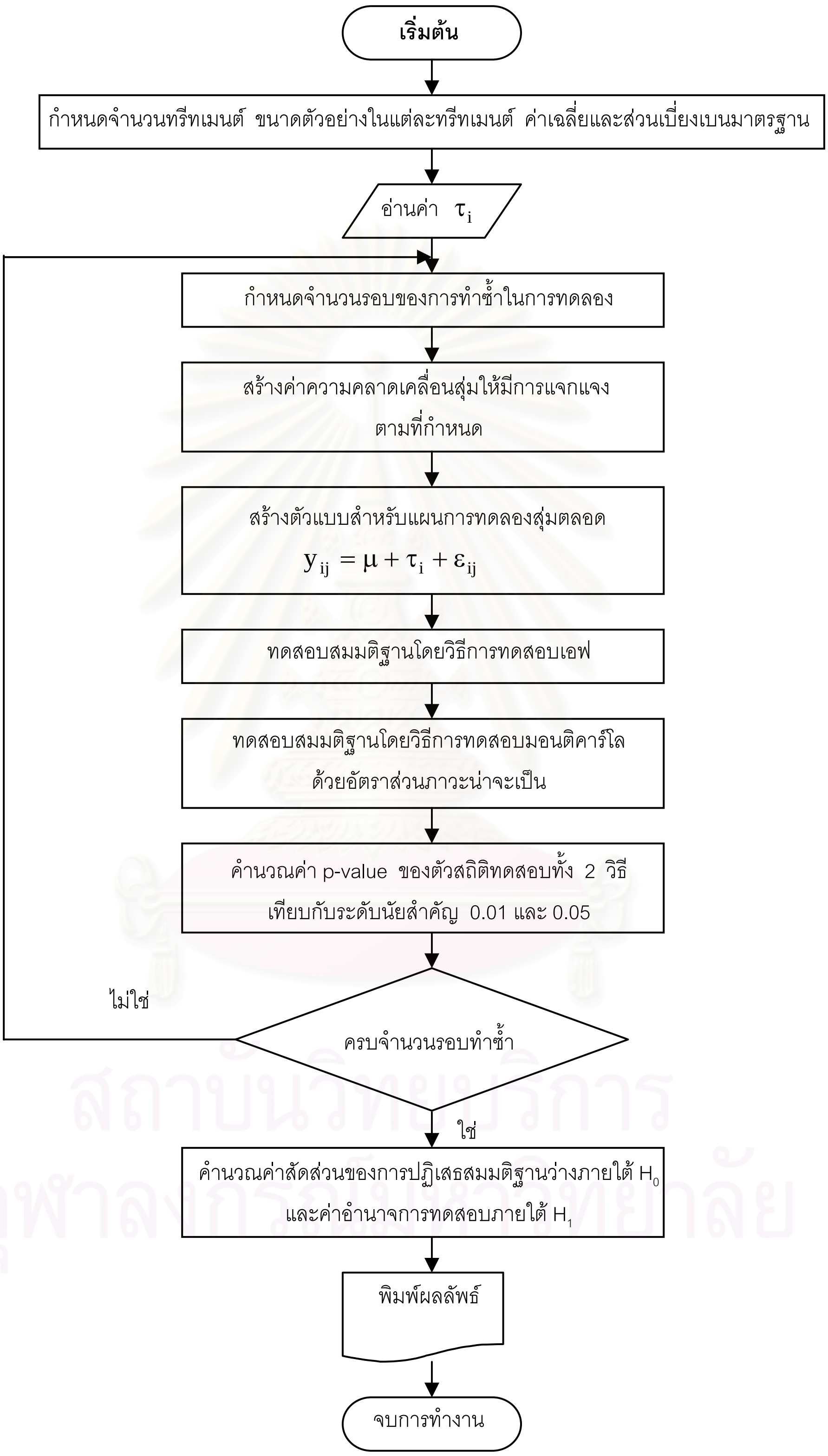
3.3.6 เปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี

เปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างว่าตัวสถิติทดสอบของวิธีใดที่ให้ค่าน้อยกว่า และให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ก็จะเป็นตัวสถิติของการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่เหมาะสม

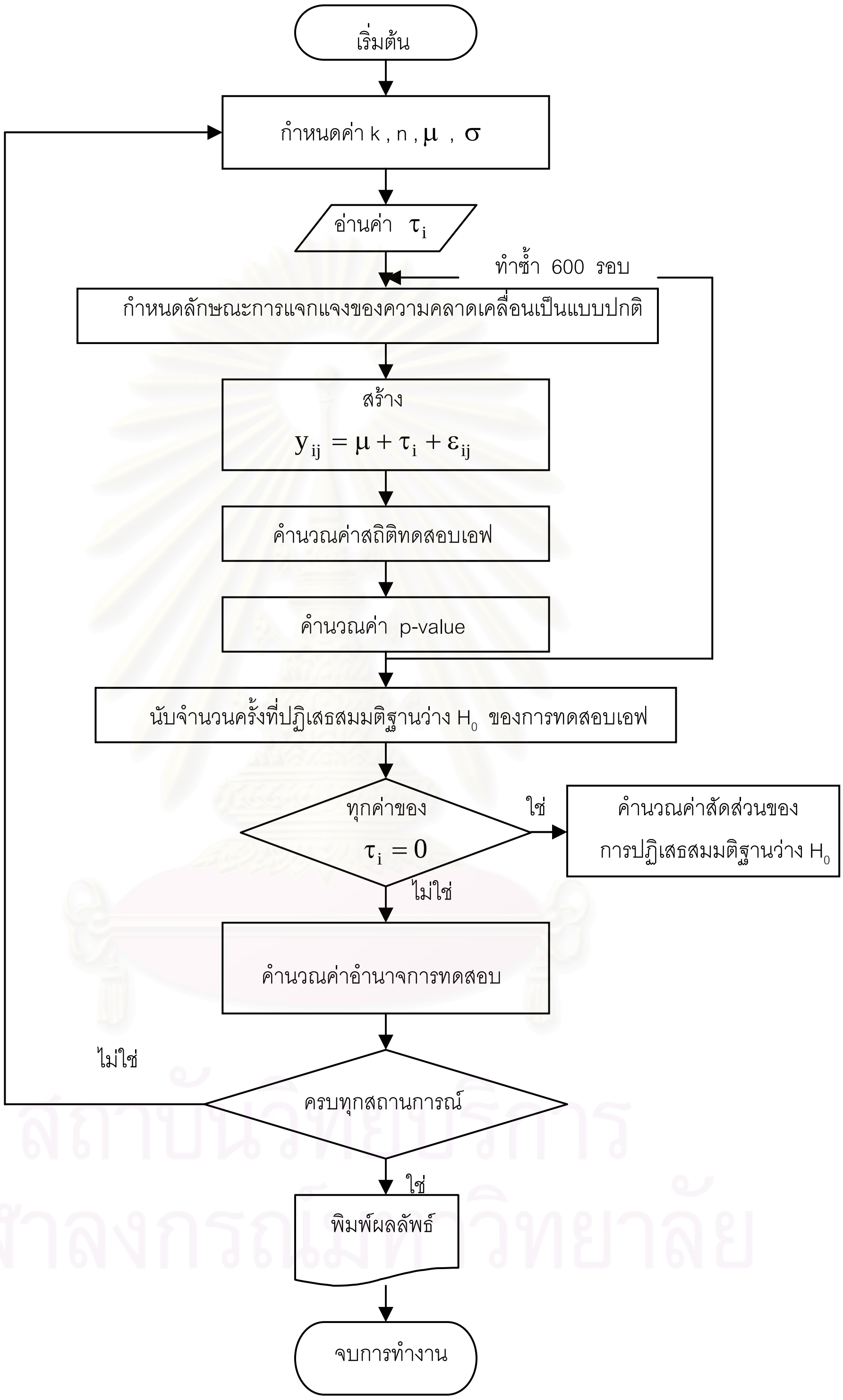
3.4 แผนผังแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

ลักษณะการทำงานของโปรแกรมในการวิจัยครั้งนี้ ใช้ S-PLUS 2000 ในการประมวลผลข้อมูลโดยมีขั้นตอนการทำงานดังรูปที่ 3.4.1-3.4.3 ส่วนโปรแกรมการทำงานตามลำดับขั้นดังแสดงในรูปที่ 3.4.1-3.4.3 นั้นได้เสนอไว้ในภาคผนวก ง

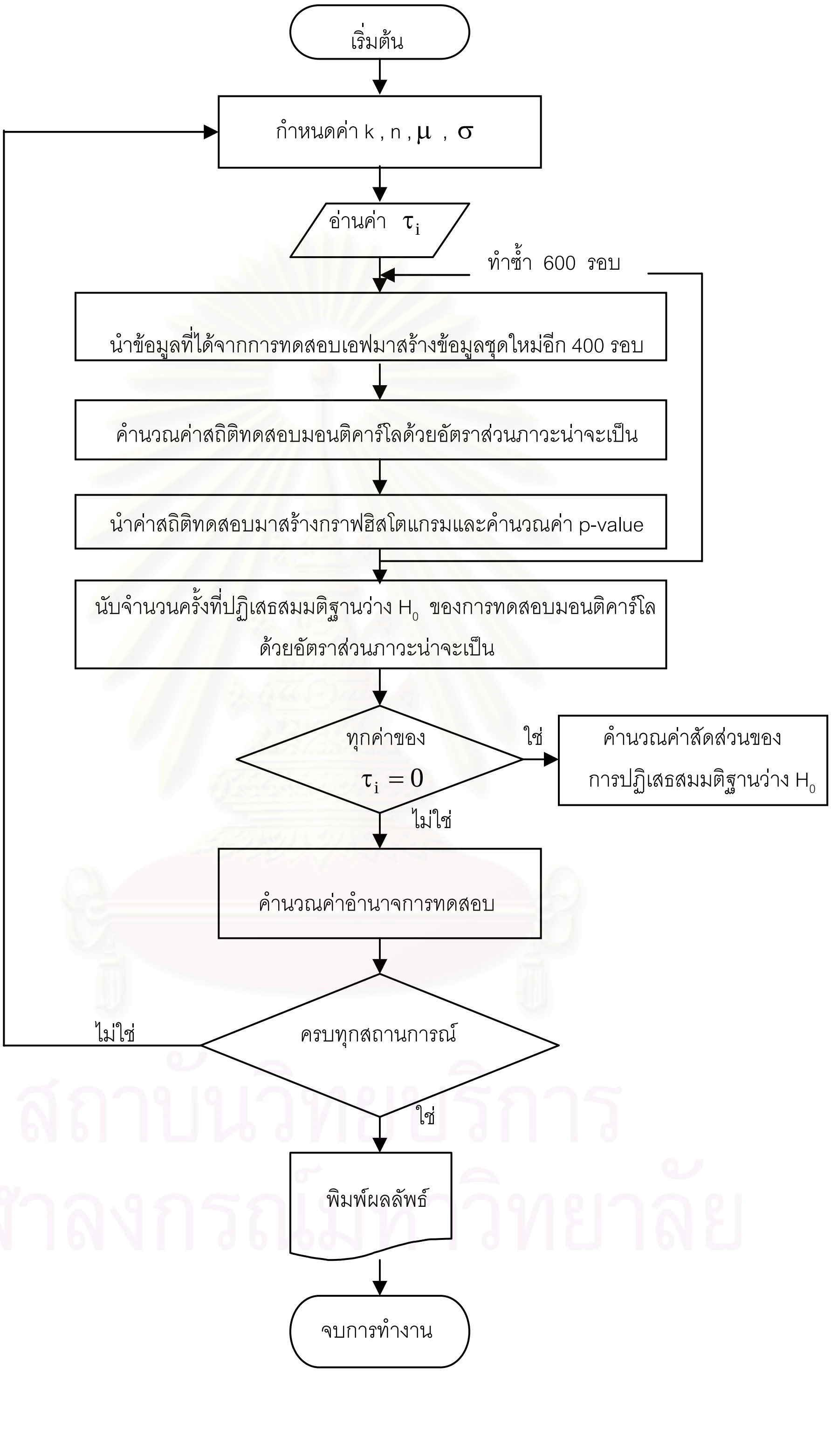
รูปที่ 3.4.1 แสดงผังงานสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์



รูปที่ 3.4.2 แสดงผังงานในการทำงานของโปรแกรมการทดสอบเอฟ



รูปที่ 3.4.3 แสดงผังงานในการทำงานของโปรแกรมการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น



บทที่ 4
ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ สำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอดที่ปัจจัยทดลองคงที่ กรณีที่ขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน 2 วิธี คือ ตัวสถิติทดสอบเอฟ และตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น โดยศึกษาค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างและค่าอำนาจการทดสอบ ภายใต้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน (ε) แบบปกติในสถานการณ์ต่างๆ คือ ทำการศึกษาในสถานการณ์ที่จำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 3 4 และ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 2 4 6 และ 8 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการจำลองข้อมูล ให้มีสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (C.V.%) 3 ระดับ คือ 10% 20% และ 30% โดยวิธีการจำลองข้อมูลนั้นจะอาศัยเทคนิคมอนติคาร์โลซีมูเลชัน (Monte carlo simulation) จะกระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์จำนวน 600 รอบ และสำหรับการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะกระทำการสร้างตัวอย่างสุ่มจำนวน 400 รอบ

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาความเหมาะสมของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ซึ่งได้จากการนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริงต่อชุดข้อมูลทั้งหมด และการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ได้จากการนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จต่อชุดข้อมูลทั้งหมด

และเพื่อความสะดวกในการนำเสนอผลการวิจัยในครั้งนี้ จึงใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แสดงในตารางโดยแทนความหมายต่างๆ ดังนี้

k	แทน	จำนวนทรีทเมนต์
n	แทน	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์
C.V.%	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (%)
Φ	แทน	สัมประสิทธิ์ความเบี่ยงเบนของทรีทเมนต์
F	แทน	ตัวสถิติทดสอบเอฟ
MC-LR	แทน	ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น
α	แทน	ระดับนัยสำคัญ

การนำเสนอผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ 2 วิธี จะแบ่งการนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 4.1 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงดังตาราง 4.1-4.8

ส่วนที่ 4.2 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าอำนาจการทดสอบ (Power of the test) แสดงดังตาราง 4.9-4.16 และรูปที่ 4.1-4.32 ตามลำดับ

การนำเสนอผลการวิจัยในรายละเอียดของค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในแต่ละกรณี ได้ทำการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่1 ไว้แล้วโดยการพิจารณาค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 $(\hat{\alpha})$ จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ซึ่งในที่นี้ก็คือค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเพราะมีหลักการคำนวณที่เหมือนกัน นั่นคือการนับจำนวนครั้งของชุดข้อมูลที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริงต่อชุดข้อมูลทั้งหมด เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่1 ด้วยการทดสอบทวินาม (Binomail test) ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม (α^*) เท่ากับ 0.01 และ 0.05 โดย

สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ คือ

$$H_0 : \alpha \le \alpha_0$$

$$H_1 : \alpha > \alpha_0$$

ดังนั้น

$$P\left[0 < \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\sqrt{\dfrac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}} < Z_{\alpha^*}\right] = 1 - \alpha^*$$

หรือ

$$P\left[0 < \hat{\alpha} < \alpha_0 + Z_{\alpha^*}\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}\right] = 1 - \alpha^*$$

ดังนั้นช่วงของการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 คือ

$$\left(0\ ,\ \alpha_0 + Z_{\alpha^*}\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n^*}}\right)$$

โดยที่ α^* แทน ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม

α แทน ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ

$\hat{\alpha}$ แทน ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่1จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบ

α_0 แทน ระดับนัยสำคัญที่กำหนดในการวิจัยครั้งนี้

n^* แทน จำนวนรอบของการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ทำการทดลองซ้ำทั้งหมด 600 รอบ ดังนั้น

ที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้เมื่อ $\hat{\alpha} \leq 0.0194$

ที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้เมื่อ $\hat{\alpha} \leq 0.0646$

จากผลการวิจัยพบว่าทุกกรณีศึกษาสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ และต่อไปนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดในส่วนต่างๆของผลการวิจัยต่อไป

ส่วนที่ 4.1 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

4.1.1 กรณีเปรียบเทียบ 2 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.1-4.2

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

สำหรับกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 2 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

สำหรับกรณีที่ C.V. = 20% เมื่อ n = 8 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

4.1.2 กรณีเปรียบเทียบ 3 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.3-4.4

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

สำหรับกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8

สำหรับกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 6 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

4.1.3 กรณีเปรียบเทียบ 4 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.5-4.6

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าวิธีการทดสอบเอฟ ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8

4.1.4 กรณีเปรียบเทียบ 5 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.7-4.8

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

สำหรับกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พบว่าส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 20% เมื่อ n = 8 และ C.V. = 30% เมื่อ n = 6,8

จากผลการวิจัยพบว่า เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้นและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เพิ่มขึ้น จะมีแนวโน้มให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างลดลงเล็กน้อย

จากตาราง 4.1-4.8 โดยสรุปจะพบว่า ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟเกือบทุกกรณี และที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าเมื่อจำนวนทรีทเมนต์น้อยๆ (k = 2) ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ แต่เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตาราง 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ = 0.01

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.01	
			F	MC-LR
k=2	10	n=2	0.0067	0.0050
		n=4	0.0067	0.0050
		n=6	0.0067	0.0033
		n=8	0.0050	0.0033
	20	n=2	0.0083	0.0067
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0067	0.0050
		n=8	0.0067	0.0050
	30	n=2	0.0083	0.0083
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0067	0.0050

ตาราง 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=2 และระดับนัยสำคัญ = 0.05

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.05	
			F	MC-LR
k=2	10	n=2	0.0433	0.0400
		n=4	0.0417	0.0367
		n=6	0.0400	0.0350
		n=8	0.0400	0.0300
	20	n=2	0.0467	0.0450
		n=4	0.0450	0.0433
		n=6	0.0417	0.0400
		n=8	0.0400	0.0400
	30	n=2	0.0483	0.0450
		n=4	0.0450	0.0433
		n=6	0.0433	0.0400
		n=8	0.0417	0.0400

ตาราง 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ = 0.01

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.01	
			F	MC-LR
k=3	10	n=2	0.0083	0.0067
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0067	0.0050
		n=8	0.0067	0.0050
	20	n=2	0.0100	0.0083
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0067	0.0050
	30	n=2	0.0100	0.0083
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0067	0.0067

ตาราง 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=3 และระดับนัยสำคัญ = 0.05

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.05	
			F	MC-LR
k=3	10	n=2	0.0450	0.0433
		n=4	0.0433	0.0417
		n=6	0.0417	0.0383
		n=8	0.0400	0.0317
	20	n=2	0.0467	0.0450
		n=4	0.0467	0.0433
		n=6	0.0433	0.0417
		n=8	0.0417	0.0400
	30	n=2	0.0483	0.0467
		n=4	0.0483	0.0450
		n=6	0.0433	0.0433
		n=8	0.0417*	0.0433

หมายเหตุ * แทน ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตาราง 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ = 0.01

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.01	
			F	MC-LR
k=4	10	n=2	0.0083	0.0067
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0067	0.0050
	20	n=2	0.0100	0.0083
		n=4	0.0083	0.0067
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0083	0.0067
	30	n=2	0.0117	0.0083
		n=4	0.0100	0.0083
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0083	0.0067

ตาราง 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=4 และระดับนัยสำคัญ = 0.05

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.05	
			F	MC-LR
k=4	10	n=2	0.0467	0.0450
		n=4	0.0450	0.0417
		n=6	0.0433	0.0417
		n=8	0.0417	0.0400
	20	n=2	0.0483	0.0450
		n=4	0.0467	0.0450
		n=6	0.0433	0.0417
		n=8	0.0417	0.0400
	30	n=2	0.0517	0.0500
		n=4	0.0483	0.0450
		n=6	0.0450	0.0433
		n=8	0.0417*	0.0433

หมายเหตุ * แทน ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตาราง 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ = 0.01

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.01	
			F	MC-LR
k=5	10	n=2	0.0100	0.0083
		n=4	0.0100	0.0083
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0083	0.0067
	20	n=2	0.0133	0.0100
		n=4	0.0100	0.0083
		n=6	0.0083	0.0067
		n=8	0.0083	0.0067
	30	n=2	0.0133	0.0100
		n=4	0.0117	0.0100
		n=6	0.0117	0.0083
		n=8	0.0083	0.0083

ตาราง 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=5 และระดับนัยสำคัญ = 0.05

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.05	
			F	MC-LR
k=5	10	n=2	0.0500	0.0483
		n=4	0.0483	0.0450
		n=6	0.0433	0.0417
		n=8	0.0417	0.0400
	20	n=2	0.0517	0.0500
		n=4	0.0483	0.0467
		n=6	0.0450	0.0433
		n=8	0.0417*	0.0433
	30	n=2	0.0517	0.0500
		n=4	0.0483	0.0467
		n=6	0.0450*	0.0467
		n=8	0.0433*	0.0467

หมายเหตุ * แทน ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ส่วนที่ 4.2 ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าอำนาจการทดสอบ

4.2.1 กรณีเปรียบเทียบ 2 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.9-4.10 และรูปที่ 4.1-4.8

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อยและปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟเล็กน้อย และบางกรณีตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

4.2.2 กรณีเปรียบเทียบ 3 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.11-4.12 และรูปที่ 4.9-4.16

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อยและปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และกรณี C.V. = 10% เมื่อ n = 6,8 และกรณี C.V. = 20% เมื่อ n = 8 พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟเล็กน้อย และบางกรณีตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

4.2.3 กรณีเปรียบเทียบ 4 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.13-4.14 และรูปที่ 4.17-4.24

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ส่วนกรณี C.V. =10%,30% เมื่อ n = 6 พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟเล็กน้อย และบางกรณีตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษา ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

4.2.4 กรณีเปรียบเทียบ 5 ทรีทเมนต์ ดังตาราง 4.15-4.16 และรูปที่ 4.25-4.32

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษา ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และมีบางกรณีที่ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษา ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 10%,20% เมื่อ n = 8 และกรณี C.V. = 30% เมื่อ n = 6,8

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

จากผลการวิจัยพบว่า เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์มีความแตกต่างกันมากขึ้น และขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ค่าอำนาจการทดสอบจะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่เมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น จะพบว่าค่าอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงเล็กน้อย โดยที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

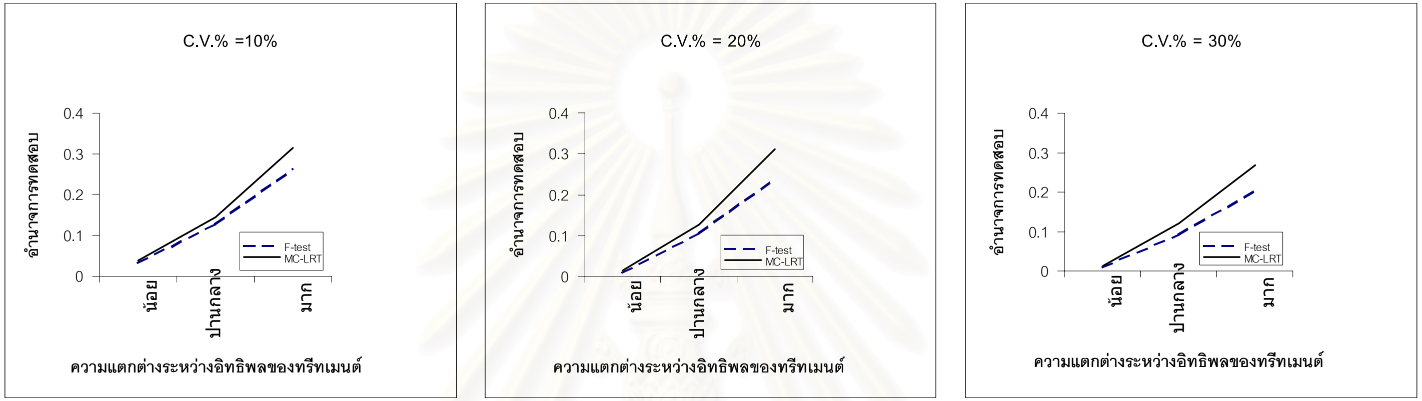
จากตาราง 4.9-4.16 โดยสรุปจะพบว่า ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อยและปานกลาง ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง เมื่อ k = 5 C.V. = 30% และ n = 8 พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของ

ทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าเมื่อจำนวนทรีทเมนต์น้อยๆ (k = 2) ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด แต่เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าเป็น จะเหมาะกับกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย และจะไม่เหมาะกับกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง เมื่อขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงๆ และสำหรับที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะมีแนวโน้มให้อำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน เช่นเดียวกับที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

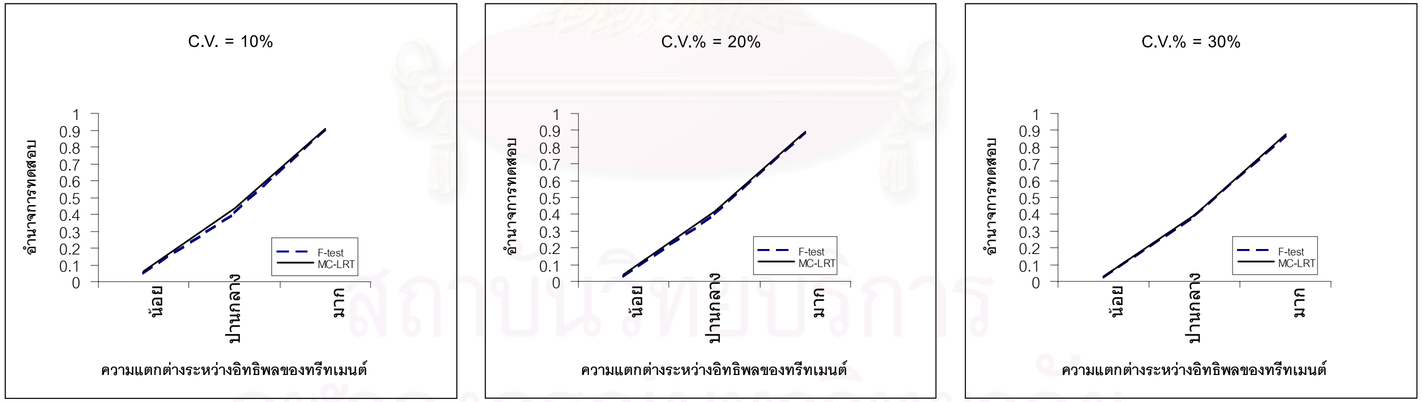
ตาราง 4.9 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=2 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.0317	0.0533	0.0583	0.0633	0.0083	0.0333	0.0383	0.0417	0.0080	0.0283	0.0300	0.0367
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.0383	0.0600	0.0633	0.0700	0.0150	0.0433	0.0467	0.0533	0.0133	0.0317	0.0383	0.0400
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.1267	0.4117	0.5233	0.6017	0.1067	0.4017	0.5117	0.5983	0.0917	0.3900	0.4917	0.5950
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.1450	0.4367	0.5550	0.6367	0.1267	0.4200	0.5267	0.6217	0.1200	0.3967	0.5033	0.6200
แตกต่างกันมาก	F	0.2633	0.9067	0.9683	0.9850	0.2383	0.8900	0.9450	0.9717	0.2033	0.8717	0.9317	0.9633
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.3150	0.9083	0.9783	0.9867	0.3117	0.8917	0.9567	0.9717	0.2683	0.8750	0.9400	0.9683

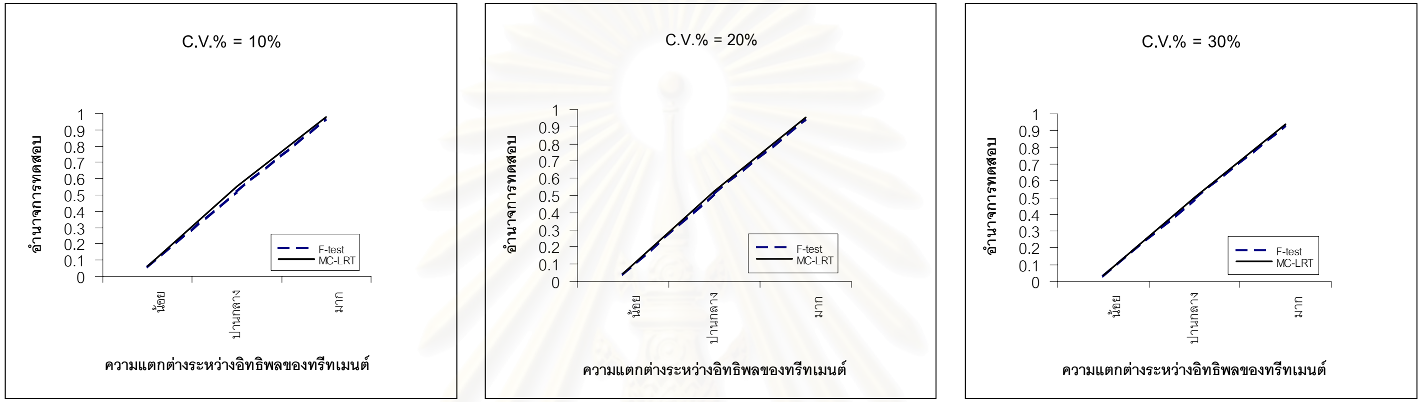
รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.01



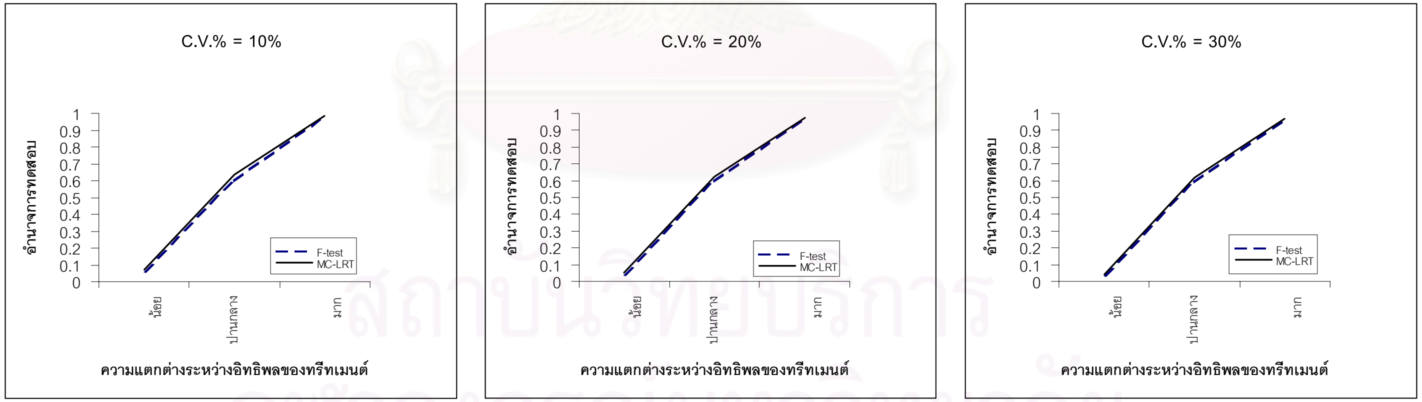
รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.01



รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ $\alpha = 0.01$



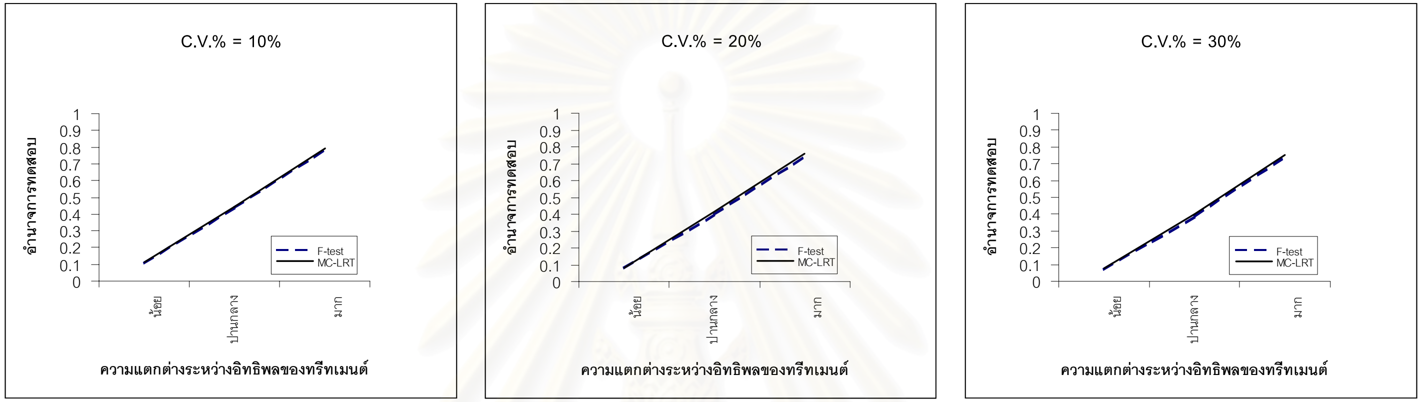
รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ $\alpha = 0.01$



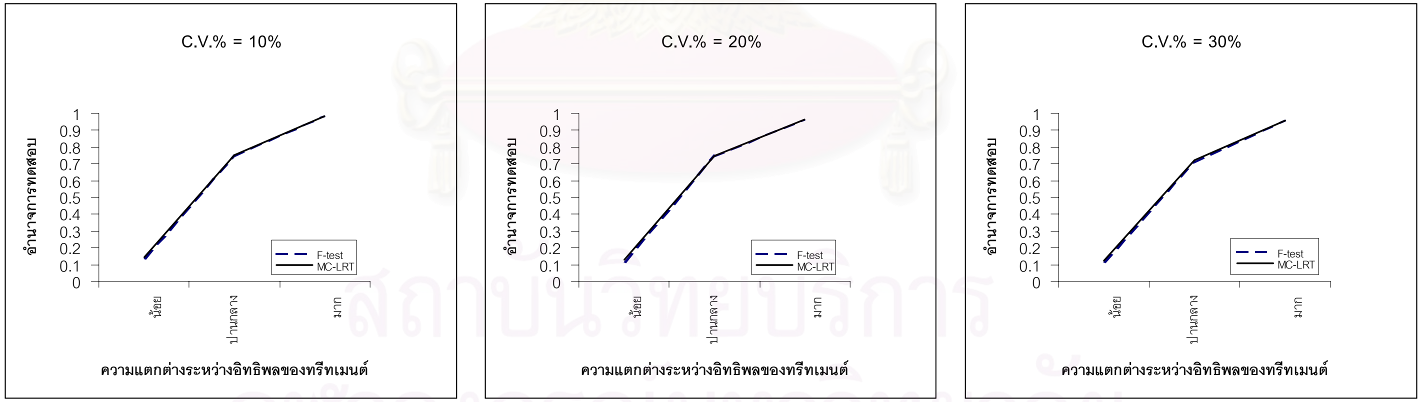
ตาราง 4.10 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=2 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.1083	0.1417	0.1683	0.1800	0.0800	0.1200	0.1467	0.1567	0.0700	0.1167	0.1400	0.1500
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.1133	0.1450	0.1917	0.2017	0.0833	0.1283	0.1550	0.1667	0.0783	0.1217	0.1433	0.1600
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.4400	0.7417	0.8450	0.8800	0.3983	0.7400	0.8050	0.8650	0.3850	0.7050	0.7867	0.8567
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.4467	0.7550	0.8483	0.8983	0.4133	0.7483	0.8067	0.8700	0.4033	0.7217	0.7933	0.8600
แตกต่างกันมาก	F	0.7850	0.9833	0.9967	1.0000	0.7417	0.9633	0.9817	0.9950	0.7400	0.9583	0.9750	0.9883
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.7933	0.9867	0.9983	1.0000	0.7600	0.9650	0.9833	0.9950	0.7550	0.9583	0.9750	0.9883

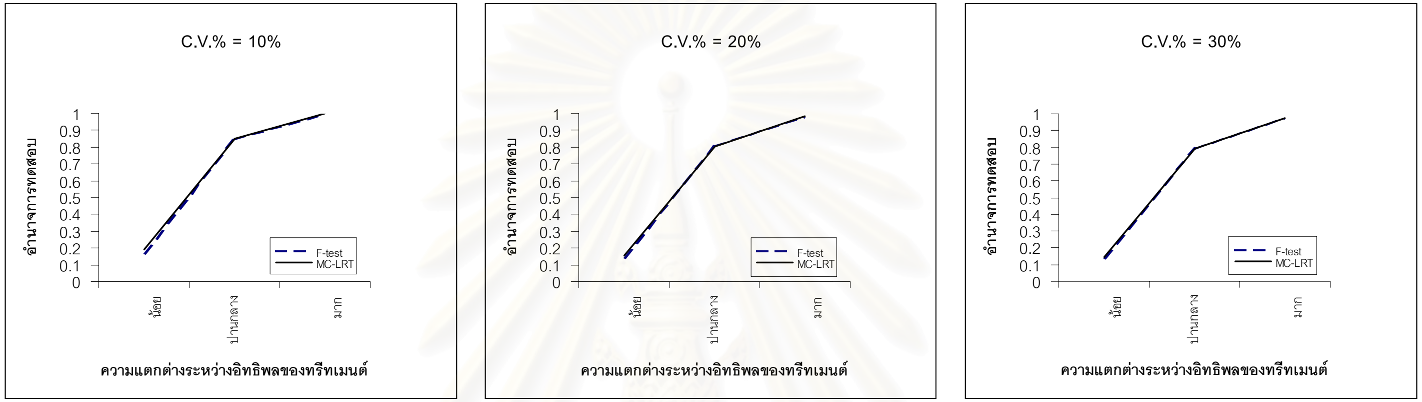
รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.05



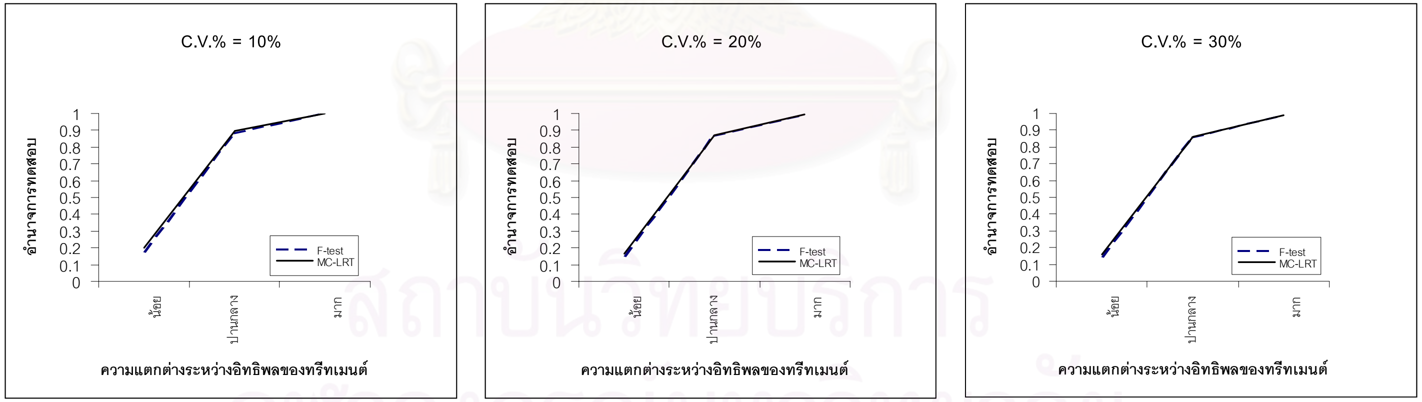
รูปที่ 4.6 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.05



รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.05



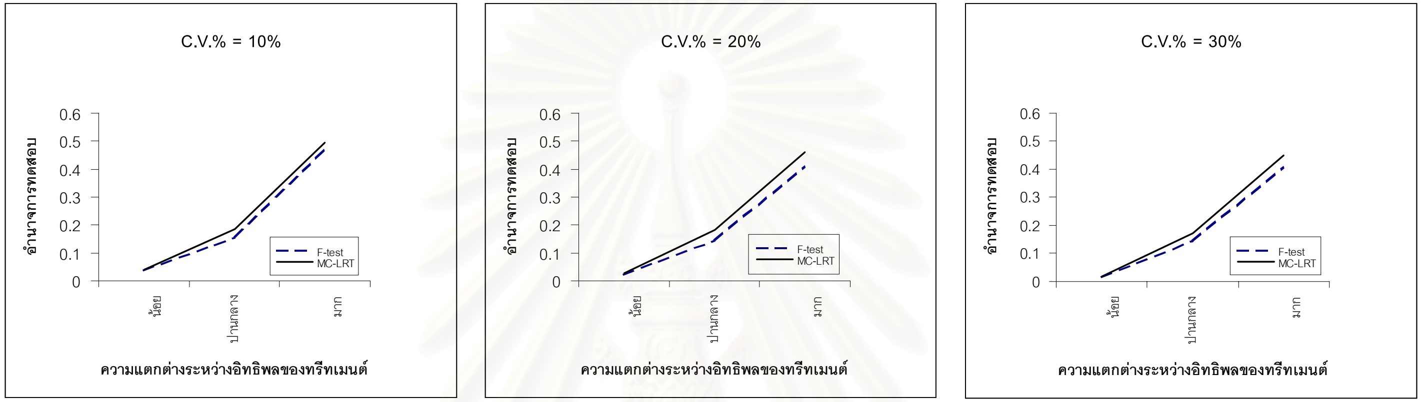
รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.05



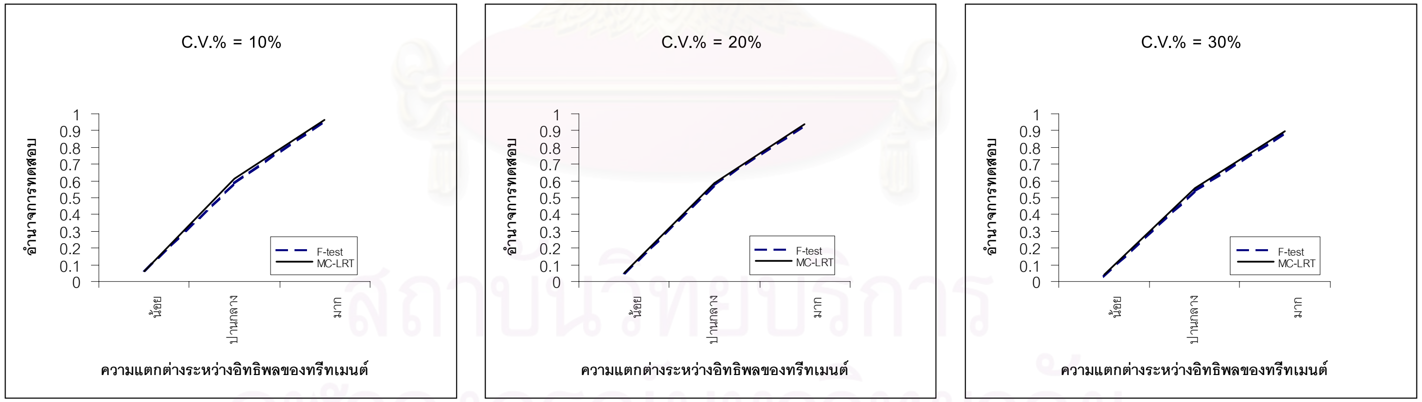
ตาราง 4.11 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=3 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.0367	0.0567	0.0617	0.0650	0.0217	0.0433	0.0450	0.0517	0.0167	0.0317	0.0390	0.0417
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.0400	0.0633	0.0683	0.0817	0.0267	0.0500	0.0583	0.0633	0.0200	0.0400	0.0417	0.0533
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.1533	0.5900	0.6983	0.7517	0.1450	0.5767	0.6517	0.6983	0.1433	0.5400	0.6367	0.6517
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.1850	0.6150	0.7100	0.7583	0.1833	0.5883	0.6533	0.7100	0.1733	0.5550	0.6417	0.6700
แตกต่างกันมาก	F	0.4717	0.9583	0.9983	1.0000	0.4117	0.9350	0.9550	0.9883	0.4100	0.8883	0.9483	0.9717
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.4933	0.9633	0.9983	1.0000	0.4617	0.9367	0.9583	0.9883	0.4500	0.8950	0.9483	0.9817

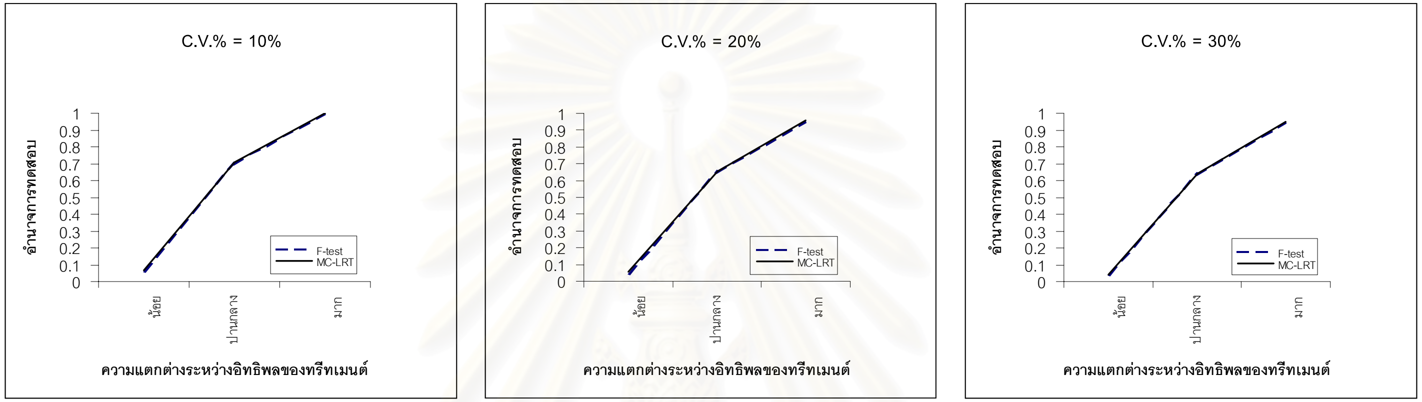
รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ $\alpha = 0.01$



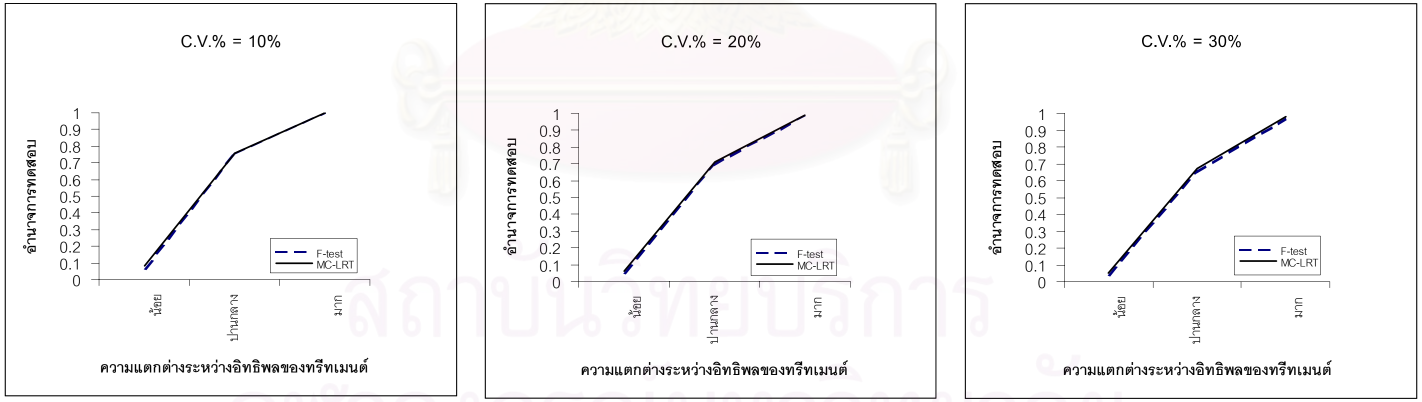
รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ $\alpha = 0.01$



รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.01



รูปที่ 4.12 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.01

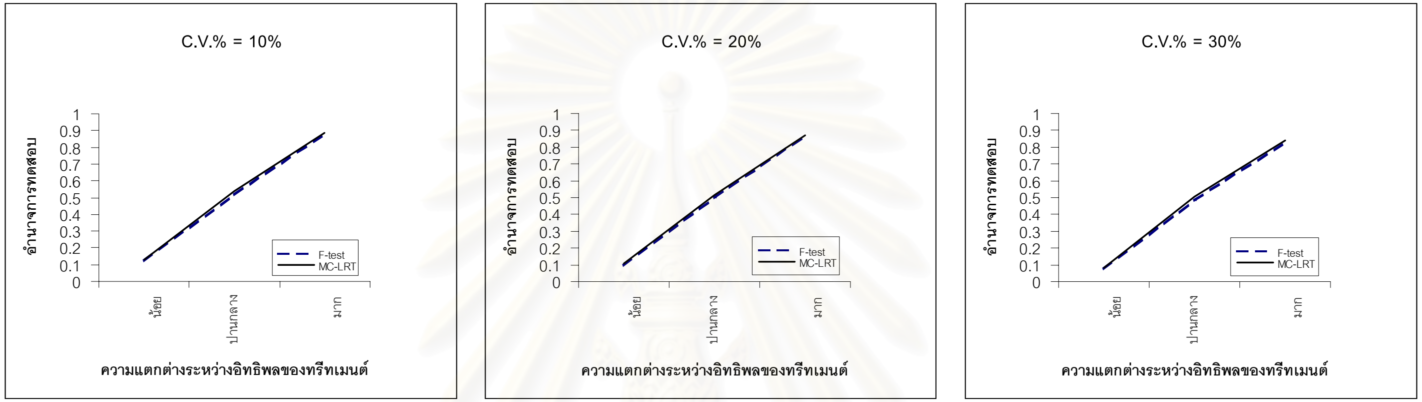


ตาราง 4.12 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=3 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

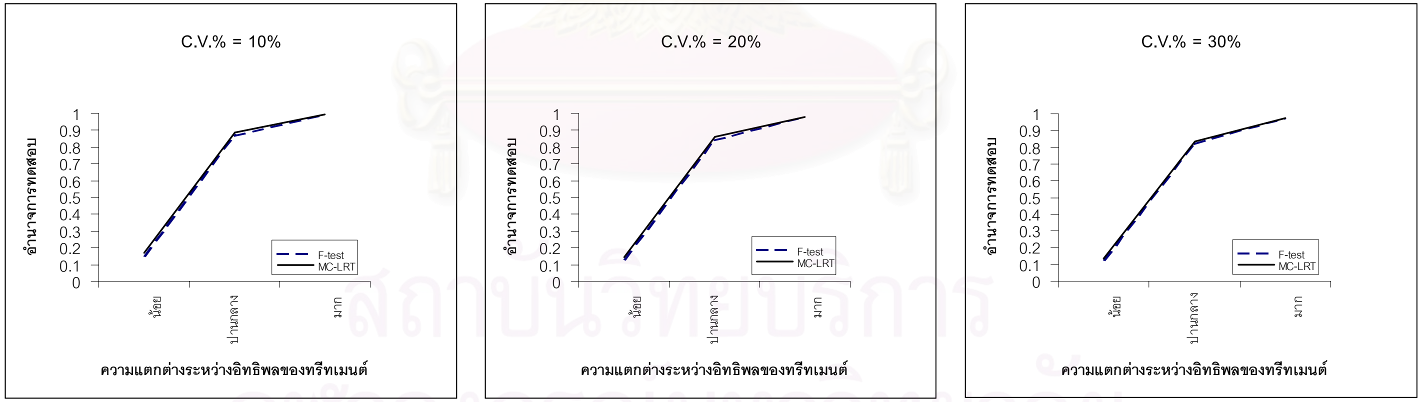
ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย $\phi \in (0,1.5]$	F	0.1233	0.1567	0.1750	0.1933	0.0967	0.1317	0.1583	0.1667	0.0750	0.1283	0.1483	0.1517
	MC-LR	0.1283	0.1683	0.1983	0.2083	0.1067	0.1450	0.1600	0.1717	0.0800	0.1350	0.1517	0.1617
แตกต่างกันปานกลาง $\phi \in (1.5,3.0]$	F	0.5167	0.8667	0.9083	0.9300	0.5017	0.8417	0.8717	0.8917	0.4850	0.8183	0.8483	0.8700**
	MC-LR	0.5367	0.8850	0.9117	0.9317	0.5167	0.8583	0.8767	0.8933	0.5033	0.8350	0.8600	0.8683
แตกต่างกันมาก $\phi \in (3.0,\infty)$	F	0.8817	0.9950	1.0000	1.0000	0.8733	0.9783	0.9817	0.9950	0.8317	0.9717	0.9800	0.9900
	MC-LR	0.8867	0.9950	1.0000	1.0000	0.8733	0.9783	0.9900	0.9983	0.8400	0.9717	0.9800	0.9933

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

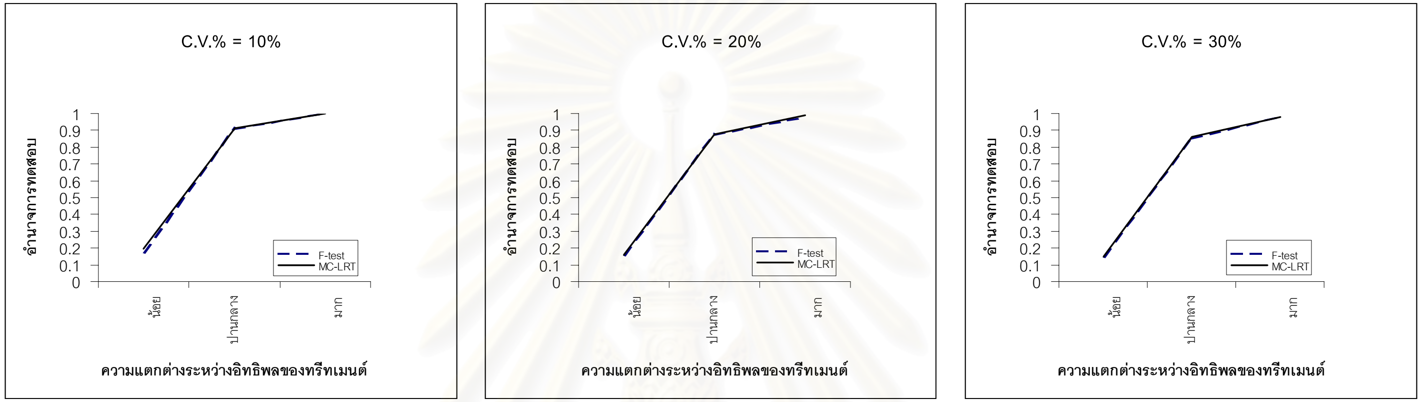
รูปที่ 4.13 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.05



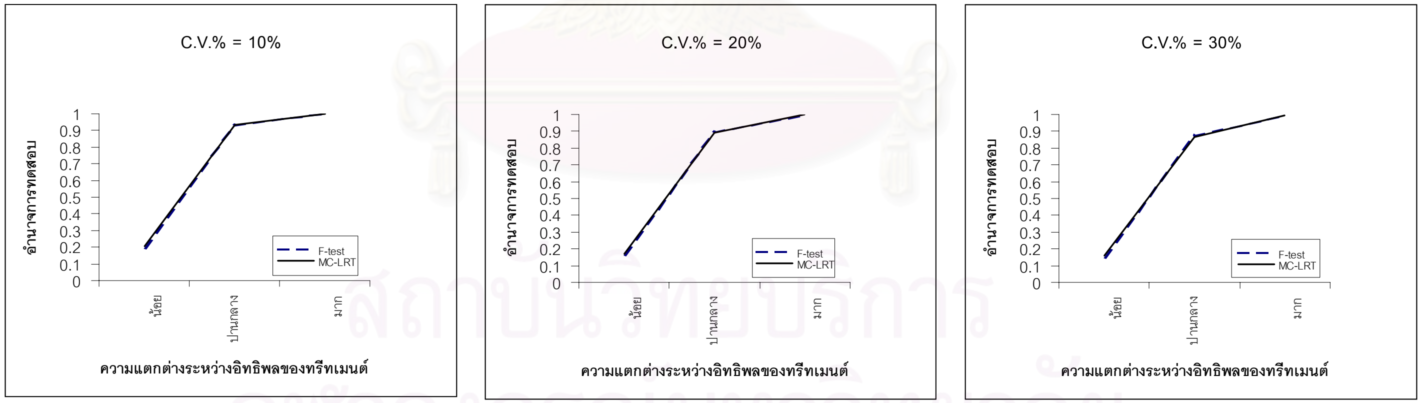
รูปที่ 4.14 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.05



รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.05



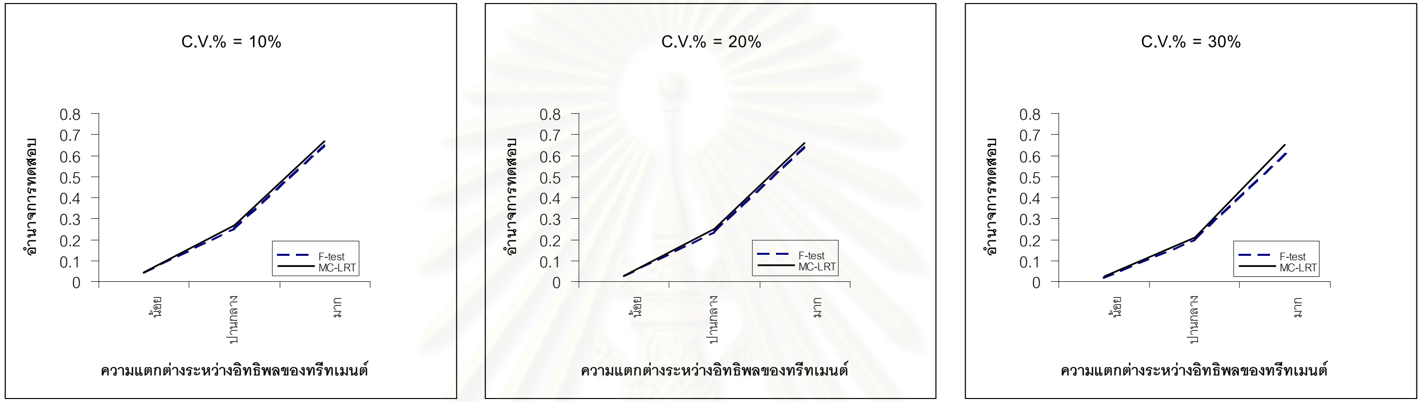
รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.05



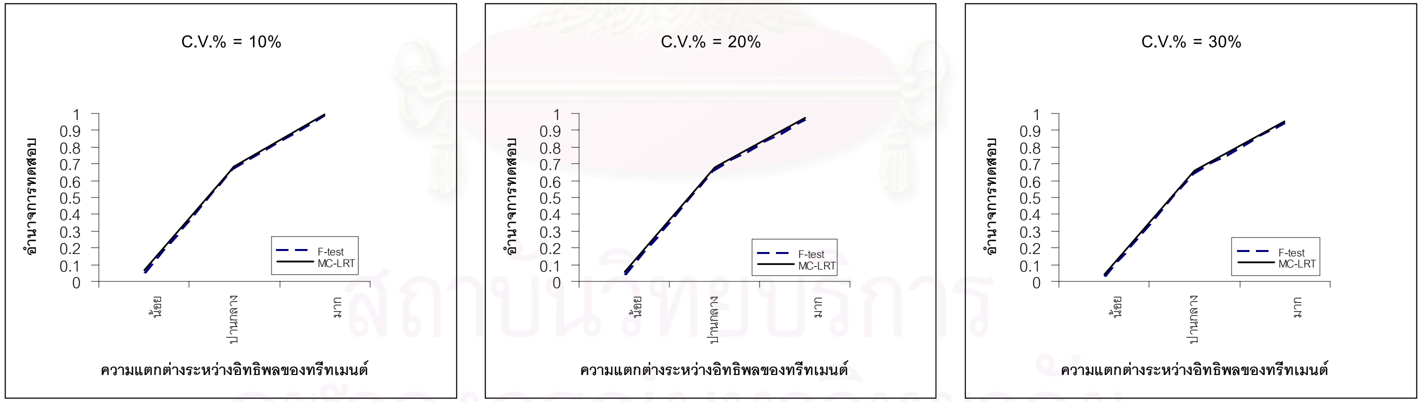
ตาราง 4.13 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=4 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.0417	0.0583	0.0600	0.0683	0.0250	0.0483	0.0500	0.0567	0.0183	0.0370	0.0433	0.0517
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.0433	0.0667	0.0783	0.0850	0.0300	0.0567	0.0617	0.0650	0.0233	0.0400	0.0500	0.0550
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.2500	0.6767	0.8083	0.8517	0.2333	0.6650	0.7950	0.8267	0.2000	0.6450	0.7867	0.8017
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.2683	0.6850	0.8083	0.8533	0.2533	0.6800	0.8083	0.8450	0.2117	0.6583	0.7867	0.8150
แตกต่างกันมาก	F	0.6517	0.9967	1.0000	1.0000	0.6450	0.9633	0.9800	0.9900	0.6100	0.9500	0.9583	0.9833
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.6683	0.9967	1.0000	1.0000	0.6617	0.9767	0.9800	0.9900	0.6500	0.9550	0.9617	0.9833

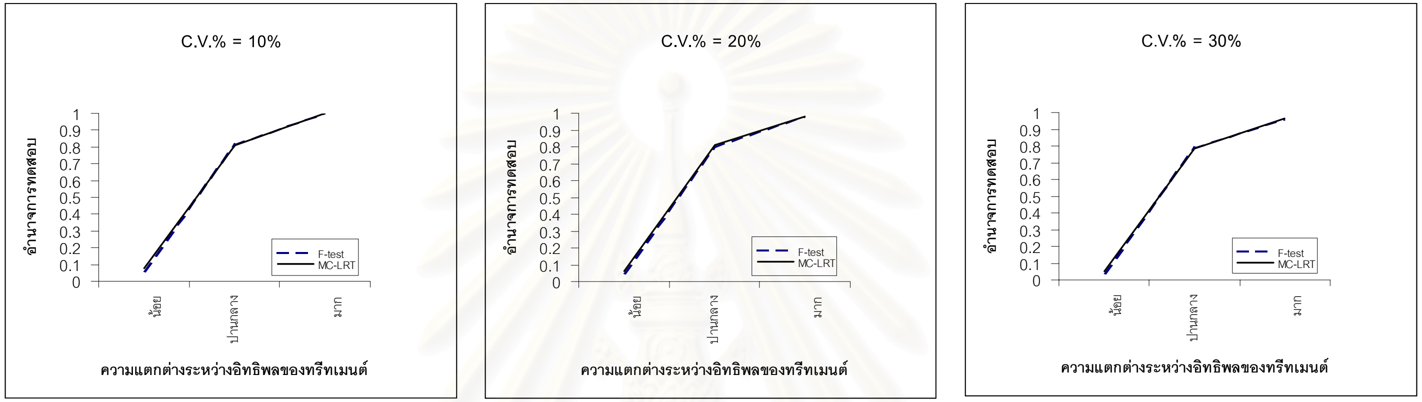
รูปที่ 4.17 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.01



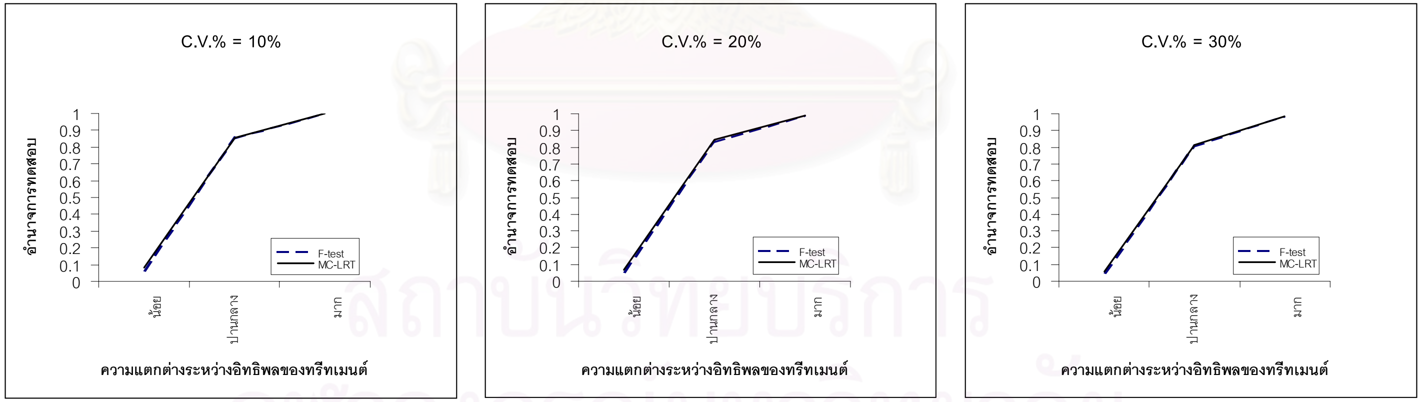
รูปที่ 4.18 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.01



รูปที่ 4.19 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ $\alpha = 0.01$



รูปที่ 4.20 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ $\alpha = 0.01$

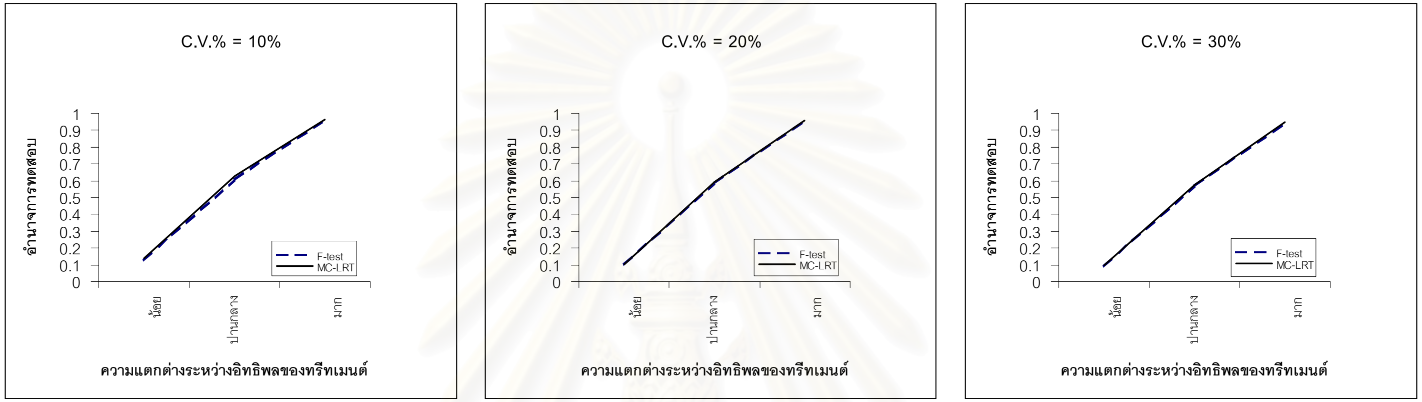


ตาราง 4.14 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=4 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

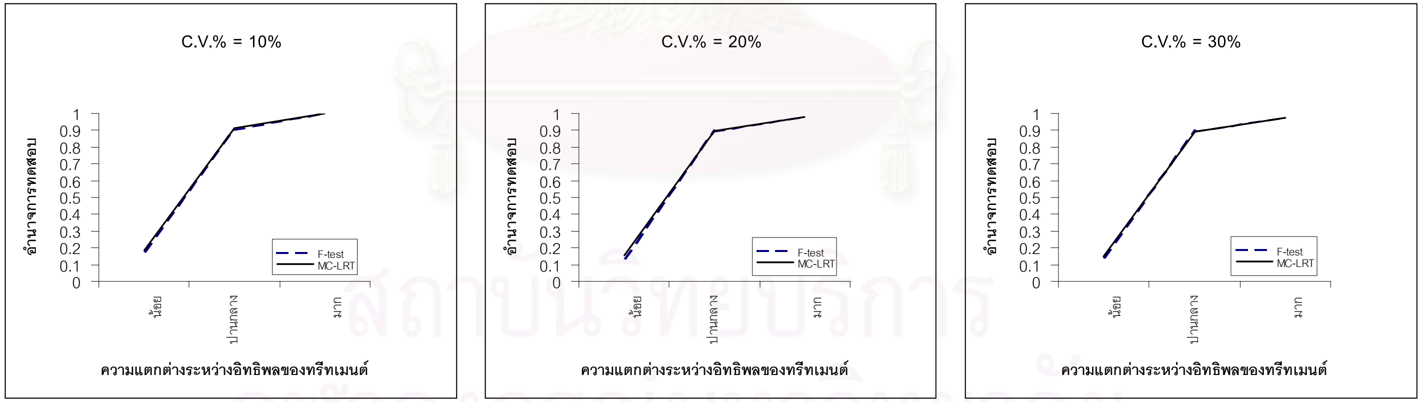
ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.1267	0.1783	0.1850	0.2017	0.1017	0.1400	0.1617	0.1800	0.0950	0.1450	0.1617	0.1650
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.1383	0.1850	0.2017	0.2117	0.1050	0.1533	0.1700	0.1867	0.0967	0.1500	0.1683	0.1700
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.6083	0.9017	0.9517	0.9633	0.5867	0.8900	0.9417	0.9567	0.5717	0.8900	0.9183	0.9450**
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.6267	0.9100	0.9650	0.9683	0.5917	0.8950	0.9500	0.9583	0.5750	0.8917	0.9250	0.9417
แตกต่างกันมาก	F	0.9617	1.0000	1.0000	1.0000	0.9567	0.9817	0.9950	0.9983	0.9450	0.9717	0.9800	0.9917
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.9650	1.0000	1.0000	1.0000	0.9600	0.9817	0.9950	0.9983	0.9483	0.9733	0.9867	0.9917

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

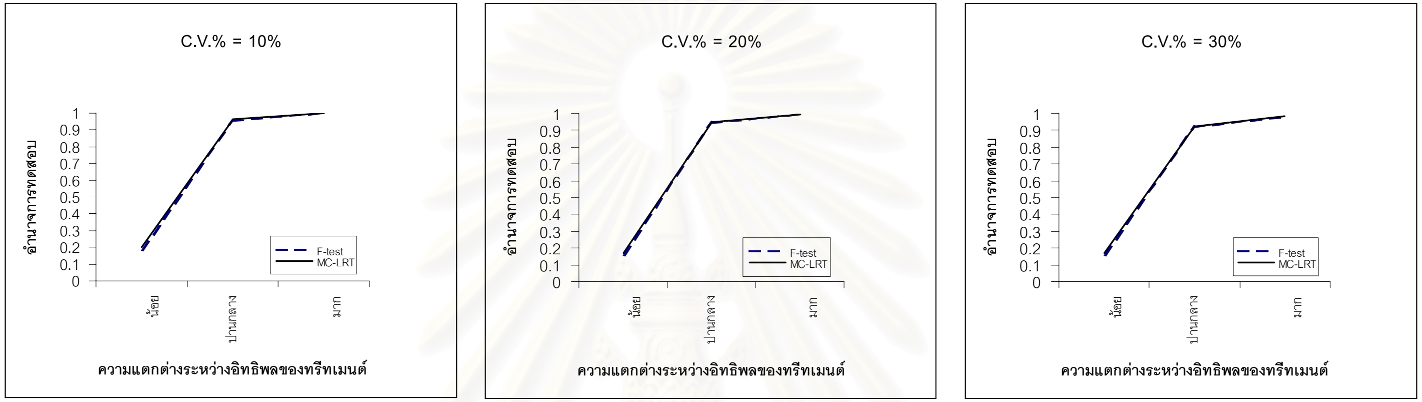
รูปที่ 4.21 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.05



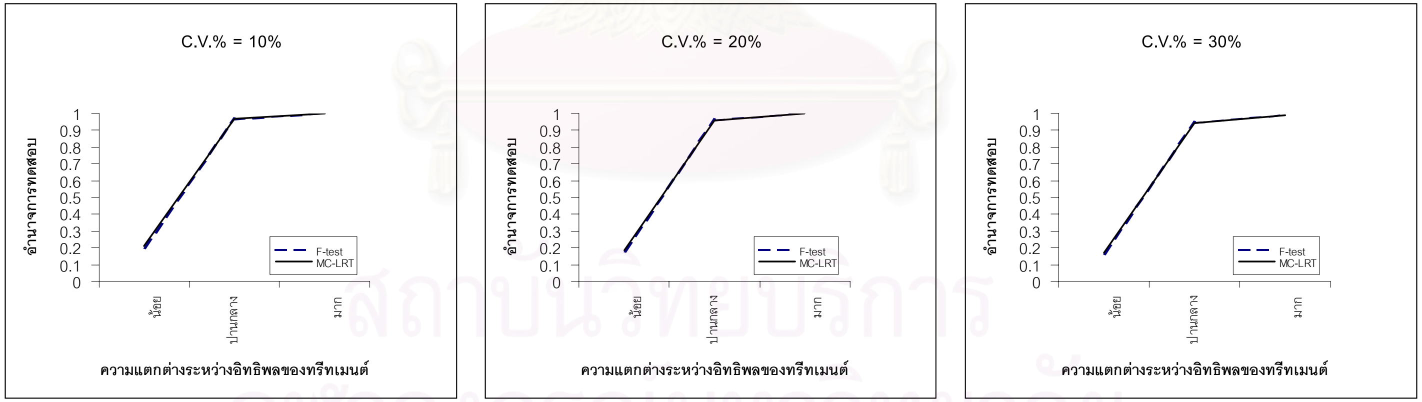
รูปที่ 4.22 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.05



รูปที่ 4.23 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.05



รูปที่ 4.24 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.05

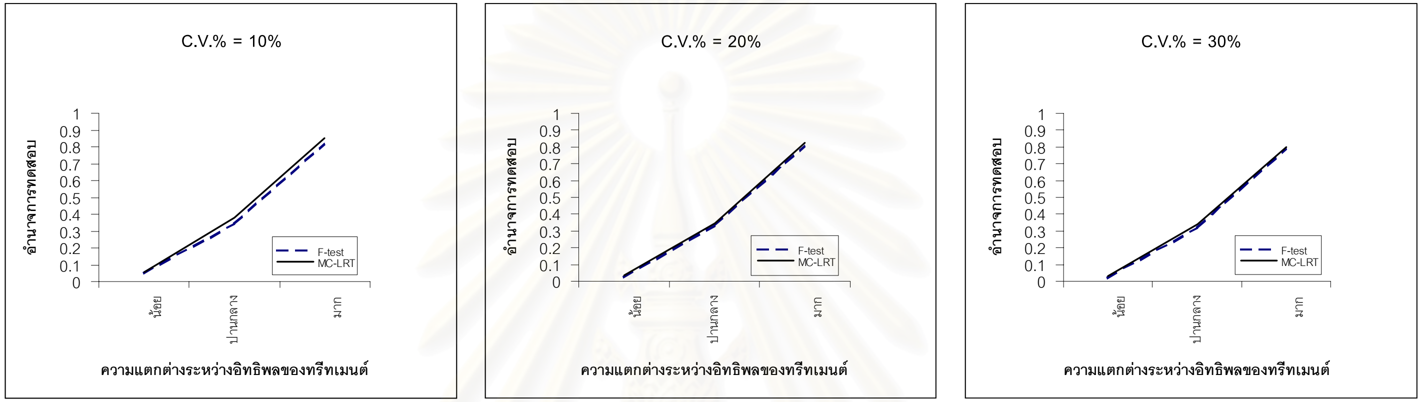


ตาราง 4.15 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=5 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

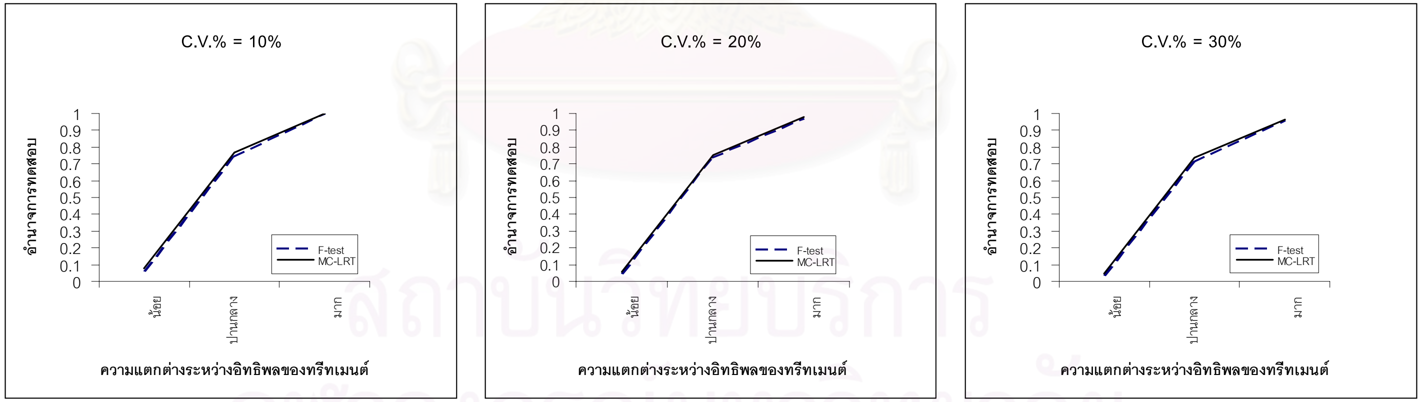
ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.0500	0.0683	0.0767	0.0817	0.0283	0.0500	0.0567	0.0617	0.0217	0.0400	0.0483	0.0583
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.0550	0.0750	0.0850	0.0950	0.0383	0.0583	0.0633	0.0783	0.0300	0.0450	0.0533	0.0700
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.3450	0.7433	0.8883	0.9033	0.3367	0.7383	0.8617	0.8867	0.3183	0.7100	0.8567	0.8850**
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.3783	0.7700	0.8967	0.9250	0.3450	0.7550	0.8800	0.9033	0.3417	0.7383	0.8633	0.8783
แตกต่างกันมาก	F	0.8217	1.0000	1.0000	1.0000	0.8083	0.9700	0.9850	0.9983	0.7950	0.9600	0.9700	0.9900
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.8500	1.0000	1.0000	1.0000	0.8250	0.9783	0.9867	0.9983	0.8000	0.9617	0.9800	0.9900

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

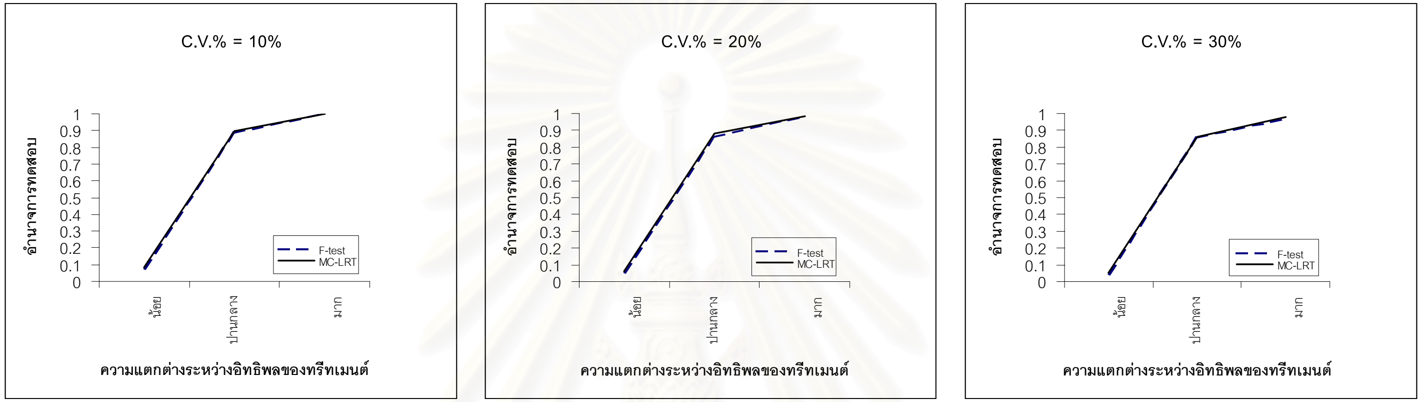
รูปที่ 4.25 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.01



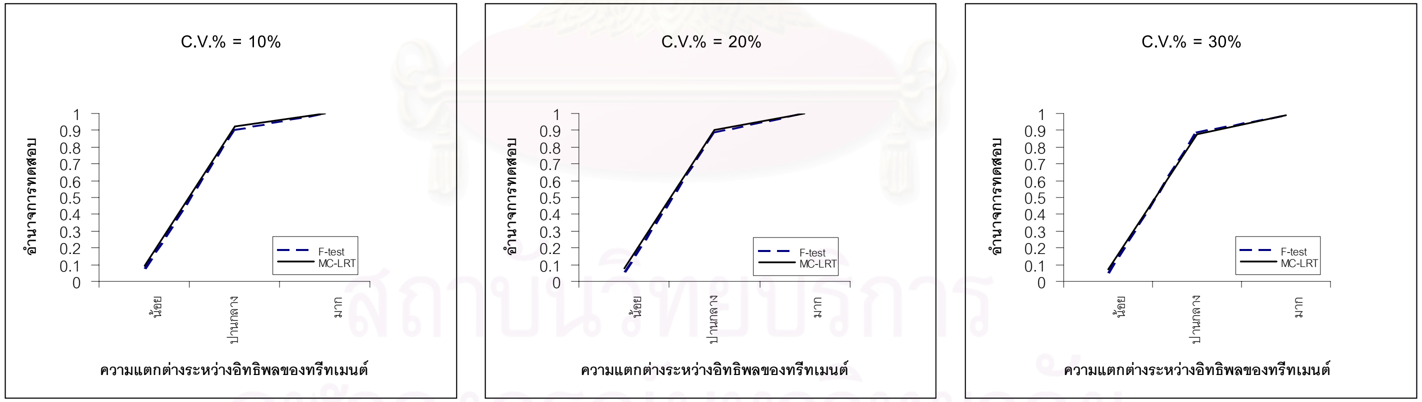
รูปที่ 4.26 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.01



รูปที่ 4.27 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.01



รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.01

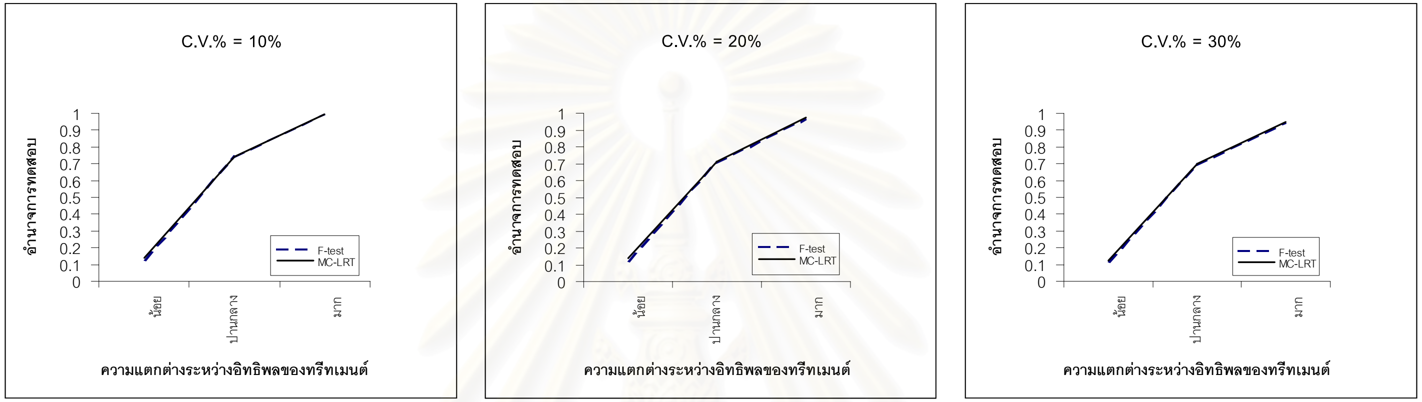


ตาราง 4.16 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=5 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

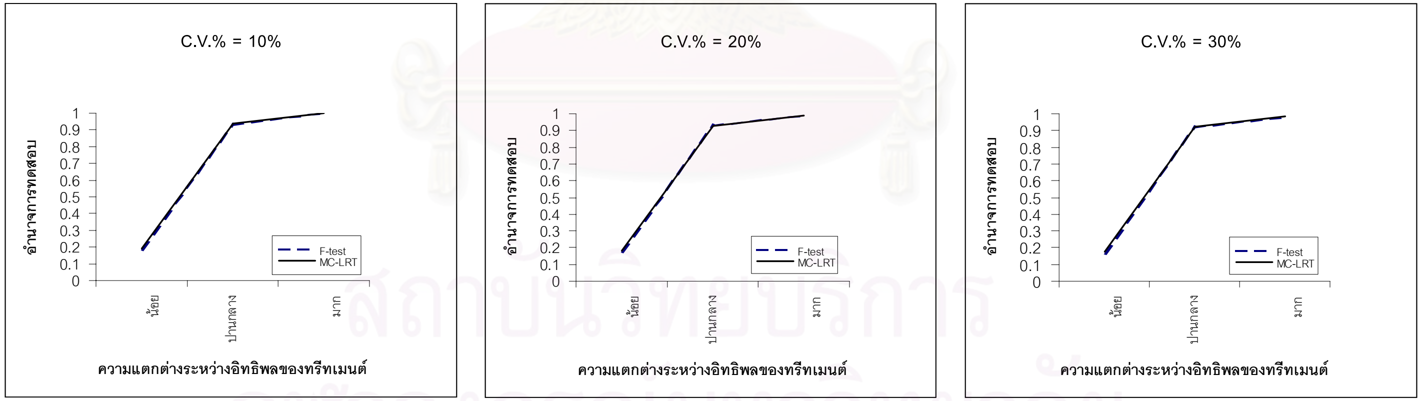
ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.1300	0.1867	0.2017	0.2183	0.1217	0.1750	0.1867	0.2000	0.1167	0.1667	0.1783	0.1917
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.1417	0.1900	0.2067	0.2233	0.1367	0.1833	0.1950	0.2117	0.1233	0.1767	0.1817	0.1933
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.7350	0.9300	0.9667	0.9817**	0.7017	0.9267	0.9550	0.9767**	0.6883	0.9167	0.9400**	0.9600**
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.7400	0.9383	0.9700	0.9800	0.7150	0.9283	0.9567	0.9700	0.7000	0.9200	0.9383	0.9583
แตกต่างกันมาก	F	0.9933	1.0000	1.0000	1.0000	0.9700	0.9900	0.9983	0.9983	0.9450	0.9800	0.9900	0.9950
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.9950	1.0000	1.0000	1.0000	0.9733	0.9900	0.9983	0.9983	0.9500	0.9833	0.9933	0.9950

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

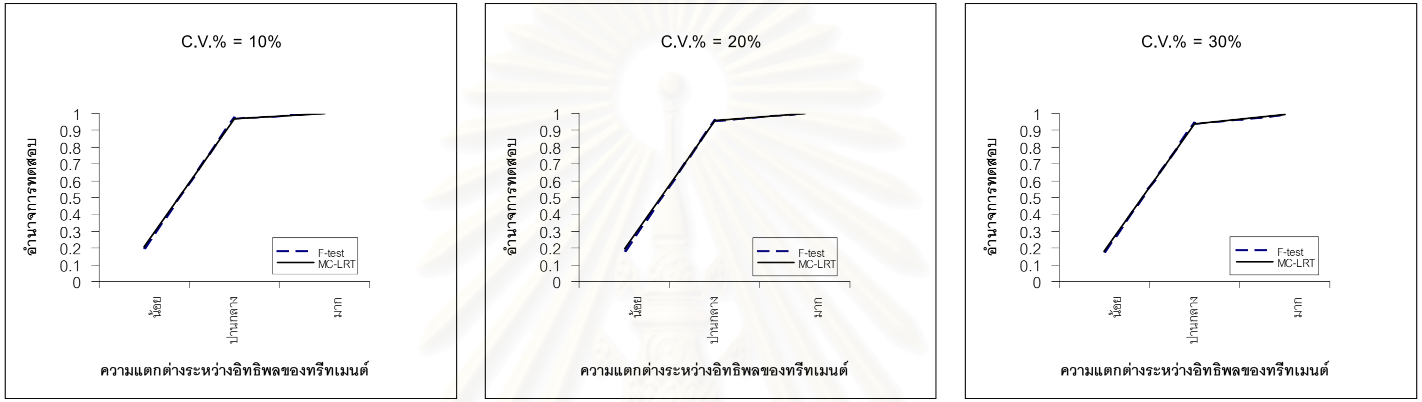
รูปที่ 4.29 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 และ α = 0.05



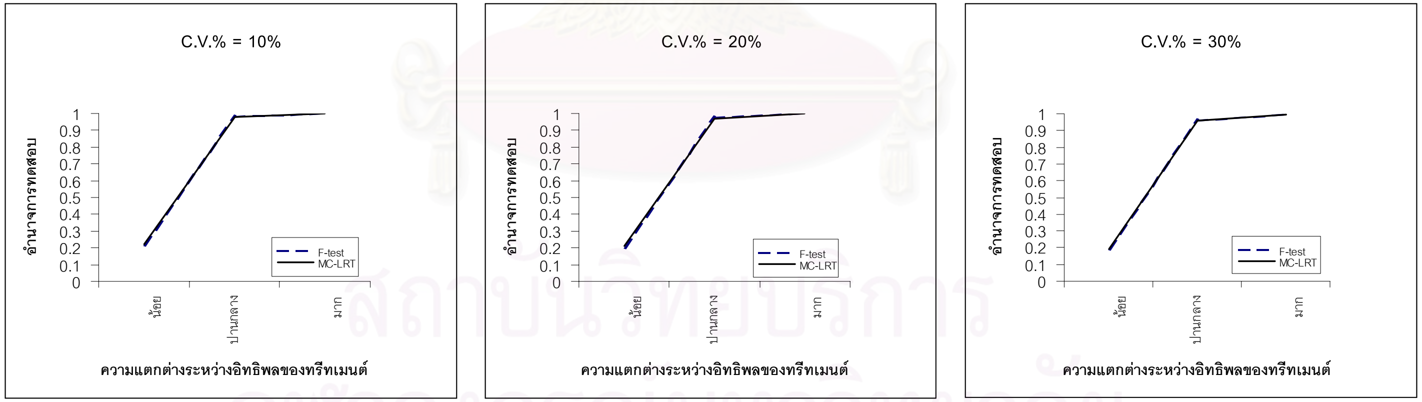
รูปที่ 4.30 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ α = 0.05



รูปที่ 4.31 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 6 และ α = 0.05



รูปที่ 4.32 เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 8 และ α = 0.05



บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้จัดทำขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ และเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ 2 วิธี คือ ตัวสถิติทดสอบเอฟ (F) และตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (MC-LR) โดยที่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น จะเหมาะกับกรณีที่จำนวนทรีทเมนต์น้อย และเมื่อจำนวนทรีทเมนต์มากขึ้น จะเหมาะกับกรณีที่สัมประสิทธิ์ความแปรผันน้อยและปานกลาง ดังนั้นเพื่อหาข้อสรุปว่าตัวสถิติทดสอบของวิธีใดมีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ผู้วิจัยจึงสนใจทำการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบดังกล่าวข้างต้น โดยพิจารณาจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างและอำนาจการทดสอบ ที่แสดงไว้ในบทที่ 4 ที่กล่าวมา

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเฉพาะแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด (CRD) ที่ปัจจัยทดลองคงที่ กรณีขนาดตัวอย่างของแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน ในสถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดขึ้นดังนี้

- ค่าเฉลี่ยรวมของประชากรเท่ากันทุกกลุ่ม (μ) เท่ากับ 50
- สร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) ให้แตกต่างกัน โดยการพิจารณาจาก

$$\Phi = \frac{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k}\tau_i^2 / k}}{\sigma}$$ เมื่อพิจารณาอำนาจการทดสอบ

  และเมื่อพิจารณาหาค่าสัดส่วนที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง จะกำหนดค่า τ_i ให้มีค่าเป็น 0 ทุกค่าในแต่ละทรีทเมนต์
- จำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ในการทดลอง (k) เท่ากับ 2 3 4 และ 5
- ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เท่ากับ 2 4 6 และ 8
- การแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 10 และ 15 (โดยการคำนวณจากค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน ; C.V.%)
- ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) คือ 0.01 และ 0.05

ในการพิจารณาเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีนั้น พิจารณาโดยการเปรียบเทียบจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างที่ให้ค่าน้อยกว่า และให้อำนาจการทดสอบสูงสุด ดังนั้นตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ดังกล่าวก็จะเป็นตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม ซึ่งในบทนี้มีการสรุปผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน โดยแต่ละส่วนจะกล่าวถึงผลการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง และผลการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ สำหรับข้อเสนอแนะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ด้านการนำไปใช้ และด้านการศึกษาวิจัย ซึ่งรายละเอียดมีดังต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 การเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

ผลการวิจัยพบว่าเมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้นและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีมีแนวโน้มที่จะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างมากขึ้น และเมื่อขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างก็มีแนวโน้มจะลดลงเล็กน้อย

ในการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01 และ 0.05 พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ

สำหรับบางกรณีที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าเมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น หรือเมื่อขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

5.1.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

ผลการวิจัยพบว่าเมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์มีความแตกต่างกันมากขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะสูงขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 2 วิธีสูงขึ้นเช่นกัน และไม่ว่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น อำนาจการทดสอบจะมีแนวโน้มลดลงไม่มาก โดยที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จากการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง เมื่อจำนวนทรีทเมนต์มากๆ ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงๆ โดยเฉพาะที่ C.V. = 30% พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟมีแนวโน้มจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่า และกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

และที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 กรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง เมื่อจำนวนทรีทเมนต์น้อยๆ โดยเฉพาะที่ k = 2 พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด แต่เมื่อจำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟมีแนวโน้มที่จะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่า และในกรณีที่ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธี จะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้

5.2.1.1 จากผลการวิจัย ในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีพบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าและให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด แต่ในกรณีที่จำนวนทรีทเมนต์เพิ่มขึ้น ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์มากพอและสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น จึงควรหลีกเลี่ยงการนำตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมาใช้ในกรณีดังกล่าว

5.2.1.2 กรณีที่นำทรีทเมนต์มาใช้ในการทดลองเป็นจำนวนมาก อาจพิจารณาการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบจากเวลาและประสิทธิภาพของเครื่องคำนวณ หากผู้วิจัยมีเวลาไม่มากและประสิทธิภาพของเครื่องคำนวณต่ำ อาจใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟแทนได้ เช่นกรณีที่จำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และ 5 จากการศึกษาทดลองพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองวิธีมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

5.2.1.3 การสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์ (τ_i) ให้แตกต่างกัน โดยใช้ Φ เป็นตัวกำหนดพบว่า กรณีกลุ่มความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์เดียวกัน โดยเฉพาะกรณีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก เมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10% 20% และ 30% จะให้ค่าอำนาจการทดสอบไม่แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากการคำนวณหาค่า τ_i จะมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเกี่ยวข้องกับการคำนวณด้วย จึงทำให้อำนาจการทดสอบมีแนวโน้มลดลงไม่มากนัก เมื่อสัมประสิทธิ์ความแปรผันสูงขึ้น

5.2.1.4 การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น อาจนำมาประยุกต์ใช้ในด้านการแพทย์ เช่น เภสัชกรต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของยารักษาโรคเบาหวาน 3 ชนิด โดยทดลองกับคนไข้ที่เป็นโรคเบาหวานซึ่งจะรับยาต่างชนิดกันเป็นระยะเวลาหนึ่ง สมมติว่า 1 เดือนแล้วทำการเก็บข้อมูลดูปริมาณน้ำตาลในเลือด และนำตัวสถิติทดสอบดังกล่าวมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของยารักษาโรคเบาหวานทั้ง 3 ชนิดว่าให้ผลการรักษาเท่าเทียมกันหรือไม่

5.2.1.5 ในเชิงธุรกิจ หากต้องการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายการผลิตทูน่ากระป๋องของโรงงานซึ่งตั้งอยู่ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สมุทรปราการ และสมุทรสาคร ว่าค่าใช้จ่ายในการผลิตอาหารทูน่ากระป๋องทั้ง 3 จังหวัดแตกต่างกันหรือไม่ สามารถนำการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมาใช้ในการทดสอบความแตกต่างดังกล่าวนี้ได้

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

5.2.2.1 การกำหนดสัมประสิทธิ์ความแปรผัน ในการศึกษาครั้งต่อไปควรศึกษาที่สัมประสิทธิ์ความแปรผันมากกว่า 30% ด้วย เพื่อที่จะทำให้ได้ผลสรุปที่ครอบคลุมขึ้น

5.2.2.2 ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากัน สำหรับการวิจัยครั้งต่อไปอาจทำการศึกษาในกรณีที่ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ไม่เท่ากัน

5.2.2.3 การศึกษาครั้งต่อไปอาจทำการทดสอบสมมติฐานโดยวิธีการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นในแผนการทดลองอื่น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กิ่งทอง ยงยุทธมีชัย. การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน:กรณีศึกษาสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

จรัญ จันทลักขณา. สถิติวิธีวิเคราะห์และวางแผนวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร:บริษัทสำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช จำกัด,2527.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทพิมพ์ดีด จำกัด, 2527.

ประชุม สุวัตถี. ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2527.

มยุรี จิรธนสมบัติ. การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบแบบพาราเมตริกซ์กับนอนพาราเมตริกซ์ในการวิเคราะห์โควาเรียนซ์ของแผนการทดลองแบบสุ่มตลอด.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2531.

สุชาดา กีระนันท์. การอนุมานเชิงสถิติ:ทฤษฎีขั้นต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

สุรพล อุปดิสกุล. สถิติการวางแผนการทดลองเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท, 2526.

ภาษาอังกฤษ

Cochran, W. G., and Cox, G. M. Experimental Design. New York: John Hiley and Sons, 1976.

Dean, A. M. and Voss, D. T. Design and Analysis of Experiments. New York: Spinger Verlag, 1999.

Dennis, D. B. and Ji, Z. Monte Carlo Evaluation of Resampling-Based Hypothesis Tests. Journal of the American Statistical Association. 95(2000): 486-490.

Getting started with S-PLUS 2000. Data Analysis Products Divison. MathSoft. US:Seattle, 1988-1999.

Graybill, F. A. Theory and Application of the Linear Model. North Scituate, Mass: Duxbury, 1976.

Hogg, R. V. and Craly,A. T. Introduction to Mathematical Statistics. 5^{th} ed. New Jersey: Prentice–Hall,1995.

Hinkelmann, K. and Hempthorne, O. Design and Analysis of Experiments. volume 1. New York: John Wiley and Sons, 1994.

Jean, M. D. and Lynda, K. Monte Carlo Test Methods in Econometrics. Companion to Theoretical Econometrics. 23(2001): 494-519.

Keppel, G. Design and Analysis a Research' s Handbook. New Jersey: Prentice–Hall, 1973.

Kuehl, R. O. Statistical Principles of Research Design and Analysis. Wadsworth,1994.

Montgomery, C. D. Design and analysis of experiments.4^{th} ed., New York: John Wiley And Sons, 1997.

Neter, J., Wasserman, W. and Kuther, M. H. Applied Linear Statistical Models. 3^{rd} ed. Tokyo: Toppan, 1990.

Peter, H. and Titterington, D. M. The Effect of Simulation Order on Level Accuracy and Power of Monte Carlo Tests. Journal Royal Statistical Social: Series B. 51(1989): 459-467.

Searle, S. R. Linear Model. New York: John Wiley and Sons,1971.

S-PLUS 2000 Programmer' s Guide. Data Analysis Products Divison. MathSoft. US: Seattle, 1992-1999.

S-PLUS User' s Guide. Data Analysis Products Divison. MathSoft. US: Seattle, 1987-1999.

Winer, B. J. Statistical Principle in Experimental Design. 2^{nd} ed. New York : McGraw-Hill, 1971.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตัวอย่างการคำนวณในการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตัวอย่าง ข้อมูลต่อไปนี้ได้จากการสร้างข้อมูลตัวอย่างสุ่มภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 ของการทดสอบเอฟ โดยที่จำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ในการทดลองเท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5

ทรีทเมนต์	หน่วยการทดลอง				ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	4	
1	41.25684	38.91846	56.10547	50.89925	46.79500
2	53.78460	56.45706	52.63143	52.40792	53.82025
3	51.92777	45.70203	54.63304	46.82858	49.77285

สามารถคำนวณค่าต่างๆ ได้ดังนี้

$$SST_{rt} = n\sum_{i=1}^{k}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = 99.47084$$

$$SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = 260.1082$$

$$\nu_1 = k-1 = 2$$

$$\nu_2 = k(n-1) = 9$$

และ $F = \dfrac{MST_{rt}}{MSE} = 1.72089$

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สามารถนำมาสร้างข้อมูลของตัวอย่างสุ่มโดยใช้การทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นได้ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำข้อมูล $y_{11},y_{12},y_{13},\ldots,y_{34}$ จากตารางมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยในแต่ละทรีทเมนต์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\bar{y}_{1.} = 46.79500$, $\bar{y}_{2.} = 53.82025$, $\bar{y}_{3.} = 49.77285$ และ $\sigma_y = 5.71743$

และคำนวณค่าสถิติของการทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

$$\Lambda^* = \left[\frac{1}{1+\frac{SST_{rt}}{SSE}}\right]^{N/2} = \left[\frac{1}{1+\frac{99.47084}{260.1082}}\right]^{12/2} = 0.14327$$

หรือ $\Lambda^* = \left[\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{(k-1)}{k(n-1)}\right)F}\right]^{N/2} = \left[\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{2}{9}\right)1.72089}\right]^{12/2} = 0.14327$

ขั้นตอนที่ 2 จำลองชุดข้อมูลตัวอย่างสุ่ม $y^*_{11}, y^*_{12}, y^*_{13}, \ldots, y^*_{ij}$ จากค่าเฉลี่ยในแต่ละทรีทเมนต์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลจะได้ชุดข้อมูลโดยยกตัวอย่างดังนี้

รอบที่ 1

ทรีทเมนต์	หน่วยการทดลอง 1	2	3	4	
1	42.35196	42.58752	42.72429	43.05092	SST_{rt} = 92.48042
2	46.59828	48.17719	53.85627	48.47026	SSE = 184.2924
3	51.73186	53.43491	46.99059	37.46630	Λ_1 = 0.087157

รอบที่ 2

ทรีทเมนต์	หน่วยการทดลอง 1	2	3	4	
1	47.67732	54.80069	43.59391	47.18519	SST_{rt} = 28.68919
2	42.06835	44.08908	50.54131	46.76561	SSE = 376.022
3	38.13536	38.51078	58.35846	43.34557	Λ_2 = 0.64329

⋮

⋮

⋮

รอบที่ 400

ทรีทเมนต์	หน่วยการทดลอง 1	2	3	4	
1	52.54271	57.42203	43.17193	51.07067	SST_{rt} = 10.65954
2	54.67902	54.51250	40.69642	46.44060	SSE = 369.1354
3	55.25353	44.70888	53.84930	42.28482	Λ_{400} = 0.84298

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณค่า p-value ของตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

โดยให้ Λ^* แทน OLD LRT และ $\Lambda_1 , \Lambda_2 , \ldots , \Lambda_{400}$ แทน NEW LRT

จากขั้นตอนที่ 2 จะเห็นได้ว่า

$$\Lambda_1 < \Lambda^* \;,\; \Lambda_2 > \Lambda^* \;,\; \ldots \;,\; \Lambda_{400} > \Lambda^*$$

ดังนั้น

$$\text{p} - \text{value} = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹} \;\; (\text{NEW LRT} \le \text{OLD LRT})}{\text{N}}$$

$$= \frac{1}{400} = 0.0025$$

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาค่า p-value ที่ได้เทียบกับระดับนัยสำคัญ (α)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ค่า p-value เท่ากับ 0.0025 มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ดังนั้น จึงปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0

นอกจากนี้สามารถใช้พีชคณิตแก้สมการหาเกณฑ์ในการตัดสินใจที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นได้ใหม่ ซึ่งจะให้ผลลัพธ์ในทำนองเดียวกับที่กล่าวมา ได้ดังต่อไปนี้

$$\Lambda = \left[\frac{1}{1 + \dfrac{\text{SST}_{\text{rt}}}{\text{SSE}}} \right]^{\text{N}/2} \le \text{c}$$

$$\Lambda^{2/\text{N}} = \left[\frac{1}{1 + \dfrac{\text{SST}_{\text{rt}}}{\text{SSE}}} \right]$$

$$\frac{2}{\text{N}} \ln \Lambda = \ln 1 - \ln \left[1 + \frac{\text{SST}_{\text{rt}}}{\text{SSE}} \right] \le \text{c}$$

$$2 \ln \Lambda = -(\text{N}) \ln \left[1 + \frac{\text{SST}_{\text{rt}}}{\text{SSE}} \right] \le \text{c}$$

$$-2 \ln \Lambda = (N) \ln \left[1 + \frac{SST_{rt}}{SSE} \right] \geq c$$

จะได้ว่า $-2 \ln \Lambda$ มีการแจกแจงโดยประมาณแบบ χ^2 โดยมีจำนวนองศาความเป็นอิสระเท่ากับความแตกต่างระหว่างจำนวนพารามิเตอร์ใน Ω และ ω ที่ไม่ได้กำหนดค่า

จากข้อมูลข้างต้น สามารถคำนวณได้ดังนี้

$-2 \ln \Lambda^* = 3.886$ เป็น OLD LRT

$-2 \ln \Lambda_1 = 4.8801$, $-2 \ln \Lambda_2 = 0.8823$, … , $-2 \ln \Lambda_{400} = 0.3416$ เป็น NEW LRT ดังนั้น

$$\text{p-value} = \frac{\text{¨Ó¹Ç¹ (NEW LRT} \geq \text{OLDLRT)}}{N} = \frac{1}{400} = 0.0025$$

สรุปได้ว่า ค่า p-value เท่ากับ 0.0025 มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ดังนั้นจึงปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เหมือนกับที่คำนวณข้างต้น

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างการสร้างอิทธิพลของทรีทเมนต์

1. กรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ (k) เท่ากับ 2 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เท่ากับ 6 และความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย ค่า Φ อยู่ระหว่าง $[0\,,1.5)$

ถ้าค่า $\Phi = 0.7348$ จะสามารถกำหนดอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ตามการคำนวณ

$$\Phi = D\sqrt{\frac{n}{2k\sigma^2}}$$

จะได้ดังนี้

ค่า Φ	σ^2	ผลต่าง D	τ_i
0.7348	25	3	τ_1 = -1.5 , τ_2 = 1.5
	100	6	τ_1 = -3.0 , τ_2 = 3.0
	225	9	τ_1 = -4.5 , τ_2 = 4.5

2. กรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ (k) เท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เท่ากับ 4 และความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลางค่า Φ อยู่ระหว่าง $[1.5\,,3.0)$

ถ้าค่า $\Phi = 2.2862$ จะสามารถกำหนดอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ตามการคำนวณ

$$\Phi = D\sqrt{\frac{n}{2k\sigma^2}}$$

จะได้ดังนี้

ค่า Φ	σ^2	ผลต่าง D	τ_i
2.2862	25	14	τ_1 = -7 , τ_2 = 0 , τ_3 = 7
	100	28	τ_1 = -14 , τ_2 = 0 , τ_3 = 14
	225	42	τ_1 = -21 , τ_2 = 0 , τ_3 = 21

3. กรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ (k) เท่ากับ 4 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เท่ากับ 8 และความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก ค่า Φ มากกว่า 3.0

ถ้าค่า $\Phi = 3.7335$ จะสามารถกำหนดอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ตามการคำนวณ

$$\Phi = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{n}{k\sigma^2}}$$

จะได้ดังนี้

ค่า Φ	σ^2	ผลต่าง D	τ_i
3.7335	25	26.4	$\tau_1 = -6.6$, $\tau_2 = -6.6$, $\tau_3 = 6.6$, $\tau_4 = 6.6$
	100	52.8	$\tau_1 = -13.2$, $\tau_2 = -13.2$, $\tau_3 = 13.2$, $\tau_4 = 13.2$
	225	79.2	$\tau_1 = -19.8$, $\tau_2 = -19.8$, $\tau_3 = 19.8$, $\tau_4 = 19.8$

4. กรณีที่จำนวนทรีทเมนต์ (k) เท่ากับ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์ (n) เท่ากับ 2 และความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย ค่า Φ อยู่ระหว่าง $[0\ ,1.5)$

ถ้าค่า $\Phi = 0.7589$ จะสามารถกำหนดอิทธิพลของทรีทเมนต์ได้ตามการคำนวณ

$$\Phi = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{n}{k\sigma^2}}$$

จะได้ดังนี้

ค่า Φ	σ^2	ผลต่าง D	τ_i
0.7589	25	12	$\tau_1 = -3$, $\tau_2 = -3$, $\tau_3 = 0$, $\tau_4 = 3$, $\tau_5 = 3$
	100	24	$\tau_1 = -6$, $\tau_2 = -6$, $\tau_3 = 0$, $\tau_4 = 6$, $\tau_5 = 6$
	225	36	$\tau_1 = -9$, $\tau_2 = -9$, $\tau_3 = 0$, $\tau_4 = 9$, $\tau_5 = 9$

ภาคผนวก ค

กรณีศึกษาเพิ่มเติม

การเปรียบเทียบการทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นเมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 6 ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์เท่ากับ 2 4 6 และ 8 สัมประสิทธิ์ความแปรผันเท่ากับ 10% 20% และ 30% จะให้ผลสรุปของการวิจัยได้ในทำนองเดียวกับเมื่อจำนวนทรีทเมนต์เท่ากับ 5 โดยผลการวิจัยจะสรุปเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

กรณีเปรียบเทียบ 6 ทรีทเมนต์

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ ยกเว้นในกรณีที่ C.V.= 30% เมื่อ n = 8

สำหรับกรณีที่ C.V. = 10% เมื่อ n = 6 และกรณี C.V. = 20% เมื่อ n = 6,8 พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

พบว่ากรณีส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ ยกเว้นในกรณีที่ C.V.= 20% เมื่อ n = 8 และกรณี C.V. = 30% เมื่อ n = 6,8

สำหรับกรณีที่ C.V. = 10% เมื่อ n = 8 และกรณี C.V. = 20% เมื่อ n = 6 พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเท่ากัน

ตาราง ค.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ = 0.01

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.01	
			F	MC-LR
k=6	10	n=2	0.0117	0.0083
		n=4	0.0100	0.0083
		n=6	0.0083	0.0083
		n=8	0.0083	0.0067
	20	n=2	0.0133	0.0100
		n=4	0.0100	0.0083
		n=6	0.0083	0.0083
		n=8	0.0083	0.0083
	30	n=2	0.0133	0.0117
		n=4	0.0133	0.0100
		n=6	0.0117	0.0100
		n=8	0.0083*	0.0100

หมายเหตุ * แทน ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตาราง ค.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลองคือ k=6 และระดับนัยสำคัญ = 0.05

จำนวนทรีทเมนต์ (k)	C.V.%	ขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์	α = 0.05	
			F	MC-LR
k=6	10	n=2	0.0517	0.0500
		n=4	0.0500	0.0483
		n=6	0.0467	0.0433
		n=8	0.0433	0.0433
	20	n=2	0.0517	0.0500
		n=4	0.0517	0.0500
		n=6	0.0483	0.0483
		n=8	0.0467*	0.0483
	30	n=2	0.0533	0.0517
		n=4	0.0517	0.0500
		n=6	0.0483*	0.0500
		n=8	0.0467*	0.0483

หมายเหตุ * แทน ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าน้อยกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

2. ผลการวิจัยของการเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ โดยการพิจารณาจากค่าอำนาจการทดสอบ

กรณีเปรียบเทียบ 6 ทรีทเมนต์

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษา ตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 30% เมื่อ n = 8 พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และในกรณีที่ C.V. = 20% เมื่อ n = 8 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันน้อย พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันปานกลาง พบว่าทุกกรณีศึกษาตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจะให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ยกเว้นในกรณีที่ C.V. = 10%,20% เมื่อ n = 8 และกรณี C.V. = 30% เมื่อ n = 6,8 พบว่าตัวสถิติทดสอบเอฟให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และในกรณีที่ C.V. = 20% เมื่อ n = 6 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากัน

เมื่อความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์แตกต่างกันมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 วิธีจะให้ค่าอำนาจการทดสอบเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน

ตาราง ค.3 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=6 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.0550	0.0717	0.0783	0.0933	0.0333	0.0533	0.0667	0.0700	0.0300	0.0417	0.0567	0.0683
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.0633	0.0850	0.0883	0.0983	0.0383	0.0583	0.0717	0.0833	0.0350	0.0500	0.0617	0.0750
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.4267	0.8683	0.9367	0.9567	0.4117	0.8500	0.9350	0.9500	0.4050	0.8500	0.9200	0.9333**
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.4667	0.8733	0.9400	0.9583	0.4583	0.8633	0.9400	0.9500	0.4250	0.8567	0.9267	0.9300
แตกต่างกันมาก	F	0.9300	1.0000	1.0000	1.0000	0.9200	0.9800	0.9900	0.9950	0.9017	0.9750	0.9883	0.9933
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.9317	1.0000	1.0000	1.0000	0.9250	0.9867	0.9933	0.9950	0.9050	0.9783	0.9883	0.9933

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ตาราง ค.4 แสดงการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเอฟและตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น เมื่อจำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง คือ k=6 และระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์	สถิติทดสอบ	C.V.% = 10				C.V.% = 20				C.V.% = 30			
		n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8	n=2	n=4	n=6	n=8
แตกต่างกันน้อย	F	0.1483	0.2217	0.2233	0.2283	0.1333	0.1967	0.2050	0.2083	0.1217	0.1683	0.1783	0.2033
$\phi \in (0,1.5]$	MC-LR	0.1567	0.2250	0.2267	0.2367	0.1350	0.2017	0.2117	0.2183	0.1317	0.1800	0.1867	0.2100
แตกต่างกันปานกลาง	F	0.7917	0.9700	0.9867	0.9950**	0.7850	0.9667	0.9850	0.9883**	0.7583	0.9667	0.9850**	0.9850**
$\phi \in (1.5,3.0]$	MC-LR	0.7983	0.9733	0.9900	0.9933	0.7883	0.9733	0.9850	0.9850	0.7667	0.9683	0.9800	0.9833
แตกต่างกันมาก	F	0.9950	1.0000	1.0000	1.0000	0.9950	0.9983	0.9983	1.0000	0.9900	0.9950	0.9983	0.9983
$\phi \in (3.0,\infty)$	MC-LR	0.9967	1.0000	1.0000	1.0000	0.9950	0.9983	0.9983	1.0000	0.9933	0.9967	0.9983	0.9983

หมายเหตุ ** แทน ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟมีค่าสูงกว่าตัวสถิติทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

ภาคผนวก ง

ตารางแสดงฟังก์ชันการทำงานของโปรแกรม S-PLUS 2000 ที่ใช้ในการวิจัย

ฟังก์ชัน	หน้าที่การทำงาน
dim	กำหนดขนาดของเวกเตอร์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล
array(c(),dim)	ทำการเก็บข้อมูลในรูปเวกเตอร์ โดยจะใช้คู่กับ dim
rnorm	ทำการสร้างตัวเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ
mean	คำนวณหาค่าเฉลี่ยของข้อมูล
stdev	คำนวณหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล
dig	การกำหนดทศนิยมที่ต้องการ
round(y,dig)	ทำการปัดเศษของข้อมูลที่ y โดยจะใช้คู่กับ dig
sum	หาผลรวมของข้อมูล
ifelse	การเลือกชุดข้อมูลมาตามเงื่อนไขที่ตั้งไว้

ตารางแสดงความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆ ของโปรแกรม S-PLUS 2000

สัญลักษณ์	ความหมาย
k	จำนวนทรีทเมนต์ที่ใช้ทดลอง
n	จำนวนขนาดตัวอย่างในแต่ละทรีทเมนต์
u	ค่าเฉลี่ยรวมของประชากร
sd	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t1-t5	ค่าอิทธิพลของทรีทเมนต์
loops	จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์
f.stat	ค่าสถิติทดสอบเอฟที่คำนวณได้
p.value, mon.value	ค่า p-value ของตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติของทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น
li.ratio, li.ratio1	ค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ได้จากการทดสอบเอฟและที่ได้จากการทดสอบมอนติคาร์โล
trials	จำนวนรอบที่ทำซ้ำในการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น
prob.f0.01, prob.f0.05	ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างจากการทดสอบเอฟที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05
prob.monte0.01, prob.monte0.05	ค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่างจากการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05
power.f0.01, power.f0.05	ค่าอำนาจการทดสอบของการทดสอบเอฟที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05
power.monte0.01, power.monte0.05	ค่าอำนาจการทดสอบของการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

โปรแกรมการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ของการทดสอบเอฟและการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น

(* การกำหนดค่าในสถานการณ์ต่างๆ ภายใต้สมมติฐานว่าง *)

```
k_5
n_8
u_50
sd_5
trials_400
loops_600

# Keep value of F-test
	p.value_array(,dim=c(1,loops))

# Keep value of monte carlo likelihood ratio test
	mon.pval_array(,dim=c(1,loops))

for(I in 1:loops)
{
# Determine treatment
	tr_array(0,dim=c(k))
```

(* สร้างความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติ *)

```
	er_array(rnorm(k*n,0,sd),dim=c(k,n))
```

(* การทดสอบสมมติฐานโดยการทดสอบเอฟ *)

```
# Generate y-value for fixed-effect
	y_array(,dim=c(k,n))
	u1_array(,dim=c(k,1))
	sd1_array(,dim=c(1))

	for(i in 1:k)
	{
		for(j in 1:n)
		{
			y[i,j]_u+tr[i]+er[i,j]
		}
```

```
        u1[i]_mean(y[i,])
}
sd1_stdev(y)

sc_0
for(i in 1:k)
{
    for(j in 1:n)
    {
        sc_sc+y[i,j]
    }
}
sc_(sc^2)/(k*n)

ss_0
for(i in 1:k)
{
    for(j in 1:n)
    {
        ss_ss+(y[i,j])^2
    }
}

st_0
str_0
for(i in 1:k)
{
    for(j in 1:n)
    {
        str_str+y[i,j]
    }
    st_st+(str^2)
    str_0
}
st_st/n

sst_ss-sc
sstr_st-sc
sse_sst-sstr
```

```
        vtr_k-1
        ver_k*(n-1)
        vto_(k*n)-1

        mstr_sstr/vtr
        mse_sse/ver

        f.stat_mstr/mse
        f.stat_round(f.stat,dig=5)
        f.stat

# Compute p-value of F-test
        p.value[,l]_round(1-pf(f.stat,vtr,ver),dig=5)
        p.value
```

(* การคำนวณค่าสถิติทดสอบด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นจากข้อมูลการทดสอบเอฟ *)

```
# Compute critical-value of likelihood ratio test
        nss_1+(sstr/sse)
        m_(k*n)/2
        li.ratio_(1/nss)^m
        li.ratio
```

(* การทดสอบสมมติฐานโดยการทดสอบมอนติคาร์โลด้วยอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น *)

```
# monte carlo likelihood ratio test
        y.mon_array(,dim=c(k,n))
        li.ratio1_array(,dim=c(1,trials))

        for(z in 1:trials)
        {
            for(i in 1:k)
            {
                for(j in 1:n)
                {
                    y.mon[i,j]_rnorm(1,u1,sd1)
                }
            }
```

```
        sc.mon_0
        for(i in 1:k)
        {
            for(j in 1:n)
            {
                sc.mon_sc.mon+y.mon[i,j]
            }
        }
        sc.mon_(sc.mon^2)/(k*n)

            ss.mon_0
        for(i in 1:k)
        {
            for(j in 1:n)
            {
                ss.mon_ss.mon+(y.mon[i,j])^2
            }
        }
        st.mon_0
        str.mon_0
        for(i in 1:k)
        {
            for(j in 1:n)
            {
                str.mon_str.mon+y.mon[i,j]
            }
            st.mon_st.mon+(str.mon^2)
            str.mon_0
        }
        st.mon_st.mon/n

        sst.mon_ss.mon-sc.mon
        sstr.mon_st.mon-sc.mon
        sse.mon_sst.mon-sstr.mon

        nss.mon_1+(sstr.mon/sse.mon)
        m1_(k*n)/2
        li.ratio1[,z]_(1/nss.mon)^m1
    }
histo_hist(li.ratio1)
```

```
# Compute p-value of Monte carlo likelihood ratio test
        count_ifelse(li.ratio1<=li.ratio,1,0)
        sumli.ratio_sum(count)
        mon.pval[,I]_round(sumli.ratio/trials,dig=5)
        mon.pval
}
```

(* การคำนวณค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง *)

```
# Compute proportion p-value of F-test at 0.01
    count.f0.01_ifelse(p.value<=0.01,1,0)
    sum.pval0.01_sum(count.f0.01)
    prob.f0.01_round(sum.pval0.01/loops,dig=5)
    prob.f0.01

# Compute proportion p-value of F-test at 0.05
    count.f0.05_ifelse(p.value<=0.05,1,0)
    sum.pval0.05_sum(count.f0.05)
    prob.f0.05_round(sum.pval0.05/loops,dig=5)
    prob.f0.05

# Compute proportion p-value of monte carlo likelihood ratio test at 0.01
    count.monte0.01_ifelse(mon.pval<=0.01,1,0)
    sum.monpval0.01_sum(count.monte0.01)
    prob.monte0.01_round(sum.monpval0.01/loops,dig=5)
    prob.monte0.01

# Compute proportion p-value of monte carlo likelihood ratio test at 0.05
    count.monte0.05_ifelse(mon.pval<=0.05,1,0)
    sum.monpval0.05_sum(count.monte0.05)
    prob.monte0.05_round(sum.monpval0.05/loops,dig=5)
    prob.monte0.05
```

(* การกำหนดค่าในสถานการณ์ต่างๆ ภายใต้สมมติฐานแย้ง *)

```
k_5
n_4
u_50
sd_10
t1_-12.4
t2_-12.4
t3_0
t4_12.4
t5_12.4
phi_2.2182
trials_400
loops_600

# Keep value of F-test
    p.value_array(,dim=c(1,loops))
    power0.01_array(,dim=c(1))
    power0.05_array(,dim=c(1))

# Keep value of monte carlo likelihood ratio test
    mon.pval_array(,dim=c(1,loops))

# Determine treatment
    if(k==2) tr_array(c(t1,t2),dim=c(k))else
        if(k==3) tr_array(c(t1,t2,t3),dim=c(k))else
            if(k==4) tr_array(c(t1,t2,t3,t4),dim=c(k))else
                if(k==5) tr_array(c(t1,t2,t3,t4,t5),dim=c(k))
```

(* ตัวโปรแกรมของภายใต้สมมติฐานแย้งจะมีลักษณะเดียวกับภายใต้สมมติฐานว่างข้างต้น *)

(* การคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ *)

```
# Compute proportion p-value of F-test at 0.01
    count.f0.01_ifelse(p.value<=0.01,1,0)
    sum.pval0.01_sum(count.f0.01)
    power.f0.01_round(sum.pval0.01/loops,dig=5)
    power.f0.01
```

```
# Compute proportion p-value of F-test at 0.05
    count.f0.05_ifelse(p.value<=0.05,1,0)
    sum.pval0.05_sum(count.f0.05)
    power.f0.05_round(sum.pval0.05/loops,dig=5)
    power.f0.05

# Compute proportion p-value of monte carlo likelihood ratio test at 0.01
    count.monte0.01_ifelse(mon.pval<=0.01,1,0)
    sum.monpval0.01_sum(count.monte0.01)
    power.monte0.01_round(sum.monpval0.01/loops,dig=5)
    power.monte0.01

# Compute proportion p-value of monte carlo likelihood ratio test at 0.05
    count.monte0.05_ifelse(mon.pval<=0.05,1,0)
    sum.monpval0.05_sum(count.monte0.05)
    power.monte0.05_round(sum.monpval0.05/loops,dig=5)
    power.monte0.05
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอรไท สงวนสินธ์ เกิดวันที่ 26 กันยายน พ.ศ.2521 จังหวัดภูเก็ต สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ.2543